

Q-6009

ELEMENTS D'ASTRONOMIE.

*Par M^r CASSINI, Maître des Comptes,
de l'Académie Royale des Sciences, & de la
Société Royale de Londres.*



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

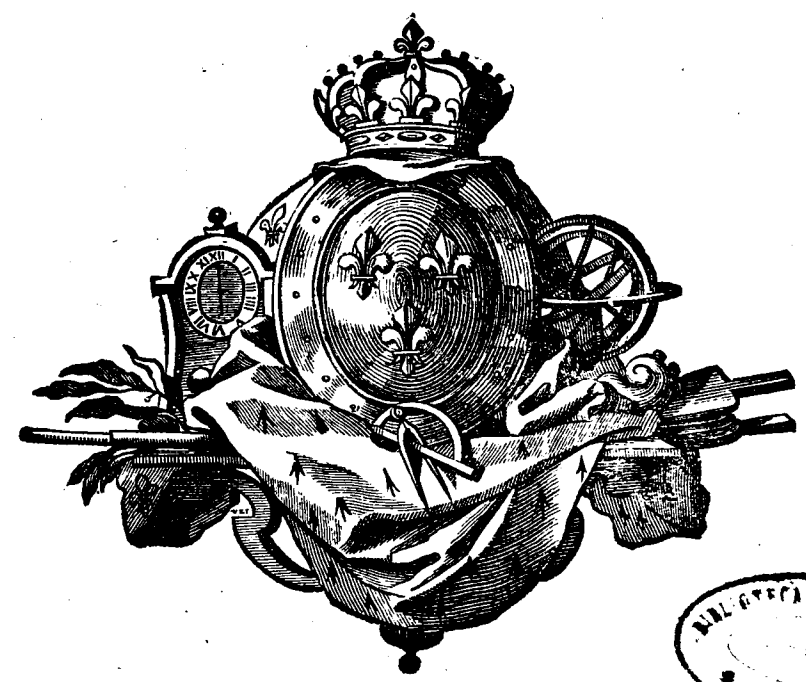
M. DCCXL.

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23

Q-6009

ELEMENTS D'ASTRONOMIE.

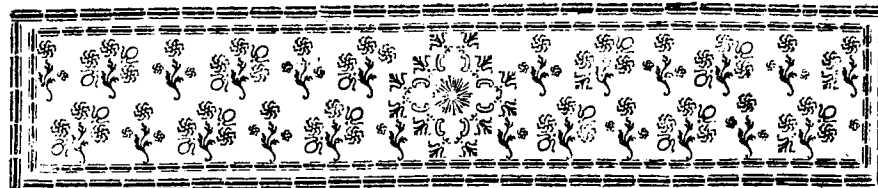
*Par M.^r CASSINI, Maître des Comptes,
de l'Académie Royale des Sciences, & de la
Société Royale de Londres.*



A P A R I S,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. D C C X L.

i 1538083x



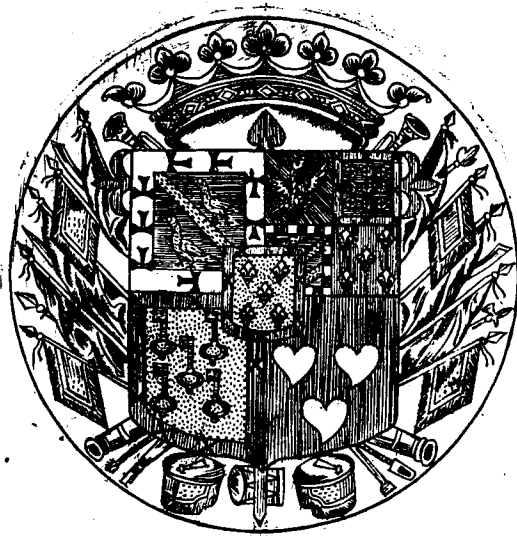
P R E F A C E.

L'ASTRONOMIE est une Science qui a pour objet la contemplation de tous les Astres ou Corps Célestes.

Elle enseigne à déterminer leur situation dans le Ciel, leur mouvement, leur grandeur & leur distance. Elle sert à régler les temps & les saisons, en nous donnant la mesure des années, des mois & des jours. C'est par son secours que l'on peut découvrir la grandeur de la Terre & sa figure, la situation de toutes ses parties les unes à l'égard des autres, de même que leur étendue, leurs limites, & tout ce qui concerne la Géographie. Elle est aussi la guide la plus sûre que l'on ait dans la Navigation; & l'usage que l'on en a fait pour découvrir des terres inconnues, & étendre le Commerce dans les pays de la Terre les plus reculés, nous fait assez voir de quelle utilité elle doit être pour le bien du Public.

Si l'on considère son origine, elle est aussi ancienne que celle du monde. La révolution journalière du Soleil distingua le premier jour, de la première nuit. Le mouvement propre de la Lune autour de la Terre, nous donna la mesure des mois; & celui du Soleil, nous fixa le cours de l'année.

Des objets si admirables par leur éclat, leur beauté & leur variété attirèrent l'admiration & la curiosité de nos premiers Peres; ils en contemplèrent la disposition; & la



ANTON HILF...
1775

nécessité où ils se trouvèrent d'y avoir recours pour établir quelque ordre, tant dans les affaires de la société civile, que dans les jours destinés à l'exercice de la Religion, les obligea d'en faire une étude particulière.

Les Histoires sacrées nous fournissent des preuves authentiques de cette vérité. Les années qu'ont vécu les Patriarches, avant le déluge, sont marquées distinctement dans la Genèse ; & l'on n'auroit pas pû en tenir compte, sans la connoissance du cours du Soleil, qui fixe la grandeur de ces années. Leurs mois étoient aussi réglés par le cours de la Lune, & l'histoire du déluge où l'on en tient compte, nous en fournit un témoignage certain.

A des autorités si respectables, on peut ajouter ce que Joseph rapporte dans son histoire des Juifs, qu'on doit aux descendants de Seth la science des Astres & la connoissance des choses célestes ; & qu'ayant appris d'Adam, que le monde périroit par l'eau & par le feu, la crainte qu'ils eurent que les découvertes qu'ils avoient faites dans l'Astronomie, ne vinssent à se perdre & à être ensevelies dans l'oubli, les porta à élever deux colonnes, l'une de brique & l'autre de pierre, sur chacune desquelles ils gravèrent les connoissances qu'ils avoient acquises, afin que s'il arrivoit qu'un déluge ruinât la colonne de brique, celle de pierre demeurât, pour conserver à la postérité la mémoire de ce qu'ils y avoient écrit. Il ajoute même que cette prévoyance leur réussit, puisqu'on disoit de son temps, que cette colonne se voyoit dans la Syrie.

Cet Auteur étoit si fort persuadé de l'utilité de l'Astronomie, qu'il ne fait pas de difficulté d'avancer que Dieu avoit prolongé la vie aux premiers hommes, non-seulement pour récompenser leur vertu, mais aussi pour leur donner

le moyen de perfectionner l'Astronomie & la Géométrie, qu'ils avoient inventées ; ce qu'ils n'auroient pû faire s'ils avoient vécu moins de six cens ans, parce que ce n'est qu'après la révolution de six siècles, que s'accomplit la grande année. Il appuye son témoignage sur l'autorité de tous ceux qui ont écrit l'histoire, tant des Grecs que des autres Nations, entre lesquels il cite Manethon, Berose, Mochus, Hesticeus & Jérôme l'Egyptien.

L'Astronomie s'étant ainsi préservée par la sage prévoyance de nos premiers Peres, du naufrage universel qui avoit inondé toute la Terre, fut cultivée par les descendants de Noë. Les Histoires profanes font mention d'Uranus Roy des peuples qui habitoient les bords de l'Océan Atlantique, qui passa pour être de la race des Dieux, parce qu'il avoit la connoissance du Ciel. Prométhée Roy de Scythie, que l'on croit fils de Japhet & petit-fils de Noë, enseigna à son peuple la science des Astres, ce qui a fait dire aux Poètes qu'il avoit dérobé le feu du Ciel. Enfin, Zoroastre Roy de la Bactriane s'acquit une gloire immortelle, parce qu'il excelloit dans l'Astronomie.

Quoi qu'il en soit, il paroît certain que les Chaldéens cultivoient cette science peu de temps après le déluge. Philon rapporte que Tharé, qui étoit né plus de cent ans avant la mort de Noë, enseigna l'Astronomie à son fils Abraham ; & Joseph assure que la connoissance qu'eut Abraham, du cours du Soleil, de la Lune & des Étoiles, lui avoit fait juger qu'il y a quelque Puissance supérieure qui regle leurs mouvements, & sans laquelle toutes choses tomberoient dans la confusion & le désordre. Ces motifs lui donnèrent la hardiesse de soutenir qu'il n'y a qu'un Dieu, que l'Univers est l'ouvrage de ses mains, & que c'est à sa

seule bonté, & non pas à nos propres forces, que nous devons attribuer tout notre bonheur.

Ce que nous venons de rapporter, suffit pour prouver l'excellence de l'Astronomie, & l'antiquité de son origine; ceux qui voudront s'instruire de tout ce qui a été fait dans la suite des temps pour le progrès de cette science, pourront voir le *Traité de l'origine & du progrès de l'Astronomie*, par mon Pere, qui est imprimé dans les anciens *Mémoires de l'Académie*: je me contenterai de faire remarquer ici, que la plus grande partie des découvertes & recherches curieuses en Astronomie, dont on a tâché de faire usage dans cet ouvrage, sont dûes aux grands E'tablissemens que le feu Roy a faits pour le progrès des Sciences, de même qu'à la protection que le Roy veut bien leur accorder, à l'exemple de son auguste Bisayeul.

Personne n'ignore que de tous les édifices qui ont été construits jusqu'à présent, pour travailler aux Observations Astronomiques, aucun n'égale, ni même approche de la magnificence de l'Observatoire Royal de Paris.

Sa fondation a la même origine que celle de tout ce qui fut entrepris dans le siècle précédent, pour l'avancement des Sciences & des Arts, sous un Ministère éclairé, où l'on sçavoit que leur progrès étoit un des moyens des plus assurés pour procurer le bien de l'E'tat.

Ce même goût qui s'est conservé depuis ce temps-là, n'a jamais paru avec plus d'éclat que sous ce Ministère, qui sera regardé par la postérité, comme mémorable, par tous les grands ouvrages qui y ont été entrepris depuis plusieurs années, & dont les guerres, ordinairement si contraires aux progrès des Sciences, n'ont pas même pu interrompre l'exécution.

On avoit regardé d'abord comme une grande entreprise de mesurer l'étendue d'un degré, ou environ, d'un Méridien de la Terre, & d'en déterminer la grandeur par les Observations Astronomiques comparées aux mesures Géométriques; & c'étoit en effet le seul ouvrage en ce genre, qui eût été jusqu'alors exécuté avec précision. On avoit ensuite à plusieurs reprises différentes, décrit de la même manière, la Méridienne qui traverse la France depuis une extrémité du Royaume jusqu'à l'autre; mais on a dans ces temps-ci beaucoup encheri sur ces ouvrages, puisque depuis l'année 1733, jusqu'à présent, on travaille sans aucune interruption à tracer dans la France, diverses Méridiennes & Paralleles, & à déterminer par le secours de l'Astronomie jointe aux opérations Géométriques, la position de toutes les Villes & lieux principaux du Royaume; ouvrage qui, sans parler des avantages que l'on en doit retirer pour le bien de l'E'tat, doit être d'une grande utilité pour le progrès de l'Astronomie, puisque connoissant par ce moyen avec la dernière précision, la différence de longitude & de latitude entre tous les lieux de la France & l'Observatoire de Paris, on pourra profiter de toutes les Observations qui ont été faites, & qui se feront dans la suite, dans tous ces différents endroits, en les réduisant à un même lieu.

Mais quelque grandes que fussent ces entreprises, on n'a pas cru devoir les borner à l'intérieur de la France.

On avoit déjà envoyé en 1671 & 1672 des Astronomes de l'Académie Royale des Sciences, d'une part en Danemarck, à Uranibourg, lieu célèbre par les Observations qui y ont été faites par Tycho, & de l'autre part dans l'Amérique, à Cayenne, pour constater les principaux Eléments de l'Astronomie, tels que les Réfractions, la Parallaxe du

Soleil & de la Lune, l'Obliquité de l'E'cliptique, &c. On a dans ces temps-ci entrepris de porter les mêmes recherches à une plus grande précision, & d'en faire de nouvelles pour déterminer la figure de la Terre, en envoyant vers le Nord, dans des Pays les plus éloignés qu'il seroit possible, & vers le Midi sous l'E'quateur même, des Observateurs dont la pénétration n'a rien laissé échapper jusqu'à présent de tout ce qui pouvoit être utile aux progrès des Sciences. Nous avons déjà le résultat des Observations qui ont été faites vers le Nord; & nous espérons recueillir une moisson encore plus abondante, après le retour des Astronomes qui sont actuellement au Pérou.

Il est vrai que l'on n'a pas pû encore mettre à profit dans ces E'léments que je donne au Public, toutes les connoissances que l'on peut retirer des Observations qui ont été faites dans ces différents voyages; mais aussi je ne me flate pas de les avoir portés à la plus grande perfection à laquelle on peut aspirer.

Les Anciens avoient fait des Observations, qui, quoique imparfaites, ne laissent pas d'être très-précieuses, & fort utiles pour déterminer les mouvements des Planetes, par la comparaison de ces Observations avec celles que nous avons faites avec beaucoup plus de précision. Celles que l'on fera dans la suite, serviront de plus en plus à perfectionner l'Astronomie, & l'on aura toujours beaucoup à y travailler.

La Terre & tous les Corps Célestes qui l'environnent, sont disposés à diverses distances les uns à l'égard des autres, avec de certains degrés de mouvements; & quelque système que l'on suive, tous ces Corps doivent avoir quelque action les uns sur les autres, soit par l'entremise de la matière qui les sépare suivant les regles de Mécanique, soit
par

par la volonté du Créateur, qui leur a imposé de certaines loix. Comment déterminer dans chacun de ces Corps, l'effet d'un si grand nombre de combinaisons, & quelle étendue de génie ne faudroit-il pas avoir pour le faire avec succès?

Aussi, bien-loin de s'étonner qu'après tant d'Observations, on ne soit pas encore parvenu à une plus grande précision dans la détermination du mouvement des Astres, n'a-t-on pas plus sujet d'admirer qu'on ait pû trouver le moyen de déterminer, par exemple, à quelques minutes d'heure près, les E'clipses du Soleil & de la Lune?

Mais outre les variations qui peuvent être produites par l'action réciproque des Corps les uns sur les autres, ne peut-il pas y en avoir quelques-unes causées par quelques effets dans la Nature, dont nous n'avons point encore de connoissance?

Avant la découverte de la propagation de la Lumière, on ne se seroit jamais imaginé que ce qui sert à nous faire appercevoir les Astres, fût cause que nous ne les voyons pas dans l'endroit où ils sont réellement: cependant il résulte de la Théorie ingénieuse de M. Bradley, que cette propagation de la Lumière les écarte en apparence de leur véritable situation; & les Observations que l'on en a faites depuis quelques années, ont confirmé cette découverte, dont nous n'avons pas pû faire d'usage dans ces E'léments d'Astronomie, ni dans les Tables que l'on avoit même commencé d'imprimer avant que l'on en eût fait ici des Observations.

Mais, sans chercher ailleurs d'autres causes de dérangement dans le cours des Astres, pouvons-nous être assurés qu'étant sujets, comme on l'a reconnu, à différentes inégalités, ils persévèrent toujours dans le même degré

de mouvement, fans qu'il y arrive aucune altération par la suite des siècles ?

Il est vrai que la plûpart des Observations anciennes, comparées avec les nôtres, semblent appuyer ce sentiment, qui est reçu généralement de tous les Astronomes, & dont nous n'oserions nous écarter sans avoir des preuves bien complètes du contraire ; mais aussi il y en a beaucoup d'autres qui paroissent ne s'y pas accorder.

L'on a déterminé, par exemple, le mouvement des Etoiles fixes (ou, ce qui revient au même, celui de la Terre autour de son axe) par la comparaison de nos Observations avec celles qui avoient été faites par les Anciens, & on a trouvé que ce mouvement étoit plus prompt que celui que l'on a déterminé en dernier lieu par les seules Observations modernes comparées ensemble, qui ont été faites à un intervalle suffisant pour pouvoir le déterminer avec précision.

Doit-on attribuer cette différence au défaut des Observations, ou à quelque inégalité réelle dans ce mouvement ? C'est cependant sur les distances des Etoiles aux Planetes, que sont fondées principalement les Observations des Anciens. Si donc l'on a supposé le mouvement des Etoiles fixes, plus prompt ou plus lent qu'il n'a été réellement, on aura la situation des Planetes par les Observations anciennes, différente de celle où on a dû les appercevoir, ce qui produira quelqu'erreur dans la quantité de leurs mouvements.

Mais quand même il seroit tel qu'on l'a supposé, peut-on s'affûrer que les Orbes que les Planetes décrivent, ont toujours conservé la même figure & la même excentricité, & qu'ils ayent toujours été inclinés les uns à l'égard des autres, d'une égale quantité ?

L'Ecliptique même, sur le plan de laquelle se fait le mouvement du Soleil ou de la Terre, a-t-elle toujours eu la même inclinaison à l'égard de l'Equateur ?

Si l'on compare les Observations des Anciens avec les nôtres, cette inclinaison paroît variable, comme il y a bien de l'apparence ; mais quelle est la progression de cette variation, & où en sera le terme ? Ira-t-elle se réunir à l'Equateur, pour rendre les jours égaux aux nuits par toute la Terre ; ou bien, après s'en être approchée par la suite des temps, d'une certaine quantité, par un mouvement de libration, comme l'ont supposé divers Astronomes, s'en retournera-t-elle à la situation où elle étoit anciennement ?

Après avoir exposé en abrégé les difficultés qui restent à surmonter pour porter l'Astronomie à une plus grande perfection, il me reste présentement à rendre compte du dessein que je me suis proposé dans cet ouvrage, & de l'ordre que j'y ai observé.

Comme on n'avoit point encore d'Eléments d'Astronomie écrits en François, & que le Public sembloit le desirer, j'ai cru devoir préférer cette Langue à toute autre, pour instruire ceux de la Nation qui voudront s'appliquer à l'Astronomie ; d'autant plus que la Langue Françoisé est si fort répandue dans tous les pays de l'Europe, qu'il n'y a guères de gens de lettres qui n'en ayent une connoissance suffisante pour entendre tout ce qui est rapporté dans cet ouvrage.

La méthode que j'ai suivie, a été de ne supposer, autant qu'il a été possible, que ce qui étoit parfaitement connu, & de passer des notions les plus simples, à celles qui paroissent les plus composées. Je dis autant qu'il a été possible, car il y a des recherches en Astronomie qui sont tellement compliquées, qu'il faut nécessairement en supposer quelques-

unes qui ne font pas encore parfaitement connues, pour en déduire celles que l'on veut trouver.

Comme l'Astronomie consiste principalement à mesurer le mouvement des Astres & leurs distances entr'eux, on a supposé que ceux qui veulent s'en instruire, ont quelques connoissances de la Géométrie ordinaire, que l'on n'y a cependant employé que dans ce qui étoit nécessaire pour l'intelligence de cet ouvrage, afin qu'il n'y eût presque personne qui ne fût en état de profiter d'une partie de ce qui y est contenu.

On a supposé aussi que le Lecteur auroit quelque teinture de la Trigonométrie rectiligne & sphérique, & sçauroit au moins en mettre les regles en pratique.

On n'a pas jugé devoir donner au commencement de cet ouvrage, des principes de la Sphere, qui doivent précéder ceux de l'Astronomie, parce qu'il y a peu de personnes qui les ignorent. Cependant, comme les termes n'en pourroient pas toujours être familiers, & qu'on en a souvent besoin pour l'intelligence du discours, on a cru devoir en donner l'explication, ou du moins la définition, en les appliquant à une figure de la Sphere, pour en retracer le souvenir.

On a ensuite traité des différents Systemes, parce que comme les mouvements des Planetes se font la plupart autour du Soleil, & qu'on a besoin de les rapporter à la Terre, d'où nous les observons, il faut d'abord bien concevoir, du moins celui de Tycho, avant que de considérer, suivant celui de Copernic, tous ces mouvements à l'égard du Soleil, où nous ne pouvons les transporter qu'avec quelque effort d'imagination; quoique suivant ce dernier Systeme une fois bien entendu, ces mouvements paroissent beaucoup plus

simples & plus susceptibles des raisons physiques qui servent à les expliquer.

On a ensuite donné les regles de la Réfraction & de la Parallaxe, qui font voir les Etoiles dans des situations différentes de celles où on les appercevroit réellement si on les observoit du centre de la Terre, & qui varient suivant les différents endroits où nous nous trouvons sur sa surface, & suivant les différentes hauteurs des Astres.

Ces connoissances nous ont paru devoir précéder la Théorie des Planetes & des Etoiles fixes.

J'ai ensuite distribué cet ouvrage en neuf livres.

Dans le premier, on traite des Etoiles fixes, de leurs mouvements & des découvertes qu'on y a faites par rapport aux Etoiles nouvelles & changeantes. L'on y a aussi donné la méthode de déterminer dans le Systeme de Copernic, leurs distances à la Terre, & leur grandeur, par le moyen de la Parallaxe de l'Orbe annuel.

Le second livre traite du Soleil & de sa révolution autour de son axe, ce qui a donné occasion de parler des Taches qui ont servi à découvrir sa révolution, & d'en donner la théorie.

Avant que d'expliquer de quelle manière l'on conçoit son mouvement apparent autour de la Terre, qui se fait suivant un grand cercle de la Sphere, qu'on nomme *Ecliptique*, il a été nécessaire d'exposer les recherches qui ont été faites pour connoître la situation de ce cercle par rapport aux autres cercles de la Sphere, & de faire remarquer les variations que l'on a observées dans son inclinaison à l'égard de l'Equateur. On a ensuite donné les différentes hypotheses, tant anciennes que modernes, qui servent à représenter son mouvement, de même que diverses méthodes

que l'on peut employer pour déterminer le lieu de son Apogée & de son Périgée, l'excentricité de son Orbe, & sa plus grande Équation ; & l'on a déterminé la grandeur de l'année, par les Observations, tant des Équinoxes, que des Solstices, que l'on a eu soin de rapporter.

Le troisième livre renferme la théorie de la Lune, suivant les principes de mon Pere, à laquelle j'ai cru devoir faire quelques additions pour la rendre plus conforme aux observations. On y a traité au commencement, de la libration de cette Planete, ou de sa révolution autour de son axe.

Le quatrième livre traite de Saturne, où j'ai parlé d'abord des bandes que l'on avoit remarquées sur son globe, & de l'apparence de l'Anneau qui l'environne, dont il n'y a aucun autre exemple dans le Ciel. J'ai ensuite exposé la théorie des mouvements de cette Planete, que l'on a déduit principalement des Observations de son Opposition avec le Soleil, qui y sont rapportées.

Dans le cinquième livre, après avoir parlé des bandes que l'on a remarquées sur le disque de Jupiter, & des taches qui ont servi à déterminer la révolution de cette Planete autour de son axe, j'ai donné la théorie de son mouvement autour du Soleil, à peu-près de la même manière que celle de Saturne.

Le sixième livre traite de Mars, de ses taches, de sa révolution autour de son axe, & de la théorie de son mouvement autour du Soleil, au sujet de laquelle Képler a fait un excellent Traité, dans lequel il a exposé son hypothese, que j'ai suivie dans toutes les Planetes, par préférence à toutes les autres, comme étant la plus conforme aux Observations Astronomiques.

Dans le septième livre, j'ai d'abord considéré la révolution de Venus autour de son axe, qui, suivant mon Pere, n'est que d'environ 23 heures, & diffère beaucoup de celle que M. Bianchini lui a attribuée d'un peu plus de 23 jours dans un ouvrage imprimé à Rome en 1725, ce qui m'a engagé à y insérer une Dissertation, pour prouver que les Observations modernes ne concluent rien qui soit contraire à celles que mon Pere avoit faites en 1666 & 1667, dont il s'étoit servi pour déterminer cette révolution.

A l'égard du mouvement de cette Planete autour du Soleil, après avoir exposé la théorie des Anciens, & examiné les Observations qu'ils nous en ont laissées, j'ai trouvé que pour déterminer avec précision, les mouvements de cette Planete, on devoit y employer par préférence les Observations modernes, c'est-à-dire, celles qui ont été faites depuis le célèbre passage de Venus devant le Soleil, observé par Horoccius en 1639, jusqu'à présent ; & cette recherche m'a si bien réussi, que presque toutes les Observations que j'ai eu lieu de comparer avec ce qui résulroit de cette théorie, s'y accordent avec une précision qui égale à peu-près celle des mouvements du Soleil ou de la Terre, qui sont les plus parfaitement connus.

Le huitième livre traite de Mercure, dont on n'a pas encore distingué de mouvement autour de son axe, ce qui vient apparemment de ce que cette Planete s'écartant fort peu des rayons du Soleil, son disque ne paroît jamais bien terminé, & qu'on y apperçoit des variétés de couleurs qui empêchent de distinguer s'il y a des taches ou non.

On a été aussi obligé dans la Théorie de cette Planete, de n'y employer que les Observations modernes, qui ne sont pas en grand nombre, parce qu'on ne le voit dans ses

Conjonctions que lorsqu'il passe devant le disque du Soleil, ce qui n'est encore arrivé que huit fois; & que hors de ses Conjonctions on ne l'aperçoit ordinairement que vers ses plus grandes digressions, où les moindres erreurs en causent de fort grandes dans sa situation sur son Orbe. On n'a pas laissé cependant de déterminer par les Observations modernes, sa situation, avec une précision qui semble surpasser celle de la plupart des autres Planetes.

On a enfin terminé cet ouvrage par un Abregé de la theorie des Satellites de Jupiter & de Saturne, où l'on a eu soin de rapporter ce que l'on a remarqué de plus singulier dans les apparences de ces Satellites.



TABLE

T A B L E
D E S M A T I E R E S
C O N T E N U E S
D A N S C E V O L U M E.

	Page
I. <i>D</i> ES Cercles de la Sphere.	1
II. Des Systemes du Monde.	6
<i>Du Systeme de Ptolemée.</i>	7
<i>Du Systeme de Copernic.</i>	9
<i>Du Systeme de Tycho-Brahé.</i>	11
III. Des Réfractions Astronomiques.	11
<i>Première Méthode de déterminer les Réfractions.</i>	13
<i>Seconde Méthode de déterminer les Réfractions.</i>	14
IV. De la Parallaxe.	17
<i>Première Méthode de déterminer la Parallaxe.</i>	19
<i>Seconde Méthode de déterminer la Parallaxe.</i>	23

LIVRE I. DES ÉTOILES FIXES. 32

CHAPITRE I. <i>De la situation des Étoiles fixes entr'elles & par rapport aux Cercles de la Sphere.</i>	32
CHAP. II. <i>Des Constellations.</i>	36
CHAP. III. <i>De la Lumière des Étoiles fixes.</i>	42

T A B L E

CHAP. IV. <i>Du Mouvement apparent des Etoiles fixes en Longitude.</i>	43
CHAP. V. <i>De la Grandeur des Etoiles fixes, & de leur Distance à la Terre.</i>	50
CHAP. VI. <i>Des Etoiles Nouvelles.</i>	57
CHAP. VII. <i>Des Etoiles Nébuleuses</i>	77

LIVRE II. DU SOLEIL. 80

CHAPITRE I. <i>Des Taches du Soleil.</i>	81
CHAP. II. <i>De la Révolution du Soleil autour de son axe.</i>	86
PROBLEME I. <i>Déterminer sur le Disque apparent du Soleil, la situation du Parallele qu'il décrit par rapport à l'Ecliptique.</i>	87
PROBLEME II. <i>Déterminer dans le Disque du Soleil la situation des Taches par rapport à l'Ecliptique.</i>	91
PROBLEME III. <i>Déterminer par le moyen des Observations des Taches, la situation du Pole de la Révolution du Soleil autour de son axe, & l'inclinaison de cet axe à l'égard de l'Ecliptique.</i>	94
PROBLEME IV. <i>Déterminer pour tous les jours de l'année, la situation apparente du Pole de la Révolution du Soleil, sur son Disque, & les Ellipses que les Taches doivent paroître décrire par la Révolution du Soleil autour de son axe.</i>	101
PROBLEME V. <i>Déterminer le temps de la Révolution des Taches ou du Globe du Soleil autour de son axe.</i>	103
CHAP. III. <i>De l'Obliquité de l'Ecliptique.</i>	106
CHAP. IV. <i>Du Mouvement vrai ou apparent du Soleil à l'égard de la Terre.</i>	114
<i>Première Méthode de déterminer le Mouvement vrai ou apparent du Soleil.</i>	114
<i>Seconde Méthode.</i>	117
<i>Troisième Méthode.</i>	119

D E S M A T I E R E S.

<i>Quatrième Méthode.</i>	119
<i>Cinquième Méthode.</i>	121
CHAP. V. <i>De la Grandeur apparente du Diametre du Soleil, & du rapport de sa plus grande à sa plus petite Distance de la Terre.</i>	122
CHAP. VI. <i>Des Hypotheses qui servent à représenter le Mouvement apparent du Soleil, & sa Distance à la Terre.</i>	128
I. <i>De l'Hypothese du Mouvement circulaire du Soleil autour de la Terre.</i>	129
II. <i>Du Mouvement du Soleil autour d'une Ellipse.</i>	134
<i>De l'Hypothese Elliptique simple.</i>	134
<i>De l'Hypothese de Képler.</i>	140
III. <i>Autre Hypothese du Mouvement apparent du Soleil autour de la Terre.</i>	149
CHAP. VII. <i>De l'Equation des Jours, ou de la différence entre le Temps véritable & le Temps moyen.</i>	151
CHAP. VIII. <i>De l'Apogée & du Périgée du Soleil, de l'Excentricité de son Orbe, & de sa plus grande Equation.</i>	156
<i>Première Méthode de déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil, l'Excentricité de son Orbe & sa plus grande Equation.</i>	157
<i>Seconde Méthode.</i>	158
<i>Troisième Méthode.</i>	158
<i>Quatrième Méthode.</i>	159
<i>Cinquième Méthode.</i>	168
<i>Sixième Méthode.</i>	172
<i>Septième Méthode.</i>	178
<i>Huitième Méthode.</i>	182
<i>Neuvième Méthode.</i>	187
CHAP. IX. <i>Du Mouvement de l'Apogée & du Périgée du Soleil.</i>	193
CHAP. X. <i>De la Grandeur de l'Année Solaire.</i>	197

T A B L E

<i>Première Méthode de déterminer la grandeur de l'Année Solaire, par le lever & le coucher du Soleil.</i>	201
<i>Seconde Méthode, par les Observations des Etoiles fixes comparées à celles du Soleil.</i>	202
<i>Troisième Méthode, par les Hauteurs Méridiennes du Soleil.</i>	204
<i>Quatrième Méthode, par les Observations des Equinoxes.</i>	207
<i>Equinoxes observés à Paris.</i>	209
<i>Equinoxe observé par Hipparque.</i>	211
<i>Equinoxes observés par Ptolemée.</i>	217
<i>Equinoxe observé par Albategnius.</i>	219
<i>Equinoxes observés à Nuremberg.</i>	220
<i>Equinoxes observés par Copernic à Fruemberg.</i>	222
<i>Equinoxes observés à Cassel.</i>	224
<i>Equinoxes observés par Tycho.</i>	226
<i>Equinoxes observés à Bologne.</i>	230 & 231
<i>Cinquième Méthode de déterminer la grandeur de l'Année Solaire, par les Observations des Solstices.</i>	233
<i>Solstices observés à Paris.</i>	242
<i>Solstice observé à Athènes le 27 Juin de l'année 431 avant J. C.</i>	244
<i>Solstice observé à Alexandrie le 24 Juin de l'année 140 après J. C.</i>	245
<i>Solstices observés à Nuremberg.</i>	247
<i>Solstices observés à Uranibourg.</i>	248

LIVRE III. DE LA LUNE. 251

CHAPITRE I. <i>Des Phases de la Lune.</i>	251
CHAP. II. <i>Des Taches de la Lune.</i>	253
CHAP. III. <i>De la Libration apparente de la Lune, ou de la Révolution de la Lune autour de son axe.</i>	255
I. <i>De l'Apparence du Mouvement propre des Etoiles fixes à l'égard de la Lune.</i>	260
II. <i>De l'Apparence de la Libration de la Lune à l'égard des Etoiles fixes.</i>	261,
III. <i>De l'Apparence de la Libration de la Lune à l'égard du Soleil.</i>	263

D E S M A T I E R E S.

<i>Méthode de déterminer la situation apparente des Taches de la Lune pour tous les temps de l'année.</i>	265
CHAP. IV. <i>De l'Inclinaison de l'Orbite de la Lune à l'égard de l'Ecliptique.</i>	271
<i>De la Variation de l'inclinaison de l'Orbite de la Lune.</i>	272
CHAP. V. <i>De la situation des Nœuds de la Lune sur l'Ecliptique.</i>	278
<i>Première Méthode de déterminer les Nœuds de la Lune.</i>	278
<i>Seconde Méthode, par les Eclipses.</i>	279
CHAP. VI. <i>Du Mouvement des Nœuds de la Lune.</i>	283
CHAP. VII. <i>Du Mouvement vrai de la Lune à l'égard de la Terre.</i>	289
<i>Première Méthode de déterminer le vrai lieu de la Lune.</i>	290
<i>Seconde Méthode.</i>	291
CHAP. VIII. <i>Des moyens Mouvements de la Lune.</i>	292
CHAP. IX. <i>Des E'poques des moyens Mouvements de la Lune, de la situation de son Apogée, & de sa première Inégalité.</i>	296
<i>Première Méthode de déterminer l'Epoque des moyens Mouvements de la Lune, le lieu de son Apogée, & sa première Inégalité.</i>	297
<i>Seconde Méthode.</i>	303
CHAP. X. <i>Du Mouvement de l'Apogée de la Lune.</i>	307
CHAP. XI. <i>De la première E'quation Solaire.</i>	312
CHAP. XII. <i>De la seconde E'quation Solaire.</i>	315
CHAP. XIII. <i>De la seconde Inégalité de la Lune.</i>	317
<i>Méthode de déterminer la seconde Inégalité de la Lune dans l'hypothese Elliptique simple.</i>	320
<i>Méthode de déterminer la seconde Inégalité de la Lune dans l'hypothese de Képler.</i>	322
CHAP. XIV. <i>De la troisième & dernière Inégalité de la Lune.</i>	325

TABLE

Méthode de déterminer le lieu de l'Orbite de la Lune, où sa troisième Inégalité est la plus grande possible, & la quantité de cette plus grande Inégalité. 330

CHAP. XV. *De la grandeur apparente du Diametre de la Lune.* 332

LIVRE IV. DE SATURNE. 335

CHAPITRE I. *Du Globe & de l'Anneau de Saturne.* 335

CHAP. II. *Des Mouvements de Saturne.* 340

Première Méthode de déterminer le temps & le lieu d'une Opposition de Saturne avec le Soleil, par l'Observation de sa distance à diverses Etoiles fixes. 341

Seconde Méthode de déterminer l'Opposition de Saturne avec le Soleil, par son passage par le Méridien, ou par un Cercle Horaire comparé à une Etoile fixe. 345

Troisième Méthode de déterminer le temps & le lieu de l'Opposition de Saturne avec le Soleil, par l'Observation de son passage par le Méridien. 347

Opposition de Saturne avec le Soleil, observée par les Chaldéens. 349

Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées par Ptolémée à Alexandrie. 354

Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées par Tycho. 355

Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées par Longomontanus, par le P. Riccioli à Bologne, & par le P. Muti à Majorque. 356

Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées par Hevelius à Dantzick. 357

Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées par Flamsteed à Greenwich. 358

Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées à Paris. 359

CHAP. III. *Des moyens Mouvements de Saturne.* 361

CHAP. IV. *De l'Aphélie de Saturne, & de la plus grande Equation de son Orbe.* 365

CHAP. V. *Du Mouvement de l'Aphélie de Saturne.* 371

CHAP. VI. *De la seconde Inégalité de Saturne, & du rapport de sa Distance au Soleil & à la Terre.* 375

DES MATIERES.

Autre Méthode de déterminer le rapport de la Distance de Saturne au Soleil & à la Terre dans son Aphélie ou Périhélie, & tous les degrés de son Orbe. 381

CHAP. VII. *Des Nœuds de Saturne.* 385

Première Méthode de déterminer le vrai lieu des Nœuds de Saturne, leur Epoque, ou le temps que cette Planete est arrivée à l'un de ces Nœuds. 385

Seconde Méthode de déterminer le vrai lieu des Nœuds de Saturne. 387

Troisième Méthode de déterminer le vrai lieu des Nœuds de Saturne. 389

CHAP. VIII. *De l'Inclinaison du plan de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Ecliptique.* 392

Première Méthode de déterminer l'Inclinaison du plan de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Ecliptique. 392

Seconde Méthode. 395

CHAP. IX. *Du Mouvement des Nœuds de Saturne.* 397

LIVRE V. DE JUPITER. 402

CHAPITRE I. *Du Globe de Jupiter, & de sa Révolution autour de son axe.* 402

CHAP. II. *Des Mouvements de Jupiter.* 409

Oppositions de Jupiter avec le Soleil, observées par divers Astronomes. 416 & suiv.

CHAP. III. *Des moyens Mouvements de Jupiter.* 419

CHAP. IV. *De l'Aphélie de Jupiter, de l'Excentricité de son Orbe, & de sa plus grande Equation.* 422

CHAP. V. *Du Mouvement de l'Aphélie de Jupiter.* 428

CHAP. VI. *Détermination plus exacte des moyens Mouvements de Jupiter.* 430

CHAP. VII. *De la seconde Inégalité de Jupiter, & du rapport de sa Distance au Soleil & à la Terre.* 432

T A B L E

CHAP. VIII. *Des Nœuds de Jupiter.* 438
 CHAP. IX. *De l'Inclinaison de l'Orbite de Jupiter par rapport à l'Écliptique.* 442
 CHAP. X. *Du Mouvement des Nœuds de Jupiter.* 446
 CHAP. XI. *Des Observations de Jupiter, faites hors de ses Oppositions.* 449

LIVRE VI. DE MARS. 457

CHAPITRE I. *Du Globe de Mars, & de sa Révolution autour de son axe.* 457
 CHAP. II. *Des Mouvements de Mars.* 461
 CHAP. III. *Du lieu de l'Aphélie de Mars, & de l'Excentricité de son Orbe.* 471
De la Préférence que l'on doit donner à l'Hypothèse de Képler, ou à l'Élliptique simple. 473
 CHAP. IV. *Détermination plus exacte du moyen Mouvement de Mars, & du vrai lieu de son Aphélie.* 475
 CHAP. V. *De la seconde Inégalité de Mars, & du rapport de sa Distance au Soleil & à la Terre.* 478
 CHAP. VI. *Des Nœuds de Mars.* 482
 CHAP. VII. *Du Mouvement des Nœuds de Mars.* 489
 CHAP. VIII. *De l'Inclinaison de l'Orbite de Mars par rapport à l'Écliptique.* 491
 CHAP. IX. *Comparaison de diverses Observations de Mars, faites hors de ses Oppositions.* 496

D E S M A T I E R E S.

LIVRE VII. DE VENUS. 509

CHAPITRE I. *De la Révolution de Venus autour de son axe.* 511
 CHAP. II. *Des Mouvements de Venus.* 527
 CHAP. III. *De l'Aphélie de Venus.* 541
 CHAP. IV. *Des moyens Mouvements de Venus.* 545
Observation de Venus sur le disque du Soleil, faite par Horoccius. 550
Détermination plus exacte de la Conjonction de Venus avec le Soleil, du 4 Décembre 1639. 557
Conjonctions de Venus avec le Soleil, observées à Paris. 561
 CHAP. V. *Détermination de l'Aphélie de Venus, de l'Excentricité de son Orbe & de sa plus grande É'quation, par les Observations modernes.* 561
 CHAP. VI. *Du Mouvement de l'Aphélie de Venus.* 564
 CHAP. VII. *Détermination des moyens mouvements de Venus, par les Observations modernes.* 565
 CHAP. VIII. *De la seconde Inégalité de Venus, & du rapport de sa Distance au Soleil & à la Terre.* 566
 CHAP. IX. *Du lieu des Nœuds de Venus.* 570
 CHAP. X. *De l'Inclinaison de l'Orbite de Venus par rapport à l'Écliptique.* 573
 CHAP. XI. *Du Mouvement des Nœuds de Venus.* 575
 CHAP. XII. *Comparaison de diverses Observations de Venus.* 576

T A B L E

LIVRE VIII. DE MERCURE. 579

CHAPITRE I.	<i>De la Théorie de Mercure.</i>	580
	<i>Observations du Passage de Mercure devant le Soleil.</i>	581
CHAP. II.	<i>Des moyens mouvements de Mercure.</i>	605
CHAP. III.	<i>De l'Aphélie de Mercure, de l'Excentricité de son Orbe, & de sa plus grande Équation.</i>	607
CHAP. IV.	<i>De la seconde Inégalité de Mercure.</i>	612
CHAP. V.	<i>De l'Inclinaison de l'Orbite de Mercure par rapport à l'Écliptique.</i>	614
CHAP. VI.	<i>Du lieu du Nœud de Mercure.</i>	617
CHAP. VII.	<i>Du Mouvement des Nœuds de Mercure.</i>	619

LIVRE IX.

Des Satellites de Jupiter & de Saturne. 620

CHAPITRE I.	<i>Des Satellites de Jupiter.</i>	621
CHAP. II.	<i>Des moyens Mouvements des Satellites de Jupiter.</i>	625
CHAP. III.	<i>Des Digressions des Satellites de Jupiter.</i>	631
CHAP. IV.	<i>Des Inégalités des Satellites de Jupiter.</i>	633
CHAP. V.	<i>De l'Inclinaison du plan des Orbes des Satellites à l'égard de celui de l'Orbite de Jupiter, & de la situation de leur Nœud.</i>	636

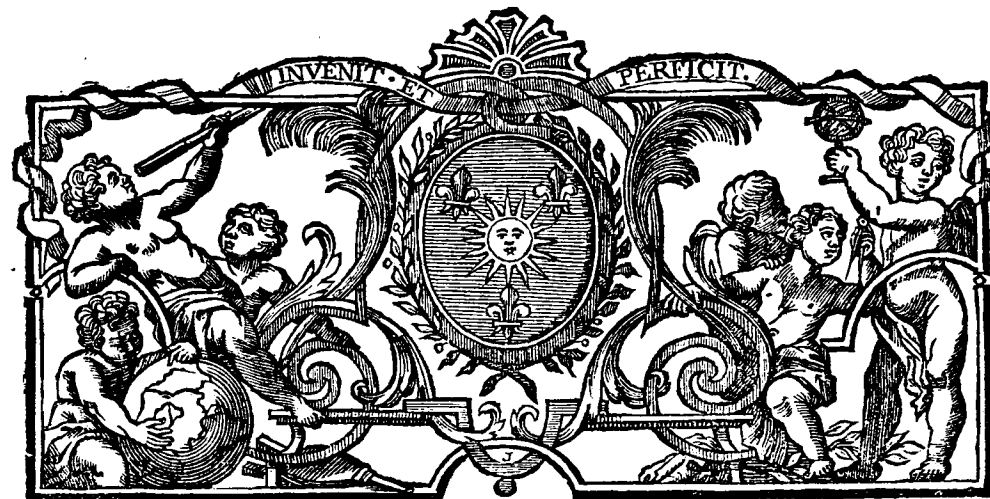
D E S M A T I E R E S.

CHAP. VI.	<i>Des Satellites de Saturne.</i>	638
CHAP. VII.	<i>Des moyens Mouvements des Satellites de Saturne.</i>	639
CHAP. VIII.	<i>De la Digression des Satellites de Saturne.</i>	640
CHAP. IX.	<i>De l'Inclinaison des Orbes des Satellites de Saturne, & de la situation de leur Nœud.</i>	642

Fautes à corriger.

Page	5,	Ligne 21,	lisés : RX, au lieu de PX.
	11,	2,	lis. TS, au lieu de TF.
	11,	11,	lis. Jupiter, Mars, Venus, au lieu de Jupiter, Venus.
	13,		penultième, lis. SI, au lieu de ST.
	62,	3,	lis. BSPC, au lieu de BPC.
	88,	6,	lis. DE, au lieu de DF.
	95,	3 & 33,	lis. Gig, au lieu de GIG.
	99,	5,	lis. EO × OF, au lieu de EOF.
	105,	3,	lis. HG, au lieu de HI.
	124,	25,	lis. de la, au lieu de la de.
	154,	10,	lis. & 24 heures, au lieu de & de celle de l'Étoile.
	167,	22,	lis. FTG, au lieu de FIG.
	173,	22,	lis. aux points C & A, au lieu de aux lignes C & A.
	175,	21,	lis. BGK, au lieu de BGZ.
	200,	23,	lis. ZY, au lieu de SY.
	215,	20,	lis. le Soleil n'avoit pas passé, au lieu de le Soleil avoit passé.
	238,	17,	lis. APB, au lieu de ABP.
	269,	9,	lis. iO, au lieu de io.
	269,	10,	lis. Op, au lieu de op.
	271,	6,	lis. la Tache de la Lune, au lieu de la Lune.
	280,	23,	lis. INL, au lieu de IML.
	292,	2,	lis. Fig. 44, au lieu de Fig. 41.
	295,	28,	lis. Paris, au lieu d'Alexandrie.
	295,	31,	lis. 4 ^h 40', au lieu de 4 ^h 30'.
	320,	30,	lis. ALHB, au lieu de AHBK.

Page 324, Ligne 30, lisez : TK, au lieu de TR.
 327, 7, lisez. Ellipse, au lieu d'Eclipse.
 329, 15, lisez. k, au lieu de K.
 332, 19, lisez. CI, au lieu de KI.
 342, 23, lisez. Bβa, au lieu de βBa.
 342, 34, lisez. oriental, au lieu d'occidental.
 342, 36, lisez. occidental, au lieu d'oriental.
 345, 5, lisez. 11^h 5', au lieu de 14^h 38'.
 347, 1, lisez. 1^h 5' 57", au lieu de 1^h 55' 57".
 398, 34, lisez. l'angle PAR, au lieu de l'arc PAR.
 433, 21, lisez. TS, au lieu de IS.
 467, 10, lisez. 27 Mai, au lieu de 26 Mai.
 479, 22, lisez. TSM, au lieu de STM.
 480, 2, lisez. 0^d 29' 32", au lieu de 0^d 29' 27".
 542, 7, lisez. RG, au lieu de SG.
 542, 24, lisez. SD, au lieu de GD.
 543, 19 & 25, lisez. I, au lieu de E.
 548, penultième, lisez. BβC, au lieu de FβC.
 596, 14, lisez. 3^d 59' 56", au lieu de 4^d 0' 36".
 598, 6, lisez. EA, au lieu de BA.
 808, antepenultième, lisez. Fig. 83, au lieu de Fig. 82.



E' L E M E N T S D' A S T R O N O M I E.

 DES CONNOISSANCES PRELIMINAIRES
 NECESSAIRES POUR L'INTELLIGENCE
 DES E' L E M E N T S D' A S T R O N O M I E.

I.

Des Cercles de la Sphere.



V A N T que de considérer les mouvements des
 Etoiles fixes, du Soleil, de la Lune & des autres
 Planetes, il est à propos de donner quelque notion
 des Cercles de la Sphere, auxquels il est nécessaire de
 les rapporter pour les divers usages auxquels on les
 employe dans l'Astronomie, ce que nous ferons succinctement,
 sans entrer dans le détail de toute la Sphere, dont on suppose que
 le Lecteur a du moins quelque teinture.

A

E' L E M E N T S

Les Anciens ayant attribué à chaque Planete un Ciel ou une Sphere particulière, ont supposé que les Étoiles fixes étoient toutes attachées au huitième Ciel, qu'on nomme autrement *Firmament*, & ils ont jugé que ce Firmament étoit entraîné par un premier mobile, de l'Orient vers l'Occident, dans l'espace d'environ 24 heures, ce qui produit le mouvement journalier apparent des Étoiles fixes.

Ce mouvement se fait autour de deux points P, p , (*Fig. 1.*) supposés fixes dans le Ciel, qu'on nomme *Poles du Monde*. On appelle *Pole Arctique, Boréal ou Septentrional*, celui qui est le plus proche des sept Étoiles de la grande Ourse, & *Pole Antarctique, Austral ou Méridional*, celui qui lui est diamétralement opposé.

La ligne Pp qui joint ces deux Poles, s'appelle *Axe du Monde*. On suppose qu'elle passe par le centre de la Terre, & qu'elle marque sur sa circonférence deux Poles P, p , qui répondent à ceux du Ciel, & ont la même dénomination.

Le grand Cercle de la Sphere $DFEG$, qui est à égale distance des deux Poles, s'appelle *Équateur*. Son plan passé par le centre C de la Terre, & détermine sur sa circonférence un grand Cercle, qu'on nomme *Équateur ou Équinocxial*, parce que ceux qui y habitent, ont les jours égaux aux nuits pendant tout le cours de l'année.

On divise ce Cercle, de même que tous les autres Cercles de la Sphere, en 360 parties égales, qu'on nomme *Degrés*. Chacun de ces degrés se subdivise en 60 minutes, chaque minute en 60 secondes, & chaque seconde en 60 tierces, &c.

Les Cercles que les Étoiles paroissent décrire autour du Pole par leur révolution journalière, s'appellent *Paralleles à l'Équateur*, ou tout simplement *Paralleles*, à quelque distance qu'ils soient de l'un des deux Poles.

Les *Paralleles* ZPR, SpO , qui sont éloignés de $23^d 29'$ ou environ, de chacun des deux Poles, s'appellent *Cercles Polaires*, & on nomme *Tropiques*, les *Paralleles* $HMBN, AYIQ$, qui sont éloignés de part & d'autre de l'Équateur, d'une pareille quantité. Celui qui est vers le Pole Boréal, s'appelle *Tropique de l'Écrevisse*, & on nomme *Tropique du Capricorne*, celui qui est vers le Pole Austral.

Tous les grands Cercles de la Sphere, comme $PXps$, qui passent par les deux Poles & par une Étoile, s'appellent *Cercles de déclinaison*, parce que l'on compte sur eux la distance des Étoiles à l'Équateur, qu'on nomme *Déclinaison*, qui est le complément de leur distance au Pole. Le Cercle $ZAOB$ de déclinaison, qui passe par le Pole P & le point Z du Ciel, qui est perpendiculaire sur notre tête, s'appelle plus particulièrement *Méridien*. On nomme le point Z , *Zénit*, & le point O qui lui est opposé, *Nadir*.

Le Méridien $ZAOB$, sépare en deux parties égales l'horison, qui est le seul Cercle visible que nous ayons dans le Ciel, & que l'on nomme *Horison sensible*, pour le distinguer de l'*Horison rationel* $AFBG$, qui est un grand Cercle de la Sphere qui lui est parallele, & dont l'on suppose que le plan passe par le centre C de la Terre.

La partie de ce Cercle AGB , ainsi partagée par le Méridien, où toutes les Étoiles paroissent se lever, s'appelle *Orientale*, & la partie AFB , où elles paroissent se coucher, se nomme *Occidentale*.

Le point A de l'horison, qui se trouve dans son intersection avec le Méridien, le plus près du Pole Austral, s'appelle *point du Midi ou du Sud*, & le point B qui lui est opposé, & le plus près du Pole Boréal, se nomme *point du Septentrion ou du Nord*.

Les deux points G & F de l'horison, qui sont à égale distance des points du Midi & du Septentrion, se nomment, l'un le *point de l'Est ou de l'Orient*, & l'autre le *point de l'Oüest ou de l'Occident*.

L'arc de l'horison compris entre le point de l'Est, & le lieu où se leve une Étoile, s'appelle *Amplitude ortive*, & on nomme *Amplitude occase*, la distance entre le lieu où une Étoile se couche, & le point de l'Oüest.

Les grands Cercles de la Sphere, comme ZXO, ZAO , qui passent par le Zénit & le Nadir, & coupent l'horison dans deux points diamétralement opposés, s'appellent *Verticaux*.

Celui qui passe par le point de l'Est & de l'Oüest, s'appelle *premier vertical*, qui est ici représenté par la ligne droite ZCO . Il coupe à angles droits le Cercle $ZAOB$, qui passe par les points du Sud & du Nord, & se confond avec le Méridien du lieu où l'on observe. C'est sur ces Cercles que l'on mesure la hauteur apparente des Astres sur l'horison, dont la plus grande est toujours celle qui est prise sur le Méridien.

Les Cercles parallèles à l'horison, comme $aX\beta$, qui terminent la hauteur des Astres, s'appellent *Almicantarath*.

L'Equateur $DFEG$, coupe l'horison rationel $AFBG$ aux deux points G & F de l'Est & de l'Oüest, & paroît diversement élevé sur l'horison des différents lieux de la Terre, suivant qu'ils sont plus près ou plus éloignés des Poles. Il est perpendiculaire sur l'horison de ceux qui sont sur l'Equinoctial. Il s'incline ensuite à mesure qu'on s'en éloigne, & paroît couché sur l'horison de ceux qui sont placés sous l'un des deux Poles.

Les Paralleles à l'Equateur, que les Astres paroissent décrire par leurs révolutions journalières de l'Orient vers l'Occident, sont aussi différemment inclinés sur l'horison de divers lieux de la Terre. Ils sont, de même que l'Equateur, perpendiculaires sur l'horison de ceux qui habitent sous l'Equinoctial, & sont coupés par cet horison en deux parties égales, ce qui rend, pendant chaque révolution journalière, la durée de l'apparition des Astres sur l'horison, égale au temps qu'on cesse de les voir, & les jours égaux aux nuits dans toutes les saisons de l'année. Ces Paralleles sont ensuite coupés en des parties inégales par l'horison, à mesure qu'on s'éloigne de l'Equinoctial, ce qui cause l'inégalité des jours que l'on observe dans les différents climats jusqu'aux Cercles Polaires, où le Soleil paroît, dans le temps des Solstices, un jour entier sans se coucher, & reste un autre jour sous l'horison sans se lever, parce que les paralleles $HMBN$, $AYIQ$, qu'il décrit alors, touchent cet horison sans le couper, le premier au point B , & le second au point A . Cette présence ou absence du Soleil augmente ensuite en s'approchant des Poles, où le Cercle qu'il décrit, étant parallele à l'horison, il est six mois de l'année sans se coucher, & six autres mois sans se lever.

Le grand Cercle de la Sphere $HKIL$, autour duquel le Soleil fait sa révolution annuelle, s'appelle *Ecliptique*. On le suppose placé au milieu d'une bande large d'environ 16 degrés, qu'on nomme *Zodiaque*. On divise le Zodiaque en douze parties égales, chacune de 30 degrés, qu'on nomme *Signes*, & qui répondoient autrefois à 12 Constellations, dont on leur a donné le nom, qui sont le *Belier*, le *Taureau*, les *Gemeaux*, l'*Ecrevisse*, le *Lion*, la *Vierge*, la *Balance*, le *Scorpion*, le *Sagittaire*, le *Capricorne*, le *Verseau* & les *Poissons*.

L'Ecliptique $HKIL$ est inclinée de $23^d 29'$ ou environ à l'Equateur, qu'elle coupe en deux points K , L , opposés l'un à l'autre. L'un de ces points où se trouve le Soleil dans l'Equinoxe du Printemps, s'appelle *le point du Belier*, & celui où est le Soleil dans l'Equinoxe d'Automne, s'appelle *le point de la Balance*. Ce cercle est terminé des deux côtés par les Tropiques $HMBN$, $AYIQ$, de l'Ecrevisse & du Capricorne, qui le touchent en deux points H & I , éloignés, de part & d'autre, de 90 degrés des points du Belier & de la Balance. L'Ecliptique a deux Poles R & S qui sont éloignés de $23^d 29'$ de ceux de l'Equateur, & qui se rencontrent par conséquent sur les Cercles Polaires.

On nomme *Colure des Solstices*, le Méridien ou Cercle de déclinaison $RISH$, qui passe par les Poles de l'Equateur & ceux de l'Ecliptique, & *Colure des Equinoxes*, le Cercle qui passe par les Poles de l'Ecliptique & par les intersections K & L de l'Ecliptique avec l'Equateur, qui est représenté ici par la ligne RS . Ces deux Colures se coupent à angles droits, & divisent l'Ecliptique & l'Equateur en deux parties égales.

Les grands Cercles de la Sphere, comme RTS , qui passent par les Poles de l'Ecliptique & par une Etoile X , s'appellent *Cercles de latitude*, parce qu'on mesure sur ce Cercle, la distance PX de cette Etoile au Pole de l'Ecliptique dont le complément est la latitude.

La distance CT entre le point du Belier & le point de l'Ecliptique où répond le Cercle de latitude $RXTS$, qui passe par une Etoile X , s'appelle *Longitude*, & se compte de l'Occident vers l'Orient, de même qu'on nomme *Ascension droite*, la distance CV entre le point du Belier & le point de l'Equateur où répond le Cercle de déclinaison $PXVp$ qui passe par la même Etoile X .

Dans la Géographie, on nomme *Latitude*, la distance en degrés d'un lieu de la Terre à l'Equinoctial, mesurée sur le Méridien de ce lieu. Cette distance est égale à la hauteur du Pole de ce lieu, & on appelle *Longitude*, la distance d'un lieu au premier Méridien, mesurée sur le Parallele de ce lieu.

La position de ce premier Méridien est arbitraire. Les uns le font passer par le Pic de Ténérif, d'autres, comme les François, par l'Isle de Fer qui est la plus occidentale des Canaries.

Il suffit pour l'Astronomie, de sçavoir les différences de Longitude entre le lieu de la Terre, pour le Méridien duquel les Tables sont calculées, & les différents endroits de la Terre, ce qu'on appelle autrement *Différences de Méridiens*. On les compte en degrés, ou en heures, à raison de 360 degrés pour 24 heures, parce que le Soleil employe 24 heures à retourner au Méridien, & à décrire son Parallele, qui, de même que tous les autres Cercles de la Sphere, se divise en 360 degrés.

I I.

Des Systemes du Monde.

Pour expliquer l'ordre & l'arrangement des parties de l'Univers, & de quelle manière les Corps célestes se meuvent les uns à l'égard des autres, on a imaginé diverses hypotheses, qu'on nomme plus particulièrement *Systemes du Monde*.

Cet arrangement se peut concevoir en plusieurs manières différentes, qui représentent toutes les mêmes apparences.

Les uns ont cru que la Terre étoit placée au centre de l'Univers, que c'est autour d'elle que le Soleil & les Étoiles font non-seulement leur révolution journalière de l'Orient vers l'Occident qui leur est commune à toutes, mais aussi une révolution particulière à chacune d'elles de l'Occident vers l'Orient.

Les autres ayant placé le Soleil immobile au centre du Monde, ont supposé que toutes les Planetes, & même la Terre, font leur révolution particulière autour de cet Astre; & que le mouvement journalier de l'Orient vers l'Occident, n'étoit qu'une apparence produite par la révolution de la Terre autour de son axe, qu'elle acheve dans l'espace de 24 heures, par un mouvement en sens contraire de l'Occident vers l'Orient.

Le sentiment de l'Immobilité de la Terre a été expliqué en deux manières différentes dans les Systemes de Ptolemée & de Tycho.

L'autre sentiment de l'Immobilité du Soleil qui avoit été proposé par Aristarque, Philolaüs & d'autres Philosophes anciens, a été adopté par Copernic, qui en a formé un Systeme, lequel a été suivi par Képler, Galilée, & la plupart des Astronomes modernes.

Nous donnerons une idée abrégée de ces trois Systemes, cette matière ayant été traitée amplement par divers Philosophes & Astronomes.

Du Systeme de Ptolemée.

Il ne fut pas difficile de s'appercevoir d'abord que la Lune étoit de toutes les Planetes celle qui se trouve la plus proche de la Terre. Non-seulement elle nous cache par sa rencontre, les Étoiles fixes, mais même le Soleil & toutes les Planetes. On la voit de divers lieux de la Terre, répondre en même temps à différents endroits du Ciel, & elle éclipsé aux uns des Étoiles, pendant qu'elle en paroît éloignée aux autres. Ces apparences qui, par les raisons d'Optique, doivent être plus grandes, plus les objets sont près de la Terre, étant presque insensibles dans les autres Planetes, il fut aisé de conclure que la Lune en étoit la plus proche. On considéra aussi que son mouvement étoit plus prompt que celui de tous les objets célestes, ce qui donna lieu de juger que plus le mouvement d'une Planete est lent à l'égard des autres, & plus elle est éloignée de la Terre.

Par cette raison, on plaça Mercure au-dessus de la Lune, parce que son mouvement propre parut plus prompt que celui des autres Planetes, ensuite Venus, le Soleil, Mars, Jupiter & Saturne, chacun dans une Sphere particulière. A l'égard des Étoiles fixes dont le mouvement est fort lent, elles furent placées dans une huitième Sphere au de-là des Planetes, à une grande distance, & on donna à toutes ces Spheres un mouvement commun qui les entraînoit autour de la Terre dans l'espace de 24 heures, qu'on appella le *premier Mobile*.

Les trois Planetes qui sont au-dessous du Soleil, sçavoir, la Lune, Mercure & Venus, furent nommées *inférieures*, & les trois autres, Mars, Jupiter & Saturne, *supérieures*. La révolution du Soleil, de même que celle de la Lune, fut représentée par des Cercles excentriques à la Terre, que ces Planetes décrivoient autour de la Terre par un mouvement qui fut nommé *Périodique*.

A l'égard des autres Planetes (*Fig. 2.*) on représenta leurs révolutions par le moyen d'un Cercle excentrique à la Terre, nommé *Déferent*, sur la circonférence duquel étoit placé le centre

d'un Épicycle qui parcouroit cette circonférence par un mouvement périodique, pendant que cette Planete décrivait cet Épicycle par un mouvement beaucoup plus prompt; de sorte que le centre *A* de l'Épicycle *BHCI* de Saturne, par exemple, achevoit sa révolution sur son excentrique *ADEF*, dans l'espace de 30 années, celui de Jupiter en 12, & celui de Mars en près de 2 années, pendant que la Planete placée en *C* sur son Épicycle, parcouroit la circonférence *CIBH* de cet Épicycle dans l'espace d'une année.

Ce fut en cette manière que l'on expliqua d'abord les apparences des mouvements des Planetes, & leurs différentes distances à la Terre, par quelle raison elles paroissent aller d'abord suivant la suite des Signes avec un mouvement rapide qui se ralentissoit peu à peu, jusqu'à ce qu'il fut insensible pendant quelque temps; après quoi elles retrogradoient ou retournoient en arrière, paroissent de nouveau stationnaires, & reprenoient successivement le même cours.

A l'égard de Mercure & de Venus, on jugea que le centre de leur Épicycle étoit sur une ligne qui étant tirée du centre de la Terre, passoit aussi fort près du centre du Soleil, d'où Mercure pouvoit s'éloigner de part & d'autre, par rapport à la Terre, de près de 28 degrés, & Venus de près de 48.

On donna donc à Mercure & à Venus un mouvement apparent périodique, peu différent du mouvement apparent du Soleil, pendant que ces Planetes faisoient leurs révolutions autour de leur Épicycle, par des mouvements fort différents entr'eux.

Pour représenter les différentes distances des Planetes entr'elles, on supposa que la plus petite distance de la Planete supérieure n'excedoit que très-peu la plus grande distance de son inférieure, & ayant déterminé dans chaque Planete la proportion de sa plus petite distance à sa plus grande, qui résultoit de la composition de ses mouvements, on donna à leur Orbe toute l'épaisseur que cette composition demandoit.

Enfin, pour expliquer l'inégalité du mouvement vrai ou apparent des Planetes, Ptolemée supposa que le Soleil avoit un mouvement égal sur la circonférence d'un Cercle excentrique à la Terre, à qui il avoit donné une excentricité suffisante pour représenter toute l'inégalité apparente de son mouvement.

A l'égard

A l'égard des autres Planetes, il supposa que le mouvement du centre de l'Épicycle autour de l'excentrique ou déférent, étoit inégal, plus lent vers l'Apogée que vers le Périgée. Il le réduisoit à l'égalité, en rapportant le mouvement du centre *A* de l'Épicycle à un point *D* (*Fig. 3.*) pris dans la ligne de son Apogée, éloigné du centre *T* de la Terre, du double de l'excentricité *CT*. Car s'il avoit placé le centre *C* de l'excentrique de la Planete, aussi éloigné de la Terre que le centre *D* de son moyen mouvement, la variation de la grandeur des Épicycles vüe de la Terre, auroit été évidemment trop grande; ainsi l'excentricité *DT* du moyen mouvement étoit divisée en deux parties égales par le centre de l'excentrique.

Tel est le Systeme que l'on attribué à Ptolemée, qui peut représenter exactement les apparences, pourvû qu'on donne à Mercure & à Venus, le même excentrique qu'au Soleil, qu'on les fasse mouvoir sur des Épicycles dont le centre soit peu éloigné de celui du Soleil, & qu'à l'égard des Planetes supérieures, on les place sur des Épicycles dont les demi-diametres soient égaux à celui de la distance du Soleil à la Terre.

Du Systeme de Copernic.

Copernic (*Liv. 1. chap. 11.*) substitua au mouvement journalier du Soleil, des Planetes & des Étoiles Fixes, celui de la Terre, qu'il jugea avoir trois différentes sortes de mouvements. Le premier autour de son axe de l'Occident vers l'Orient, en décrivant le Cercle équinoctial dans le cours du jour & de la nuit. Le second, qui est le mouvement annuel du centre qui se fait autour du Soleil sur l'Écliptique, dans le même sens de l'Occident vers l'Orient. Le troisième, qu'il appelle *de déclinaison*, & qui est aussi annuel, lequel se fait contre la suite des Signes, & qui, étant combiné avec le second, est causé que l'axe de la Terre paroît toujours être dirigé au même point du Ciel, de même que s'il étoit immobile.

Ayant donc placé le Soleil fixe au centre du Monde (*Liv. 1. ch. 10.*) il disposa autour de cet Astre, toutes les Planetes, comme elles sont représentées ici (*Fig. 4.*) en commençant par Saturne, Jupiter & Mars, & laissant entre la convexité de l'Orbe de Venus, & la concavité de celui de Mars, une étendue suffisante pour y placer la Terre avec l'Orbe de la Lune, qu'il regarde comme son Satellite.

. B

Il plaça sur la circonférence de l'excentrique de chaque Planète, le centre d'un Épicycle, auquel il attribua un mouvement synodique, pendant que la Planete parcourait la circonférence de l'Épicycle par un mouvement périodique. Cet Épicycle avoit pour diamètre, l'excentricité que Ptolémée attribuoit aux Cercles des Planetes.

Képler réduisit cette hypothese à une plus grande simplicité, car il substitua aux Excentriques & aux Epicycles que Copernic avoit attribués aux Planetes, des Ellipses qui représentent à peu près les mêmes apparences.

Il supposa donc de même que Copernic, le Soleil fixe au centre de l'Univers, & il plaça autour de cet Astre, d'abord Mercure, ensuite Venus, la Terre avec la Lune autour d'elle, Mars, Jupiter & Saturne.

Pour représenter les différentes hauteurs du Soleil sur l'horison, en différents jours de l'année, que Copernic avoit expliqué par un mouvement en déclinaison, il supposa que le mouvement de la Terre se faisoit sur l'Écliptique, de manière que l'axe de son Équateur fut pendant le cours de l'année, dirigé à un même point du Ciel, ce qui forme les mêmes apparences. Enfin, pour ôter aux Étoiles fixes, toute sorte de mouvement, même celui qu'elles semblent parcourir autour des Poles de l'Écliptique dans l'espace de 25000 années ou environ, il attribua à l'axe de la Terre qui passe par les Poles de l'Équateur, un mouvement très-lent autour des Poles de l'Écliptique, de l'Orient vers l'Occident, qui s'acheve dans ce nombre d'années.

Cette hypothese est beaucoup plus simple que la précédente, & représente parfaitement toutes les apparences, pourvu que l'on suppose que les Étoiles fixes soient à une distance fort grande par rapport à celle de la Terre au Soleil. Car supposant la Terre en T sur son Orbe annuel, & une Étoile fixe en F , à telle distance que l'on jugera à propos, la Terre parcourant par son mouvement propre, l'Orbe annuel $TIRG$ dans l'espace d'une année, se trouvera après six mois en R , éloignée du lieu où elle étoit auparavant, de tout le diamètre de cet Orbe. Elle verra donc la même Étoile fixe F , suivant la direction RF , inclinée à la première direction TF , d'une quantité mesurée par l'angle TFR , qu'on nomme *Parallaxe*;

& cette Étoile paroîtra répondre à divers endroits du Ciel, qui seront moins éloignés l'un de l'autre, plus la distance TF au Soleil sera grande, & l'angle TFR diminuera de grandeur. Il est donc nécessaire de placer les Étoiles fixes à une distance immense, pour que cet angle soit presque insensible, & qu'on n'aperçoive point ou peu de Parallaxe, par le mouvement annuel de la Terre, dans le Systeme de Copernic.

Du Systeme de Tycho-Brahé.

Tycho-Brahé trouva la distance des Étoiles fixes au Soleil, qui résulte du Systeme de Copernic, peu vraisemblable, & supposant de même que lui, que Saturne, Jupiter, Venus & Mercure tournent autour du Soleil, il jugea devoir attribuer au Soleil, le mouvement annuel autour de la Terre, comme les Anciens.

Dans cette hypothese (*Fig. 5.*) le Soleil & la Lune tournent autour de la Terre T , supposée immobile au centre de l'Univers, pendant que chacune des cinq autres Planetes, fait sa révolution particulière autour du Soleil. Deux de ces Planetes, sçavoir, Mercure & Venus, passent pendant une partie de leurs révolutions, entre le Soleil & la Terre, & forment diverses Phases semblables à celles de la Lune, que l'on aperçoit par le secours des Lunettes.

Les cercles des trois autres Planetes supérieures, comprennent la Terre, qui se trouve située entre le cercle de Venus, & celui de Mars. Il est aisé de concevoir que ce Systeme représente les apparences, puisque le mouvement apparent de chaque Planete est composé de son mouvement propre autour du Soleil, & du mouvement général avec lequel elles sont entraînées avec le Soleil autour de la Terre.

I I I.

Des Réfractions Astronomiques.

UN des principaux objets de l'Astronomie, étant de déterminer la situation des Corps célestes, il est nécessaire, avant toutes choses, de sçavoir discerner les causes qui, par une apparence trompeuse, nous font appercevoir les Astres dans une situation différente de celle qu'ils occupent dans le Ciel.

On ſait que la Terre eſt environnée d'un air groſſier, qu'on nomme *Atmosphere*, dans lequel nous respirons, qui s'étend à une certaine diſtance dont on ne connoît pas encore bien toute l'étendue, & au de-là de laquelle on ſuppoſe une matière beaucoup plus déliée, qu'on nomme *Ether*.

C'eſt au travers de cette *Atmosphere* que nous regardons les *Aſtres* dont les rayons qui la pénètrent, s'étendent juſqu'à nos yeux.

Si ces rayons étoient dirigés au centre de la Terre, ils traverseroient perpendiculairement l'*Atmosphere*, ſans ſe détourner de leur direction. Mais comme, à la réſerve des rayons qui paſſent par notre *Zénit*, ceux qui viennent des *Aſtres* juſqu'à nous, traversent obliquement l'*Atmosphere*, en paſſant d'un milieu plus rare dans un milieu plus denſe, ils ſont obligés de ſe rompre ou plier, ce qui nous les fait appercevoir écartés de leur véritable ſituation, faiſant un effet ſemblable à un objet qui, vû au travers de l'eau, du verre, ou de quelqu'autre corps diaphane plus denſe que l'air, paroît répondre à un lieu écarté de celui où il eſt réellement, & où on le voit lorſque l'on a retiré le corps diaphane, au travers duquel on l'appercevoit.

L'action par laquelle les rayons de lumière qui viennent des *Aſtres* juſqu'à notre œil, ſe rompent ou ſe plient, s'appelle *Réfraction Aſtronomique*.

Pour en donner une idée ſenſible, Soit *ABD* (*Fig. 6.*) la ſurface de la Terre; *EGHL*, la circonférence extérieure de l'*Atmosphere*, ou de la matière qui cauſe la réfraction; *F* une *Etoile* élevée ſur l'horizon *AHI* du point *A*, où l'on ſuppoſe que l'Observateur eſt placé. Les rayons qui viennent de l'*Etoile F*, paſſant de l'*Ether* dans l'*Atmosphere* ou la matière réfractive, ſe plient au point *G*, & ſe rendent à notre œil en *A*, en ſorte que nous appercevons cette *Etoile* ſuivant la direction de la ligne *AG* prolongée en *T*. L'angle *IAT* repréſentera donc la hauteur apparente de l'*Etoile S* que la réfraction a élevée au-deſſus de ſa ſituation véritable, de la quantité de l'angle *FGT*.

On peut déterminer les réfractions en deux manières différentes, ou par des observations immédiates des *Aſtres*, faites à tous les degrés de hauteur, ou bien par deux ſeules observations faites à deux degrés différents de hauteur, par le moyen desquelles on

trouve la hauteur de la matière qui rompt les rayons, & la réfraction qui convient à tous les autres degrés juſqu'au *Zénit*.

La première méthode paroît la plus naturelle, & on ſ'en fert ordinairement pour déterminer les réfractions des *Aſtres* lorſqu'ils ſont peu élevés ſur l'horizon; mais on eſt obligé d'avoir recours à la ſeconde dans les plus grandes hauteurs, lorſque la différence d'un degré à l'autre n'eſt pas aſſés ſenſible pour être apperçûe par des observations immédiates.

Première Méthode de déterminer les Réfractions.

On peut employer la première méthode dans tous les lieux de la Terre; mais la plus ſimple & la plus exacte eſt celle que l'on pratique ſous la Ligne *Equinociale*, en observant les différentes hauteurs des *Aſtres* qui ſont à l'*Equateur*, ou du *Soleil* lorſqu'il eſt dans l'un de ſes *Equinoxes*.

Il ſuffit pour cette observation, d'avoir un *Instrument* exact pour prendre les hauteurs, & une *Pendule* bien réglée pour ſçavoir le temps qu'une *Etoile* ou le *Soleil* employe à retourner au *Méridien* d'un jour à l'autre.

On marquera l'heure que le *Soleil* ou l'*Etoile* eſt arrivé à différentes hauteurs ſur l'horizon, & l'on fera, comme le temps que l'*Aſtre* a employé à retourner au *Méridien* d'un jour à l'autre, eſt à l'intervalle entre l'heure de l'observation & celle de ſon paſſage par le *Méridien*, ainſi 3 60 degrés ſont à la diſtance de cet *Aſtre* au *Zénit*, dont le complément eſt ſa hauteur véritable ſur l'horizon. La différence entre cette hauteur & celle qui a été observée, eſt la quantité de la réfraction qui convient à la hauteur apparente des *Aſtres*.

Lorſqu'un *Observateur* eſt placé hors de l'*Equinocial*, & que l'*Aſtre* a quelque déclinaison, il faut réduire, de même qu'on l'a marqué ci-deſſus, en degrés, minutes & ſecondes, la différence entre l'heure de l'observation, & celle du paſſage de l'*Etoile* par le *Méridien*. Connoiſſant enſuite la hauteur du *Pole* du lieu où l'on observe, & la déclinaison de l'*Aſtre*, on a deux côtés d'un *Triangle ſphérique ZPS* (*Fig. 7.*) dont l'arc *ZP*, diſtance du *Pole* au *Zénit*, meſure le complément de la hauteur du *Pole* de ce lieu, & l'arc *PS* eſt le complément de la déclinaison *ST* de cette *Etoile* à l'égard de l'*Equinocial EF*; l'angle *ZPS* compris entre ces deux côtés, qui

est la différence entre l'heure de l'observation & le passage de l'Etoile par le Méridien, réduite en degrés, est aussi connu. On aura donc la valeur du troisième côté ZS , distance véritable de l'Etoile au Zénit au moment de l'observation, dont le complément GS est la hauteur véritable de l'Etoile au-dessus de l'horison AH .

La différence entre cette hauteur & celle qui a été observée, mesure la réfraction, à laquelle il faut adjoûter ce qui convient à la Parallaxe, dont nous parlerons ci-après, lorsque l'Astre observé en a quelqu'une.

E X E M P L E.

Le 1.^{er} Mai de l'année 1738, à 5^h 20' 0" du matin, on a observé à Paris la hauteur apparente du centre du Soleil au-dessus de l'horison, de 5^d 0' 14", on demande quelle doit être la réfraction qui convient à cette hauteur.

Soit S (Fig. 7.) le Soleil dans le temps de l'observation, AH l'Horison, Z le Zénit, P le Pole, PZ la distance du Pole au Zénit de l'Observatoire, qui est connue de 41^d 9' 50", PS le complément de la déclinaison du Soleil, qui étoit alors de 15^d 0' 25". L'angle ZPS , compris entre les arcs PZ & PS est mesuré par l'intervalle entre le temps de l'observation & le passage du Soleil par le Méridien, qui est de 6^h 40' 0", lesquelles converties en degrés, font 100 degrés; c'est pourquoi l'on trouvera, suivant les regles de la Trigonométrie sphérique, l'arc ZS ou son complément GS , qui mesure la hauteur véritable du centre du Soleil au dessus de l'horison de 4^d 49' 52", les retranchant de la hauteur apparente, observée de 5^d 0' 14", reste 10' 22", auxquelles il faut adjoûter la Parallaxe du Soleil, qui étoit alors de 10", & l'on aura 10' 32" pour la réfraction véritable qui convient à la hauteur des Astres de 5^d 0' 14" sur l'horison.

Seconde Méthode de déterminer la Réfraction.

La seconde méthode suppose, comme on l'a dit ci-dessus, qu'on ait déterminé par observation, la réfraction qui convient à deux différents degrés de hauteur, & qu'il y ait une surface élevée à une certaine distance au dessus de la Terre où les rayons souffrent la réfraction.

Soit S (Fig. 6.) le Soleil ou une Etoile, dont le rayon SH , rencontrant la surface réfractive EGH en H , se rompt & vient à notre œil en A ; en sorte que HA soit perpendiculaire au demi-diametre AC de la Terre.

Cette Etoile sera vûe suivant la ligne AHI , & l'angle IHS mesurera la réfraction horifontale que l'on a trouvée par observation, de 32' 20", de même qu'elle est marquée dans la Connoissance des Temps.

L'Etoile étant parvenue de S en F , soit un autre rayon FG , qui rencontre en G la surface réfractive EGH , & vienne en A ; en sorte que l'angle HAG ou IAT , qui mesure la hauteur apparente de cette Etoile sur l'horison, soit de 10 degrés. L'angle TGF mesurera la réfraction qui convient à la hauteur de 10 degrés, que l'on a trouvée par observation, de 5' 28".

Suivant la regle des réfractions que souffrent les rayons, en passant dans différents milieux, les sinus d'incidence sont toujours proportionnels aux sinus des réfractions; ainsi il s'agit de déterminer quelle doit être la hauteur AE de la surface réfractive EHL au dessus de la surface de la Terre ABD , pour que le sinus de l'angle d'incidence PGF du rayon FG , soit au sinus de l'angle PGT ou AGC de réfraction de ce même rayon, comme le sinus de l'angle d'incidence OHS du rayon SH , est au sinus de l'angle de réfraction OHI ou AHC de ce rayon; & que l'angle TGF , qui mesure la réfraction à la hauteur de 10 degrés, soit à l'angle IHS , qui mesure la réfraction horifontale, comme 5' 28" à 32' 20".

Soit supposé AE , hauteur de la surface réfractive, de 2000 toises; le demi-diametre AC de la Terre étant, suivant la Mesure de la Terre, de 3271600 toises, on aura CE , CG & CH de 3273600 toises; & dans le Triangle rectangle CAH , dont les côtés CA , CH sont connus, on trouvera l'angle CHA ou OHE de 87^d 59' 50", auquel si l'on adjoûte l'angle IHS de 32' 20", on aura l'angle OHS de 88^d 32' 10".

Maintenant dans le Triangle CAG , dont les côtés CA , CG sont connus, de même que l'angle CAG de 100 degrés, qui est égal à l'angle droit CAH , plus l'angle HAG de 10 degrés, hauteur apparente de l'Astre sur l'horison; on trouvera l'angle AGC ou PGT de 79^d 48' 12", & l'on fera, comme le sinus de l'angle

CHA de réfraction, lorsque l'Astre paroît à l'horison, que l'on a trouvé de $87^{\text{d}} 59' 50''$ est au sinus de l'angle *OHS* d'incidence, qui est de $88^{\text{d}} 32' 10''$; ainsi le sinus de l'angle *AGC* de réfraction, lorsque l'Astre est élevé de 10 degrés sur l'horison, qui est de $79^{\text{d}} 48' 12''$, est au sinus de l'angle *PGF* d'incidence qui lui répond, que l'on trouvera de $79^{\text{d}} 53' 40''$, dont retranchant l'angle *PGF* de $79^{\text{d}} 48' 12''$, reste l'angle *TGF* de $5' 28''$, qui mesure la réfraction qui convient à la hauteur de 10 degrés.

Si cette réfraction avoit été trouvée plus grande ou plus petite que celle qui avoit été déterminée par observation, il auroit été nécessaire de diminuer ou augmenter la hauteur *AE* de la surface réfractive, jusqu'à ce qu'on l'eût trouvée de la quantité requise.

La hauteur de la surface réfractive étant une fois établie, on peut trouver de la même manière, la réfraction qui convient à tous les degrés de hauteur apparente d'un Astre sur l'horison, comme lorsqu'il est en *K*; car dans le Triangle *AKC*, les côtés *CA* & *CK* étant connus, aussi-bien que l'angle *CAK*, qui est égal à la hauteur donnée plus 90 degrés, on trouve l'angle *CKA* ou *RKN*, que ce rayon fait avec la perpendiculaire, & l'on fera, comme le sinus de l'angle *CHA* de $87^{\text{d}} 59' 50''$ est au sinus de l'angle *OHS* de $88^{\text{d}} 32' 10''$; ainsi le sinus de l'angle *CKA* ou *RKN* est au sinus de l'angle *RKM*, dont retranchant l'angle *RKN*, reste l'angle *MKN*, qui mesure la réfraction qui convient à la hauteur apparente de l'Astre sur l'horison.

Suivant cette hypothèse, qui représente assés exactement les Réfractions que l'on a déterminées par observation, pour les diverses hauteurs des Astres sur l'horison, la substance qui cause les Réfractions s'étend au dessus de nous à une distance beaucoup plus petite que celle qui compose l'Atmosphère, puisque l'on trouve qu'elle ne monte qu'à 2000 toises, au lieu que l'Atmosphère doit surpasser de beaucoup la hauteur des Montagnes de la Terre les plus élevées, dont il y en a plusieurs qui excèdent cette étendue.

Il est vrai que l'on a supposé dans cette recherche, que les rayons, après avoir rencontré la surface réfractive qui les détourne de leur première direction, viennent droit à notre œil sans souffrir d'autre réfraction, au lieu qu'il y a beaucoup d'apparence, qu'en traversant l'Atmosphère, ils passent continuellement d'un milieu plus

plus rare dans un milieu plus dense, & forment une ligne courbe suivant la tangente de laquelle nous appercevons les Astres. Mais comme il seroit nécessaire, pour déterminer cette courbe, de connoître les diverses dilatations de la matière réfractive, à différentes hauteurs au dessus de la surface de la Terre, ce que l'on ignore jusqu'à présent; nous nous sommes contentés de rapporter cette Méthode simple, par le moyen de laquelle on trouve avec facilité les Réfractions, à peu-près de la même quantité que par les observations immédiates.

I V.

De la Parallaxe.

OUTRE les erreurs qui sont causées dans la situation des Astres par la réfraction des rayons qui viennent à notre œil, il y en a d'autres qui viennent des différentes directions suivant lesquelles nous les appercevons.

Nous considérons dans l'Astronomie tous les mouvements des Cieux comme décrits autour du centre de la Terre, & c'est par rapport à ce centre que nous établissons la situation véritable des Astres, au lieu qu'étant placés sur la surface de la Terre, chaque Observateur les voit répondre à divers endroits du Ciel, suivant les différents lieux où il se trouve, & les différentes élévations de ces Astres sur l'horison.

La différence d'apparence entre la situation d'un Astre considéré du centre de la Terre, & celle où on l'apperçoit de quelqu'endroit de sa surface, s'appelle *Parallaxe*.

Pour en donner une idée sensible, Soit *C* (*Fig. 8.*) le centre de la Terre, *ABD* sa circonférence, *A* le lieu de la surface de la Terre où est placé l'Observateur, qui a pour Zénit le point *Z*, *ZIH* le Cercle sur lequel l'Astre est situé, *PONM* un autre Cercle qu'on suppose à une distance infinie.

Lorsqu'une Étoile se trouvera à l'horison en *H*, sa distance apparente au point *Z* du Zénit sera mesurée par l'angle *HAZ*, qui est de 90 degrés, & sa distance véritable par l'angle *HCZ*. La différence est l'angle *AHC*, qui mesure la Parallaxe horizontale de cette Étoile lorsqu'elle paroît à l'horison.

L'Étoile étant parvenue par son mouvement apparent de H en I , l'angle ZCI mesure sa distance véritable au Zénit, & l'angle ZAI sa distance apparente. La différence est l'angle AIC , qui mesure la parallaxe de l'Étoile, qui convient à sa hauteur apparente HAI sur l'horison.

L'angle AHC ou AIC de la parallaxe d'une Étoile, à une hauteur donnée, étant connu, on déterminera la distance CH ou CI de cette Étoile au centre C de la Terre, par rapport à son demi-diamètre AC . Car dans les Triangles HAC & IAC , les angles AHC & AIC étant donnés, de même que les angles CAH , & CAI , qui mesurent la hauteur apparente de l'Étoile sur l'horison, & le diamètre CA de la Terre étant connu, on trouvera par la Trigonométrie, la distance CH ou CI de l'Étoile au centre de la Terre.

La distance CH ou CI de l'Étoile au centre de la Terre étant connue, on trouvera réciproquement sa parallaxe; car dans les mêmes Triangles HAC & IAC , le demi-diamètre CA de la Terre étant connu, de même que le côté CH ou CI , & les angles CAH , CAI , l'on trouvera la valeur des angles AHC , AIC , qui mesurent la parallaxe qui convient à la distance donnée de l'Étoile au Zénit.

On remarquera ici que l'Étoile étant en H , paroît à un Observateur placé en A sur la surface de la Terre, répondre au point M du Firmament au dessous du point N où elle seroit vûe du centre C de la Terre, & que la même Étoile étant parvenue en I , paroît répondre au point O au dessous du point P où on l'apercevrait du centre de la Terre; d'où il suit que la Parallaxe fait paroître tous les Astres au dessous de leur véritable situation, ce qui est contraire à l'effet de la Réfraction qui les fait paroître plus élevés qu'ils ne sont réellement.

On voit aussi que plus une Étoile est éloignée du centre de la Terre, & plus sa parallaxe est petite, puisque l'angle AHC ou AIC diminue de grandeur, à proportion que les côtés CH ou CI sont plus grands par rapport au demi-diamètre de la Terre AC .

On remarquera enfin que la parallaxe d'une même Étoile est la plus grande qui soit possible à l'horison, & qu'elle diminue ensuite continuellement dans les différentes hauteurs sur l'horison, suivant la proportion des sinus du complément de sa hauteur

apparente. Car dans le Triangle rectangle HAC , le sinus de l'angle CAH ou ZAH de 90 degrés, est au sinus de l'angle AHC qui mesure la parallaxe horifontale, comme HC est à AC . Mais le sinus de l'angle CAI est au sinus de l'angle AIC , comme IC ou HC est à AC : Donc le sinus de l'angle CAH est au sinus de l'angle CAI , complément de la hauteur apparente de l'Étoile lorsqu'elle est en I , comme le sinus de l'angle AHC au sinus de l'angle AIC ; d'où il suit que le sinus de l'angle CAH de 90 degrés étant le plus grand de tous les sinus, la parallaxe horifontale AHC qui lui répond, est la plus grande qui soit possible.

On aura de même, le sinus de l'angle AKC , parallaxe de l'Étoile lorsqu'elle est en K , est au sinus de l'angle CAK , ou son supplément ZAK , qui mesure sa distance au Zénit, comme AC est à CK . Mais le sinus de l'angle AIC , parallaxe de l'Étoile lorsqu'elle est en I , est au sinus de l'angle CAI , ou de son supplément ZAI , qui mesure sa distance au Zénit, comme AC est à CI ou CK , qui lui est égal: Donc le sinus de la parallaxe de l'Étoile lorsqu'elle est en K , est au sinus de sa parallaxe lorsqu'elle est en I , comme le sinus de l'angle ZAK , complément de sa hauteur apparente lorsqu'elle est en K , est au sinus de l'angle ZAI , complément de sa hauteur apparente lorsqu'elle est en I .

Pour déterminer la Parallaxe des Astres, on peut employer diverses Méthodes, dont nous nous contenterons de rapporter ici les deux principales.

Première Méthode de déterminer la Parallaxe.

Cette méthode demande qu'il y ait deux Observateurs placés sous un même Méridien, les plus éloignés qu'il soit possible les uns des autres, de manière cependant qu'ils puissent appercevoir sur leur horison, l'Étoile dont on veut déterminer la parallaxe.

Chacun de ces Observateurs prendra la hauteur de cette Étoile à son passage par le Méridien, qu'il corrigera par la réfraction pour avoir sa hauteur méridienne véritable, dont le complément est sa distance au Zénit. Il déterminera aussi la hauteur du Pole du lieu où il observe, dont le complément est la distance du Pole au Zénit, & qui, étant comparée à la distance de l'Étoile au Zénit, donne la distance de l'Étoile au Pole pour le lieu de chaque

observation. La différence entre cette distance, mesure la parallaxe de cette Étoile vûë de ces deux lieux différents, d'où l'on déduira sa parallaxe horifontale, en faisant, comme la somme des sinus du complément de la distance de l'Étoile au Zénit de chacun de ces Observateurs, lorsque cette Étoile s'est trouvée de part & d'autre du Zénit, ou bien, comme la différence entre ces sinus lorsque l'Étoile s'est trouvée du même sens à l'égard du Zénit, est au sinus total; ainsi la parallaxe observée est à la parallaxe horifontale.

E X E M P L E I.

Le 30 Mars de l'année 1738, on a observé à Paris la hauteur méridienne apparente du centre du Soleil, de $44^{\text{d}} 58' 5''$, dont retranchant la réfraction, qui est de $1' 0''$, reste sa hauteur corrigée de $44^{\text{d}} 57' 5''$, dont le complément $45^{\text{d}} 2' 55''$, mesure sa distance au Zénit. La hauteur du Pole de l'Observatoire de Paris a été déterminée de $48^{\text{d}} 50' 10''$, dont le complément $41^{\text{d}} 9' 50''$, mesure la distance du Pole au Zénit, qui étant adjouëtée à $45^{\text{d}} 2' 55''$, donne la distance du Soleil au Pole le 30 Mars 1738, à midi, de $86^{\text{d}} 12' 45''$.

On suppose que le même jour on a observé dans la partie Australe de la Terre, à la distance de 30 degrés de la Ligne Équinoxiale, & sous le même Méridien que Paris, la hauteur méridienne du centre du Soleil, corrigée par la réfraction, de $56^{\text{d}} 12' 33''$, dont le complément $33^{\text{d}} 47' 27''$ est sa distance au Zénit; l'adjouëtant à la hauteur de l'équateur de ce lieu, qui est de 60 degrés, on aura la distance du Soleil au Pole méridional de la Terre, de $93^{\text{d}} 47' 27''$, dont le supplément à 180 degrés, mesure sa distance au Pole septentrional, que l'on trouvera de $86^{\text{d}} 12' 33''$. La différence entre cette distance & celle que l'on a observée à Paris, de $86^{\text{d}} 12' 45''$, est de 12 secondes qui mesurent la parallaxe du Soleil qui convient à la distance entre ces deux Observateurs, par le moyen de laquelle on trouvera sa parallaxe horifontale, en cette manière:

On prendra le sinus de $45^{\text{d}} 2' 55''$, distance du Soleil au zénit de Paris, qui est de 70770 parties, dont le rayon est 100000.

On prendra aussi le sinus de $33^{\text{d}} 47' 27''$, distance du Soleil au zénit du lieu qui est à la distance de 30 degrés de l'Équateur

vers le Pole Austral, qu'on trouvera de 55615 de ces mêmes parties; & l'on fera, comme 126385, somme de ces sinus, est à 100000, ainsi le sinus de la parallaxe observée de 12 secondes, est au sinus de la parallaxe horifontale, que l'on trouvera d'environ 110 secondes.

E X E M P L E I I.

Si l'on suppose l'Observateur placé en de-çà de la Ligne, à la distance de 30 degrés vers le Pole septentrional, & que la hauteur méridienne du centre du Soleil ait été le 30 Mars 1738, de $63^{\text{d}} 47' 18''$, on aura sa distance au Zénit, de $26^{\text{d}} 12' 42''$, qui étant adjouëtée à la distance du Pole au Zénit, qui est de 60 degrés, donne la distance du Soleil au Pole, de $86^{\text{d}} 12' 42''$. La différence entre cette distance, & celle que l'on a déterminée à Paris le même jour, de $86^{\text{d}} 12' 45''$, est de 3 secondes.

On prendra le sinus de $26^{\text{d}} 12' 42''$, qui est de 44168, qu'on retranchera de 70770, sinus de $45^{\text{d}} 2' 55''$, distance du Soleil au zénit de Paris; & l'on fera, comme 26602, différence entre ces sinus, est à 100000; ainsi la parallaxe observée entre ces deux lieux, de 3 secondes, est à la parallaxe horifontale du Soleil, qu'on trouvera d'environ 11 secondes.

Comme dans ces Exemples, on a été obligé, pour déterminer la hauteur méridienne du Soleil, & la hauteur du Pole du lieu où l'on observe de part & d'autre, d'employer la réfraction qui, faute d'être parfaitement connue, pourroit faire paroître sa parallaxe plus grande ou plus petite qu'elle n'est effectivement; on peut, pour éviter les erreurs causées par la réfraction, observer les Planetes par rapport à une Étoile fixe voisine, qui soit à peu-près dans le même Parallele. Car comme les Étoiles fixes n'ont aucune parallaxe sensible par rapport au diametre de la Terre, & qu'elles ont la même réfraction que les Planetes lorsqu'elles sont à la même hauteur, la distance de la Planete à l'Étoile ne doit varier de part & d'autre, que d'une quantité égale à sa parallaxe.

On peut même employer dans cette recherche, des Étoiles fixes éloignées de la Planete de plusieurs degrés en ascension droite, pourvu qu'elles soient à peu-près sous le même Parallele, parce qu'étant observées sous le même Méridien, dans le même instant,

le mouvement de la Planete en déclinaison dans l'intervalle entre son passage & celui de l'Etoile par le Méridien, est égal dans ces deux lieux différents; de sorte qu'elle paroîtra de part & d'autre à distance égale de l'Etoile en déclinaison, sans autre différence que celle qui est produite par sa parallaxe.

On peut aussi déterminer la parallaxe d'une Planete, lorsque les deux Observateurs ne sont point sous un même Méridien, pourvu que l'on connoisse la différence qu'il y a entre les Méridiens des lieux où l'on observe.

Il faudra pour cet effet adjoûter à la différence de déclinaison entre cette Planete & une Etoile fixe voisine, la quantité du mouvement de la Planete en déclinaison qui convient à la différence des Méridiens, ou l'en retrancher, pour avoir sa distance à l'Etoile au temps de son passage par le Méridien d'un des lieux où l'on observe, que l'on comparera à la distance observée dans l'autre de ces lieux, pour avoir la différence qui mesure la parallaxe qui convient à la différence entre le Parallele de ces deux lieux, par le moyen de laquelle on trouvera de la manière qui a été enseignée ci-dessus, sa parallaxe horisontale.

E X E M P L E I I I.

Le 10 Octobre de l'année 1736, deux jours avant l'Opposition de Mars avec le Soleil, qui étoit le temps le plus favorable pour déterminer la parallaxe de cette Planete, parce qu'elle se trouvoit alors plus près de la Terre que dans tout autre endroit de sa révolution à l'égard du Soleil; la différence de déclinaison entre cette Planete & une Etoile de la 5.^{me} grandeur, qui est dans le lieu des Poissons, nommée μ par Bayer, a été observée vers le minuit, de $9' 43''$, dont Mars étoit plus vers le Nord.

Le 11 Octobre à la même heure, la déclinaison de Mars à l'égard de cette Etoile, étoit de $6' 10''$ vers le même sens, sa différence en ascension droite étant de $4' 45''$, dont Mars étoit plus à l'Occident.

On suppose que cette même Planete ait été observée en Amérique le 11 Octobre à son passage par le Méridien, dans un lieu qui est 5 heures, ou 75 degrés à l'Occident de Paris sous la ligne Equinoxiale, & qu'on ait trouvé sa déclinaison à l'égard de l'Etoile, de $5' 45'' \frac{1}{2}$, dont Mars étoit plus vers le Nord.

Comme le lieu où l'observation a été faite en Amérique, est plus occidental que Paris, de 5 heures, pendant lesquelles le mouvement de Mars en déclinaison a été de $44'' \frac{1}{2}$, dont il s'est approché de l'Etoile, on les adjoûtera à la distance en déclinaison observée en Amérique, de $5' 45'' \frac{1}{2}$, & l'on aura la déclinaison de Mars à l'égard de l'Etoile au temps de l'observation faite à Paris, de $6' 30''$, dont retranchant celle qui a été observée à Paris le 11 Octobre à minuit, de $6' 10''$, reste 20 secondes pour la parallaxe qui convient à la différence entre le Parallele des lieux où l'on fait cette observation.

La déclinaison de l'Etoile fixe étoit alors de $4^d 46' 40''$, ce qui donne sa hauteur méridienne à Paris, de $45^d 56' 30''$, & sa distance au Zénit, de $44^d 3' 30''$, dont le sinus est 65939.

Sous l'Equateur, la distance de cette Etoile au Zénit, qui est égale à sa déclinaison, étoit de $4^d 46' 40''$, dont le sinus est 8324, qu'il faut adjoûter à 65939, sinus de $44^d 3' 30''$, distance de l'Etoile au zénit de Paris, parce que la distance entre le zénit de ces deux lieux, est de $48^d 50' 10''$, égale à la somme de ces angles; & l'on fera, comme 74263, somme de ces sinus, est à 100000; ainsi 20 secondes sont à la parallaxe horisontale de Mars, qu'on trouvera de 27 secondes, par le moyen de laquelle on déterminera la distance de Mars à la Terre dans le temps de l'observation; en faisant, comme le sinus de 27 secondes, est au sinus total, ainsi le demi-diametre de la Terre supposé de 1500 lieues, est à la distance de Mars à la Terre, qu'on trouvera de 11 millions 460 mille lieues, ou 7640 demi-diametres de la Terre.

Seconde Méthode de déterminer la Parallaxe.

Comme la première méthode que nous avons proposée pour déterminer la Parallaxe des Astres, demande que deux Observateurs soient placés en différents lieux de la Terre, sous deux Paralleles fort éloignés l'un de l'autre, ce qui ne se peut rencontrer que rarement: Que d'ailleurs, à moins de comparer une Planete à une Etoile fixe qui en soit voisine, & à peu-près sur le même parallele, cette méthode est sujette aux erreurs qui proviennent de la différence des Instruments qu'on y employe, & de la quantité de réfraction qui convient aux différentes hauteurs des Astres sur l'horizon,

mon Pere en propofa une autre dans le Traité de la Comete de 1680, par le moyen de laquelle un feul Obfervateur peut dans un même jour, déterminer avec le même Instrument, la parallaxe d'une Planete avec une affés grande précifion.

Cette méthode confifte à comparer la Planete à une Étoile fixe qui lui foit voisine, en obfervant l'intervalle de temps entre leur paffage par un cercle de déclinaifon en diverfes heures du jour, principalement dans les temps qu'elles paffent par le Méridien & par le Cercle de 6 heures avant & après: ce que l'on peut exécuter facilement, en plaçant dans une Lunette, au foyer commun de fes deux verres, deux fils qui fe croifent à angles droits, & dirigeant cette Lunette de manière que la Planete ou l'Étoile fuive exactement par fon mouvement journalier, un de ces fils qui représente un Parallele, car alors le fil perpendiculaire répondra à un Cercle horaire, ou de déclinaifon; & marquant à la Pendule, le moment auquel l'Étoile & la Planete paffent par ce fil, on aura leur différence horaire en afcenfion droite.

Pour l'intelligence de cette méthode, foit EBF (Fig. 9.) le plan de l'Équinoctial de la Terre, dont le Pole eft projeté en P , DTR , le cercle que la Planete paroît décrire par fa révolution journalière, lorsqu'elle eft fur l'Équateur, dont le demi-diametre PD mefure fa diftance au centre de la Terre.

Si l'on fuppofe un Obfervateur placé fur la furface de la Terre au point B fous la ligne Équinoctiale, & la Planete en K fur l'Équateur, de manière que l'angle TBK foit de 90 degrés, tel qu'il eft 6 heures ou environ avant & après fon paffage par le Méridien; tirant des points P & B au point K , les lignes PK , BK , l'angle TPK mefurera fa diftance au Méridien par rapport au centre de la Terre, l'angle TBK fa diftance apparente, & l'angle BKP , différence entre ces angles, mefurera fa plus grande parallaxe en afcenfion droite, qui, dans ce cas où la Planete eft à l'horifon 6 heures avant & après fon paffage par le Méridien, fera égale à fa parallaxe horizontale. Cette parallaxe eft, comme on l'a démontré ci-deffus, la plus grande qui foit poffible, elle diminuë enfuite à mefure que la Planete s'éloigne des points D & R , & cefte entièrement à fon paffage par le Méridien en T , où elle eft vûë dans la direction de la ligne PAT , qui paffe par le centre P de la Terre.

Si donc

Si donc l'on a obfervé une Planete en T , à fon paffage par le Méridien, en même temps qu'une Étoile fixe qui eft dans la même direction, mais à une diftance prefque infinie; fix heures ou environ après, cette Planete (faifant abstraction de fon mouvement propre) fera parvenue en K , en même temps que l'Étoile fixe eft arrivée en Z dans la direction de la ligne PKZ , menée du centre P de la Terre à la Planete. Tirant du point B à l'Étoile fixe, la ligne BZ , qui, à caufe de la diftance prefque infinie de cette Étoile par rapport à BP , peut être regardée comme parallele à PK ; l'Obfervateur la verra fuivant la direction de la ligne BZ , éloignée de la Planete qui eft en K , de toute la quantité de l'angle KBZ , qui, à caufe des lignes PK , BZ , cenfées paralleles, eft égal à l'angle BKP de la plus grande parallaxe en afcenfion droite. Si donc l'on dirige une Lunette garnie de fils qui fe croifent à angles droits au foyer commun des deux verres, de manière que le fil perpendiculaire à la route que l'Étoile paroît décrire par fa révolution journalière, foit dans la direction de la ligne BZ ; le paffage de la Planete K par ce fil, paroîtra précéder celui de l'Étoile qui eft en Z , d'une quantité qui, étant convertie en degrés, à raifon de 360 degrés pour le temps que l'Étoile a employé à retourner au Méridien d'un jour à l'autre, donnera la valeur de l'angle KBZ ou BKP , qui lui eft égal & mefure fa plus grande parallaxe en afcenfion droite.

Dans les autres fuituations de la Planete fur le cercle DTR , comme en Y , fa parallaxe en afcenfion droite fera auffi représentée par l'angle BYP , qui mefure la différence entre fon paffage & celui de l'Étoile par le fil perpendiculaire de la Lunette que l'on y aura dirigée, convertie en degrés, de la manière qu'on l'a enfeigné ci-deffus.

Connoiffant par obfervation, la parallaxe d'une Planete, lorsqu'elle s'eft trouvée en quelque lieu du cercle DTR , qu'elle décrit par fa révolution journalière, comme en Y , il faudra, pour déterminer fa plus grande parallaxe en afcenfion droite, convertir en degrés, l'intervalle de temps entre le paffage de l'Étoile par le Méridien & par le Cercle horaire, à raifon de 360 degrés pour le temps que l'Étoile a employé à retourner au Méridien d'un;

. D

jour à l'autre; & l'on fera, comme le sinus de l'angle TBY , qui mesure cet intervalle, est au sinus total; ainsi le sinus de la parallaxe BYP , que l'on a trouvée par l'observation, est au sinus de la plus grande parallaxe en ascension droite, laquelle est mesurée par l'angle BKP .

Si l'on suppose présentement, que la Planete étant sur l'Equateur, l'Observateur soit placé en A sous un Parallele quelconque, tel que HAI . Ayant mené AG perpendiculaire à AP , & tiré les lignes AG, PG , l'angle AGP mesurera sa plus grande parallaxe en ascension droite, qui convient au Parallele de l'Observateur, & l'on aura la parallaxe horisontale, en faisant, comme PA , sinus de la distance du Parallele de l'Observateur au Pole, est au rayon PB ; ainsi le sinus de l'angle AGP , qui mesure l'intervalle entre le passage de la Planete & de l'Etoile par le fil horaire, converti en degrés, est au sinus de l'angle BKP de la parallaxe cherchée.

Enfin, si l'on suppose que l'Observateur étant placé en A sous le Parallele HAI , la Planete ait quelque déclinaison à l'égard de l'Equateur, on prendra sur le cercle DTR , l'arc Dt , égal à la déclinaison de la Planete dans le temps de l'observation, & ayant mené tC perpendiculaire sur DR , on décrira du centre P à l'intervalle PC , le cercle CVL , qui coupera en L , la ligne horisontale AG . Il est évident que PC sera à PD , comme le sinus du complément de la déclinaison de la Planete est au sinus total; & que le cercle CVL représentera le Parallele que cette Planete paroît décrire par sa révolution journalière. Joignant PL & AL , & menant du point A à l'Etoile S , la ligne AOS , qui, à cause de la grande distance de cette Etoile à la Terre, peut être censée parallèle à PLS ; si l'on suppose la Planete en L , & l'Etoile en S , vûës du centre de la Terre dans une même direction PLS , l'Observateur placé en A , verra la Planete en L , & l'Etoile en O , suivant la direction de la ligne AO , parallèle à PS , & l'arc LO de ce Parallele, qui est mesuré par l'angle LPO ou AOP , représentera la plus grande parallaxe en ascension droite, observée entre le passage de la Planete & de l'Etoile par un fil perpendiculaire de la Lunette, que l'on a placé dans la direction de la ligne AO , parallèle à PL .

L'arc MN de ce même Parallele, qui est mesuré par l'angle MPN ou AMP , représentera aussi la parallaxe de la Planete en ascension droite, observée entre le passage de la Planete & de l'Etoile par un fil perpendiculaire, qui est, suivant la direction de la ligne AM , parallèle à PN , par le moyen de laquelle on trouvera la parallaxe horisontale de la Planete, en faisant, comme le sinus de l'angle VAM , distance apparente de la Planete au Méridien, qui est mesurée par l'intervalle de temps entre le passage de l'Etoile par le Méridien AV , & par le Cercle de déclinaison AM , convertie en degrés, à raison de 360 degrés pour le temps que l'Etoile a employé à retourner au Méridien d'un jour à l'autre, est au sinus total; ainsi le sinus de l'angle AMP , ou de l'arc MN , qui est mesuré par l'intervalle entre le passage de la Planete & de l'Etoile par le fil horaire, converti aussi en degrés, est au sinus de l'angle ALP , qui représente la plus grande parallaxe en ascension droite qui convient au Parallele HAI de l'Observateur, lorsque la déclinaison de l'Etoile est mesurée par l'arc Dt .

Connoissant la valeur de l'angle ALP , on aura la parallaxe de la Planete réduite à un grand Cercle de la Sphere, qui est mesurée par l'angle AGP ; en faisant, comme PG ou PD , est à PC ou PL , c'est-à-dire, comme le sinus total, est au sinus du complément de la déclinaison de la Planete; ainsi le sinus de l'angle ALP de la plus grande parallaxe en ascension droite sur le Parallele de l'Etoile, est au sinus de l'angle AGP cherché.

Enfin, l'on trouvera la valeur de l'angle BKP , qui mesure la parallaxe horisontale de la Planete, en faisant, comme AP est à BP , c'est-à-dire, comme le sinus de la distance du Parallele de l'Observateur au Pole de la Terre, est au sinus total; ainsi le sinus de l'angle AGP de la parallaxe horaire qui convient au Parallele de l'Observateur, réduite à un grand Cercle de la Sphere, est au sinus de l'angle BKP , qui mesure la parallaxe horisontale cherchée.

Ces deux dernières analogies se réduisent à celle-ci: comme le sinus de la distance de l'Observateur au Pole de la Terre, est au sinus de la distance de la Planete au même Pole; ainsi le sinus de la plus grande parallaxe horaire qui résulte de l'observation, est au sinus de la plus grande parallaxe cherchée.

On peut, par le moyen de ces analogies, choisir les observations les plus favorables pour déterminer la parallaxe d'une Planete, & les lieux de la Terre où on doit l'appercevoir avec le plus d'évidence. Car puisque par la troisième, AP est à PB , comme le sinus de l'angle AGP de la parallaxe horaire, est au sinus de l'angle BKP de la parallaxe horisontale, il est évident que plus l'Observateur sera près de l'Equateur, & plus la parallaxe observée approchera de la parallaxe horisontale.

L'on voit aussi par la seconde analogie, que plus une Planete aura de déclinaison, & plus sa parallaxe horaire observée sera grande, puisque l'angle ALP augmente à mesure que PL ou PC , qui mesure le sinus du complément de la déclinaison de la Planete, diminue; de sorte qu'il y a des cas où la parallaxe horaire observée, excédera même sa parallaxe horisontale. Car la Planete décrivant, par exemple, le Parallele CVO , par rapport à l'Observateur placé en B sous la Ligne, sa plus grande parallaxe horaire sera mesurée par l'angle BXP qui est plus grand que la parallaxe horisontale BKP .

Il résulte de-là que l'endroit de la Terre où l'on doit observer avec plus d'évidence la parallaxe des Planetes, est sous l'Equateur, & que leur situation la plus favorable pour cette recherche, est lorsque leur déclinaison est la plus grande qui soit possible, parce qu'alors le cercle CVL , qui représente leur Parallele, étant plus éloigné de l'Equateur DTR , l'angle BXP , qui mesure la parallaxe horaire en ascension droite, est plus grand que dans toute autre situation.

On a jusqu'à présent considéré la parallaxe des Planetes, sans avoir égard à leur mouvement propre; mais comme, à la réserve du temps où elles sont stationnaires, elles en ont un particulier qui les fait écarter des Etoiles fixes, dans la direction desquelles elles se rencontrent, il est nécessaire d'y avoir égard dans la détermination de la parallaxe, soit en observant plusieurs jours de suite leur vrai lieu pour avoir la quantité de ce mouvement, qui répond à l'intervalle entre ces observations, soit en le calculant par les Tables Astronomiques qui, dans un intervalle de quelques heures, ne s'écartent pas sensiblement de ce qui résulte de l'observation. Prenant la différence entre le mouvement apparent de la Planete à l'égard de l'Etoile, & son mouvement vrai, le reste est ce qui

convient à la parallaxe horaire, par le moyen de laquelle on trouve la parallaxe horisontale, ainsi qu'on vient de l'enseigner.

E X E M P L E.

Le 12 Octobre de l'année 1736, jour de l'Opposition de Mars avec le Soleil, ayant dirigé une Lunette montée sur une Machine parallactique, de manière que l'Etoile μ , qui est dans le lieu des Poissons, suivit exactement l'un des fils qui se croisent à angles droits au foyer commun de ces deux verres, on a observé à 6^h 19' 21" du soir, l'intervalle entre le passage de cette Etoile & du centre de Mars par le fil perpendiculaire de cette Lunette, de 1' 17", dont Mars étoit plus à l'Occident, la hauteur du Pole du lieu où cette observation a été faite, étant de 49^d 21'.

Le 13 Octobre à 0^h 16' 35" du matin, on a observé la différence entre le passage de la même Etoile & de Mars, qui étoient alors fort près du Méridien, de 1' 37" $\frac{1}{8}$.^e; dont retranchant 1' 17", reste 20" $\frac{1}{8}$.^e, ou 20" 7" pour le mouvement apparent de cette Planete en ascension droite, à l'égard de cette Etoile, dans l'intervalle de 5^h 57' 14".

Par les observations de Mars & de cette Etoile, qui ont été faites le 12 & le 13 Octobre, on a trouvé le mouvement de la Planete à l'égard de l'Etoile, de 1' 16" $\frac{2}{3}$ dans l'intervalle de 24 heures. c'est pourquoi l'on fera, comme 24^h 0' 0" sont à 5^h 57' 14"; ainsi 1' 16" $\frac{2}{3}$ sont à 19" 1", qui mesurent le mouvement vrai de la Planete à l'égard de l'Etoile, dans l'intervalle entre ces observations; les retranchant de son mouvement apparent, qui a été observé de 20 secondes 7 tierces dans le même intervalle de temps, on aura 1 seconde 6 tierces d'heure, ou 16 secondes & demi de degré pour la parallaxe de Mars qui résulte de l'observation.

On prendra ensuite la différence entre 6^h 20' 38", passage de l'Etoile par le fil de la Lunette, & son passage par le Méridien, qui est arrivé à 0^h 2' 41" après minuit; & l'on aura 5^h 42' 3", qui étant converties en degrés, à raison de 360 degrés pour 23^h 56' 22", temps que l'Etoile a employé à retourner au Méridien, depuis le 11 jusqu'au 12 Octobre, font 85^d 44' qui mesurent l'angle QAV , dont le sinus est 99723.

On prendra aussi la différence entre $0^h 2' 41''$, & le passage de l'Étoile par le fil horaire, qui est arrivé à $0^h 18' 12''$; & on aura $15' 31''$, qui étant converties en degrés, font $3^d 53' 20''$, qui mesurent l'angle VAM , dont le sinus est 6782; & l'on fera, comme 106505, somme des sinus des angles QAV & VAM , font à 100000, sinus de l'angle VAL de 90 degrés; ainsi le sinus de la parallaxe observée, qu'on a trouvée de 16 secondes & demi de degré, est au sinus de l'angle ALP de la plus grande parallaxe de Mars en ascension droite, qui convient au Parallele de l'Étoile, que l'on trouvera de $15'' 30'''$.

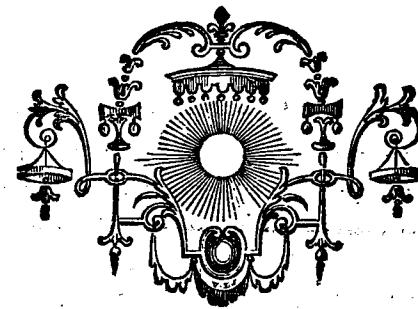
La déclinaison de l'Étoile μ étoit le 12 Octobre 1736, de $4^d 46'$, & la hauteur du Pole du lieu où l'on a observé, de $49^d 21'$, dont le complément $40^d 39'$ est la distance du Parallele de l'Observateur au Pole de la Terre; c'est pourquoi l'on fera par la regle prescrite, comme le sinus de $40^d 39'$ est au sinus de $85^d 14'$, complément de la déclinaison de l'Étoile μ ; ainsi le sinus de l'angle ALP de $15'' 30'''$, est au sinus de l'angle BKP , qui mesure la parallaxe horifontale de Mars cherchée, qu'on trouvera de $23'' 42'''$, par le moyen de laquelle on déterminera sa distance à la Terre, en faisant, comme le sinus de $23'' 42'''$, est au sinus total; ainsi le demi-diametre PB de la Terre, qui est de 1500 lieuës, est à la distance KP de Mars à la Terre, qu'on trouvera de 10 millions 784 mille lieuës, ou 7189 demi-diametres de la Terre.

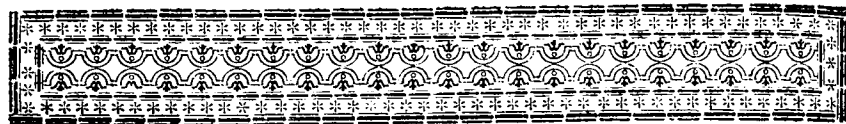
Comme dans cette observation, Mars étoit en Opposition avec le Soleil, qui est le temps où, comme on l'a remarqué ci-dessus, cette Planete est plus près de la Terre que dans tout autre lieu de sa révolution à l'égard du Soleil, & où par conséquent sa parallaxe est la plus grande; cette observation est très-favorable pour cette recherche, & on peut l'employer pour déterminer la parallaxe du Soleil, & sa distance à la Terre, en cette manière.

On cherchera dans les Tables Astronomiques, la distance de Mars au Soleil pour le 12 Octobre de l'année 1736, que l'on trouvera de 14220 parties dont la moyenne distance de la Terre au Soleil est de 10000. On cherchera aussi pour le même temps, la distance de la Terre au Soleil, que l'on trouvera de 9965 de ces mêmes parties, & qui, étant retranchées de 14220, donnent

la distance de Mars à la Terre, de 4255 parties, qui approche fort de la véritable, parce que la latitude de Mars vûë du Soleil étoit moindre d'un degré; c'est pourquoi l'on fera, comme la distance moyenne de la Terre au Soleil, supposée de 10000, est à la distance de Mars à la Terre, qu'on a trouvée de 4255; ainsi la parallaxe horifontale de Mars, qui est de $23'' 42'''$, est à $10'' 5'''$, qui mesurent la parallaxe horifontale du Soleil lorsqu'il est dans sa moyenne distance. On fera enfin, comme $10'' 5'''$ font au sinus total; ainsi le demi-diametre de la Terre, qui est de 1500 lieuës, est à la distance moyenne de la Terre au Soleil, qu'on trouvera de 30 millions 675 mille lieuës, ou 20450 demi-diametres de la Terre.

On trouvera de la même manière, la Parallaxe horifontale & la distance à la Terre de toutes les Planetes dont on sçait la distance par rapport à celle de la Terre au Soleil.





LIVRE PREMIER.

DES

E'TOILES FIXES.

LES E'toiles qu'on observe dans le Ciel, conservent presque toutes entr'elles la même situation, de sorte qu'on les voit après plusieurs siècles dans la même configuration les unes à l'égard des autres, qu'elles avoient auparavant, ce qui les a fait nommer *Fixes*, pour les distinguer de celles qu'on appelle *Planetes*, c'est-à-dire, errantes, parce qu'on les voit décrire par rapport aux E'toiles fixes, des mouvements dont quelques-uns paroissent fort irréguliers & en sens contraire de ceux que l'on avoit apperçûs auparavant.

Ainsi dans le dessein où nous sommes, de passer, autant qu'il sera possible, des connoissances les plus simples à celles qui sont plus composées, nous donnerons d'abord la théorie des E'toiles fixes dont les mouvements sont beaucoup moins compliqués que ceux des Planetes.

CHAPITRE I.

De la situation des Etoiles fixes entr'elles, & par rapport aux Cercles de la Sphere.

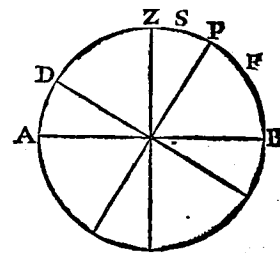
POUR déterminer la situation des E'toiles fixes dans le Ciel les unes à l'égard des autres, la méthode la plus simple est de mesurer avec des Instruments divisés en degrés & minutes, leur distance apparente entr'elles, & de la rapporter sur une Sphere ou Globe céleste.

Mais comme cette méthode, qui a été employée par les anciens Astronomes,

Astronomes, demande qu'on observe dans le même instant, la distance entre deux objets qui sont dans un continuel mouvement, ce qui en rend la pratique difficile; nous en proposerons d'autres par le moyen desquelles on peut déterminer la situation des E'toiles fixes entr'elles, & par rapport aux Cercles de la Sphere, avec toute la précision qu'on peut desirer.

On choisira pour cet effet, les E'toiles qui sont les plus près du Pole, & qui font leurs révolutions journalières, sans être cachées sous l'horison; on observera avec un Quart-de-cercle ou un autre Instrument garni d'une Lunette, & divisé en degrés & minutes, leur hauteur méridienne BS , dans le temps qu'elles passent dans la partie supérieure du Cercle qu'elles décrivent autour du Pole, ce que l'on reconnoitra lorsqu'ayant augmenté continuellement de hauteur, elles sont quelque temps sans paroître s'élever; après quoi on les voit se rapprocher de l'horison. On attendra ensuite le temps que la même E'toile qu'on a observée, passera dans la partie inférieure de son Cercle, ce qui doit arriver 11 heures 58 minutes après. Si cette E'toile passe de nuit, ou est visible de jour, on observera sa hauteur méridienne BF ; autrement il faudra différer à une autre Saison, dans laquelle on puisse l'observer dans la partie inférieure de son Cercle. On corrigera pour une plus grande exactitude, chacune de ces hauteurs par la réfraction, & on prendra la différence SF entre la plus grande & la plus petite; la moitié de cette différence PS ou PF , mesure la distance de cette E'toile au Pole, l'adjoûtant à la plus petite hauteur BF de l'E'toile sur l'horison, ou la retranchant de la plus grande BS , on aura la hauteur PB du Pole sur l'horison du lieu où l'on observe, le complément de cette hauteur mesure la distance PZ du Pole au Zénit, qui est égale à la hauteur AD de l'Equateur sur l'horison, les arcs PZ , AD étant le complément des deux arcs PD , ZA , qui sont chacun de 90 degrés.

La hauteur de l'Equateur étant ainsi connue, on observera la hauteur méridienne des E'toiles fixes dont on veut déterminer la situation; on comparera la hauteur de ces E'toiles à celle de l'Equateur, pour avoir leur distance à ce Cercle ou leur Déclinaison.



qu'on nomme *Septentrionale* lorsque l'Etoile est située entre le Pole septentrional & l'Equateur, & *Méridionale* lorsqu'elle est entre l'Equateur & le Pole méridional.

La distance de ces Etoiles à l'Equateur étant connue, on observera avec une Pendule à secondes, le temps qu'une d'entr'elles employe à faire sa révolution journalière autour de la Terre, en retournant au même point d'où elle étoit partie; ce que l'on peut exécuter aisément en dirigeant à l'Etoile une Lunette qui ait au foyer commun de ses verres, deux fils qui se coupent à angles droits, & observant le temps auquel cette Etoile passe par un de ces fils qui soit à peu-près perpendiculaire à la route qu'elle décrit.

On dirigera ensuite la Lunette d'un Quart-de-cercle à une Etoile, quelques heures avant son passage par le Méridien, & ayant placé exactement sur le point d'une division du limbe de cet Instrument, à une hauteur quelconque, le cheveu ou fil perpendiculaire qui passe par le centre de l'Instrument, on observera le temps que cette Etoile passera par le fil horizontal de la Lunette, le plus près du centre qu'il sera possible. On attendra ensuite le moment auquel cette Etoile, après avoir passé par le Méridien, retournera à la même hauteur: la moitié de l'intervalle entre l'heure de ces observations, étant adjoutée au temps de la première, donne l'heure du passage de cette Etoile par le Méridien. On fera le même jour, de semblables observations sur diverses Etoiles, pour avoir le temps de leur passage par le Méridien, & l'on fera, comme le temps que la première Etoile a employé à retourner au Méridien d'un jour à l'autre, est à la différence entre le temps du passage des deux Etoiles par le Méridien; ainsi 360 degrés sont au nombre de degrés, minutes & secondes compris entre les Cercles de déclinaison qui passent par les deux Etoiles, qui mesurent leur différence en ascension droite.

La déclinaison de ces Etoiles & leur différence en ascension droite étant connus, on marquera dans la Sphere, leur situation entr'elles, & ainsi de toutes les autres Etoiles, ce qui servira à en faire la description telle qu'on la voit représentée sur les Globes célestes.

Cette méthode de déterminer la différence d'ascension droite entre les Etoiles fixes, est la plus exacte de toutes celles que l'on peut pratiquer, parce qu'elle ne demande pas qu'une Pendule soit

bien réglée, mais seulement qu'il n'y ait aucune variation sensible d'un jour à l'autre; elle n'exige pas même que l'Instrument soit divisé exactement, puisqu'il ne s'agit que de placer après le passage de l'Etoile par le Méridien, le fil perpendiculaire sur le même point de la division où il étoit avant ce passage. Mais comme cette opération demanderoit beaucoup de temps, si on vouloit l'employer pour la détermination de toutes les Etoiles, on pourra pour la faciliter, se servir d'un Instrument fixe placé sur le Méridien, avec une Lunette mobile qui tourne autour de son centre, pour la diriger aux Etoiles suivant leur différente élévation, & prendre la différence entre leur passage, qu'on réduira en degrés, minutes & secondes, ainsi qu'on l'a enseigné.

On peut, faute d'Instruments placés sur le Méridien, observer la différence d'ascension droite entre les Etoiles dont on veut déterminer la situation par le moyen d'un plan élevé perpendiculairement sur l'horison, en plaçant à quelque distance de ce plan, un fil perpendiculaire qui soit exactement dans la direction de ce plan & d'une Etoile fixe, au temps du passage de cette Etoile par le Méridien, déterminé par des hauteurs correspondantes. Bornoyant par ce fil & par le plan, les Etoiles dont on veut connoître la situation, le moment auquel elles cesseront de paroître, marquera celui de leur passage par le Méridien, dont on aura par conséquent la différence en ascension droite.

On peut aussi employer pour cet effet, une Lunette mobile sur deux pivots ou tourillons placés dans une direction perpendiculaire à l'axe de la Lunette, & soutenus sur deux appuis fermes. On dirigera cette Lunette suivant le plan du Méridien, en faisant répondre le fil vertical aux deux points du Midi & du Nord, déterminés sur l'horison; ou bien en la plaçant de manière qu'une Etoile rencontre ce fil au temps de son passage par le Méridien, qu'on aura déterminé par des hauteurs correspondantes, ainsi qu'on l'a enseigné ci-dessus.

La situation des Etoiles les unes à l'égard des autres, étant déterminée à l'égard des Poles & de l'Equateur, on peut les rapporter toutes au point du Bélier ou de l'intersection de l'Equateur avec l'Ecliptique, d'où l'on commence à compter les degrés en ascension droite & en longitude, ce que l'on fera en cette manière:

On observera le jour de l'Equinoxe, & quelques jours avant

& après, la différence entre le passage du Soleil & de quelques Etoiles fixes par le Méridien, que l'on convertira en degrés, en faisant, comme le temps que l'Etoile a employé à retourner au Méridien d'un jour à l'autre, est à la différence entre son passage & celui du Soleil par le Méridien; ainsi 360 degrés font au nombre de degrés, minutes & secondes qui mesurent la différence d'ascension droite entre cette Etoile & le Soleil pour le midi du jour de chaque observation.

On prendra en même temps la hauteur méridienne du centre du Soleil. Si cette hauteur corrigée par la réfraction, est égale à celle de l'Equateur, la différence que l'on a trouvée, mesure la distance en ascension droite de l'Etoile au point du Belier ou de l'interfection de l'Equateur avec l'Ecliptique. Si elle est plus grande ou plus petite, on prendra la différence entre cette hauteur & celle de l'Equateur, & l'on fera, comme la variation de la hauteur du Soleil d'un jour à l'autre, est à cette différence; ainsi le mouvement du Soleil en ascension droite depuis le midi du jour qui précède, jusqu'au midi du jour suivant, est au nombre de degrés, minutes & secondes, qu'il faut retrancher de la différence entre l'ascension droite de l'Etoile & celle du Soleil observée le jour qui précède l'Equinoxe, lorsque l'Etoile est à l'Orient, & qu'il faut y adjoûter au contraire lorsque l'Etoile est à l'Occident, & l'on aura la distance de l'Etoile au point de l'interfection de l'Equateur avec l'Ecliptique.

C H A P I T R E I I.

Des Constellations.

LE nombre des Etoiles fixes étant trop grand pour pouvoir les discerner les unes des autres, on a été obligé de les ranger sous diverses figures ou Constellations pour se former une idée de leurs configurations entr'elles, & les reconnoître avec plus de facilité.

On a donné à ces Constellations, le nom & la figure de divers personnages célèbres dans l'Antiquité, & même de plusieurs Animaux & autres corps inanimés, que les Fables ont feint avoir été transportés de la Terre au Ciel.

On a distribué toutes les Etoiles en six classes, à proportion de leur grandeur, & on en a dressé divers Catalogues, où l'on a marqué leur situation en Longitude & en Latitude.

Le premier dont nous ayons la connoissance, est celui de Ptolemée, qui est rapporté au 7.^{me} Livre de son Almageste, & qu'il a dressé sur ses observations comparées à celles d'Hipparque & des Astronomes anciens.

Il en a formé 48 Constellations, dont 12 font autour de l'Ecliptique, 21 vers sa partie septentrionale, & 15 vers sa partie méridionale.

Les Constellations qui sont vers la partie septentrionale, sont

La petite Ourse.	L'Oiseau ou le Cygne.	La Flèche.
La grande Ourse.	Cassiopee.	L'Aigle.
Le Dragon.	Persee.	Le Dauphin.
Céphée.	Le Cocher.	Le petit Cheval.
Le Bouvier.	Ophiucus ou le Serpen-	Pegase.
La Couronne Boréale.	taire.	Andromede.
Hercule.	Le Serpent.	Et le Triangle.
La Lyre.		

Les Constellations qui sont autour de l'Ecliptique, sont

Le Belier.	Le Lion.	Le Sagittaire.
Le Taureau.	La Vierge.	Le Capricorne.
Les Gemeaux.	La Balance.	Le Verseau.
L'Ecrevisse.	Le Scorpion.	Et les Poissons.

Les Constellations décrites par Ptolemée, vers la partie méridionale à l'égard de l'Ecliptique, sont

La Baleine.	Le Navire.	Le Loup.
Orion.	L'Hydre.	L'Autel.
Le Fleuve Eridan.	La Coupe.	La Couronne Méridionale.
Le Lievre.	Le Corbeau.	Et le Poisson Austral.
Le grand Chien.	Le Centaure.	
Le petit Chien.		

Ayant divisé l'Ecliptique en douze parties égales qui sont chacune de 30 degrés, on a assigné un Signe à chacun de ces intervalles, & on lui a donné le nom de la Constellation qui s'y rencontroit alors; à la reserve du signe de la Balance, dont les

Etoiles étoient autrefois dans le Scorpion, qui occupoit deux Signes.

Pour faire répondre une Constellation à chaque Signe, on proposa de rétrécir l'espace qu'occupoit le Scorpion, pour y placer la figure de Jules-César avec une balance à la main, comme on le voit représenté dans quelques bas-reliefs & pierres gravées antiques. C'est ce qui a donné occasion à ces vers de Virgile, dans lesquels il feint que le Scorpion s'est retiré pour lui céder une place dans le Ciel, ce qu'il exprime en ces termes :

. . . *Ipse tibi jam brachia contrahit ardens
Scorpius, & cæli plus justâ parte relinquit.*

Nonobstant cela, Ptolemée & divers Astronomes qui l'ont suivi, ont appelé *Forcipes* ou *Chelæ*, c'est-à-dire, les Serres du Scorpion, les Etoiles qui étoient dans le signe de la Balance, nous les voyons ainsi marquées dans le Catalogue des Etoiles fixes de Copernic. Cependant dans les Tables Alfonsines, on a décrit les Etoiles qui sont dans la Constellation de la Balance, ce qui a été imité par Tycho, & ensuite généralement reçu de tous les Astronomes.

Outre les Etoiles comprises dans chaque Constellation, Ptolemée a marqué celles qui les environnent, qu'on nomme *informes*, à cause qu'elles ne sont point comprises sous aucune figure, & il a déterminé la Longitude de toutes ces Etoiles, & leur Latitude pour le commencement de l'Empire d'Antonin, qui répond à l'année 137 de Jésus-Christ.

Ces Etoiles ainsi décrites, sont au nombre de 1022, dont 360 sont dans la partie septentrionale, 346 autour de l'Ecliptique, & 316 vers la partie méridionale.

Entre les Astronomes modernes, Tycho est le premier qui ait déterminé avec exactitude par ses propres observations, la longitude & la latitude des Etoiles fixes, dont il a formé 45 Constellations. Il a adjouté à celles qui avoient été décrites par Ptolemée, la Chevelure de Bérénice, qui comprend les Etoiles informes qui sont près de la queue du Lion, & Antinoüs, qui est composé de celles qui sont près de l'Aigle, mais il a omis cinq de celles qui sont vers la partie méridionale : sçavoir, le Centaure, le Loup, l'Autel, la Couronne Méridionale, & le Poisson Austral, qu'il

n'avoit pas pû observer, à cause de la trop grande élévation du Pole d'Uranibourg.

Après Tycho, Jean Bayer nous a donné des Tables & des figures exactes de 60 Constellations, dont il y en a 48 qui sont les mêmes que celles de Ptolemée, & 12 qui avoient été découvertes depuis vers le Pole Austral. Il a eu soin de marquer la grandeur & la situation de toutes les Etoiles qui sont comprises dans les 48 Constellations anciennes, & il a désigné chaque Etoile par une lettre de l'alphabet grec & latin, ce qui a été reçu de tous les Astronomes qui l'ont suivi.

A l'égard des 12 Constellations qui sont près du Pole méridional, il s'est contenté de les représenter toutes dans une Planche avec les Etoiles qu'elles comprennent, sans avoir désigné leur nombre, ni leur grandeur : en voici les noms.

Le Paon.	La Dorade.	L'Abeille.
Le Toucan.	Le Poisson Volant.	L'Oiseau Indien.
La Gruë.	L'Hydre.	Le Triangle.
Le Phoenix.	Le Cameleon.	Et l'Indien.

Dans les 21 Constellations de l'Hémisphère septentrionale, il y a 700 Etoiles, dont 3 sont de la première grandeur, 25 de la seconde, 81 de la troisième, 151 de la quatrième, 105 de la cinquième, 134 de la sixième, & 201 informes.

Autour de l'Ecliptique, il y a 445 Etoiles, dont 5 sont de la première grandeur, 11 de la seconde, 51 de la troisième, 80 de la quatrième, 121 de la cinquième, 132 de la sixième, & 45 informes.

Et dans les 27 Constellations qui sont dans la partie australe du Ciel, il compte 561 Etoiles, dont 9 sont de la première grandeur, 27 de la seconde, 64 de la troisième, 184 de la quatrième, 122 de la cinquième, 75 de la sixième, & 80 informes.

Toutes ces Etoiles jointes ensemble, font le nombre de 1706, dont il y en a 17 de la première grandeur, 63 de la seconde, 196 de la troisième, 415 de la quatrième, 348 de la cinquième, 341 de la sixième, & 326 informes.

Après Bayer, Jules Schiller imprima en 1627, un Catalogue d'Etoiles avec des figures, sous le nom de *Cælum Stellatum Christianum*. Il substitua aux noms anciens & profanes des Constellations,

des noms tirés de l'Histoire sacrée, ce qui n'a pas cependant été imité par aucun Astronome, étant très-difficile de changer des usages auxquels on est accoutumé depuis long-temps, & qui ont été généralement reçus de toute ancienneté.

En 1665, le P. Riccioli a donné dans son *Astronomie reformée*, un Catalogue d'Etoiles fixes, dont il a formé 62 Constellations, y ayant compris celles d'Antinoüs & de la Chevelure de Bérénice, désignées par Tycho. Il a distribué les Etoiles comprises dans ces Constellations, en quatre classes : la première contient les Etoiles qu'il a déterminées par ses propres observations, & celles du P. Grimaldi : la seconde, les Etoiles observées par Tycho ou Képler : la troisième, les Etoiles observées par Hipparque & Ptolémée : & la quatrième, les Etoiles nouvelles, découvertes dans la partie australe, par des Pilotes qui en ont déterminé la situation.

Il donne à la situation de ces Etoiles, différents degrés d'exactitude, & en marque la Longitude & la Latitude pour l'année 1700, à laquelle il a réduit toutes ces observations.

Ce Catalogue a été suivi de plusieurs Cartes célestes, qui ont été données au Public en 1673, par le P. Pardies, qui y a représenté toutes les Constellations, avec les Etoiles qu'elles comprennent.

Nous avons eu aussi depuis, un Catalogue des Etoiles fixes de Jérôme Vitalis, qui nous a donné dans ses *Tables du premier Mobile*, la Longitude, la Latitude, l'Ascension droite & la Déclinaison des Etoiles pour l'année 1675.

Peu de temps après, Augustin Royer imprima en 1679, des Cartes du Ciel réduites en quatre Tables, avec un Catalogue des Etoiles fixes pour l'année 1700, où il donne la Longitude & la Latitude des Etoiles marquées dans la description de Bayer, & dont la situation a été corrigée par les observations du P. Anthelme Chartreux. Il y a adjoint plusieurs Etoiles qui n'avoient point encore été observées, & d'autres qui sont extraites du Catalogue du P. Riccioli, & qui ne se trouvent point dans Bayer.

Il a formé, des Etoiles qu'on nomme *informes*, onze nouvelles Constellations, dont cinq sont du côté du Septentrion : sçavoir, la Giraffe, le Fleuve Jourdain, le Fleuve du Tigre, le Sceptre, & la Fleur-de-Lys, & les six autres du côté du Midi, sont
la Colombe,

la Colombe, la Licorne, la Croix, le grand Nuage, le petit Nuage, & le Rhomboïde.

Les Etoiles dont il donne la description, sont au nombre de 1806, dont il y en a 15 de la première grandeur, 62 de la seconde, 218 de la troisième, 504 de la quatrième, 479 de la cinquième, 513 de la sixième, & 15 nébuleuses.

Il a joint à son ouvrage, le Catalogue des Etoiles australes observées par M. Halley avec un très-grand soin dans l'Isle de S.^{te} Helene, où il étoit allé exprès pour en déterminer la situation.

Hevelius a encore enchéri sur ceux qui l'avoient précédé, ayant rassemblé plusieurs Etoiles informes, pour en former de nouvelles Constellations, telles que le Monocéros & le Camelopard, qui avoient été décrits par Bartschius, le Sextans d'Uranie, les Chiens de Chasse, le petit Lion, le Lynx, le Renard avec l'Oye, l'Écu de Sobieski, le Léopard, le petit Triangle, & le Cerbere. Gregori adjoint l'Anneau de l'Armille.

Quelques-unes de ces Constellations répondent à celles de Royer, comme le Camelopard à la Giraffe, les Chiens de Chasse au Jourdain, & le Renard au Fleuve du Tigre ; & il a donné pour l'année 1700, la Longitude & la Latitude de toutes ces Etoiles, dans lesquelles il n'a pas compris celles qui sont dans les Constellations les plus proches du Pole austral.

Enfin M. Flamsteed nous a donné un Catalogue d'Etoiles fixes, beaucoup plus ample que ceux qui avoient paru jusqu'alors ; il y a marqué la Longitude, la Latitude, l'Ascension droite & la Distance au Pole d'un grand nombre d'Etoiles fixes, telles qu'elles étoient au commencement de l'année 1690, qu'il a déterminées par ses propres observations. Il a distribué toutes ces Etoiles en sept grandeurs, distinguant celles de Bayer par les lettres désignées par cet Auteur, & a marqué leur variation en Ascension droite & en Déclinaison, pour pouvoir trouver leur situation dans les années suivantes.

Ce Catalogue a été suivi d'un *Atlas céleste*, imprimé à Londres en 1729, où l'on a décrit en diverses Cartes, les figures des Constellations qui se voyent dans notre Hémisphère, avec la position exacte des Etoiles fixes par rapport aux Cercles de la Sphere, telle qu'elle résulte du dernier Catalogue corrigé de M. Flamsteed.

C H A P I T R E I I I.

De la Lumière des Etoiles fixes.

QUOIQUE l'ordre & l'arrangement que conservent entr'elles les Etoiles fixes, suffisent pour les distinguer des autres Astres, tels que les Planetes ou Cometes, qui changent continuellement de configuration à leur égard, on peut encore les reconnoître par leur lumière qui, pendant la nuit, paroît plus vive & plus éclatante.

En effet, en les considérant attentivement, on apperçoit dans les principales Etoiles fixes, une espece d'étincellement ou vibration de lumière, qui est beaucoup plus grande que dans les Planetes qui sont le plus près du Soleil, telles que Mercure & Venus, & qu'on ne distingue point dans Mars, Jupiter & Saturne, ni même dans les Cometes, dont la lumière est pour l'ordinaire plus foible que celle des Planetes.

Cette vivacité de lumière dans les Etoiles fixes, nonobstant leur éloignement prodigieux du Soleil, dont on parlera dans la suite, a fait juger avec raison, qu'elles ont en elles-mêmes la source de leur lumière, qu'elles n'empruntent point du Soleil, comme font les Planetes.

Il est vrai qu'entre les Etoiles fixes, il y en a un grand nombre de fort petites, & même de nébuleuses, dont la lumière est assés foible; mais comme elles conservent toutes entr'elles la même situation, on a conjecturé qu'elles sont aussi de la même nature, & que la foiblesse de leur lumière est causée principalement par l'éloignement où elles sont de la Terre, ce qui, par des raisons d'Optique, doit diminuer leur lumière, aussi-bien que leur grandeur apparente.

Il faut cependant remarquer qu'il y a des Etoiles fixes dont la lumière a divers degrés de force, quoique leur grandeur apparente soit la même, ce qui donne lieu de conjecturer que les moins lumineuses, sont d'une nature un peu différente de celle des autres, ou bien qu'elles ont sur leur disque, quelques taches qui interceptent une partie de leur lumière, & en diminuent l'éclat.

Entre les Etoiles fixes, celle qui nous paroît la plus brillante

est sans contredit, *Sirius*, ou le grand Chien, qui ne s'éleve sur notre horizon qu'à la hauteur d'environ 25 degrés. On peut placer après elle la Chevre, la Lyre, *Rigel*, *Arcturus*, *Antares* ou le Cœur du Scorpion, l'Epaule occidentale d'Orion, *Aldebaran* ou l'Œil du Taureau, le petit Chien, l'Epy de la Vierge, & le Cœur du Lion.

Pour ce qui est de la cause de l'étincellement qu'on apperçoit dans les Etoiles, on peut l'attribuer à la grande quantité des rayons lumineux qu'elles répandent, jointe au mouvement de l'air.

Car outre les rayons qui viennent directement à notre œil, il y en a plusieurs qui en sont écartés, & que nous ne laissons pas d'appercevoir par quelque réflexion ou réfraction extraordinaire, causée par l'air qui est toujours en agitation. Tous ces rayons ainsi épars, venant à se rassembler de divers endroits, forment cette espece d'étincellement, qui est plus sensible dans celles dont la lumière est plus vive. Car pour celles qui sont moins brillantes, les rayons qu'elles répandent dans l'air, & qui vont se réunir à notre œil, sont en trop petite quantité pour être apperçûs, de sorte que nous voyons leur disque dépouillé de cette chevelure lumineuse qui environne les autres.

En effet, cet étincellement paroît beaucoup moins sensible par les Lunettes, qui réunissent plus parfaitement les rayons écartés, & qui interceptent même une partie de la lumière.

On peut même le diminuer très-considérablement, en couvrant avec un carton, une grande partie de la circonférence du verre objectif, & ne lui laissant qu'une très-petite ouverture autour du centre. Car alors on voit le disque des Etoiles beaucoup mieux terminé, & l'on se sert ordinairement de cette méthode pour observer Mercure & Venus, dont le voisinage du Soleil rend la lumière plus éclatante que celle des autres Planetes.

C H A P I T R E I V.

Du Mouvement apparent des Etoiles fixes en Longitude.

CE n'est qu'après une longue suite d'années & même de siècles, qu'on s'est apperçû que les Etoiles, qu'on croyoit fixes, avoient un mouvement propre de l'Occident vers l'Orient.

Les ayant d'abord comparées à l'horison, qui est le seul terme sensible que nous ayons dans le Ciel, on les a vûës pendant plusieurs années, se lever & se coucher aux mêmes points de cet horison. Mais dans la succession des temps, on a reconnu que les unes s'approchoient des points des Équinoxes, pendant que les autres s'en éloignoient, ce qui a fait juger qu'elles avoient un mouvement particulier, & que ce mouvement ne se faisoit point autour du Pole de l'Équinoctial, puisqu'elles ne conservoient pas à son égard la même situation.

On observa aussi qu'au passage des Étoiles fixes par le Méridien, leur hauteur sur l'horison, & par conséquent leur déclinaison à l'égard de l'Équinoctial, étoit sujette à quelque variation, mais que cette variation n'étoit pas uniforme dans toutes les Étoiles fixes; que les unes s'approchoient de l'Équinoctial, & les autres s'en éloignoient de plusieurs secondes par année, plus ou moins suivant leurs différentes situations à l'égard des points des Équinoxes & des Poles du Monde, de sorte qu'il étoit presque entièrement insensible dans celles qui étoient vers de certaines régions du Ciel.

Ayant comparé ensemble tous ces mouvements, on a reconnu qu'ils se faisoient autour d'un point fixe dans le Ciel, situé dans la Constellation du Dragon, qui est présentement éloigné d'environ 23 degrés & demi des Poles de l'Équateur, & qui est le même que le Pole de l'Écliptique, autour duquel le Soleil paroît faire sa révolution annuelle.

Ptolemée (*Chap. III. du 7.^e livre de son Almageste*) entreprend de démontrer que les Étoiles fixes ont un mouvement autour des Poles du Cercle qui passe par le milieu des Signes, à l'égard duquel elles conservent toujours une même latitude. Il rapporte pour cet effet, le sentiment d'Hipparque, qui, par la comparaison de ses observations avec celles de Timocharis, faites 155 ans auparavant, avoit trouvé que l'Épy de la Vierge avoit conservé la même distance à l'égard de l'Écliptique, & non pas à l'égard de l'Équinoctial, sa latitude ayant toujours été de 2 degrés vers le Midi; ce qui lui donna lieu de supposer que ce mouvement se faisoit autour des Poles du Zodiaque, dont il lui resta cependant quelque doute, n'étant pas assuré de l'exactitude des observations de

Timocharis, joint à ce qu'il n'y avoit pas assés de temps écoulé entre ces observations & les siennes, pour pouvoir le connoître avec une entière évidence.

Pour nous, adjoûte Ptolemée, ayant trouvé par des observations faites après un plus grand intervalle de temps, le même mouvement qu'Hipparque, dans presque toutes les Étoiles fixes, nous assurons que leur mouvement se fait autour des Poles du Zodiaque, puisque les distances en latitude de ces Étoiles au grand Cercle qui est décrit autour de ces Poles, se trouvent presque les mêmes que celles qu'Hipparque avoit déterminées, avec de si petites différences, qu'on doit les attribuer aux erreurs qui peuvent se glisser dans les observations. Il n'en est pas de même, continuë-t-il, des distances des Étoiles à l'Équinoctial, celles qui sont dans l'Hémisphere depuis le Solstice d'Hyver, jusqu'au Solstice d'Été, c'est-à-dire, depuis le commencement du Capricorne, jusqu'à celui de l'Écrevisse, étant toujours de plus en plus septentrionales, au lieu que celles qui sont à l'opposite, deviennent de plus en plus méridionales; de manière cependant que les Étoiles qui sont les plus près des points des Équinoxes, ont un mouvement plus grand en déclinaison que celles qui sont proches des points des Solstices, ce qu'il confirme par les observations qu'il a faites de la déclinaison de plusieurs Étoiles fixes, qu'il compare à celles qui ont été déterminées par Aristille, Timocharis & Hipparque.

À l'égard de la quantité du mouvement des Étoiles fixes en longitude, on n'a pû le déterminer que par la comparaison de diverses observations de la situation de ces Étoiles, faites dans des temps éloignés les uns des autres.

Hipparque, suivant le rapport de Ptolemée, trouva que de son temps, c'est-à-dire, 128 ans avant la naissance de Jesus-Christ, l'Épy de la Vierge étoit éloigné de 6 degrés du point de l'Équinoxe d'Automne contre l'ordre des Signes. Timocharis l'avoit trouvé 155 ans auparavant, à la distance de 8 degrés de la Balance, vers le même sens; d'où il résulte que cette Étoile avoit parcouru dans l'espace de 155 années, deux degrés suivant la suite des Signes, ce qu'il remarque être arrivé de même, à très-peu de chose près dans les autres Étoiles fixes.

Suivant cette observation, le mouvement des Étoiles fixes en

longitude seroit d'un degré en 77 années & 6 mois, au lieu que Ptolémée ne leur en attribue qu'un d'un degré en 100 années, conformément au sentiment d'Hipparque, qui, selon lui, avoit trouvé que les Étoiles fixes n'avoient pas parcouru moins de la centième partie d'un degré par année, & de 3 degrés en 300 ans.

Pour confirmer ce sentiment, il rapporte que dans la seconde année de l'Empire d'Antonin, c'est-à-dire, dans la 138.^e année après la naissance de Jésus-Christ, le Cœur du Lion étoit à 2^d 30' de ce Signe, & à la distance de 32^d 30' du point du Solstice d'Été. Hipparque l'avoit trouvé 128 ans avant Jésus-Christ à 29^d 50' de l'Écrevisse, de sorte que dans l'espace de 265 années ou environ, qui se sont écoulées entre l'observation d'Hipparque & la sienne, cette Étoile a avancé de 2^d 40', ce qui est à peu-près en raison d'un degré en 100 années. Il ajoute que, suivant les observations qu'il a faites de l'Épy de la Vierge, & des principales Étoiles du Zodiaque, il a trouvé que depuis Hipparque, jusqu'à lui, les Étoiles ont avancé de 2^d 40' suivant la suite des Signes, à très-peu de chose près.

Pour comparer les observations d'Hipparque aux nôtres, & en déduire le mouvement des Étoiles fixes en longitude, nous employerons celles de l'Épy de la Vierge & du Cœur du Lion, qui sont toutes les deux de la première grandeur, & ont été observées par Hipparque, comme nous l'avons remarqué ci-dessus, la première à 6 degrés du point de l'Équinoxe d'Automne contre la suite des Signes, c'est-à-dire, à 24 degrés de la Vierge, & la seconde à 29^d 50' du point du Solstice d'Été ou de l'Écrevisse.

La longitude de l'Épy de la Vierge étoit au commencement de l'année 1738, à 20^d 11' 45" de la Balance, dont la différence à 24 degrés de la Vierge, est de 26^d 11' 45", qui étant partagés en 1866 années, intervalle entre les observations d'Hipparque & les nôtres, donnent le mouvement annuel de cette Étoile, de 50" 32".

Prenant de même la différence entre la longitude du Cœur du Lion, pour le temps d'Hipparque, qui étoit à 29^d 50' de l'Écrevisse, & celle qu'on a trouvée en 1738, à 26^d 11' 40" du Lion, on aura le mouvement de cette Étoile dans l'espace de 1866 années, de 26^d 21' 40", ce qui est à raison de 50" 50" par année.

Prenant un milieu entre ces deux déterminations, on aura le mouvement des Étoiles fixes, suivant les observations d'Hipparque, de 50" 41" par année, & d'un degré en 71 ans & quelques jours.

Pour déterminer de même le mouvement des Étoiles fixes en longitude, par le moyen de nos observations, comparées à celles de Ptolémée, nous avons choisi principalement *Aldebaran* ou l'Œil du Taureau, & *Antares* ou le Cœur du Scorpion, qui sont tous les deux de la première grandeur. Ces Étoiles sont présentement éloignées l'une de l'autre de 6 Signes assés précisément, la longitude d'*Aldebaran* étant au commencement de l'année 1738, à 6^d 8' 10" des Gemeaux, & celle du Cœur du Scorpion à 6^d 6' 30" du Sagittaire. Cette même différence se trouve à peu-près dans le Catalogue des Étoiles fixes de Ptolémée, qui détermine la longitude d'*Aldebaran* à 12^d 40' du Taureau, & celle d'*Antares* à 12^d 40' du Scorpion.

Prenant la différence entre la longitude de ces Étoiles, marquée par Ptolémée, & celle qui résulte de nos observations, on trouvera que dans l'espace de 1660 années, qui se sont écoulées entre les observations de Ptolémée & les nôtres, le mouvement d'*Aldebaran* en longitude a été de 23^d 28' 10", & celui d'*Antares* de 23^d 26' 30", ce qui donne le mouvement annuel d'*Aldebaran* de 52" 48", & celui d'*Antares* de 52" 44".

Prenant un milieu, on aura le mouvement des Étoiles fixes, qui résulte des observations de Ptolémée, de 52' 46" par année, & d'un degré en 68 ans & près de 3 mois; ce qui est bien différent des 100 années que Ptolémée leur avoit assigné pour parcourir un degré, & approche beaucoup plus près de ce qui résultoit des observations de Timocharis, comparées à celles d'Hipparque.

Les observations de Ptolémée ont été suivies par celles d'Albatignius, Prince Arabe qui vivoit 741 ans après lui, & 878 après Jésus-Christ. Cet Astronome dans son Livre intitulé *De la Science des Étoiles*, rapporte (Chap. 50, page 202) que l'année 1627 de Nabuchodonosor, qui répond à l'année 878 de Jésus-Christ, il avoit trouvé que l'Étoile qui est entre les deux Yeux du Scorpion, que nous appelons la *Luisante du front* de cette Constellation, étoit à 17^d 20' de ce Signe. Nous l'avons trouvée en 1738, à 29^d 33' 20" du même Signe, de sorte qu'elle a parcouru en 860 années

$12^d 13' 20''$ en longitude, ce qui est à raison de $51'' 9'''$ par année.

Il rapporte aussi l'observation du Cœur du Lion, qu'il a trouvé à $14^d 0'$ de ce Signe. Il étoit en l'année 1738, à $26^d 11' 40''$ du même Signe, d'où il résulte que cette Étoile a parcouru $12^d 11' 40''$ dans l'intervalle de 860 années, ce qui est à raison de $51'' 3'''$ par année. On l'avoit trouvé par l'observation précédente, de $51'' 9'''$, la différence est de 6 tierces, qui étant partagée en deux, & adjointe à la première, donne le mouvement des Étoiles fixes, suivant les observations d'Albategnius, de $51'' 6'''$ par année, & d'un degré en 70 ans & 5 mois.

Il est à remarquer que la différence entre la longitude du Front du Scorpion & du Cœur du Lion, déterminée par Albategnius, ne diffère que de $1' 40''$ de celle que l'on trouve présentement, ce qui est une preuve de l'exactitude de ses observations.

Prenant un milieu entre la quantité du mouvement des Étoiles fixes, qui résulte des Observations d'Hipparque, de Ptolemée, & d'Albategnius, comparées aux nôtres, on trouvera que ce mouvement est de $51'' 31'''$ par année, & à peu-près d'un degré en 70 ans.

Depuis Albategnius, jusqu'à Tycho, il y a eu plusieurs Astronomes qui nous ont donné la situation des Étoiles fixes; mais comme ils ne rapportent point d'observations qu'ils ayent employées pour les déterminer, & qu'il paroît qu'ils n'ont fait, pour la plupart, que réduire à leur époque, les longitudes marquées dans le Catalogue de Ptolemée, en y adjointant la quantité de mouvement qu'ils ont attribué à ces Étoiles, nous nous contenterons de rapporter celles que Tycho a rapportées, ou qu'il a déterminées par ses propres observations, & qu'il a insérées dans son Catalogue des Étoiles fixes pour l'année 1600 complète.

La longitude d'*Aldebaran* y est marquée à $4^d 12' 30''$ des Gemeaux. Nous l'avons déterminée pour le commencement de l'année 1738, à $6^d 8' 10''$ du même Signe, la différence est de $1^d 55' 40''$ que cette Étoile a parcouru en 138 années, ce qui est à raison de $50'' 39'''$ par année.

On trouve pareillement en 1600, la longitude du Cœur du Scorpion, à $4^d 13'$ du Sagittaire. Elle étoit en 1738, à $6^d 6' 30''$ du même

du même signe, la différence est de $1^d 53' 30''$, qui mesure le mouvement de cette Étoile pendant 138 années, ce qui est à raison de $49'' 43'''$ par année.

Si l'on compare de même la longitude de *Regulus*, qui a été déterminée en 1600, par Tycho, à $29^d 17'$ du Lion, avec celle de cette Étoile pour l'année 1738, qui étoit à $26^d 12' 40''$ du même signe, on aura son mouvement en 138 années, de $1^d 55' 40''$, & de $50'' 39'''$ par année.

Enfin, si l'on employe la longitude de l'Épy de la Vierge, qui, au rapport de Tycho, fut observée par Copernic en 1515, à $17^d 3' 2''$ de la Balance, & qui étoit au commencement de 1738, à $20^d 11' 45''$ du même signe, on trouvera que cette Étoile a parcouru $3^d 10' 45''$ en 223 ans, d'où l'on trouve son mouvement annuel, de $50'' 39'''$.

Prenant un milieu entre ces différentes déterminations, on aura, suivant les observations de Tycho & de Copernic, le mouvement des Étoiles fixes, de $50'' 20'''$ par année, & d'un degré en 71 ans & 6 mois.

Nous ne rapporterons point ici les observations des Étoiles fixes, qui ont été faites depuis Tycho par divers Astronomes, pour déterminer leur position, parce que l'intervalle entre ces observations & les nôtres, nous a paru trop petit, pour que l'on en pût déduire avec quelque certitude, la quantité de leur mouvement. Nous remarquerons cependant que celui que l'on vient de déterminer par les observations de Tycho, de $50'' 20'''$ par année, est encore plus grand que celui qui résulte des observations qui ont été faites à Paris depuis l'établissement de l'Académie Royale des Sciences, suivant lesquelles on l'a trouvé d'environ 50 secondes par année, & d'un degré en 72 ans; ce qui pourroit faire soupçonner que le mouvement apparent des Étoiles fixes se seroit rallenti dans la suite des années.

Cependant comme les variations que l'on observe dans la position des Étoiles fixes en diverses saisons de l'année, peuvent avoir empêché de déterminer leur véritable situation avec toute la précision requise, nous avons cru, en attendant que nos observations soient confirmées par celles qui se feront dans la suite avec toutes les précautions que l'on y apporte présentement, devoir employer

dans nos Tables, le mouvement des Étoiles fixes, tel qu'il résulte des observations anciennes, préférablement aux modernes, & le déterminer d'un degré en 70 ans.

C H A P I T R E V.

De la Grandeur des Étoiles fixes, & de leur Distance à la Terre.

ON ne peut guère séparer la considération de la grandeur des Étoiles fixes, de celle de leur distance, puisque ces deux connoissances sont si étroitement unies ensemble, que l'une étant déterminée, l'autre en résulte nécessairement.

En effet, la Géométrie nous apprend qu'en mesurant la grandeur apparente d'un objet éloigné, c'est-à-dire, l'angle qu'il fait à notre œil, on peut, en connoissant sa distance, déterminer sa grandeur véritable, & que réciproquement sa grandeur véritable étant connue, on sçait sa distance.

On peut déterminer avec assez de précision & de facilité, les diametres apparents du Soleil, de la Lune, & des autres Planètes dont le disque est assez bien terminé; mais il est difficile de mesurer celui des Étoiles fixes, à cause que les rayons qu'elles jettent de toutes parts, & la vivacité de la lumière qui les environne, ne permettent pas de discerner avec la même évidence, le terme de leur circonférence.

Entre les méthodes que l'on peut employer pour cette recherche, nous avons préféré celle qui résulte de la comparaison de leur diametre à celui de Jupiter, qui, à la réserve du Soleil & de la Lune, est de tous les Astres celui dont l'on connoît plus exactement les dimensions.

Nous avons aussi choisi entre les Étoiles fixes, *Sirius*, ou la Lufante du grand Chien, qui est la plus belle & la plus éclatante des Étoiles qui paroissent sur notre horizon.

Pour diminuer l'éclat & la vivacité de sa lumière, nous avons appliqué au verre objectif d'une Lunette de 34 pieds de longueur, un carton qui couvroit la plus grande partie de la surface de ce

verre, & ne laissoit qu'une ouverture ronde au milieu, d'un pouce & demi de diametre.

La Lunette étant ainsi préparée, nous l'avons dirigée à *Sirius*, dont le disque nous parut assez bien terminé, & dépouillé des rayons étincellants qui l'environnent ordinairement.

Jupiter étant alors sur l'horison, nous l'avons observé avec la même Lunette, & l'ayant comparé à *Sirius* par différentes fois, nous avons jugé que son diametre étoit dix fois plus grand que celui de cette Étoile. Le diametre apparent de Jupiter étoit alors de 50 secondes, d'où il résulte que celui de *Sirius* étoit d'environ 5 secondes.

La grandeur apparente de cette Étoile étant ainsi connue, on auroit, comme on l'a remarqué ci-dessus, sa grandeur véritable, si l'on pouvoit connoître sa distance; mais il faut avouer que quelques tentatives qu'on ait faites jusqu'à présent, pour parvenir à cette connoissance, elles se sont trouvées presque inutiles, parce que, suivant les observations les plus exactes, on n'a reconnu dans les Étoiles fixes, aucune parallaxe, ou elle s'est trouvée si peu sensible, qu'on peut l'attribuer aux petites erreurs qui peuvent se glisser dans les observations que l'on y a employées.

Tout ce que l'on sçait de certain, & qui est généralement reçu de tous les Astronomes, est que leur distance à la Terre surpasse celle de toutes les Planètes, dont la plus éloignée de nous, qui est Saturne, est d'environ 300 millions de lieuës, ou 100 mille diametres de la Terre.

Supposant que le diametre apparent de *Sirius* soit de 5 secondes, tel que nous venons de le déterminer, & que cette Étoile soit à la même distance de nous que Saturne, on déterminera sa grandeur véritable, en faisant, comme le sinus total est au sinus de 5 secondes; ainsi 300 millions de lieuës, sont à 7 mille lieuës, qui mesurent son diametre, lequel excède de plus de deux fois le diametre de la Terre, & qui est cependant le plus petit qu'on peut lui assigner, dans quelque Systeme que l'on ait choisi pour expliquer les mouvements des Cieux.

Si l'on suppose avec la plupart des Philosophes, que les Étoiles fixes sont semblables au Soleil, & qu'étant de la même nature, & également lumineuses par elles-mêmes, elles sont aussi à peu-près

de la même grandeur : la distance du Soleil à la Terre étant d'environ 10 mille diametres de la Terre, & le diametre apparent de Sirius étant à celui du Soleil, comme 1 à 384, on aura la distance de Sirius à la Terre, de 3 millions 840 mille diametres de la Terre.

A l'égard des autres Étoiles fixes, leur distance à la Terre doit être sans comparaison plus grande, si l'on suppose que plusieurs d'entr'elles sont à peu-près de la même grandeur, & ne nous paroissent plus petites les unes que les autres, que parce qu'elles sont placées à une plus grande distance. Car outre celles que l'on apperçoit à la vûë simple, lorsque le Ciel est fort serein, nous en distinguons encore par nos Lunettes un plus grand nombre, sans comparaison, qui paroissent de la même grandeur que les plus petites que nous discernons sans leur secours, & plus nous employons de grandes Lunettes, plus nous en découvrons, de sorte qu'il n'est pas possible d'en déterminer le nombre. Quelques-unes de ces Lunettes augmentent de plus de 200 fois la grandeur des objets ; ainsi, comme le diametre apparent des plus petites Étoiles que l'on distingue dans le Ciel à la vûë simple, est environ 6 fois plus petit que celui des Étoiles de la première grandeur, on aura le diametre apparent de quelques-unes de celles que nous découvrons par nos Lunettes, 1200 fois plus petit que celui des plus grandes Étoiles ; & supposant leur grandeur uniforme, ces Étoiles seront 1200 fois plus éloignées de nous que Sirius, dont la distance a été trouvée au moins de 3 millions 840 mille diametres de la Terre.

Quelque prodigieux que soit cet éloignement, il doit être encore sans comparaison plus grand, si l'on considère la distance des Étoiles fixes à la Terre, qui résulte du Systeme de Copernic, lequel est le plus généralement reçu de tous les Philosophes, à cause de sa merveilleuse simplicité.

Suivant ce Systeme, le Soleil & les Étoiles sont fixes, la Terre fait une révolution autour de son axe en 23 heures 56 minutes ; d'où résulte l'apparence du mouvement journalier du Soleil, des Planetes & des Étoiles fixes. Elle acheve aussi dans l'espace d'une année, sa révolution autour du Soleil, en décrivant un Cercle, qu'on appelle *Ecliptique* ou *Orbe annuel*. On attribué aussi le

mouvement des Étoiles fixes, qui se fait autour des Poles de l'Ecliptique, à un mouvement presque insensible de la Terre autour de ce Cercle, qui s'accomplit en 26 mille années ou environ.

Il résulte de ce Systeme, que la Terre dans l'espace de 6 mois, parcourt la moitié de son Orbe, & est transportée par ce mouvement à l'opposite du lieu d'où elle étoit partie, dont elle est par conséquent éloignée du double de sa distance au Soleil, c'est-à-dire, d'environ 20 mille diametres de la Terre.

Soit, par exemple, *S* (*Fig. 10.*) le Soleil ; *F* une Étoile fixe placée sur le plan de l'Ecliptique à une distance quelconque ; *ABCD*, l'Orbe annuel, sur lequel la Terre est placée d'abord en *A*, & 6 mois après en *C*, dans deux situations opposées, éloignées l'une de l'autre de 20 mille de ses diametres, de manière que les angles *FSA*, *FSC* soient chacun de 90 degrés. L'Étoile *F*, vûë de la Terre lorsqu'elle est en *A*, paroitra répondre au point *E* du Firmament, que l'on suppose à une distance infinie.

On la verra ensuite, par le mouvement de la Terre sur son Orbe de *A* vers *B*, s'avancer de *E* vers *G*, jusqu'à ce que la Terre étant arrivée en *C*, on la voye répondre au point *H*, éloignée du lieu où elle étoit 6 mois auparavant, de toute la quantité de l'arc *EH*, qui est mesuré par l'angle *EFH*, ou *AFC*, dont la moitié *AFS* est la *Parallaxe de l'Orbe annuel*.

L'angle *AFC*, ou sa moitié *AFS*, étant connuë, on fera, comme le sinus de l'angle *AFS*, est au sinus total ; ainsi *AS* demi-diametre de l'Orbe annuel, qui est de 10 mille diametres de la Terre, est à *AF*, distance de l'Étoile fixe à la Terre.

Si, au lieu de supposer l'Étoile *F* sur le plan de l'Ecliptique, elle se trouve placée à l'un des Poles de ce Cercle, de manière que la ligne *FS*, tirée du point *F* au Soleil, soit perpendiculaire au plan de l'Ecliptique ; la Terre étant en *A*, cette Étoile paroitra répondre au point *E*, & sa distance à l'Ecliptique sera mesurée par l'angle *CAF*, qui diffère de l'angle droit *CSF*, d'une quantité égale à l'angle *AFS*, qui mesurera la plus grande parallaxe de l'Orbe annuel en latitude. La Terre étant transportée par son mouvement autour du Soleil, de *A* vers *B*, l'Étoile qui étoit en *E*, paroitra décrire autour du Pole *G* de l'Ecliptique, un cercle dont le demi-diametre sera représenté par l'arc *EG*, qui est mesuré par

l'angle EFG ou AFS , qui est d'autant plus petit que l'Etoile F est éloignée du point S .

Dans les autres situations d'une Etoile à l'égard du Pôle de l'Ecliptique, comme en I , sa distance apparente à ce Cercle sera mesurée, lorsque la Terre est en A , par l'angle CAI , & sa distance véritable par l'angle CSI . La différence est l'angle AIS , qui mesure sa parallaxe en latitude, & qui est à la plus grande parallaxe d'une Etoile placée en F au Pôle de l'Ecliptique, à la même distance SF , comme le sinus total est au sinus de la latitude de l'Etoile, qui est le complément de sa distance au Pôle de l'Ecliptique. Car dans le Triangle AFS , on aura FS ou FA , qui n'en diffère pas sensiblement, est à AS , comme le sinus total est au sinus de l'angle AFS de la plus grande parallaxe. Mais dans le Triangle AIS , IS ou FS est à AS , comme le sinus de l'angle SAI , qui mesure la latitude apparente de l'Etoile, est au sinus de l'angle AIS de sa parallaxe: Donc le sinus total est au sinus de la latitude de l'Etoile, comme le sinus de la plus grande parallaxe est au sinus de sa parallaxe. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Il suit de là que les Etoiles qui sont sur l'Ecliptique, n'ont aucune parallaxe en latitude, & qu'on n'apperçoit alors que celle qu'elles ont en longitude, qui, comme on l'a remarqué, leur fait paroître décrire l'arc EH , qui est suivant la direction du plan de l'Ecliptique.

On voit aussi que les temps les plus favorables pour déterminer la parallaxe des Etoiles en longitude, sont lorsqu'elles sont éloignées de 3 ou 9 Signes du Soleil, parce qu'alors l'angle FSA étant droit, l'angle AFS , qui mesure cette parallaxe, est le plus grand qui soit possible.

Tout au contraire, les temps qui conviennent le mieux pour déterminer la parallaxe des Etoiles en latitude, sont lorsque la Terre se trouve dans le même lieu de l'Ecliptique que l'Etoile, ou dans son opposé, parce qu'alors le cercle de latitude FIL , sur lequel se fait cette apparence, passe en même temps par l'Etoile & le centre de la Terre.

Comme l'Ecliptique & ses Poles changent continuellement de situation dans le Ciel à l'égard de l'Horison & du Zénit, à cause de la révolution journalière du premier Mobile, il est difficile

de déterminer par des observations immédiates, la parallaxe des Etoiles fixes en longitude & en latitude; c'est pourquoi on y employera leurs variations en ascension droite & en déclinaison, causées par la parallaxe de l'Orbe annuel, en cette manière.

Soit $AEBG$ (*Fig. 11.*) le colüre des Solstices, ou le Cercle de latitude qui passe par les Poles P & R de l'Equateur, & par les Poles E & G de l'Ecliptique, qui est ici représentée par le diametre AB , A le lieu de la Terre, lorsqu'elle est au commencement de l'Ecrevisse, le plus près qu'il est possible du Pôle septentrional P de l'Equateur; B le lieu de la Terre à l'opposite, au commencement du Capricorne, S une Etoile fixe quelconque, par laquelle on a mené le Cercle ESG de latitude, & le Cercle PSR de déclinaison. Soit mené par le point S , un grand Cercle HSO , qui soit perpendiculaire au Cercle PSR de déclinaison, & coupe l'Ecliptique AB au point O .

Pour trouver les lieux de la plus petite & de la plus grande parallaxe de l'Etoile S en déclinaison, il faut considérer que cette parallaxe doit être nulle, lorsque la Terre par sa révolution autour du Soleil, passe par le point O , ou par son opposé; parce qu'alors cette Etoile observée dans ces deux situations, paroît à la même distance du Pôle, que si elle avoit été considérée du Soleil, auquel cas il n'y a point de parallaxe en déclinaison.

Cette parallaxe augmente ensuite dans la raison du sinus de la distance de la Terre à ce point, jusqu'à 90 degrés où cette parallaxe est la plus grande; après quoi elle diminue de la même manière qu'elle avoit augmentée, jusqu'à ce que la Terre soit arrivée à l'opposite du point O , où elle cesse entièrement.

A l'égard de la parallaxe en ascension droite de l'Etoile S , il est aisé de voir qu'elle doit être nulle lorsque la Terre se trouve sur l'Ecliptique AB , au point N , ou dans son opposé, dans l'intersection de ce Cercle avec le Cercle de déclinaison PSR , qui passe par cette Etoile, parce qu'alors elle est vüe du point N , ou de son opposé, dans la même direction que du centre du Soleil, sans s'en écarter de part ou d'autre, auquel cas il n'y a point de parallaxe en ascension droite.

Dans les autres situations de la Terre sur l'Ecliptique, cette parallaxe augmente dans la raison du sinus de la distance au point N

jusqu'à 90 degrés, où cette parallaxe sera la plus grande; après quoi elle diminuera jusqu'à ce que la Terre soit arrivée à l'opposite du point *N*, où cette parallaxe cesse entièrement.

Nous ne donnerons point ici le détail de toutes les apparences qui doivent résulter de la parallaxe des Étoiles fixes, ce qui a été expliqué avec beaucoup de précision, & dans toute son étendue, par *M. Manfredi* dans un *Traité* imprimé à Bologne en 1729, il nous suffira de donner ici la méthode de déterminer pour chaque Étoile, le lieu où la Terre se doit trouver lorsque la parallaxe tant en déclinaison qu'en ascension droite est nulle, ou la plus grande qui soit possible, qui sont les termes où il convient principalement de l'observer.

Dans le Triangle *PSE*, l'arc *PE*, distance entre les Poles de l'Équateur & de l'Écliptique, est connu, de même que l'arc *PS*, complément de la déclinaison de l'Étoile; & l'angle *AEN*, mesure la distance au point de l'Écrevisse & du Capricorne qui est le plus proche; c'est pourquoi l'on trouvera l'angle *PSE*: & dans le Triangle *SMO*, rectangle en *M*, dont le côté *SM*, latitude de l'Étoile est connu, de même que l'angle *OSM*, complément de l'angle *MSN* ou *PSE*, trouvé ci-dessus, on fera, comme le sinus total est au sinus de *SM*, latitude de l'Étoile; ainsi la tangente de l'angle *OSM*, est à la tangente de l'arc *OM*, qu'il faut adjoûter au lieu de l'Étoile lorsque le point *O* est plus avancé suivant la suite des signes, que le point *M*, & qu'il faut en retrancher lorsqu'il est moins avancé, pour avoir le vrai lieu de la Terre lorsque la parallaxe en déclinaison est nulle. Y adjoûtant 90 degrés, ou les en retranchant, on aura les lieux où la parallaxe est la plus grande.

On déterminera de même la plus petite ou la plus grande parallaxe en ascension droite par une simple analogie, en faisant, comme le sinus total est au sinus de l'arc *AP*, complément de *PE*; ainsi la tangente de l'angle *APN*, qui mesure l'ascension droite de l'Étoile depuis le point *A* de l'Écrevisse, ou *B* du Capricorne, est à la tangente de l'arc *AM*, qu'il faut y adjoûter, ou qu'il en faut retrancher suivant que le point *M* se trouve plus ou moins avancé suivant la suite des signes, que ces deux points, & l'on aura le lieu de la Terre dans les temps où la parallaxe en ascension droite est nulle. Y adjoûtant 90 degrés, ou les en retranchant, on

aura

aura les lieux de la plus grande variation de l'Étoile en ascension droite.

Ayant employé cette méthode pour découvrir la parallaxe des Étoiles fixes, on a trouvé que les variations qui lui paroissent favorables, sont extrêmement petites, & que la plus grande partie de celles qu'on a observées en diverses saisons de l'année dans la position des Étoiles fixes, doivent être attribuées à l'Aberration de la lumière, comme on peut le voir dans les *Transactions Philosophiques* de la Société Royale de Londres, & dans les *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*; d'où il est nécessaire de conclure que la distance des Étoiles fixes à la Terre ou au Soleil, dans le Systeme de Copernic, est si grande que tout le diametre de l'Orbe annuel, dont l'étendue est d'environ 60 millions de lieues, n'y a presque aucun rapport sensible.

C H A P I T R E V I.

Des Étoiles nouvelles.

IL y a dans le Ciel, plusieurs Étoiles fixes, qu'on y apperçoit présentement, & qui n'ont point été décrites par les Anciens; d'autres que nous ne voyons plus à présent, quoiqu'on en ait marqué autrefois la situation; d'autres enfin, qui augmentent & diminuent de grandeur, & qui, après avoir disparu entièrement, se rendent de nouveau visibles, & forment successivement de nouvelles apparences.

A l'égard de celles que l'on découvre présentement, & qui n'ont point été marquées dans les anciens Catalogues, ou dans les figures des Constellations qu'on a dressées, il y a beaucoup d'apparence que la plupart de ces Étoiles ne laissoient pas d'être alors visibles; mais qu'à cause de leur petitesse, elles ont échappé à la diligence de ceux qui ont fait d'abord la description des Étoiles.

Telle est la septième des Pléiades, qu'on raconte avoir paru avant l'embrasement de Troye, après lequel elle s'est cachée, & a reparu ensuite de nouveau, ce qui a donné lieu de douter si les Pléiades étoient au nombre de six ou de sept.

Quoi qu'il en soit, il est certain que quoique Homere, Attalus

. H

& Geminus n'en comptent que six, Simonides, M. Varron, Pline, Aratus, Hipparque & Ptolemée dans le texte grec, les mettent au nombre de sept, ce qui a été suivi de la plupart des Astronomes; d'où l'on peut conjecturer que la septième a paru nouvelle à quelques-uns, à cause qu'elle ne se peut discerner que par les personnes qui ont la vûe excellente.

Depuis la découverte des Lunettes, Galilée aperçut 36 Étoiles dans les Pléiades, dont il donne la description & la figure dans le Livre intitulé *Nuncius Sidereus*. Il avertit cependant qu'on découvre dans les Pléiades, par les Lunettes, plus de 40 Étoiles, qu'on n'aperçoit point à la vûe simple, sans y comprendre celles qu'on y remarque ordinairement, dont il ne compte que six, parce que, selon lui, la septième ne paroît presque jamais.

Depuis Galilée, divers Astronomes ont donné la configuration des Pléiades & des Étoiles qui les environnent. Nous en avons une de M. de la Hire dans les Mémoires de l'Académie de 1693, où, à l'occasion du passage de la Lune par ces Étoiles, il les a décrites au nombre de 64, entre lesquelles, outre les sept reconnus anciennement, il y en a deux qui y ont été adjouées par Langrenus, & à qui on a donné le nom d'*Atlas* & de *Mater Pleione*. Il soupçonne même par leur situation, qui est différente de celle qui est marquée par le P. Riccioli, que les Étoiles fixes peuvent avoir quelque mouvement particulier, & qu'elles ne conservent pas exactement entr'elles la même position.

Depuis ce temps-là, feu M. Maraldi a donné dans les Mémoires de l'Académie de 1708, page 297, la figure des Pléiades & des Étoiles qui les environnent. La situation des plus claires a été déterminée en observant leur passage au Méridien, & leur hauteur méridienne; les autres ont été déterminées en observant leurs différences d'ascension droite & de déclinaison à l'égard des plus claires. Le nombre de ces Étoiles est de 56, moindre de 8 que celles qui sont dans la figure de M. de la Hire, dont il y en a quatre vers le Midi, une vers le Septentrion, une entre *Alcione* & *Pater Atlas*, une autre près de *Celeno*, & la huitième entre *Alcione* & *Celeno*.

A l'égard de la situation que l'on a marquée de ces Étoiles, dans les deux figures, quoiqu'il y ait quelque différence, elle est

si peu sensible, qu'on peut aisément l'attribuer à la difficulté qu'il y a de placer toutes ces Étoiles dans leur juste situation.

Nous ne nous arrêterons pas à rapporter tout ce qui a été écrit au sujet de diverses Étoiles nouvelles, dont la situation n'a pas été déterminée exactement, ou bien dont on n'a pas de certitude, si c'étoient des Étoiles fixes ou des Comètes.

Telle est celle qui, au rapport de Pline (*liv. 2. chap. 6.*) fut observée par Hipparque, environ 125 ans avant Jesus-Christ.

Une autre qui parut au temps de l'Empereur Hadrien vers l'année 130 de Jesus-Christ.

Une troisième que Cuspinianus, au rapport de Licetus (*p. 259*) découvrit l'an 389 vers l'Aigle, & qui cessa de paroître, après avoir été vûe aussi brillante que Venus, dans l'espace de trois semaines. Cette Étoile peut être la même que celle qui fut aperçûe au temps de l'Empereur Honorius, que quelques-uns rapportent à l'année 388 ou 389, & d'autres à l'année 398.

Une quatrième qui fut aperçûe par Messahala Haly & Albu-mazar, dans le neuvième siècle, au 15.^e degré du Scorpion, qui parut pendant l'espace de quatre mois entiers, & dont la clarté étoit si grande, qu'elle répandoit autant de lumière que la quatrième partie de la Lune.

Une cinquième qui, au rapport de Cyprianus Leovitius, fut découverte en l'année 945, au temps de l'Empereur Othon, entre les Constellations de Cassiopée & de Céphée.

Une sixième enfin, qui, selon le même Auteur, parut en l'an 1264, à peu-près vers le même endroit du Ciel, près de Cassiopée, sans avoir aucun mouvement propre.

Les observations de toutes ces Étoiles ne sont point assez circonstanciées, pour qu'on puisse établir à leur sujet, quelque fondement certain.

Mais rien n'a paru de plus singulier, ni avec plus d'évidence, que l'Étoile qui fut découverte dans la Constellation de Cassiopée, au commencement du mois de Novembre de l'année 1572. On la vit 16 mois entiers dans le même lieu du Ciel, sans changer de situation à l'égard des autres Étoiles fixes, faisant un rhombe parfait avec les Étoiles α , β , γ de cette Constellation.

Cette Étoile n'avoit point de chevelure, comme on en apperçoit à certaines Comètes, mais elle étoit brillante, de même que toutes les Étoiles fixes, telles que *Sirius* & la Lyre, qu'elle surpassoit en grandeur & en clarté.

Elle paroissoit même alors plus grande que Jupiter, qui s'approchoit de son Périgée, & que toutes les Planètes, à la réserve de la Lune & de Venus.

On la vit dès le commencement fort éclatante, comme si elle s'étoit formée sur le champ de cette grandeur.

Elle conserva pendant presque tout le mois de Novembre, sa grandeur & l'éclat de sa lumière, de sorte que ceux qui avoient la vûe excellente, la voyoient de jour, & même en plein midi, lorsque le Ciel étoit serein; on l'appercevoit aussi souvent de nuit, au travers des nuages qui n'étoient pas fort épais, pendant que les autres Étoiles en étoient cachées.

Elle ne resta pas cependant long-temps de la même grandeur, car au mois de Décembre, elle étoit diminuée, de sorte qu'elle paroissoit à peu-près semblable à Jupiter.

Au mois de Janvier de l'année suivante 1573, elle étoit un peu plus petite que Jupiter, & un peu plus brillante que les Étoiles de la première grandeur, qu'elle égaloit dans les mois de Février & de Mars.

Aux mois d'Avril & de Mai, elle ne paroissoit plus que de la seconde grandeur, & diminuoit continuellement, en sorte qu'aux mois de Juin, de Juillet & d'Août, elle étoit semblable aux plus grandes Étoiles de Cassiopée, qu'on a jugées de la troisième grandeur.

Aux mois de Septembre, Octobre & Novembre, elle étoit égale aux Étoiles de la quatrième grandeur, & au mois de Décembre, on la voyoit semblable à l'Étoile appelée κ par Bayer, dont elle étoit proche.

Vers la fin de l'année 1573, & au mois de Janvier de l'année suivante, elle surpassoit peu les Étoiles de la cinquième grandeur.

On l'apperçut encore au mois de Février, égale aux Étoiles de la sixième grandeur, & elle devint enfin si petite au mois de Mars, qu'on la perdit entièrement de vûe.

La vivacité de sa lumière fut sujette aussi à divers changements, à mesure que sa grandeur diminuoit; car lorsqu'elle paroissoit égale à Venus & à Jupiter, sa lumière étoit blanche & éclatante. Elle devint ensuite un peu jaunâtre, & parut au commencement du Printemps de l'année 1573, de même couleur que Mars, semblable à *Aldebaran*, & un peu moins brillante que l'Épaule droite d'Orion. Au mois de Mai, on la vit d'une blancheur pâle, de même que Saturne, couleur qu'elle conserva toujours, jusqu'à ce qu'elle disparut entièrement; à la réserve que plus elle étoit près de sa fin, plus cette couleur étoit trouble & foible.

Elle ne laissa pas cependant d'étinceller toujours, jusqu'à ce qu'on la perdit entièrement de vûe, & cet étincellement suivit proportionnellement la diminution de sa grandeur & de sa lumière.

Les observations de cette Étoile ont été rapportées par divers Astronomes, & principalement par Tycho, qui l'apperçut le 11 Novembre 1572, & composa à son sujet, un excellent Traité intitulé *De nova Stella anni 1572*.

Il détermina sa longitude à $6^d 54'$ du Taureau, sa latitude boréale de $53^d 45'$, son ascension droite de $0^d 26'$, & sa déclinaison boréale de $61^d 47'$.

Il fit aussi plusieurs recherches pour déterminer la distance de cette Étoile à la Terre; mais n'y ayant point trouvé de parallaxe sensible, il jugea que non-seulement elle étoit plus éloignée que la Lune, mais même qu'elle étoit au de-là des autres Planètes dans la région des Étoiles fixes.

Comme cette Étoile n'étoit éloignée du Pôle que de 28 degrés & 13 minutes, elle faisoit toute sa révolution journalière, sans être cachée sous l'horison, ce qui donna à Tycho la commodité de l'observer à son passage par le Méridien, tant dans la partie supérieure de son cercle, que dans la partie inférieure, & il trouva qu'elle étoit toujours précisément à la même distance de l'Étoile Polaire & de diverses Étoiles fixes; ce qui ne seroit pas arrivé, si elle n'eût été à une très-grande distance de la Terre. Car la parallaxe faisant paroître les Astres au dessous de leur véritable situation, on auroit vû cette Étoile s'approcher du Pôle dans sa plus grande hauteur, & s'en éloigner au contraire dans sa plus petite, comme il est aisé de le démontrer.

Soit, par exemple, QNO (Fig. 12.) un Méridien de la circonférence de la Terre; N , le lieu de l'observation, dont le zénit est B ; $BPSC$, un Méridien placé à une très-grande distance dans la sphère des Étoiles fixes. Soit P , le Pole du Monde; T , une Étoile fixe observée à son passage par le Méridien dans sa plus grande hauteur; t , la même Étoile à son passage dans sa plus petite hauteur; S , la nouvelle Étoile dans sa plus grande hauteur; & s , la même Étoile dans sa plus petite hauteur. Il est constant que si cette Étoile étoit en G , dans sa plus grande hauteur, & en H , dans sa plus petite hauteur, beaucoup plus près de la Terre que n'est l'Étoile T , l'Observateur placé sur la Terre en N , la verroit dans sa plus grande hauteur, répondre au point β , éloigné du point T , de l'intervalle $T\beta$, qui est plus grand que l'arc TS , de la quantité $S\beta$, & qu'on la verroit au contraire dans sa plus petite hauteur, répondre au point δ , éloigné de la même Étoile placée en t , de l'intervalle $t\delta$, qui est plus petit que l'intervalle ts , de la quantité $s\delta$; d'où il résulte que sa distance βP au Pole dans sa plus grande hauteur, seroit plus petite que sa distance $P\delta$ au Pole dans sa plus petite hauteur, d'une quantité $S\beta$ plus $s\delta$, plus ou moins grande, selon que l'Étoile seroit plus proche ou plus éloignée de la Terre.

Quelque évidentes que paroissent les démonstrations de Tycho, le P. Riccioli prétend qu'elles ne sont point seulement suffisantes pour prouver que cette Étoile étoit au dessus de la Lune.

Il avouë que ses raisons sont bonnes, si la nouvelle Étoile décrit par sa révolution journalière, un Cercle parallèle à l'Équateur, & dont le centre soit dans l'axe AP du Monde, ou bien une Ellipse dont les diamètres soient coupés en deux également par cet axe; mais qu'elles ne prouvent rien, si cette Étoile décrit un Cercle ou une Ellipse excentrique, & dont le diamètre soit divisé inégalement par l'axe du Monde.

Quoique les objections du P. Riccioli soient fondées sur des principes de Géométrie, il est aisé d'y répondre, qu'il faudroit que le Cercle ou Ellipse que décrit l'Étoile par sa révolution journalière, fût incliné à l'Équateur, & dirigé à notre oeil, de telle sorte que cette Étoile parût autant éloignée du Pole dans sa hauteur supérieure, que dans son inférieure, ce qu'il est difficile

de supposer; à quoi l'on peut adjoûter que dans l'hypothèse de Copernic, ces objections n'ont point lieu, le mouvement journalier de tous les Astres, qui n'est qu'apparent, étant causé par la révolution de la Terre autour de son axe, suivant laquelle ils doivent paroître décrire des Cercles parfaits.

Nous sommes donc portés à juger avec Tycho, que cette Étoile étoit beaucoup plus éloignée de la Terre, que n'est la Lune, & qu'il y a beaucoup d'apparence qu'elle étoit dans la région des Étoiles fixes, quoiqu'on ne puisse pas conclure par ces observations, qu'elle fût au dessus de Saturne, ni même au dessus du Soleil, dont la parallaxe est presque insensible, & beaucoup plus petite que celle que cet Astronome supposoit.

Depuis que cette Étoile a cessé de paroître, on en a remarqué une à peu-près semblable dans le Serpentaire, au commencement d'Octobre de l'année 1604. Elle fut observée en diverses parties de la Terre fort éloignées les unes des autres, en Allemagne, en Italie, & en Espagne, par divers Mathématiciens, & entr'autres par Képler, qui composa à son sujet un livre intitulé *De Stella nova Serpentarii*.

Après avoir rapporté le temps de la première apparition de cette Étoile, qu'il juge être le 10 Octobre 1604, quoique Georges Spate assure qu'elle a été vûë par Herlicius dès le 27 Septembre; il dit que cette Étoile étoit exactement ronde, sans chevelure ni queue, étincellante, & d'une lumière si éclatante, que plusieurs personnes prétendoient n'en avoir jamais vû qui eût tant de vivacité.

On y apercevoit successivement toutes les couleurs que l'on distingue dans un Diamant à facettes exposé au Soleil. Presque tous ceux qui l'ont observée, étoient d'accord que non-seulement elle surpassoit en grandeur, les Étoiles de la première grandeur, mais même Saturne, Mars, & Jupiter, qui étoit proche de cette Étoile pendant tout le mois d'Octobre, & que cette Étoile étoit parfaitement semblable à la nouvelle Étoile de Cassiopée.

Quelques personnes jugèrent qu'elle pouvoit disputer de grandeur avec Venus lorsqu'elle est fort élevée, mais Képler ne fait aucune difficulté d'avouer qu'elle étoit plus petite.

Elle parut conserver sa même grandeur pendant tout le mois

d'Octobre, avec la seule différence que comme elle entroit dans les rayons du Soleil, & que Jupiter s'en écartoit, elle parut un peu plus petite que cette Planete.

On continua de la voir à Turin jusqu'au 23 de Novembre, qu'elle fut cachée dans les rayons du Soleil.

Le 3 Janvier de l'année 1605, le Ciel s'étant éclairci, après plusieurs jours de mauvais temps, la nouvelle Etoile reparut de nouveau; elle étoit fort étincellante, quoique diminuée de sa première grandeur, elle ne laissoit pas cependant de paroître plus grande que le Cœur du Scorpion, qui étoit plus éloigné qu'elle des rayons du Soleil.

Le 13 Janvier, on la jugea plus grande qu'*Arcturus* & que Saturne, qui étoit près des rayons du Soleil; elle diminua ensuite de plus en plus, car le 20 Mars, elle étoit beaucoup plus petite que Saturne, & ne surpassoit de guère les Etoiles qui sont dans le Genou du Serpenteaire.

Le 21 Avril, elle étoit égale à la claire du Genou du Serpenteaire, appelée η par Bayer.

Le 12 & le 14 d'Août, on la jugea égale à l'Etoile de la Jambe du Serpenteaire, qui lui étoit proche, qu'on estime de la troisième grandeur, & plus petite que celle du Genou. Elle ne laissoit pas cependant d'être plus étincellante que les autres Etoiles.

Le 13 Septembre, elle parut plus petite que celle de la Jambe.

Le 8 Octobre, il fut très-difficile de l'apercevoir, à cause qu'elle s'approchoit des rayons du Soleil.

Le 26 Janvier de l'année 1606, on ne put apercevoir cette Etoile, ni celle qui est dans la Jambe du Serpenteaire, à cause du Crépuscule du matin, & le 6 Février, Képler fut dans l'incertitude, s'il l'avoit apperçûë; de sorte qu'on ne pût pas déterminer quel jour elle cessa de paroître, entre le mois d'Octobre de l'année 1605, & le mois de Février de l'année 1606, ayant été pendant tout ce temps-là dans la lumière du Crépuscule, ou dans les rayons de la Lune, ou couverte par les nuages.

Ce qui est certain, est qu'au mois de Mars, on ne vit aucun vestige de cette Etoile dans l'endroit où elle étoit située.

Il est à remarquer que pendant toute sa durée, elle se trouva en Conjonction avec toutes les Planetes qui passerent fort près d'elle.

Elle

Elle étoit dans les commencements, presque jointe à Jupiter & à Mars. Le 25 Octobre, la Lune passa au dessus d'elle, de même que tous les mois suivants.

Le Soleil arriva au même degré du Zodiaque le 10 Décembre des années 1604 & 1605.

Saturne passa tant soit peu au dessous le 11 Décembre 1604.

Mercuré la joignit le 13 Décembre de la même année, & le 17 Décembre de l'année suivante.

En dernier lieu, Venus passa au dessus de cette Etoile le 21 Janvier 1605, & y retourna le 12 Novembre, avec la différence qu'elle passa au dessous.

Par la comparaison de plusieurs observations de cette Etoile, faites par divers Astronomes, pour déterminer sa situation, Képler trouve que sa longitude étoit à $17^{\text{d}} 40'$ du Sagittaire, sa latitude septentrionale de $1^{\text{d}} 56'$, son ascension droite de $256^{\text{d}} 47'$, & sa déclinaison australe de $21^{\text{d}} 1' 30''$.

Il n'y reconnut aucun mouvement propre, & ne lui trouva aucune parallaxe sensible, ce qui lui fit juger qu'elle étoit non-seulement au dessus de la Lune, mais même au de-là de toutes les Planetes, & dans la région des Etoiles fixes.

Ce sentiment, qui a été suivi de la plupart des Astronomes de ce temps-là, a été combattu par Scipio Claramontius, qui, ayant calculé le lieu de cette Etoile par les observations qui en avoient été rapportées, trouva de si grandes différences dans sa longitude & sa latitude, déterminées suivant ces diverses observations, qu'il jugea qu'on pouvoit aisément les attribuer à quelque parallaxe plus grande que celle qu'on observe dans la Lune.

On pourroit adjoûter à cela, que quelques Astronomes ont jugé que cette Etoile avoit quelque mouvement propre, & entre autres Blaew, dans son Globe céleste, qui lui a attribué par ses propres observations, un mouvement de deux ou trois degrés, suivant la suite des Signes. Cependant, comme Képler, avec la plupart des Astronomes de ce temps-là, assure qu'elle a toujours gardé la même situation à l'égard des Etoiles fixes qui l'entournoient, dont il donne la description exacte, il y a tout lieu de croire que les différences que l'on a trouvées dans sa situation, viennent du peu d'exactitude des observations qu'on en a faites,

& qu'elle n'a eu effectivement ni mouvement, ni parallaxe sensible.

Avant la découverte de cette Étoile du Serpenteire, David Fabricius en apperçut une nouvelle dans le Col de la Baleine le 13 Août de l'année 1596, elle lui parut alors de la troisième grandeur, & il trouva qu'elle étoit à 25^d 45' du Belier, avec une latitude australe de 15^d 54'; elle disparut ensuite après le mois d'Octobre de la même année.

Bayer, dans ses Cartes du Ciel, imprimées en 1603, la marque par la lettre o, comme une Étoile de la quatrième grandeur, parce qu'apparemment il avoit fait la description de cette Constellation dans le temps qu'elle étoit visible.

Cependant elle fut regardée comme toute nouvelle en 1637, par Phocylides Holwarda, qui n'avoit peut-être pas de connoissance de la description de Bayer. Il la vit reparoître neuf mois après l'avoir perduë, & depuis ce temps-là, on a remarqué qu'elle avoit tous les ans une période assés réglée; à la réserve que depuis le mois d'Octobre de l'année 1672, jusqu'au 23 Décembre 1676, elle n'a pû être apperçûe par Hevelius.

Bouillaud, dans un Traité imprimé à Paris en 1667, ayant comparé ensemble les observations qui en avoient été faites depuis l'année 1638, jusqu'en 1666, détermine la période du retour de cette Étoile à sa plus grande clarté, de 333 jours. Il trouve aussi que l'intervalle qui est entre le temps où elle commence à paroître de la sixième grandeur, & celui où elle cesse de paroître, est d'environ quatre mois ou 120 jours: qu'elle reste dans la plus grande clarté environ 15 jours: que depuis le temps qu'on a commencé à la voir de la sixième grandeur, jusqu'à ce qu'elle arrive à la quatrième grandeur, elle augmente avec plus de vitesse que depuis la quatrième jusqu'à la troisième grandeur, & qu'elle est ensuite beaucoup plus de temps à arriver à la seconde grandeur.

Pour rendre raison de ce phénomène, il suppose que cette Étoile est un globe, dont la plus grande partie de la surface est obscure, & l'autre partie est lumineuse: que ce globe a un mouvement propre autour de son axe, & présente à la Terre tantôt sa partie claire, & tantôt sa partie obscure, ce qui cause la vicissitude de ces apparences.

Cette opinion qu'on lui attribue ordinairement, avoit été avancée

avant lui par le P. Riccioli, au second Tome de son *Almageste*, (p. 176) imprimé en 1651, où, pour rendre raison des Étoiles qui paroissent & disparaissent, il dit que son sentiment est, que les Étoiles nouvelles ont été créées dans le Ciel dès le commencement du Monde; mais que parmi elles, il s'en trouve quelques-unes qui ne sont pas lumineuses dans toute leur étendue: Qu'il y a, par exemple, une moitié de leur globe lumineuse, & une moitié obscure, & que lorsqu'il plaît à Dieu de faire paroître aux Hommes quelque signe extraordinaire, il leur expose la partie éclairée qui étoit opposée à la Terre, en la faisant tourner subitement par le moyen de quelque intelligence, ou par quelque faculté attribuée à cette Étoile; après quoi, par une semblable révolution, elle se dérobe tout d'un coup aux yeux, ou elle diminue peu à peu, de même que la Lune dans son décours.

Ces deux opinions ne diffèrent entr'elles, qu'en ce que Bouillaud attribue à l'Étoile de la Baleine, une période réglée autour de son axe, au lieu que le P. Riccioli juge que ces révolutions se font par quelque volonté particulière de Dieu, dont il croyoit avoir besoin pour expliquer les apparences de l'Étoile nouvelle de Cassiopée, & de celle du Serpenteire, qui parurent tout d'un coup dans leur plus grande clarté. Il auroit pû supposer avec plus de vraisemblance, que ces Étoiles ont eu une période de leur accroissement, semblable à celle de leur diminution, mais qu'elles n'ont été apperçûes que lorsqu'elles ont été distinguées des autres Étoiles en les surpassant de grandeur.

Quelque vraisemblable que soit l'opinion de Bouillaud, sur la cause des apparences de l'Étoile du Col de la Baleine, il paroît qu'une révolution simple de cette Étoile autour de son axe n'est pas suffisante pour expliquer les variations qu'on y apperçoit. Car premièrement, elle n'arrive pas toutes les années à la même grandeur apparente, puisqu'on la voit quelquefois surpasser les Étoiles de la seconde grandeur, & qu'en d'autres révolutions elle ne paroît pas égaler celles de la troisième.

En second lieu, le temps qu'elle employe à paroître, n'est pas toujours de la même durée, puisque dans quelques années, elle n'est visible que pendant trois mois, & en d'autres elle paroît pendant plus de quatre mois.

En troisième lieu, elle n'emploie pas toujours un temps égal depuis qu'elle a commencé à paroître jusqu'à sa plus grande clarté, ni depuis sa plus grande clarté jusqu'à ce qu'elle cesse de paroître; mais tantôt elle augmente plus vite qu'elle ne diminue, & tantôt il lui arrive tout le contraire.

En quatrième & dernier lieu, elle a été, au rapport d'Hevelius, quatre années entières sans paroître, depuis le mois d'Octobre de l'année 1672, jusqu'au mois de Décembre de l'année 1676.

On expliqueroit donc mieux ces variations, & plusieurs autres, en attribuant un mouvement particulier aux Poles de la révolution de cet Astre autour de son axe, qui feroit paroître la durée de son apparition tantôt plus grande, tantôt plus petite, suivant la diverse position de ces Poles par rapport à la partie lumineuse de cette Étoile, qu'elle nous présenteroit sous divers aspects.

Pour déterminer la période de ses apparences, nous avons comparé ensemble les premières observations qui en ont été faites en 1596, avec celles qui ont été faites dans la suite; & nous avons trouvé que depuis le 13 Août 1596, jusqu'au 1.^{er} Janvier 1678, temps auquel cette Étoile a paru dans sa plus grande clarté, il y a 81 années 4 mois & 18 jours, ou 29725 jours, qui, partagés par 89, donnent chacune de ses révolutions, de 334 jours, au lieu de 333 jours que Bouillaud l'a déterminée.

On l'a jugée aussi au commencement d'Août de l'année 1703, de la troisième grandeur, de même qu'elle avoit été observée le 13 Août de l'année 1596, par David Fabricius.

Dans cet intervalle, il y a un nombre complet de 107 années, dont 24 sont bissextiles, ce qui fait en tout 39080 jours, qui, étant partagés par 117, donnent chaque révolution, assez exactement, de 334 jours.

Cette révolution peut passer pour moyenne entre toutes celles qu'on a observées, car il faut avouer que par la comparaison de toutes les observations qui en ont été faites, la période de son retour est tantôt plus grande, tantôt plus petite de 3 à 4 jours.

Depuis l'Étoile de la Baleine, on en a découvert trois autres changeantes dans la Constellation du Cygne.

La première fut apperçûe par Képler en 1600, à la racine du Col du Cygne, proche de celle qui est dans la Poitrine, appelée γ par Bayer.

Elle ne se trouve point dans le Catalogue des Étoiles fixes de Tycho, quoiqu'il ait remarqué plusieurs Étoiles qui en sont proches, & qui paroissent même plus petites qu'elle.

Bayer la regarde comme une Étoile nouvelle, il la marque de la troisième grandeur, & dit qu'elle n'a point changé de situation; elle étoit à $16^d 18'$ d'*Aquarius*, avec une latitude septentrionale de $55^d 32'$, son ascension droite étant de $300^d 45' 30''$, & sa déclinaison septentrionale de $36^d 52' 30''$.

Guillaume Janson prétend aussi qu'elle est nouvelle, & qu'il l'apperçut le premier, l'an 1600.

Ce qu'il y a de singulier, est que pendant 19 années qu'elle fut observée par Képler, elle parut toujours de la même grandeur, n'étant pas tout-à-fait si grande que celle qui lui est proche dans la Poitrine du Cygne, & jamais si petite que celle qui est dans le Bec.

Elle paroissoit encore, au témoignage de Liceti, en 1621; elle diminua ensuite jusqu'à ce qu'elle se perdit de vûe.

Elle fut observée de nouveau en 1655, par moⁿ Pere.

Elle augmenta pendant cinq années, jusqu'à ce qu'elle vint à égaler les Étoiles de la troisième grandeur, & diminua ensuite.

Elle reparut, au rapport d'Hevelius, au mois de Novembre 1665. Elle étoit encore fort petite en 1666. Elle augmenta ensuite, sans jamais arriver à la troisième grandeur, puisque en 1677 & 1682, elle n'étoit encore que comme une Étoile de la sixième grandeur.

On voyoit le 24 Juin 1715, en *P*, dans l'endroit où elle est marquée par Bayer, une Étoile de la sixième grandeur, égale aux trois qui sont près de celle de la Poitrine du Cygne, nommée *b* par Bayer, précisément en ligne droite avec l'Étoile γ de la Poitrine; & la plus proche de ces Étoiles.

La seconde Étoile changeante, fut découverte le 20 Juin de l'an 1670, par le P. Anthelme, Chartreux, proche de la Tête du Cygne du côté de la Flèche; elle étoit égale aux Étoiles de la troisième grandeur, & après avoir paru pendant trois mois, elle diminua peu à peu, & se perdit entièrement.

Cette Étoile ne se trouve point dans aucun Catalogue ancien d'Étoiles fixes, quoique plusieurs Étoiles voisines qui sont beaucoup plus petites, y soient exactement marquées.

On s'apperçut dès le commencement de Juillet, qu'elle commençoit à diminuer. Elle paroïssoit encore le 3 Juillet de la troisième grandeur, mais sa lumière étoit sensiblement affoiblie. La nuit du 11 du même mois, elle paroïssoit à peine de la quatrième grandeur. Elle n'étoit plus le 10 Août que de la cinquième grandeur, & elle a toujours diminué depuis ce temps-là, de manière qu'on l'a perdue enfin de vûë.

Supposant l'obliquité de l'Ecliptique de $23^{\text{d}} 30'$, la longitude de cette Etoile, étoit, suivant l'observation de M. Picard, à $1^{\text{d}} 55'$ du Verseau, sa latitude boréale de $47^{\text{d}} 28'$, son ascension droite de $293^{\text{d}} 33'$, & sa déclinaison boréale de $26^{\text{d}} 33'$.

Elle passoit par le Méridien $16' 44''$ après l'Etoile du Bec du Cygne, & 27 secondes avant la Lufante de l'Aigle.

Cette Etoile, après avoir disparu, a été plus de 6 mois sans pouvoir être apperçûë, & on ne pût la découvrir que le 17 Mars de l'année 1671, que le P. Anthelme la découvrit au lieu où elle étoit l'année précédente, & la jugea de la quatrième grandeur.

Elle parut à mon Pere, le 3 Avril, plus grande que les deux Etoiles de la troisième grandeur, qui sont au bas de la Constellation de la Lyre, mais un peu plus petite que celle du Bec du Cygne. Il la jugea le lendemain 4 du même mois, presque aussi grande, & beaucoup plus brillante que celle du Bec du Cygne. Elle lui parut un peu diminuée le 9, & presque égale à la plus grande des deux Etoiles qui sont au bas de la Lyre.

Le 12, elle étoit égale à la plus petite de ces deux Etoiles, mais le 15, il s'apperçut qu'elle croïssoit, & qu'elle égaloit pour la seconde fois la plus grande de ces deux Etoiles.

Depuis le 16 jusqu'au 27, on la vit de différentes grandeurs, tantôt égale à la plus grande de ces deux Etoiles, tantôt plus petite, & quelquefois moyenne entre les deux.

Le 27 & le 28 du même mois d'Avril, elle étoit devenue aussi grande que l'Etoile du Bec du Cygne, & elle parut plus grande depuis le 30 jusqu'au 6 Mai.

Le 15, elle étoit plus petite que cette Etoile. Le 16, elle étoit moyenne entre les deux, & depuis ce temps-là elle a toujours diminué, jusqu'au 17 Août, qu'Hevelius eut de la peine à l'appercevoir à la vûë simple.

Ainsi cette Etoile a été deux fois dans sa plus grande splendeur, la première le 4 Avril, & la seconde au commencement de Mai 1671, ce qu'on ne sçait point être jamais arrivé à aucune Etoile.

Par la comparaison des observations de ces deux années, il paroïssoit d'abord qu'elle employoit environ 10 mois à revenir à la même phase, de sorte qu'on auroit dû la voir au mois de Février de l'année 1672; cependant on n'a pû l'appercevoir, au rapport d'Hevelius, que le 29 Mars de la même année, lorsqu'elle n'étoit encore que de la sixième grandeur, & elle n'a plus paru depuis, ce qui a fait connoître qu'il y a des changements physiques dans l'apparence de ces sortes d'Etoiles.

La troisième Etoile changeante du Cygne fut découverte par M. Kirkius, qui observa en 1686, que l'Etoile de cette Constellation marquée χ par Bayer, de la cinquième grandeur, augmente & diminue, de même que celle qui est dans le Col de la Baleine.

Ayant comparé le 11 Juillet 1686, les Cartes de Bayer avec le Ciel, il ne put l'appercevoir; mais le 19 Octobre de la même année, l'ayant cherchée de nouveau, elle lui parut égale aux Etoiles de la cinquième grandeur. Il la vit ensuite diminuer continuellement, jusqu'au mois de Février de l'année 1687, qu'il ne pût pas même l'appercevoir avec la Lunette.

Il la vit reparoître par une Lunette de 4 pieds, le 6 Août de la même année, mais il ne put la distinguer à la vûë simple, que le 23 Octobre, & il continua de la voir jusqu'au 4 Février de l'année 1688.

Il espéroit de voir son retour au mois de Septembre 1688, mais il ne put l'appercevoir avec une Lunette de 8 pieds, que le 20 Octobre.

Elle fut dans sa plus grande clarté aux mois de Décembre 1688 & Janvier 1689, elle diminua ensuite jusqu'au 13 Avril, qu'on la vit pour la dernière fois avec une Lunette de 8 pieds.

En 1692, M. Maraldi n'y put appercevoir aucun changement; mais au mois de Juillet 1694, il ne resta aucun vestige de cette Etoile, jusqu'au 15 de ce mois, qu'on commença à l'appercevoir. Il trouva sa hauteur méridienne de $73^{\text{d}} 21' 30''$.

Ayant cherché cette Etoile à la fin du mois d'Août de la même année, il ne pût pas la distinguer, de sorte qu'elle disparut.

dans l'intervalle qui est entre le 15 Juillet & la fin d'Août. Elle ne reparut ensuite que le 30 Juillet de l'année 1695, elle étoit alors si petite, qu'à peine on pouvoit l'apercevoir à la vûë simple; mais peu de temps après sa lumière augmenta, car le 2 Août, elle paroïssoit de la sixième grandeur. Le 12, elle égaloit celles de la cinquième, & elle augmenta un peu jusqu'au 30. Le 9 de Septembre, elle parut un peu plus petite, & diminua ensuite peu à peu, de sorte que vers le 16 d'Octobre, on la perdit entièrement de vûë.

Il paroît par ces observations, que cette Étoile est arrivée à sa plus grande clarté le 31 Août 1695, & comparant ces apparences avec celles qui ont été observées par M. Kirkius, on trouve que la période de ses variations est d'environ 13 mois & un tiers, ou 405 jours, quoique sujette à des changements physiques, puisqu'elle a été presque invisible pendant les années 1699, 1700 & 1701, même dans les temps que par les observations des années précédentes & suivantes, elle devoit être dans sa plus grande clarté.

Parmi les observations que l'on a faites dans la suite, de cette Étoile, on a remarqué que le 12 Mai 1712, elle paroïssoit égale à l'Étoile ϕ du Cygne.

Le 9 Juin, on la jugea égale à l'Étoile informelle qui lui est proche, mais le 16 du même mois, elle parut plus petite.

Le 24 Juin de l'année 1715, on n'en voyoit aucun vestige, mais le 25 Août suivant, je la jugeai égale à l'Étoile informelle qui lui est proche, formant un triangle isoscele avec cette Étoile & une autre très-petite, qu'on ne distingue que dans les nuits les plus sereines.

En comparant cette dernière observation avec celle du 31 Août 1695, on voit que dans cet intervalle, qui est de près de 20 années, il y a eu 18 révolutions, chacune de 405 jours, conformément à celle qui avoit été déterminée par les premières observations comparées à celles de 1695; & qu'ainsi le temps de son apparition répond assez exactement à celui de la période qui avoit été établie par M. Maraldi, quoique dans les différentes révolutions de cette Étoile, on ait remarqué de grandes variations par rapport à sa grandeur apparente.

Outre ces Étoiles dont on vient de faire le rapport, mon

Pere
en a

en a découvert plusieurs autres plus petites, qu'on présume être nouvelles.

Par exemple, il en a observé une de la quatrième grandeur, & deux de la cinquième dans la Constellation de Cassiopée, où il est certain qu'elles ne se voyoient pas auparavant, n'y ayant aucun Astronome qui en ait fait mention, quoiqu'il y en ait eu plusieurs qui ayent exactement compté jusqu'aux plus petites Étoiles de cette Constellation.

En 1671, il trouva cinq nouvelles Étoiles dans la Cassiopée, dont trois avoient ensuite disparu.

Il découvrit aussi vers le commencement de la Constellation de l'Eridan, deux Étoiles, l'une de la quatrième, & l'autre de la cinquième grandeur, quoiqu'on soit assuré qu'elles n'y étoient point sur la fin de l'an 1664, parce que cet endroit du Ciel par où passa la Comète, qu'on vit alors paroître, fut observé avec soin par plusieurs Astronomes, qui ne remarquèrent point ces deux Étoiles, quoiqu'ils en ayent aperçû beaucoup d'autres petites, qu'on a continué de voir depuis ce temps-là.

Il en a distingué quatre de la cinquième ou sixième grandeur, vers le Pole Arctique, que les Astronomes qui ont souvent les yeux arrêtés sur cet endroit du Ciel, auroient, sans doute, aperçûes, si elles y avoient paru auparavant.

Il a aussi remarqué que l'Étoile que Bayer place auprès de celle qu'il nomme ϵ dans la Constellation de la petite Ourse, ne paroïssoit plus: Que celle qui est marquée A dans Andromède, avoit aussi disparu, & a paru de nouveau en 1695: Qu'au lieu de celle qui est marquée ν au Genou de la même Constellation, il y en a deux autres plus boréales, & que l'Étoile ξ est fort diminuée de grandeur: Que l'Étoile que Tycho place à l'extrémité de la Chaîne d'Andromède, comme étant de la quatrième grandeur, étoit si petite qu'on avoit de la peine à l'apercevoir, & que celle qui, dans son Catalogue, est la vingtième de la Constellation des Poissons, ne se voyoit plus, à moins qu'on ne se fut imaginé qu'elle fût descenduë de plus de quatre degrés, au lieu marqué o dans la figure de Bayer.

Depuis ces observations, M. Maraldi a remarqué plusieurs changements dans les apparences des Étoiles fixes.

L'Étoile κ qui est dans la Jambe gauche du Sagittaire, & est marquée par Bayer de la troisième grandeur, ne parut en 1671 que de la sixième. M. Halley la trouva en 1676 de la troisième grandeur; à peine pût-il la distinguer en 1692; mais en 1693 & 1694, il l'aperçut de la quatrième grandeur.

Il trouva aussi dans la même Constellation, plusieurs autres Étoiles, dont la grandeur apparente est fort différente de celle qui est marquée dans les Cartes du Ciel, telle que l'Étoile du Bras droit du Sagittaire, que M. Halley marque de la troisième grandeur, & qui est beaucoup diminuée. Celle qui étoit dans sa Cuisse, & qui est désignée par θ dans Bayer, avoit disparu. M. Maraldi a commencé à la voir en 1699, de la sixième grandeur, & elle lui parut en 1709, composée de deux Étoiles éloignées entr'elles de 35 minutes en latitude.

On a remarqué la même variation dans la Queue du Serpent, désignée par la lettre θ , que Tycho & Bayer ont trouvée de la troisième grandeur, que Montanari a jugé de la cinquième, & qui est augmentée les années suivantes.

On a trouvé aussi dans le Serpentaire, quelques Étoiles dont la grandeur apparente a varié, & qui ont même disparu entièrement, comme celle qui étoit dans le Pied précédent de cette Constellation, marquée ρ par Bayer, qui n'a pas paru depuis le temps de Montanari jusqu'en 1695.

L'Étoile \downarrow de la Constellation du Lion fut aperçûe en 1667, par Montanari, quoiqu'elle eût entièrement disparu auparavant. M. Maraldi l'a vûe en 1691, mais très-petite.

L'Étoile ξ de cette même Constellation, que Tycho & Bayer avoient marquée de la quatrième grandeur, paroïsoit à peine en 1693.

L'Étoile z de la sixième grandeur, qui est dans la Poitrine du Lion, n'étoit plus visible en 1709, mais on apercevoit aux environs, huit autres Étoiles qui ne sont point marquées dans les Catalogues, ni dans les Cartes célestes.

L'Étoile de Méduse, marquée β par Bayer, a été trouvée par Montanari, de différentes grandeurs en diverses années. M. Maraldi n'y pût apercevoir presque aucun changement en 1693, mais en 1694, elle augmenta & diminua considérablement, ayant

paru en certains temps, de la seconde grandeur, & dans d'autres, de la troisième & de la quatrième.

L'Étoile γ qui est à l'Oreille droite du grand Chien, a été marquée par Tycho & par Bayer, de la troisième grandeur. Suivant les observations de Montanari faites en 1670, elle n'étoit plus visible; mais en 1692 & 1693, elle paroïsoit comme une Étoile de la quatrième grandeur.

Ce même Astronome aperçut dans le grand Chien, quatre nouvelles Étoiles, qui ne se trouvent point dans le Catalogue de Bayer. Il reconnut aussi en 1695, que les Étoiles β & γ de la seconde grandeur, dans la Constellation du Navire, avoient disparu.

En 1704, M. Maraldi découvrit une nouvelle Étoile dans la Constellation de l'Hydre, en ligne droite avec les deux dernières de la Queue, marquées π & γ par Bayer, autant éloignée vers l'Orient, de la dernière π , que celle-ci l'est de l'antépénultième \downarrow .

Cette Étoile ayant été décrite en 1670, dans des remarques manuscrites de Montanari, qui lui avoient été communiquées par M. Bianchini, M. Maraldi ne put en apercevoir aucun vestige au mois d'Avril 1702; mais ayant considéré depuis ce temps-là l'endroit du Ciel où elle avoit paru, dans l'espérance qu'elle pourroit dans la suite se rendre de nouveau visible, il l'aperçut pour la première fois au commencement du mois de Mars de l'année 1704, dans la situation où elle avoit été marquée 34 ans auparavant par Montanari. Elle lui parut égale aux Étoiles de la quatrième grandeur, & plus belle que l'antépénultième de l'Hydre, marquée \downarrow par Bayer. Elle continua de paroître à peu-près de la même grandeur, jusqu'au commencement du mois suivant. On la vit ensuite diminuer peu à peu, jusqu'à la fin de Mai, qu'on la perdit entièrement à la vûe simple. On ne laissa pas de l'apercevoir encore par la Lunette pendant un mois entier, après lequel elle disparut entièrement.

On ne pût ensuite la voir que vers la fin de Novembre de l'année 1705, lorsque cette partie du Ciel commençoit à fortir des rayons du Soleil; elle étoit fort foible, & diminua ensuite jusqu'à la fin de Février 1706, qu'on avoit de la peine à la distinguer, même avec la Lunette.

Depuis ce temps-là, on ne l'a vû reparoître que le 18 Avril 1708, lorsqu'elle étoit plus grande que les Etoiles de la fixième grandeur. Elle augmenta ensuite jusqu'au 11 Mai suivant, qu'elle égala l'antépénultième de l'Hydre. Elle parut encore plus grande le 16 & le 20 du même mois. Mais le 5 Juin, après plusieurs jours de temps couvert & de clair de Lune, on reconnut qu'elle étoit plus petite, & elle continua à diminuer les jours suivans; mais à cause du crépuscule du soir, qui effaçoit toutes les Etoiles voisines, on fut obligé de l'observer par la Lunette, jusqu'à la fin de Juin, où elle paroissoit encore égale à la plus claire des deux Etoiles qui composent l'antépénultième de l'Hydre, ce qui fit juger qu'on l'auroit encore apperçûë pendant quelque temps, si elle ne s'étoit pas trouvée dans les vapeurs qui sont près de l'horison.

Le 23 Novembre 1709, elle reparut de nouveau, de la même grandeur que l'antépénultième de l'Hydre. Elle étoit le 6 Décembre égale à celle qui en est proche, laquelle n'est visible qu'à la Lunette.

Le 7 Février 1710, elle étoit si petite, qu'on avoit de la peine à la voir par la Lunette.

Le 24 Mai de l'année 1712, cette Etoile reparut pour la cinquième fois, elle étoit un peu plus petite que l'antépénultième de l'Hydre. On la jugea le 9 Juin, égale à l'Etoile informe qui lui est proche, & on ne laissa pas de la distinguer aisément, nonobstant le clair de la Lune. Elle parut un peu plus petite le 16 Juin, & se perdit enfin de vûë.

Outre les variations que nous venons de rapporter dans l'apparition des Etoiles, M. Maraldi en a remarqué diverses autres dans les Mémoires de l'Académie de 1709.

La plus méridionale des deux Etoiles marquées par Bayer au dessous de la Main Australe de la Vierge, qui étoit de la fixième grandeur, ne s'appercevoit plus, & on ne voyoit que la plus septentrionale, qui est marquée de la cinquième grandeur, & qui étoit restée dans le même état.

On ne distinguoit plus aussi une Etoile de la fixième grandeur, décrite par le P. Riccioli, qui l'avoit placée dans la Cuisse boréale de la Vierge, & qui n'avoit pas été marquée par Bayer.

On ne voyoit plus depuis quelques années, aucun vestige de l'Etoile de la fixième grandeur, que Bayer avoit marquée dans

la Balance occidentale, à $10^{\text{d}} \frac{1}{2}$ du Scorpion, avec une latitude septentrionale de 3 degrés.

Tycho & Bayer avoient trouvé une Etoile de la quatrième grandeur, dans le Bassin oriental de la Balance. Hevelius ne la marque point, & dit qu'elle avoit disparu; cependant on la voyoit depuis près de 15 ans, moindre à la vérité que Tycho & Bayer ne l'avoient trouvée, mais plus belle que les deux prochaines que Hevelius marque un degré & demi plus à l'Occident.

L'Etoile de la quatrième grandeur, que mon Pere avoit découverte proche de la Constellation du Lievre, paroissoit dans le même état en 1709.

Enfin, M. Halley & mon Pere avoient observé que l'Etoile de la troisième grandeur, qui est dans la Cuisse postérieure, avoit disparu. Quoiqu'on l'eût cherchée depuis ce temps-là plusieurs fois, on ne la pût appercevoir qu'en 1699, qu'elle paroissoit à la vûë simple, de la fixième grandeur; on la voyoit avec une Lunette, composée de deux Etoiles éloignées entr'elles de 35 minutes en latitude.

C H A P I T R E V I I.

Des Etoiles Nébuleuses.

IL y a des Etoiles nébuleuses qui paroissent à la vûë simple, de même que la voye de lait, former une espece de blancheur ou nébulosité, & qui sont composées de plusieurs petites Etoiles près l'une de l'autre, qu'on distingue par le secours des Lunettes, & d'autres dont la Lunette ne fait qu'augmenter la grandeur, sans qu'on y apperçoive un grand nombre de petites Etoiles.

Telle est la nébuleuse d'Andromede, qui fut observée en 1612, par Simon Marius; elle est située près de l'Etoile la plus boréale de la ceinture d'Andromede, appelée ν par Bayer. Elle lui parut, à la vûë simple, comme un petit nuage, mais par la Lunette, il y apperçut des rayons blancs qui étoient plus clairs plus ils s'approchoient du centre. Son diametre occupoit environ un quart de degré, & elle étoit fort semblable à la Comete que Tycho observa en 1586.

Il n'ose pas affûrer si elle étoit nouvelle ou non, quoiqu'il soit surpris qu'elle n'ait point été remarquée par Tycho, qui avoit déterminé la situation de l'Étoile boréale de la ceinture d'Andromede.

Bouillaud l'observa de nouveau en 1664, & jugea qu'il y arrive des changements qui la font paroître & disparaître. Son sentiment est appuyé sur ce qu'il a trouvé qu'elle étoit représentée dans des figures des Constellations décrites vers l'an 1500: Qu'elle n'a pas été apperçûë par Tycho, ni représentée par Bayer dans son Uranométrie: Qu'elle a été observée en 1612, par Simon Marius: Que depuis ce temps-là jusqu'en 1664, elle n'a été remarquée par aucun Astronome: Et qu'en 1666, temps auquel il écrivoit, elle étoit diminuée de clarté. Quoi qu'il en soit, il est certain que depuis 1664, jusqu'à présent, elle a toujours été observée, sans avoir jamais cessé de paroître. Sa figure est à peu-près triangulaire.

Il y a aussi une Étoile nébuleuse dans l'Épée d'Orion, qui a été découverte par M. Huygens en 1656, & qui, vûë par la Lunette, paroît en forme de parallélogramme fort irrégulier, où l'on distingue quelques petites Étoiles, qui ne sont point cependant en assez grand nombre pour produire toute la clarté qu'on y apperçoit.

On remarque aussi près de la Tête du Sagittaire, une Étoile nébuleuse, qui, au rapport de Kirkius, fut observée par Abraham Ihle le 26 Août 1665. Il avouë cependant qu'il a reconnu depuis qu'elle avoit été remarquée long-temps auparavant par Hevelius.

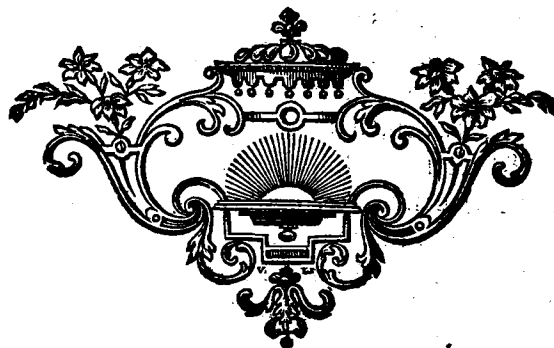
La quatrième Étoile nébuleuse a été apperçûë par Kirkius en 1681, proche du pied boréal de Ganimede. Sa figure étoit peu différente de la Comete de 1680, vûë le 4 Mai. On ne pouvoit point la distinguer à la vûë simple, mais on la voyoit par le moyen d'une Lunette de 4 pieds, entre diverses Étoiles informes qui sont près de cette Constellation.

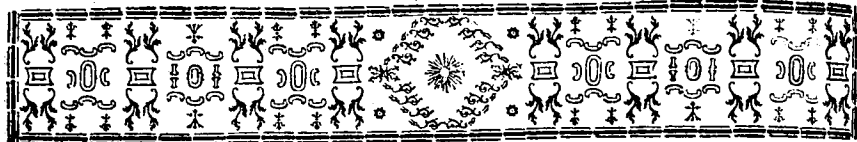
L'apparence de ces Étoiles nébuleuses, vûës par la Lunette, étant à peu-près la même que celle des autres nébuleuses à la vûë simple, on peut conjecturer qu'elles sont formées par un grand nombre d'Étoiles extrêmement petites, & fort près l'une de l'autre, lesquelles ne se peuvent pas distinguer séparément par nos plus excellentes Lunettes, mais dont la lumière étant réunie, forme

cette apparence de figure irrégulière, & de couleur blancheâtre.

A l'égard des Étoiles nébuleuses de la première espece, il n'y a aucun doute que leurs apparences ne soient causées par le grand nombre d'Étoiles qu'on y découvre par le secours des Lunettes.

On peut mettre au nombre de ces Étoiles, celle qui est dans l'Écrevisse, dans la Tête du Sagittaire, & une autre que mon Pere a découverte dans l'espace qui est entre le grand Chien & le petit Chien, qui est une des plus belles qu'on voye par la Lunette.





LIVRE SECONDE.

DU SOLEIL.

QUELQUE situation que l'on attribué au Soleil, par rapport à l'Univers, il est constant que de tous les Corps célestes, c'est celui qui nous intéresse le plus. Non-seulement il est le principe de presque toute la lumière qui nous éclaire, mais il forme les jours, les saisons & les années. Il anime tout ce qui végète sur la Terre, & sa chaleur est nécessaire pour notre conservation.

Le Soleil, suivant les Systèmes de Ptolémée & de Tycho-Brahé, fait, comme nous l'avons expliqué ci-devant, sa révolution autour de la Terre, & est la principale des Planètes, conformément à l'idée commune que nous en avons. Mais suivant Copernic, le Soleil n'est point une Planète, mot dérivé du grec, qui signifie *Etoile errante*; il est placé au centre du Monde, & c'est autour de lui que les Planètes, au nombre desquelles on comprend la Terre, font leurs révolutions.

Dans quelque hypothèse que l'on suive, il est nécessaire d'avouer que le Soleil est un Corps sphérique lumineux, qui répand sa lumière tout autour de lui à une assez grande distance pour éclairer la Terre, & toutes les Étoiles qu'on appelle *Planètes*. Car pour ce qui est des Étoiles fixes, nous avons remarqué ci-dessus qu'elles ne reçoivent point leur lumière du Soleil, mais qu'elles sont lumineuses par elles-mêmes.

Nous laissons aux Philosophes le soin de discuter de quelle nature est ce Corps lumineux: si c'est un Globe de feu, comme l'ont cru chés les Anciens, Platon, Zenon, Pythagore, Metrodore, &c. & parmi les Modernes, Képler, Kircher, Reita, Scheiner & Riccioli; ou bien s'il est composé d'une matière subtile, capable d'exciter la sensation de lumière & de chaleur, comme l'ont

soûtenu

soûtenu Descartes, & quelques autres après lui. Nous nous contenterons de rapporter ici ce que l'on en découvre par le secours des Lunettes, & les Phénomènes que l'on apperçoit sur son disque, sur lesquels chacun pourra appuyer ses conjectures.

CHAPITRE I.

Des Taches du Soleil.

ON ne peut pas observer immédiatement le Soleil à la vûe simple dans un temps serein, lorsqu'il est élevé sur l'horizon, à cause de sa grande lumière qui éblouit nos yeux, & on ne peut le regarder fixement que lorsqu'il est près de l'horizon, ou bien au travers des nuages rares, auquel temps il paroît de figure circulaire. On est donc obligé pour l'observer dans un temps serein, de placer devant l'œil un verre coloré ou noirci par la fumée, qui fait l'effet des nuages rares & des vapeurs. Dans cet état, son disque paroît à la vûe simple, d'une couleur uniforme, qui varie suivant la différente couleur du verre au travers duquel on le regarde. Il paroît de même avec les plus grandes Lunettes, avec la seule différence qu'on y apperçoit quelquefois des Taches que l'on ne peut pas distinguer à la vûe simple.

Ces Taches sont pour l'ordinaire noires, environnées d'une nébulosité brune, qui est un peu plus claire dans la partie intérieure adhérente à la noirceur, que dans l'extérieure.

Leur figure est irrégulière, & sujette à divers changements. On en voit souvent plusieurs ensemble qui s'approchent ou s'éloignent les unes des autres, dont la figure varie tous les jours, & dont le nombre augmente & diminue.

Les Taches du Soleil ne sont pas permanentes sur sa surface, mais elles se dissipent après quelque temps, & il en reparoît souvent de nouvelles aux endroits où on avoit cessé de les appercevoir. On n'en a jamais vû qui ait paru plus long-temps que celle qui fut observée au mois de Novembre & de Décembre de l'année 1676, & au mois de Janvier de l'année 1677, qui demeura sur le disque du Soleil pendant plus de 70 jours.

Elles furent apperçûes d'abord en 1611, par le P. Scheiner

L

Jésuite, ou par Galilée qui lui en dispute la découverte. On ne trouvoit alors presque jamais le Soleil sans Taches; il en avoit souvent plusieurs en même temps, de sorte que le P. Scheiner témoigne d'en avoir compté cinquante tout à la fois.

Elles parurent ensuite plus rarement, de sorte que depuis l'année 1650, jusqu'en l'année 1670, il n'y a pas de mémoire qu'on en ait pu trouver plus d'une ou deux, qui furent observées fort peu de temps.

Depuis ce temps-là, il en a paru quelquefois plusieurs dans la même année. Il y a eu aussi plusieurs années où l'on n'en a point aperçues; & depuis le commencement de ce siècle jusqu'à présent, il n'y a point d'années où l'on n'en ait découvert, quoiqu'en nombre fort différent, comme on le peut voir dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, imprimés depuis ce temps-là. Elles sont présentement si fréquentes, qu'il est très-rare d'observer le Soleil, sans y en appercevoir quelques-unes, & même souvent un assez grand nombre à la fois.

Il est manifeste par ce que nous venons de rapporter, qu'il n'y a point de règle certaine de leur formation, ni de leur nombre & de leur figure.

Leur mouvement apparent vu de la Terre, se fait de l'Orient vers l'Occident; mais si on le considère vu du centre du Soleil, il se fait de l'Occident vers l'Orient, de même que tous les mouvements propres des Corps célestes.

On a d'abord douté si ces Taches étoient plates & adhérentes au globe du Soleil, ou bien si c'étoient des Planètes qui fissent leur révolution autour de cet Astre; mais les apparences qu'on y observe, suffisent pour démontrer qu'elles sont plates & adhérentes au Soleil, ou du moins qu'elles en sont fort peu éloignées.

On remarque en premier lieu, que les Taches du Soleil sont plus larges proche de son centre, que vers sa circonférence. Elles ont été ainsi représentées dans toutes les figures qui en ont été données au Public, où l'on voit que des Taches qui sont presque rondes vers le milieu du Soleil, paroissent vers les bords si étroites, qu'on ne les distingue que comme un trait fort délié. Or cela seul suffit pour prouver qu'elles sont plates, & fort près du Soleil, ou placées sur sa surface. Car par les loix de l'Optique, une portion

de la surface d'un globe vu près de son centre, paroît beaucoup plus large que lorsqu'elle est proche de sa circonférence; au lieu qu'un corps épais, détaché de la surface d'un globe, paroît y occuper à peu-près le même espace, soit qu'il soit vu près du centre de ce globe, ou vers sa circonférence.

Soit, par exemple, *ABCDEL* (Fig. 13.) le globe du Soleil, *AB* le diamètre horizontal d'une Tache ronde adhérente à ce globe, qui, par son mouvement apparent, soit parvenue en *DE*; il est évident qu'un Observateur placé sur la Terre en *T*, verra la Tache en *AB* de toute sa largeur, mesurée par l'angle *ATB*; au lieu que lorsque la Tache sera en *DE*, près de la circonférence du disque apparent du Soleil, son diamètre horizontal fera un angle peu sensible à l'œil placé en *T*, de sorte qu'on n'apercevra que son diamètre vertical, dans la forme d'un trait délié. On verra à peu-près la même apparence, si cette Tache étant près du Soleil, & détachée de sa surface, a une figure plate qui soit conforme à la circonférence du Soleil, de même que des nuages placés dans une Atmosphère.

Il n'en seroit pas de même d'un corps solide, tel que *FG*, qui feroit sa révolution autour du globe du Soleil, lequel nous cacheroit toujours en apparence à peu-près la même quantité de son disque, soit qu'il répondît au centre, comme lorsqu'il est en *FG*, soit qu'il se trouvât vis-à-vis de la circonférence comme en *HI*.

On peut démontrer en second lieu, que les Taches du Soleil lui sont adhérentes, ou qu'elles en sont fort proche, par la mesure du temps qu'on les aperçoit sur son disque, qui est à peu-près égal à celui qu'elles restent cachées derrière sa surface, ce qui n'arriveroit pas, si elles en étoient éloignées. Car supposant comme ci-dessus, la Tache en *FG*, éloignée de la surface du Soleil, de son demi-diamètre, on ne l'apercevra sur le disque du Soleil que pendant qu'elle parcourra la portion *MI* de sa révolution, & elle cessera de paroître dans tout le temps qu'elle décrira l'autre portion *INM*, qui est pour le moins cinq fois aussi grande, comme il est aisé de le démontrer; au lieu que supposant cette Tache en *AB*, adhérente au Soleil, on la verra sur son disque pendant tout le temps qu'elle décrira l'arc *LD*, qui ne diffère de la demi-circonférence du globe du Soleil, qui est

de 180 degrés, que de la grandeur apparente de son diamètre, qui, vû de la Terre, est d'environ 32 minutes.

On démontre en troisième lieu, que les Taches du Soleil sont sur sa surface, ou qu'elles en sont à une très-petite distance, par la mesure du chemin qu'elles décrivent sur son disque apparent. Car ayant mesuré l'espace qu'elles ont parcouru en 24 heures dans les temps qu'elles sont près du milieu du disque du Soleil, on remarque qu'elles reviennent aux mêmes endroits, après avoir achevé toute leur révolution dans un intervalle de temps proportionné au chemin qu'elles ont décrit pendant les 24 heures, ce qui n'arriveroit pas si les Taches étoient des corps éloignés de la surface du Soleil.

Car si l'on suppose qu'une Tache adhérente au Soleil, soit parvenue dans l'intervalle de 24 heures de *A* en *B*, l'espace *AB* doit être à toute la circonférence *ACDL*, qui est de 360 degrés, comme 24 heures sont au temps que la Tache a employé à retourner au point *A*; au lieu que supposant cette Tache dans la circonférence du cercle *MIN*, parvenue du point *F* au point *G*, qui, vûs de la Terre, répondent aux points *A* & *B*, l'arc *FG* qu'elle a décrit effectivement, a un rapport beaucoup plus petit à tout le cercle *MIN*, que le temps qu'elle a employé à parcourir l'arc *AB*, n'a au temps qu'elle employe à achever toute sa révolution.

On peut adjoûter à toutes ces raisons, que le grand nombre de variations que l'on observe dans les Taches, leur augmentation & leur diminution, leurs figures irrégulières, & la nébulosité dont elles sont accompagnées, ne sçauroient convenir à des corps opaques éloignés du Soleil; & qu'ainsi il est nécessaire de conclure que les Taches du Soleil en sont fort proche, ou bien qu'elles lui sont adhérentes.

A l'égard de la nature de ces Taches, & de la manière dont elles se forment sur le Soleil, il y a eu différents sentiments.

Les uns ont cru que le Soleil étoit un corps opaque, ayant des éminences & inégalités à peu-près semblables à celles de la Terre, lesquelles sont couvertes par une matière fluide & lumineuse qui l'environne de toutes parts: Que ce fluide étant porté en certains endroits plus que dans d'autres, par une cause

qui a du rapport à celle des Marées, laisse quelquefois entrevoir une ou plusieurs de ces pointes ou rochers, qui forment l'apparence des Taches, autour desquelles il se fait une espece d'écume qui représente ces nébulosités: Que ces Taches disparaissent lorsque le fluide les recouvre, & qu'elles paroissent de nouveau lorsque ce fluide s'écoule vers un autre endroit; ce qui explique assez bien pourquoi on les voit reparoître souvent aux mêmes endroits du disque du Soleil, après un certain nombre de révolutions.

D'autres ont pensé de même qu'il y avoit au centre du Soleil, une espece de noyau ou corps opaque, recouvert entièrement de matière fluide & lumineuse: Que dans ce corps opaque, il y avoit des Volcans semblables à ceux du Vésuve & du Mont Etna, qui jettent de temps en temps des matières bitumineuses, qui sont portées sur la surface du Soleil, où elles font l'apparence des Taches, de même que la nouvelle Isle qui s'est formée dans l'Archipel; près de l'Isle Sentorin, & celle qui a paru depuis vers les Açores: Que cette matière bitumineuse est altérée par celle dont le Soleil est couvert, qui la consomme peu à peu, & forme les nébulosités & variations qu'on apperçoit dans les Taches, lesquelles cessent de paroître lorsque cette matière est entièrement détruite: Qu'elles reparoissent enfin de nouveau aux mêmes endroits du disque du Soleil lorsque ces Volcans jettent de nouvelles matières.

Quelques-uns ont jugé que le Soleil étoit composé d'une matière fluide, dans laquelle il y avoit cependant quelques corps solides & irréguliers, qui, par le grand mouvement de ce fluide, étoient tantôt plongés au dedans de cet Astre, & paroissent ensuite sur sa surface où ils formoient l'apparence des Taches qui varioient de figure suivant les surfaces irrégulières que ces corps nous présentoient.

D'autres enfin, ont supposé que le Soleil étoit formé par une matière subtile qui est dans une continuelle agitation: Que des matières hétérogenes & plus grossières qui s'y trouvoient renfermées, s'en séparoient par le mouvement rapide de ce fluide, & étoient portées vers la surface du Soleil où elles se réunissoient, à peu-près de même que l'écume qui paroît au dessus du métal fondu, ou de quelqu'autre matière qui bouillonne: Que ces écumes étoient agitées par la matière du Soleil, ce qui les faisoit paroître sous les

différentes figures que l'on observe dans les Taches, où, indépendamment des raisons d'Optique, on les voit augmenter ou diminuer de grandeur apparente, s'approcher & s'éloigner un peu les unes des autres: Que ces Taches disparoissent enfin entièrement après avoir été dissipées par l'agitation continuelle de la matière subtile qui compose le Soleil.

C H A P I T R E I I.

De la Révolution du Soleil autour de son Axe.

PAR l'observation assidue des Taches dans le Soleil, on a reconnu qu'après avoir parcouru le disque apparent de cet Astre, dans l'espace d'environ 13 jours, par un mouvement de l'Orient vers l'Occident, elles passaient dans l'hémisphère du Soleil qui nous est caché, où après avoir resté à peu-près le même espace de temps, elles revenaient après l'intervalle de 27 jours & quelques heures, au même lieu où on avait commencé à les appercevoir.

Ces apparences ont donné lieu de conclure que les Taches avoient un mouvement réglé sur la surface du Soleil, ou, ce qui est le plus vraisemblable, que c'étoit le Soleil qui avoit un mouvement autour de lui-même, & qu'il entraînoit par sa révolution, les Taches qui étoient placées sur son disque, ce qui faisoit la même apparence que si elles eussent eu un mouvement réel autour de cet Astre.

Ce dernier sentiment est confirmé par ce que nous avons fait voir ci-dessus, qu'elles sont adhérentes sur la surface du Soleil, ou qu'elles en sont extrêmement proche, ce qui est si généralement reçu de tous les Philosophes modernes, qu'il seroit inutile de vouloir en rapporter d'autres preuves.

Pour déterminer le temps que le Soleil employe à faire sa révolution autour de lui-même, & la direction de son Axe par rapport à un point fixe dans le Ciel, il a été nécessaire de déterminer la situation de ces Taches, par rapport aux grands Cercles de la Sphere pendant tout leur cours apparent dans le disque du Soleil, de même que dans le Ciel on a placé les Etoiles à l'égard de l'Ecliptique & de l'Equateur, & sur la Terre, les Villes & les

différentes Régions par rapport à différents Cercles de la Sphere.

On considérera pour cet effet, que le centre du Soleil & de la Terre étant placés sur le plan de l'Ecliptique, la section de ce plan dans le disque du Soleil, vüe de la Terre, doit paroître par les regles d'Optique, en forme d'une ligne droite ou de diamètre, qui passe par le centre du Soleil, & c'est par rapport à cette ligne qui est invariable pendant le cours de l'année, qu'il faut déterminer la situation des Taches dans les différentes observations que l'on en fait.

A l'égard du Parallele que le Soleil paroît décrire par sa révolution journalière, on sçait qu'il se trouve différemment incliné au plan de l'Ecliptique en divers jours de l'année, & comme c'est par rapport à ce Parallele & au Cercle de déclinaison qui lui est perpendiculaire, que l'on détermine immédiatement sur le disque du Soleil, la situation de ses Taches, comme on le fera voir dans la suite, nous donnerons d'abord la méthode de décrire sur ce disque, la situation des Paralleles par rapport à l'Ecliptique pour tous les jours de l'année, en cette manière.

P R O B L E M E I.

Déterminer sur le disque apparent du Soleil, la situation du Parallele qu'il décrit par rapport à l'Ecliptique.

Soit décrit à volonté un Cercle $ADBE$ (Fig. 14.) qui représente le disque du Soleil exposé à nos yeux, que l'on nomme *inférieur*, par rapport à celui qui nous est caché, qui est le supérieur; & soit mené par le centre C de ce disque, le diamètre ACB , qui représente la section du plan de l'Ecliptique, sur lequel on élèvera le diamètre perpendiculaire DC .

Lorsque le Soleil est dans les Solstices, le point D représentera le Pole de l'Ecliptique, & le diamètre AB le Parallele que le centre du Soleil décrit par son mouvement journalier.

Lorsque le Soleil est dans les Equinoxes, on prendra sur le cercle $ADBE$, les arcs DF , DG , chacun de $23^d 29'$, & on mènera par le centre C , les diamètres FK , GN , sur lesquels on élèvera les diamètres perpendiculaires HCI & LCM .

Le Pole de l'Ecliptique étant comme ci-dessus, au point D du

cercle $ADBE$, le diametre ICH représentera le Parallele que le centre du Soleil décrit par son mouvement journalier lorsqu'il est au point du Bélier, & le diametre LCM représentera ce Parallele lorsqu'il est au commencement de la Balance.

Enfin, dans les autres situations du Soleil sur l'Ecliptique, on joindra FG , qui coupera le diametre DF au point P . Du point P , comme centre, & de l'intervalle PG ou PE , on décrira le cercle $GSFO$, qu'on divisera en 360 degrés. On prolongera CD en S , & marquant au point S , le degré où se trouve le Soleil dans le temps de l'observation de la Tache, on cherchera sur les divisions du petit cercle GSF , suivant la suite des Signes, le lieu où se rencontre le point de l'Ecrevissé par rapport au point S , qui sera par exemple, en R ou r . On menera du point R ou r , la ligne RTr , parallele à SC , & du point T , on tirera par le centre C , la ligne TCV , sur laquelle on élèvera le diametre perpendiculaire XCZ , qui représentera le Parallele que le centre du Soleil décrit par sa révolution journalière par rapport à l'Ecliptique AB .

D É M O N S T R A T I O N.

Lorsque le Soleil est dans l'un des Solstices, le Colure ou Cercle de latitude qui passe par le centre du Soleil, & par les Poles de l'Ecliptique, concourt avec le Cercle de déclinaison qui passe par les Poles du Monde; c'est pourquoi il doit être représenté sur le disque du Soleil par le diametre DCE , qui passe par le Pole D de l'Ecliptique; auquel cas le Parallele que le centre du Soleil décrit par son mouvement journalier, qui est perpendiculaire au Cercle de déclinaison, sera représenté par le diametre ACB , perpendiculaire au diametre DC . *Ce qu'il falloit d'abord démontrer.*

Hors des Solstices, le Cercle de latitude qui passe par les Poles de l'Ecliptique & le centre du Soleil, ne concourt plus avec le Colure ou Cercle de déclinaison qui passe par les Poles du Monde, & par les points de l'Ecrevissé & du Capricorne; mais il s'en éloigne de l'Occident vers l'Orient, suivant le cours du Soleil, ou, ce qui revient au même, le Cercle de latitude qui passe par les Poles de l'Ecliptique, & par le centre du Soleil, étant supposé fixe dans le Ciel, le Cercle de déclinaison qui passe par les Poles de l'Equateur & les points des Solstices, doit paroître s'en éloigner de la

de la même quantité d'un sens contraire de l'Orient vers l'Occident.

Si donc l'on suppose que le Pole boréal du Monde, lequel est éloigné du Pole boréal de l'Ecliptique de $23^d 29'$, soit projeté dans le disque du Soleil, il répondra successivement à divers points de ce disque, éloignés de $23^d 29'$ du point D , qui répond au Pole boréal de l'Ecliptique, & décrira de l'Orient vers l'Occident, un petit cercle $FSGO$, lequel sera parallele au plan de l'Ecliptique, & dont tous les points de la circonférence seront éloignés du point D , d'une quantité qui sera mesurée par les arcs DF ou DG de $23^d 29'$, de la même manière que dans le Systeme de Copernic, le Soleil étant supposé fixe, le Pole boréal de l'Equateur décrit autour du Pole boréal de l'Ecliptique, un Cercle qui lui est parallele.

Ce Cercle $FSGO$, parallele au plan de l'Ecliptique, doit paroître de la Terre placée sur ce plan, en forme d'une ligne droite FPG , ou, pour parler plus exactement, sous la figure d'une Ellipse dont le petit diametre est mesuré par l'élevation de l'œil sur le plan de ce petit cercle, qui n'est que d'environ 15 minutes de degrés d'un grand cercle; ce qui rend par conséquent cette Ellipse si étroite, qu'elle peut passer pour une ligne sensiblement droite.

Le Soleil étant donc parvenu du point de l'Ecrevissé à celui de la Balance, le Pole boréal de l'Equateur qui répondoit au point S , dans l'hémisphère supérieur du Soleil qui nous est caché, a dû décrire un arc semblable de 90 degrés sur le petit cercle $FSGO$, de l'Orient vers l'Occident, & répondre en G sur le bord apparent du disque du Soleil, éloigné du point S , de 3 Signes, mesurés sur le cercle $GSFO$, & du point D de $23^d 29'$, mesurés sur le cercle $ADBE$. Le Colure ou Cercle de déclinaison qui passe par les Poles de l'Ecliptique & de l'Equateur, & par les points de l'Ecrevissé & du Capricorne, sera donc représenté par le cercle $ADBE$, qui concourt alors avec la circonférence du disque apparent du Soleil; & plaçant en S , le vrai lieu du Soleil qui est au commencement de la Balance, la distance au Pole boréal de l'Equateur qui répond sur l'Ecliptique au commencement de l'Ecrevissé, sera mesurée par l'arc $SFOG$, de 9 Signes, ou de 270 degrés de l'Occident vers l'Orient.

Dans cet état, le diametre GCV représentera l'axe du Monde, & le diametre LCM , qui lui est perpendiculaire, une portion

de l'Equateur que le centre du Soleil décrit alors par sa révolution journalière, & qui est inclinée à l'Ecliptique de $23^{\text{d}} 29'$ de A vers D , ou de B vers E .

Le Soleil continuant son mouvement suivant la suite des Signes, le Pole de l'Equateur projeté sur le disque du Soleil, paroîtra aller de F vers P , & l'inclinaison apparente du Parallele à l'égard de l'Ecliptique, continuera de diminuer jusqu'à ce que le Soleil ait parcouru 3 Signes, & soit parvenu au Solstice d'Hyver au point du Capricorne, auquel cas le Pole de l'Equateur répond au point P , où cette inclinaison cesse entièrement, parce qu'alors le Cercle de déclinaison qui passe par les Poles & le centre du Soleil, concourt avec le Cercle de latitude DCE , & le Parallele que le centre du Soleil décrit, est représenté par le diametre AB .

Le Soleil ayant passé le Tropique du Capricorne, le Pole de l'Equateur projeté sur le disque du Soleil, paroît aller de P vers F , où il arrive lorsque le Soleil est parvenu au commencement du Bélier. Dans cet état, le diametre FCK représente l'axe du Monde, & le diametre ICH , qui lui est perpendiculaire, une portion de l'Equateur que le centre du Soleil décrit par sa révolution journalière, & qui est inclinée à l'Ecliptique de $23^{\text{d}} 29'$ de A vers E , ou de B vers D .

Enfin, dans toutes les autres situations du Soleil sur l'Ecliptique, le Pole boréal se trouve projeté sur le disque du Soleil en quelque point de la ligne FG , comme en T , qui est dans l'hémisphère supérieur, ou qui nous est caché, lorsque le Pole est en R , dans le demi-cercle GSF , où sa distance au vrai lieu du Soleil, placé en S , est mesurée par l'arc SR ; le point T est au contraire dans l'hémisphère inférieur ou apparent lorsque le Pole est en r , dans le demi-cercle FOG , où sa distance au vrai lieu du Soleil est mesurée par l'arc SFr . Dans ces deux cas, la ligne TV représentera l'axe du Monde, & le diametre XZ , qui lui est perpendiculaire, le Parallele que le centre du Soleil décrit par son mouvement journalier. *Ce qu'il falloit démontrer.*

On peut aussi déterminer par la Trigonométrie, pour tous les jours de l'année, l'inclinaison du Parallele que le centre du Soleil décrit par son mouvement journalier à l'égard de l'Ecliptique, en cette manière.

Soit dans la Sphere $ADBE$ (Fig. 15.) D le Pole de l'Ecliptique, dont le plan vû de la Terre, est représenté en forme d'une ligne droite AB ; P le Pole de l'Equateur, lequel est représenté par une Ellipse AMB ; CBM l'angle de l'inclinaison de l'Equateur à l'égard de l'Ecliptique, qui est de $23^{\text{d}} 29'$.

Du point P , soit mené un Cercle de déclinaison PST , qui passe par le centre du Soleil, supposé en S sur l'Ecliptique, & coupe l'Equateur à angles droits au point T .

Dans le Triangle sphérique BTS , rectangle en T , la distance BS du Soleil au point du Bélier ou de la Balance, qui est le plus proche, est donnée, & l'angle CBM ou SBT est de $23^{\text{d}} 29'$: c'est pourquoi l'on fera, comme le sinus total est à la tangente de l'angle SBT ; ainsi le sinus du complément de l'hypothénuse BS , lequel est mesuré par la distance CS du Soleil au point de l'Ecrivisse, est à la tangente du complément de l'angle BST , inclinaison de l'Ecliptique avec le Cercle de déclinaison, lequel mesure l'inclinaison du Parallele à l'égard de l'Ecliptique, qu'il faut prendre (Fig. 14.) de A vers E , lorsque la longitude du Soleil est depuis 0 jusqu'à 3 Signes, ou depuis 9 jusqu'à 12, parce qu'alors la portion de l'Ecliptique où se trouve le Soleil, est inclinée à l'égard de l'Equateur, du Midi vers le Septentrion; & qu'il faut au contraire prendre de A vers D , lorsque cette longitude est depuis 3 jusqu'à 9 Signes, parce qu'alors l'Ecliptique est inclinée à l'égard de l'Equateur, du Septentrion vers le Midi.

PROBLEME II.

Déterminer dans le disque du Soleil, la situation des Taches par rapport à l'Ecliptique.

Ayant déterminé dans le disque du Soleil, la situation du Parallele qu'il décrit par sa révolution journalière par rapport à l'Ecliptique, on décrira sur ce disque la situation des Taches pour tous les jours qu'elles ont été observées; ce que l'on peut pratiquer en différentes manières, dont nous nous contenterons de rapporter ici les plus simples.

On observera avec un Quart-de-cercle, la hauteur méridienne de la Tache & des deux bords du Soleil, & on prendra en même

temps, l'heure du passage de cette Tache & des deux bords du Soleil par le fil vertical placé au foyer de la Lunette de ce Quart-de-cercle.

Le Parallele du Soleil par rapport à l'Écliptique AB (Fig. 16.) étant représenté pour le temps de l'observation par le diametre HI , & le Cercle de déclinaison qui, dans le Méridien, concourt avec le fil vertical, par le diametre LM , qui lui est perpendiculaire, on tirera par les points L & M , les lignes FG , NO , paralleles à HI , & par les points H & I , les lignes FN , GO , paralleles à LM , & perpendiculaires à HI , qui formeront avec les deux premières un quarré $FGON$, circonscrit au cercle $LHMI$. On divisera les côtés FN , GO de ce quarré, en autant de minutes & secondes que contient le diametre du Soleil observé; & on prendra sur ces divisions, la différence entre la hauteur du bord supérieur du Soleil & celle de la Tache, que l'on portera de F vers N , & de G vers O , comme en R & en S . On joindra RS , qui sera parallele aux côtés FG , HI ; on divisera ensuite les côtés FG , NO , en autant de parties que le Soleil a employé de secondes à passer par le fil vertical; & on prendra sur ces divisions, la différence en secondes entre le passage du bord précédent, qui est l'occidental, & celui de la Tache; on la portera de G vers F , & de O vers N , comme en T & en V , & on joindra TV , qui coupera RS au point X . Ce point représentera la situation de la Tache par rapport à l'Écliptique AB , & à son Pole, qui répond au point D .

Lorsqu'on n'a pas observé les Taches du Soleil à leur passage par le Méridien, on pourra déterminer leur situation par le moyen d'une Lunette, au foyer de laquelle on a placé quatre fils qui se croisent au centre, & forment entr'eux des angles de 45 degrés. On dirigera la Lunette de manière que le bord du Soleil rase un des fils en le parcourant par son mouvement journalier.

On observera l'intervalle de temps entre le passage des bords du Soleil & de la Tache par le fil qui est perpendiculaire au Parallele que le Soleil a parcouru, & qui représente le Cercle horaire; on comptera aussi les minutes & secondes entre le passage de la Tache par le fil perpendiculaire & par les fils obliques, ou du moins un de ces fils.

On circonscrira ensuite, de même que ci-dessus, au cercle $LHMI$, un quarré $FGON$, dont les deux côtés FG , NO , seront paralleles au diametre HI , que le bord du Soleil a parcouru par son mouvement journalier, & les deux autres lui seront perpendiculaires. On divisera chacun de ces côtés en autant de parties que le Soleil a employé de secondes à passer par le Cercle horaire. On prendra la différence entre le passage du bord précédent & celui de la Tache par ce Cercle horaire, qu'on portera de G vers F , & de O vers N , comme en T & en V , & on tirera TV . On prendra aussi la différence entre le passage de la Tache par le Cercle horaire & par un des obliques, que l'on portera de G vers O , & de F vers N , comme en S & en R , lorsque c'est le bord supérieur du Soleil qui a parcouru le fil parallele; & au contraire de O vers G , & de N vers F , lorsque c'est le bord inférieur qui a parcouru ce parallele.

Ayant ainsi déterminé les points S & R , on menera la ligne RS , qui coupera TV au point X , lequel déterminera la situation de la Tache par rapport au parallele HI , & au Pole D de l'Écliptique.

La raison de cette opération est que la différence de temps entre le passage de la Tache X (Fig. 17.) par le fil horaire AD , & par le fil oblique EG , qui sont au foyer de la Lunette $AFDH$, est mesurée par la ligne XB , qui, à cause des angles égaux de 45 degrés, que font ces fils au foyer de la Lunette, est égale à la ligne XC , distance de la Tache au bord du Soleil qui rase le fil parallele FH .

Lorsque la Lunette avec laquelle on observe, n'a au foyer commun de ses verres, que deux fils qui se croisent à angles droits, on observera en quelque situation qu'elle soit, le temps du passage des bords & des Taches par les fils de la Lunette; & ayant circonscrit au cercle qui représente le disque du Soleil, un quarré $FGON$ (Fig. 18.) on divisera les côtés FG & NO , en autant de parties que le Soleil a employé de secondes à passer par le fil GO de l'Orient vers l'Occident, & les côtés FN & GO , en autant de parties que le Soleil a employé de secondes à passer par le fil FG , du Midi vers le Septentrion, si c'est le matin, ou du Septentrion vers le Midi, si c'est le soir. On prendra la différence entre le passage de la Tache & du bord précédent par le fil GO ,

que l'on portera de G vers F , comme en T , & de O vers N , comme en V , & l'on joindra TV . On prendra ensuite la différence entre le passage du bord supérieur du Soleil & de la Tache par le fil FG , que l'on portera de G vers O , comme en S , & de F vers N , comme en R , & on joindra RS , qui coupera TV au point X .

On prolongera LG en P , lorsque l'observation a été faite le matin, & LF en K , lorsqu'elle est arrivée le soir; & l'on fera LP à LG , ou LK à LF , comme le temps que le diamètre du Soleil a employé à passer par le fil FG , est au temps qu'il a été à passer par le fil GO , & l'on tirera des points P & K , par le centre C , les lignes $PHCI$, $KECQ$. Le diamètre HCI représentera le Parallele que le centre du Soleil décrit par sa révolution journalière par rapport à la Tache X , lorsque l'observation a été faite le matin, & le diamètre ECQ représentera ce Parallele par rapport à la Tache X , lorsque cette observation a été faite le soir.

La raison de cette dernière opération est que PC ou KC est à CY ou CZ , comme LP ou LK est à LG ou LF . Mais par la construction, LP ou LK est à LG ou LF , comme le temps que le demi-diamètre du Soleil a employé à passer par le fil FG , est au temps qu'il a employé à passer par le fil GO : Donc CP ou KC est à CY ou CZ , comme le temps que le demi-diamètre du Soleil a employé à passer par le fil FG , est au temps qu'il a employé à passer par le fil GO : Donc CP représente le Parallele que le centre du Soleil a décrit lorsqu'il alloit du Midi vers le Nord, c'est-à-dire, le matin, & KC représente ce Parallele lorsque le mouvement apparent du Soleil étoit du Septentrion vers le Midi, c'est-à-dire, le soir.

P R O B L E M E I I I.

Déterminer par le moyen des observations des Taches, la situation du Pole de la révolution du Soleil autour de son Axe, & l'Inclinaison de cet Axe à l'égard de l'Ecliptique.

On déterminera par la méthode que l'on a enseignée ci-devant, la situation des Taches du Soleil par rapport au Parallele & à l'Ecliptique pour tous les jours qu'elles ont été observées, & on

tracera la ligne qu'elles ont paru décrire, qui fera tantôt droite comme RCr & LMI (Fig. 19.) tantôt elliptique comme AIB & Gig . On observera le temps que les Taches ont paru décrire une ligne droite, telle que RCr ou LMI , & on tirera par le centre C , un diamètre ECe , perpendiculaire à cette ligne. Le point E marquera sur la circonférence du cercle, la situation du Pole boréal de la révolution du Soleil, & le point e qui lui est opposé, le Pole austral. Les arcs DE & de , marqueront aussi l'inclinaison des Poles de la révolution du Soleil à l'égard des Poles de l'Ecliptique qui répondent aux points D & d du disque du Soleil. On déterminera la situation du Pole boréal de la révolution, en ajoutant 3 Signes au vrai lieu du Soleil, lorsque son axe ECe est incliné au Cercle de latitude DCd , de D vers E , de l'Occident vers l'Orient; & retranchant 3 Signes de ce vrai lieu, ou y ajoutant 9 Signes, lorsque cet axe est incliné au Cercle de latitude DCd , de D vers F , de l'Orient vers l'Occident.

Lorsque les Taches du Soleil décrivent une Ellipse AIB , dont le diamètre ACB est dans le plan de l'Ecliptique, on mènera de l'extrémité I de son petit diamètre CI , la tangente Riz , qui est parallèle à AB . On prendra de côté & d'autre du point D , les arcs DE , DF , égaux aux arcs AR & Bz , & l'on tirera EF qui coupera au point P , le diamètre DCd qui représente un Cercle de latitude. Le point P représentera le Pole boréal de la révolution du Soleil, lequel est dans l'hémisphère du Soleil, qui nous est caché, lorsque la convexité de l'Ellipse que la Tache décrit, regarde le Septentrion, & dans l'hémisphère qui nous est exposé, lorsque cette convexité regarde le Midi. Dans le premier cas, le vrai lieu de ce Pole est le même que le vrai lieu du Soleil; & dans le second, il en est éloigné de 6 Signes.

On déterminera de même l'inclinaison du Pole de la révolution du Soleil à l'égard de celui de l'Ecliptique, c'est-à-dire, la distance entre ces deux Poles, lorsque les Taches décrivent une Ellipse telle que Gig , dont le grand diamètre Gg est parallèle à l'Ecliptique, en formant sur ce diamètre un cercle GNg , auquel on tirera du point i , la ligne iN , parallèle à Gg . L'arc GN mesurera sur ce cercle, la distance entre le Pole du Soleil & celui de l'Ecliptique.

Dans les autres situations où les Taches décrivent des Ellipses dont les diamètres ne sont point parallèles à l'Écliptique, telles que Lbl , on tirera au grand diamètre Ll de cette Ellipse, un diamètre perpendiculaire Tct , & on décrira sur le diamètre Ll , le demi-cercle LYl , auquel on mènera du point b , la ligne bY , parallèle à Ll . On prendra sur le grand cercle $ADBd$, de côté & d'autre du point T , les arcs TK , TV , semblables à l'arc LY , c'est-à-dire, du même nombre de degrés, & on mènera la ligne KV , qui coupera Tc au point O . Du point O , on tirera au diamètre DCd , la perpendiculaire EF qui le coupera au point P , & rencontrera le cercle $ADBd$ aux points E & F ; les arcs DE , DF représenteront la distance entre le Pole de la révolution du Soleil & celui de l'Écliptique. *Ce qu'il falloit d'abord trouver.*

Du point P , comme centre, & de l'intervalle PE ou PF , on décrira un cercle $ESFs$; & du point O , on mènera la ligne OH ou Oh , parallèle à CD , qui rencontrera le cercle $ESFs$ aux points H & h . Prolongeant CD en S , & plaçant au point S , le vrai lieu du Soleil, on aura le vrai lieu du Pole boréal de sa révolution au point H , lorsque la convexité de l'Ellipse Lil , regarde le Septentrion, & au point h , lorsque cette convexité regarde le Midi; & on connoîtra sa situation sur l'Écliptique, en ajoutant aux degrés du vrai lieu du Soleil, les degrés de l'arc SH ou Sh , mesurés sur la circonférence du cercle $ESFs$.

D É M O N S T R A T I O N I.

Soit dans le disque du Soleil $DAdB$, un Cercle de latitude DCd , qui passe par les Poles de l'Écliptique & le centre C du Soleil, E le Pole boréal de la révolution du Soleil, que l'on suppose d'abord être sur le bord de son disque.

Du point E , soit mené le diamètre ECe , qui représente l'axe du Soleil, auquel on tirera le diamètre perpendiculaire RCr .

Le Soleil parcourant l'Écliptique par son mouvement journalier, le Cercle de latitude DCd , qui passe par son centre, répond tous les jours à divers degrés de l'Écliptique; d'où il résulte que dans l'espace d'une année, ce Cercle doit paroître se mouvoir de l'Occident vers l'Orient, & faire une révolution entière autour du Pole de la révolution du Soleil, supposé fixe dans le Ciel; ou bien,

bien, ce qui revient au même, le Cercle de latitude DCd étant supposé immobile, le Pole de la révolution du Soleil doit, dans l'espace d'une année, paroître décrire autour de lui, de l'Orient vers l'Occident, un cercle $ESFs$, parallèle à l'Écliptique, dont les points E & F de son intersection avec le disque du Soleil, doivent être éloignés du point D , qui répond au Pole de l'Écliptique, d'une quantité qui est mesurée par les arcs DE ou DF , égaux à la distance du Pole du Soleil à celui de l'Écliptique, & dont le diamètre EP ou FP , mesure par conséquent le sinus de cette distance.

Notre œil étant sur le plan de l'Écliptique, le cercle $ESFs$; que le Pole du Soleil décrit par sa révolution apparente, nous doit être représenté par une ligne EPF , qui est sensiblement droite, & qui est réellement Elliptique; mais que l'on peut regarder comme une ligne droite, parce que l'élevation de l'œil sur le plan de ce cercle, est mesurée par PC , qui n'est que de 15 à 16 minutes.

Le Pole du Soleil se trouvant donc successivement sur divers points du cercle $ESFs$, comme en H & X , paroîtra répondre aux divers points correspondants de la ligne EF , comme O & ω ; & les lignes OH , ωX représenteront les sinus de l'élevation du Pole sur le disque du Soleil, qui, par les règles d'Optique, sont la mesure des petits demi-diamètres des Ellipses que les Taches paroissent décrire par leur révolution apparente.

Lorsque le Pole du Soleil est en E ou en F , sur les bords du Soleil, sans être élevé sur son disque, son Équateur doit paroître sous la forme d'une ligne droite, & être représenté par le diamètre RCr , perpendiculaire à son axe ECe . Les Parallèles que les Taches décrivent, doivent aussi paroître en forme d'une ligne droite, parallèle à RCr , & perpendiculaire à son axe ECe . Le Pole boréal du Soleil paroissant se mouvoir de E vers S , de l'Orient vers l'Occident, arrivera au point S , après que le Soleil aura parcouru 3 Signes; & alors le vrai lieu de ce Pole sera le même que celui du Soleil sur l'Écliptique, puisqu'il se rencontre sur le Cercle de latitude $SDCd$, qui passe par le centre du Soleil, & répond à son vrai lieu sur l'Écliptique.

Le vrai lieu du Pole du Soleil lorsqu'il étoit au point E , étoit donc alors plus avancé de 3 Signes, que le vrai lieu du Soleil;

c'est pourquoi si l'on adjoint 3 Signes au vrai lieu du Soleil, lorsque la Tache décrit la ligne droite RCr ou quelque'autre qui lui soit parallele, on aura le vrai lieu de ce Pole lorsqu'il est en E .

Par la même raison, le Pole boréal du Soleil arrivera du point S au point F , après que le Soleil aura parcouru trois autres Signes. Le Pole du Soleil étant au point F , le Soleil sera donc plus avancé de 3 Signes, que lorsque ce Pole étoit au point S , où son vrai lieu étoit le même que celui du Soleil; c'est pourquoi si l'on retranche 3 Signes du vrai lieu du Soleil, lorsque la Tache décrit une ligne droite ZCz , on aura le vrai lieu de ce Pole lorsqu'il est en F . Dans l'une & l'autre de ces situations, l'arc DE ou DF représente la plus grande distance du Pole du Soleil à celui de l'Écliptique, & le demi-diametre EP ou FP du petit cercle ESF , mesure dans le grand cercle $ADBd$, le sinus de cette plus grande distance. *Ce qu'il falloit d'abord démontrer.*

Lorsque les Taches du Soleil décrivent une Ellipse dont le grand diametre est parallele à l'Écliptique, le Colure qui passe par le Pole de la révolution du Soleil & le Pole de l'Écliptique, se confond avec le Cercle de latitude, & est par conséquent représenté par le diametre $DPCd$. Dans cet état, le Pole boréal du Soleil se trouve au point S , où son vrai lieu est le même que celui du Soleil, ou au point s , éloigné de 6 Signes du vrai lieu du Soleil. Dans le premier cas, le Pole boréal répond au point P sous le disque du Soleil qui nous est caché, & la convexité des Ellipses qui représentent l'Équateur & ses Paralleles, doit regarder le Septentrion. Dans le second cas, le Pole boréal du Soleil répond au point P sur le disque apparent du Soleil, & l'Équateur du Soleil, de même que les cercles que ces Taches décrivent autour du Soleil, doivent nous paroître en forme d'Ellipses, comme AIB & Gig , dont la convexité regarde le Midi, & dont les grands diametres sont représentés par AB & Gg , perpendiculaires à Dd . Leur petit demi-diametre CI & Mi , doit paroître en même temps le plus grand qui soit possible, & est par la propriété de l'Ellipse, la mesure du sinus de la plus grande élévation du Pole du Soleil sur son disque, qui est égale à la plus grande distance du Pole du Soleil à celui de l'Écliptique. L'arc GN , dont le sinus Nn est égal à Mi , mesure donc cette distance. *Ce qu'il falloit démontrer en second lieu.*

Dans les autres situations du Pole du Soleil sur son disque, où les Taches décrivent des Ellipses qui ne sont point paralleles à l'Écliptique, telles que Lbl , on considérera que par la propriété du cercle, le rectangle de EO par OF est égal au carré de OH ou Oh . Mais le rectangle EOF est égal à $KO \times OV$, c'est-à-dire, au carré de KO ou OV , à cause que, par la construction, les arcs TK & TV , dont ils représentent les sinus, ont été pris égaux entre eux: Donc le carré de OH ou Oh est égal au carré de OK ou OV . Mais OK est le sinus de l'arc TK , qui, par la construction, a été pris semblable à l'arc LY , dont le sinus uY , mesure le petit demi-diametre de l'Ellipse Lbl , & représente l'élévation de l'œil sur le plan de cette Ellipse: Donc OH ou Oh mesure l'élévation de l'œil sur le plan de l'Ellipse Lbl , qui est égale à l'élévation du Pole du Soleil sur son disque. Lorsque ce Pole est sur le demi-cercle EsF , lequel est sur le disque apparent du Soleil, comme en h & en x , alors par les regles d'Optique, la convexité de l'Ellipse que les Taches décrivent, doit regarder le point d qui est vers le Midi. Le contraire arrive lorsque le Pole du Soleil est en H ou en X sur le demi-cercle ESF , qui nous est caché. On déterminera sa situation dans l'un & l'autre cas, en adjointant au vrai lieu du Soleil, les degrés compris dans les arcs SH , Sh , lorsque le point H ou h est vers l'Orient; & retranchant au contraire les degrés compris dans les arcs SX , Sx , lorsque le point X ou x est vers l'Occident.

On peut aussi déterminer par la Trigonométrie, la plus grande distance du Pole du Soleil à celui de l'Écliptique, aussi-bien que son vrai lieu, en faisant, comme le sinus total est au sinus de l'angle DCO , que l'axe OC , perpendiculaire à la révolution apparente Lbl des Taches, fait avec le Cercle de latitude DCd ; ainsi le sinus du complément de l'arc LY ou TK , qui lui est semblable, est au sinus du complément de la plus grande distance du Pole du Soleil à celui de l'Écliptique. On fera ensuite, comme le sinus de l'arc DE , qui mesure la plus grande distance du Pole du Soleil à celui de l'Écliptique, est au sinus de l'arc LY , qui mesure l'élévation de l'œil sur le plan de l'Équateur du Soleil; ainsi le sinus total est au sinus de l'arc EH , complément de la distance du Pole du Soleil à son vrai lieu. On aura donc l'arc SH ou Sh , qu'il

faut adjoûter au vrai lieu du Soleil pour avoir le vrai lieu de son Pole, lorsque l'inclinaison de l'axe à l'égard du Cercle de latitude est vers l'Orient, & qu'il faut retrancher au contraire du vrai lieu du Soleil, lorsque cette inclinaison est vers l'Occident.

DÉMONSTRATION II.

Soit dans la Sphere $ADBE$ (Fig. 15.) ACB l'Ecliptique dont le Pole est D , AMB l'Equateur du Soleil dont le Pole est P , CBM l'angle de l'inclinaison de l'Equateur du Soleil à l'égard de l'Ecliptique, $DPCE$ un Cercle de latitude qui passe par le Pole D de l'Ecliptique & par le Pole P de la révolution du Soleil, & qui détermine en C le vrai lieu du Pole du Soleil sur l'Ecliptique, S le vrai lieu du Soleil, par rapport à son Pole P . Soit mené du point P , par le point S , le Cercle de déclinaison PST qui coupe l'Equateur à angles droits au point T , le sinus de l'arc ST mesure l'élevation de l'œil sur le plan de l'Equateur du Soleil, & l'angle BST l'inclinaison de l'Ecliptique ACB avec le Cercle de déclinaison PST ; c'est pourquoi dans le Triangle sphérique BTS , rectangle en T , dont le côté ST est connu, de même que l'angle BST , inclinaison de l'Ecliptique avec le Cercle de déclinaison, dont le complément mesure l'inclinaison de l'axe de l'Ecliptique à l'égard de celui du Soleil, on aura cette analogie, comme le sinus total est au sinus de l'angle BST ; ainsi le sinus du complément de l'arc ST est au sinus du complément de l'angle SBT ou CBM , qui mesure l'inclinaison de l'Equateur du Soleil à l'égard de l'Ecliptique, laquelle est égale à la distance du Pole du Soleil à celui de l'Ecliptique. On aura aussi, comme le sinus de l'angle CBM ou SBT est au sinus de l'arc ST ; ainsi le sinus total est au sinus de l'arc BS , complément de la distance CS du Pole de la révolution du Soleil à son vrai lieu.

Ayant appliqué ces diverses méthodes à un grand nombre d'observations, pour déterminer la situation du Pole du Soleil & son inclinaison à celui de l'Ecliptique, nous avons trouvé que le Pole boréal du Soleil répond au 10.^{me} degré des Poissons, & le Pole austral au 10.^{me} degré de la Vierge: Que l'axe de la révolution du Soleil est incliné à l'axe de l'Ecliptique, de 7 degrés & demi, & est toujours dirigé au même point du Ciel, sans

qu'il y ait eu aucun changement sensible dans l'espace de plus de 100 années entre nos observations & celles du P. Scheiner, qui a déterminé cette inclinaison, de 7 degrés, & assure qu'il ne l'a jamais trouvée moins de 6 degrés, ni plus de 8.

PROBLEME IV.

Déterminer pour tous les jours de l'année, la situation apparente du Pole de la révolution du Soleil sur son disque, & les Ellipses que les Taches doivent paroître décrire par la révolution du Soleil autour de son Axe.

Soit le disque du Soleil $ADBd$ (Fig. 19.) auquel on mena à volonté le diametre ACB , qui représente l'Ecliptique, à l'égard de laquelle on déterminera la situation d'une Tache observée dans le Soleil, suivant les regles prescrites dans le second Probleme. Soit mené à ACB , le diametre perpendiculaire DCd . Du point D , soient pris de part & d'autre, les arcs DE , DF , chacun de 7 degrés & demi, qui mesurent l'inclinaison de l'axe de la révolution du Soleil à l'axe de l'Ecliptique; & soit mené EF , qui coupe DCd en P . Du point P , & du rayon PE ou PF , soit décrit le petit cercle $ESFs$, & soit prolongé CD , jusqu'à ce qu'il rencontre ce cercle en S . Le vrai lieu du Soleil pour le jour proposé, étant connu par l'observation ou par les Ephémérides, soit prise la distance de ce vrai lieu au Pole boréal du Soleil, qui répond au 10.^{me} degré des Poissons, qu'on portera de S vers E , comme en H ou h , & X ou x . Des points H ou h , X ou x , soient menées HO ou hO , $X\omega$ ou $x\omega$, paralleles à SC . Les points O & ω représenteront la situation apparente du Pole boréal du Soleil, qui sera sur le disque apparent lorsque les points h & x sont sur le demi-cercle inférieur EsF , & se rencontrera au contraire dans l'hémisphère du Soleil, qui nous est caché, lorsque les points H & X sont sur le demi-cercle supérieur ESF .

A l'égard du Pole austral, il sera placé dans l'opposite, sous le disque apparent du Soleil lorsque le Pole boréal sera sur le disque, & il sera sur le disque apparent lorsque le Pole boréal nous sera caché.

Du point O , qui représente le Pole boréal du Soleil lorsqu'il

est en h , soit menée par le centre C , la ligne OCt , à laquelle on tirera le diamètre perpendiculaire QCq . Soit pris de C vers t , Cm égal à hO , à cause que dans ce cas le Pole boréal du Soleil est en h sur son disque apparent; & soit menée par les points Qm , l'Ellipse Qmq . Cette Ellipse représentera l'Equateur du Soleil, que les Taches paroîtront décrire lorsqu'elles se rencontrent sur ce cercle.

Dans les autres situations des Taches sur le Soleil, comme en b , elles décrirent des Ellipses telles que Lbl , semblables & parallèles à Qmq ; & leur déclinaison à l'égard de l'Equateur du Soleil sera mesurée par l'arc LQ ou lq , qui est intercepté entre le diamètre de l'Equateur du Soleil & le diamètre du Parallele que la Tache a décrit.

Il faut remarquer que le Pole boréal du Soleil changeant tous les jours de place sur le petit cercle $ESFs$, répond aussi à divers points de la ligne EF , ce qui fait varier la figure & la position des Ellipses que les Taches paroissent décrire; ainsi on y aura égard, lorsque cette variation est assez sensible pour être apperçue.

E X E M P L E.

Le 14 Septembre de l'année 1706, on a observé une Tache vers le bord oriental du Soleil, & l'on veut déterminer l'Ellipse qu'elle a dû paroître décrire dans le Soleil.

Ayant placé cette Tache par rapport à l'Ecliptique du Soleil, comme en β , soient pris les arcs DE , DF de 7 degrés & demi, & ayant tiré EF , soit décrit le cercle $ESFs$. Le vrai lieu du Soleil étant le 14 Septembre de l'année 1706, au 21.^{me} degré de la Vierge, sa distance au 10.^{me} degré des Poissons, qui est le vrai lieu du Pole boréal du Soleil, est de 5 Signes & 19 degrés, ou 169 degrés, qu'on prendra de S vers E , comme en h , & on mènera hO , parallèle à DC , qui coupera EF en O , d'où l'on mènera par le centre C , le diamètre TCt . On prendra sur ce diamètre, de C vers t , Cm égale à Oh , & ayant tiré le diamètre QCq , perpendiculaire à TCt , on mènera par les points Qm , l'Ellipse Qmq , qui représentera l'Equateur du Soleil. Du point β , on mènera la ligne $\beta\delta\gamma$, perpendiculaire à QCq , qui rencontrera l'Ellipse Qmq au point δ , & ayant mené des points β & δ , les

parallèles $\beta\eta$, $\delta\epsilon$ à QCq , on prendra l'arc QL , égal à l'arc $\epsilon\eta$, & l'on mènera du point L , la ligne LMI , parallèle à QCq , qui représentera le grand axe de l'Ellipse $L\beta l$ que la Tache β a dû paroître décrire, & que l'on déterminera par les méthodes connues. L'arc QL mesure sa déclinaison méridionale à l'égard de l'Equateur du Soleil.

P R O B L E M E V.

Déterminer le temps de la révolution des Taches ou du Globe du Soleil autour de son Axe.

Pour déterminer la période de la révolution du Soleil autour de son axe, on cherchera par le Probleme précédent, la situation du Pole boréal du Soleil dans le temps qu'une Tache est vers le milieu de son cours apparent dans le disque du Soleil; & ayant tiré par ce Pole, que l'on suppose en O , le diamètre TCt (Fig. 19.) qui représente un Cercle de déclinaison, on observera le temps vrai auquel cette Tache passe par ce cercle, que, pour une plus grande exactitude, on réduira au temps moyen. On observera ensuite le temps moyen auquel la même Tache, après avoir fait une révolution entière, revient au Cercle de déclinaison qui passe par le Pole du Soleil & son centre, lequel a changé de situation apparente sur son disque, & est représenté, par exemple, par le diamètre ECe .

L'intervalle entre ces temps mesure la révolution apparente du globe du Soleil à l'égard de la Terre, qui n'est égale à la véritable que lorsque le mouvement vrai du Soleil pendant la révolution observée, est égal à son moyen mouvement. Dans les autres temps, la révolution apparente est sujette aux inégalités causées par la différence entre le mouvement vrai du Soleil, & son mouvement moyen.

Pour reconnoître la différence entre la révolution apparente du Soleil & la véritable, soit dans le Systeme de Copernic, $ABDE$ (Fig. 20.) le Soleil dont le centre est C ; $FIHG$, l'Orbe annuel ou l'Ecliptique, sur laquelle la Terre est d'abord en I ; $IBCG$, un Cercle de latitude dont le plan passe par le centre du Soleil, par une Tache placée en T , & par la Terre supposée en I . Cette

Tache qui, vûë de la Terre, fait sa révolution apparente sur le disque du Soleil, de l'Orient vers l'Occident, se meut à l'égard du centre du Soleil de l'Occident vers l'Orient, du même sens que la Terre autour du Soleil. Ainsi pendant que la Terre, par son mouvement annuel, est portée de I vers M , la Tache qui a un mouvement beaucoup plus vîte, va de T vers P , & revient au Cercle de latitude COM , dont le plan passe par le centre C du Soleil & le lieu M de la Terre, après avoir décrit une révolution entière, plus l'arc TO , semblable à l'arc IM , qui mesure le mouvement vrai de la Terre pendant la révolution apparente de la Tache.

Si l'on suppose que le mouvement vrai de la Terre, pendant cet intervalle de temps, soit mesuré par l'arc IM , qui est plus petit que l'arc IL de son moyen mouvement; il est constant que la Tache arrivera plus tard au plan du Cercle de latitude CL , qui passe par le centre C du Soleil & le lieu de la Terre, supposé en L , qu'elle n'arrivera à celui qui passe par le centre du Soleil & le point M . Tout au contraire, si l'on suppose que le mouvement vrai de la Terre soit mesuré par l'arc IN , qui est plus grand que l'arc IL , il est évident que la Tache arrivera plutôt au plan du Cercle de latitude qui passe par le centre C du Soleil & le lieu de la Terre en L , qu'à celui qui passe par le centre du Soleil & le point N ; c'est pourquoi l'on fera, comme 360 degrés, plus le mouvement vrai du Soleil dans l'intervalle de la révolution observée, sont à 360 degrés, plus le mouvement moyen du Soleil qui convient à ce même intervalle de temps; ainsi l'intervalle entre le temps de la révolution observée, qu'on a réduit en temps moyen, est au temps de la révolution véritable ou moyenne, que nous avons déterminée par un grand nombre d'observations, de 27 jours 12 heures 20 minutes.

Lorsqu'une Tache ne reste pas assés de temps sur la surface du Soleil, pour décrire une révolution entière, on déterminera sa situation en divers jours, comme en D , E & F (Fig. 21.) par le moyen des méthodes prescrites ci-devant, & l'on tracera l'Ellipse AEB de sa révolution apparente. On décrira sur le grand diamètre AB de cette Ellipse, un demi-cercle AGB , & des points D , E , F , on menera les lignes DH , EG , FI , perpendiculaires à AB .

à AB . Les arcs HG , GI , mesureront sur la circonférence AGB , les arcs diurnes de la révolution apparente du Soleil; & l'on fera, comme les degrés compris dans l'arc HI , sont à 360 degrés; ainsi un jour est au temps de la révolution entière du Soleil. On fera aussi, comme l'arc HI est à 360 degrés; ainsi le nombre de jours & d'heures que la Tache a employé à parvenir de D en F , est à toute la révolution de la Tache autour du Soleil. Cette révolution est sujette aussi aux inégalités causées par celle du mouvement vrai du Soleil; c'est pourquoi il faut, pour avoir par cette méthode la révolution moyenne des Taches autour du Soleil, choisir les temps où le mouvement vrai ou apparent du Soleil est égal à son moyen mouvement.

Pour déterminer cette révolution à l'égard d'un point fixe dans le Ciel, on considérera que lorsque la Tache T (Fig. 20.) après avoir fait une révolution entière, est arrivée au point O dans le plan du Cercle de latitude qui passe par le centre du Soleil & la Terre supposée en M , elle a décrit une révolution entière $TPST$ à l'égard des Etoiles fixes, plus l'arc TO , qui est semblable à l'arc IM , lequel est mesuré par le mouvement vrai de la Terre dans l'intervalle d'une révolution apparente. Il faut donc adjoûter à 360 degrés, le mouvement vrai de la Terre pendant cette révolution, & faire, comme 360 degrés, plus ce mouvement vrai, sont à 360 degrés; ainsi le temps moyen que la Tache a employé à retourner au Cercle de latitude qui passe par le centre du Soleil & la Terre, est à la révolution des Taches à l'égard d'un point fixe dans le Ciel.

La révolution moyenne des Taches à l'égard du Soleil, ayant été déterminée de 27 jours 12 heures 20 minutes, on aura leur révolution à l'égard des Etoiles fixes, ou d'un point fixe dans le Ciel, en faisant, comme 360 degrés, plus 27 degrés 7 minutes 8 secondes, moyen mouvement de la Terre dans l'espace de 27 jours 12 heures 20 minutes, sont à 360 degrés; ainsi 27 jours 12 heures 20 minutes, sont à 25 jours 14 heures 8 minutes, qui mesurent cette révolution.

CHAPITRE III.

De l'Obliquité de l'Ecliptique.

OUTRE le mouvement journalier apparent du Soleil autour de la Terre, de l'Orient vers l'Occident, qui s'achève en 24 heures, & lui est commun avec toutes les Étoiles, cet Astre a encore un mouvement particulier, qui se fait en sens contraire de l'Occident vers l'Orient. Cela se remarque en comparant la situation par rapport aux Étoiles fixes, en divers temps de l'année. Si l'on observe, par exemple, l'heure du passage du Soleil & de diverses Étoiles fixes par le Méridien, on trouvera que l'intervalle de temps entre le passage du Soleil & celui d'une Étoile située vers l'Orient à l'égard du Soleil, diminué tous les jours, & qu'au contraire l'intervalle entre ce passage & celui d'une Étoile qui est à l'Occident, augmente continuellement; d'où il suit que les Étoiles étant supposées fixes, le Soleil s'approche de celles qui sont à l'Orient, & s'éloigne de celles qui sont vers l'Occident. Ces apparences reviennent à la même heure après un certain temps, que l'on a appelé *année solaire*, c'est-à-dire, retour du Soleil au même point du Ciel.

Après avoir reconnu que le Soleil avoit un mouvement propre de l'Occident vers l'Orient, qui s'achève dans l'espace d'une année, on a remarqué que ce mouvement ne se faisoit pas autour des Poles du Monde ou de l'Équateur, de même que le mouvement journalier du Soleil & de toutes les Étoiles.

La hauteur méridienne du Soleil varie tous les jours, de telle sorte que cet Astre est en certains temps de l'année, plus élevé sur l'horizon que dans d'autres temps, de plus de la moitié d'un quart de Cercle; d'où il résulte que sa distance au Pole boréal, que l'on suppose avoir toujours la même élévation sur l'horizon, est sujette à la même variation. Sa distance à l'Équinoctial, qui est un grand Cercle de la Sphere, éloigné de part & d'autre des Poles, de 90 degrés, varie aussi continuellement. Car ayant déterminé les points *A* & *B* (Fig. 22.) de l'Orient & de l'Occident où l'Équinoctial coupe l'horizon, on s'aperçoit que le lever & le coucher du Soleil

répond tous les jours à divers points de l'horizon. Quelquefois il se rencontre dans l'intersection *AB* de l'Équateur avec l'horizon, comme dans les Équinoxes où les jours sont égaux aux nuits. En d'autres temps, il s'en éloigne jusqu'à une certaine distance, comme en *CD*, après quoi il paroît revenir sur ses pas jusqu'en *EF*.

Cette distance à l'Équateur est égale de part & d'autre, du côté du Midi & du côté du Nord, en sorte que le Soleil s'éloigne l'Hiver du point *B*, du Couchant vers le Midi, autant qu'il s'éloigne l'Été du point *A*, du Levant vers le Nord, & se trouve avant & après les Équinoxes, dans des points diamétralement opposés, & comme il est démontré que deux grands Cercles de la Sphere ont leurs intersections dans les points directement opposés, il suit que le Soleil se trouve continuellement dans un grand Cercle qui coupe l'horizon, & est incliné à l'Équateur, de plusieurs degrés, qu'on nomme *Ecliptique*. Le Cercle parallèle que le Soleil décrit par son mouvement journalier, lorsqu'il est à sa plus grande distance de l'Équateur, du côté du Nord, s'appelle le *Tropique de l'Écrivisse*, & le Cercle qu'il décrit lorsqu'il est à sa plus grande distance du côté du Midi, s'appelle le *Tropique du Capricorne*. Ces Cercles sont nommés *Tropiques*, du mot grec *περὶ*, qui signifie *retour*, parce que le Soleil revient sur ses pas, après être arrivé à ce terme, & on appelle *Solstices*, les jours auxquels le Soleil est dans les Tropiques, à cause que vers ce temps-là les points du lever & du coucher du Soleil, & sa hauteur méridienne, ne varient pas sensiblement.

Pour déterminer la plus grande déclinaison ou obliquité de l'Ecliptique à l'égard de l'Équateur, on observera la hauteur méridienne du centre du Soleil sur l'horizon, lorsqu'il est dans sa plus grande élévation, ce qui arrive vers le 20 du mois de Juin de chaque année. Six mois après, ou environ, on observera la hauteur méridienne du centre du Soleil lorsqu'il est dans sa plus petite élévation. On corrigera ces deux hauteurs par la réfraction & par la parallaxe, & on prendra la différence qui, étant partagée en deux également, donne l'obliquité véritable de l'Ecliptique, que l'on trouve présentement de $23^{\text{d}} 28' 20''$, ou à quelques secondes près.

EXEMPLE I.

Le 22 Juin de l'année 1715, la hauteur méridienne du centre

du Soleil, corrigée par la réfraction & la parallaxe, a été trouvée de $64^{\text{d}} 38' 48''$. Le 22 Décembre suivant, jour du Solstice d'Hiver, elle a été déterminée de $17^{\text{d}} 41' 27''$. La différence entre ces deux hauteurs, est $46^{\text{d}} 57' 21''$, dont la moitié $23^{\text{d}} 28' 40''$, mesure l'obliquité de l'Ecliptique.

On peut aussi, par le moyen d'une seule observation du Soleil, faite à l'un des Solstices, déterminer l'obliquité de l'Ecliptique, pourvu que l'on ait connu auparavant la hauteur du Pole du lieu où l'on a fait l'observation, de la manière qui a été expliquée ci-devant au Liv. 1. Chap. 1. des Etoiles fixes. On prendra le complément de cette hauteur du Pole, qui est égal à la hauteur de l'Equateur sur l'horison, & on le retranchera de la hauteur méridienne du centre du Soleil au Solstice d'Été, ou bien on retranchera la hauteur méridienne du centre du Soleil au Solstice d'Hiver, de la hauteur de l'Equateur, & on aura l'obliquité de l'Ecliptique.

E X E M P L E I I.

La hauteur du Pole de l'Observatoire de Paris a été déterminée par un grand nombre d'observations, de $48^{\text{d}} 50' 10''$, dont le complément $41^{\text{d}} 9' 50''$, est la hauteur de l'Equateur, le retranchant de la hauteur méridienne du centre du Soleil au Solstice d'Été de 1738 , qui a été trouvée de $64^{\text{d}} 38' 10''$, on aura l'obliquité de l'Ecliptique de $23^{\text{d}} 28' 20''$, qui est plus exacte que celle que l'on détermine par la hauteur du Soleil au Solstice d'Hiver, à cause des variations qui peuvent être causées par la réfraction & la parallaxe qui est beaucoup plus grande vers l'horison, que vers le Zénit.

En comparant ensemble un grand nombre de ces observations faites à l'Observatoire Royal depuis 66 années, on trouve que l'obliquité de l'Ecliptique a diminué dans cet intervalle d'environ 30 secondes, ce qui paroîtroit s'accorder à ce qui résulte des observations anciennes que nous rapporterons ici, afin d'examiner s'il y a eu quelque changement réel dans cette obliquité, ou bien si les variations qu'on y a trouvées, doivent s'attribuer à quelque défaut dans les Instruments, & dans la manière d'observer.

Eratoſthene, qui vivoit 230 ans avant Jesus-Christ, avoit trouvé que la différence entre la hauteur du Soleil, observée dans les deux

Solstices, étoit de 11 parties dont un grand Cercle de la Sphere est de 83; faisant, comme 83 est à 11, ainsi 360 degrés est à un autre nombre, on a la distance entre les termes des Solstices, de $47^{\text{d}} 42' 40''$, ce qui donne l'obliquité de l'Ecliptique de $23^{\text{d}} 51' 20''$.

Hipparque la détermina 90 ans après, de la même quantité, & elle fut trouvée à peu-près de même vers l'année 140 après Jesus-Christ, par Ptolemée, qui rapporte ces deux déterminations, & ajoute qu'il a toujours trouvé l'intervalle entre les Tropiques depuis $47^{\text{d}} 40'$ jusqu'à $47^{\text{d}} 45'$, de même que ces deux Astronomes qui l'avoient précédé.

Pappus, qui vivoit 390 ans après Jesus-Christ, & 250 après Ptolemée, assure dans ses Collections Mathématiques (*liv. 6. theor. 35.*) que le carré du diametre de la Sphere est au carré du diametre du Tropic, comme 629 est à 529, & que la ligne droite tirée du centre de la Sphere au centre du Tropic, est au demi-diametre du Tropic, comme 10 à 23. Prenant la racine carrée de 629, on aura 25 & $\frac{8}{100}$, & prenant la racine carrée de 529, on aura 23; c'est pourquoi si l'on fait, comme 25 & $\frac{8}{100}$ est à 23; ainsi le sinus total 100000 est à un quatrième nombre. On aura le demi-diametre du Tropic de 91706, qui est le sinus de $66^{\text{d}} 30'$, dont le complément mesure l'obliquité de l'Ecliptique, qui sera par conséquent de $23^{\text{d}} 30'$, à peu-près de même qu'on l'observe présentement. On trouvera la même obliquité de l'Ecliptique, en faisant, comme 23 est à 10, ainsi le demi-diametre du Tropic, qui est de 91706, est à la ligne droite tirée du centre de la Sphere au centre du Tropic, qu'on trouvera de 39875, sinus de $23^{\text{d}} 30'$, obliquité de l'Ecliptique; d'où il est manifeste que dès le temps de Pappus, qui vivoit, comme on l'a dit, 250 ans après Ptolemée, l'obliquité de l'Ecliptique avoit été déterminée de $23^{\text{d}} 30'$.

Albategnius, Astronome Arabe, observa vers l'an 880, dans la ville d'Aracte, avec un très-grand soin, la plus petite distance du Soleil au Zénit, de $12^{\text{d}} 26'$, & la plus grande de $59^{\text{d}} 36'$; d'où il détermine l'intervalle entre les deux Solstices, de $47^{\text{d}} 10'$, & l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^{\text{d}} 35'$.

Cette observation a été suivie, au rapport de Copernic (*liv. 3. chap. 6.*) de celle d'Arzachel, qui observa 190 ans après, c'est-

à-dire, en 1070, l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^{\text{d}} 34'$, & de celle de Prophatius, qui la trouva en l'année 1300, de $23^{\text{d}} 32'$.

Vers l'an 1460, Regiomontanus, dans son *Építome de l'Almageste* (*liv. 1. prop. 17.*) assure avoir observé l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^{\text{d}} 28'$, quoique dans ses Tables du premier Mobile (*probl. 2.*) il avoué que par les observations les plus récentes, il a trouvé la plus grande obliquité de l'Ecliptique, de 23 degrés & près de 30 min. qui est celle qu'il employe dans ses Tables.

Quelques-unes de ses observations sont rapportées par Jean Schoner, avec celles de Waltherus son disciple, qui observa à Nuremberg depuis l'année 1475 jusqu'en 1504, un grand nombre de hauteurs méridiennes du Soleil, par le moyen d'un Instrument appelé *Regle de Ptolemée*, qui mesuroit la corde de la distance du Soleil au Zénit.

Ayant comparé ensemble les observations de 12 Solstices d'Été, on trouve, en prenant un milieu, que la corde de la plus petite distance du Soleil au Zénit, étoit de 44890 parties, dont le rayon est 100000, ce qui donne la distance apparente du Zénit au Tropique de l'Écrevisse, de $25^{\text{d}} 56' 38''$, & la véritable corrigée par la réfraction & la parallaxe, de $25^{\text{d}} 57' 2''$.

Ayant aussi examiné sept de ces observations les plus exactes, faites au Solstice d'Hiver, on trouve, en prenant un milieu, que la corde de la plus grande distance du Soleil au Zénit, étoit de $118791 \frac{3}{10}$, ce qui donne la distance apparente du Zénit au Tropique du Capricorne, de $72^{\text{d}} 52' 34''$, & la véritable corrigée par la réfraction & la parallaxe, de $72^{\text{d}} 55' 34''$. On aura donc l'arc entre les deux Tropiques, de $46^{\text{d}} 58' 32''$, dont la moitié $23^{\text{d}} 29' 16''$, mesure l'obliquité de l'Ecliptique, qui ne diffère que d'environ une minute de celle que l'on observe présentement.

M. Wurtzelbaur, dans son Livre intitulé *Uranies Noricæ basis*, imprimé en 1697, examine les observations de Waltherus, & en conclut l'obliquité de l'Ecliptique, un peu plus grande que celle que nous venons de trouver, ce qui vient de ce qu'il employe à Nuremberg, une Table des réfractions différente de celles que nous observons à Paris.

Ces observations de Waltherus, se trouvent confirmées par celles de Copernic, qui vivoit à peu-près dans le même temps,

lequel (*liv. 2. chap. 2.*) assure avoir trouvé la distance entre les Tropiques, de 46 degrés & près de 57 minutes, & l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^{\text{d}} 28' 24''$. Il ne marque pas s'il a tenu compte de la réfraction & de la parallaxe, ce qui augmenteroit cette obliquité de près de 2 minutes.

En 1570, Ignace Danti observa à Florence, suivant ce qu'il rapporte (*Chap. 34. de la 2.^{de} partie de son Astrolabe*) la plus grande hauteur méridienne du Soleil, de $69^{\text{d}} 49'$, & la plus petite de $22^{\text{d}} 51'$, d'où il conclut la distance entre les Tropiques, de $46^{\text{d}} 58'$, & l'obliquité de l'Ecliptique de $23^{\text{d}} 29'$. Il ne paroît pas qu'il ait employé dans ces hauteurs, la réfraction & la parallaxe, dont si l'on veut tenir compte, on aura la hauteur du Soleil au Solstice d'Été, de $69^{\text{d}} 48' 42''$, & au Solstice d'Hiver, de $22^{\text{d}} 48' 52''$, ce qui donne la distance entre les Tropiques, de $46^{\text{d}} 59' 50''$, & l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^{\text{d}} 29' 55''$.

On trouve à peu-près la même obliquité par les observations Hessiennes, faites à Cassel depuis 1561 jusqu'en 1582.

Le 13 Décembre 1566, la hauteur méridienne du Soleil y fut observée de $15^{\text{d}} 12' 0''$, & le 12 Juin 1567, de $62^{\text{d}} 11' 0''$, ce qui donne la distance entre les Tropiques, de $46^{\text{d}} 59' 0''$, & l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^{\text{d}} 29' 30''$, de même que par les observations suivantes, dont quelques-unes ont été faites par le Landgrave de Hesse, qui observa à Cassel en 1572, la plus petite hauteur méridienne du Soleil, de $15^{\text{d}} 14'$. La plus grande y fut observée en 1574, par un grand Quart-de-cercle, de $62^{\text{d}} 13'$, ce qui donne l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^{\text{d}} 29' 30''$. Employant l'observation faite en 1574, par un petit Quart-de-cercle, par laquelle la plus grande hauteur méridienne du Soleil y a été trouvée de $62^{\text{d}} 12'$, on aura l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^{\text{d}} 29' 0''$.

Ces observations étant corrigées par la réfraction & la parallaxe, telles qu'on les trouve présentement, donnent l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^{\text{d}} 30' 30''$, ou de $23^{\text{d}} 31' 0''$.

Cette obliquité est plus petite que celle que Tycho, qui vivoit vers ce temps-là, a marquée dans ses Tables, où il la suppose de $23^{\text{d}} 31' 30''$, ce qui vient de ce que dans les hauteurs solsticiales du centre du Soleil, il a employé des réfractions & des

parallaxes, différentes de celles que l'on observe présentement.

Vers le commencement du siècle précédent, Gassendi dans son *Institution Astronomique* (p. 12.) suppose l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^{\text{d}} 31'$.

Bouillaud, dans son *Astronomie Philolaïque* (liv. 5, p. 229.) la détermine de $23^{\text{d}} 32'$, quoique dans ses Tables de déclinaison, il ne la suppose que de $23^{\text{d}} 31' 30''$; & Riccioli, dans son *Almageste*, ne la trouve que de $23^{\text{d}} 30' 0''$, par des observations choisies, faites en 1643 & 1646.

Il adjoint dans son *Astronomie réformée*, qu'on peut la supposer de $23^{\text{d}} 30'$, quoique les observations faites avec le plus d'exactitude, la donnent de $23^{\text{d}} 30' 20''$.

En 1656, mon Pere (*Voy. Eph. Malv. p. 176.*) observa à la Méridienne de S.^t Petrone, qu'il avoit construite l'année précédente, la distance du Soleil au Zénit dans le Solstice d'Été, de $21^{\text{d}} 0' 0''$. Le 21 Décembre suivant, au Solstice d'Hiver, il observa la distance du Zénit au bord supérieur du Soleil, de $67^{\text{d}} 40' 5''$, & à son bord inférieur, de $68^{\text{d}} 12' 9''$. Employant la réfraction & la parallaxe, telles qu'on les trouve présentement, on aura la distance du Soleil entre les deux Tropiques, de $46^{\text{d}} 58' 4''$, dont la moitié $23^{\text{d}} 29' 2''$, mesure l'obliquité de l'Ecliptique, qui ne diffère que de 2 secondes de celle qu'il employa alors dans ses Tables, de $23^{\text{d}} 29' 0''$.

Cette détermination a été confirmée par les observations qui furent faites en 1672, dans l'Isle de Cayenne, près de l'Amérique Méridionale, qui n'est éloignée de l'Équateur, que de 5 degrés. M. Richer, qui y fut envoyé exprès par ordre du Roy, pour y travailler aux Observations Astronomiques, y détermina le 20 Juin au Solstice d'Été, la distance apparente du centre du Soleil au Zénit, de $18^{\text{d}} 32' 20''$ vers le Nord, & le 20 Décembre au Solstice d'Hiver, de $28^{\text{d}} 24' 44''$ vers le Midi, ce qui donne la distance apparente entre les Tropiques, de $46^{\text{d}} 57' 4''$. Adjoûtant à ces observations, l'excès de la réfraction sur la parallaxe, qui, dans celle du 20 Juin, étoit de $17''$, & dans celle du 20 Décembre, de $27''$, on aura la distance entre les deux Tropiques, de $46^{\text{d}} 57' 48''$, & l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^{\text{d}} 28' 54''$, peu différente de celle qui avoit été déterminée en 1656.

Enfin,

Enfin, nous avons trouvé par un grand nombre d'observations faites dans les années dernières, l'obliquité de l'Ecliptique de $23^{\text{d}} 28' 20''$, plus petite de 23 minutes que celle qu'Ératosthene avoit déterminée 1970 années auparavant, ce qui est à raison de $1' 10''$ pour 100 années.

Supposant que cette obliquité ait toujours diminué dans la même proportion, on trouvera qu'elle a dû être au temps des divers Astronomes, d'une quantité que nous avons comparée ici avec leurs observations, en cette manière.

Obliquité de l'Ecliptique.

Suivant les Observations des Astronomes.		Supposant une variation annuelle.	
Ératosthene 230 ans avant			
Jesus-Christ.	$23^{\text{d}} 51' 20''$	$23^{\text{d}} 51' 20''$	
Hipparque 140 ans avant J. C.	$23 51 20$	$23 50 17$	
Ptolémée 140 ans après J. C.	$23 51 10$	$23 47 0$	
Pappus	en 390, $23 30 0$	$23 44 7$	
Albatagnius	en 880, $23 35 0$	$23 38 21$	
Arzachel	en 1070, $23 34 0$	$23 36 8$	
Prophatius	en 1300, $23 32 0$	$23 33 27$	
Regiomontanus ..	en 1460, $23 30 0$	$23 31 35$	
Copernic	en 1500, $23 28 24$	$23 31 7$	
Waltherus	en 1500, $23 29 16$	$23 31 7$	
Danti	en 1570, $23 29 55$	$23 30 18$	
Tycho	en 1570, $23 31 30$	$23 30 18$	
Gassendi	en 1600, $23 31 0$	$23 29 57$	
Cassini	en 1656, $23 29 2$	$23 29 19$	
Richer	en 1672, $23 28 54$	$23 29 6$	
A l'Observatoire	en 1738, $23 28 20$	$23 28 20$	

On voit par cette comparaison, que supposant l'obliquité de l'Ecliptique variable, il y a encore des différences qui peuvent faire douter s'il y a une variation réelle & uniforme dans cette obliquité, ou si l'on doit plutôt attribuer ces différences au peu d'exactitude qu'il y a dans les observations des Anciens, où l'on trouve des erreurs encore plus grandes que celles que l'on a remarquées entre les différentes obliquités de l'Ecliptique. On peut consulter sur cela ce qui est rapporté par le P. Riccioli, au 3.^{me} livre de

P.

son Almageste, pour prouver l'immobilité de l'Ecliptique, & concilier les observations d'Eratoſthene & de Ptolemée, avec celles qui ont été faites de son temps.

On pourroit aussi attribuer ces variations à quelque mouvement dans l'axe de la Terre, qui se rétablirait dans la suite, conformément au sentiment de Copernic, qui détermina de son temps cette obliquité de $23^{\text{d}} 28' 30''$, & conjectura qu'elle n'avoit jamais été plus grande de $23^{\text{d}} 51' 20''$, ni plus petite de $23^{\text{d}} 28' 0''$, ce qu'il tâche d'expliquer par un mouvement de libration qu'il donne à l'axe de la Terre.

CHAPITRE IV.

Du Mouvement vrai ou apparent du Soleil à l'égard de la Terre.

QUOIQUE la plupart des Auteurs qui ont traité de l'Astronomie, ayent d'abord essayé de déterminer le mouvement moyen du Soleil, avant que de prescrire les regles pour déterminer son vrai mouvement; cependant l'ordre que nous nous sommes proposé de ne supposer que ce qui est absolument nécessaire, & de passer des notions les plus connues à celles qui le sont le moins, semble demander de nous, que nous commençons à parler du mouvement que le Soleil paroît décrire à notre égard, que nous appellons *mouvement vrai ou apparent*, & que l'on peut déterminer en différentes manières.

Première Méthode de déterminer le Mouvement vrai ou apparent du Soleil.

La première méthode & la plus simple pour déterminer le mouvement vrai ou apparent du Soleil, est d'observer tous les jours, ou le plus souvent qu'il est possible, la hauteur méridienne du centre du Soleil, ce que l'on peut faire par le moyen d'un Quart-de-cercle ou d'un Gnomon, dont la hauteur est connue, & qui transmet l'image du Soleil sur un plan horizontal.

On corrigera cette hauteur par la réfraction & la parallaxe,

& on aura la hauteur véritable du centre du Soleil à son passage par le Méridien.

On prendra la différence entre la hauteur véritable du centre du Soleil, & celle de l'Equateur du lieu où l'on observe, que l'on sçait être le complément de la hauteur du Pole, & l'on aura sa déclinaison qui sera septentrionale lorsque la hauteur du Soleil est plus grande que celle de l'Equateur, & méridionale lorsqu'elle est plus petite.

On résoudra ensuite le Triangle sphérique ABC (Fig. 23.) rectangle en B , dans lequel AC représente la distance du Soleil à l'intersection du Bélier ou de la Balance, AB son ascension droite, BC sa déclinaison qui est connue, & l'angle BAC l'obliquité de l'Ecliptique, que nous avons supposée de $23^{\text{d}} 29' 0''$; c'est pourquoi l'on trouvera l'arc AC , qui mesure la distance du Soleil au point du Bélier ou de la Balance.

Lorsque la déclinaison du Soleil est septentrionale, & augmente d'un jour à l'autre, l'arc AC mesure la longitude du Soleil prise depuis le point du Bélier; & lorsqu'elle va en diminuant, l'arc AC représente la distance du Soleil au point de la Balance, qu'il faut retrancher de 180 degrés pour avoir la longitude du Soleil.

Lorsque la déclinaison du Soleil est méridionale, & augmente d'un jour à l'autre, l'arc AC représente la distance du Soleil au point de la Balance, qu'il faut adjoûter à 180 degrés pour avoir la longitude du Soleil; & lorsqu'elle va en diminuant, l'arc AC représente la distance du Soleil au point du Bélier, qu'il faut retrancher de 360 degrés pour avoir la longitude du Soleil.

On déterminera de la même manière, la longitude du Soleil pour le jour suivant, ou tel autre jour que l'on voudra, & l'on prendra la différence entre ces deux longitudes qui mesure le vrai mouvement du Soleil pendant un intervalle de temps connu. *Ce qu'il falloit trouver.*

EXEMPLE I.

Le 30 Avril 1717, la hauteur méridienne du centre du Soleil a été observée de $56^{\text{d}} 0' 7''$, retranchant la réfraction moins la parallaxe, qui, à cette hauteur, est de 40 secondes, on aura la hauteur véritable du centre du Soleil, de $55^{\text{d}} 59' 27''$, dont il

faut retrancher la hauteur de l'Équateur, qui est à l'Observatoire de Paris, de $41^{\text{d}} 9' 50''$, & on aura la déclinaison septentrionale du Soleil à midi, de $14^{\text{d}} 49' 37''$.

Le 31 Juillet 1717, la hauteur méridienne du centre du Soleil a été observée de $59^{\text{d}} 29' 8''$, retranchant la réfraction moins la parallaxe, qui, à cette hauteur, est de 35 secondes, on aura la hauteur véritable du centre du Soleil, de $59^{\text{d}} 28' 33''$, dont il faut retrancher la hauteur de l'Équateur, qui est de $41^{\text{d}} 9' 50''$, pour avoir la déclinaison septentrionale du Soleil à midi, de $18^{\text{d}} 18' 43''$.

La déclinaison septentrionale du Soleil étant connue dans ces deux observations, on fera, comme le sinus de l'angle CAB , de $23^{\text{d}} 29' 0''$ est au sinus total; ainsi le sinus de l'arc CB , qui mesure la déclinaison observée le 30 Avril 1717, de $14^{\text{d}} 49' 37''$ est au sinus de l'arc AC , de $39^{\text{d}} 57' 20''$, qui mesure la longitude du Soleil, à cause que la déclinaison, qui étoit septentrionale, alloit en augmentant.

On fera aussi, comme le sinus de $23^{\text{d}} 29' 0''$ est au sinus total; ainsi le sinus de la déclinaison du Soleil, qui a été trouvée le 31 Juillet 1717, de $18^{\text{d}} 18' 43''$, est au sinus de $52^{\text{d}} 2' 30''$, qu'il faut retrancher de 180 degrés, à cause que la déclinaison du Soleil qui étoit septentrionale, alloit alors en diminuant, & on aura la longitude du Soleil le 31 Juillet 1717, à midi, de $127^{\text{d}} 57' 30''$.

On a trouvé ci-dessus, la longitude du Soleil le 30 Avril à midi, de $39^{\text{d}} 57' 20''$. La différence, qui est de $88^{\text{d}} 0' 10''$, mesure le vrai mouvement du Soleil pendant l'intervalle entre ces deux observations, qui est de 92 jours.

E X E M P L E I I.

Le 21 Mars de l'année 1715, la hauteur méridienne du centre du Soleil corrigée par la réfraction & la parallaxe, a été observée de $41^{\text{d}} 15' 55''$.

Le 20 Mars de l'année 1716, elle a été observée de $41^{\text{d}} 10' 5''$. Retranchant de ces deux hauteurs, celle de l'Équateur, qui est de $41^{\text{d}} 9' 50''$, on aura la déclinaison septentrionale du Soleil le 21 Mars 1715, à midi, de $6' 5''$, & le 20 Mars 1716, de $0' 15''$, par le moyen desquelles on trouvera, en calculant le

Triangle ABC , la longitude du Soleil le 21 Mars 1715, de $15' 16''$, & le 20 Mars 1716, de $0^{\text{d}} 0' 38''$. Prenant la différence entre ces deux longitudes, on aura $359^{\text{d}} 45' 22''$, qui mesurent le mouvement vrai du Soleil dans l'espace d'une année commune de 365 jours, ce qui est à raison de $59' 8'' 15'''$ par jour.

Seconde Méthode de déterminer le mouvement vrai ou apparent du Soleil.

On observera dans le cours d'une année, le plus souvent qu'il est possible, les points de l'horizon où le Soleil se lève & se couche, & on mesurera la distance horizontale de ces points à celui du Midi ou du Septentrion.

Si l'on suppose présentement un Méridien $AZPB$ (Fig. 24) qui passe par le Zénit Z , & par le Pole P du lieu où l'on a observé, ACB l'horizon, ECF l'Équateur, H le point de l'horizon où le Soleil s'est levé ou s'est couché, lorsque sa distance au point du Midi étoit moindre de 90 degrés, h le point de l'horizon où le Soleil s'est levé ou s'est couché, lorsque sa distance au point du Midi excédoit 90 degrés.

Soit mené du point Z , par les points H & h , les verticaux ZHN , ZhN , & du Pole P , par les mêmes points H & h , les Cercles de déclinaison PHG , PhG .

Dans les Triangles sphériques ZPH , ZPh , les angles PZH ou PZh , qui mesurent la distance horizontale du Soleil au point du Nord, sont connus, de même que l'arc ZP , distance du Zénit au Pole, & l'arc ZH ou Zh , distance du Soleil au Zénit, qui est de 90 degrés plus la réfraction corrigée par la parallaxe; c'est pourquoi l'on trouvera par la Trigonométrie sphérique, les arcs PH ou Ph . Retranchant de l'arc PH , l'arc PI de 90 degrés, reste l'arc HI , qui mesure dans ce cas la déclinaison méridionale du Soleil. Prenant le complément de l'arc Ph , on aura l'arc hi , qui mesure la déclinaison septentrionale du Soleil.

Connoissant la déclinaison du Soleil pour le temps des diverses observations qu'on en a faites à l'horizon, on trouvera de la manière qui a été enseignée ci-devant, la longitude du Soleil, & par conséquent son mouvement vrai pendant l'intervalle de temps écoulé entre ces observations.

EXEMPLE I.

Le 1.^{er} Mai de l'année 1717, le centre du Soleil a paru à l'horizon artificiel de l'Observatoire de Paris entre l'Orient & le Nord, éloigné du point du Midi, de $113^{\text{d}} 50'$.

La distance du centre apparent du Soleil au Zénit, étoit de 90 degrés, à laquelle il faut ajouter la réfraction horizontale moins la parallaxe, qui est de $32' 10''$, dont le Soleil paroïsoit plus élevé qu'il n'étoit effectivement, & on aura la distance véritable du Soleil au Zénit, qui est mesurée par l'arc Zh , de $90^{\text{d}} 32' 10''$. L'arc ZP , distance du Pole au Zénit de l'Observatoire est de $41^{\text{d}} 9' 50''$, & l'angle PZh , compris entre ces arcs, supplément de la distance du centre du Soleil au point du Midi, est de $66^{\text{d}} 10'$; c'est pourquoi l'on trouvera par la Trigonométrie sphérique, l'arc Ph , de $74^{\text{d}} 58' 24''$, dont le complément hi mesure la déclinaison du Soleil, qui est de $15^{\text{d}} 1' 36''$, & qui est septentrionale, à cause que le centre du Soleil étoit vers le Nord. Cette déclinaison étant connue, on aura la longitude du Soleil, de $40^{\text{d}} 35' 20''$.

EXEMPLE II.

Le 1.^{er} Août 1717, le centre du Soleil a paru se lever à l'Observatoire de Paris entre l'Orient & le Nord, éloigné du point du Nord, de $61^{\text{d}} 20'$, la hauteur de l'horizon sensible étant de 30 minutes.

La distance du centre apparent du Soleil au Zénit, étoit donc de $89^{\text{d}} 30'$, à laquelle il faut ajouter la réfraction moins la parallaxe, qui, à cette hauteur, est de $30' 8''$, & on aura l'arc Zh , de $90^{\text{d}} 0' 8''$. L'arc ZP est de $41^{\text{d}} 9' 50''$, & l'angle PZh , de $61^{\text{d}} 20'$; c'est pourquoi l'on trouvera l'arc Ph , de $71^{\text{d}} 52' 20''$, dont le complément hi mesure la déclinaison du Soleil, qui est de $18^{\text{d}} 7' 40''$ vers le Septentrion, avec laquelle on déterminera la distance du Soleil au point de la Balance, de $51^{\text{d}} 20'$, dont le supplément mesure la longitude du Soleil, qui est de $128^{\text{d}} 40'$.

On l'avoit trouvée le 1.^{er} Mai, à $4^{\text{h}} 45'$ du matin, de $40^{\text{d}} 35' 20''$, la différence est de $88^{\text{d}} 4' 40''$, qui mesurent le vrai mouvement du Soleil dans l'espace de 92 jours.

Troisième Méthode de déterminer le Mouvement vrai ou apparent du Soleil.

La méthode que nous proposons ici, ne demande point d'Instruments pour observer les distances horizontales, mais seulement une Pendule ou Horloge à secondes, bien réglée à une Méridienne.

On observera pour cet effet, l'heure du lever ou du coucher du Soleil. La différence entre cette heure & midi, réduite en degrés, à raison de 360 degrés pour le temps que le Soleil a employé à retourner au Méridien d'un jour à l'autre, mesure l'angle ZPH ou ZPh (Fig. 24.) entre le Méridien $PZAN$, & le cercle vertical PHG ou PhG , qui passe par le Pole & le centre du Soleil placé sur l'horizon en H ou en h , & par conséquent dans le Triangle ZPH ou ZPh , les angles ZPH ou ZPh étant connus, aussi-bien que l'arc ZP entre le Pole & le Zénit, & l'arc ZH ou Zh , distance du Zénit au Soleil, qui est de 90 degrés plus la réfraction moins la parallaxe, on trouvera les arcs PH ou Ph . Retranchant de l'arc PH , l'arc PI , de 90 degrés, on aura l'arc HI , qui mesure la déclinaison méridionale du Soleil. Prenant le complément de l'arc Ph , on aura l'arc hi , qui mesure la déclinaison septentrionale du Soleil.

EXEMPLE.

Le 1.^{er} Mai de l'année 1717, le centre du Soleil a paru à l'horizon artificiel de l'Observatoire de Paris, à $4^{\text{h}} 45' 6''$ du matin. La distance du lever du Soleil à midi, est de $7^{\text{h}} 14' 54''$, qui, réduites en degrés, mesurent l'angle ZPh , de $108^{\text{d}} 43' 30''$. L'arc ZP est de $41^{\text{d}} 9' 50''$, & le côté Zh est de $90^{\text{d}} 32' 10''$; c'est pourquoi dans le Triangle sphérique ZPh , dont l'angle ZPh est connu, & les côtés ZP & Zh , on trouvera l'arc Ph , de $74^{\text{d}} 58' 24''$, dont le complément $15^{\text{d}} 1' 36''$, mesure la déclinaison septentrionale du Soleil, avec laquelle on trouvera sa longitude le 1.^{er} Mai 1717, à $4^{\text{h}} 45' 6''$ du matin, de $40^{\text{d}} 35' 20''$.

Quatrième Méthode de déterminer le Mouvement vrai ou apparent du Soleil.

Nous avons supposé dans les méthodes précédentes, la connoissance de la parallaxe du Soleil, & principalement de sa réfraction

horizontale, que l'on sçait être sujette à quelques variations, à cause des vapeurs qui environnent l'horison; c'est pourquoi nous donnerons ici une méthode qui n'est point sujette à ces éléments, & dont l'on peut même se servir pour en déterminer la quantité.

On observera la distance horizontale du centre du Soleil au point du Midi ou du Septentrion, soit que le Soleil se rencontre alors à l'horison artificiel, soit qu'il se trouve plus ou moins élevé; & on marquera l'heure véritable de cette observation. La différence de cette heure à midi, réduite en degrés, mesure l'angle ZPH ou ZPh , & la distance horizontale du centre du Soleil au point du Nord, mesure l'angle PZH ou PZh ; & par conséquent dans le Triangle ZPH ou ZPh , dont l'arc ZP est connu de $41^{\text{d}} 9' 50''$, & les angles ZPH ou ZPh , PZH ou PZh , on aura le côté PH ou Ph , & par conséquent la déclinaison du Soleil HI ou hi , & sa vraie longitude.

On fera aussi, comme le sinus de l'angle PZH , est au sinus de l'angle ZPH ; ainsi le sinus de l'arc PH , est au sinus de l'arc ZH , distance véritable du Soleil au Zénit, qui, étant comparée avec la distance apparente, donne la quantité de la réfraction moins la parallaxe, qui convient à la hauteur apparente du centre du Soleil.

E X E M P L E.

Le 1.^{er} Mai de l'année 1717, à $4^{\text{h}} 45' 6''$ du matin, heure vraie, la distance entre le centre du Soleil, qui étoit à l'horison, & le point du Midi, étoit de $113^{\text{d}} 50'$. La différence entre $4^{\text{h}} 45' 6''$ & midi, est de $7^{\text{h}} 14' 54''$, qui, réduites en degrés, mesurent l'angle ZPh , de $108^{\text{d}} 43' 30''$; & dans le Triangle sphérique ZPh , dont l'arc ZP est connu de $41^{\text{d}} 9' 50''$, l'angle ZPh , de $108^{\text{d}} 43' 30''$, & l'angle PZh , supplément de la distance horizontale du Soleil au point du Midi, est de $66^{\text{d}} 10'$, on trouvera l'arc Ph , de $74^{\text{d}} 58' 24''$, dont le complément $15^{\text{d}} 1' 36''$, mesure la déclinaison septentrionale du Soleil hi , par le moyen de laquelle on trouvera sa longitude de $40^{\text{d}} 35' 20''$.

On trouvera aussi dans le même Triangle, l'arc Zh , distance véritable du centre du Soleil au Zénit, de $90^{\text{d}} 32' 10''$, dont retranchant sa distance apparente, qui étoit de $90^{\text{d}} 0' 0''$, reste la réfraction moins la parallaxe horizontale du Soleil, de $32' 10''$.

Cinquième

Cinquième Méthode de déterminer le Mouvement vrai ou apparent du Soleil.

Ayant connu par les Tables des Etoiles fixes, l'ascension droite d'une Etoile fixe, prise à volonté, on observera plusieurs jours de suite, la différence entre le passage du Soleil & de cette Etoile par le Méridien. On réduira cette différence en degrés, minutes & secondes, à raison de 15 degrés par heure, pour avoir la différence entre l'ascension droite du Soleil & celle de l'Etoile, au temps de son passage par le Méridien, qu'il faut adjoûter à l'ascension droite de l'Etoile, lorsqu'elle passe par le Méridien avant le Soleil, & qu'il faut retrancher de l'ascension droite de l'Etoile lorsque son passage suit celui du Soleil, & l'on aura l'ascension droite du Soleil au temps du passage de l'Etoile par le Méridien. Connoissant l'ascension droite du Soleil, on trouvera sa longitude véritable: car dans le Triangle sphérique ABC (Fig. 23.) rectangle en B , l'arc AB , distance en ascension droite du Soleil au point du Bélier ou de la Balance, étant connu, aussi-bien que l'obliquité de l'Ecliptique BAC , de $23^{\text{d}} 29' 0''$; on fera, comme le sinus total est à la tangente du complément de l'arc AB ; ainsi le sinus du complément de l'angle BAC , de $23^{\text{d}} 29' 0''$ est à la tangente du complément de l'arc AC , distance du Soleil au point du Bélier ou de la Balance, prise sur l'Ecliptique qui mesure sa longitude véritable.

On calculera de la même manière, la longitude du Soleil pour le jour suivant, ou tel autre que l'on voudra, & on prendra la différence qui mesurera le vrai mouvement du Soleil, pendant un intervalle de temps donné.

E X E M P L E.

Le 23 Décembre de l'année 1717, le passage de Sirius par le Méridien, a été observé 11 heures 32 minutes 20 second. $\frac{1}{2}$ avant celui du Soleil. Réduisant ces heures en degrés, on aura la différence d'ascension droite entre le Soleil & cette Etoile, de $173^{\text{d}} 5' 7''$, qui, étant adjoûte à l'ascension droite de l'Etoile, qui étoit alors de $98^{\text{d}} 11' 58''$, à cause que son passage a précédé celui du Soleil, donne l'ascension droite du Soleil le 23 Décembre

Q

à $11^h 32' 20'' \frac{1}{2}$ avant midi, de $271^d 17' 5''$. On fera présentement, comme le sinus total est à la tangente du complément de l'arc AB , de $88^d 42' 55''$, distance en ascension droite du Soleil au point du Bélier; ainsi le sinus du complément de l'angle BAC , de $23^d 29'$ de l'obliquité de l'Ecliptique, est à la tangente du complément de l'arc AC , distance en longitude au point du Bélier, qu'on trouvera de $88^d 49' 19''$, dont le supplément à 360 degrés, mesure la longitude véritable du Soleil, qui sera par conséquent de $271^d 10' 41''$.

Le 6 Janvier de l'année 1718, le passage de Sirius par le Méridien, a été observé 11 heur. 21 minut. 29 second. $\frac{1}{2}$ après celui du Soleil. Réduisant ces heures en degrés, on aura $170^d 22' 22'' \frac{1}{2}$, qui, étant retranchés de $98^d 12' 0''$, à cause que le passage de l'Etoile a suivi celui du Soleil, donne l'ascension droite du Soleil le 6 Janvier 1718, à $11^h 21' 29'' \frac{1}{2}$, de $287^d 49' 37''$, dont le supplément à 360 degrés, est $72^d 10' 22''$, avec lequel on trouvera la distance du Soleil au point du Bélier, de $73^d 33' 59''$, dont le supplément à 360 degrés, mesure sa longitude, qui étoit de $286^d 26' 1''$, à $11^h 21' 29'' \frac{1}{2}$ du soir.

La différence entre la longitude du Soleil observée le 23 Décembre 1717, à $11^h 32' 20'' \frac{1}{2}$ avant midi, & le 6 Janvier 1718, à $11^h 21' 29'' \frac{1}{2}$ du soir, est de $15^d 15' 20''$, qui mesurent le mouvement vrai du Soleil pendant l'intervalle de 15 jours moins une heure 6 min. 10 sec. ce qui est à raison de $61' 12'' \frac{1}{2}$ par jour.

CHAPITRE V.

De la grandeur apparente du Diametre du Soleil;

Et du rapport de sa plus grande à sa plus petite distance de la Terre.

AYANT observé la grandeur apparente du Soleil pendant le cours d'une année, on a remarqué que son diametre paroïssoit de différente grandeur, suivant les différentes situations du Soleil sur l'Ecliptique; & comme, suivant les regles d'Optique, le même objet paroît plus grand plus il s'approche de nous, & diminué

en apparence à mesure qu'il s'en éloigne, on a reconnu que la distance réelle du Soleil à la Terre étoit sujette à diverses variations.

Pour les déterminer de même que celles du diametre apparent du Soleil, on peut employer diverses méthodes.

La première est d'observer avec un Quart-de-cercle garni d'une Lunette, la hauteur apparente du bord supérieur du Soleil, & celle de son bord inférieur, au temps de son passage par le Méridien, ce que l'on peut faire alors plus commodément que dans toute autre situation de cet Astre sur l'horison, parce que le Soleil ne change pas sensiblement de hauteur dans l'espace d'une ou de deux minutes. On corrigera chacune de ces hauteurs par la réfraction & la parallaxe, pour avoir la hauteur véritable du bord supérieur du Soleil & de son bord inférieur, dont la différence mesurera le vrai diametre vertical du Soleil.

Cette méthode est fort simple, & donne la grandeur apparente du diametre du Soleil, & par conséquent le rapport des diverses distances du Soleil à la Terre, avec autant de précision que l'on en peut espérer de la division de l'Instrument dont on s'est servi.

La seconde méthode de déterminer le diametre apparent du Soleil, est d'observer à une Pendule bien réglée, le temps que ce diametre employe à passer par le Méridien, ou par un Cercle horaire.

Lorsque le Soleil parcourt par son mouvement journalier, l'Equateur ou un Cercle parallele qui lui est fort proche, on réduira les minutes & secondes d'heures de son passage en minutes & secondes de degrés, à raison de 360 degrés pour le temps que le Soleil a employé à retourner au Méridien, ou au même Cercle horaire d'un jour à l'autre, & on aura la grandeur apparente de son diametre horifontal.

Mais lorsque le Soleil décrit un Parallele éloigné de l'Equateur, on fera, comme le sinus total est au sinus du complément de la déclinaison du Soleil; ainsi le temps que le diametre du Soleil a employé à passer par le Méridien, réduit en minutes & secondes de degrés, est au sinus de l'arc d'un grand Cercle qui mesure le diametre horifontal du Soleil.

Cette méthode se peut pratiquer très-commodément, & seroit fort exacte, si l'on pouvoit distinguer les parties de secondes que le Soleil employe à passer par le Méridien.

La troisième méthode de déterminer le diamètre apparent du Soleil, est de placer dans une Lunette au foyer commun du verre objectif & de l'oculaire, deux réticules ou fils déliés, parallèles entr'eux, posés sur un Micrometre, qui est un instrument destiné à mesurer les petits intervalles, que l'on peut construire en différentes manières.

Dans les Micrometres qui se font par le moyen d'une vis qui sert à approcher ou reculer les réticules l'un de l'autre, on a soin d'y placer deux index avec des divisions, dont l'un marque chaque tour de vis par une de ces divisions, & l'autre les centièmes parties de chaque tour de vis. On disposera les réticules de manière qu'ils comprennent un certain nombre exact de tours de vis ou de divisions, & on déterminera l'arc du Ciel qui répond à ces divisions, ce qui peut s'exécuter en deux manières différentes.

La première est de placer fixement la Lunette garnie de son Micrometre, de sorte que les fils soient dans une situation verticale, & de mesurer avec soin suivant la direction de cette Lunette sur un terrain uni, une base, à l'extrémité de laquelle on placera sur un plan perpendiculaire à la direction de la Lunette, deux mires ou marques visibles, que l'on ajustera de manière qu'elles comprennent exactement l'intervalle entre ces fils, & l'on fera, comme la distance mesurée sur le terrain; depuis le tiers de l'épaisseur de l'objectif, du côté de l'objet, jusqu'au plan sur lequel sont posées les mires, est à la moitié de l'intervalle entre ces mires; ainsi le sinus total est à la tangente la de moitié de l'arc qu'occupe dans le Ciel le nombre des divisions marquées par l'index.

On aura par ce moyen, l'arc qui répond à chaque tour de vis & à chaque centième partie d'un de ces tours, dont on dressera une Table qui servira à déterminer la grandeur apparente du diamètre du Soleil ou de tel autre objet que l'on voudra, en disposant ces fils de manière qu'ils comprennent exactement l'image du Soleil, & remarquant le nombre de tours de vis & de centièmes parties comprises dans cet intervalle, qu'on réduira par le moyen de cette Table, en minutes & secondes d'un grand Cercle.

On peut aussi, pour une plus grande facilité, placer à une distance connue, deux mires à tel intervalle que l'on voudra l'une de l'autre, & remarquer le nombre de tours de vis & de centièmes

parties comprises entre cet intervalle, par le moyen desquelles on dressera une Table qui donnera les arcs qui répondent à chaque division du Micrometre.

La seconde manière de déterminer, par le moyen du Micrometre, la grandeur apparente du diamètre du Soleil, est de mesurer avec un compas, la distance entre les fils qui comprennent l'image du Soleil, & de comparer cette mesure avec la distance de ces fils jusqu'au tiers de l'épaisseur du verre objectif en dedans de la Lunette. On fera ensuite, comme cette distance est à la moitié de l'intervalle entre ces fils; ainsi le sinus total est à la tangente du demi-diamètre du Soleil.

Pour rendre raison de cette dernière opération, soit (Fig. 25.) AC le diamètre du Soleil, $LMTQ$ le verre objectif de la Lunette, dont les surfaces LM , QT sont également convexes. Soit mené des extrémités A & C du diamètre AC , les rayons AO , CN , qui se rompant en O & en N , s'approchent de la perpendiculaire, & décrivent les lignes OH , NE , qui se croisent au centre D du verre objectif; ces rayons étant arrivés en E & en H , se rompent en entrant dans l'air, & s'écartant de la perpendiculaire, ils parviendront en P & en R au foyer commun du verre objectif & de l'oculaire, de sorte que le point C du Soleil sera représenté par le point P , & le point A par le point R . Prolongés les rayons AO , CN , jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en S , & les rayons PE , RH , jusqu'en I . Les angles DNS , DEI , qui mesurent l'inclinaison du rayon rompu NE à l'égard des rayons CN & PE , sont égaux, à cause que les points N & E des surfaces également convexes, sont à égale distance du centre. Y adjoûtant les angles KDN , EDG , qui sont aussi égaux entr'eux, on aura l'angle KSN égal à l'angle GIE ; & par conséquent l'angle ASC , double de l'angle KSN égal à l'angle PIR , double de GIE . Mais l'angle ASC mesure le diamètre du Soleil vû du point S : donc l'angle PIR mesure ce diamètre, lequel est représenté par PR qui est au foyer commun des deux verres.

Soit mené du point B , centre de l'arc QT , les rayons BE , BG , l'angle BEI ou PEV , représentera l'angle de réfraction du rayon PE en sortant du verre, & l'angle BED l'angle d'incidence, dont les sinus sont comme 3 à 2, suivant les expériences que

l'on en a faites. Maintenant à cause de la distance EG entre les rayons BE & BG , qui est fort petite par rapport à la grandeur du rayon BG , les lignes BE & BG , peuvent passer pour parallèles. On aura donc l'angle EIG égal à l'angle BEI , & l'angle EDG égal à l'angle BED , & par conséquent le sinus de l'angle EIG sera au sinus de l'angle EDG comme 3 à 2. Mais le sinus de l'angle EIG est au sinus de l'angle EDG , comme ED est à EI , ou bien, comme DG est à IG , qui n'en diffère pas sensiblement: donc DG est à IG , comme 3 à 2. Si donc l'on adjointe à GF , distance du point F à la surface intérieure de l'arc QT du verre objectif, les deux tiers de la moitié de son épaisseur, on aura la valeur de IF , avec laquelle on trouvera la grandeur du diamètre apparent du Soleil, en faisant, comme IF est à PF , moitié de l'image du Soleil, comprise entre les fils du réticule du Micrometre; ainsi le sinus total est à la tangente de l'angle FIP ou XSC , dont le double mesure le diamètre AC du Soleil.

Cette même démonstration sert à rendre raison de la première manière qu'on a enseignée pour déterminer la grandeur apparente du diamètre du Soleil, ou de tel autre arc du Ciel compris entre les fils du Micrometre. Car supposant les mires en A & en C , qui comprennent un intervalle semblable au diamètre apparent du Soleil, ou à tel autre arc du Ciel que l'on voudra; les angles ASC , PIR étant égaux, on aura IF à FP , comme SX est à XC . Mais l'on a démontré que IF est à FP , comme le sinus total est à la tangente de l'angle FIP , dont le double mesure le diamètre du Soleil, ou tel autre arc du Ciel, mesuré par l'angle ASC : Donc la distance SX mesurée sur le terrain, depuis le tiers de l'épaisseur de l'objectif vers l'objet AC , jusqu'au plan sur lequel sont placées les mires A & C , est à XC , moitié de l'intervalle AC entre ces mires, comme le sinus total est à la tangente de la moitié de l'image du Soleil, ou tel autre arc dans le Ciel, mesuré par l'angle FIR ou ASX .

E X E M P L E.

Dans la construction d'un Quart-de-cercle de 6 pieds de rayon qu'on a placé fixement en 1732 dans le cabinet de la Tour orientale de l'Observatoire, on y a mis un Micrometre garni de

fils parallèles qui répondent au foyer de la Lunette, que l'on peut approcher ou reculer l'un de l'autre par le moyen d'une vis avec deux index, dont le premier qui est à côté, marque le nombre des tours de vis, & le second qui est au dessus, marque sur un cercle divisé en 100 parties, les centièmes de chaque tour de vis.

Avant que de placer cette Lunette sur le Quart-de-cercle, nous avons eu soin de vérifier l'espace que comprennent les divisions du Micrometre, par les deux manières rapportées ci-dessus.

Suivant la première, qui consiste à mesurer un intervalle sur le terrain, j'ai trouvé que 30 tours de vis répondoient à un arc de $37' 31'' 20'''$, & suivant la seconde de $37' 31'' 7'''$, avec une différence de l'une à l'autre de 13 tierces.

Employant la première, qui mérite la préférence, parce que les mesures étant plus grandes, les petites erreurs y sont moins sensibles, on trouve que chaque tour de vis mesure un arc de $1' 15'' 2''' \frac{1}{2}$, & chaque centième $0' 0'' 45'''$.

Le 23 Décembre de l'année 1732, au passage du Soleil par le Méridien, ayant disposé les fils du réticule, de manière qu'ils comprissent exactement l'image du Soleil, je remarquai que son diamètre occupoit 26 parties & un centième, ce que je trouvai de même le 24 & le 30 Décembre, temps auquel le diamètre du Soleil doit être le plus grand. Suivant la mesure que nous venons de marquer, 26 divisions & un centième, répondent à $32' 13'' 54'''$, qui mesurent le diamètre apparent vertical du Soleil. Y adjointant 5 secondes & demie, dont la réfraction qui convient à la hauteur méridienne du Soleil, devoit diminuer son diamètre vertical, on aura la grandeur véritable du diamètre du Soleil, lorsqu'il paroît le plus grand, de $32' 37'' 24'''$, ou $32' 37'' \frac{1}{2}$.

Le 30 Juin de l'année 1735, temps auquel le diamètre apparent du Soleil est le plus petit, j'ai observé à son passage par le Méridien, qu'il occupoit 25 divisions & $\frac{21}{100}$.^{es}, qui répondent à $31' 31'' 52'''$. Y adjointant 32 tierces, dont la réfraction diminueoit alors son diamètre vertical, on aura la grandeur véritable du diamètre du Soleil, lorsqu'il paroît le plus petit, de $31' 32'' 24'''$, ou $31' 32'' \frac{1}{2}$.

Suivant les observations de M. le Chevalier de Louville, rapportées dans les Mémoires de l'Académie de 1724, il a trouvé

le plus grand diamètre du Soleil, de $32' 37'' 24'''$, & le plus petit de $31' 32'' 49'''$, ce qui ne diffère que de quelques tierces de celui que nous venons de déterminer.

Connoissant la valeur du plus grand & du plus petit diamètre du Soleil, on aura le rapport de sa plus grande à sa plus petite distance de la Terre qui est en raison inverse de son diamètre apparent, en faisant, comme la demi-somme de ces diamètres, qui est de $32' 5''$, est au plus grand diamètre observé de $32' 37'' \frac{1}{2}$; ainsi 100000 sont à 101688, qui mesure sa plus grande distance à la Terre. La retranchant de 200000, on aura sa plus petite distance de 98312; la différence à la plus grande est 3376, dont la moitié 1688, mesure la plus grande excentricité de l'Orbe du Soleil qui est un des principaux éléments de sa théorie.

C H A P I T R E V I.

Des Hypotheses qui servent à représenter le Mouvement apparent du Soleil, & sa Distance à la Terre.

AYANT déterminé de la manière qui a été expliquée ci-devant le mouvement vrai ou apparent du Soleil à l'égard de la Terre, il a été aisé de reconnoître que ce mouvement n'est pas toujours uniforme, mais plus prompt ou plus lent dans les différentes situations où le Soleil se trouve sur l'Ecliptique.

On a remarqué cette inégalité de mouvement, en comparant les observations de la hauteur méridienne du Soleil, faites près des Equinoxes, par lesquelles on a trouvé que dans l'intervalle de 186 jours, depuis le 21 Mars 1715 jusqu'au 23 Septembre de la même année, le mouvement du Soleil en longitude a été de $179^d 28' 33''$, plus petit de $48' 16''$ que dans un intervalle de 179 jours, depuis le 23 Septembre de l'année 1715 jusqu'au 20 Mars 1716.

On peut aussi observer immédiatement cette inégalité de mouvement dans le Soleil, sans le secours d'aucun Instrument, en remarquant le point de l'horizon où le Soleil se leve le jour d'un Equinoxe, & comptant l'intervalle de jours qui s'écoule jusqu'à ce qu'il

ce qu'il paroisse se lever à peu-près au même lieu dans l'Equinoxe qui suit immédiatement. Car quoique le Soleil s'éloigne également des points des Equinoxes, du côté du Midi ou du Nord, en allant vers les Tropiques du Capricorne ou de l'Ecrevissé, on s'aperçoit que du point de l'Equinoxe du Printemps au point de l'Equinoxe d'Automne, il employe huit jours de plus que du point de cet Equinoxe à celui du Printemps.

Pour rendre raison de ces apparences, on a imaginé diverses hypothèses que nous expliquerons ici, en examinant celles qui sont les plus conformes aux observations.

I.

De l'Hypothèse du Mouvement circulaire du Soleil autour de la Terre.

Ayant considéré que les inégalités apparentes du mouvement du Soleil, étoient à peu-près semblables dans les mêmes endroits de l'Ecliptique après un intervalle de plusieurs années, on a d'abord supposé que l'Orbe du Soleil étoit d'une figure circulaire, & que l'inégalité de son mouvement étoit causée par les diverses distances de la Terre au Soleil, lequel décrivait son mouvement autour d'un Cercle dont le centre étoit éloigné de celui de la Terre; en sorte que le Soleil parcourant en temps égaux des arcs égaux de ce cercle, il paroissoit, à cause de ses diverses distances à la Terre, se mouvoir avec différents degrés de vitesse.

Soit, par exemple, *ABPE* (Fig. 26.) le Cercle que décrit le Soleil par son mouvement propre, *T* la Terre en quelque endroit au dedans de la circonférence de ce Cercle, éloignée de son centre *C* d'une distance quelconque *CT*. Soit mené de la Terre *T* par le centre *C* du Cercle *ABPE*, le diamètre *ACP*, & ayant pris les arcs *AS*, *PH*, égaux entr'eux, soit tiré du point *S* par le centre *C*, le diamètre *SCH*, & par la Terre *T*, la ligne *STI*, & soient jointes les lignes *TS*, *TH*.

Si l'on suppose présentement que le Soleil décrive par un mouvement égal & uniforme, la circonférence du Cercle *ABPE*, il est évident qu'il employera autant de temps à décrire l'arc *PH* que l'arc *AS*, qui lui est égal; & que par conséquent il arrivera du

point P au point I , en moins de temps que du point A au point S .

Cependant, à cause des angles ATS & PTI , supposés égaux, le Soleil a paru décrire depuis le point P jusqu'au point I , une quantité de mouvement semblable & égale à celle qu'il avoit décrite depuis le point A jusqu'au point S , quoiqu'en effet il n'ait parcouru que l'arc PI , qui est plus petit que l'arc AS ou PH , de toute la quantité IH . Le Soleil a donc paru décrire des chemins égaux en temps inégaux, & se mouvoir avec différents degrés de vitesse. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Le Cercle $ABPE$ que le Soleil parcourt par son mouvement propre, a été appelé *Excentrique*, à cause que la Terre est placée hors de son centre à la distance CT , qui mesure l'excentricité. On a aussi nommé *Apogée*, le point A qui est à l'extrémité du diamètre AP , la plus éloignée de la Terre; *Périgée*, le point P qui est à l'extrémité la plus proche; *Anomalie moyenne*, la distance du Soleil à son Apogée, suivant l'ordre des Signes, considérée du centre C du moyen mouvement, & mesurée par l'arc AS ou l'angle ACS ; *Anomalie vraie*, la distance du Soleil à son Apogée par rapport au centre T de la Terre, mesurée par l'angle ATS ; & *Equation du Soleil*, l'angle CST , différence entre l'anomalie moyenne & l'anomalie vraie, ou, ce qui revient au même, la différence entre le lieu du Soleil vû du centre T de la Terre, & ce lieu considéré du centre C du moyen mouvement.

Si l'on suppose, conformément au Systeme de Copernic, que le Soleil soit immobile au point T , & que la Terre décrive autour de cet Astre, le Cercle $ABPE$, ou telle autre Courbe que l'on voudra, le point A , le plus éloigné du Soleil, sera nommé *Aphélie*, & le point P , qui en est plus proche, *Périhélie*.

Le rapport de l'excentricité CT de l'Orbe du Soleil $ABPE$, à la moyenne distance AC du Soleil à la Terre, étant connu, on déterminera l'Equation du Soleil & son vrai lieu, pour telle anomalie moyenne que l'on voudra, comme, par exemple, lorsqu'elle est mesurée par l'angle ACS . Car dans le Triangle SCT , les côtés SC , ou AC , & CT , étant connus, de même que l'angle SCT , compris entre ces côtés, qui, dans ce cas, est le supplément à deux droits de l'angle ACS , qui mesure son anomalie moyenne; on trouvera la valeur de l'angle CST , qui mesure l'Equation du Soleil &

de l'angle ATS de son anomalie vraie. L'adjoûtant à l'angle ATE , qui mesure le vrai lieu de l'Apogée depuis le point d'*Ariès*, on aura l'angle ETS , qui mesure la *Longitude* du Soleil, ou son vrai lieu.

E X E M P L E.

La distance CT de la Terre au centre du moyen mouvement du Soleil, ayant été déterminée par Ptolemée, de cinq parties, dont le rayon AC ou SC , est de 120, on cherche l'Equation du Soleil qui répond à 30 degrés d'anomalie moyenne, de même que son anomalie vraie & son vrai lieu.

Faites comme SC plus CT 125 est à SC moins CT 115; ainsi la tangente de $15^{\text{d}} 0' 0''$, demi-somme des angles CTS & CST , est à la tangente de leur demi-différence que l'on trouvera de $13^{\text{d}} 50' 53''$, qui, étant adjoints à 15 degrés, donnent l'angle ATS de l'anomalie vraie du Soleil, de $28^{\text{d}} 50' 53''$. Le retranchant de l'angle ATS de l'anomalie moyenne, on aura l'angle CST , qui mesure l'Equation du Soleil, de $1^{\text{d}} 9' 7''$.

Adjoûtant l'angle ATS , de $28^{\text{d}} 50' 53''$ au lieu de l'Apogée du Soleil, que Ptolemée avoit déterminé à $5^{\text{d}} 30'$ des Gemeaux, on aura le vrai lieu du Soleil à $4^{\text{d}} 20' 53''$ de l'Ecrevisse.

Pour déterminer la plus grande Equation du Soleil qui arrive lorsqu'il est au point B , à 90 degrés de son Apogée, on fera, comme CB 120 est à CT 5; ainsi le sinus total est à la tangente de l'angle CBT , qui mesure la plus grande Equation du Soleil, que l'on trouvera de $2^{\text{d}} 23' 15''$, conforme à celle de Ptolemée qui l'avoit déterminée de $2^{\text{d}} 23'$. (*Voy. Almag. liv. 2. chap. 4.*)

Dans cette hypothese, le mouvement apparent du Soleil près de son Apogée, est à son mouvement apparent près de son Périgée dans la raison de la grandeur apparente de son diamètre; car si l'on suppose que l'arc GS ou KH , qui lui est égal, mesure le mouvement du Soleil de part & d'autre de son Apogée ou de son Périgée, & que SO & IH représentent son diamètre, l'angle GTS , qui mesure le mouvement apparent du Soleil depuis G jusqu'en S , est à l'angle STO , qui mesure son diamètre apparent, comme l'arc GS est à l'arc SO .

L'angle KTH , qui mesure le mouvement apparent du Soleil dans un espace égal de temps depuis K jusqu'en H , est à l'angle

ITH, qui mesure son diamètre apparent, comme l'arc *KH* est à l'arc *IH*. Mais l'arc *GS* est égal à l'arc *KH*, & l'arc *SO* est égal à l'arc *IH*: donc le mouvement apparent du Soleil depuis *G* jusqu'en *S*, est à son mouvement apparent dans un espace de temps égal depuis *K* jusqu'en *H*, comme son diamètre apparent, lorsqu'il est en *S*, est à son diamètre apparent lorsqu'il est en *H*.

Cette hypothèse du mouvement égal du Soleil sur un Cercle excentrique à la Terre, est celle que Ptolémée (*Almag. liv. 3. ch. 4.*) a employée pour représenter l'inégalité apparente du Soleil & de la Lune. Dans la Théorie des autres Planetes (*liv. 10, 11 & 12.*) il a supposé trois cercles égaux *BQY*, *DNO*, *ARX* (*Fig. 27.*) dont le premier est concentrique à la Terre, le second lui est excentrique, & le troisième tient le milieu entre les deux précédents.

Le premier cercle *BQY*, concentrique à la Terre, a son rayon *BT*, égal à la distance du Soleil à la Terre, dans le temps qu'elle est moyenne entre la plus grande & la plus petite. On conçoit ce cercle divisé en douze parties égales qui comprennent chacune un Signe, & il est appelé par Ptolémée, *Zodiaque*.

Le second *DNO*, qui lui est égal, est celui du moyen mouvement de la Planete, qui paroît décrire à l'égard du centre *F* de ce cercle, des arcs égaux en temps égaux, & que Ptolémée appelle *Excentrique*; la distance *FT* de ce centre à celui du *Zodiaque*, doit être telle qu'elle puisse représenter la plus grande & la plus petite quantité du vrai mouvement de la Planete.

Le troisième cercle *ARX*, qui est placé entre les deux précédents, est celui que la Planete décrit par son mouvement périodique, & sur lequel Ptolémée suppose que se meut le centre de son *Épicycle*. Car les distances observées, font voir évidemment que les Planetes se meuvent entre la circonférence de l'excentrique & du concentrique; c'est pourquoi Ptolémée ayant partagé la distance *FT* entre ces deux cercles en deux également au point *C*, a décrit de ce point, comme centre, un cercle dont le rayon est égal à celui des deux précédents, & qu'il a regardé comme la route du vrai mouvement.

Le mouvement de la Planete sur ce cercle est telle qu'elle ne décrit pas des arcs égaux en temps égaux, mais qu'elle est, pour ainsi dire, retenue par des lignes droites *EFR*, *GFX*, qui passent

par le centre de l'excentrique *DNO*, de sorte que paroissant décrire du centre *F* de cet excentrique, des arcs égaux *EG*, *NO* en temps égaux, elle parcourt sur le cercle *ARX*, des arcs inégaux *HS*, *RX*; d'où il résulte que plus la Planete est éloignée du Soleil, plus elle se meut lentement, & que son mouvement est plus prompt plus elle en est proche.

Il faut remarquer ici que Ptolémée a fait en sorte de placer autant qu'il étoit possible, la Planete de manière que dans sa route elle se trouvât au milieu entre les deux premiers cercles, ce qui est exact dans l'Apogée & le Périgée, mais qui ne l'est pas de même dans les autres situations, à cause que par la propriété du cercle, celui qui est placé entre les deux, s'approche davantage de l'excentrique dans sa partie supérieure, & se trouve plus près du concentrique dans la partie inférieure, avec une différence que nous donnerons la manière de corriger dans la suite.

Les Astronomes qui, après Ptolémée, ont conservé le mouvement circulaire, ou composé de mouvements circulaires, ont tous abandonné sa méthode, jugeant qu'il étoit absurde de mesurer l'égalité des mouvements périodiques des Planetes dans un cercle sur la circonférence duquel elles ne se meuvent pas réellement; c'est pourquoi ils ont employé des méthodes différentes pour placer les Planetes sur des cercles autour desquels elles eussent un mouvement égal.

Copernic représenta donc le mouvement périodique par un Excentrique & un *Épicycle*; Tycho par un Cercle concentrique & deux *Épicycles*, ce qui a été suivi par Longomontanus; Lansberge aima mieux expliquer l'inégalité apparente du Soleil par un petit cercle sur la circonférence duquel il faisoit mouvoir le centre de l'excentrique.

Pour nous, sans entrer dans le détail de ces différentes méthodes que l'on peut consulter dans les Auteurs, & qu'il seroit inutile d'expliquer ici plus au long, parce qu'on les a entièrement abandonnées, nous examinerons ce qui résulte des hypothèses elliptiques, qui, depuis Képler, ont été suivies de tous les Astronomes, comme les plus propres à représenter les mouvements apparents, non-seulement du Soleil, mais aussi de toutes les autres Planetes.

I I.

Du Mouvement du Soleil autour d'une Ellipse.

Les hypothèses des mouvements du Soleil ou des Planetes autour d'un ou de plusieurs Cercles, se trouvant trop compliquées, ou n'étant pas suffisantes pour représenter leurs mouvements apparents, qui sont tels que l'accélération apparente de ce mouvement est à peu-près le double de l'augmentation apparente de leur diamètre; les Astronomes ont distingué l'inégalité que l'on observe dans le mouvement des Planetes en deux parties à peu-près égales, qui ont deux causes différentes, l'une Optique ou apparente, qui dépend de leurs diverses distances à la Terre ou au Soleil, & l'autre Physique, qui leur imprime un mouvement plus prompt lorsqu'elles sont plus près de la Terre ou du Soleil, que lorsqu'elles en sont plus éloignées, & cela à peu-près suivant la proportion de l'augmentation & de la diminution apparente de leur diamètre.

Pour représenter cette inégalité, on a imaginé deux hypothèses, dont l'une a été inventée par Képler, & a conservé le nom de son Auteur, l'autre se nomme *hypothese elliptique simple*, à cause de la plus grande facilité qu'il y a de calculer par son moyen, les Equations des Planetes, joint à ce qu'on peut les déterminer avec une précision géométrique, à laquelle on ne peut pas arriver par l'hypothese de Képler.

De l'Hypothese Elliptique simple.

Soit sur le diamètre ACP (Fig. 28.) du cercle $ADPE$, le point T qui représente la Terre dans les Systemes de Ptolemée & de Tycho, ou le Soleil dans le Systeme de Copernic, qui soit placé de sorte que AT soit à TP , comme la grandeur apparente du Soleil lorsqu'il est dans son Périgée, est à sa grandeur apparente lorsqu'il est dans son Apogée, c'est-à-dire, comme 30 à 29, ou plus exactement, comme 1017 à 983. Ayant pris CF égal à CT , qui est de 17 parties, dont le rayon AC est de 1000, soit fait l'angle ATH égal à l'anomalie vraie du Soleil, ou à sa distance véritable de l'Apogée. Prolongés TH en V , de sorte que TV soit égal au diamètre AP . Joignons FV , & faites l'angle VFI égal à

l'angle TVF . Supposant que le mouvement du Soleil à l'égard du point F , soit égal & uniforme, l'angle AFI mesurera son anomalie moyenne, ou la quantité de son moyen mouvement depuis l'Apogée. Le point I représentera le vrai lieu du Soleil qui sera sur une Ellipse dont les foyers sont en T & en F , & l'angle FIT , l'Equation du Soleil, c'est-à-dire, son inégalité qui sera le double de celle qui résulte de l'hypothese circulaire.

D É M O N S T R A T I O N .

Soit mené CG (Fig. 28.) parallele à FI , & soit joint TG . Dans le Triangle FIV , les angles IVF , IFV étant égaux par la construction, FI est égal à IV . Y adjoutant TI , on aura FI plus TI égal à TV . Mais TV a été pris égal au diamètre AP : donc FI plus TI est égal à AP , ce qui est la propriété d'une Ellipse dont le grand diamètre est AP , & les foyers sont en F & en T . Le point I qui détermine le vrai lieu du Soleil, sera donc sur une Ellipse.

Maintenant, à cause des paralleles GC , IF ; FT est à FC , comme FI est à OC , comme IT est à OT . Mais FT est double de FC : donc FI est double de OC , & IT est double de OT : donc FI plus IT est double de OC plus OT . Mais FI plus IT a été démontré égal à AP : donc AP est double de OC plus OT , & par conséquent le rayon GC est égal à OC plus OT .

Retranchant de part & d'autre CO , on aura GO égal à OT , les angles OGT , OTG seront donc égaux, & l'angle COT externe, sera le double de l'angle OGT . Mais à cause des paralleles GC , IF , l'angle FIT est égal à l'angle COT : donc l'angle FIT sera le double de l'angle CGT . L'angle AFI mesurant donc le moyen mouvement du Soleil dans l'hypothese elliptique, l'angle ACG , qui lui est égal, mesurera aussi le moyen mouvement dans l'hypothese circulaire, & l'angle CGT , différence entre le vrai & le moyen mouvement dans l'hypothese circulaire, sera la moitié de l'angle FIT , différence entre le vrai & le moyen mouvement dans l'hypothese elliptique. Mais nous avons démontré dans l'hypothese circulaire, que le mouvement apparent du Soleil près de son Aphélie, est à son mouvement apparent près de son Périgée, en même raison que la grandeur apparente de son

diametre: donc dans l'hypothese elliptique où l'inégalité apparente de ce mouvement est double de celle qui résulte de l'hypothese circulaire, le rapport du mouvement apparent du Soleil dans son Apogée & son Périgée, sera le double de celui que l'on observe dans la grandeur apparente de son diametre. On démontrera de même que dans toute autre situation du Soleil sur l'Ellipse *AIP*, supposant le mouvement moyen du Soleil égal & uniforme autour du foyer *F*, la différence entre le vrai & le moyen mouvement du Soleil, sera le double de celle qui résulte de l'hypothese circulaire, ce qui est conforme aux observations.

La nature de la courbe que le Soleil décrit par son mouvement propre, étant connue, on trouvera l'Equation du Soleil qui convient à tous les degrés de son anomalie moyenne. Car la distance *AT* du Soleil à la Terre dans son Apogée, étant à sa distance *TP* dans son Périgée, comme 1017 à 983, on aura l'excentricité *CT* de 17 parties, dont le rayon *AC* est de 1000; c'est pourquoi dans le Triangle *GCT*, dont les côtés *GC* & *CT* sont connus, & l'angle *AFI* ou *ACG*, où son supplément *GCT*, qui mesure le moyen mouvement, est pris à volonté, on trouvera l'angle *CGT*, dont le double *COT* ou *FIT*, mesure l'Equation du Soleil.

Suivant cette hypothese, la plus grande Equation d'une Planete doit arriver lorsqu'elle se trouve en *B* ou en *E* (*Fig. 28.*) à l'extrémité du petit diametre de l'Ellipse *BE*, qui est perpendiculaire à *AP*. Car si l'on décrit un cercle par les trois points *B*, *F*, *T*; il est évident que le centre de ce cercle se trouvera en quelque point du petit diametre *BC*, comme en *R*; que par conséquent ce cercle touchera au point *B*, l'Ellipse *ABPE*, qui lui est circonscrite, sans la couper. L'arc *FBT*, qui est soutendu par l'arc *FT*, & représente l'Equation de la Planete lorsqu'elle est au point *B*, sera donc par la propriété du cercle, égal à l'angle *FRT* ou *FNT*, & par conséquent plus grand que tous les autres angles, tels que *FIT* & *FKT*, qui mesurent cette Equation à différents degrés d'anomalie, & se terminent à la circonférence de cette Ellipse.

E X E M P L E.

L'excentricité de l'Orbe du Soleil *CT* ou *CF*, étant à son demi-axe

demi-axe *AC*, comme 1685 à 100000, on cherche l'Equation du Soleil qui convient à 30 degrés d'anomalie moyenne, qui est ici représentée par l'angle *AFI* ou *ACG*. Faites comme *GC* plus *CT* ou *AT* (*Fig. 28.*) 101685, est à *GC* moins *CT* ou *TP* 98315; ainsi la tangente de 15 degrés, demi-somme des angles *CTG*, *CGT*, est à la tangente de leur demi-différence, qu'on trouvera de $14^{\text{d}} 31' 27''$, laquelle étant retranchée de $15^{\text{d}} 0' 0''$, donne l'angle *CGT* de $0^{\text{d}} 28' 33''$, dont le double $0^{\text{d}} 57' 6''$, mesure l'angle *FIT* de l'Equation du Soleil qui convient à 30 degrés.

Pour trouver la plus grande Equation du Soleil, on fera, comme *FB* ou *AC* 100000, est à *FC* 1685; ainsi le sinus total est au sinus de l'angle *FBC*, que l'on trouvera de $0^{\text{d}} 57' 56''$, dont le double $1^{\text{d}} 55' 52''$, mesure la plus grande Equation du Soleil. Adjoûtant l'angle *FBC* de $0^{\text{d}} 57' 56''$, à l'angle droit *ACB*, on aura l'angle *AFB* de l'anomalie moyenne, à laquelle répond la plus grande Equation, de $90^{\text{d}} 57' 56''$.

Dans l'hypothese du mouvement circulaire du Soleil autour d'un Excentrique, son excentricité étant supposée de 3370 parties, dont le rayon est 100000, c'est-à-dire, le double de celle que nous avons employée dans l'hypothese elliptique simple, la plus grande Equation du Soleil est de $1^{\text{d}} 55' 50'' \frac{1}{2}$, qui ne diffère pas sensiblement de celle que nous venons de trouver; mais comme les diametres apparents sont en raison réciproque des distances, on aura la grandeur apparente du diametre du Soleil dans son Apogée à sa grandeur apparente dans son Périgée, comme 966 à 1034, c'est-à-dire, à peu-près comme 28 à 30, ce qui excède le double de la proportion que l'on observe dans ces diametres, & montre l'insuffisance de cette hypothese.

Nous avons remarqué ci-devant que pour représenter le mouvement apparent des Planetes, Ptolemée avoit imaginé un Cercle placé à distance égale de l'Excentrique & du Concentrique, sur lequel il supposoit que les Planetes avoient un mouvement périodique inégal, qui répondoit à un mouvement égal par rapport à l'Excentrique.

Cette hypothese, quelque absurde qu'elle ait paru à des Astronomes modernes, représente exactement les apparences près de

l'Apogée & du Périgée. Dans les autres situations, elle diffère peu de l'hypothèse elliptique simple, à laquelle on peut la faire accorder parfaitement, en supposant que la Planete ne décrit pas un cercle exact, mais une ligne courbe telle que paroissant parcourir sur la circonférence de l'excentrique, des arcs égaux en temps égaux, elle se conserve toujours à distance égale de ce cercle & du concentrique.

Soit BQZ (Fig. 27.) le Cercle concentrique, dont le centre T est celui de la Terre, DNO l'excentrique dont le centre F , qui est celui du moyen mouvement, soit placé à la distance FT du point T , qui soit telle que le mouvement apparent de la Planete dans son Apogée en A , soit à son mouvement apparent dans son Périgée en P , comme TM à TD , dont la différence est le double de TF . Cette Planete étant supposée en A dans son Apogée, à distance égale des points D & B , il est clair que son diamètre apparent dans son Apogée en A , sera à son diamètre apparent dans son Périgée en P , comme TP est à TA , dont la différence est mesurée par TF qui est la moitié de la précédente.

Si l'on suppose présentement que le moyen mouvement de la Planete depuis l'Apogée, soit mesuré par l'arc DG ; prenant sur la ligne FG , un point S , tel que la plus petite distance SI au Cercle concentrique BQZ , soit égale à la plus petite distance SG au Cercle excentrique DNO ; je dis que la ligne SI , prolongée jusqu'à ce qu'elle rencontre le diamètre AP du Cercle ARX , passera par le centre T de la Terre; que le point S sera le vrai lieu de la Planete qui se rencontrera sur une Ellipse dont le grand axe est AP , & que l'angle FST mesurera son Equation, ou la différence entre son anomalie vraie & son anomalie moyenne, qui sera le double de celle qui résulte de l'excentricité simple.

D É M O N S T R A T I O N.

La ligne SI mesure par la construction, la plus proche distance du point I à la circonférence du Cercle BQZ ; c'est pourquoi elle passe par le centre T de ce Cercle, qui est celui de la Terre.

Maintenant, puisque FG & TI , sont rayons de deux Cercles égaux, si l'on adjoûte à TI , la ligne SI , & que l'on retranche de FG , la ligne GS , égale à SI , on aura TS plus SF , égale à

FG plus TI , c'est-à-dire, au diamètre du Cercle ARX . Le point S sera donc sur une Ellipse dont le grand axe est mesuré par AP , & dont les foyers sont en F & en T . Soit prolongé FG en V , en sorte que SV soit égale à ST , on aura FV égale à FS plus ST , c'est-à-dire, à l'axe AP . Joignés TV , & du point C , menés CK , parallèle à FV , qui rencontrera TV au point K . A cause des parallèles FV , CK , on aura dans les Triangles TFV , TCK ; FV à CK , comme FT est à CT . Mais FT est double de CT : donc FV ou AP , qui lui est égale, est double de CK , qui sera par conséquent égale au rayon AC du Cercle ARX , & le point K sera sur la circonférence de ce Cercle. On aura aussi, à cause des parallèles FV , CK , l'angle ACK , égal à l'angle DFG . Mais l'angle DFG ou l'arc DG , a été pris égal au moyen mouvement de la Planete depuis son Apogée: donc l'angle ACK , mesure sur le Cercle ARX , la distance moyenne de la Planete depuis son Apogée. Maintenant dans le Triangle TSV , les deux angles internes SVT & STV , sont égaux à l'angle externe FST . Mais à cause de SV , qui a été pris égal à ST , les angles SVT , STV , sont égaux entr'eux: donc l'angle FST est le double de l'angle SVT ou CKT , qui lui est égal, à cause des parallèles FV , CK . Mais l'angle FST mesure l'Equation de la Planete, ou la différence entre l'angle DFG de son anomalie moyenne, & l'angle ATS de son anomalie vraie; & l'angle CKT mesure l'Equation qui convient à l'angle ACK ou DFG de la même anomalie moyenne dans l'hypothèse circulaire lorsque l'excentricité est simple: donc le point S , qui est à égale distance des Cercles DNO , BQZ , représentera sur une Ellipse, le lieu de la Planete, qui sera tel que son Equation sera le double de celle qui résulte de l'excentricité simple. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Pour déterminer géométriquement le point S de l'Ellipse où se trouve le Soleil sur la ligne FG , lorsque l'anomalie moyenne est mesurée par l'angle DFG , on menera CK , parallèle à FG , & ayant joint TK , on élèvera du point K sur cette ligne, la perpendiculaire KS , qui déterminera au point S le vrai lieu du Soleil. Car ayant prolongé TK & FG , jusqu'à ce qu'elles se rencontrent en V , on aura à cause des parallèles FG & CK ; FV à CK , comme FT est à FC . Mais FT est double de CT ; donc FV

est double du rayon CK , & est par conséquent égal au diamètre AP . On aura aussi VK à KT , comme FC est à CT . Mais FC est égale à CT : donc VK est égale à KT . Maintenant dans les Triangles VKS , TKS , rectangles en K , les côtés VK , KT , étant égaux entr'eux, & le côté KS , commun, on aura le côté SV égal au côté ST ; & par conséquent ST plus SF , sera égal à SV plus SF ou FV , qui a été démontré égal à AP . Le point S sera donc sur une Ellipse, & représentera le vrai lieu du Soleil lorsque son anomalie moyenne est mesurée par l'angle DFG .

De l'Hypothese de Képler.

L'hypothese du mouvement des Planetes autour d'une Ellipse, qui a été inventée par Képler, est fondée sur d'autres principes, qui, quoiqu'on ne puisse pas par leur moyen, déterminer les Equations des Planetes avec la même précision géométrique que dans l'hypothese elliptique simple, ont l'avantage de s'accorder plus parfaitement aux mouvements des Planetes dont l'excentricité est la plus grande, en représentant avec à peu-près la même exactitude, les mouvements de celles dont l'excentricité est moindre.

Ce célèbre Astronome, dans son Traité de la Physique Céleste, après avoir fait voir l'insuffisance des hypotheses circulaires pour représenter les mouvements des Planetes, suppose que le Soleil est placé au foyer d'une Ellipse, sur la circonférence de laquelle la Planete se meut, de manière que les aires comprises entre les arcs qu'elle décrit, & les rayons tirés du Soleil à la Planete, soient proportionnelles aux temps que la Planete employe à parcourir ces arcs; c'est-à-dire, que supposant le Soleil en S (Fig. 29.) à l'un des foyers de l'Ellipse $AGPE$, & la Terre sur la circonférence de cette Ellipse, d'abord en A , & ensuite en L , le temps que cette Planete employe à faire sa révolution entière, est au temps qu'elle employe à parcourir l'espace AL , comme toute l'aire ou la surface de l'Ellipse est à l'aire LSA ; & supposant la Planete parvenue de L en G , le temps qu'elle a employé à décrire l'arc LG , est au temps qu'elle a employé à décrire l'arc AL , comme l'aire LSG , est à l'aire ASL .

Comme la méthode que Képler a donnée pour déterminer, suivant cette hypothese, les Equations des Planetes, est longue

& embarrassante, divers Astronomes en ont proposé d'autres plus faciles à pratiquer; ce qui ne se peut faire cependant que par approximation: car comme il s'agit de calculer l'aire d'un Secteur formé par deux lignes droites, & terminé par un arc d'Ellipse, la résolution géométrique de ce Probleme, suppose la quadrature de l'Ellipse, qui est inconnue, de même que celle du Cercle. Aussi tous ceux qui ont donné jusqu'à présent, la manière de calculer les Equations des Planetes suivant cette hypothese, n'ont prétendu autre chose que de les déterminer par approximation, & avec autant de précision qu'il est nécessaire pour les calculs astronomiques.

Nous avons une de ces méthodes dans l'Astronomie de M. Gregori. Il y en a aussi une de M. de la Hire dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1710, qui paroît plus facile à pratiquer, & qui ne laisse autre chose à desirer, si ce n'est qu'on pût, par ce moyen, trouver immédiatement l'Equation d'une Planete pour chaque degré d'anomalie moyenne donné. M. Keill Professeur d'Astronomie à Oxford, en a publié une dans les Transactions Philosophiques de l'année 1713, tirée des principes de M. Newton. Enfin nous en avons proposé une dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1719, qui est aisée à pratiquer, & par laquelle on détermine pour chaque degré d'anomalie moyenne, le vrai lieu des Planetes, suivant l'hypothese de Képler.

Pour l'intelligence de cette méthode, soit $ALPE$ (Fig. 29.) une Ellipse qui représente l'Orbe d'une Planete dont C soit le centre, & S un des foyers où soit placé le Soleil; en sorte que AS soit à SP , comme la plus grande distance de la Planete au Soleil à sa plus petite, c'est-à-dire, en raison réciproque du sinus des angles qui mesurent les diametres apparents de cette Planete.

Soit circonscrit à cette Ellipse, un Cercle $AHPM$, & ayant placé la Planete au point L , soit tirée sur le diamètre AP , la perpendiculaire LF , qui, étant prolongée de l'autre sens, rencontre le Cercle en I .

Suivant l'hypothese de Képler, l'aire ASL est à l'aire entière de l'Ellipse, comme le temps que la Planete employe à décrire l'arc AL , est au temps qu'elle employe à parcourir toute la circonférence de l'Ellipse. Mais le temps que la Planete employe à

décrire l'arc AL , est au temps qu'elle employe à décrire l'Ellipse, comme le moyen mouvement qui répond à l'arc AL du vrai mouvement, est au moyen mouvement qui convient à la révolution entière, puisque la quantité du moyen mouvement des Planetes est en raison du temps qu'elles employent à le décrire, & qu'en temps égaux, elles ont une égale quantité de moyen mouvement: donc l'aire ASL est à l'aire entière de l'Ellipse, comme la quantité du moyen mouvement qui répond à l'arc AL , est à celle qui convient à la révolution entière.

Soit le moyen mouvement qui répond à l'arc AL , mesuré par l'arc AD , & le moyen mouvement qui convient à la révolution entière, mesuré par la circonférence du cercle $AHPM$. L'arc AD sera à toute la circonférence du cercle $AHPM$, comme l'aire ASL , est à l'aire entière de l'Ellipse $AGPE$. Mais l'arc AD est à la circonférence du cercle $AHPM$, comme l'aire du Secteur ACD est à toute l'aire du cercle: donc l'aire ASL , est à l'aire entière de l'Ellipse, comme l'aire ACD , est à toute l'aire du cercle. Mais par la propriété de l'Ellipse, l'aire ASL est à l'aire entière de l'Ellipse, comme l'aire ASI , est à l'aire entière du cercle: donc l'aire ACD est à toute l'aire du cercle, comme l'aire ASI est à la même aire du cercle; & par conséquent le Secteur ACD est égal au Secteur ASI .

L'angle ACD du moyen mouvement de la Planete depuis son Aphélie, étant donc pris à volonté, il s'agit de trouver sur l'Ellipse $AGPE$, l'angle ASL du vrai mouvement, qui soit tel que tirant du point L sur le grand axe AP , la perpendiculaire LF , prolongée de l'autre côté jusqu'à ce qu'elle rencontre en I , le cercle $AHPM$, l'aire ASI soit égale au Secteur ACD .

Pour déterminer la grandeur de cet angle ASL , il faut considérer que l'aire ASI est composée du Secteur ACI , & de l'espace triangulaire ICS . Le Secteur ACD , qui lui doit être égal, est aussi composé du Secteur ACI plus le Secteur DCI . Retranchant de part & d'autre le Secteur ACI , qui est commun, on aura le Secteur DCI , égal à la surface du Triangle ICS .

Le Secteur DCI est égal à l'arc DI , multiplié par la moitié de CI . L'espace triangulaire ICS , est égal à la ligne SB , perpendiculaire sur ICK , multipliée par la moitié de CI . Divisant les

deux termes de l'égalité par un demi CI , on aura l'arc DI , égal à la ligne SB .

Du point D , soit menée au diametre IK , la ligne DO , qui lui soit parallele, & la ligne DT , qui lui soit perpendiculaire, & qui mesure le sinus de l'arc DI . La ligne SB étant égale à l'arc DI , & la ligne OB au sinus DT de l'arc DI , on aura SB moins OB ou SO , égal à la différence entre l'arc DI & son sinus DT .

Cette différence n'est que d'une demi-seconde, lorsque l'angle DCI , n'excede pas un degré & demi; c'est pourquoi on peut alors la négliger entièrement, & considérer les lignes DT , SB , comme égales entr'elles, & les lignes DS , IB , comme paralleles; on aura donc l'angle CDS , sensiblement égal à l'angle DCI . Maintenant dans le Triangle DCS , dont le côté DC est égal au demi-axe de l'Ellipse, le côté CS mesure l'excentricité connue, & l'angle DCS , compris entre ces côtés, est le supplément à deux droits de l'angle ACD de l'anomalie moyenne donnée, on trouvera la valeur du côté DS , & de l'angle CDS ou DCI , qui étant retranché de l'angle ACD , reste l'angle ACI ; & dans le Triangle ICS , dont les côtés IC , CS sont connus, & l'angle ICS , compris entre ces côtés, qui est le supplément de l'angle ACI , on trouvera l'angle ASI . Maintenant dans le Triangle rectangle GCS , dont le côté GS est, par la propriété de l'Ellipse, égal au côté AC , & l'excentricité CS est connue, on aura la valeur du côté GC . Mais par la propriété de l'Ellipse, HC est à GC , comme IF est à FL ; & IF est à FL , comme la tangente de l'angle ISF , est à la tangente de l'angle FSL : donc HC , moitié du grand axe de l'Ellipse, est à GC , moitié du petit axe, comme la tangente de l'angle ISF , que l'on vient de déterminer, est à la tangente de l'angle FSL ou ASL , qui, dans l'hypothese de Képler, mesure le vrai mouvement de la Planete depuis son Apogée ou son Aphélie, qui répond à l'angle ACD de l'anomalie moyenne donnée.

Lorsque l'angle CDS excède deux degrés, auquel cas la différence entre l'arc DI & le sinus DT , correspondant, commence à devenir plus sensible; il faut avoir égard à cette différence dans le calcul du vrai lieu de cette Planete. On considérera pour cet effet, que le rayon du cercle étant supposé de 1000000 parties,

la circonférence est de 62831860, qui divisés par 360, donnent la grandeur d'un degré de 174533. On aura donc l'arc de 2 degrés, de 349066, celui de 3 degrés, de 523600, & ainsi des autres.

La différence entre ces arcs & les sinus qui leur répondent, qu'on trouvera dans les Tables des sinus, mesure *SO*, qu'on déterminera en parties dont le rayon *AC* est de 10000000.

On fera donc, comme *DS*, déterminé ci-dessus en parties semblables, est à *SO*; ainsi le sinus total est au sinus de l'angle *ODS*, qui étant retranché de l'angle *CDS*, reste l'angle *CDO*, qui, à cause des parallèles *IB*, *DO*, est égal à l'angle *DCI*. On retranchera cet angle *DCI*, de l'angle *ACD* de l'anomalie moyenne donnée, & on aura l'angle *ACI*, par le moyen duquel on déterminera, ainsi qu'il a été expliqué ci-dessus, l'angle *ASL* de l'anomalie vraie de la Planete. *Ce qu'il falloit trouver.*

Pour abréger ce calcul, on a dressé une Table où l'on a marqué de 10 en 10 minutes, depuis 1 degré jusqu'à 13, la différence entre l'arc *DI*, & le sinus *DT*, en parties dont le rayon est de 10000000, & l'on a réduit cette différence en secondes de degrés, qui sont chacune de $48\frac{1}{2}$ de ces parties. Pour trouver la valeur de l'angle *ODS*, on se servira de la différence en parties, ainsi qu'on vient de l'enseigner; ou bien l'on emploiera la différence en minutes & secondes, qui, lorsque l'excentricité de la Planete est petite, est sensiblement égale à l'angle *ODS*; mais qui, lorsque l'excentricité est grande, excède cet angle, que l'on trouvera, en faisant, comme *DS* est au rayon *DC*; ainsi cette différence est à la grandeur de l'angle *ODS*.

TABLE

TABLE de la Différence entre les Arcs d'un Cercle, & les Sinus correspondants.

ARCS d'un CERCLE.	DIFFERENCE en parties, dont le rayon est 10000000.	DIFFER. en minutes & secondes de degré.	ARCS d'un CERCLE.	DIFFERENCE en parties, dont le rayon est 10000000.	DIFFER. en minutes & secondes de degré.
1 0	9	0' 0"	7 0	3037	1' 3"
10	15	0 0	10	3259	1 7
20	23	0 0	20	3492	1 12
30	31	0 1	30	3734	1 17
40	42	0 1	40	3989	1 22
50	56	0 1	50	4255	1 27
2 0	71	0 1	8 0	4532	1 33 $\frac{1}{2}$
10	90	0 2	10	4822	1 40
20	113	0 2	20	5122	1 46
30	139	0 3	30	5435	1 53
40	169	0 3	40	5761	1 59
50	203	0 4	50	6100	2 6
3 0	239	0 5	9 0	6450	2 13
10	281	0 6	10	6815	2 20
20	328	0 7	20	7194	2 28
30	380	0 8	30	7585	2 37
40	437	0 9	40	7985	2 45
50	499	0 10	50	8404	2 54
4 0	567	0 12	10 0	8848	3 3
10	641	0 13	10	9299	3 12
20	720	0 15	20	9755	3 22
30	807	0 17	30	10235	3 31
40	900	0 19	40	10730	3 41
50	1000	0 21	50	11241	3 52
5 0	1108	0 23	11 0	11767	4 3
10	1222	0 25	10	12312	4 14
20	1344	0 28	20	12873	4 26
30	1474	0 30	30	13450	4 38
40	1613	0 33	40	14042	4 51
50	1759	0 36	50	14654	5 3
6 0	1913	0 39	12 0	15278	5 16
10	2077	0 43	10	15921	5 29
20	2255	0 47	20	16585	5 42
30	2432	0 50	30	17266	5 56
40	2625	0 54	40	17964	6 11
50	2827	0 58	50	18680	6 26
7 0	3037	1 3	13 0	19415	6 41

T

On voit par cette Table, que la différence entre l'arc d'un degré & son sinus, n'est que de 9 parties, qui ne montent pas à un quart de seconde de degré; & qu'ainsi il est inutile d'en tenir compte dans la théorie du Soleil, où dans les moyennes distances, l'arc *DI* n'excede pas un degré.

Dans la théorie des autres Planetes, cette différence est plus grande plus elles ont d'excentricité, & il est nécessaire d'y avoir égard dans la détermination du vrai lieu de ces Planetes.

E X E M P L E I.

On veut déterminer, suivant l'hypothese de Képler, l'Equation du Soleil qui convient à 30 degrés d'anomalie moyenne, supposant l'excentricité de son Orbe, de 1685 parties dont la moitié du grand axe est de 100000.

On trouvera d'abord dans le Triangle *GCS*, rectangle en *C*, dont le côté *GS*, égal à *AC*, & l'excentricité *CS*, sont connus, le côté *GC*, de 99986, qui mesure le petit demi-diametre de l'Ellipse que le Soleil décrit, ce qui servira pour le calcul de toutes les Equations du Soleil.

Dans le Triangle *DCS*, les côtés *DC* & *CS*, étant connus, de même que l'angle *DCS*, compris entre ces côtés, qui est le supplément de l'angle *ACD* de l'anomalie moyenne donnée de 30 degrés, on aura l'angle *CDS*, de $0^{\text{d}} 28' 33''$, qui ne diffère pas d'une seconde de l'angle *CDO* ou *DCI*, à cause qu'il n'excede pas un degré. Retranchant l'angle *DCI*, de $0^{\text{d}} 28' 33''$, de l'angle *ACD*, de 30 degrés, on aura l'angle *ACI*, de $29^{\text{d}} 31' 27''$, & dans le Triangle *ICS*, dont les côtés *IC*, *CS*, sont connus, de même que l'angle *ICS*, compris entre ces côtés, qui est le supplément de l'angle *ACI*, on aura l'angle *ASI*, de $29^{\text{d}} 3' 19''$.

On fera ensuite, comme *HC* 100000, est à *GC* 99986; ainsi la tangente de l'angle *ASI*, de $29^{\text{d}} 3' 19''$, est à la tangente de l'angle *ASL* de l'anomalie vraie, qui répond à 30 degrés d'anomalie moyenne, qu'on trouvera de $29^{\text{d}} 3' 3''$. Le retranchant de 30 degrés, on aura l'Equation du Soleil qui répond à 30 degrés d'anomalie moyenne, de $0^{\text{d}} 56' 57''$, plus petite seulement de 9 second. que celle qui répond à la même anomalie moyenne dans l'hypothese elliptique simple.

Comme dans le calcul de cette Equation, il faut résoudre les deux Triangles *DCS*, *ICS*, dans lesquels les côtés connus, savoir, le rayon & l'excentricité, sont toujours les mêmes, il suffira de retrancher du logarithme de la tangente de la demi-somme des angles cherchés, la différence entre les logarithmes de la somme de ces côtés & de leur différence. On prendra aussi la différence entre les logarithmes du grand & du petit demi-diametre de l'Ellipse, qu'on retranchera du logarithme de la tangente de l'angle *ASI*, pour avoir le logarithme de la tangente de l'angle *ASL* du vrai mouvement cherché, ce qui rend ce calcul très-aisé à pratiquer.

Si l'on calcule suivant les deux hypotheses, l'Equation du Soleil qui répond à divers degrés de son Orbe, on trouve que la plus grande différence entre ces Equations, est à la distance d'environ 45 degrés de l'Apogée & du Périgée, où elle monte à 16 ou 17 secondes; & que dans la partie de l'Ellipse depuis 0 jusqu'à 90 degrés ou environ, & depuis 180 jusqu'à 270 degrés, le vrai lieu du Soleil dans l'hypothese de Képler, précède son vrai lieu dans l'hypothese elliptique simple; au lieu que dans la partie de l'Ellipse depuis 90 jusqu'à 180 degrés, & depuis 270 jusqu'à 360, le vrai lieu du Soleil est plus avancé dans l'hypothese elliptique simple que dans celle de Képler, ce qui s'observe aussi dans les autres Planetes.

E X E M P L E II.

On veut déterminer suivant l'hypothese de Képler, l'Equation qui répond à 60 degrés d'anomalie moyenne, supposant l'excentricité de 4344 parties, dont le rayon est 100000, telle qu'on l'observe dans l'Orbe de la Lune.

On calculera d'abord dans le Triangle *GCS*, rectangle en *C*, dont le côté *GS* est égal au rayon *AC*, & le côté *CS* mesure l'excentricité connue, la valeur du côté *GC*, de 99905, qui mesure le petit demi-diametre de l'Ellipse *AGPE*, ce qui servira pour le calcul de toutes les Equations.

Dans le Triangle *DCS*, les côtés *DC*, *CS*, étant connus, & l'angle compris *DCS*, de 120 degrés, supplément de l'angle *ADC* de l'anomalie moyenne, on aura l'angle *CDS*, de $2^{\text{d}} 6' 31''$. On cherchera dans la Table ci-devant, la différence en secondes

entre un arc de $2^{\text{d}} 6' 31''$, & le sinus correspondant, qu'on trouvera d'un peu moins de 2 secondes de degré, qui mesure sans aucune erreur sensible, l'angle ODS , à cause que l'excentricité CS est petite par rapport au rayon AC . Le retranchant de l'angle CDS , on aura l'angle CDO ou DCI , qui lui est égal, de $2^{\text{d}} 6' 29''$, qu'il faut retrancher de l'angle ACD , de 60 degrés, pour avoir l'angle ACI de $57^{\text{d}} 53' 31''$; & dans le Triangle ICS , dont les côtés IC , CS , sont connus, & l'angle compris ICS , de $122^{\text{d}} 6' 29''$, supplément de l'angle ACI , on aura l'angle CSI ou ASI , de $55^{\text{d}} 49' 55''$. On fera enfin, comme $HC 100000$, est à $GC 99905$; ainsi la tangente de l'angle ASI , de $55^{\text{d}} 49' 55''$, est à la tangente de l'angle ATL du vrai mouvement, qui répond à l'anomalie moyenne donnée, qu'on trouvera de $55^{\text{d}} 48' 20''$. Le retranchant de 60 degrés, on aura l'Equation qui répond à 60 degrés d'anomalie moyenne, de $4^{\text{d}} 11' 40''$.

On calculera de la même manière, l'Equation qui convient à divers degrés de l'Orbe de la Planete, & l'on trouvera qu'elle est, à 45 degrés d'anomalie moyenne, de $3^{\text{d}} 23' 15''$, plus petite de $1' 35''$ que celle qui résulte de la même excentricité dans l'hypothese elliptique simple.

E X E M P L E I I I.

On veut déterminer suivant l'hypothese de Képler, l'Equation qui répond à 60 degrés d'anomalie moyenne, supposant l'excentricité de 20878 parties, dont le demi-axe est de 100000, telle qu'on l'observe dans l'Orbe de Mercure.

On trouvera d'abord dans le Triangle GCS , rectangle en C , dont les côtés GC & CS , sont connus, le côté GC , de 97796. Maintenant dans le Triangle DCS , les côtés DC , CS , étant connus, & l'angle compris DCS , de 120 degrés, on aura l'angle CDS , de $9^{\text{d}} 17' 52''$, & le côté DS , de 111905 parties, dont DC est de 100000. On cherchera dans la Table, la différence en parties, qui convient à $9^{\text{d}} 17' 52''$, que l'on trouvera de 7120, qui mesurent SO ; & l'on fera, comme $DS 111905$, est à $SO 7120$; ainsi le sinus total est au sinus de l'angle ODS , que l'on trouvera de $2' 11''$: ou bien on prendra dans cette Table, la différence en minutes & secondes, qui répond à $9^{\text{d}} 17' 52''$, que

l'on trouvera de $2' 27''$; & l'on fera, comme $DS 111905$, est à $DC 100000$; ainsi $2' 27''$, sont à l'angle ODS , que l'on trouvera comme ci-dessus de $2' 11''$, que l'on retranchera de l'angle CDS , de $9^{\text{d}} 17' 52''$, & on aura l'angle CDO ou DCI , qui lui est égal, de $9^{\text{d}} 15' 41''$, qu'il faut retrancher de l'angle ACD , de $60^{\text{d}} 0' 0''$, pour avoir l'angle ACI , de $50^{\text{d}} 44' 19''$; & dans le Triangle ICS , dont les côtés IC , CS , sont connus, & l'angle compris ICS , est de $129^{\text{d}} 15' 41''$, supplément de l'angle ACI , on aura l'angle CSI , de $42^{\text{d}} 36' 45'' \frac{1}{2}$; & l'on fera, comme $HC 100000$, est à $GC 97796$; ainsi la tangente de l'angle CSI ou ASI , de $42^{\text{d}} 36' 45'' \frac{1}{2}$, est à la tangente de l'angle ATL du vrai mouvement, qui convient à 60 degrés d'anomalie moyenne, qu'on trouvera de $41^{\text{d}} 58' 38''$. Le retranchant de 60 degrés, on aura l'Equation qui y répond, de $18^{\text{d}} 1' 22''$, qui est plus petite de $34' 22''$ que dans l'hypothese elliptique simple.

I I I.

Autre Hypothese du Mouvement apparent du Soleil autour de la Terre.

Depuis l'observation exacte de la grandeur apparente des diametres du Soleil, mon Pere a trouvé une autre Courbe différente de l'Ellipse, qui sert à représenter fort exactement les mouvements vrais du Soleil, & ses diverses distances à la Terre.

Il suppose que la Terre étant placée à l'un des foyers de cette Courbe, le Soleil la parcourt par son mouvement propre, de manière que tirant de son centre aux deux foyers de la Courbe, deux lignes droites, le rectangle fait sur ces deux lignes, soit toujours égal au rectangle fait sur la plus grande & la plus petite distance du Soleil à la Terre.

Soit, par exemple, AP (Fig. 30.) une ligne qui représente le grand axe de cette Courbe, dont C soit le centre, F un des foyers où est placée la Terre, E l'autre foyer à égale distance du point C , H & L le Soleil en deux situations différentes. Si l'on mene des points H & L aux foyers E & F , les lignes HE , HF & LE , LF ; le rectangle sous les lignes HE , HF , de même que sous

les lignes LE , LF , doit être égal au rectangle sous les lignes AF , FP , qui mesurent la plus grande & la plus petite distance du Soleil à la Terre.

Pour déterminer les points H & L , qui répondent aux distances données du Soleil à la Terre, on décrira du point C , comme centre, & de l'intervalle CA ou CP , le cercle $ADPG$, & ayant pris FD à discrétion d'une quantité qui soit plus grande que FP , & plus petite que AF , on décrira du foyer F , comme centre à l'intervalle FD , l'arc de cercle DH , qui coupera le cercle $ADPG$ en D . On prolongera DF en G , & du point E , comme centre à l'intervalle ET , égal à FG , on décrira un arc de cercle TH , qui coupera le précédent DH au point H . Je dis que le point H représentera un des points de la Courbe cherchée où se rencontre le Soleil lorsque sa distance à la Terre est mesurée par FD , car le rectangle fait sous les lignes FH , HE , est égal au rectangle fait sous les lignes FD , FG , qui par la construction, leur sont égales. Mais le rectangle fait sous les lignes FD , FG , est par la propriété du cercle, égal au rectangle sous les lignes AF , FP , qui mesurent la plus grande & la plus petite distance du Soleil à la Terre : donc le rectangle sous les lignes FH , HE , est égal au rectangle fait sous la plus grande & la plus petite distance à la Terre, & par conséquent le Soleil est au point H .

On déterminera de la même manière le point L où se trouve le Soleil sur la Courbe cherchée, lorsque sa distance à la Terre est mesurée par FI , qui est plus petite que sa moyenne distance PC , en menant du point F à l'intervalle FI , l'arc de cercle IL , & du point E à l'intervalle EK , égal à FM , l'arc KL , qui coupera le précédent au point L cherché.

Pour déterminer présentement l'Equation du Soleil, ou la différence entre son anomalie moyenne & son anomalie vraie, qui répond aux différents points de son Orbe, comme, par exemple, lorsqu'il est en H , on fera, comme FD ou FH , distance donnée du Soleil à la Terre, est à sa plus grande distance AF ; ainsi sa plus petite distance FP , est à la grandeur de FG ou HE ; & dans le Triangle EHF , dont les côtés FH , HE , sont connus, de même que FE , qui mesure le double de l'excentricité de l'Orbe du Soleil, on trouvera l'angle EFH de son anomalie vraie; &

l'angle FEH ou AEH de son anomalie moyenne. La différence EHF , mesure l'Equation du Soleil lorsqu'il est au point H , à la distance donnée FH du Soleil à la Terre.

E X E M P L E.

La plus grande distance du Soleil à la Terre, ayant été mesurée de 1016850 parties, dont la moyenne est 1000000, & la plus petite 983150, on cherche l'anomalie vraie du Soleil, son anomalie moyenne, & son Equation lorsque sa distance est de 1010000.

On fera d'abord, comme FH 1010000, est à AF 1016850; ainsi FP 983150, est à EH , qu'on trouvera de 989818; & dans le Triangle EHF , dont le côté FH est connu de 1010000, de même que le côté EH , de 989818, & le côté EF , différence entre AF & FP , de 33700, on trouvera l'angle EFH de l'anomalie vraie du Soleil, de $52^{\circ} 26' 28''$, & l'angle FEH , de $126^{\circ} 0' 45''$, dont le supplément $53^{\circ} 59' 15''$, mesure son anomalie vraie; sa différence à $52^{\circ} 26' 28''$, est de $1^{\circ} 32' 47''$, qui représente l'Equation du Soleil qui répond à $53^{\circ} 59' 15''$ d'anomalie moyenne.

L'Equation du Soleil qui répond à la même anomalie suivant l'hypothèse elliptique de Képler, est de $1^{\circ} 32' 33''$, plus petite seulement de 14 secondes que celle que nous venons de déterminer, ce qui est peu sensible dans les observations.

C H A P I T R E V I I.

De l'Equation des Jours, ou de la différence entre le temps véritable & le temps moyen.

IL y a diverses manières de compter les jours. Les uns ont pris pour le commencement du jour civil, le lever du Soleil, comme ont fait autrefois les Astronomes Chaldéens. D'autres ont choisi le coucher du Soleil, comme font encore les Italiens dans l'usage civil. D'autres enfin, ont mesuré la durée des jours, par le temps que le Soleil employe à retourner au même Méridien; & cet usage

est reçu par le plus grand nombre des Peuples de l'Europe, avec la différence que dans l'usage civil, le jour commence à minuit, au lieu que les Astronomes le font commencer à midi par le moment du passage du Soleil par le Méridien, & comptent 24 heures jusqu'au midi suivant qui termine le jour.

Quoique ces différentes manières de compter les jours, s'accordent ensemble en ce qu'on a choisi pour la mesure des jours, le retour du Soleil à un grand Cercle de la Sphere, tel que l'horison ou le Méridien du lieu où l'on se trouve; cependant elles diffèrent entr'elles dans la durée de ces jours, qui est beaucoup plus inégale lorsqu'on les compte depuis le lever ou le coucher du Soleil, que lorsqu'on les mesure par le retour du Soleil au Méridien.

Il est vrai que sous l'Equateur, les jours qui se terminent à l'horison, sont les plus simples & les plus égaux entr'eux qu'il soit possible, parce que ceux qui y habitent, ont les deux Poles de la Terre à leur horison, lequel concourt avec un Cercle de déclinaison, & coupe perpendiculairement l'Equinoctial & les parallèles que le Soleil décrit par sa révolution journalière. Mais hors de l'Equateur, l'horison coupe obliquement ces parallèles, d'où il suit que les jours sont inégaux entr'eux d'autant plus qu'on est éloigné de l'Equateur & des Cercles Polaires, au de-là desquels le Soleil paroît des jours entiers sans se coucher, & dans d'autres jours il reste sous l'horison sans se lever; ce qui rend alors les deux premières manières de compter les jours par le lever & le coucher du Soleil, absolument impraticables.

Ainsi c'est avec raison que les Astronomes ont eu soin de rapporter leurs observations aux jours qui se mesurent par la révolution du Soleil à l'égard du Méridien, lequel coupe perpendiculairement l'Equateur, de même que les Parallèles que le Soleil décrit par sa révolution journalière, & qui sont par conséquent égaux à ceux qui se terminent à l'horison sous l'Equateur.

Quoique ces jours soient, comme nous l'avons remarqué, les plus simples & les plus égaux entr'eux que l'on puisse choisir, & que chaque jour de l'année soit de la même grandeur ou durée dans tous les lieux de la Terre, on ne laisse pas d'y observer deux inégalités, dont l'une dépend du mouvement annuel du Soleil sur l'Equinoctial.

l'Equinoctial qui a divers degrés de vitesse à mesure qu'il s'approche ou s'éloigne de son Apogée ou de son Périgée; l'autre est causée par l'obliquité de l'Equinoctial à l'égard de l'Equinoctial, d'où il suit que des parties égales de l'Equinoctial, parcourues par le mouvement propre du Soleil, répondent à des parties inégales de l'Equinoctial.

Pour concevoir la différence qu'il y a entre le jour véritable & le jour moyen, on considérera que le jour véritable est mesuré par le retour du Soleil au même Méridien, qui est composé de toute la révolution de l'Equinoctial, qui est de 360 degrés plus l'arc de l'Equateur qui répond au mouvement journalier du Soleil sur l'Equinoctial.

A l'égard du jour moyen qui doit être d'une égale durée dans tout le cours de l'année, il est mesuré par la révolution de l'Equinoctial qui est de 360 degrés, joint au moyen mouvement journalier du Soleil qui est de 59' 8".

Comme la révolution de l'Equinoctial est une partie commune du jour véritable & du jour moyen, la différence entre la durée de ces deux jours, consiste toute dans celle qui est entre le moyen mouvement journalier du Soleil, qui est de 59' 8", & son mouvement journalier véritable en ascension droite.

On peut déterminer immédiatement, sans le secours d'aucune hypothèse, la différence entre le jour moyen & le jour véritable dans tous les temps de l'année, en cette manière.

Ayant observé en quelque jour de l'année, principalement vers les Equinoxes, le vrai lieu du Soleil, par le moyen de sa hauteur méridienne, ou par quelqu'autre méthode exposée ci-devant, on déterminera à pareil jour de l'année suivante, son vrai lieu, & l'on aura son moyen mouvement qui répond à l'intervalle entre ces observations, qui, étant partagé par 365, lorsque c'est une année commune, donnera le moyen mouvement journalier du Soleil, que l'on trouvera de $0^d 59' 8'' 15'''$, comme on peut le voir dans le second exemple de la première méthode du Chapitre IV.

Comme dans chaque jour moyen, le Soleil parcourt tout l'Equinoctial, ou l'un de ses parallèles, qui est de 360 degrés plus son moyen mouvement journalier, que l'on vient de trouver de $0^d 59' 8'' 15'''$; on fera, comme 360 degrés plus $0^d 59' 8'' 15'''$.

font à 360 degrés; ainsi 24 heures font au temps que tout l'Équinoctial employé à passer par le Méridien, que l'on trouvera de $23^h 56' 4'' 4'''$, qui mesurent à très-peu près le temps que les Étoiles fixes employent à retourner au Méridien.

La révolution journalière des Étoiles fixes étant ainsi connue, on observera dans le cours de l'année, l'heure du passage du Soleil & d'une ou de plusieurs Étoiles fixes par le Méridien. Si la Pendule est réglée sur le moyen mouvement, c'est-à-dire, si elle avance exactement de $3' 56''$ par jour, la différence entre la durée de la révolution journalière du Soleil & de celle de l'Étoile, mesurera pour ce jour, l'Équation du temps.

Si la Pendule n'avance pas précisément de cette quantité, on prendra la différence à $3' 56''$, que l'on ajoutera à la première différence si la Pendule avance de plus de $3' 56''$, & que l'on retranchera au contraire si elle avance d'une moindre quantité, & on aura l'Équation du temps qui convient au jour donné.

E X E M P L E I.

Le passage de *Sirius* par le Méridien a été observé le 19 de Décembre 1738, à $1^h 0' 31'' \frac{1}{2}$ du matin, & le 20 à $0^h 56' 39''$ du matin. La différence est de $3' 52'' \frac{1}{2}$, plus petite de $3'' \frac{1}{2}$ que la révolution journalière des Étoiles fixes.

Le passage du centre du Soleil par le Méridien a été observé le 19 Décembre 1738, à $0^h 14' 6''$, & le 20 à $0^h 14' 40''$. La différence est de $34''$, dont retranchant 3 second. $\frac{1}{2}$, à cause que la Pendule avançoit d'une moindre quantité que la révolution des Étoiles fixes, reste 30 second. $\frac{1}{2}$, qui mesurent l'Équation du temps, qui convient à l'intervalle entre le 19 & le 20 de Décembre de l'année 1738.

E X E M P L E II.

Le passage d'*Aldebaran* par le Méridien a été observé le 16 Janvier 1733, à $9^h 5' 40''$ du soir, & le 20 à $8^h 49' 48''$. La différence est de $15' 52''$, qui mesurent le retardement apparent des Étoiles fixes pendant quatre jours, au lieu qu'à raison de $3' 56''$ par jour, il auroit dû être de $15' 44''$; la différence est de 8 secondes, dont la révolution apparente des Étoiles fixes

a excédé leur révolution véritable dans l'espace de quatre jours.

Le passage du centre du Soleil par le Méridien a été observé le 16 Janvier 1732, à $11^h 59' 35'' \frac{1}{2}$, & le 20 à $0^h 0' 42''$, de sorte que la Pendule a avancé dans cet intervalle, de $1' 6'' \frac{1}{2}$. Y adjoutant 8 secondes, à cause que la révolution apparente de cette Étoile a surpassé la véritable, on aura $1' 14'' \frac{1}{2}$ pour la différence entre le temps vrai & le temps moyen, qui répond à l'intervalle de 4 jours entre le 16 & le 20 Janvier.

On peut, par cette méthode, construire une Table de l'Équation qui convient à tous les jours de l'année, ce qui servira pour plusieurs années suivantes, à cause que le mouvement de l'Apogée du Soleil, qui est fort lent, n'y peut causer aucune différence sensible dans le cours de quelques années.

Mais comme le temps ne permet pas toujours de faire les observations nécessaires pour cette recherche, qui demande d'ailleurs un Quart-de-cercle exactement placé sur le Méridien, & d'excellentes Pendules, on peut déterminer le temps moyen qui répond au véritable, par le moyen de la théorie du Soleil, en cette manière.

On prendra pour Époque primitive du temps moyen, celui où l'Apogée du Soleil s'est rencontré au commencement du Bélier, parce que le Soleil étant dans son Apogée, sa longitude moyenne est la même que sa longitude véritable, & que se trouvant en même temps dans l'intersection de l'Équinoctial avec l'Écliptique, il n'y a aucune différence entre son ascension droite & sa longitude véritable; d'où il suit que le temps moyen a dû alors concourir avec le temps vrai: cette Époque est d'ailleurs celle qu'on prend ordinairement pour principe de tous les mouvements des Astres.

Calculant pour tous les temps depuis cette Époque, la longitude moyenne du Soleil, sa longitude véritable, & son ascension droite; la différence entre la longitude moyenne du Soleil & son ascension droite véritable convertie en temps, donnera la différence entre le temps vrai & le temps moyen, qu'on appelle *Équation du temps*, qu'il faut adjouter au temps vrai pour avoir le moyen lorsque la longitude moyenne est plus petite que l'ascension droite véritable, parce que dans ce cas le lieu moyen du Soleil sur l'Écliptique est plus avancé vers l'Occident que son vrai lieu par rapport à l'Équateur, & qu'il faut retrancher dans le cas contraire.

E X E M P L E I I I.

On veut trouver l'Equation du temps pour le 16 & le 20 Janvier de l'année 1733.

On déterminera d'abord pour le 16 Janvier 1733, à midi, la longitude moyenne du Soleil, de $295^{\text{d}} 53' 49''$, & sa longitude véritable de $296^{\text{d}} 29' 59''$, par le moyen de laquelle on trouvera son ascension droite véritable, de $298^{\text{d}} 31' 24''$; la différence à $295^{\text{d}} 53' 49''$, est de $2^{\text{d}} 37' 35''$, qui, étant convertis en temps, à raison de 15 degrés par heure, donnent l'Equation du temps de $10' 30'' 20'''$, qu'il faut adjoûter au temps vrai pour avoir le moyen, à cause que la longitude moyenne est plus petite que l'ascension droite véritable.

On déterminera ensuite pour le 20 Janvier suivant, la longitude moyenne du Soleil, de $299^{\text{d}} 50' 23''$, & sa longitude véritable de $300^{\text{d}} 34' 2''$, par le moyen de laquelle on trouvera son ascension droite véritable, de $302^{\text{d}} 46' 40''$; la différence à $299^{\text{d}} 50' 23''$, est de $2^{\text{d}} 56' 17''$, qui, étant convertis en heures, donnent l'Equation du temps, de $11' 45'' 8'''$, qu'il faut adjoûter au temps vrai pour avoir le moyen; la différence à $10' 30'' 20'''$, est de $1' 14'' 18'''$, qui ne diffère que de $48'''$ de celle que l'on avoit trouvée par les observations des 16 & 20 Janvier 1733.

C H A P I T R E V I I I.

De l'Apogée & du Périgée du Soleil, de l'Excentricité de son Orbe, & de sa plus grande Equation.

APRÈS avoir considéré la figure de l'Orbe que le Soleil décrit par son mouvement propre, il est nécessaire de déterminer la position de cet Orbe dans le Ciel, c'est-à-dire, les points de l'Ecliptique auxquels répondent son Apogée & son Périgée, qui sont à l'extrémité du grand diamètre qui passe par le centre de son Orbe & celui de la Terre, de même que l'Excentricité de cet Orbe, & la plus grande Equation du Soleil; ce que l'on peut pratiquer en diverses manières.

Première Méthode de déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil, l'Excentricité de son Orbe, & sa plus grande Equation.

On observera par un Micrometre, ou par des réticules placés au foyer d'une Lunette, la grandeur apparente du diamètre du Soleil en divers temps de l'année, & on choisira entre ces observations, celles où le diamètre du Soleil a paru le plus grand ou le plus petit; car, par les règles d'Optique, la grandeur apparente d'un objet qui s'approche de nous, étant en proportion réciproque de ses diverses distances, il est évident que le Soleil est dans son Apogée lorsque son diamètre nous paroît le plus petit, & qu'il est au contraire dans son Périgée lorsqu'il nous paroît le plus grand.

Comme le Soleil, vers le temps de son passage par son Apogée & son Périgée, est plusieurs jours sans que son diamètre paroisse augmenter ou diminuer sensiblement de grandeur, il faut l'observer plusieurs jours avant & après, choisissant les heures où il se trouve à la même hauteur sur l'horison, afin d'éviter les erreurs causées par la parallaxe & la réfraction; on comparera ensemble ces observations, & en ayant choisi deux où le diamètre du Soleil a paru de la même grandeur, on prendra l'intervalle de temps qui s'est écoulé entre ces deux observations, dont la moitié étant adjoûtée au temps de la première, donne le temps auquel le Soleil est arrivé à son Apogée ou son Périgée. On calculera pour le temps de ces observations, le vrai lieu du Soleil par l'une des méthodes exposées ci-dessus, & on prendra le milieu qui donnera le vrai lieu de l'Apogée & du Périgée du Soleil.

Pour déterminer son Excentricité, on observera la grandeur du diamètre du Soleil dans les temps où il paroît le plus grand & le plus petit; & l'on fera, comme la somme de ces diamètres est à leur différence; ainsi le grand demi-diamètre de son Orbe, supposé de 100000, est à un quatrième nombre qui mesure son Excentricité.

Connoissant le rapport de l'Excentricité au grand diamètre de l'Orbe du Soleil, on trouvera dans l'hypothèse elliptique simple ou de Képler, l'Equation du Soleil pour tous les degrés de l'anomalie moyenne, ainsi qu'on l'a enseigné ci-dessus.

Cette méthode, quoique fort simple, n'a pas été pratiquée par les Anciens, qui n'avoient pas d'Instrument convenable pour mesurer les diametres des Astres avec toute l'exactitude requise.

Seconde Méthode de déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil.

On observera plusieurs jours de suite, la hauteur méridienne apparente du bord supérieur & du bord inférieur du Soleil avant son passage par son Apogée ou son Périgée. Corrigeant ces hauteurs par la réfraction & la parallaxe, on aura la hauteur véritable des deux bords du Soleil, dont la différence mesure la grandeur véritable de son diametre. Prenant un milieu entre ces hauteurs, on aura celle du centre du Soleil, qu'il faut retrancher de la hauteur de l'Equateur du lieu où l'on a observé, lorsque celle de l'Equateur est plus grande, & dont il faut retrancher au contraire la hauteur de l'Equateur, lorsqu'elle est plus petite, pour avoir la déclinaison du Soleil, qui, dans le premier cas, est méridionale, & dans le second cas, est septentrionale.

On choisira ensuite les jours auxquels le diametre du Soleil a été observé de la même grandeur, avant & après son passage par l'Apogée & par le Périgée. La déclinaison du Soleil étant connue, & l'obliquité de l'Écliptique, on trouvera par la Trigonométrie sphérique, le vrai lieu du Soleil pour le temps des deux observations correspondantes. La différence étant partagée en deux, & adjointe au vrai lieu du Soleil pour le jour de la première observation, donne le vrai lieu de son Apogée ou de son Périgée.

Troisième Méthode de déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil.

Ayant placé au foyer d'une Lunette, deux fils perpendiculaires, dont l'un soit dirigé de manière qu'un des bords du Soleil le parcoure par son mouvement journalier, on mesurera le temps que le Soleil employe à passer par l'autre fil qui représente un Cercle horaire, & on convertira ce temps en degrés & minutes, à raison de 15 degrés par heure.

Comme le Soleil décrit par son mouvement journalier, un Parallele dont la déclinaison à l'égard de l'Equateur, varie

continuellement, il suit que son diametre occupe un plus grand arc de ce Parallele, à mesure qu'il s'éloigne de l'Equateur; c'est pourquoi il faut réduire le temps de son passage, converti en degrés & minutes du Parallele où il s'est trouvé dans chaque observation, en degrés & minutes d'un grand Cercle de la Sphere, en faisant, comme le sinus total est au sinus du complément de la déclinaison du Soleil au temps de l'observation; ainsi les minutes & secondes de degré que le diametre du Soleil occupe sur le Parallele, sont aux minutes & secondes du diametre du Soleil pris sur l'Equateur.

On choisira ensuite deux observations correspondantes avant & après le passage du Soleil par son Apogée ou son Périgée, dans lesquelles le diametre du Soleil, ainsi réduit, se trouve de la même grandeur, & on calculera son vrai lieu dans ces deux différentes situations. La différence étant partagée en deux, & adjointe au vrai lieu du Soleil dans le temps de la première observation, donne le vrai lieu de l'Apogée ou du Périgée du Soleil.

Il est aisé de voir que l'exactitude avec laquelle on peut, par cette méthode, de même que par les deux précédentes, trouver le lieu de l'Apogée ou du Périgée du Soleil, dépend de la précision avec laquelle on peut déterminer la grandeur du diametre du Soleil qui, dans le cours d'une année, ne varie que d'une minute & quelques secondes.

Quatrième Méthode de déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil, l'Excentricité de son Orbe, & sa plus grande Equation.

On observera plusieurs jours de suite, en diverses saisons de l'année, la hauteur méridienne du Soleil qui, étant corrigée par la réfraction & la parallaxe, & comparée à la hauteur de l'Equateur, donnera la déclinaison du Soleil au temps de ces différentes observations. Cette déclinaison étant déterminée, & connoissant l'obliquité de l'Écliptique, on calculera par la Trigonométrie sphérique, le vrai lieu du Soleil pour le temps de chaque observation. Ayant ainsi connu la quantité du mouvement du Soleil pendant l'intervalle d'un ou de plusieurs jours, on cherchera dans une autre saison, le temps où le mouvement vrai du Soleil a été d'une quantité égale à celui qu'on lui a reconnu pendant le même nombre de jours. La différence entre le vrai lieu du Soleil, déterminé par les

observations correspondantes, étant partagée en deux également, & adjouée au vrai lieu du Soleil dans la première observation, donne le vrai lieu de l'Apogée & du Périgée du Soleil.

Lorsque le mouvement vrai du Soleil en longitude, pendant un certain nombre de jours, est plus grand ou plus petit que dans le même nombre de jours correspondants, d'une certaine quantité, on comparera les observations des jours qui précèdent ou suivent immédiatement, & sont telles que dans un pareil nombre de jours, la quantité du mouvement du Soleil soit plus grande ou plus petite que dans les deux autres observations.

On déterminera l'Apogée ou le Périgée, qui résulte de ces nouvelles observations, & on le comparera à celui que l'on avoit déterminé en premier lieu, pour avoir la différence, dont on prendra la partie proportionnelle qui convient à la différence que l'on a trouvée entre la quantité de ces mouvements, qu'il faut appliquer au lieu de l'Apogée ou du Périgée, trouvé par l'une de ces déterminations, pour avoir le vrai lieu de l'Apogée ou du Périgée du Soleil.

On a supposé ici que la différence entre le temps vrai & le temps moyen, dans l'intervalle entre les premières observations, étoit égale à la différence entre le temps vrai & le temps moyen dans l'intervalle entre les observations correspondantes, ou qu'elle n'en différoit pas sensiblement.

Lorsque cette différence est considérable, il faudra réduire le temps vrai de chaque observation, en temps moyen; on prendra ensuite le mouvement du Soleil qui convient à la différence entre le temps moyen compris dans chacun de ces intervalles, qu'on adjouera au vrai mouvement que l'on a trouvé dans le plus petit intervalle, pour avoir le mouvement vrai du Soleil pendant deux intervalles de temps égaux. On comparera ensuite ces vrais mouvements, pour déterminer le vrai lieu de l'Apogée ou du Périgée du Soleil, de la manière qu'on vient de l'expliquer.

Il est aisé de reconnoître que cette méthode demande un grand nombre d'observations de hauteurs méridiennes du Soleil, entre lesquelles l'on doit préférer celles qui sont éloignées les unes des autres, d'un intervalle de temps considérable, afin que la différence entre la quantité du mouvement observé, soit plus sensible.

Pour

Pour déterminer l'Excentricité de l'Orbe du Soleil, & la plus grande Equation, il faut d'abord connoître la quantité du moyen mouvement du Soleil qui répond à un nombre de jours donné, ce que l'on déterminera en observant le vrai lieu du Soleil pour tel jour que l'on voudra, principalement vers les Equinoxes, & quelques jours après, où son vrai mouvement diffère fort peu du moyen, & attendant le temps où, après une ou plusieurs révolutions, il est retourné au même degré du Zodiaque où on l'avoit trouvé dans la première observation: car alors la quantité de son moyen mouvement est sensiblement égale à celle de son mouvement vrai ou apparent.

On prendra ensuite la différence entre le vrai lieu du Soleil, déterminé par les observations correspondantes faites avant & après le passage du Soleil par son Apogée ou son Périgée, & on aura la quantité de son mouvement vrai pendant cet intervalle, qui est mesuré par l'angle *STR* (Fig. 31.)

On prendra aussi le moyen mouvement qui convient à ce même intervalle de temps, qui est mesuré par l'angle *SFR*; la différence entre cet angle & l'angle *STR*, est égale à la somme des angles *FST*, *FRT*, qui sont égaux entr'eux, lorsque les observations ont été faites à distance égale de part & d'autre de l'Apogée.

On retranchera le lieu de l'Apogée déterminé ci-dessus, du vrai lieu du Soleil lorsqu'il étoit en *S*, & l'on aura l'angle *ATS* de son anomalie vraie, auquel cas l'angle *FST*, mesurera l'Equation du Soleil. On prolongera la ligne *TS* en *V*, en sorte que *SV* soit égale à *SF*, & on aura *TS* plus *SV*, égale à *TS* plus *SF*, qui, par la propriété de l'Ellipse, est égale à l'axe *AP*. On aura aussi, à cause des côtés *SV*, *SF*, égaux, l'angle *FVT*, égal à la moitié de l'angle *FST* de l'Equation du Soleil; & dans le Triangle *FVT*, dont le côté *TV*, égal à *AP*, est connu, de même que les angles *TVF* & *ATS*, on trouvera la valeur de *TF*, qui mesure dans l'hypothèse elliptique simple, le double de l'Excentricité *CT*. Enfin dans le Triangle *BCT*, rectangle en *C*, dont l'hypothénuse *BT* est, par la propriété de l'Ellipse, égale au demi-axe *AC*, & le côté *CT*, mesure l'Excentricité de l'Orbe du Soleil, on aura la valeur de l'angle *CBT*, dont le double mesure la plus grande Equation de l'Orbe du Soleil dans la même hypothèse.

. X

Pour trouver l'Excentricité de l'Orbe du Soleil, & sa plus grande Équation dans l'hypothèse de Képler, on calculera suivant cette hypothèse, par le moyen de l'Excentricité que l'on vient de déterminer, l'Équation du Soleil qui répond à sa distance à l'Apogée, qui sera plus petite de quelques secondes que celle que l'on avoit employée d'abord, & qu'il faut par conséquent y adjoûter pour avoir une Équation, par le moyen de laquelle on calculera de nouveau dans l'hypothèse elliptique, l'Excentricité de l'Orbe du Soleil, & sa plus grande Équation, qui seront plus grandes que par la première détermination, telles qu'elles doivent être dans l'hypothèse de Képler.

La raison de cette opération est que comme dans l'hypothèse de Képler, l'Équation d'une Planete est plus petite que dans l'hypothèse elliptique simple, il est nécessaire d'augmenter cette Excentricité pour avoir la même Équation dans ces deux hypothèses.

E X E M P L E.

Le 29 Janvier de l'année 1738, la hauteur méridienne apparente du centre du Soleil, a été observée de $23^{\text{d}} 17' 56''$, dont retranchant $2' 7''$ pour la réfraction moins la parallaxe, on aura la hauteur véritable du centre du Soleil, de $23^{\text{d}} 15' 49''$, qui, étant retranchés de $41^{\text{d}} 9' 50''$, hauteur de l'Équateur à l'Observatoire de Paris, reste $17^{\text{d}} 54' 1''$ pour la déclinaison méridionale du Soleil, par le moyen de laquelle, supposant l'obliquité de l'Écliptique de $23^{\text{d}} 28' 20''$, telle qu'on l'a déterminée en 1738, on trouvera la longitude du Soleil, de $309^{\text{d}} 29' 44''$ le 29 Janvier à midi, temps vrai, qui, réduit au temps moyen, répond à $0^{\text{h}} 13' 51''$ après midi.

Cette observation, de même que les suivantes, ont été faites à la Ligne Méridienne qui est dans la grande Salle de l'Observatoire.

Le 14 Mai suivant, la hauteur méridienne apparente du centre du Soleil, a été observée de $59^{\text{d}} 48' 27''$, dont retranchant $30''$ pour la réfraction moins la parallaxe, & $41^{\text{d}} 9' 50''$ pour la hauteur de l'Équateur, reste $18^{\text{d}} 38' 7''$ pour la déclinaison septentrionale du Soleil, au moyen de laquelle on trouvera sa longitude, de $53^{\text{d}} 20' 47''$, le 14 Mai à midi, temps vrai, & le 13 Mai à $23^{\text{h}} 55' 53''$, temps moyen.

La différence entre la longitude du Soleil, qui résulte de ces observations, est de $103^{\text{d}} 51' 3''$, qui mesurent son vrai mouvement dans l'intervalle de 103 jours 23 heur. 42 min. 2 second. temps moyen, depuis le 29 Janvier 1738, à $0^{\text{h}} 13' 51''$ du soir, jusqu'au 13 Mai, à $23^{\text{h}} 55' 53''$.

Le 16 Août de la même année, la hauteur méridienne du centre du Soleil, a été observée de $54^{\text{d}} 56' 57''$, dont retranchant 36 secondes pour la réfraction moins la parallaxe, & $41^{\text{d}} 9' 50''$ pour la hauteur de l'Équateur, reste $13^{\text{d}} 46' 31''$ pour la déclinaison septentrionale du Soleil, suivant laquelle on trouvera sa longitude, de $143^{\text{d}} 17' 10''$, le 16 Août à midi, temps vrai, & à $0^{\text{h}} 3' 43''$ du soir, temps moyen.

Le 29 Novembre suivant, la hauteur méridienne du centre du Soleil, a été observée de $19^{\text{d}} 40' 34''$, dont retranchant $2' 32''$ pour la réfraction moins la parallaxe, on aura la hauteur véritable du centre du Soleil, de $19^{\text{d}} 38' 2''$, qui, étant retranchés de $41^{\text{d}} 9' 50''$, reste $21^{\text{d}} 31' 48''$ pour la déclinaison méridionale du Soleil, au moyen de laquelle on trouvera sa longitude, de $247^{\text{d}} 7' 41''$, le 29 Novembre à midi, temps vrai, & le 28 Novembre à $23^{\text{h}} 48' 51''$, temps moyen.

La différence entre la longitude du Soleil, qui résulte des observations du 16 Août & du 29 Novembre, est de $103^{\text{d}} 50' 31''$, qui mesurent le vrai mouvement du Soleil dans ce dernier intervalle de 103 jours 23 heur. 45 min. 8 second. temps moyen, lequel est plus grand que le premier, de $3' 6''$, auxquelles il répond $8''$ de mouvement du Soleil, qu'il faut adjoûter à $103^{\text{d}} 51' 3''$, différence entre la longitude du Soleil observée le 29 Janvier & le 14 Mai, parce que l'intervalle de temps entre les premières observations, étoit plus petit que dans les dernières, & l'on aura $103^{\text{d}} 51' 11''$ pour le vrai mouvement du Soleil pendant un intervalle de temps égal à celui qui est entre les observations des 16 Août & 29 Novembre 1738.

Prenant la différence entre la longitude du Soleil, observée le 14 Mai, de $53^{\text{d}} 20' 47''$, & le 16 Août, de $143^{\text{d}} 17' 10''$, on aura le mouvement vrai du Soleil entre ces observations, de $89^{\text{d}} 56' 23''$, dont la moitié $44^{\text{d}} 58' 11\frac{1}{2}''$, étant adjoûcée à $53^{\text{d}} 20' 47''$, donne $98^{\text{d}} 18' 58\frac{1}{2}''$, qui seroit le vrai lieu de

L'Apogée du Soleil, si son mouvement vrai avoit été égal dans les deux intervalles de temps égaux que l'on a comparés ensemble.

Mais comme il y a une différence de 40", dont le premier, qui est de 103^d 51' 11", est plus grand que le second, qu'on a trouvé de 103^d 50' 31", on choisira deux autres observations les plus prochaines, éloignées entr'elles d'un même nombre de jours, telles que le 14 Août & le 27 Novembre.

Suivant la première de ces observations, la hauteur méridienne véritable du centre du Soleil, corrigée par la réfraction & par la parallaxe, a été déterminée de 55^d 34' 11", & suivant la seconde, de 19^d 59' 13", ce qui donne la longitude du Soleil le 14 Août, de 141^d 20' 45", & le 29 Novembre, de 245^d 5' 23".

La différence entre ces longitudes, mesure le mouvement du Soleil dans l'intervalle entre les observations des 14 Août & 27 Novembre, qui est de 103^d 44' 38", plus petit de 6' 33", qu'entre le 29 Janvier & le 14 Mai.

Comparant l'observation du 14 Mai, où la longitude du Soleil étoit de 53^d 20' 47", avec celle du 14 Août, où on l'a trouvée de 141^d 20' 45", on aura le mouvement vrai du Soleil dans l'intervalle entre ces observations, de 87^d 59' 58", dont la moitié 43^d 59' 59", étant adjointe à 53^d 20' 47", donne 97^d 20' 46" pour le lieu de l'Apogée du Soleil, qui résulte de ces observations, lequel seroit le véritable, si son mouvement dans ce dernier intervalle avoit été plus grand de 40 secondes, que celui que l'on avoit trouvé entre le 16 Août & le 29 Novembre, & égal à celui que l'on avoit déterminé entre le 29 Janvier & le 14 Mai. Mais comme on l'a trouvé plus petit de 6' 33", c'est une preuve que l'Apogée du Soleil étoit au de-là de la première détermination: c'est pourquoi l'on fera, comme 6' 33" sont à 40"; ainsi 58' 12", différence entre les deux déterminations de l'Apogée, sont à 5' 55", qui, étant adjointes à la première, de 98^d 18' 58", donnent le vrai lieu de l'Apogée du Soleil, de 98^d 24' 53", ou à 8^d 24' 53" de l'Ecrevisse, pour le temps milieu entre ces observations, qui répond à la fin de Juin 1738.

On voit par cet exemple, le degré de précision avec lequel on peut déterminer l'Apogée du Soleil par cette méthode, puisqu'une différence de 40 secondes dans le vrai lieu du Soleil, n'en produit

qu'une de 5' 55" dans le lieu de son Apogée, ce qui est à raison de 18 minutes pour 2 minutes de différence dans le vrai lieu du Soleil, qui est une erreur beaucoup plus grande que celle que l'on peut commettre dans des observations faites avec précision. Ainsi l'on peut s'assurer de trouver par cette méthode, le vrai lieu de l'Apogée du Soleil, à un quart de degré près, & même avec beaucoup plus d'exactitude, si l'on n'y employe que des observations choisies, faites dans les circonstances convenables, & en assez grand nombre pour rectifier les unes par les autres.

On déterminera aussi par ces mêmes observations, l'Excentricité de l'Orbe du Soleil & sa plus grande Equation, pourvu que l'on connoisse la quantité du mouvement du Soleil, comprise dans une ou plusieurs de ses révolutions, comme, par exemple, depuis le 21 Mars de l'année 1737, jusqu'au 21 Mars de l'année 1738, pendant lesquels on suppose que le mouvement vrai du Soleil, qui est alors égal à son mouvement moyen, a été de 359^d 45' 42", à raison de 59' 8" 15" par jour.

On retranchera pour cet effet, le lieu de l'Apogée du Soleil, qui a été trouvé de 98^d 24' 53", du vrai lieu du Soleil, déterminé le 16 Août, de 143^d 17' 10", & l'on aura la distance du Soleil à son Apogée, ou son anomalie vraie, de 44^d 52' 17", qui est représentée par l'angle *ATS* (Fig. 31.)

On prendra ensuite la différence entre le vrai lieu du Soleil, qui étoit le 13 Mai 1738, à 23^h 55' 53", temps moyen, de 53^d 20' 47", & le vrai lieu du Soleil déterminé le 16 Août suivant, à 0^h 3' 43", temps moyen, de 143^d 17' 10", qu'on trouvera de 89^d 56' 23", qui mesurent l'angle *STR* du vrai mouvement du Soleil dans l'intervalle de 94 jours 0 heur. 7 min. 50 secondes.

On prendra aussi le moyen mouvement qui répond à 94 jours 0 heur. 7 minut. 50 second. à raison de 59' 8" 15" par jour, qu'on trouvera de 92^d 39' 23", qui mesurent l'angle *SFR*. La différence à l'angle *STR*, de 89^d 56' 23", qui est de 2^d 43' 0" est égale à la somme des angles *FST*, *FRT*, qui représentent l'Equation du Soleil en *S* & en *R*, & qui sont égaux entr'eux lorsque les observations ont été faites à égale distance de part & d'autre de l'Apogée du Soleil. On aura donc l'angle *FST* ou *FRT*,

de $1^{\text{d}} 21' 30''$, & prolongeant TS en V , en sorte que SV soit égal à FS , on aura TV , égal à TS plus SF , qui, par la propriété de l'Ellipse, est égal au grand axe AP . L'angle SFV , ou TVF , qui lui est égal, sera donc de $0^{\text{d}} 40' 45''$, moitié de l'angle FST , qui a été trouvé de $1^{\text{d}} 21' 30''$. Adjoûtant l'angle TVF , de $0^{\text{d}} 40' 45''$ à l'angle ATS , déterminé ci-dessus, de $44^{\text{d}} 52' 17''$, on aura l'angle AFV , de $45^{\text{d}} 33' 2''$; & dans le Triangle FVT , dont le côté TV , égal à AP , est supposé de 200000, & les angles FVT , VFT , ou son supplément AFV , sont connus, on trouvera la distance FT entre les foyers F & T de l'Orbe du Soleil $ABPD$, de 3321, dont la moitié $1660\frac{1}{2}$, mesure son Excentricité CT . Enfin, dans le Triangle rectangle BCT , dont l'hypothénuse TB , égale à AC , est de 100000, & le côté CT , de $1660\frac{1}{2}$, on trouvera l'angle CBT , de $0^{\text{d}} 57' 5''$, dont le double $1^{\text{d}} 54' 10''$, mesure la plus grande Equation du Soleil.

On a supposé dans cet Exemple, que l'Equation du Soleil étoit égale à la demi-différence entre le vrai & le moyen mouvement du Soleil observé entre le 14 Mai & le 16 Juillet; ce qui seroit exact, si ces observations avoient été faites à égale distance de part & d'autre de l'Apogée. Mais comme on y a trouvé une différence de $5' 55''$, dont l'Apogée étoit plus près du lieu du Soleil dans l'observation du 16 Juillet, on calculera par le moyen de l'Excentricité que l'on vient de déterminer, l'Equation qui convient à $44^{\text{d}} 52' 17''$ moins $5' 55''$, que l'on trouvera de $1^{\text{d}} 21' 32''$, plus petite que la première de 8 secondes. Cette Equation représente l'Equation vraie du Soleil, qui répond à $44^{\text{d}} 52' 17''$ d'anomalie vraie, par le moyen de laquelle on trouvera, de la manière qui a été enseignée ci-dessus, l'Excentricité véritable du Soleil, de 1658, & la plus grande Equation, de $1^{\text{d}} 53' 59''$ dans l'hypothèse elliptique simple.

Pour trouver l'Excentricité du Soleil & sa plus grande Equation dans l'hypothèse de Képler, on supposera d'abord l'Excentricité du Soleil, telle qu'on la vient de déterminer, & on calculera suivant cette hypothèse, l'Equation du Soleil qui répond à son anomalie vraie, de $44^{\text{d}} 52' 17''$, que l'on trouvera de $1^{\text{d}} 21' 7''$, plus petite de 15 second. que celle que l'on avoit déterminée ci-dessus, de $1^{\text{d}} 21' 22''$, & qu'il faut par conséquent y adjoûter pour

avoir $1^{\text{d}} 21' 37''$, par le moyen de laquelle on calculera de nouveau l'Excentricité du Soleil, que l'on trouvera de $1662\frac{3}{4}$, & la plus grande Equation de $1^{\text{d}} 54' 20''$, qui sont celles qui conviennent à l'hypothèse de Képler, puisque, calculant dans cette hypothèse, l'Equation de l'Orbe du Soleil qui répond à $44^{\text{d}} 52' 17''$ d'anomalie vraie, & supposant l'Excentricité telle qu'on la vient de déterminer, on trouvera cette Equation de $1^{\text{d}} 21' 22''$.

On déterminera de la même manière, l'Excentricité & la plus grande Equation de l'Orbe du Soleil par les observations correspondantes des 29 Janvier & 29 Novembre 1738, en prenant la différence entre le vrai lieu du Soleil déterminé par ces deux observations, qui est de $297^{\text{d}} 37' 57''$. On prendra aussi le moyen mouvement qui convient à $303^{\text{h}} 23^{\text{h}} 35'$, intervalle de temps entre ces observations, qu'on trouvera de $299^{\text{d}} 37' 10''$, dont la différence à $297^{\text{d}} 37' 57''$, qui est de $1^{\text{d}} 59' 13''$, est égale à la somme des angles FHT , FDT , supposés égaux.

On aura donc l'angle FHT , de $59' 36''\frac{1}{2}$, & l'angle FGT , de $29' 48''\frac{1}{4}$. Retranchant le lieu de l'Apogée du Soleil, déterminé de $98^{\text{d}} 24' 53''$, de son vrai lieu, qui étoit le 29 Novembre de $247^{\text{d}} 7' 41''$, reste l'angle ATH de son anomalie vraie, de $148^{\text{d}} 42' 48''$, auquel adjoûtant l'angle HTG ou FGT , de $29' 48''\frac{1}{4}$, on aura l'angle FIG , de $149^{\text{d}} 12' 36''$; & dans le Triangle FGT , dont le côté FG ou AP , est de 200000, & les angles FTG , FGT , sont connus, on trouvera la distance FT entre les foyers, de 3387, dont la moitié $1693\frac{1}{2}$, mesure l'Excentricité CT de l'Orbe du Soleil.

Enfin, dans le Triangle rectangle BCT , dont l'hypothénuse TB , égale à AC , est de 100000, & le côté CT , de $1693\frac{1}{2}$, on trouvera l'angle CBT , de $0^{\text{d}} 58' 13''\frac{1}{2}$, dont le double $1^{\text{d}} 56' 27''$ mesure la plus grande Equation.

Comme on a supposé dans ce calcul, que l'Equation du Soleil étoit égale à la demi-différence entre le vrai & le moyen mouvement du Soleil depuis le 29 Janvier jusqu'au 29 Novembre, au lieu que l'Apogée étant plus près de la dernière observation, de $5' 55''$, cette Equation a dû être plus grande; on calculera, par le moyen de l'Excentricité que l'on vient de déterminer, l'Equation qui convient à $149^{\text{d}} 12' 36''$ moins $5' 55''$, qu'on trouvera de

$0^d 59' 47''$, plus grande que la première de $10'' \frac{1}{2}$. Cette Équation représente l'Équation vraie du Soleil, qui répond à $148^d 42' 48''$ d'anomalie vraie, par le moyen de laquelle on trouvera l'Excentricité véritable du Soleil, de $1698 \frac{1}{2}$, & la plus grande Équation de $1^d 56' 47'' \frac{1}{2}$ dans l'hypothèse elliptique simple.

Pour trouver l'Excentricité du Soleil, & la plus grande Équation dans l'hypothèse de Képler, on calculera suivant cette hypothèse, par le moyen de l'Excentricité que l'on vient de déterminer, de $1698 \frac{1}{2}$, l'Équation du Soleil qui répond à son anomalie vraie, de $149^d 12' 36''$, que l'on trouvera de $0^d 59' 33''$, plus petite de $14''$ que celle que l'on avoit déterminée ci-dessus, de $0^d 59' 47''$, & qu'il faut par conséquent y adjoûter pour avoir cette Équation, de $1^d 0' 1''$, par le moyen de laquelle on calculera de nouveau l'Excentricité de l'Orbe du Soleil, que l'on trouvera de $1705 \frac{1}{2}$, & la plus grande Équation de $1^d 57' 15''$.

Prenant un milieu entre les déterminations qui résultent de ces observations & des précédentes, on aura l'Excentricité de l'Orbe du Soleil, suivant l'hypothèse elliptique simple, de 1678 parties, dont la moyenne distance du Soleil à la Terre, est de 100000 , & la plus grande Équation de l'Orbe du Soleil, de $1^d 55' 23''$. On trouvera aussi, suivant l'hypothèse de Képler, l'Excentricité de l'Orbe du Soleil, de 1684 , & la plus grande Équation, de $1^d 55' 48''$.

Cinquième Méthode de déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil.

On observera en divers jours de l'année, le passage par le Méridien, du Soleil & d'une Étoile fixe, dont l'ascension droite est connue. Réduisant en degrés, l'intervalle entre ces passages, à raison de 360 degrés pour le temps que l'Étoile a employé à retourner au Méridien d'un jour à l'autre, on aura la différence entre l'ascension droite du Soleil & celle de cette Étoile au temps du passage du Soleil par le Méridien, qu'il faut appliquer à l'ascension droite de l'Étoile, pour avoir l'ascension droite du Soleil au temps de son passage par le Méridien, par le moyen de laquelle on trouvera la longitude véritable du Soleil.

On déterminera de la même manière, le vrai lieu du Soleil pour

pour le jour suivant, ou tel autre que l'on voudra, & l'on aura la quantité du mouvement vrai du Soleil pendant un certain nombre de jours.

Ayant trouvé par la même méthode, le vrai lieu du Soleil dans une autre saison, on cherchera le temps où le mouvement du Soleil en longitude pendant l'intervalle d'un ou de plusieurs jours, est égal au mouvement qu'on avoit observé pendant le même nombre de jours. La différence entre le vrai lieu du Soleil, qui résulte des observations correspondantes, étant partagée en deux également, & adjoûlée au vrai lieu du Soleil dans la première observation, donne le vrai lieu de l'Apogée ou du Périgée du Soleil.

Lorsque le mouvement vrai du Soleil pendant le même intervalle de jours, n'est pas précisément de la même quantité, on comparera les observations des jours qui précèdent ou suivent immédiatement, & qui soient telles que la quantité du mouvement, comprise dans un même intervalle de temps, soit plus grande ou plus petite que dans la première comparaison. On déterminera l'Apogée ou le Périgée du Soleil, qui résulte de ces observations, & on aura la différence entre les deux déterminations de l'Apogée, dont on prendra la partie proportionnelle qui convient à la différente quantité du mouvement, qu'il faut appliquer au lieu de l'Apogée ou du Périgée trouvé par l'une de ces déterminations, pour avoir le vrai lieu de l'Apogée ou du Périgée du Soleil.

On peut employer pour cette recherche, différentes Étoiles fixes, & au cas que l'on ne connoisse point exactement leur ascension droite, il faudra observer la hauteur méridienne du Soleil pour avoir sa déclinaison qui est représentée par BC (Fig. 23.) au moyen de laquelle, & de l'angle BAC , qui mesure l'obliquité de l'Écliptique, on déterminera dans le Triangle sphérique ABC , rectangle en B , l'ascension droite BA du Soleil pour le temps de son passage par le Méridien. On prendra le même jour, la différence entre le passage du Soleil & de l'Étoile par le Méridien, qu'on convertira en degrés, minutes & secondes, à raison de 360 degrés pour le temps que l'Étoile a employé à retourner au Méridien d'un jour à l'autre, & l'on aura la différence entre l'ascension droite du Soleil & celle de l'Étoile à midi, que l'on adjoûtera à l'ascension droite du Soleil, lorsque l'Étoile a passé

après midi, & que l'on en retranchera lorsque son passage est avant midi, & on aura l'ascension droite véritable de l'Etoile, avec laquelle on déterminera le vrai lieu de l'Apogée ou du Périgée du Soleil, de la manière qu'on l'a expliqué ci-dessus, ayant soin de réduire le temps vrai en temps moyen, lorsqu'il s'y trouve une différence considérable.

Cette méthode a beaucoup de rapport à la précédente, en ce que l'on y employe le vrai lieu du Soleil déterminé par des observations éloignées l'une de l'autre d'un intervalle égal avant & après son passage par son Apogée ou son Périgée; mais elle a cet avantage que dans la quatrième méthode, il étoit nécessaire dans chaque observation, de déterminer le vrai lieu du Soleil par le moyen de sa déclinaison, ce qui oblige de choisir les temps où cette déclinaison varie considérablement d'un jour à l'autre, pour avoir plus exactement son mouvement en longitude; au lieu que dans celle-ci l'ascension droite d'une Etoile étant une fois déterminée exactement par des observations choisies, on peut connoître le vrai lieu du Soleil, & par conséquent son vrai mouvement dans tous les temps de l'année: car comme on ne suppose par cette méthode, que l'ascension droite de l'Etoile connue, & la différence entre le passage du Soleil & de cette Etoile par le Méridien, toute l'erreur qui peut se trouver dans cette détermination, doit provenir de ces deux causes.

A l'égard de celle qu'il peut y avoir dans l'ascension droite de l'Etoile, elle ne peut guère monter qu'à une minute, & elle n'en cause qu'une de la même quantité dans la détermination de l'Apogée du Soleil.

Pour ce qui est de l'intervalle entre les passages, quand même on supposeroit qu'il y eût une erreur de 2 secondes, plus grande que celle qui peut résulter des observations faites avec précision; cela n'en causeroit qu'une de 4 ou 5 minutes dans le premier exemple qui a été rapporté par la quatrième méthode, ce qui est une exactitude plus grande que celle à laquelle on a cru jusqu'à présent pouvoir parvenir dans la détermination du vrai lieu de l'Apogée & du Périgée du Soleil.

On peut déterminer aussi par cette méthode, l'Excentricité de l'Orbe du Soleil & sa plus grande Equation, de la même manière que par la précédente.

E X E M P L E.

Le 16 Février de l'année 1738, le passage de *Sirius* par le Méridien, a été observé $8^h 32' 45'' \frac{3}{4}$ après celui du Soleil à la Pendule, suivant laquelle le retour de *Sirius* au Méridien, a été déterminé de $23^h 56' 30'' \frac{1}{2}$.

On fera donc, comme $23^h 56' 30'' \frac{1}{2}$, sont à $8^h 32' 45'' \frac{3}{4}$; ainsi 360 degrés sont à $128^d 30' 11''$, différence d'ascension droite entre *Sirius* & le Soleil, qui étant retranchée de l'ascension droite de *Sirius*, qui étoit alors de $98^d 24' 5''$, à laquelle il faut adjoûter 360 degrés, reste l'ascension droite du Soleil, de $329^d 53' 54''$, par le moyen de laquelle, & de l'obliquité de l'Ecliptique, supposée de $23^d 28' 20''$, on trouvera la longitude du Soleil, de $327^d 42' 13''$, le 16 Février 1738 à midi, temps vrai, & à $0^h 14' 42''$, temps moyen.

Le 20 Juin suivant, le passage de *Sirius* par le Méridien, a été observé $0^h 38' 48''$ après celui du Soleil; les convertissant en degrés, à raison de 360 degrés pour $23^h 55' 50''$, temps que *Sirius* a employé à retourner au Méridien d'un jour à l'autre, on aura $9^d 43' 41''$ pour la différence d'ascension droite entre *Sirius* & le Soleil, qui étant retranchée de l'ascension droite de *Sirius*, qui étoit alors de $98^d 24' 20''$, reste l'ascension droite du Soleil, de $88^d 40' 39''$, par le moyen de laquelle on trouvera sa longitude, de $88^d 47' 13''$ le 20 Juin à midi, temps vrai, & à $0^h 0' 46''$, temps moyen.

Le 10 Juillet de la même année, le passage de *Sirius* par le Méridien est arrivé $43' 38''$ avant celui du Soleil; les convertissant en degrés, à raison de $23^d 55' 50''$ pour 360 degrés, on aura $10^d 56' 24''$ pour la différence d'ascension droite entre le Soleil & *Sirius*, qui, étant adjoûte à l'ascension droite de *Sirius*, qui étoit alors de $98^d 24' 22''$, donne l'ascension droite du Soleil, de $109^d 20' 46''$, par le moyen de laquelle on trouvera sa longitude, de $107^d 51' 4''$ le 10 Juillet à midi, temps vrai, & à $0^h 4' 34''$, temps moyen.

Enfin, le 11 Novembre, le passage de *Sirius* par le Méridien est arrivé à $15^h 26' 53''$, & celui du Soleil le 12 Novembre à $0^h 1' 47''$, le retour de l'Etoile au Méridien a été de 23^h

55' 6", d'où l'on trouve la différence d'ascension droite entre le Soleil & *Sirius* le 12 Novembre, de 129^d 4' 29", qui, étant adjointe à celle de *Sirius*, qui étoit alors de 98^d 24' 37", donne l'ascension droite du Soleil le 12 Novembre à midi, de 227^d 29' 6", par le moyen de laquelle on trouve la longitude du Soleil, de 229^d 56' 16" le 12 Novembre, & de 228^d 55' 48" le 11 Novembre à midi, temps vrai, & à 11^h 44' 37" du matin, temps moyen.

La différence entre la longitude du Soleil, qui résulte des deux premières observations, est de 121^d 5' 0", qui mesurent le vrai mouvement du Soleil dans l'intervalle de 104^j 23^h 46' 4"; & celle qui résulte des deux dernières, est de 121^d 4' 44", qui mesurent le vrai mouvement du Soleil dans l'intervalle de 104^j 23^h 40' 3", lequel est plus petit que le précédent de 0^h 6' 1", pendant lesquelles le mouvement du Soleil est de 15". Les adjointant à la différence que l'on a trouvée par les dernières observations, de 121^d 4' 44", on aura 121^d 4' 59" pour le mouvement vrai du Soleil depuis le 10 Juillet 1738 jusqu'au 11 Novembre suivant, qui ne diffère que d'une seconde de celui que l'on avoit trouvé dans un intervalle de temps égal entre le 16 Février & le 20 Juin 1738.

Prenant la différence entre la longitude du Soleil, observée le 20 Juin, de 88^d 47' 13", & le 10 Juillet, de 107^d 51' 4", on aura 19^d 3' 51", dont la moitié 9^d 3' 55"¹/₂, étant adjointe à 88^d 47' 13", donne 98^d 19' 8", pour le lieu de l'Apogée qui est le véritable, parce que le mouvement vrai du Soleil a été égal de part & d'autre dans un même intervalle de temps, n'y ayant qu'une différence d'une seconde, qui n'en peut causer qu'une de 10 second. dans la détermination de l'Apogée, ce qui est absolument insensible.

Sixième Méthode de déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil, l'Excentricité de son Orbe, & sa plus grande Équation.

Les méthodes que nous venons de proposer, demandent des observations choisies, faites à distance égale de part & d'autre de l'Apogée & du Périgée, ce que l'on ne peut par conséquent pratiquer, qu'en comparant ensemble un grand nombre d'observations.

C'est pourquoi nous en donnerons ici une qui a été inventée par mon Pere, & rapportée dans le Journal des Sçavants de l'année 1669, par le moyer. de laquelle on peut déterminer immédiatement le vrai lieu de l'Aphélie & du Périhélie des Planetes dans l'hypothese elliptique simple, y employant seulement trois observations faites en des temps différents.

Ayant décrit un cercle *CBED* (Fig. 32.) à volonté, on prendra de l'Occident vers l'Orient, comme de *C* vers *B*, l'arc *CB*, égal à la différence entre le vrai lieu d'une Planete, déterminé par les deux premières observations, & l'arc *BA*, égal à la différence entre le vrai lieu de cette Planete, déterminé par la seconde & la troisième observation.

Du point *B*, qui est entre les points *C* & *A*, on menera par le centre *L* du cercle *CBED*, le diametre *BLD*, qui rencontrera sa circonférence au point *D*. Le moyen mouvement du Soleil qui répond à l'intervalle entre chaque observation, étant connu, on prendra du point *D* vers *C*, l'arc *DF*, égal au moyen mouvement qui répond à l'intervalle entre la première & la seconde observation, & du point *D* vers *A*, l'arc *DE*, égal au moyen mouvement depuis la seconde jusqu'à la troisième observation. On menera du point *B*, aux points *F* & *E*, les lignes *BFG*, *BHE*, & du point *D* aux lignes *C* & *A*, les lignes *DC*, *DA*, qui, étant prolongées, s'il est nécessaire, couperont *BF*, *BE*, aux points *G* & *H*, par lesquels on menera la ligne *GH*.

Du point *B*, on tirera sur *GH*, la perpendiculaire *BI*, & du point *I*, on menera par le centre *L* du cercle *CBED*, le diametre *MILN*, sur lequel on prendra *IO*, égal à *IL*. L'angle *BIM*, mesurera la distance du Soleil à son Apogée dans le temps de la seconde observation. Le point *I* sera le centre de l'Ellipse que le Soleil décrit par son mouvement propre, dont le grand axe sera égal au diametre *MN*. Le point *L* sera placé à l'un des foyers de l'Ellipse, & représentera le centre du vrai mouvement où la Terre est placée; & le point *O*, sera dans l'autre foyer, autour duquel la Planete parcourt son moyen mouvement.

On peut employer de la même manière, un plus grand nombre d'observations faites avant & après celle où le Soleil étoit en *B*, en tirant des extrémités *B* & *D* du diametre *BD*, aux points de

la circonférence, qui marquent les mouvements vrais & moyens du Soleil, des lignes, dont les intersections doivent toutes se rencontrer sur la ligne HG , prolongée de part ou d'autre.

D É M O N S T R A T I O N.

L'angle BHA (Fig. 32.) externe, est égal à l'angle BDA , moitié de l'angle au centre BLA , qui mesure le mouvement vrai du Soleil depuis la seconde jusqu'à la troisième observation, & à l'angle DBE , moitié de l'angle DLE , qui mesure son moyen mouvement; c'est-à-dire, au milieu arithmétique entre le vrai & le moyen mouvement.

L'angle BGK , externe, est égal à l'angle BDC , moitié de l'angle BLC , qui mesure le mouvement vrai du Soleil depuis la première jusqu'à la seconde observation, & à l'angle DBF , moitié de l'angle DLF , qui mesure son moyen mouvement; c'est-à-dire, au milieu arithmétique entre ces mouvements.

Du point B , soit mené aux points A & C , les lignes BA, BC . L'angle BAH ou BAD , qui est dans le demi-cercle BAD , est droit. L'angle BIH , est aussi droit par la construction: donc les points B, A, H, I , sont sur un cercle dont le diamètre est BH . L'angle BIA , qui soutend l'arc BA , est donc égal à l'angle BHA , qui soutend le même arc BA , & a été trouvé égal au milieu arithmétique entre le vrai & le moyen mouvement.

On trouvera de même que les angles BCD ou BCG , & BIG , étant droits, les points B, I, C, G , sont sur un cercle dont le diamètre est BG , & que l'angle BIC , dont le supplément soutend l'arc BLC , est égal à l'angle BGK , dont le supplément BGC soutend le même arc, & qui a été trouvé égal au milieu arithmétique entre le vrai & le moyen mouvement.

Du point I , comme centre, & de l'intervalle IV , égal à LM , soit décrit le cercle VPT . Soit fait l'angle BIR , égal à l'angle IBL , & soit prolongé IR , jusqu'à ce qu'il rencontre le cercle VPT en P . Joignés LP , & du point O , menés à IP , la parallèle OS , qui rencontre en S , le rayon LB .

Les angles IBL, BIP , étant égaux par la construction, les côtés BR & RI , seront aussi égaux. Les retranchant des rayons égaux LB, IP des cercles égaux $CBED, VPT$, on aura les côtés

PR, RL du Triangle PRL , égaux; les angles RPL, RLP , seront donc égaux entr'eux. Mais l'angle IRL externe, est égal à la somme des angles RPL, RLP , de même qu'à la somme des angles IBL, BIP ; les quatre angles RPL, RLP, IBL, BIP , seront donc égaux entr'eux, & la ligne PL sera parallèle à la ligne BI .

Maintenant, à cause des parallèles OS & IR ; SL est à RL ou PR , qui lui est égal, comme SO est à RI , comme OL est à IL . Mais OL est double de IL , donc SL est double de RL ou PR , & SO est double de RI : donc SL plus SO est double de PR plus RI , c'est-à-dire, du rayon PI , qui est égal à la moitié du diamètre VT . Le point S est donc sur une Ellipse dont le grand axe est VT , & dont les foyers sont aux points O & L .

On démontrera de même, que si l'on fait l'angle CIZ , égal à l'angle ICL , & l'on mene OQ , parallèle à IZ , qui rencontre LC , prolongée, s'il est nécessaire, en Q , le point Q est sur une Ellipse dont le grand axe est VT , & les foyers O & L . Si l'on adjointe présentement à l'angle SLQ ou BLC , qui, par la construction, mesure l'arc BC du vrai mouvement du Soleil, l'angle PLB , on aura l'angle CLP ou CXB , qui lui est égal, à cause des parallèles PL, BX . Retranchant de l'angle CXB , l'angle ICL ou ICX , on aura l'angle BIC ou BGZ , qui lui est égal, que l'on a démontré mesurer le milieu arithmétique entre le vrai & le moyen mouvement du Soleil. Si l'on adjointe de même à l'angle BIC , l'angle PLB ou PIB , qui lui a été démontré égal, on aura l'angle PIC , duquel si l'on retranche l'angle ICL ou CIZ , qui lui est égal par la construction, on aura l'angle PIZ , qui, à cause des parallèles OS, IP , & OQ, IZ , est égal à l'angle SOQ . La différence entre l'angle BLC ou SLQ du vrai mouvement, & l'angle BIC , milieu arithmétique entre le vrai & le moyen mouvement, est donc égale à la différence entre cet angle BIC , & l'angle SOQ , lequel représentera par conséquent dans l'hypothèse elliptique, le moyen mouvement qui se fait autour d'un des foyers O de l'Ellipse VST , pendant que le vrai mouvement se fait autour de l'autre foyer L , qui représente le centre de la Terre. La ligne VT , qui passe par les foyers O & L , sera donc l'axe de l'Ellipse que le Soleil décrit par sa révolution, dont l'extrémité V du côté du point O , représente son Apogée, & l'extrémité T , son Périgée.

L'angle *VOS*, mesurera la distance moyenne du Soleil à son Apogée, & l'angle *VLS*, sa distance véritable, qui, étant retranchée du vrai lieu du Soleil, déterminé en *S*, donne le vrai lieu de son Apogée. *Ce qu'il falloit chercher.*

On peut déterminer géométriquement par cette méthode, le vrai lieu de l'Aphélie des Planetes & leur Excentricité, en décrivant une grande figure divisée exactement, & choisissant la détermination qui résulte des observations qui paroissent avoir été faites avec le plus d'exactitude. Mais comme on ne pourroit pas s'assurer de trouver par ce moyen, les Aphélies des Planetes, & leur Excentricité avec toute la précision qui est à désirer, on les déterminera par le calcul, en cette manière.

E X E M P L E.

Le 28 Juillet de l'année 1717, la hauteur méridienne véritable du centre du Soleil, a été observée de $60^{\text{d}} 11' 5''$, ce qui donne sa déclinaison septentrionale, de $19^{\text{d}} 1' 15''$, & son vrai lieu, de $4^{\text{f}} 5^{\text{d}} 7' 36''$, supposant l'obliquité de l'Écliptique, de $23^{\text{d}} 29' 0''$.

Le 13 Novembre de la même année, la hauteur méridienne du centre du Soleil, a été observée de $23^{\text{d}} 7' 12''$, ce qui donne sa déclinaison méridionale, de $18^{\text{d}} 2' 38''$, & son vrai lieu, de $7^{\text{f}} 21^{\text{d}} 0' 56''$.

Le 8 Février de l'année 1718, la hauteur méridienne du centre du Soleil, a été observée de $26^{\text{d}} 9' 52''$, ce qui donne sa déclinaison méridionale, de $14^{\text{d}} 59' 58''$, & son vrai lieu, de $10^{\text{f}} 19^{\text{d}} 29' 50''$.

Le mouvement vrai du Soleil dans l'espace de 108 jours, depuis le 28 Juillet jusqu'au 13 Novembre 1717, a donc été de $105^{\text{d}} 53' 20''$, & dans l'espace de 87 jours, depuis le 13 Novembre 1717 jusqu'au 8 Février 1718, de $88^{\text{d}} 28' 54''$.

Soit pris sur le cercle *CBED*, l'arc *BC*, de $105^{\text{d}} 53' 20''$, & l'arc *BA*, de $88^{\text{d}} 28' 54''$, & ayant tiré le diamètre *BLD*, soit pris l'arc *DF*, de $106^{\text{d}} 26' 29''$, égal au moyen mouvement qui répond à l'intervalle entre la première & la seconde observation, & l'arc *DE*, de $85^{\text{d}} 46' 18''$, égal au moyen mouvement qui répond à l'intervalle entre la seconde & la troisième observation.

L'angle

L'angle *BDC* à la circonférence, étant la moitié de l'angle *BLC* au centre, qui mesure l'arc *BC*, de $105^{\text{d}} 53' 20''$, sera de $52^{\text{d}} 56' 40''$. L'angle *DBF* à la circonférence, étant la moitié de l'angle *DLF*, qui mesure l'arc *DF*, de $106^{\text{d}} 26' 29''$, sera de $53^{\text{d}} 13' 14\frac{1}{2}''$; & par conséquent dans le Triangle *BGD*, dont les angles *BDG* & *DBG*, sont connus, & le côté *BD* est égal au double du rayon supposé de 100000, on trouvera le côté *BG*, de 166178.

L'arc *BA* étant de $88^{\text{d}} 28' 54''$, & l'arc *DE*, de $85^{\text{d}} 46' 18''$, on aura l'angle *BDA*, de $44^{\text{d}} 14' 27''$, & l'angle *DBE*, de $42^{\text{d}} 53' 9''$; & par conséquent dans le Triangle *BHD*, dont les angles *BDH* & *DBH*, sont connus, de même que le côté *BD*, on trouvera le côté *BH*, de 139711. Maintenant dans le Triangle *GBH*, dont les côtés *BG*, *BH*, sont connus, & l'angle compris *GBH*, est de $96^{\text{d}} 6' 13\frac{1}{2}''$, égal à la somme des angles *DBG* & *DBH*, on trouvera l'angle *BHG*, de $46^{\text{d}} 23' 41\frac{1}{4}''$; & dans le Triangle rectangle *BIH*, dont le côté *BH* est connu de 139711, & l'angle *BHG* ou *BHI*, de $46^{\text{d}} 23' 41\frac{1}{4}''$, on trouvera le côté *BI*, de 101166. Retranchant l'angle *DBE* ou *DBH*, qui a été trouvé de $42^{\text{d}} 53' 9''$, de l'angle *IBH*, de $43^{\text{d}} 36' 18\frac{3}{4}''$, complément de l'angle *BHI*, on aura l'angle *IBL*, de $0^{\text{d}} 43' 9\frac{3}{4}''$; & dans le Triangle *BIL*, dont le côté *BI* vient d'être trouvé de 101166, & le rayon *BL* est connu, aussi-bien que l'angle *IBL* compris entre ces côtés, qui est de $0^{\text{d}} 43' 9\frac{3}{4}''$, on aura l'angle *BLI* ou l'arc *BM*, de $132^{\text{d}} 21' 23''$, qui, étant retranché du vrai lieu du Soleil en *S*, au temps de la seconde observation, qui a été trouvée de $7^{\text{f}} 21^{\text{d}} 0' 56''$, donne le vrai lieu de l'Apogée du Soleil en $\varpi 8^{\text{d}} 39' 33''$. On aura aussi *IL*, qui mesure l'Excentricité du Soleil, de 1719 parties, dont le rayon *IV* est 100000, d'où l'on trouve sa plus grande Équation, de $1^{\text{d}} 58' 11''$.

Si, au lieu d'employer, comme on l'a fait dans le calcul du vrai lieu du Soleil, l'obliquité de l'Écliptique, de $23^{\text{d}} 29' 0''$, on la suppose de $23^{\text{d}} 28' 30''$, comme elle étoit à peu-près en l'année 1717, on trouvera par les mêmes observations, le vrai lieu de l'Apogée du Soleil en $\varpi 7^{\text{d}} 53' 48''$, moins avancé de $46'$ que par la précédente détermination; on trouvera aussi

. Z

l'Excentricité du Soleil, de 1691 parties, dont le grand demi-axe est de 100000, & sa plus grande Equation, de $1^d 56' 18''$.

Septième Méthode de déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil, l'Excentricité de son Orbe, & sa plus grande Equation.

Étant donné par trois observations quelconques, le mouvement vrai du Soleil, & le moyen mouvement qui lui répond, déterminer dans l'hypothèse elliptique, le vrai lieu de l'Apogée de cette Planete, & l'Excentricité de son Orbe.

Soit dans le cercle $ABDP$ (Fig. 33.) le moyen mouvement qui convient à l'intervalle de temps entre la première & la seconde observation, mesuré par l'angle ACB , & le moyen mouvement qui répond à l'intervalle entre la seconde & la troisième observation, mesuré par l'angle BCD . Ayant prolongé le rayon BC au de-là du centre C , soit fait l'angle CAE , égal à la demi-différence entre le vrai & le moyen mouvement qui convient au premier intervalle, & soit pris l'angle CDG , égal à la demi-différence entre le vrai & le moyen mouvement qui convient au second intervalle. Soit décrit par les points A, B, E , le cercle $ABHE$, dont le centre est en V , & par les points B, D, G , le cercle $BDHG$, dont le centre est en T , qui coupe le cercle $ABHE$ au point H . Soit mené du point H , par le centre C du cercle $ABDP$, la ligne droite HCF ; je dis que le point F , représentera l'Apogée du Soleil, le point P , son Périgée, le point H , un des foyers de l'Ellipse autour duquel le Soleil paroît décrire son vrai mouvement, & HC , l'Excentricité de l'Orbe du Soleil.

Pour déterminer l'Ellipse que la Planete décrit par sa révolution, soit fait l'angle DHI , égal à l'angle CDH , & ayant pris CK égal à CH , soit mené KI , parallèle à CD , qui rencontrera HI au point I . Soient faits aussi les angles BHN & AHL , égaux aux angles CBH & CAH , & soient menées les lignes KN & KL , parallèles aux lignes CB, CA , qui rencontrent les lignes HN & HL aux points N & L ; je dis que les points I, N, L , seront sur une Ellipse dont les foyers sont H & K , & qu'ils représentent le vrai lieu du Soleil dans les trois observations données.

D É M O N S T R A T I O N .

A cause des parallèles DC & KI , on aura dans les Triangles HCM, HKI ; HC est à HK , comme HM est à HI , comme CM est à KI . Mais HC est la moitié de HK , donc HM est la moitié de HI , & CM est la moitié de KI : donc HM plus CM est égal à la moitié de HI plus KI . Mais à cause des angles égaux DHI, CDH ; DM est égal à HM : donc DM plus CM , c'est-à-dire, le rayon CD est égal à la moitié de HI plus KI ; & par conséquent le point I est sur la circonférence d'une Ellipse dont un des foyers est le point H , & l'autre foyer, le point K .

Il faut présentement considérer que l'angle BHA est égal à l'angle BCA , moins les angles CBH & CAH . Mais l'angle BEA , qui lui est égal, à cause qu'il se termine à la même circonférence, mesure l'angle BCA , moins l'angle CAE , demi-différence entre le vrai & le moyen mouvement: donc les angles CBH & CAH , mesurent aussi cette même demi-différence. Si donc l'on retranche de l'angle BHA , les angles BHN & AHL , qui, par la construction, ont été faits égaux aux angles CBH & CAH , on aura l'angle LHN , égal à l'angle ACB du moyen mouvement moins deux fois la demi-différence entre le vrai & le moyen mouvement; d'où il suit que l'angle LHN , mesure le vrai mouvement de la Planete qui répond au premier intervalle.

On trouvera de même, que l'angle BGD ou BHD , qui est à la circonférence du cercle $BDHG$, est égal à l'angle BCD , moins l'angle CDG , demi-différence entre le vrai & le moyen mouvement. Mais l'angle CDG est égal à l'angle CDH , moins l'angle GDH ou GBH , qui lui est égal, à cause qu'il se termine à la même circonférence: donc l'angle CDH moins l'angle GBH ou CBH , mesure cette demi-différence. Si donc l'on retranche de l'angle BHD , l'angle DHI , qui a été fait égal à l'angle CDH , & que l'on y ajoute l'angle BHN , qui a été fait égal à l'angle CBH , on aura l'angle IHN , égal à l'angle BCD moins deux fois l'angle CDG ; d'où il suit que l'angle IHN , représente le vrai mouvement qui convient au second intervalle. Mais à cause des lignes KL, KN, KI , parallèles aux lignes CA, CB, CD , l'angle LKN est égal à l'angle ACB , & l'angle NKI est égal à l'angle BCD : donc

les angles LKN & NKI , mesurent le moyen mouvement qui se fait à l'égard du foyer K de l'Ellipse, pendant que le Soleil décrit son vrai mouvement autour de l'autre foyer H de la même Ellipse; d'où il résulte que le point F , représente le vrai lieu de l'Apogée, le point P , le Périgée, CH , l'Excentricité de l'Orbe de la Planete, & les points L, N, I , son vrai lieu dans les trois observations proposées. *Ce qu'il falloit démontrer.*

E X E M P L E.

Le vrai lieu du Soleil ayant été déterminé en 1722, le 16 Mai, de $1^{\text{d}} 25^{\text{d}} 10' 54''$, le 18 Juillet, de $3^{\text{d}} 25^{\text{d}} 22' 0''$, & le 30 Août, de $5^{\text{d}} 6^{\text{d}} 40' 6''$, on cherche le vrai lieu de l'Apogée du Soleil, & l'Excentricité de son Orbe.

L'angle ACB du moyen mouvement du Soleil, depuis le 16 Mai 1722 jusqu'au 18 Juillet suivant, est de $62^{\text{d}} 5' 44''$, dont retranchant le vrai mouvement du Soleil dans cet intervalle, qui a été observé de $60^{\text{d}} 11' 6''$, reste la différence entre le vrai & le moyen mouvement, de $1^{\text{d}} 54' 38''$, dont la moitié $57' 19''$, étant adjointe à $60^{\text{d}} 11' 6''$, ou retranchée de $62^{\text{d}} 5' 44''$, donne AEB ou AHB , de $61^{\text{d}} 8' 25''$.

L'angle BCD du moyen mouvement, depuis le 18 Juillet 1722 jusqu'au 30 Août suivant, est de $42^{\text{d}} 22' 59''$, dont retranchant le vrai mouvement du Soleil dans cet intervalle, qui est de $41^{\text{d}} 18' 6''$, reste la différence entre le vrai & le moyen mouvement, de $1^{\text{d}} 4' 53''$, dont la moitié $32' 26'' \frac{1}{2}$, étant retranchée de l'angle BCD , de $42^{\text{d}} 22' 59''$, donne l'angle BGD ou BHD , de $41^{\text{d}} 50' 32'' \frac{1}{2}$.

L'angle ACB étant de $62^{\text{d}} 5' 44''$, & l'angle BCD , de $42^{\text{d}} 22' 59''$, on trouvera l'angle ABC , de $58^{\text{d}} 57' 8''$, & l'angle CBD , de $68^{\text{d}} 48' 30'' \frac{1}{2}$, dont la somme $127^{\text{d}} 45' 38'' \frac{1}{2}$, mesure l'angle ABD . Soient menées du centre C , par les centres V & T , les lignes CVR , CTO , qui partagent les cordes AB , BD , en deux parties égales.

L'angle BVR , moitié de l'angle au centre AVB , est égal à l'angle AHB , de $61^{\text{d}} 8' 25''$, qui est à la circonférence. L'angle BTO sera par la même raison, égal à l'angle BHD , de $41^{\text{d}} 50' 32'' \frac{1}{2}$; on aura donc l'angle ABV , de $28^{\text{d}} 51' 35''$, &

l'angle TBD , de $48^{\text{d}} 9' 27'' \frac{1}{2}$, dont la somme $77^{\text{d}} 1' 2'' \frac{1}{2}$, étant retranchée de l'angle ABD , de $127^{\text{d}} 45' 38'' \frac{1}{2}$, reste l'angle TBV , de $50^{\text{d}} 44' 36''$.

L'angle ACB , étant de $62^{\text{d}} 5' 44''$, on aura l'angle BCR , de $31^{\text{d}} 2' 52''$, dont le sinus BR est de 51575 parties, dont le rayon BC est 100000. On aura aussi l'angle BCO , moitié de l'angle BCD , de $21^{\text{d}} 11' 29'' \frac{1}{2}$, dont le sinus BO est 36149; & l'on fera, comme le sinus de l'angle BVR ou AHB , de $61^{\text{d}} 8' 25''$, est au sinus total; ainsi BR 51575, est à BV , qu'on trouvera de 58888. On fera aussi, comme le sinus de l'angle BTO ou BHD , de $41^{\text{d}} 50' 32'' \frac{1}{2}$, est au sinus total; ainsi BO 36149, est à BT , qu'on trouvera de 54190.

Maintenant, dans le Triangle BVT , dont le côté BV est de 58888, le côté BT , de 54190, & l'angle TBV , compris entre ces côtés, a été déterminé de $50^{\text{d}} 44' 36''$, on aura l'angle BTV , de $69^{\text{d}} 38' 7''$, qui est la moitié de l'angle BTH , qui sera par conséquent de $139^{\text{d}} 16' 14''$; on aura donc l'angle TBH , de $20^{\text{d}} 21' 53''$, qui, étant adjointe à l'angle TBD , de $48^{\text{d}} 9' 27'' \frac{1}{2}$, donne l'angle DBH , de $68^{\text{d}} 31' 20'' \frac{1}{2}$; mais l'angle BHD , est de $41^{\text{d}} 50' 32'' \frac{1}{2}$, on aura donc l'angle BDH , de $69^{\text{d}} 38' 7''$, dont retranchant l'angle CBD ou CDB , de $68^{\text{d}} 48' 30'' \frac{1}{2}$, reste l'angle CDH , de $49' 36'' \frac{1}{2}$. On fera présentement, comme le sinus de l'angle BHD , de $41^{\text{d}} 50' 32''$, est au sinus de l'angle DBH , de $68^{\text{d}} 31' 20'' \frac{1}{2}$; ainsi BD 72298, est à HD , qu'on trouvera de 100854; & dans le Triangle CDH , dont le côté CD est connu de 100000, le côté DH , de 100854, & l'angle compris CDH , de $49' 36'' \frac{1}{2}$, on trouvera l'angle DHC , de $59^{\text{d}} 4' 37''$, dont retranchant l'angle DHI , égal à l'angle CDH , de $49' 36'' \frac{1}{2}$, reste l'angle FHI , de $58^{\text{d}} 15' 0''$, distance de l'Apogée du Soleil à son vrai lieu dans la troisième observation, qui étoit en $m 6^{\text{d}} 40' 6''$. On aura donc le vrai lieu de l'Apogée du Soleil en $s 8^{\text{d}} 25' 6''$. On trouvera aussi CH , moitié de l'Excentricité de son Orbe, de 1682 parties, dont le rayon est 100000; d'où l'on tire sa plus grande Équation, de $1^{\text{d}} 55' 39''$.

Cette méthode a beaucoup de rapport à la précédente, mais le calcul en est un peu plus long; on peut l'employer très-utilement pour trouver les observations qui sont les plus favorables

pour la recherche de l'Aphélie & du Périhélie des Planetes, parce que leur détermination se faisant par l'intersection de deux cercles, il est certain que l'on trouvera plus de précision par les observations faites dans les lieux où l'intersection de ces cercles est la moins oblique, & la plus approchante de la perpendiculaire.

Huitième Méthode de déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil, l'Excentricité de son Orbe, & sa plus grande Équation, dans l'hypothèse de Képler.

On a donné dans les deux méthodes précédentes, la manière de déterminer géométriquement, dans l'hypothèse elliptique simple, l'Apogée & le Périgée du Soleil, par trois seules observations faites en quelqu'endroit que ce soit de leurs Orbes.

Ces méthodes peuvent s'appliquer au Soleil & aux autres Planetes dont les Orbes sont fort peu excentriques, mais l'on a remarqué que dans les Orbes des Planetes dont l'Excentricité est grande, telles que Mars & Mercure, les Équations qui résultent de l'hypothèse de Képler, représentent plus parfaitement la différence entre leur vrai & leur moyen mouvement. Nous avons donc jugé qu'il seroit très-utile d'avoir une méthode pour déterminer, suivant cette hypothèse, l'Aphélie & le Périhélie des Planetes, en ne supposant qu'un petit nombre d'observations: car comme elles font leurs révolutions autour du Soleil, & que l'on ne peut déterminer que rarement leur vrai lieu vû du Soleil, par des observations immédiates, comme nous l'expliquerons dans la suite; on ne peut pas y employer avec une précision suffisante, les autres méthodes qui demandent un grand nombre d'observations.

Comme dans l'hypothèse de Képler, on ne peut pas calculer géométriquement, les vrais lieux des Planetes, mais seulement par approximation, il ne faut pas non plus espérer de déterminer géométriquement, suivant cette hypothèse, l'Apogée & le Périgée du Soleil, mais seulement par approximation, ce qui suffit pour cette recherche, pourvû que l'on puisse approcher à l'infini de la précision géométrique.

On considérera pour cet effet, que la distance des Planetes au Soleil, lorsqu'elles sont dans leurs Aphélie & Périhélie, devant

être toujours la même, dans quelque hypothèse que ce soit, leurs Orbes doivent avoir aussi une même Excentricité, & qu'ainsi l'Ellipse qu'elles décrivent, suivant l'hypothèse de Képler, doit être la même que suivant l'hypothèse elliptique simple. Le vrai lieu des Planetes suivant l'une & l'autre de ces deux hypothèses, doit donc être sur la même Ellipse, mais distribué diversément, parce que, suivant Képler, les Planetes parcourent des aires égales en temps égaux, au lieu que, suivant l'hypothèse elliptique simple, le moyen mouvement de ces Planetes se distribue également à l'égard d'un des foyers de l'Ellipse, pendant que le vrai ou apparent se fait autour de l'autre foyer.

On supposera donc d'abord le lieu de l'Aphélie d'une Planete & l'Excentricité de son Orbe, tels qu'on les a trouvés dans l'hypothèse elliptique simple, par trois observations données suivant l'une des deux méthodes précédentes, & l'on calculera dans l'hypothèse de Képler, la distance moyenne de cette Planete à son Aphélie qui répond à sa distance vraie observée.

La distance moyenne de la Planete à son Aphélie, étant ainsi connue dans les trois observations données, on déterminera, suivant l'hypothèse elliptique simple, le vrai lieu qui y répond, qui sera différent de celui qui a été observé, & l'on se servira de ce vrai lieu pour déterminer géométriquement dans l'hypothèse elliptique simple, le lieu de l'Aphélie qui en résulte, & l'Excentricité de l'Orbe, qui seront aussi différents de ceux que l'on avoit d'abord supposés, & qui représenteront à peu-près le vrai lieu de l'Aphélie de la Planete, & l'Excentricité de son Orbe, qui répondent au vrai lieu de cette Planete dans l'hypothèse de Képler.

Pour une plus grande exactitude, on emploiera l'Aphélie & l'Excentricité que l'on vient de trouver, pour calculer de nouveau, suivant l'hypothèse de Képler, le lieu moyen de la Planete qui répond à son vrai lieu dans les trois observations données, & on aura la distance moyenne de la Planete à son Aphélie, par le moyen de laquelle on déterminera, suivant l'hypothèse elliptique simple, le vrai lieu de la Planete qui y répond.

On calculera ensuite, suivant la sixième méthode, le lieu de l'Aphélie qui convient au vrai lieu de la Planete ainsi déterminé, & l'Excentricité de son Orbe, qui différent de ceux que l'on avoit

trouvés par les deux opérations précédentes, & qui approcheront des véritables avec toute la précision que l'on peut souhaiter.

On peut recommencer ce calcul autant de fois que l'on voudra, & approcher ainsi à l'infini de la précision géométrique, mais cela est inutile dans cette recherche.

E X E M P L E.

Le vrai lieu du Soleil ayant été déterminé le 28 Juillet 1717, de $4^{\text{f}} 5^{\text{d}} 7' 36''$, le 13 Novembre suivant, de $7^{\text{f}} 21^{\text{d}} 0' 56''$, & le 8 Février 1718, de $10^{\text{f}} 19^{\text{d}} 29' 50''$, on veut trouver, suivant l'hypothèse de Képler, l'Apogée du Soleil, & l'Excentricité de son Orbe.

On employera d'abord l'Apogée qui résulte de l'hypothèse elliptique simple, qu'on a trouvé par les mêmes observations dans l'exemple de la sixième méthode, en $8^{\text{d}} 39' 33''$, & l'Excentricité qui a été déterminée de 1719 parties, dont le rayon est 100000, & on aura la distance véritable du Soleil à son Aphélie dans la première observation, de $0^{\text{f}} 26^{\text{d}} 28' 3''$, dans la seconde, de $4^{\text{f}} 12^{\text{d}} 21' 23''$, & dans la troisième, de $7^{\text{f}} 10^{\text{d}} 50' 17''$.

Si l'on suppose présentement, que le point L (Fig. 29.) représente dans l'hypothèse de Képler, le vrai lieu du Soleil sur son Orbe ALP , supposé elliptique, en sorte que l'angle ASL , mesure son anomalie vraie dans la première observation, qui a été trouvée de $26^{\text{d}} 28' 3''$, & CS , son Excentricité qui est de 1719 parties, dont AC est 100000. Ayant circonscrit à l'Ellipse ALP , le cercle AHP , on menera par le point L , la ligne FI , parallèle à CH . On joindra LC , LS , IC , IS , on menera SB , perpendiculaire sur ICK , & ayant pris SO , égal à la différence entre le sinus de l'arc CIS , & l'arc qui lui répond, on menera OD , parallèle à CI , & on joindra DC & DS . L'angle ACD , mesurera l'anomalie moyenne du Soleil, qui répond à l'angle ASL de son anomalie vraie, comme il a été démontré (page 143.)

Pour la déterminer, on cherchera dans le Triangle GCS , rectangle en C , dont le côté GS , égal à AC , est de 100000, & le côté CS , de 1719, la valeur de GC , que l'on trouvera de 99985; & l'on fera, comme GC 99985, est à HC 100000; ainsi la tangente de l'angle ASL , de $26^{\text{d}} 28' 3''$, qui mesure l'anomalie

l'anomalie vraie du Soleil dans la première observation, est à la tangente de l'angle ASI , que l'on trouvera de $26^{\text{d}} 28' 15''$. On fera ensuite, comme CI 100000, est à CS 1719; ainsi le sinus de l'angle ASI , de $26^{\text{d}} 28' 15''$, est au sinus de l'angle CIS , de $0^{\text{d}} 26' 20'' \frac{1}{2}$, qui, étant adjointé à l'angle ASI , donne l'angle ACI ou AVD , de $26^{\text{d}} 54' 35'' \frac{1}{2}$. On retranchera de l'angle AVD , l'angle SDV , opposé au côté SO , lequel a été pris égal à la différence entre le sinus de l'angle CIS , & de l'arc qui lui répond, qui, dans cet exemple, n'est pas d'une seconde entière, comme on peut le voir dans la Table (p. 145.) c'est pourquoi on peut la négliger, & l'on aura l'angle ASD , de $26^{\text{d}} 54' 35'' \frac{1}{2}$; & dans le Triangle CDS , on fera, comme CD 100000, est à CS 1719; ainsi le sinus de l'angle ASD , de $26^{\text{d}} 54' 35'' \frac{1}{2}$, est au sinus de l'angle CDS , de $0^{\text{d}} 26' 44'' \frac{1}{2}$, qui, étant adjointé à l'angle ASD , donne l'angle ACD , qui mesure dans l'hypothèse de Képler, la distance moyenne du Soleil à son Apogée dans la 1.^{ere} observation, de $27^{\text{d}} 21' 20''$.

Cette distance moyenne étant connue, on trouvera dans l'hypothèse elliptique simple, le vrai lieu du Soleil qui y doit répondre sur l'orbe ASP (Fig. 31.) en retranchant de l'angle ACE , l'angle ECI , que l'on fera de $0^{\text{d}} 53' 29''$, double de l'angle CET , qui a été trouvé de $0^{\text{d}} 26' 44'' \frac{1}{2}$, & menant du point T , la ligne TS , parallèle à la ligne CI ; l'angle ACI ou ATS , qui lui est égal, mesurera la distance véritable du Soleil à son Apogée, qui sera de $26^{\text{d}} 27' 51''$, plus petite de 12 secondes que suivant l'hypothèse de Képler, & le point S , marquera le vrai lieu du Soleil, suivant l'hypothèse elliptique simple, qui doit différer de son lieu moyen, du double de l'Equation qui se fait au centre.

On trouvera de la même manière dans la seconde observation, la distance du Soleil à son Apogée, de $132^{\text{d}} 21' 38'' \frac{1}{2}$, plus grande de $15'' \frac{1}{2}$ que suivant l'hypothèse de Képler; & dans la troisième, de $220^{\text{d}} 50' 2''$, plus petite de $15''$ que suivant cette hypothèse. Ces distances étant connues, on les adjointera au lieu de l'Apogée du Soleil déterminé ci-dessus de $3^{\text{f}} 8^{\text{d}} 39' 33''$, pour avoir le lieu du Soleil dans l'hypothèse elliptique, qui répond à son vrai lieu dans l'hypothèse de Képler, dans la première observation, de $4^{\text{f}} 5^{\text{d}} 7' 24''$, dans la seconde, de $7^{\text{f}} 21^{\text{d}} 1' 11'' \frac{1}{2}$, & dans la troisième, de $10^{\text{f}} 19^{\text{d}} 29' 35''$.

Le lieu du Soleil étant ainsi déterminé dans l'hypothese elliptique simple, on trouvera de la manière qui a été enseignée par la fixième méthode, la distance véritable du Soleil à son Apogée dans la seconde observation, de $13^{\text{d}} 28' 46''$, dont il faut retrancher $15''\frac{1}{2}$, à cause que son vrai lieu est plus avancé de cette quantité, suivant l'hypothese elliptique, que suivant celle de Képler; & l'on aura la distance véritable du Soleil à son Apogée, suivant l'hypothese de Képler dans la seconde observation, de $13^{\text{d}} 28' 30''\frac{1}{2}$, qui, étant retranchée de son vrai lieu, qui a été observé alors de $7^{\text{f}} 21^{\text{d}} 0' 56''$, donne le vrai lieu de l'Apogée du Soleil, suivant l'hypothese de Képler, de $3^{\text{f}} 8^{\text{d}} 32' 26''$, moins avancé de $7' 7''$ que si le mouvement du Soleil se fût fait suivant l'hypothese elliptique simple. On trouvera aussi l'Excentricité de son Orbe, de 1713 parties, plus petite de 6 parties, que suivant cette hypothese, & sa plus grande Equation, de $1^{\text{d}} 57' 48''$.

Le lieu de l'Apogée du Soleil, & l'Excentricité de son Orbe, étant ainsi connus dans l'hypothese de Képler, on prendra la distance du Soleil à son Apogée, qui a été trouvée dans la seconde observation, de $13^{\text{d}} 28' 30''\frac{1}{2}$, & que l'on trouvera dans la première, de $26^{\text{d}} 35' 10''\frac{1}{2}$, & dans la troisième, de $220^{\text{d}} 57' 24''\frac{1}{2}$. On calculera ensuite, comme ci-devant, la distance moyenne du Soleil à son Apogée, suivant l'hypothese de Képler, que l'on trouvera dans la première observation, de $27^{\text{d}} 28' 30''\frac{1}{4}$, dans la seconde, de $13^{\text{d}} 28' 34' 37''\frac{3}{4}$, & dans la troisième, de $239^{\text{d}} 40' 56''$. Cette distance moyenne étant connue, on trouvera la distance vraie du Soleil à son Apogée, suivant l'hypothese elliptique dans la première observation, de $26^{\text{d}} 34' 58''\frac{1}{4}$, dans la seconde, de $13^{\text{d}} 28' 47''\frac{1}{4}$, & dans la troisième, de $220^{\text{d}} 57' 9''$. L'adjoûtant au lieu de l'Apogée, déterminé ci-dessus de $3^{\text{f}} 8^{\text{d}} 32' 26''$, on aura la longitude du Soleil dans l'hypothese elliptique, qui répond à sa vraie longitude, suivant l'hypothese de Képler, dans la première observation, de $4^{\text{f}} 5^{\text{d}} 7' 24''\frac{1}{4}$, dans la seconde, de $7^{\text{f}} 21^{\text{d}} 1' 13''\frac{1}{4}$, & dans la troisième, de $10^{\text{f}} 19^{\text{d}} 29' 35''$.

On calculera ensuite, suivant la fixième méthode, la distance du Soleil à son Apogée, que l'on trouvera dans la seconde observation, de $13^{\text{d}} 27' 39''$, dont retranchant $17''$, différence entre

le vrai lieu du Soleil suivant les deux hypotheses, on aura la distance véritable du Soleil à son Apogée dans l'hypothese de Képler, de $13^{\text{d}} 27' 22''$, qui, étant retranchée du vrai lieu du Soleil dans la seconde observation, qui étoit de $7^{\text{f}} 21^{\text{d}} 1' 13''\frac{1}{4}$, donne le vrai lieu de l'Apogée du Soleil, suivant l'hypothese de Képler, en $8^{\text{d}} 33' 34''$, plus avancé de $1' 8''$, que par la comparaison précédente, & moindre de $6'$ que suivant l'hypothese elliptique simple où on l'a trouvé en $8^{\text{d}} 39' 33''$. On aura aussi l'Excentricité de l'Orbe du Soleil, de 1713 parties, dont le demi-axe est de 100000, & sa plus grande Equation, de $1^{\text{d}} 57' 48''$, de même que par le calcul précédent.

L'on voit par cet Exemple, que la différence entre le lieu de l'Apogée du Soleil, qui résulroit de l'hypothese elliptique simple & de celle de Képler, étoit par le premier calcul, de $7' 7''$, & par le second, de $5' 59''$, avec une différence de l'un à l'autre seulement de $1' 8''$, de sorte que si l'on recommence ce calcul, la différence entre le vrai lieu de l'Apogée & du Périgée, suivant l'hypothese de Képler, & celui que l'on vient de déterminer, ne seroit que de quelques secondes, qui est une précision inutile dans cette recherche, puisqu'il seroit à souhaiter qu'on pût s'en assurer à quelques minutes près.

L'on a employé dans le calcul du vrai lieu du Soleil, l'obliquité de l'Écliptique, de $23^{\text{d}} 29' 0''$; au lieu que si on la suppose de $23^{\text{d}} 28' 30''$, telle qu'elle étoit alors, ou environ, on trouvera par cet Exemple, le vrai lieu de l'Apogée du Soleil vers la fin de Juin de l'année 1717, en $8^{\text{d}} 53' 0''$, suivant l'hypothese de Képler.

Neuvième Méthode de déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil, l'Excentricité de son Orbe, & sa plus grande Equation.

Dans l'incertitude où l'on est sur le choix des hypotheses que l'on doit suivre pour déterminer les Orbes des Planetes, nous avons cru devoir proposer pour déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil, de même que l'Aphélie & le Périgée des Planetes, l'Excentricité de leur Orbe, & leur plus grande Equation, une méthode où l'on ne suppose aucune de ces hypotheses, mais seulement que le mouvement vrai de la Planete depuis son Aphélie.

jusqu'à son Périhélie, soit semblable à celui que l'on observe en sens contraire depuis son Périhélie jusqu'à son Aphélie.

Pour l'intelligence de cette méthode, soit une figure quelconque $ABPK$ (Fig. 31.) circulaire ou elliptique, qui représente l'Orbe du Soleil ou d'une Planete; T , la Terre placée sur quelque point du diametre ou de l'axe AP , qui passe par les points A & P de l'Apogée & du Périgée.

Si l'on suppose que la Planete parcourt l'Orbe $ABPK$ avec tous les degrés de vitesse qu'elle a réellement, de manière cependant que les arcs ABP & AKP , étant semblables, son mouvement depuis A vers B jusqu'en P , soit pareil à celui qu'elle a dans l'autre partie de l'Orbe AKP ; il est constant que cette Planete se trouvant au temps de son Apogée en A , on la verra passer par tous les degrés de ses inégalités, jusqu'à ce qu'elle soit arrivée à sa moyenne distance en B , où son Equation est la plus grande qui soit possible; après quoi elle diminuera jusqu'à ce que la Planete soit arrivée à son Périhélie en P , où cette inégalité cessera entièrement.

La Planete continuant ensuite son cours de P vers K , ses inégalités reparoîtront de nouveau, de la même manière qu'elles avoient diminué ou augmenté, jusqu'à ce qu'elle soit revenue à son Aphélie en A , où son vrai lieu concourt avec le moyen.

Il suit de là que si la Planete se trouve d'abord dans les moyennes distances, comme en K . Après qu'elle aura achevé la moitié de la révolution, & qu'elle sera parvenue en B , son vrai mouvement sera mesuré par l'angle BTK , & son moyen par l'angle AFK plus AFB , dont la différence est le double de la plus grande Equation. Il en arrivera de même dans le cours de la Planete depuis B jusqu'en K , avec la différence que le mouvement vrai du Soleil y sera plus grand que le moyen, de la même quantité dont le moyen mouvement surpassoit le vrai dans le cours de la Planete depuis K jusqu'en B .

Dans les autres situations de la Planete entre son Aphélie, son Périhélie, & ses moyennes distances, comme en R , la différence entre son vrai & son moyen mouvement va en augmentant, & le terme de cette augmentation est lorsque la Planete se trouve dans sa moyenne distance, comme en B ; car alors son mouvement

vrai est mesuré par l'angle RTB , & le moyen par l'angle RGB , dont la différence est égale à l'angle FRT , qui est constant, plus l'angle FBT , qui est le plus grand de tous ceux que l'on peut concevoir.

Cette différence entre la quantité du vrai & du moyen mouvement de la Planete, diminuë ensuite, & cessë entièrement lorsqu'elle est arrivée à un point de son Orbe, comme en D , où l'angle FDT est égal à l'angle FRT ; elle recommence ensuite, & augmente à mesure que la Planete s'éloigne du point D , jusqu'à ce qu'elle parvienne à sa moyenne distance opposée en K , où elle est la plus grande qui soit possible dans cette partie de son Orbe; car alors le mouvement vrai de la Planete étant mesuré par l'angle DTK , égal à l'angle DLK moins l'angle FDT , & son moyen mouvement par l'angle DFK ou DLK moins TKF . La différence entre ces deux mouvements, est égale à l'angle TKF , qui mesure la plus grande Equation moins l'angle constant FDT ou FRT , & est par conséquent la plus grande qui soit possible dans cette partie de l'Orbe de la Planete, elle diminuë ensuite, & cessë entièrement lorsque la Planete est retournée au point R .

Ces différences n'augmentent de la même quantité de part & d'autre, ni dans la même proportion, que lorsque la Planete est dans son Apogée & dans son Périgée; mais cependant la somme des plus grandes différences est toujours égale au double de la plus grande Equation. Car si l'on adjoute à l'angle FRT plus FBT , qui mesure la plus grande différence entre les angles RTB & RGB du vrai & du moyen mouvement, l'angle FKT moins l'angle FRT , qui mesure aussi la plus grande différence entre le vrai & le moyen mouvement dans la partie PDA de cet Orbe, on aura l'angle FBT plus l'angle FKT , pour la mesure de la somme des deux plus grandes différences, qui est le double de la plus grande Equation.

L'angle FBT , qui mesure la plus grande Equation de la Planete, étant ainsi connu, si on le retranche de la plus grande différence observée entre le vrai & le moyen mouvement, qui est égale à la somme des angles FRT plus FBT , on aura la valeur de l'angle FRT , qui mesure l'Equation de l'Orbe de la Planete lorsqu'elle

étoit au point *R*, dont on se servira pour trouver le vrai lieu de son Apogée, en cette manière.

Le Soleil étant, par exemple, arrivé au point *O* dans une des observations suivantes, on prendra le moyen mouvement qui répond au temps moyen écoulé depuis son passage par le point *R* & son arrivée au point *O*. Si la différence entre le vrai mouvement observé, & le moyen mouvement que l'on vient de déterminer, est égale à l'angle *FRT*, alors l'Apogée est réellement au point *O*. Si elle est plus petite, c'est une preuve que le Soleil n'y étoit pas encore arrivé, auquel cas on choisira une autre observation où la différence entre le vrai & le moyen mouvement, soit plus grande que l'angle *FRT*; car alors le vrai lieu du Soleil sera comme en *S*, au de-là du point *A* de son Apogée, dont on déterminera la situation, en faisant, comme la différence entre le vrai & le moyen mouvement du Soleil, qui est mesurée par la somme des angles *FOT* & *FST*, est à l'angle *FOT*; ainsi la quantité de son mouvement vrai depuis *O* jusqu'en *S*, dans l'intervalle entre ces deux observations, est à un certain nombre de degrés, minutes & secondes, qui, étant adjointé au vrai lieu du Soleil lorsqu'il étoit en *O*, donne le vrai lieu de son Apogée.

Enfin, l'on déterminera le temps du passage du Soleil par son Apogée, en faisant, comme la somme des angles *FOT* & *FST*, est à l'angle *FOT*; ainsi le temps qui s'est écoulé entre les deux observations que l'on vient de comparer ensemble, est à un certain nombre de jours, heures & minutes, qui, étant adjointés au temps de la première observation, donnent le temps auquel le Soleil est arrivé à son Apogée.

Comme la situation de cet Apogée, se déduit de tous les lieux du Soleil sur son Orbe, que l'on vient de comparer ensemble, on aura pour époque de l'Apogée, le temps milieu entre les observations que l'on a employées pour le déterminer.

Il est à propos de remarquer que pour trouver avec plus de précision, le lieu de l'Apogée ou du Périgée, il faut, autant qu'il est possible, choisir les observations qui en sont les plus proches de part & d'autre, parce qu'alors la variation d'un degré à l'autre entre le vrai & le moyen mouvement, est la plus uniforme.

E X E M P L E.

Le 21 Mars de l'année 1717, à midi, le vrai lieu du Soleil a été déterminé par sa hauteur méridienne en γ 0^d $47'$ $28''$, le 2 Avril suivant, il a été observé en γ 12^d $37'$ $25''$.

Le mouvement vrai du Soleil dans l'intervalle entre ces observations, qui est de 12 jours, a donc été de 11^d $49'$ $57''$, ce qui est à raison de $59'$ $10''$ par jour, peu différent de son moyen mouvement journalier, qui est de $59'$ $8''$; ce qui fait voir que dans ces deux observations, le Soleil étoit près de ses moyennes distances où son mouvement vrai est égal à son moyen mouvement.

Six mois ou environ après, le vrai lieu du Soleil a été observé le 23 Septembre en \simeq 0^d $15'$ $50''$.

Depuis le 21 Mars jusqu'au 23 Septembre, il y a 186 jours, pendant lesquels le mouvement vrai du Soleil a été de 5^f 29^d $28'$ $22''$. Prenant le moyen mouvement qui répond à cet intervalle, qui est de 185^j 23^h $45'$, temps moyen, on aura 6^f 3^d $19'$ $12''$, dont retranchant 5^f 29^d $28'$ $22''$, reste 3^d $50'$ $50''$, dont la moitié 1^d $55'$ $25''$, mesure la plus grande Équation du Soleil.

Le 21 Mars de l'année suivante 1718, le vrai lieu du Soleil a été observé en γ 0^d $32'$ $0''$.

Depuis le 23 Septembre 1717 jusqu'au 21 Mars 1718, il y a 179 jours, pendant lesquels le mouvement vrai du Soleil a été de 6^f 0^d $16'$ $10''$. Prenant le moyen mouvement qui répond à cet intervalle, qui est de 179^j 0^h $15'$, temps moyen, on le trouvera de 5^f 27^d $25'$ $37''$, qui, étant retranché de 6^f 0^d $16'$ $10''$, reste 3^d $50'$ $33''$, dont la moitié 1^d $55'$ $16''\frac{1}{2}$, mesure la plus grande Équation du Soleil.

Si l'on compare de même l'observation du 28 Mars 1717, dans laquelle le vrai lieu du Soleil a été déterminé en γ 7^d $40'$ $3''$, avec celle du 27 Septembre suivant, où le vrai lieu du Soleil étoit en \simeq 4^d $10'$ $35''$, on trouvera que dans cet intervalle, qui est de 183 jours, le vrai mouvement du Soleil a été de 5^f 26^d $30'$ $32''$, & son moyen mouvement, de 6^f 0^d $21'$ $47''$. La différence, qui est de 3^d $51'$ $15''$, étant partagée en deux parties

égales, donne la plus grande Équation du Soleil, de $1^{\text{d}} 55' 37'' \frac{1}{2}$.

Le 28 Mars 1718, le vrai lieu du Soleil a été observé en $7^{\text{d}} 26' 35''$. Il a été trouvé le 27 Septembre 1717, en $\approx 4^{\text{d}} 10' 35''$. Le mouvement du Soleil a donc été dans cet intervalle, qui est de 182 jours, de $6^{\text{f}} 3^{\text{d}} 16' 0''$, auxquels il répond $5^{\text{f}} 29^{\text{d}} 23' 53''$ de moyen mouvement. La différence est de $3^{\text{d}} 52' 7''$, dont la moitié $1^{\text{d}} 56' 3'' \frac{1}{2}$, mesure la plus grande Équation du Soleil.

On déterminera de la même manière, la plus grande Équation du Soleil, par les observations du passage de cet Astre par le Méridien, comparées avec celles des Étoiles fixes, qui ont cet avantage, que la situation d'une Étoile étant une fois déterminée exactement, il n'est pas nécessaire d'y employer, comme dans les hauteurs du Soleil, sa réfraction & sa parallaxe, ni la hauteur de l'Équateur, & que l'erreur qui pourroit se trouver dans l'obliquité de l'Écliptique, n'en peut causer qu'une très-petite dans la détermination de la longitude du Soleil, où l'on n'emploie que le complément de cette obliquité.

Ayant donc examiné les observations du passage du Soleil & de quelques Étoiles fixes par le Méridien, nous avons trouvé que le 27 Septembre de l'année 1717, *Sirius* avoit passé par le Méridien $5^{\text{h}} 41' 44''$ avant le Soleil, d'où l'on trouve que la longitude du Soleil étoit ce jour-là à midi, de $6^{\text{f}} 4^{\text{d}} 12' 9''$. Elle a été déterminée, par rapport à la même Étoile, le 25 Mars 1718, de $0^{\text{f}} 4^{\text{d}} 29' 29''$. La différence est de $6^{\text{f}} 0^{\text{d}} 17' 20''$, qui mesure le vrai mouvement du Soleil dans cet intervalle, qui est de 189 jours de temps vrai, ou de $189^{\text{j}} 0^{\text{h}} 15'$ de temps moyen. Prenant le moyen mouvement qui y répond, on aura $5^{\text{f}} 26^{\text{d}} 26' 28''$, qui étant retranchés de $6^{\text{f}} 0^{\text{d}} 17' 20''$, reste $3^{\text{d}} 50' 52''$, dont la moitié $1^{\text{d}} 55' 26''$, mesure la plus grande Équation du Soleil.

Prenant un milieu entre ces différentes déterminations, on aura la plus grande Équation du Soleil, de $1^{\text{d}} 55' 34''$.

Pour trouver présentement le vrai lieu de l'Apogée du Soleil, on comparera l'observation du 27 Septembre 1717, où la longitude du Soleil étoit de $6^{\text{f}} 4^{\text{d}} 12' 9''$, avec celle du 27 Décembre suivant, où on l'a trouvée par rapport à la même Étoile, de $9^{\text{f}} 5^{\text{d}}$

$44' 17''$. La différence est de $3^{\text{f}} 1^{\text{d}} 32' 8''$, qui mesurent le mouvement vrai du Soleil dans cet intervalle, qui est de 91 jours de temps vrai, & de $91^{\text{j}} 0^{\text{h}} 11'$ de temps moyen. Prenant le moyen mouvement qui y répond, on le trouve de $2^{\text{f}} 29^{\text{d}} 42' 5''$, moins avancé de $1^{\text{d}} 50' 3''$ que son mouvement vrai. Comme cette différence est plus petite de $5' 23''$ que la plus grande Équation du Soleil, qui a été déterminée par les mêmes observations, de $1^{\text{d}} 55' 26''$, on examinera l'observation suivante du 6 Janvier 1718, dans laquelle la longitude du Soleil a été trouvée de $9^{\text{f}} 15^{\text{d}} 56' 33''$. La différence entre cette longitude, & celle du 27 Septembre, est de $3^{\text{f}} 11^{\text{d}} 44' 24''$, qui mesurent le mouvement vrai du Soleil dans cet intervalle, qui est de $99^{\text{j}} 0^{\text{h}} 16'$ de temps moyen. Prenant le moyen mouvement qui y répond, on le trouve de $3^{\text{f}} 9^{\text{d}} 33' 41''$, qui, étant retranchés de $3^{\text{f}} 11^{\text{d}} 44' 24''$, donnent la différence de $2^{\text{d}} 10' 43''$, plus grande de $15' 17''$ que l'Équation du Soleil, ce qui fait voir que le Périgée du Soleil étoit entre les deux observations du 27 Décembre 1717, & du 6 Janvier 1718.

On fera donc, comme $20' 40''$, somme de ces deux différences, font à $5' 23''$; ainsi $10^{\text{d}} 12' 16''$, différence entre le vrai lieu du Soleil du 27 Décembre 1717 & du 6 Janvier 1718, font à $2^{\text{d}} 39' 0''$, qui, étant adjoints au lieu du Soleil le 27 Septembre 1717, qui étoit de $9^{\text{f}} 5^{\text{d}} 44' 0''$, donnent le lieu du Périgée du Soleil en $\approx 8^{\text{d}} 23'$ pour le 27 Décembre de l'année 1717.

C H A P I T R E I X.

Du Mouvement de l'Apogée & du Périgée du Soleil.

A PRÈS avoir déterminé par les méthodes qui ont été expliquées ci-dessus, la figure de l'Orbe que le Soleil décrit par sa révolution, & la situation de son Apogée & de son Périgée, il reste à examiner si la position de cet Orbe à l'égard des points fixes de l'Écliptique, est invariable, sans qu'il y arrive par la suite des temps, aucun dérangement, ou si elle est sujette à quelque variation.

Ptolemée (*Almageste*, liv. 3. chap. 4.) ayant trouvé que l'Apogée du Soleil répondoit à $5^d 30'$ des Gemeaux, au même lieu où il avoit été déterminé par Hipparque 280 années auparavant, jugea que la position de l'Orbe du Soleil étoit immobile.

Les autres Astronomes après lui, ayant observé que l'Apogée du Soleil ne répondoit plus aux mêmes points du Ciel où il avoit été trouvé par Hipparque & Ptolemée, ont été obligés de reconnoître que la ligne qui passe par le centre de la Terre & de l'Orbe du Soleil, changeoit de position, mais leurs sentiments ont été partagés sur la direction de ce mouvement.

Les uns ayant comparé ensemble les diverses observations qui avoient été faites en des temps éloignés les uns des autres, suivant lesquelles l'Apogée du Soleil paroïssoit tantôt s'avancer suivant l'ordre des Signes, & en d'autres temps se mouvoir en sens contraire, ont jugé que ce mouvement n'étoit point progressif, mais successivement direct & retrograde, conformément à ce que nous apercevons dans les révolutions des Planetes supérieures.

D'autres Astronomes ayant remarqué que suivant le plus grand nombre des observations du Soleil, son Apogée paroïssoit s'avancer continuellement suivant l'ordre des Signes, ont attribué les inégalités qu'on avoit observées dans son mouvement, à la difficulté qu'il y a de déterminer exactement sa situation, & ont conclu qu'il avoit un mouvement progressif suivant la suite des Signes.

Comme ce mouvement est fort lent, & difficile à discerner dans l'espace de quelques années, il est nécessaire, pour déterminer sa quantité, de comparer les observations éloignées l'une de l'autre d'un intervalle de temps considérable, entre lesquelles celles de Hipparque & de Ptolemée, sont les plus reculées. Mais comme suivant la détermination de Ptolemée, l'Apogée étoit au même endroit qu'au temps de Hipparque, quoiqu'après un intervalle de 280 années, ce qui augmenteroit la quantité de son mouvement d'environ la cinquième partie; nous avons cru devoir examiner laquelle des deux déterminations, méritoit la préférence.

On a choisi pour cet effet, les observations du Soleil faites par Waltherus à Nuremberg en l'année 1503, entre lesquelles il s'en trouve un grand nombre qu'il a marqué avoir faites avec un

très-grand soin. Ayant choisi celles qui paroïssent s'accorder le mieux ensemble, & représenter le vrai mouvement du Soleil le plus conforme à celui que nous observons présentement, nous avons calculé le vrai lieu du Soleil qui en résulte, & nous avons employé la quatrième méthode de déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil par des observations correspondantes, faites avant & après dans le même intervalle de temps, en cette manière.

Le 18 Mars de l'année 1503, à midi, le vrai lieu du Soleil étoit de $0^f 6^d 32' 6''$; il étoit le 9 Mai suivant, de $1^f 27^d 7' 5''$, ce qui donne le vrai mouvement du Soleil dans l'espace de 52 jours, de $50^d 34' 59''$.

Le 26 Juillet de la même année, à midi, le vrai lieu du Soleil étoit de $4^f 11^d 25' 16''$; il étoit le 16 Septembre suivant, de $6^f 2^d 0' 41''$, ce qui donne le vrai mouvement du Soleil dans le même intervalle de 52 jours, de $50^d 35' 25''$.

La différence est de 25 secondes de degré, dont le vrai mouvement du Soleil, depuis le 18 Mars jusqu'au 9 Mai 1503, est plus petit que depuis le 26 Juillet jusqu'au 16 Septembre.

Quoique cette différence soit assez petite pour qu'on puisse l'attribuer à quelque erreur dans les observations, cependant si l'on veut en tenir compte, il faut considérer que la quantité du mouvement du Soleil ayant été trouvée plus petite dans le premier intervalle que dans le second, c'est une preuve que le Soleil, qui diminue de vitesse plus il s'approche de l'Apogée, en étoit plus près dans les deux premières observations que dans les deux dernières, d'une quantité que l'on trouvera de 14 minutes de degré. Les retranchant du vrai lieu du Soleil observé le 9 Mai à midi, de $1^f 27^d 7' 5''$, on aura $1^f 26^d 53' 5''$ pour le vrai lieu du Soleil dans le temps qu'il étoit à la même distance de l'Apogée que le 26 Juillet à midi, où on l'a trouvé de $4^f 11^d 25' 16''$. La différence est de $2^f 14^d 32' 11''$, dont la moitié $1^f 7^d 16' 6''$, étant adjointe à $1^f 26^d 53' 5''$, donne le vrai lieu de l'Apogée du Soleil, en 1503, de $3^f 4^d 9' 10''$.

Nous avons trouvé l'Apogée du Soleil, en 1738, de $3^f 8^d 19' 8''$ (*Voy. page 172*). La différence est de $4^d 9' 58''$, qui mesurent le mouvement de l'Apogée du Soleil dans l'intervalle de 235 années, ce qui est à raison de $1' 4''$ par année.

Si l'on compare présentement la situation de l'Apogée du Soleil, déterminée par Hipparque 140 ans avant l'époque de Jésus-Christ, à 5^d 30' des Gemeaux, avec celle qui a été observée en 1738, à 8^d 19' de l'Ecreviffe, on trouvera que dans l'espace de 1878 années, l'Apogée a eu un mouvement de 32^d 49', ce qui est à raison de 1' 2" 54''' par année.

Ce même mouvement de 32^d 49' étant divisé par 1598 années depuis Ptolemée jusqu'à nous, donne le mouvement annuel de l'Apogée du Soleil, de 1' 14".

La quantité du mouvement de l'Apogée du Soleil, qui résulte des observations de Waltherus, s'accorde donc plus exactement aux observations de Hipparque, qu'à celles de Ptolemée, qui, dans la détermination de l'Apogée du Soleil, aussi-bien que dans celle de l'obliquité de l'Ecliptique, semble n'avoir pas osé s'écarter de ce qui avoit été déterminé par Hipparque.

Ce mouvement de l'Apogée, qui résulte des observations de Hipparque, est aussi plus conforme à la situation de l'Apogée déterminée en divers temps par plusieurs Astronomes, que nous avons jugé à propos de rapporter ici.

Déterminations de l'Apogée du Soleil.

Hipparque, 140 ans avant Jésus-Christ.	H	5 ^d	30'	0"
Ptolemée, 140 ans après Jésus-Christ...	H	5	30	0
Albategnius, en 883	H	22	17	0
Arzachel, en 1076	H	17	50	0
Alphonse, en 1252	H	28	40	0
Waltherus, en 1503	☿	4	9	0
Copernic, en 1515	☿	6	40	0
Tycho, en 1588	☿	5	30	0
Képler, en 1588	☿	5	32	0
Riccioli, en 1646	☿	7	26	15
Riccioli, en 1655	☿	8	36	0
A l'Observatoire, en 1738	☿	8	19	8

En comparant ces observations avec les nôtres, faites en 1738, on trouvera le mouvement annuel de l'Apogée,

Suivant Hipparque, de	1'	3"
Ptolemée, de	1	14
Albategnius, de	1	7 $\frac{1}{2}$
Arzachel, de	1	51 $\frac{1}{2}$
Alphonse, de	1	10
Waltherus, de	1	4
Copernic, de	0	25
Tycho, de	1	7
Képler, de	1	6 $\frac{1}{2}$
Riccioli, en 1646, de	0	34

Toutes ces variétés dans la quantité du mouvement de l'Apogée & du Périgée du Soleil, ou de l'Aphélie & du Périhélie de la Terre, qui résultent de ces observations, suivant lesquelles ce mouvement est tantôt plus grand, & tantôt plus petit de 50 secondes, ont fait juger à quelques Astronomes, que l'Orbe de la Terre étoit toujours dirigé au même point du Ciel, & que le mouvement apparent de la ligne qui passe par son Aphélie & son Périhélie, étoit causé, de même que celui des Etoiles fixes, par la précession des Equinoxes, ou le mouvement du Pole de la Terre autour de celui de l'Ecliptique.

C H A P I T R E X.

De la grandeur de l'Année Solaire.

L'ANNÉE Solaire est la mesure du temps que le Soleil, dans le Systeme de Ptolemée & de Tycho, ou la Terre, dans le Systeme de Copernic, employe par son mouvement propre de l'Occident vers l'Orient, à parcourir l'Ecliptique, & à retourner au même point d'où il étoit parti.

Elle se distingue en apparente & moyenne.

L'année Solaire moyenne, est le temps du retour du Soleil

au même point de l'Écliptique, considéré du centre du moyen mouvement; elle est toujours la même, sans être sujette à aucune variation.

L'année Solaire apparente, est le temps du retour du Soleil au même point de l'Écliptique, considéré du centre de la Terre; elle n'est pas toujours de la même durée, étant sujette aux variations causées par le mouvement de l'Apogée & du Périgée du Soleil.

Pour expliquer la manière dont l'on conçoit ces deux différentes années; soit AP (Fig. 34) l'axe de l'Ellipse ou de l'Orbe annuel $ASPI$, que le Soleil décrit par sa révolution autour de la Terre, dont l'Apogée A répond dans le Firmament, supposé à une distance immense, au point L , qui est à $5^d 30'$ des Gemeaux, de même qu'il a été observé du temps de Hipparque; T , la Terre éloignée du centre C de l'Orbe annuel $ASPI$ de la distance CT , dont la proportion au grand axe AP , est connue.

Soit pris sur le grand axe AP , CH égal à CT . Le point H , représentera dans l'hypothèse elliptique simple, un des foyers de l'Ellipse autour duquel le Soleil décrit son moyen mouvement.

Soit fait l'angle ATI ou LTN , de $65^d 30' 0''$ égal à la distance de l'Apogée du Soleil au point du Bélier, dans le temps de Hipparque, le point N répondra dans le Firmament au commencement du Bélier. Soit pris sur la ligne TN , TV égal à AP , & soit joint VH . Soit fait l'angle VHI , égal à l'angle HVI , & soit prolongé HI en D . Le Soleil étant sur son Orbe au point I , qui, vu de la Terre en T , répond au commencement du Bélier; l'angle LHD , mesurera la quantité du moyen mouvement qui convient à l'angle LTN du vrai mouvement, & l'angle HIT , différence entre les angles LHD & LTN , représentera l'Équation de l'Orbe du Soleil. Car, à cause des angles égaux HVI , VHI , les côtés HI , VI , sont égaux; on aura donc HI plus IT , égal à VI plus IT ; c'est-à-dire, à TV , qui a été pris égal à l'axe AP . Le point I sera donc sur une Ellipse dont les foyers sont en T & en H , & représentera le vrai lieu du Soleil. L'angle HIT , ou son opposé NID , qui, à cause de la distance supposée immense du cercle $LEKN$, mesure l'arc ND , représentera donc l'Équation de l'Orbe du Soleil, ou la

différence entre les angles LTN & LHI de son vrai & moyen mouvement, dont l'on trouvera la valeur. Car dans le Triangle HTV , dont les côtés VT , ou AP , & TH , sont connus, & l'angle HTV de la distance du Soleil à son Apogée, est de $65^d 30' 0''$, on aura l'angle HVT , de $0^d 53' 5''$, qui, à cause des angles égaux HVT , VHI , est la moitié de l'angle externe HIT , qui sera par conséquent de $1^d 46' 10''$.

Si l'on suppose présentement que l'Apogée du Soleil se soit avancé de A vers B , & qu'il réponde au point M , à $8^d 20' 0''$ de l'Écrevisse, comme il est présentement, tirant du point M , par le centre T de la Terre, la ligne MTK , l'Orbe du Soleil sera représenté par l'Ellipse BZG ; & prenant sur son grand axe de T vers B , TF égal à TH , le point F , répondra au centre du moyen mouvement, & le Soleil étant retourné au point du Bélier, se trouvera sur son Orbe en G , dans la direction de la ligne TN , qui passe par le point I , où il étoit du temps de Hipparque.

Tirant du point F , par le lieu du Soleil en G , la ligne FGR , & menant du point I , la ligne IO , parallèle à FGR , l'angle FGT , ou son opposé NGR , lequel, à cause des parallèles GR , IO , est égal à l'angle NIO , mesurera l'Équation du Soleil, lorsqu'il étoit au point du Bélier dans les observations modernes, qui différera de l'angle NID ou HIT , qui mesuroit cette Équation au temps de Hipparque, de la quantité de l'angle DIO .

Le Soleil étant donc, par son mouvement vrai ou apparent, retourné en N au point du Bélier, par rapport au centre T de la Terre, après le nombre de révolutions qu'il y a eu depuis Hipparque jusqu'à nous; si on le considère du centre de son moyen mouvement, d'où il répondoit du temps de Hipparque au point D de l'Écliptique, il sera retourné dans le même intervalle de temps au point R , après avoir achevé la même quantité de révolutions moins un arc qui est mesuré par l'angle DIO , différence entre les angles HIT & FGT de l'Équation qui répond au vrai lieu du Soleil dans ces deux observations; d'où il suit que dans ce cas la révolution vraie ou apparente du Soleil, s'acheve en moins de temps que sa révolution moyenne, d'une quantité qu'il faut ajouter à la révolution apparente pour avoir la moyenne.

Pour trouver la différence entre ces deux fortes de révolutions, on calculera l'Equation du Soleil qui convient à $98^{\text{d}} 20' 0''$, distance véritable du Soleil à son Apogée dans les observations modernes, qu'on trouvera de $1^{\text{d}} 54' 20''$, qui mesurent l'angle *FGT* ou *NGR* ou *NIO*, dont retranchant l'angle *HIT* ou *NID*, qui a été trouvé de $1^{\text{d}} 46' 10''$, reste l'angle *DIO*, de $0^{\text{d}} 8' 10''$, que le Soleil parcourt par son mouvement propre, lorsqu'il est dans l'Equinoxe du Printemps, en 3 heures. 18 minutes, à raison de $59' 22''$ en 24 heures. Partageant $3^{\text{h}} 18'$ par 1880 années qui se sont écoulées entre les observations de Hipparque & les nôtres, on aura $6'' \frac{1}{3}$ dont l'année Solaire apparente, prise depuis le commencement du Bélier, est plus petite que l'année moyenne.

On déterminera de la même manière, la différence entre l'année apparente & la moyenne, considérée de divers points de l'Ecliptique, comme, par exemple, du point *E* de la Balance; car dans ce cas, on aura l'angle *LTE* du vrai mouvement du Soleil depuis le lieu de l'Apogée, au temps de Hipparque, de $114^{\text{d}} 30' 0''$, par le moyen duquel on trouvera l'angle *HST* ou *ESX* de l'Equation du Soleil, lorsqu'il étoit dans l'Equinoxe d'Automne, de $1^{\text{d}} 44' 40''$. On aura aussi l'angle *MTE*, distance du Soleil au lieu de son Apogée, déterminé par les observations modernes, de $81^{\text{d}} 40' 0''$, au moyen duquel on trouvera l'angle *TZF* ou *EZY*, de $1^{\text{d}} 54' 54''$, lequel, à cause de *SQ*, parallèle à *SY*, est égal à l'angle *ESQ*. Retranchant de cet angle, l'angle *HST* ou *ESX*, qui a été trouvé de $1^{\text{d}} 44' 40''$, reste l'angle *QSX* ou *XbY*, qui mesure l'arc *XY*, de $0^{\text{d}} 10' 14''$, que le Soleil parcourt, lorsqu'il est dans l'Equinoxe d'Automne, en 4 heures 10 minutes, à raison de $58' 50''$ en 24 heures. Les partageant par 1880 années, on aura $8''$ dont l'année Solaire apparente, prise depuis le commencement de la Balance, excède l'année Solaire moyenne, à cause que le Soleil étant, par son mouvement vrai ou apparent, retourné en *E* au point de la Balance, par rapport au centre *T* de la Terre, après un certain nombre de révolutions; si on le considère du centre du moyen mouvement, d'où il répondoit du temps de Hipparque, au point *X*, il est parvenu après le même intervalle de temps au point *Y*, après avoir achevé la même quantité de révolutions plus l'arc *XY*, mesuré par l'angle *XbY*

XbY ou *XSQ*, différence entre les angles *ESX*, *EZY*, ou leurs opposites *HST*, *FZT*, qui représentent l'Equation du Soleil lorsque son Apogée étoit en *L* & en *M*.

Connoissant de la manière que l'on vient d'expliquer, la différence entre l'année Solaire apparente, & la moyenne, dans tous les temps, pour tous les points du Zodiaque, il reste présentement à déterminer la grandeur de l'année Solaire apparente, pour en déduire la moyenne, ce que l'on peut faire en plusieurs manières.

Première Méthode de déterminer la grandeur de l'Année Solaire, par le lever & le coucher du Soleil.

La méthode qui paroît la plus sensible pour déterminer la grandeur de l'année Solaire, est de remarquer un terme fixe à l'horison où l'on apperçoit le Soleil à son lever ou à son coucher en quelques jours de l'année, & d'observer le temps auquel il retourne vers le même point, après avoir passé par les deux points Solsticiaux. On fera cette observation deux ou plusieurs jours de suite, l'un avant que le Soleil soit arrivé au lieu où il étoit l'année précédente, & l'autre après; & l'on mesurera l'arc de l'horison intercepté entre ces différents points. On fera ensuite, comme l'arc de l'horison compris entre le point du lever ou du coucher du Soleil d'un jour à l'autre, est à l'arc de l'horison compris entre le lever ou le coucher du Soleil d'une année à l'autre; ainsi 24 heures sont à un quatrième nombre, qui, étant adjointé au nombre de jours écoulés entre les deux premières observations, donnera la grandeur de l'année Solaire.

E X E M P L E.

Ayant remarqué le point de l'horison où le Soleil s'est levé le 20 Mars de l'année 1716, on a observé le 20 Mars 1717, que le Soleil s'est levé à un point de l'horison qui en étoit éloigné de 9 minut. vers le Septentrion; le lendemain 21 Mars, le Soleil s'est levé à un point de l'horison plus avancé de 37 minutes vers le Midi que le jour précédent. On fera donc, comme 37 minutes sont à 9 minutes; ainsi 24 heures sont à 5 heures 50 minutes, qui, étant adjointées à 365 jours, intervalle entre le 20 Mars 1716, & le 20 Mars 1717, donnent la grandeur de l'année

Solaire apparente, de $365^{\text{h}} 50' 0''$. On a choisi pour cette recherche, le temps où le Soleil est près des Equinoxes, à cause que l'intervalle entre le lever ou le coucher du Soleil d'un jour à l'autre, est alors le plus grand qu'il soit possible.

Cette méthode demande que la partie de l'horison où l'on a observé le Soleil à son lever ou à son coucher, soit unie sans aucune inégalité sensible; elle est aussi sujette aux erreurs causées par les réfractions horizontales, où l'on remarque souvent des variations extraordinaires.

Seconde Méthode de déterminer la grandeur de l'Année Solaire, par les observations des Etoiles fixes, comparées à celles du Soleil.

On observera à une Pendule bien réglée, l'heure vraie du passage d'une Etoile fixe par le Méridien.

L'année suivante, ou plusieurs années après, on observera deux jours de suite, le passage de la même Etoile fixe par le Méridien, de telle sorte que l'un soit avant, & l'autre après celui de l'année précédente; & l'on fera, comme la différence entre le passage de l'Etoile fixe par le Méridien, d'un jour à l'autre, est à la différence entre le passage de cette Etoile par le Méridien, de l'année précédente, & son passage par le Méridien dans la première observation de l'année suivante; ainsi l'intervalle de temps que l'Etoile a employé à retourner au Méridien d'un jour à l'autre, est au nombre d'heures, minutes & secondes, qui, étant adjointes à l'intervalle de jours écoulés entre les deux premières observations, donnent la quantité d'une révolution du Soleil par rapport aux Etoiles fixes.

Comme cette révolution est plus grande que celle du Soleil à l'égard du même point de l'Ecliptique, à cause que le mouvement propre des Etoiles fixes se fait du même sens que celui du Soleil; on fera, comme 360 degrés plus $0' 50''$, mouvement annuel des Etoiles fixes, sont à 360 degrés; ainsi la révolution du Soleil, que l'on vient de déterminer, est au retour du Soleil au même point de l'Ecliptique, qui mesure la grandeur de l'année Solaire.

On peut employer pour cette détermination, les Etoiles fixes que l'on juge à propos, quand même leur déclinaison seroit fort différente de celle du Soleil dans les jours observés, pourvu que l'on ait un Quart-de-cercle mural fixe, dirigé exactement au Méridien, ou dont l'on connoisse les variations à différentes hauteurs.

Lorsqu'on n'a point de Quart-de-cercle mural, on peut se servir d'une Lunette fixe qui ait à son foyer, deux fils perpendiculaires, dont l'un soit dirigé de sorte que le Soleil le parcourt par son mouvement journalier. On choisira une Etoile qui ait à peu-près la même déclinaison que celle du Soleil, de manière qu'elle passe par la même ouverture de cette Lunette, & l'on observera à une Pendule, l'intervalle de temps entre le passage de cette Etoile & du Soleil par le fil horaire, que l'on réduira à l'heure vraie, en faisant, comme le temps du retour de l'Etoile fixe, observé à la Pendule, est à $23^{\text{h}} 56' 4''$, temps que les Etoiles fixes employent à retourner au Méridien, lorsque la Pendule est exactement réglée sur le moyen mouvement; ainsi l'intervalle observé entre le passage de l'Etoile & du Soleil par le fil horaire, est à l'intervalle vrai entre ces passages. On observera l'année suivante, ou quelques années après, à la même heure, l'intervalle vrai entre le passage de cette Etoile & du Soleil par le même fil horaire, pendant deux ou plusieurs jours de suite, de telle sorte que dans l'une de ces observations, cet intervalle soit plus grand que celui de l'année précédente, & dans l'autre il soit plus petit; & l'on fera, comme la différence entre le passage de l'Etoile par le fil horaire, d'un jour à l'autre, est à la différence entre l'intervalle observé l'année précédente, & celui que l'on a trouvé par la première observation de l'année suivante; ainsi l'intervalle de temps que l'Etoile a employé à retourner au Méridien, d'un jour à l'autre, est au nombre d'heures, minutes & secondes, qui, étant adjointes à l'intervalle d'années & de jours écoulés entre les deux premières observations, donnent la quantité d'une ou de plusieurs années Solaires par rapport aux Etoiles fixes, que l'on réduira à la révolution par rapport au même point de l'Ecliptique, ainsi qu'on l'a enseigné ci-dessus.

Lorsqu'on n'a point de Lunette fixe dirigée à une Etoile, on peut employer telle autre Lunette mobile que l'on voudra, pourvu

qu'elle ait à son foyer, deux fils perpendiculaires, dont l'un soit dirigé suivant le cours du Soleil, ce que l'on fera commodément en la plaçant sur une Machine Parallaxique, & prenant la différence entre le passage du Soleil & d'une Etoile fixe, dont la déclinaison soit à peu-près la même, de la manière qu'on l'a enseigné ci-dessus.

E X E M P L E.

Le passage de *Sirius* par le Méridien a été observé le 21 Mai de l'année 1717, à $2^h 39' 58''$. Le 21 Mai de l'année 1718, à $2^h 40' 0''$, & le 22 Mai, à $2^h 36' 0''$.

La différence entre le passage de cette Etoile par le Méridien du 21 au 22 Mai de l'année 1718, est de $0^h 4' 0''$; & du 21 Mai de l'année 1717, à pareil jour de l'année 1718, de $0^h 1' 2''$: c'est pourquoi l'on fera, comme $4'$ sont à $1' 2''$; ainsi $23^h 56'$, intervalle de temps que l'Etoile a employé à retourner au Méridien entre le 21 & le 22 Mai de l'année 1718, sont à $6^h 10' 54''$, qui, étant ajoutées à 365 jours, intervalle entre le 21 Mai de l'année 1717, & pareil jour de l'année 1718, donnent la révolution du Soleil à l'égard des Etoiles fixes, de $365^j 6^h 10' 54''$. On fera ensuite, comme $360^d 0' 50''$, sont à 360 degrés; ainsi $365^j 6^h 10' 54''$, sont à $365^j 5^h 50' 37''$, qui mesurent la grandeur de l'année Solaire, par rapport au même point de l'Ecliptique.

Troisième Méthode de déterminer la grandeur de l'Année Solaire, par les hauteurs méridiennes du Soleil.

On observera par le moyen d'un Quart-de-cercle ou d'un Gnomon, la hauteur méridienne du Soleil en quelque jour de l'année, & principalement vers les Equinoxes, où le mouvement du Soleil en déclinaison d'un jour à l'autre, est le plus sensible.

L'année suivante, on observera deux hauteurs méridiennes du Soleil, dont l'une fera moindre, & l'autre plus grande que celle de l'année précédente, & l'on fera, comme la différence entre la hauteur méridienne du Soleil d'un jour à l'autre, est à la différence entre la hauteur méridienne du Soleil de l'année précédente, & celle que l'on a trouvée l'année suivante dans la première observation;

ainsi 24 heures sont à un nombre d'heures, minutes & secondes, qui, étant ajoutées à 365 jours, donnent la grandeur de l'année Solaire apparente, qu'on réduira à la moyenne, ainsi qu'on l'a enseigné ci-dessus.

On peut comparer de la même manière, les hauteurs méridiennes du Soleil, observées en différentes années, éloignées les unes des autres, pourvu que ce soit dans un même lieu, & l'on se servira, s'il est possible, du même Instrument bien réglé, pour prendre les hauteurs.

E X E M P L E I.

Le 21 Mars de l'année 1715, on a observé à Paris avec un Quart-de-cercle, la hauteur méridienne apparente du bord supérieur du Soleil, de $41^d 33' 0''$.

L'année suivante, on a observé par le même Instrument, la hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil, le 20 Mars, de $41^d 27' 10''$, & le 21 Mars, de $41^d 51' 0''$. La différence entre la hauteur observée d'un jour à l'autre, est de $23' 50''$, & d'une année à l'autre, est de $5' 50''$; c'est pourquoi l'on fera, comme $23' 50''$ sont à $5' 50''$; ainsi 24 heures sont à $5^h 52' 27''$, qui, étant ajoutées à 365 jours, donnent la grandeur de l'année Solaire, de $365^j 5^h 52' 27''$.

E X E M P L E I I.

Le 20 Mars de l'année 1672, la hauteur méridienne apparente du bord supérieur du Soleil, a été observée par mon Pere à l'Observatoire Royal, de $41^d 43' 0''$.

Le 20 Mars de l'année 1716, la hauteur méridienne apparente du bord supérieur du Soleil, a été observée au même endroit, de $41^d 27' 10''$, & le 21 Mars de la même année, de $41^d 51' 0''$. La différence de hauteur entre les deux premières observations des 20 Mars 1672 & 1716, est de $15' 50''$, & entre les deux dernières des 20 & 21 Mars 1716, de $23' 50''$; c'est pourquoi l'on fera, comme $23' 50''$, sont à $15' 50''$; ainsi 24^h sont à $15^h 56' 39''$, qu'il faut ajouter au 20 Mars 1716, & l'on trouvera que le Soleil est arrivé ce jour-là au même point

de l'Écliptique où il étoit le 20 Mars de l'année 1672, à midi; l'intervalle entre ces deux temps, est de 44 années, dont 34 communes & 10 bissextiles, plus $15^h 56' 39''$. Les partageant par 44, on aura la grandeur de l'année Solaire apparente, de $365^j 5^h 49' 0'' 53'''$.

Pour réduire cette révolution apparente à la moyenne, on cherchera le vrai lieu de l'Apogée du Soleil pour le 20 Mars de l'année 1672; qu'on trouvera de $3^f 7^d 7' 6''$.

Le Soleil étoit dans cette observation fort près du commencement du Bélier, c'est pourquoi la distance de ce point à l'Apogée du Soleil, étoit de $8^f 22^d 52' 54''$, avec laquelle on trouvera son Équation, de $1^d 54' 42''$, qu'il faut retrancher de $\gamma 0^d 0' 0''$, pour avoir le lieu moyen du Soleil au temps de l'Équinoxe de l'année 1672, de $11^f 28^d 5' 18''$.

Le lieu de l'Apogée du Soleil étoit le 20 Mars 1716, de $3^f 7^d 52' 23''$, qui, étant retranché de son vrai lieu au temps de l'Équinoxe, qui étoit en $\gamma 0^d 0' 0''$, donne la distance du Soleil à son Apogée, de $8^f 22^d 7' 37''$, avec laquelle on trouvera son Équation, de $1^d 54' 29''$, qu'il faut retrancher de $0^f 0^d 0' 0''$, pour avoir le lieu moyen du Soleil au temps de l'Équinoxe de 1716, de $11^f 28^d 5' 31''$.

Le lieu moyen du Soleil au temps de l'Équinoxe du Printemps étoit donc plus avancé en 1716 qu'en 1672, de $0' 13''$ de degré, auxquelles il répond $5' 16''$ de temps; d'où il suit que les révolutions moyennes, comprises dans cet intervalle, qui est de 44 années, se sont achevées plutôt que les révolutions apparentes, d'une quantité qu'il faut retrancher de la révolution apparente, pour avoir la moyenne, & que l'on trouvera en partageant $5' 16''$ par 44, ce qui donne pour chaque année, $7'' 11'''$, qui, étant retranchées de la grandeur de l'année Solaire apparente, déterminée de $365^j 5^h 49' 0'' 53'''$, donnent la grandeur de l'année Solaire moyenne, de $365^j 5^h 48' 53'' 42'''$.

Quatrième Méthode de déterminer la grandeur de l'année Solaire, par les observations des Équinoxes.

Cette méthode est à peu-près la même que la précédente, avec la différence que l'on employe d'abord les hauteurs méridiennes du Soleil, pour trouver le temps que le Soleil est arrivé à un de ses Équinoxes, dont on se sert ensuite pour déterminer la grandeur de l'année Solaire, en comparant ces Équinoxes, non-seulement avec ceux qui ont été observés dans un même lieu, mais même en différents lieux qui sont sous divers parallèles, ayant égard à la différence des Méridiens entre ces lieux.

On déterminera d'abord avec le plus d'exactitude qui soit possible, la hauteur de l'Équateur du lieu où l'on observe, de la manière qui a été enseignée ci-dessus (page 33).

On choisira ensuite les hauteurs méridiennes du Soleil qui ont été observées le plus près de l'Équinoxe, & s'il est possible, celles qui l'ont précédé & suivi immédiatement; on les corrigera par la réfraction & la parallaxe, & l'on prendra leur différence qui mesure le mouvement du Soleil en déclinaison, compris entre ces observations.

On prendra aussi la différence entre la hauteur de l'Équateur du lieu où l'on observe, & la hauteur méridienne véritable du centre du Soleil au temps de la première observation, & l'on fera, comme la différence entre les hauteurs méridiennes véritables du centre du Soleil observées près de l'Équinoxe, est à celle que l'on a trouvée entre la hauteur de l'Équateur, & celle du centre du Soleil au temps de la première observation; ainsi l'intervalle de temps qui s'est écoulé entre ces observations, est à l'intervalle entre le temps de la première observation, & celui que le Soleil est arrivé à l'Équinoxe, qui, étant adjointé au temps de la première observation, donne le temps vrai de l'Équinoxe véritable, que l'on réduira au temps moyen par la Table de l'Équation du temps.

Lorsqu'on n'a pû faire qu'une observation près des Équinoxes, on ne laissera pas de déterminer avec à peu-près la même précision, le temps de l'Équinoxe, en employant le mouvement journalier du Soleil en déclinaison, tel qu'il résulte d'un grand nombre d'observations, de $23' 40''$ en 24 heures, dans l'Équinoxe du Printemps, & de $23' 28''$ dans l'Équinoxe d'Automne.

On prendra ensuite, de même qu'on l'a marqué ci-dessus, la différence entre la hauteur méridienne observée du centre du Soleil & celle de l'Équateur du lieu où l'on observe; & l'on fera, comme 23' 40" dans l'Équinoxe du Printemps, & 23' 28" dans l'Équinoxe d'Automne, sont à cette différence; ainsi 24 heures sont à l'intervalle entre le temps de l'observation, & celui que le Soleil est arrivé à l'Équinoxe, qu'il faut adjoûter au temps de l'observation, ou l'en retrancher, suivant qu'elle a été faite avant ou après, pour avoir le temps vrai de l'Équinoxe, que l'on réduira au moyen.

Le temps moyen de l'Équinoxe étant ainsi déterminé en différentes années, on prendra l'intervalle de temps qui s'est écoulé entre les Équinoxes, que l'on veut comparer ensemble, & on le divisera par le nombre d'années comprises entre ces différentes observations, pour avoir la grandeur de l'année Solaire apparente, que l'on réduira à la moyenne, de même que dans la méthode précédente.

E X E M P L E.

Le 20 Mars de l'année 1672, la hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil, a été déterminée à l'Observatoire Royal de Paris, de 41^d 43' 0". Retranchant de cette hauteur, la réfraction moins la parallaxe, qui est de 0' 58", & le diamètre du Soleil, de 16' 6", on aura la hauteur méridienne véritable du centre du Soleil le 20 Mars 1672, de 41^d 25' 56", dont retranchant la hauteur de l'Équateur, qui est à l'Observatoire de Paris, de 41^d 9' 50", reste 16' 6", qui mesurent le mouvement du Soleil en déclinaison depuis son passage par l'Équinoxe du Printemps. On fera donc, comme 23' 40" sont à 16' 6"; ainsi 24^h sont à 16^h 19', qui, étant retranchées du 20 Mars de l'année 1672 à midi, déterminent cet Équinoxe au 19 Mars 1672, à 7^h 41'.

Le 21 Mars de l'année 1731, l'Équinoxe du Printemps a été déterminé de la même manière, par les observations faites à la Méridienne, à 14^h 45'. Il y a donc eu dans l'intervalle entre ces Équinoxes, 59 années, dont 13 bissextiles plus 11^h 4', qui, étant partagées par 59, donnent la grandeur de l'année Solaire apparente, de 365^j 5^h 48' 53", de laquelle

de laquelle il faut retrancher 7" 0"', pour avoir l'année Solaire moyenne, de 365^j 5^h 48' 46".

Comme le mouvement du Soleil en déclinaison vers les Équinoxes, est dans l'espace de 24 heures d'un peu moins de 24 minutes, on voit qu'une erreur de 10 secondes dans la hauteur du Soleil, en doit causer une de 10 minutes dans la détermination du temps des Équinoxes, & de 10 secondes dans la grandeur de l'année Solaire, qui résulte de la comparaison des Équinoxes éloignés l'un de l'autre de 60 années.

On peut comparer de la même manière, les autres Équinoxes, tant du Printemps que de l'Automne, observés à Paris, que nous rapporterons ici, en remarquant seulement qu'ils n'ont pas pu être tous déterminés avec une égale exactitude, faute d'avoir eu la disposition du temps favorable.

E'quinoxes observés à Paris.

E'quinoxes du Printemps.				E'quinoxes d'Automne.			
1672	Mars	19	7 ^h 41'				
1680	Mars	19	5 48				
1681	Mars	19	11 18				
1682			Septembre	22	6 ^h 34'	
1683	Mars	19	23 3	Septembre	22	12 31	
1684	Mars	19	5 10	Septembre	21	18 1	
1685			Septembre	22	0 31	
1686	Mars	19	16 15	Septembre	22	5 34	
1687	Mars	19	22 34	Septembre	22	11 45	
1688	Mars	19	4 17	Septembre	21	17 53	
1689	Mars	19	9 56	Septembre	21	23 0	
1690	Mars	19	16 12	Septembre	22	5 7	
1691	Mars	19	21 46	Septembre	22	10 16	
1692	Mars	19	4 0	Septembre	21	16 34	
1693			Septembre	21	22 25	
1694	Mars	19	15 41	Septembre	22	4 22	
1695	Mars	19	21 0	Septembre	22	10 48	

E'quinoxes du Printemps.

1696	Mars	19	2 ^h	43'
1697	Mars	19	8	35
1698	Mars	19	14	45
1699	Mars	19	20	30
1701			
1702	Mars	20	13	57
1703	Mars	20	20	4
1704	Mars	20	1	9
1705	Mars	20	7	4
1706			
1707	Mars	20	18	54
1708	Mars	20	0	25
1709			
1710	Mars	20	12	43
1711	Mars	20	18	43
1712	Mars	20	0	13
1713	Mars	20	6	3
1714	Mars	20	12	2
1715	Mars	20	17	56
1716	Mars	19	23	46
1717	Mars	20	5	24
1718	Mars	20	10	58
1719	Mars	20	17	2
1720	Mars	19	23	8
1721	Mars	20	5	13
1722	Mars	20	10	36
1723	Mars	20	16	39
1724	Mars	19	21	56
1725	Mars	20	4	33
1726	Mars	20	10	23

E'quinoxes d'Automne.

Septembre	21	15 ^h	36'
Septembre	21	21	48
Septembre	22	3	8
Septembre	23	20	41
Septembre	23	2	39
Septembre	23	8	22
Septembre	23	19	10
Septembre	23	1	37
Septembre	22	19	44
Septembre	23	1	12
Septembre	23	6	24
Septembre	22	12	21
Septembre	22	17	52
Septembre	22	23	41
Septembre	23	5	34
Septembre	22	11	12
Septembre	22	17	22
Septembre	22	23	32
Septembre	23	5	12
Septembre	22	10	44
Septembre	22	16	44
Septembre	22	22	20
Septembre	23	4	2
Septembre	22	9	45
Septembre	22	21	19

E'quinoxes du Printemps.

1727			
1728	Mars	19	21 ^h	11'
1729	Mars	20	3	25
1730	Mars	20	9	35
1731	Mars	20	14	37
1732	Mars	19	21	1 <i>dub.</i>
1733	Mars	20	2	37
1734	Mars	20	8	31
1735	Mars	20	14	21
1736	Mars	19	20	1
1737	Mars	20	2	1
1738	Mars	20	8	4
1739	Mars	20	13	51

E'quinoxes d'Automne.

Septembre	23	3 ^h	20'
Septembre	22	9	3
Septembre	22	15	28
Septembre	22	20	32
Septembre	23	2	6
Septembre	22	7	47
Septembre	22	19	21

Quoique les E'quinoxes que nous venons de rapporter, ayent l'avantage d'avoir été déterminés presque tous dans un même lieu, pendant un intervalle de plus de 60 années; cependant comme une erreur peu sensible dans chaque observation, en peut causer une de plusieurs secondes dans la grandeur de l'année Solaire, ainsi que nous l'avons remarqué ci-dessus, on a jugé nécessaire de comparer les observations modernes des E'quinoxes avec celles qui ont été faites dans les temps les plus reculés, quoiqu'en des lieux éloignés les uns des autres, avec des Instruments moins exacts, & d'une construction fort différente.

E'quinoxes observés par Hipparque.

Une des plus anciennes observations des E'quinoxes, dont on ait conservé la mémoire, est celle de Hipparque, qui arriva le 27.^{me} du mois de Mekir de la 32.^{me} année de la 3.^{me} Période de Calippus, que Ptolemée rapporte à la 602.^{me} depuis Nabonassar, & nos Chronologistes au 24 Mars de l'année 146 avant l'époque de Jesus-Christ, suivant le Calendrier Julien; ce qui se confirme en calculant pour ce jour-là, le lieu moyen de la Lune, par les Tables modernes réduites à la forme Julienne, qu'on trouve au

même degré que par les Tables de Ptolémée, calculées pour les années Égyptiennes, & l'époque de Nabonassar.

Cette observation de Hipparque fut faite avec des Armilles ou Cerceaux de Bronze, qui avoient été placés sur le plan de l'Équinoctial, dans un Portique d'Alexandrie, & qui étoient destinés pour ces sortes d'observations; ce qui avoit été exécuté pendant le regne de Ptolémée Evergete, sous la direction d'Eratosthene son Bibliothécaire, Mathématicien très-célèbre.

Aux jours de l'Équinoxe, la convexité de l'Armille exposée au Soleil, faisoit ombre à la concavité opposée, & comme cette ombre étoit plus étroite que la largeur de l'Armille, à cause de la grandeur apparente du Soleil qui la diminueoit de part & d'autre, on jugeoit que l'Équinoxe arrivoit lorsque le milieu de la largeur de l'ombre concouroit avec le milieu de la largeur de l'Armille, de sorte que ses bords fussent également éclairés de part & d'autre.

Dans cette observation, qui fut faite avec beaucoup d'attention, Hipparque détermina l'Équinoxe au matin, c'est-à-dire, sur les 6 heures. Il observa cinq heures ou environ après, c'est-à-dire, sur les 11 heures du matin, que les Armilles étoient également éclairées de part & d'autre, de sorte qu'il y eut, à ce qu'il rapporte, une différence d'environ cinq heures entre ces deux observations du même Équinoxe.

Il est aisé de voir que ces deux déterminations de l'Équinoxe si éloignées l'une de l'autre par des observations faites en un même jour, & avec un même Instrument fixe & immobile, sont l'effet des réfractions qui élevant le Soleil près de l'horison, l'avoient fait paroître sur l'Équateur lorsqu'il en étoit encore éloigné, & qui venant à diminuer à mesure qu'il s'élevoit, paroissoient l'éloigner de cet Équateur pendant qu'il s'en approchoit réellement par son mouvement en déclinaison, ce qui doit avoir produit l'apparence de deux Équinoxes observés dans un même jour.

On pourra même par ce moyen, déterminer l'heure de l'Équinoxe avec plus d'exactitude que ne l'a fait Hipparque, qui n'aspirant qu'à la précision qu'il croyoit possible, se contentoit de déterminer les Équinoxes à un quart de jour près.

Il faut considérer pour cette recherche, que dans l'intervalle de cinq heures qui se sont écoulées, suivant Hipparque, entre ces

deux déterminations, le mouvement du Soleil en déclinaison a été d'environ 5 minutes; & comme dans l'observation du matin, le Soleil paroissoit avoir la même déclinaison que dans celle qui fut faite cinq heures après, il étoit nécessaire, supposant ces deux observations exactes, que la réfraction moins la parallaxe ait élevé le Soleil dans le temps de la première observation, de 5 minutes plus que dans la seconde, suivant un cercle de déclinaison.

Pour représenter ces apparences, on a supposé que dans le temps de la première observation, le Soleil étoit élevé de $5^{\text{d}} 12'$ sur l'horison d'Alexandrie.

La hauteur du Pole de cette ville ayant été déterminée par les observations de l'Académie, de $31^{\text{d}} 11' 0''$, & le Soleil paroissant alors sur l'Équateur, on résoudra le Triangle sphérique CFI , rectangle en F (Fig. 35.) dans lequel l'arc IF , représente la hauteur apparente du centre I du Soleil sur l'horison AB , qui est de $5^{\text{d}} 12' 0''$, & l'angle FCI ou ACD , mesure l'arc AD de l'élevation de l'Équateur DE sur l'horison, qui est de $58^{\text{d}} 49'$; c'est pourquoi l'on trouvera la valeur de l'arc CI , qui mesure une portion de l'Équateur, depuis le point C de l'horison jusqu'au centre I du Soleil, de $6^{\text{d}} 4' 50''$, & l'angle CIF , que l'Équateur DE fait avec le cercle vertical ZIF , qui passe par le centre du Soleil, de $33^{\text{d}} 20' 20''$.

La réfraction moins la parallaxe qui convient à la hauteur apparente du Soleil sur l'horison, de $5^{\text{d}} 12' 0''$, est de $10' 2''$, qui sont représentées par l'arc IG , en sorte que le point G marque le vrai lieu du centre du Soleil, par lequel on tirera le cercle de déclinaison PHG , qui coupe l'Équateur à angles droits au point H ; c'est pourquoi dans le Triangle GHI , rectangle en H , dont le côté IG est connu de $10' 2''$, & l'angle HIG ou CIF a été déterminé de $33^{\text{d}} 20' 20''$, on aura l'arc GH , de $5' 31''$, qui mesure la déclinaison du Soleil à l'égard de l'Équateur dans le temps de la première observation où cet Astre paroissoit être arrivé à l'Équinoxe. On trouvera aussi l'arc HI , de $8' 23''$, qui, étant retranché de l'arc CI , déterminé ci-dessus de $6^{\text{d}} 4' 50''$, donne l'arc CH , de $5^{\text{d}} 56' 27''$, qui mesure la distance du point C de l'horison jusqu'au cercle de déclinaison PHG , qui passe par le vrai lieu du Soleil qui est en G . Cet arc étant réduit en minutes

& secondes d'heure, à raison de 15 degrés par heure, donne $0^h 23' 46''$, qui mesurent le temps écoulé depuis le lever du Soleil jusqu'au temps de la première détermination de l'Équinoxe, qui sera par conséquent à $6^h 24'$, le Soleil s'étant levé ce jour-là à 6 heures. On trouvera ensuite la hauteur du Soleil pour 5 heures, ou environ après, c'est-à-dire, à $11^h 24'$: car dans le Triangle ZDL , rectangle en D , la distance DZ de l'Équinoctial au Zénit, qui est de $31^d 11'$, égale à la hauteur du Pole d'Alexandrie, étant connue, de même que l'arc DL , de 9 degrés, qui répondent à 36 minutes d'heure, intervalle entre la seconde observation & midi, l'on aura l'arc ZL , de $32^d 19' 15''$, dont le complément mesure la hauteur du Soleil sur l'horizon à $11^h 24' 0''$, qui sera par conséquent de $57^d 40' 15''$.

La réfraction moins la parallaxe qui convient à cette hauteur, est de 32 secondes, qui, étant réduite sur un cercle de déclinaison, de la manière qui a été expliquée ci-dessus, donne 31 secondes pour la déclinaison du Soleil à l'égard de l'Équateur dans le temps de la seconde observation. La retranchant de celle que l'on a trouvée au temps de la première observation, de $5' 31''$, on aura $5' 0''$ dont le Soleil, par l'effet de la réfraction, étoit plus élevé en apparence sur le plan de l'Équinoctial dans la première observation que dans la seconde. Mais le mouvement du Soleil en déclinaison dans l'intervalle de ces deux observations, dans l'espace de 5 heures, a élevé le Soleil, dans la seconde observation, sur le plan de l'Équinoctial, 5 minutes au dessus du lieu où il étoit dans la première. Le Soleil a donc dû paroître avoir la même déclinaison dans ces deux observations, conformément à ce qui avoit été remarqué par Hipparque.

Si l'on suppose présentement que l'Armille d'Alexandrie ait été placée exactement sur le plan de l'Équateur, on trouvera que dans la seconde observation, la déclinaison du Soleil à l'égard du plan de l'Équateur, étoit de 31 secondes vers le Midi, que le Soleil parcourt en 31 minutes. Les adjouçant à $11^h 24'$, temps de la seconde observation, on aura le temps véritable de l'Équinoxe à $11^h 55'$ du matin, c'est-à-dire, vers le midi du 24 Mars de l'année 146 avant l'époque de Jésus-Christ dans la forme Julienne, & de l'année 145 avant Jésus-Christ, suivant notre manière de compter. (*Voy. les Tables Astronomiques.*)

Il est vrai que les Anciens n'ayant pas une connoissance exacte de la réfraction des Astres, & de la parallaxe du Soleil, il est difficile de s'assurer que cet Instrument ait été dirigé sur le plan de l'Équateur avec toute la précision possible; mais comme on ne sçait point la méthode qui a été pratiquée pour le placer, & qu'ainsi on ne peut point connoître la correction qu'il faudroit y employer, nous ne pouvons mieux faire que de supposer cet Instrument dans une situation exacte, & de nous servir des observations telles que les Anciens nous les ont laissées.

Ayant ainsi établi le temps de l'Équinoxe du Printemps, observé par Hipparque, nous le comparerons à nos observations, en cette manière.

Le 20 Mars de l'année 1735, la hauteur méridienne apparente du centre du Soleil, a été observée à la Méridienne de l'Observatoire Royal, de $40^d 56' 40''$. La réfraction moins la parallaxe qui convient à cette hauteur, est de 59 secondes, qui, étant retranchées de $40^d 56' 40''$, donnent la hauteur véritable du centre du Soleil le 20 Mars 1735 à midi, de $40^d 55' 41''$, plus petite de $14' 9''$ que la hauteur de l'Équateur à l'Observatoire Royal, qui est de $41^d 9' 50''$, ce qui marque que le Soleil avoit passé l'Équinoxe.

Le 22 Mars suivant, la hauteur méridienne du centre du Soleil, corrigée par la réfraction & la parallaxe, a été observée à la Méridienne, de $41^d 43' 4''$. La différence à $40^d 55' 41''$, est $47' 23''$, qui mesurent le mouvement du Soleil en déclinaison, depuis le 20 jusqu'au 22 Mars à midi; c'est pourquoi l'on fera, comme $47' 23''$ sont à $14' 9''$; ainsi $48^h 0' 0''$ sont à $14^h 20' 40''$, qui, étant adjouctées au 20 Mars à midi, donnent le temps vrai de l'Équinoxe du Printemps de l'année 1735 à Paris le 20 Mars, à $14^h 20' 40''$.

La différence des Méridiens entre Paris & Alexandrie, est, suivant les observations de l'Académie Royale des Sciences, de $1^h 51' 46''$, qui, étant adjouctée à $14^h 20' 40''$, à cause que Alexandrie est plus orientale que Paris, donne l'heure de cet Équinoxe à Alexandrie le 20 Mars de l'année 1735, à $16^h 12' 26''$. Réduisant ce temps à l'année Julienne, en retranchant 11 jours, dont le Calendrier Grégorien anticipe le Julien, on aura l'Équinoxe

du Printemps à Alexandrie, suivant le Calendrier Julien, le 10 Mars 1735, à 4^h 12' 26" du matin.

Nous avons déterminé ci-dessus que l'Équinoxe du Printemps, observé par Hipparque à Alexandrie, est arrivé le 24 Mars de l'année 146 avant l'époque de Jésus-Christ, à 11^h 55' du matin. Il y a donc eu entre ces deux observations, un intervalle de 1880 années Juliennes moins 14ⁱ 7^h 42' 34".

Il faut remarquer ici que la plupart des Chronologistes marquent l'année 1 avant Jésus-Christ, celle dans laquelle on suppose que Notre Seigneur est né, en sorte que pour avoir le nombre des années qui se sont écoulées entre des observations faites avant & après cette époque, il faut en retrancher une de la somme de ces années.

Pour éviter cet inconvénient, nous avons, dans nos Tables, marqué 0, l'année de la Naissance de Jésus-Christ, en sorte que suivant nous, l'Équinoxe que nous venons de comparer, est arrivé l'année 145 avant Jésus-Christ, qui, étant adjointe à 1735, donne l'intervalle entre ces observations, de 1880 années.

Dans ce nombre d'années, il y en a un quart de bissextiles, & trois quarts de communes, ce qui donne chaque année de 365 jours 6 heures. Si l'on divise présentement 14ⁱ 7^h 42' 34", dont l'Équinoxe de 1735 a anticipé celui de Hipparque, par 1880 années, on aura pour chacune 10' 58" 10", qui, étant retranchées de 365 jours 6 heures, donnent la grandeur de l'année Solaire apparente, de 365ⁱ 5^h 49' 1" 50", à laquelle adjointant 6" 10", dont l'année apparente est plus petite que la moyenne, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365ⁱ 5^h 49' 8" 20".

Si l'on examine de même l'observation de l'Équinoxe d'Automne de l'année précédente, qui, au rapport de Ptolemée, fut faite par Hipparque, avec une très-grande exactitude, & qui, suivant les Chronologistes, est arrivé le 26 Septembre de l'année 147 avant Jésus-Christ, à minuit; on trouvera qu'entre cet Équinoxe & celui qui a été observé à Paris le 23 Septembre de l'année 1714, à 11^h 41' du matin, lequel, étant réduit au Méridien d'Alexandrie, & au Calendrier Julien, se rapporte au 12 Septembre de l'année 1714, à 1^h 33' 0" du soir, il y a un intervalle de

1860

1860 années Juliennes moins 14ⁱ 10^h 27', qui, étant partagées par 1860, donnent la grandeur de l'année Solaire apparente, de 365ⁱ 5^h 48' 49" 22". Retranchant 8 second. dont l'année Solaire apparente, prise depuis le commencement de la Balance, a été trouvée plus grande dans cet intervalle que l'année Solaire moyenne, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365ⁱ 5^h 48' 41" 22", plus petite de 27" que par la comparaison précédente.

On trouvera de la même manière par l'Équinoxe d'Automne de l'année 162 avant Jésus-Christ, observé par Hipparque le 27 Septembre à 6^h du soir à Alexandrie, comparé à l'Équinoxe observé à Paris le 23 Septembre 1715, à 5^h 34' du soir, la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365ⁱ 5^h 48' 24".

Par l'Équinoxe du 27 Septembre de l'année 159 avant Jésus-Christ, à 6^h du matin, comparé à celui du 23 Septembre de l'année 1714, à 11^h 41' du matin, la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365ⁱ 5^h 48' 34".

Par l'Équinoxe du 27 Septembre de l'année 158 avant Jésus-Christ, à midi, comparé à celui de 1715, de 365ⁱ 5^h 48' 34".

Par l'Équinoxe du 27 Septembre de l'année 146 avant Jésus-Christ, à 6 heures du matin, comparé à celui de l'année 1715, de 365ⁱ 5^h 48' 41".

Par l'Équinoxe du 26 Septembre de l'année 143 avant Jésus-Christ, à 6 heures du soir, comparé à celui de l'année 1714, de 365ⁱ 5^h 48' 52".

Par l'Équinoxe du 23 Mars de l'année 135 avant Jésus-Christ, à minuit, comparé à celui du 20 Mars 1714, à 12 heur. 2 minut. de 365ⁱ 5^h 49' 16".

Et par l'Équinoxe du 23 Mars de l'année 128 avant Jésus-Christ, à 6 heures du soir, comparé à celui du 20 Mars 1717, à 5^h 24' du soir, de 365ⁱ 5^h 49' 13".

En prenant un milieu entre toutes ces déterminations, on aura l'année Solaire moyenne, de 365ⁱ 5^h 48' 49".

Équinoxes observés par Ptolemée.

Examinons présentement ce qui résulte des Équinoxes observés par Ptolemée, & comparés aux nôtres.

. E e



Le premier est arrivé le 7.^{me} du mois d'*Athir* de l'année 17 d'*Hadrien*, ou 456 avant la mort d'*Alexandre*, que le P. Riccioli dans son *Astronomie réformée*, rapporte au 25 Septembre de l'année 132, à 2 heures du soir, quoique dans son *Almageste* il l'ait marqué un jour auparavant.

Le second est arrivé le 9.^{me} du mois d'*Athir* de l'année 463 depuis la mort d'*Alexandre*, que le P. Riccioli, dans son *Astronomie réformée*, rapporte au 26 Septembre de l'année 139, à 7 heures du matin, & dans son *Almageste*, au 25 Septembre de la même année.

Le troisième a été observé le 7.^{me} du mois de *Pachon* de l'année 463 depuis la mort d'*Alexandre*, à une heure après midi, que le P. Riccioli rapporte dans son *Astronomie réformée*, de même que dans son *Almageste*, au 22 Mars de l'année 140 après *Jésus-Christ*.

Cette différence d'un jour entre la détermination des deux premiers *Équinoxes*, par le P. Riccioli dans son *Almageste* & dans son *Astronomie réformée*, m'a obligé de m'assurer du temps de ces observations. Pour cet effet, j'ai comparé l'*Équinoxe* d'*Automne*, observé par *Hipparque* l'année 147 avant *Jésus-Christ*, avec celui qui a été observé l'année 139 après *Jésus-Christ*, par *Ptolemée*, qui marque qu'il y avoit entre ces deux observations, 285 années 70 jours & 7 heures, & j'ai trouvé que cet intervalle s'accorde à celui qui s'est écoulé entre le 26 Septembre de l'année 147 avant *Jésus-Christ*, à minuit, & le 26 Septembre de l'année 139 après *Jésus-Christ*, à 7 heures du matin.

J'ai ensuite calculé le lieu moyen de la Lune pour le temps de ce dernier *Équinoxe*, suivant les Tables de *Ptolemée* & les nôtres, & j'ai trouvé qu'elles ne s'écartoient pas les unes des autres, de plus de 2 degrés, quoique le moyen mouvement d'un jour à l'autre, soit de plus de 13 degrés, ce qui fixe l'observation de *Ptolemée* au jour qu'elle est rapportée dans l'*Astronomie réformée*, & assure en même temps le jour de l'observation de *Hipparque*, que nous avons examinée ci-dessus.

L'observation de l'*Équinoxe* d'*Automne* étant arrivée le 26 Septembre de l'année 139, à 7 heures du matin, il est aisé d'en conclure le temps de l'*Équinoxe* d'*Automne* de l'année 132;

car entre le 7 du mois d'*Athir* de l'année 456 avant la mort d'*Alexandre*, à 2 heures du soir, & le 9 du même mois, à 7 heures du matin, il y a 7 années *Égyptiennes*, de 365 jours chacune plus un jour & 17 heures, ou bien 6 années communes, une bissextile, & 17 heures, qui, étant retranchées du 26 Septembre de l'année 1719, à 7 heures du matin, donnent le temps de l'*Équinoxe* d'*Automne* de l'année 132, le 25 Septembre, à 2 heures du soir, conformément à ce qui est marqué dans l'*Astronomie réformée* du P. Riccioli.

Ayant ainsi établi le temps de ces *Équinoxes* observés par *Ptolemée*, nous avons comparé le premier avec celui qui a été observé à Paris le 22 Septembre de l'année 1716, à 11^h 12', & nous avons trouvé la grandeur de l'année Solaire apparente, de 365ⁱ 5^h 47' 42", de laquelle il faut retrancher 6 second. pour la différence entre l'année Solaire apparente & la moyenne dans cet intervalle, & l'on aura l'année Solaire moyenne, de . . . 365ⁱ 5^h 47' 36".

Par le second *Équinoxe* comparé avec celui qui a été observé à Paris le 23 Septembre 1715, à 5^h 34' du soir, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . 365ⁱ 5^h 47' 35".

Enfin, par le troisième & dernier *Équinoxe* observé par *Ptolemée*, comparé à celui qui a été observé à Paris le 20 Mars 1716, à 11^h 45' du matin, on a la grandeur de l'année Solaire apparente, de 365ⁱ 5^h 48' 10", à laquelle il faut ajouter 4 second. pour avoir l'année Solaire moyenne, de 365ⁱ 5^h 48' 14".

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . 365ⁱ 5^h 47' 48".

Équinoxe observé par Albategnius.

Depuis les observations de *Ptolemée*, nous n'en avons point de plus anciennes que celle de l'*Équinoxe* d'*Automne*, qu'*Albategnius*, dans son livre intitulé *De Scientia Stellarum*, cap. 27, dit avoir observé à *Aracte* le 8 du mois de *Pachon* de l'année 1206 depuis la mort d'*Alexandre*, à 1^h 15' du matin, & qui, réduite au Méridien d'*Alexandrie*, lequel est plus occidental qu'*Aracte*, de 40', y est arrivée à 0^h 35' du matin.

Le P. Riccioli, dans son *Astronomie réformée* (p. 8.) rapporte cet *Équinoxe* au 19 Septembre, 4^h 45' avant le lever du Soleil, & dans la Table de la page suivante, il le marque le 19 Septembre de l'année 882, à 13^h 15' après midi; ce qui nous a obligé de rechercher exactement le temps de cet *Équinoxe*, & nous trouvons que la différence entre l'observation d'Aracte du 8 du mois de *Pachon* de l'année 1206 depuis la mort d'Alexandre, à 0^h 35' du matin, & celle de Ptolemée, qu'il marque être arrivée le 9 du mois d'*Athir* de l'année 463 depuis Alexandre, à 7^h du matin, est de 743 années Égyptiennes 1781 17^h 35', conformément à ce qui est rapporté au même Chapitre par Albatagnius. Les convertissant en années Juliennes, on aura 743 années, dont 186 sont bissextiles, moins 71 6^h 25', qui, étant adjointes au temps de l'*Équinoxe* de Ptolemée, que nous avons trouvé se rapporter au 26 Septembre de l'année 139, à 7 heures du matin, donnent le 19 Septembre de l'année 882, à 0^h 35' du matin, pour le temps vrai de l'observation d'Albatagnius, y ayant entre les années 139 & 882, 743 années, dont 186 bissextiles.

Si l'on compare présentement cette observation avec celle de l'*Équinoxe* d'Automne de l'année 1714, qui, réduit au Méridien d'Alexandrie & au Calendrier Julien, y est arrivé le 12 Septembre à 1^h 33' après midi, on aura entre ces deux observations, un intervalle de 832 années Juliennes moins 61 0^h 11' 2". Partageant ces 61 0^h 11' 2" par 832, on aura pour chaque année 11' 10^h $\frac{2}{3}$, qui, étant retranchées de 365^j 6^h 0', donnent la grandeur de l'année Solaire apparente, de 365^j 5^h 48' 49^h $\frac{1}{3}$, de laquelle il faut retrancher 20 tierces pour avoir la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365^j 5^h 48' 49", ce qui s'éloigne beaucoup de la grandeur de l'année, qui résulte des observations de Ptolemée, & s'accorde ains exactement aux observations de Hipparque.

Équinoxes observés à Nuremberg.

Les observations les plus célèbres que nous ayons depuis Albatagnius, sont celles qui ont été faites à Nuremberg par Regiomontanus & Waltherus son disciple, qui y ont observé successivement pendant l'espace de plus de 30 années, le Soleil à son passage

par le Méridien, par un Instrument appelé *Règle de Ptolemée*, qui marquoit la corde de la distance du Soleil au Zénit; la moitié de cette corde est le sinus de l'arc de la moitié de la distance du Soleil au Zénit, dont le double mesure la véritable distance au Zénit.

Entre toutes ces observations, nous avons choisi celles qu'on a marqué avoir été faites avec le plus d'évidence, que nous avons cru devoir rapporter ici avec le temps des *Équinoxes* qui en résulte, y employant la hauteur de l'*Équateur*, de 41^d 33' 42", telle qu'elle résulte de la plus grande & de la plus petite hauteur solsticiale, aussi-bien que la réfraction & la parallaxe du Soleil, telles qu'elles ont été déterminées par les observations modernes.

A N U R E M B E R G.

Corde de la distance du Soleil au Zénit.	Équinoxes.				
	Années.	Mois.	Jours.	Heures.	Minutes.
83675	1477	Mars	11	2	27
83820	1478	Mars	11	8	5
83050	1478	Septembre	13	21	10
83434	1488	Septembre	13	6	54
83625	1489	Mars	11	0	40
83320	1493	Septembre	13	11	13
83171	1494	Septembre	13	17	5
84280	1495	Septembre	13	21	56
83490	1496	Septembre	13	4	26
84234	1501	Mars	11	0	3
83367	1501	Septembre	13	9	16

Pour faire usage de ces observations, on a réduit celles qui ont été faites à Paris, au Calendrier Julien, en y retranchant 11 jours, & au Méridien de Nuremberg, en y adjointant 35 minut. dont Nuremberg est plus oriental que Paris; & on a trouvé par l'*Équinoxe* du 11 Mars 1477, comparé à celui qui a été déterminé à Paris le 20 Mars 1717, à 5^h 24' du soir, la grandeur de l'année Solaire apparente, de 365^j 5^h 48' 53", de laquelle il faut retrancher 6 second. pour avoir la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365^j 5^h 48' 47".

Par l'Équinoxe du 11 Mars de l'année 1478, comparé à celui du 20 Mars de l'année 1714, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365ⁱ 5^h 48' 51".

Par l'Équinoxe du 13 Septembre 1478, comparé à celui du 23 Septembre 1714, on a la grandeur de l'année Solaire apparente, de 365ⁱ 5^h 48' 35", à laquelle il faut adjoûter 4 second. pour avoir la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365ⁱ 5^h 48' 39".

Par l'Équinoxe du 13 Septembre 1488, comparé à celui du 22 Septembre 1716, à 11^h 12' du soir, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365ⁱ 5^h 48' 44".

Par l'Équinoxe du 11 Mars 1489, comparé à celui du 20 Mars 1717, on a l'année moyenne, de . . . 365ⁱ 5^h 48' 40".

Par l'Équinoxe du 13 Septembre 1493, comparé à celui du 22 Septembre 1713, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365ⁱ 5^h 48' 57".

Par l'Équinoxe du 13 Septembre 1494, comparé à celui du 23 Septembre 1714, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365ⁱ 5^h 48' 56".

Par l'Équinoxe du 13 Septembre 1495, comparé à celui du 23 Septembre 1715, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365ⁱ 5^h 49' 13".

Par l'Équinoxe du 13 Septembre 1496, comparé à celui du 23 Septembre 1716, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365ⁱ 5^h 49' 9".

Par l'Équinoxe du 11 Mars 1501, comparé à celui du 20 Mars 1717, on a l'année moyenne, de . . . 365ⁱ 5^h 48' 13".

Enfin, par l'Équinoxe du 13 Septembre 1501, comparé à celui du 22 Septembre 1716, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365ⁱ 5^h 49' 9".

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365ⁱ 5^h 48' 51".

E'quinoxes observés par Copernic, à Fruemberg.

Quelques années après les observations de Waltherus, Copernic observa à Fruemberg, qui est dans la Prusse Ducale, l'Équinoxe d'Automne de l'année 1515 le 14. Septembre, à 6^h 30' du matin,

& l'Équinoxe du Printemps de l'année 1516 le 11 Mars, à 4^h 30' du matin.

Il ne marque point de quelle manière il a fait cette observation, ni s'il a tenu compte de la réfraction & de la parallaxe pour corriger les hauteurs apparentes.

Si l'on suppose qu'il n'y a point eu égard, comme il y a beaucoup d'apparence, on pourra réduire les hauteurs apparentes aux véritables, en cette manière.

La latitude de Fruemberg a été déterminée par Copernic (*liv. 3. chap. 2.*) de 54^d 19' 30", ce qui donne la hauteur de l'Équateur, de 35^d 40' 30". Il a aussi établi (*liv. 2. chap. 2.*) l'obliquité de l'Écliptique, de 23^d 28' 24", qui, étant adjoûtée à la hauteur de l'Équateur, donne la hauteur méridienne apparente du Soleil au Solstice d'Été, de 59^d 8' 54", & la véritable corrigée par la réfraction & la parallaxe, de 59^d 8' 24". Cette même obliquité étant retranchée de la hauteur de l'Équateur, donne la hauteur méridienne du Soleil au Solstice d'Hiver, de 12^d 12' 6", & la véritable corrigée par la réfraction & la parallaxe, de 12^d 7' 46". La différence entre ces hauteurs, mesure la distance entre les Tropiques, qui est de 47^d 0' 38", dont la moitié 23^d 30' 19" est l'obliquité de l'Écliptique, qui, étant adjoûtée à la plus petite hauteur, ou retranchée de la plus grande, donne la hauteur véritable de l'Équateur à Fruemberg, de 35^d 38' 5". Y adjoûtant la réfraction moins la parallaxe du Soleil, on aura la hauteur apparente de l'Équateur à Fruemberg, de 35^d 39' 19", plus petite de 1' 11" que celle qui avoit été établie par Copernic.

Si l'on suppose présentement que Copernic a déterminé l'Équinoxe dans le temps que la hauteur apparente du Soleil étoit égale à celle de l'Équateur, qui étoit selon lui, de 35^d 40' 30", il résulte que le Soleil avoit alors une déclinaison septentrionale de 1' 11", & que par conséquent, l'Équinoxe du Printemps a anticipé son observation, de tout le temps que le Soleil a employé alors à parcourir 1' 11" en déclinaison, c'est-à-dire, d'environ 1^h 12', qu'il faut retrancher du temps de son observation pour avoir le vrai temps de l'Équinoxe du Printemps. Le contraire doit arriver dans son observation de l'Équinoxe d'Automne, à laquelle il faut adjoûter à peu-près la même quantité de temps pour avoir le vrai temps de cet Équinoxe.

L'Équinoxe d'Automne de 1515, marqué par Copernic le 14 Septembre, à 6^h 30' du matin, a donc dû arriver à 7^h 42', & l'Équinoxe du Printemps, déterminé le 11 Mars, à 4^h 20' du matin, n'a dû arriver qu'à 3^h 8'.

Pour comparer présentement le premier de ces Équinoxes avec celui qui a été observé 200 ans après à Paris le 23 Septembre de l'année 1715, à 5^h 34' du soir, on retranchera 11 jours de ce dernier Équinoxe, pour le réduire au Calendrier Julien, & on y adjoûtera 1^h 12' pour la différence des Méridiens, dont Fruemberg est plus oriental que Paris, & on aura l'Équinoxe d'Automne de l'année 1715, réduit au Calendrier Julien & au Méridien de Fruemberg, le 12 Septembre à 6^h 46' du soir. La différence à 7^h 42' du matin du 14 Septembre 1715, est de 200 années moins 1^j 12^h 56', qui, étant partagées par 200, donnent l'anticipation annuelle des Équinoxes, de 11' 5", l'année Solaire apparente, de 365^j 5^h 48' 55", & la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365^j 5^h 48' 59".

Si l'on compare pareillement l'Équinoxe du Printemps de 1516, avec celui qui est arrivé à Paris le 20 Mars 1716, à 11^h 46' du matin, & qui, réduit au Calendrier Julien & au Méridien de Fruemberg, se rapporte au 9 Mars 1716, à 0^h 58', on trouvera que cet Équinoxe a anticipé celui qui a été déterminé le 11 Mars 1516, à 3^h 8' du matin, de 1^j 14^h 10', qui, étant partagées par 200 années, donnent l'anticipation annuelle de 11' 27", la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . 365^j 5^h 48' 33", & la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365^j 5^h 48' 27".

Prenant un milieu entre ces deux déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . 365^j 5^h 48' 43".

Équinoxes observés à Cassel.

Les observations de Copernic ont été suivies de celles qui ont été faites par le Landgrave de Hesse & ses Mathématiciens à Cassel, où ils ont observé la hauteur méridienne du Soleil en divers jours de l'année, depuis 1561 jusqu'en 1580.

On n'a marqué pour l'ordinaire dans ces hauteurs, que les minutes, & rarement les demi-minutes, sans tenir compte des secondes, de sorte qu'on ne peut pas espérer de pouvoir déterminer les Équinoxes

avec

avec toute la précision qui seroit nécessaire pour en déduire la grandeur de l'année Solaire; car une minute d'erreur dans la hauteur du Soleil, en cause une d'une heure dans la détermination de l'Équinoxe, & de 24 secondes sur la grandeur de l'année, dans l'intervalle d'environ 150 ans, qu'il y a entre ces observations & les nôtres. D'ailleurs, il y a dans les hauteurs solsticiales, qui devroient toujours être de la même quantité, des différences qui montent quelquefois à plus de 2 minutes; c'est pourquoi nous nous contenterons d'examiner ici celle de l'Équinoxe du Printemps de l'année 1573, qui est la seule que l'on ait marqué avoir été faite avec soin.

La hauteur méridienne du Soleil fut observée à Cassel le 11 Mars de l'année 1576, de 38^d 56' 0", dont il faut retrancher la réfraction moins la parallaxe, qui est de 1' 5", pour avoir la hauteur véritable du Soleil, de 38^d 54' 55". Supposant la hauteur de l'Équateur à Cassel, de 38^d 39' 34", telle qu'elle résulte des observations qui y ont été faites du Solstice d'Hyver de 1566, & du Solstice d'Été de 1567, on aura la déclinaison du Soleil le 11 Mars de l'année 1573, à midi, de 15' 21". que le Soleil parcourt alors en 15 heur. 34 minut. & qui, étant retranchées du midi du 11 Mars de l'année 1573, à cause que le Soleil avoit passé alors l'Équinoxe, donnent son vrai temps le 10 Mars 1573, à 8^h 26' du soir.

Pour comparer cet Équinoxe avec celui du Printemps de l'année 1717, qui est arrivé à Paris le 20 Mars, à 5^h 24', on y adjoûtera 29', dont Cassel est plus oriental que Paris, & on en retranchera 11 jours pour réduire ce temps au Calendrier Julien; & on aura le 9 Mars de l'année 1717, à 5^h 53' pour le temps de cet Équinoxe ainsi réduit. La différence à 8^h 26' du 10 Mars de l'année 1573, est de 1^j 2^h 33' 0", qui, étant partagées par 144 années, intervalle entre ces observations, donnent l'anticipation annuelle de l'Équinoxe, de 11' 4", & la grandeur de l'année Solaire apparente, de 365^j 5^h 48' 56", de laquelle il faut retrancher 6" 44", pour avoir la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365^j 5^h 48' 49".

Équinoxes observés par Tycho.

Examinons présentement la grandeur de l'année, qui résulte des observations de Tycho.

Cet illustre Astronome rapporte dans le premier Chapitre de ses Ouvrages, dix Équinoxes, sçavoir, cinq du Printemps, & cinq d'Automne, qu'il a observés avec un très-grand soin à Uranibourg, dans l'espace de cinq années, depuis l'an 1584, jusques & compris l'an 1588. Il ne donne pas le détail des observations qu'il a employées pour déterminer ces Équinoxes, & il se contente d'avertir qu'il les a corrigées par la parallaxe du Soleil, qu'il supposoit être de 3' 0" à l'horison, & par la réfraction qui, suivant lui, est de 34 min. à l'horison, & de 5 second. à la hauteur de 45 degrés.

Le P. Riccioli qui rapporte ces Équinoxes dans son Astronomie réformée, tâche de corriger ces observations de Tycho, par la réfraction, & principalement par la parallaxe, qu'il suppose fort différente de celle de Tycho; & il détermine suivant ses principes, le vrai temps des Équinoxes observés.

Pour nous, qui avons trouvé la parallaxe horizontale du Soleil, de 10 à 12 second. seulement, beaucoup plus petite que ne l'ont supposée Tycho & Riccioli, & qui avons reconnu que les réfractions élevent les Astres au dessus de leur hauteur véritable, jusqu'au Zénit; nous les employerons dans l'examen des Équinoxes observés par Tycho, avec d'autant plus de précision que nous avons les observations qui ont servi à déterminer ces Équinoxes, lesquelles ont été imprimées en 1666, par Lucius Barretus, depuis l'édition de l'Astronomie réformée du P. Riccioli. Nous avons outre cela l'avantage de connoître exactement la hauteur du Pole d'Uranibourg, siège des observations de Tycho, & la différence de Méridien à l'égard de Paris, telles qu'elles ont été déterminées dans le Voyage que M. Picard y a fait par ordre du Roy en l'année 1671.

Le premier de ces Équinoxes se tire des hauteurs méridiennes du Soleil, observées à Uranibourg en 1584 le 5 Mars, de 32^d 7' 40", & le 14 Mars de 35^d 40' 10".

Corrigeant ces observations par la réfraction & la parallaxe, on aura pour la première 32^d 6' 14", & pour la seconde 35^d

38' 36", dont la différence 3^d 32' 42", est le mouvement du Soleil en déclinaison dans l'espace de 9 jours, ce qui est à raison de 23' 38" par jour.

La hauteur du Pole d'Uranibourg étant, suivant les observations de M. Picard, de 55^d 54' 15", & la hauteur de l'Équateur, de 34^d 5' 45", on aura entre cette hauteur & celle du Soleil dans la première observation, une différence en déclinaison, de 1^d 59' 31" que le Soleil a parcouru en 5^j 1^h 21'; d'où il suit que l'Équinoxe est arrivé le 10 Mars 1584 à 1^h 21', à la distance de 3^h 51' de celui que Tycho a déterminé.

Si l'on compare présentement cet Équinoxe à celui qui a été observé 132 ans après à l'Observatoire Royal de Paris le 19 Mars 1716, à 23^h 46', & qui, réduit au Calendrier Julien & au Méridien d'Uranibourg, qui est plus oriental que Paris de 42', y est arrivé le 9 Mars 1716, à 0^h 28', on aura dans cet intervalle, une anticipation de 24^h 53', qui, étant partagées par 132, donnent l'anticipation annuelle de 11' 18". On aura donc la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . 365^j 5^h 48' 42", de laquelle il faut retrancher 6" 38", pour avoir la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365^j 5^h 48' 35".

Il seroit trop long de rapporter ici le détail de toutes les observations de Tycho, il suffira de remarquer que la hauteur méridienne du Soleil ayant été observée par divers Instruments dans un même jour, nous avons pris une hauteur moyenne entre les plus grandes & les plus petites, que nous avons corrigée par la parallaxe & la réfraction, telles que nous les observons présentement, pour avoir la hauteur véritable du Soleil, que nous avons comparée à la hauteur de l'Équateur d'Uranibourg, déterminée par M. Picard, pour connoître le temps vrai de l'Équinoxe.

Ayant ainsi déterminé ces Équinoxes, qui sont au nombre de 19, nous les avons comparés à ceux qui ont été observés à Paris, & nous en avons déduit la grandeur de l'année Solaire apparente, dont nous avons retranché 6" 38" dans les Équinoxes du Printemps, & à laquelle nous avons adjouté 5 secondes dans les Équinoxes d'Automne, pour avoir la grandeur de l'année Solaire moyenne.

<i>EQUINOXES observés à URANIBOURG.</i>	<i>EQUINOXES observés à PARIS.</i>	<i>Grandeur de l'année Solaire moyenne.</i>
1584 Mars 10 à 1 ^h 21'	1716 Mars 19 à 23 ^h 46'	365 ⁱ 5 ^h 48' 35"
1584 Sept. 12 à 12 1	1716 Sept. 22 à 11 12	365 5 49 7
1585 Mars 10 à 7 26	1717 Mars 20 à 5 24	365 5 48 23
1585 Sept. 12 à 17 53	1713 Sept. 22 à 17 52	365 5 49 10
1586 Mars 10 à 13 16	1714 Mars 20 à 12 12	365 5 48 28
1586 Sept. 12 à 23 56	1714 Sept. 22 à 23 41	365 5 49 3
1587 Mars 10 à 18 30	1715 Mars 20 à 17 56	365 5 48 42
1587 Sept. 13 à 6 27	1715 Sept. 23 à 5 34	365 5 48 45
1588 Mars 10 à 0 51	1716 Mars 19 à 23 46	365 5 48 27
1588 Sept. 12 à 11 25	1716 Sept. 22 à 11 12	365 5 49 3 ¹ / ₂
1589 Mars 10 à 5 40	1717 Mars 20 à 5 24	365 5 48 50
1589 Sept. 12 à 17 39	1713 Sept. 22 à 17 52	365 5 48 55
1590 Mars 10 à 11 49 ¹ / ₂	1714 Mars 20 à 12 12	365 5 48 48
1590 Sept. 12 à 23 42	1714 Sept. 22 à 23 41	365 5 48 48
1592 Sept. 12 à 11 19	1716 Sept. 22 à 11 12	365 5 48 45
1594 Mars 10 à 10 59	1714 Mars 20 à 12 12	365 5 48 50
1594 Sept. 12 à 23 16	1714 Sept. 22 à 23 41	365 5 48 39
1595 Sept. 13 à 4 23	1715 Sept. 23 à 5 34	365 5 48 55 ¹ / ₂
1597 Mars 10 à 4 48	1717 Mars 20 à 5 24	365 5 48 32

En prenant un milieu entre toutes ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365ⁱ 5^h 48' 47", fort approchante de celle qui résulte des observations de Hipparque.

Il nous reste présentement à examiner les observations qui ont été faites dans le siècle précédent pour déterminer les Equinoxes.

Entre ces observations, nous avons celles qui ont été faites à Bologne, depuis l'année 1641 jusqu'en 1654, par le P. Riccioli, qui s'en est servi pour déterminer le temps de dix Equinoxes, dont huit du Printemps, & deux d'Automne, qu'il rapporte dans son *Astronomie réformée* (p. 13).

Comme la détermination des Equinoxes suppose celle de la hauteur de l'Equateur, nous examinerons d'abord les observations que le P. Riccioli a faites pour trouver la hauteur de l'Equateur à Bologne, y employant les réfractions dont il n'a point tenu

compte dans cette recherche, parce qu'il les croyoit nulles ou insensibles à la hauteur de 45 degrés, qui est à peu-près celle de l'Equateur à Bologne.

Ces observations, qui sont rapportées au Chapitre 14 du Livre 4. de son *Astronomie réformée*, furent faites, tant par un Gnomon, que par divers autres Instruments, au College de S.^{te} Lucie. Il y observa à la fin de l'année 1655, par deux Sextans, l'un de 7, & l'autre de 12 pieds, la hauteur méridienne de l'Etoile Polaire dans la partie supérieure de son cercle, de 47^d 2' 42", & dans sa partie inférieure, de 41^d 57' 36"; d'où il détermina la hauteur du Pole du lieu où il faisoit ses observations, de 44^d 30' 9", qu'il trouva ensuite de 44^d 30' 10" par d'autres observations faites avec le Gnomon.

Retranchant de la hauteur méridienne de l'Etoile Polaire, observée dans la partie supérieure de 47^d 2' 42", la réfraction qui est de 56 secondes, on aura sa hauteur véritable, de 47^d 1' 46". Retranchant pareillement de la hauteur méridienne de l'Etoile Polaire, observée dans la partie inférieure, de 41^d 57' 36", la réfraction qui est de 1' 5", on aura sa hauteur véritable, de 41^d 56' 31". La différence entre ces hauteurs, est de 5^d 5' 15", dont la moitié 2^d 32' 37"¹/₂ étant retranchée de la plus grande, ou adjoutée à la plus petite, donne la hauteur du Pole de Bologne, de 44^d 29' 8"¹/₂, plus petite d'une minute que celle qui a été déterminée par le P. Riccioli.

Cette hauteur du Pole se confirme par les observations des hauteurs méridiennes faites dans les Solstices, qui sont rapportées au Chapitre 5. du 1.^{er} Livre, dont la plus certaine est selon lui, de 69^d 0' 5". Retranchant la réfraction moins la parallaxe, qui est à cette hauteur, de 18 secondes, on aura la hauteur véritable du Tropique de l'Ecrevisse, de 68^d 59' 47", de laquelle si l'on ôte l'obliquité de l'Ecliptique, que nous avons trouvée de 23^d 29' 2" par les observations faites à Bologne vers ce temps-là, reste la hauteur de l'Equateur, de 45^d 30' 45", & celle du Pole, de 44^d 29' 15", éloignée seulement de 6"¹/₂ de celle qui a été déterminée ci-dessus.

Si l'on employe présentement la hauteur de l'Equateur que nous venons de déterminer, qui s'écarte le moins de celle du P. Riccioli,

avec la réfraction & la parallaxe, telles qu'on les trouve présentement, on aura le temps des Equinoxes, tel que nous le rapporterons ici, avec la grandeur de l'année, qui résulte de la comparaison de ces Equinoxes avec les nôtres, ayant égard à la différence de Méridiens, de 37 minutes, dont Bologne est plus oriental que Paris, & à la différence entre l'année moyenne & l'apparente, qui est dans l'Equinoxe du Printemps, de 6 secondes, qu'il faut retrancher de l'année apparente; & dans l'Equinoxe d'Automne, de 5 second. qu'il faut y adjoûter.

<i>EQUINOXES</i> <i>observés à BOLOGNE.</i>	<i>EQUINOXES</i> <i>observés à PARIS.</i>	<i>Grandeur de l'année</i> <i>Solaire moyenne.</i>
1641 Sept. 22 à 8 ^h 15'	1713 Sept. 22 à 17 ^h 52'	365 ^d 5 ^h 48' 36"
1642 Mars 20 à 2 29	1714 Mars 20 à 12 12	365 5 48 31
1643 Mars 20 à 8 33	1715 Mars 20 à 17 56	365 5 48 14
1643 Sept. 22 à 19 40	1715 Sept. 23 à 5 34	365 5 48 51
1644 Mars 20 à 14 13	1716 Mars 19 à 23 46	365 5 48 22
1645 Mars 20 à 20 13	1717 Mars 20 à 5 24	365 5 48 4
1647 Mars 20 à 7 27	1719 Mars 20 à 17 2	365 5 48 24
1649 Mars 19 à 19 17	1721 Mars 20 à 5 13	365 5 48 42
1653 Mars 19 à 18 7	1725 Mars 20 à 4 33	365 5 49 7
1654 Mars 20 à 0 1	1726 Mars 20 à 10 23	365 5 49 4

En prenant un milieu entre toutes ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365^d 5^h 48' 35", plus petite de 12 second. que celle que l'on a trouvée ci-dessus. Cette différence ne doit pas paroître bien considérable, si l'on remarque qu'elle peut être causée par une erreur d'environ 15 second. tant dans la hauteur de l'Equateur de Bologne & de Paris, que dans les observations des hauteurs du Soleil, faites en ces deux villes.

Ces observations ont été suivies par celles que mon Pere a faites dans la même ville à la Méridienne de S.^t Petrone, que le P. Riccioli rapporte immédiatement après les siennes.

Ayant employé dans ces observations, la réfraction & la parallaxe du Soleil, nous avons déterminé le temps des Equinoxes, tels que nous les rapporterons ici, supposant la hauteur de l'Equateur de Bologne, de 45^d 30' 40", comme elle a été trouvée par un grand nombre d'observations. On a ensuite comparé ces Equinoxes

avec les nôtres, ayant égard à la différence des Méridiens entre Paris & Bologne, & à la différence entre l'année Solaire moyenne & l'apparente, qui, dans l'Equinoxe du Printemps, est de 7" 0", qu'il faut retrancher de l'année apparente, & dans l'Equinoxe d'Automne, de 5" 0", qu'il faut y adjoûter.

<i>Autres EQUINOXES</i> <i>observés à BOLOGNE.</i>	<i>EQUINOXES</i> <i>observés à PARIS.</i>	<i>Grandeur de l'année</i> <i>Solaire moyenne.</i>
1655 Sept. 22 à 17 ^h 3'	1735 Sept. 23 à 2 ^h 6'	365 ^d 5 ^h 49' 20"
1656 Mars 19 à 11 51	1736 Mars 19 à 20 1	365 5 48 29
1656 Sept. 22 à 23 11	1736 Sept. 22 à 7 47	365 5 48 43

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . 365^d 5^h 48' 53" $\frac{1}{2}$, peu différente de celle qui résulte des observations de Hipparque.

Nous finirons cette recherche par l'examen des observations qui ont été faites à Dantzick, par Hevelius, depuis l'année 1652 jusqu'en 1678.

Le 1.^{er} Décembre de l'année 1676, il y observa la hauteur apparente de l'Etoile Polaire dans la partie supérieure de son cercle, de 56^d 48' 25", dont retranchant la réfraction, qui est de 30", reste la hauteur véritable, de 56^d 47' 47".

Le 2 Avril de l'année suivante 1677, il observa la hauteur apparente de cette Etoile dans la partie inférieure de son cercle, de 51^d 57' 25", dont il faut retrancher 47" pour la réfraction, & l'on aura la hauteur véritable, de 51^d 56' 38", dont on ôtera 6" pour son mouvement en déclinaison, depuis le 1.^{er} Décembre 1676 jusqu'au 2 Avril 1677, qui l'a fait approcher du Pole, de cette quantité, & l'on aura la hauteur véritable de l'Etoile Polaire dans sa partie inférieure pour le 1.^{er} Décembre 1676, de 51^d 56' 32". La retranchant de 56^d 47' 47", la différence est de 4^d 51' 15", dont la moitié 2^d 25' 37" $\frac{1}{2}$, étant adjouitée à 51^d 56' 32", donne la hauteur du Pole à Dantzick, de 54^d 22' 10", & celle de l'Equateur, de 35^d 37' 50".

La hauteur de l'Equateur à Dantzick étant connue, & la différence des Méridiens entre Paris & cette ville, de 1^h 7' dont Dantzick est plus oriental, on trouve l'anticipation annuelle des Equinoxes l'un portant l'autre, de 11 min. & quelques secondes.

Il est à remarquer que toutes les observations des Equinoxes du Printemps, donnent l'anticipation annuelle plus petite que celles de l'Equinoxe d'Automne, d'une quantité qui monte quelquefois à plus de 2', ce qu'il est cependant aisé de concilier, en supposant que l'Instrument dont Hevelius s'est servi, faisoit paroître les objets plus élevés qu'ils ne sont effectivement, de 30 second. de degré, qui, étant retranchées de toutes les observations, donnent la hauteur du Pole de Dantzick, de $54^d 21' 40''$, & accorde les observations des Equinoxes, tant du Printemps que de l'Automne, avec toute la précision que l'on peut espérer. Cette correction n'est pas trop grande pour qu'on ne la puisse supposer dans des observations qu'il declare avoir faites sans le secours des Lunettes, & j'ai cru la devoir proposer pour suivre en cela l'intention de ce célèbre Astronome, qui, dans sa Préface au second tome de son livre intitulé *Machina Caelestis*, p. 45, invite les Astronomes, d'examiner & de faire connoître à la postérité, jusqu'à quel point d'exactitude il a pu arriver. Cette recherche pourra aussi être utile aux Astronomes qui voudront dans la suite, comparer leurs observations avec celles d'Hevelius.

Si l'on examine présentement la grandeur de l'année Solaire, qui résulte des observations des Equinoxes, à la réserve de celles de Ptolémée, qui s'éloignent d'une minute de toutes les autres, on trouve qu'elle est, suivant les observations

de Hipparque, de	365 ⁱ 5 ^h 48' 49"
d'Albategnus, de	365 5 48 49
de Regiomontanus & de Waltherus, de . . .	365 5 48 51
de Copernic, de	365 5 48 43
du Landgrave de Hesse & de ses Mathématiciens, de	365 5 48 49
de Tycho, de	365 5 48 47
du P. Riccioli, à Bologne, de	365 5 48 35
de M. Cassini, à Bologne, de	365 5 48 53
Et suivant nos observations faites à l'Observatoire de Paris, de	365 5 48 46

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . 365ⁱ 5^h 48' 47".

Cinquième

Cinquième Méthode de déterminer la grandeur de l'année Solaire, par les observations des Solstices.

Il faut présentement examiner la grandeur de l'année, qui résulte des observations des Solstices, lesquelles ont deux avantages considérables.

Le premier est que pour déterminer les Equinoxes, il faut supposer la hauteur de l'Equateur, que l'on trouve ou par l'observation de l'Etoile Polaire, qui est sujette à quelques variations en divers temps de l'année, ou bien par la comparaison des hauteurs Solsticiales de l'Été à l'Hyver, qu'il faut corriger par la parallaxe & par la réfraction; au lieu que la détermination des Solstices ne dépend point de celle de l'Equateur, & ne peut être altérée sensiblement par les variations causées par la réfraction & la parallaxe.

Le second avantage est que quand même l'Instrument dont on se sert, ne donneroit pas les hauteurs du Soleil exactes, on ne laisse pas de déterminer avec à peu-près la même précision, le temps du Solstice qui est celui où le Soleil arrive à midi à sa plus grande ou à sa plus petite hauteur.

Il est vrai que vers le temps du Solstice, le mouvement du Soleil en déclinaison est presque insensible, de sorte qu'il est très-difficile d'en déterminer le moment avec précision; mais on remédie à cet inconvénient, en observant plusieurs jours avant ou après, la hauteur méridienne du Soleil dans des temps où son mouvement est plus sensible, & remarquant les jours auxquels le Soleil, après avoir passé par le Solstice, retourne à la même hauteur, ou à celle qui approche le plus de la première observation.

Lorsque la hauteur du Soleil, trouvée par la seconde observation, n'est pas précisément la même que celle qui a été trouvée par la première, ce qui arrive le plus souvent, on prendra la différence entre les hauteurs du Soleil d'un jour à l'autre, dont l'une sera plus grande & l'autre plus petite que dans la première observation; & l'on fera, comme cette différence est à celle qui a été trouvée entre les deux observations faites avant & après le Solstice; ainsi 24 heures sont au nombre d'heures, minutes & secondes, qu'il faut adjoûter au temps de la seconde observation, ou l'en

retrancher, pour avoir l'heure à laquelle le Soleil avoit la même déclinaison que dans la première observation.

Comme le mouvement du Soleil en déclinaison d'un jour à l'autre, ne se distribuë pas également dans les 24 heures, principalement près des Solstices, on peut, pour une plus grande précision, prendre la déclinaison qui résulte des trois observations, & calculer l'ascension droite qui y répond. On fera ensuite, comme la différence entre l'ascension droite d'un jour à l'autre, est à la différence entre l'ascension droite qui répond aux deux premières observations, l'une avant, & l'autre après le Solstice; ainsi 24 heures sont au nombre d'heures, minutes & secondes, qu'il faut adjoûter au temps de la seconde observation, ou l'en retrancher, pour avoir l'heure qui répond à la première observation.

Prenant le milieu entre le temps de la première observation & celui de la seconde ainsi réduit, on aura le temps apparent du Solstice, qui seroit le véritable, si le mouvement du Soleil étoit égal de part & d'autre du Solstice, comme il est arrivé il y a environ 400 ans dans le temps que l'Apogée du Soleil étoit au commencement de l'Ecrevissé.

Mais comme cet Apogée en est éloigné présentement de plus de 8 degrés, il arrive que le mouvement du Soleil avant & après les Solstices, est inégal dans des temps égaux, plus prompt avant le Solstice d'Été où le Soleil est plus éloigné de l'Apogée, qu'après ce Solstice où le Soleil en est plus proche.

Pour reconnoître cette inégalité, soit $ABPI$ (Fig. 36.) l'Orbe elliptique du Soleil, dont l'Apogée est en A , & le Périgée en P , F la Terre à l'un des foyers, E le centre du moyen mouvement qui est à l'autre foyer, S le point du Solstice d'Été qui répond au commencement de l'Ecrevissé, T le point du Solstice d'Hyver qui est à l'opposite, L le point du Bélier, & H celui de la Balance.

La déclinaison du Soleil étant connue par le moyen de sa hauteur méridienne, on aura son vrai lieu, comme en I , pour le temps de la première observation, & en B , pour le temps de la seconde, & les angles LFI , LFB , mesureront la longitude du Soleil dans ces deux situations. La différence BFI entre ces angles étant partagée en deux également par la ligne FS , le point S marquera le vrai lieu du Solstice sur l'Orbe du Soleil.

Si l'on retranche présentement du vrai lieu du Soleil dans ces deux observations, le vrai lieu de son Apogée, on aura dans la première, l'angle AFI , ou son supplément à 360 degrés, & dans la seconde, l'angle AFB , par le moyen desquels on trouvera les angles EIF & EBF de l'Equation du Soleil.

Adjoûtant les angles EIF & EBF à l'angle BFI , qui mesure le mouvement vrai du Soleil entre ces deux observations, on aura l'angle BEI , qui mesure son moyen mouvement dans cet intervalle. Partageant cet angle BEI en deux également par la ligne ED , le point D marquera le lieu du Solstice apparent, où le Soleil, qui paroît décrire du centre E du moyen mouvement, des arcs égaux en temps égaux, est arrivé dans le temps milieu entre les deux observations. L'arc DS mesurera donc la différence entre le lieu du Solstice vrai qui est en S , & le lieu du Solstice apparent qui est en D .

Pour trouver cette différence, on calculera l'Equation ESF , qui convient à l'angle AFS , distance du vrai lieu du Solstice en S au vrai lieu de l'Apogée, & l'on aura l'angle ESF , qui, étant adjoûté à l'angle AFS , donnera l'angle AES . La différence entre l'angle AES & l'angle AED , distance du lieu apparent du Solstice à l'Apogée du Soleil, mesurera le moyen mouvement du Soleil entre le Solstice vrai & l'apparent, qu'on réduira en heures, à raison de 59' 8" par jour, qu'il faut adjoûter au temps du Solstice apparent lorsque l'angle AES est plus petit que l'angle AED , & qu'il faut retrancher au contraire lorsqu'il est plus grand, pour avoir le vrai temps du Solstice.

On peut aussi trouver le vrai temps du Solstice, en calculant l'angle EDF de l'Equation qui convient à l'angle DEI de la longitude moyenne du Soleil pour le temps du Solstice apparent. Adjoûtant dans le Solstice d'Été, l'angle EDF à l'angle DEI , & le retranchant au contraire de l'angle DEI dans le Solstice d'Hyver, on aura l'angle LFD , qui mesure la longitude véritable du Soleil pour le temps du Solstice apparent. La différence entre l'angle LFD & l'angle LFS , qui est de 90 degrés dans le Solstice d'Été, & de 270 degrés dans le Solstice d'Hyver, mesure l'angle DFS du vrai mouvement du Soleil entre le temps du Solstice apparent & du vrai Solstice, qu'on réduira en heures, minutes & secondes,

à raison du mouvement journalier du Soleil, qui est de $57' 10''$ dans le Solstice d'Été, & de $61' 10''$ dans le Solstice d'Hyver. Les adjouçant au temps du Solstice apparent lorsque l'angle LFD est plus petit que l'angle LFS , & les retranchant au contraire lorsqu'il est plus grand, on aura le vrai temps du Solstice.

Pour la pratique, il suffira de calculer les angles EIF & EBF de l'Equation du Soleil qui convient à son vrai lieu lorsqu'il est en I & en B . Lorsque ces deux Equations sont de même dénomination, c'est-à-dire, toutes les deux additives ou soustractives, on les adjoutera ensemble, & on en prendra la moitié. Mais lorsque ces deux Equations sont de différente dénomination, c'est-à-dire, l'une additive, & l'autre soustractive, on retranchera la plus petite de la plus grande pour avoir la différence dont on prendra aussi la moitié. On calculera ensuite l'Equation qui convient au vrai lieu du Soleil dans le Solstice, que l'on comparera avec la moitié de ces Equations ci-dessus trouvées, ou leur demi-différence, & l'on retranchera la plus petite de la plus grande pour avoir la différence entre le Solstice moyen & l'apparent, que l'on convertira en temps, & qu'il faut adjoucer au temps du Solstice apparent, ou qu'il en faut retrancher, suivant ce qui a été expliqué ci-dessus.

E X E M P L E.

La hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil a été observée le 17 Mai de l'année 1716, de $60^d 51' 55''$, le 25 Juillet, de $61^d 5' 0''$, & le 26 Juillet, de $60^d 52' 0''$.

La différence entre les hauteurs méridiennes du Soleil du 25 au 26 Juillet, mesure son mouvement en déclinaison dans cet intervalle, qui est de $13' 0''$, & la différence entre les deux observations correspondantes du 17 Mai & du 26 Juillet, est de $0' 5''$; c'est pourquoi l'on fera, comme $13' 0''$, sont à $5''$; ainsi 24 heures, sont à $9' 14''$, qu'il faut adjoucer au midi du 26 Juillet, à cause que la déclinaison du Soleil du 25 au 26 Juillet, alloit en diminuant, & que cette déclinaison étoit plus grande le 26 Juillet que le 17 Mai. Prenant l'intervalle entre le 17 Mai à midi, & le 26 Juillet à $0^h 9' 14''$ après midi, on aura $70^j 0^h 9' 14''$, dont la moitié $35^j 0^h 4' 37''$, étant adjoucée au 17 Mai de l'année 1716,

donne le temps du Solstice apparent le 21 Juin de l'année 1716, à $0^h 4' 37''$ après midi.

La hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil ayant été observée le 17 Mai 1716, de $60^d 51' 55''$, on en retranchera la réfraction moins la parallaxe, qui est de $28''$, le demi-diamètre du Soleil, qui est de $15' 51''$, & la hauteur de l'Equateur, qui est à Paris de $41^d 9' 50''$, & l'on aura la déclinaison du Soleil le 17 Mai à midi, de $19^d 25' 46''$, qui est la même que celle du 26 Juillet à $0^h 4' 37''$, avec laquelle on trouvera, supposant l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^d 29' 0''$, la longitude vraie du Soleil le 17 Mai à midi, de $1^f 26^d 35' 35''$, & le 26 Juillet à $0^h 4' 37''$, de $4^f 3^d 24' 25''$, qui est son supplément à 180 degrés. Retranchant le lieu de l'Apogée, qui étoit le 17 Mai 1716, de $3^f 7^d 52' 46''$, de $1^f 26^d 35' 35''$, on aura l'anomalie vraie du Soleil, de $10^f 18^d 42' 49''$, avec laquelle on trouvera son Equation, de $1^d 17' 9''$, qu'il faut retrancher du vrai lieu du Soleil pour avoir le moyen, de $1^f 25^d 18' 26''$. Retranchant pareillement le lieu de l'Apogée du Soleil, qui étoit le 26 Juillet 1716, de $3^f 7^d 52' 58''$, de $4^f 3^d 24' 25''$, on aura l'anomalie vraie du Soleil, de $0^f 25^d 31' 27''$, avec laquelle on trouvera son Equation, de $50' 29''$, qu'il faut adjoucer à la longitude vraie du Soleil, qui étoit le 26 Juillet à $0^h 4' 37''$, de $4^f 3^d 24' 25''$, pour avoir sa longitude moyenne, de $4^f 4^d 14' 54''$. La différence entre cette longitude & celle du 17 Mai, qui a été trouvée de $1^f 25^d 18' 26''$, est de $68^d 56' 28''$, dont la moitié $34^d 28' 14''$, étant adjoucée à $1^f 25^d 18' 26''$, donne le lieu moyen du Solstice apparent, de $89^d 46' 40''$.

On trouvera de même l'Equation qui convient à $7^d 42' 56''$, distance de l'Apogée au Solstice, de $16' 6''$, qui, étant retranchée de $3^f 0^d 0' 0''$, vrai lieu du Solstice, donne le lieu moyen du Solstice d'Été de l'année 1716, de $2^f 29^d 43' 54''$, plus petit que le lieu moyen du Solstice apparent, de $2' 46''$, que le Soleil parcourt en $1^h 7' 20''$, à raison de $59' 8''$ en 24 heures, & qu'il faut retrancher du temps du Solstice apparent, déterminé le 21 Juin à $0^h 4' 37''$, pour avoir le vrai temps du Solstice d'Été de l'année 1716 le 21 Juin à $10^h 57' 17''$ du matin.

Pour la pratique, il suffit de retrancher la seconde Equation

du Soleil, qui est de $50' 29'' \frac{1}{2}$, de la première de $1^d 17' 9'' \frac{1}{2}$, pour avoir la différence de $26' 40''$, dont la moitié $13' 20''$, étant retranchée de $16' 6''$, Equation du vrai lieu du Soleil dans le Solstice, reste $2' 46''$, différence entre le lieu moyen du Solstice apparent, & le lieu moyen du Solstice vrai, que le Soleil parcourt en $1^h 7' 20''$, qui, étant retranchées du temps du Solstice apparent, qui a été trouvé le 21 Juin à $0^h 4' 37''$, donnent le vrai temps de ce Solstice le 21 Juin à $10^h 57' 17''$ du matin.

Autre Méthode de déterminer le temps des Solstices.

Comme dans la méthode que l'on vient de donner, on a supposé la connoissance du vrai lieu du Soleil & de son Equation, ce qui peut causer quelque variété dans la détermination du temps des Solstices, suivant les différents éléments que l'on y employe; M.^{rs} Flamsteed & Manfredi en ont proposé une qui ne suppose aucun de ces éléments, mais seulement que l'on connoisse à peu près l'obliquité de l'Ecliptique.

Pour l'intelligence de cette méthode, soit *ABP* (Fig. 37.) un Colûre qui passe par le Pole *P*, & les points *A* & *B* des Equinoxes, *AB* l'Equateur, *ADB* l'Ecliptique, *PDC* le Colûre des Solstices, qui passe par le Pole *P* & le point *D* qui est au commencement de l'Ecrevissè où le Soleil se trouve lorsqu'il est au Solstice d'Eté, *EG* un Parallele à l'Equateur, *F* ou *f* une Etoile fixe placée à tel endroit que l'on voudra.

Si l'on suppose que le Soleil avant son passage par le Solstice, ait été observé à son passage par le Méridien lorsqu'il étoit au point *G* sur l'Ecliptique, & qu'après avoir passé par le Solstice, il soit arrivé au point *E* sur le même Parallele; il est évident que dans ces deux situations, il se sera trouvé à égale distance de part & d'autre du Solstice dont on déterminera le temps, en cette manière.

On observera un mois ou environ avant le Solstice, la hauteur méridienne du Soleil, & l'on prendra le même jour, la différence entre son passage par le Méridien & celui d'une Etoile fixe quelconque placée en tel endroit que l'on voudra, comme en *F*, par le moyen de laquelle on trouvera la différence d'ascension droite entre le Soleil & cette Etoile, qui sera mesurée par l'angle *GPF*.

Le jour du Solstice, de même que ceux qui le précèdent ou le suivent immédiatement, on observera la différence entre le passage par le Méridien, du Soleil & de la même Etoile fixe, à laquelle on en peut substituer une autre dont la différence d'ascension droite soit parfaitement connuë, au cas qu'on ne puisse point l'observer.

On attendra ensuite le temps auquel le Soleil, après avoir passé par le Solstice, sera arrivé en *E*, où sa déclinaison est la même que dans la première observation, & l'on observera sa hauteur méridienne, de même que la différence entre son passage & celui de la même Etoile fixe par le Méridien, par le moyen de laquelle on trouvera la différence d'ascension droite entre le Soleil & cette Etoile au temps de la dernière observation, qui est mesurée par l'angle *FPE*. Prenant la différence entre les angles *FPE* & *FPG*, on aura l'angle *EPG*, dont la moitié *DPG*, mesure la quantité du mouvement vrai du Soleil en ascension droite, depuis son passage par le point *G* de l'Ecliptique, jusqu'à son passage par le Solstice. L'adjoûtant à l'angle *FPG*, on aura l'angle *FPD*, qui mesure la distance de cette Etoile au point du Solstice, ayant égard à ce qui peut être produit par l'Aberration des Etoiles, lorsqu'elle est sensible.

Lorsque l'Etoile se trouve placée, comme en *f*, entre les points *G* & *E*, qui marquent le lieu du Soleil dans les deux observations extrêmes, on prendra la différence entre les arcs *GPf* & *EPf* ou *GPH*, qui mesurent la distance en ascension droite de l'Etoile au Soleil dans ces deux observations, & l'on aura l'angle *fPH*, dont la moitié *DPf*, étant adjouëtée à 90 degrés lorsque l'Etoile est au de-là du point de l'Ecrevissè, ou en étant retranchée lorsqu'elle est en de-çà, donne son ascension droite véritable.

Dans ces deux cas, il est évident que lorsque la différence entre l'ascension droite du Soleil & celle de l'Etoile *F* ou *f*, sera égale à l'angle *FPD* ou *DPf*, le Soleil passera par le point *D* du Solstice.

Pour le déterminer, on comparera la différence d'ascension droite entre le Soleil & l'Etoile, pour le jour du Solstice à midi, avec l'angle *FPD* ou *DPf*. Si elle se trouve de la même grandeur, c'est une preuve que le Soleil a passé à midi par le point du Solstice. Si elle se trouve plus grande ou plus petite, on prendra la partie proportionnelle du temps, qui répond à la différence

observée entre cet angle & la distance en ascension droite du Soleil à l'Etoile, qui, étant adjointée à midi, ou en étant retranchée, donne le vrai temps du Solstice.

Comme dans les observations correspondantes du Soleil, faites avant & après le Solstice, il arrive rarement qu'à son passage par le Méridien, il se trouve à la même hauteur; on déduira des observations faites un jour avant ou après, le temps auquel il a dû avoir la même déclinaison que dans la première observation, pour lequel on calculera la différence d'ascension droite entre le Soleil & l'Etoile.

E X E M P L E.

Le 29 Mai 1737, à midi, temps vrai, on a observé la hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil, de $63^{\text{d}} 6' 0''$.

Le 14 Juillet suivant, à midi, temps vrai, on a observé la hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil, de $63^{\text{d}} 7' 0''$, & le lendemain 15 Juillet, de $62^{\text{d}} 57' 35''$, avec une différence d'un jour à l'autre, de $9' 25''$.

Comme la hauteur* du Soleil étoit le 14 Juillet, plus grande d'une minute que le 29 Mai, on prendra la partie proportionnelle du temps qui convient à cette quantité, à raison de $9' 25''$ pour 24 heures, que l'on trouvera de $2^{\text{h}} 32' 55''$, qui, étant adjointée à l'heure de l'observation du 14 Juillet, donne $2^{\text{h}} 32' 55''$ pour le temps vrai auquel la déclinaison du Soleil & sa distance au point du Solstice, étoit le 14 Juillet 1737, de la même quantité que le 29 Mai à midi.

Ce même jour 29 Mai, on a observé la différence entre le passage du Soleil & celui de *Sirius* par le Méridien, de $2^{\text{h}} 8' 15'' \frac{1}{2}$, qui, étant converties en degrés, à raison de 360 degrés pour $23^{\text{h}} 56' 1'' \frac{1}{2}$, temps du retour de *Sirius* au Méridien, donnent la différence d'ascension droite entre le Soleil & *Sirius*, de $32^{\text{d}} 9' 8''$ à midi.

Le 14 Juillet suivant, le passage de *Sirius* par le Méridien, conclu par les observations du 15 & du 16 Juillet, est arrivé à $11^{\text{h}} 0' 59''$, & celui du Soleil a été observé à $0^{\text{h}} 1' 51'' \frac{1}{2}$, ce qui donne la différence entre ces passages, de $1^{\text{h}} 0' 52'' \frac{1}{2}$, qui, convertie en degrés, à raison de $23^{\text{h}} 55' 22'' \frac{1}{2}$, retour de *Sirius* au Méridien,

au Méridien, donne la différence d'ascension droite entre le Soleil & *Sirius*, de $15^{\text{d}} 16' 4''$ à midi.

Le mouvement vrai du Soleil en ascension droite entre le 14 & le 15 Juillet, étant de $1^{\text{d}} 0' 45''$, on en prendra la partie proportionnelle qui convient à $2^{\text{h}} 32' 53''$, que l'on trouvera de $6' 40''$, qui, étant adjointées à $15^{\text{d}} 16' 4''$, ascension droite de *Sirius* le 14 Juillet à midi, donnent $15^{\text{d}} 22' 44''$ pour l'ascension droite du Soleil le 14 Juillet à $2^{\text{h}} 32' 55''$, temps vrai auquel la distance du Soleil au point du Solstice étoit de la même quantité que le 29 Mai à midi.

Retranchant cette ascension droite de celle qui avoit été trouvée le 29 Mai, de $32^{\text{d}} 9' 8''$, on aura $16^{\text{d}} 46' 24''$, dont la moitié $8^{\text{d}} 23' 12''$, mesure la distance de *Sirius* au point du Solstice, qu'il faut adjouter à 90 degrés, à cause que le 21 Juin, le passage de *Sirius* suivoit celui du Soleil, & l'on aura l'ascension droite de *Sirius* le 21 Juin 1737, de $98^{\text{d}} 23' 12''$.

Pour trouver présentement le temps du Solstice, on employera les observations des 19 & 20 Juin 1737, suivant lesquelles on trouve que le passage de *Sirius* par le Méridien, est arrivé le 21 Juin à $0^{\text{h}} 33' 34''$, ce qui donne la différence d'ascension droite entre cette Etoile & le Soleil pour le temps de cette observation, de $8^{\text{d}} 23' 30''$, plus grande de 18 secondes que la distance en ascension droite de *Sirius* au point du Solstice, qui avoit été trouvée le 21 Juin, de $8^{\text{d}} 23' 12''$; d'où il suit que le Soleil, dont la différence d'ascension droite par rapport à *Sirius*, alloit en diminuant, n'étoit pas encore arrivé au Solstice, & qu'il en étoit éloigné d'un intervalle de temps qui répond à 18 secondes d'ascension droite, qu'on trouvera de 7 minutes, & qui, étant adjointé à $0^{\text{h}} 33' 34''$, donne le Solstice d'Été le 21 Juin 1737 à $0^{\text{h}} 41'$ après midi, temps vrai.

On voit que par le moyen de cette méthode, on peut déterminer immédiatement l'ascension droite des Etoiles fixes, & qu'elle est préférable à la précédente pour déterminer le temps des Solstices, en ce qu'elle ne suppose aucun élément. Mais comme outre les observations du Soleil, qui lui sont communes avec la première, elle demande celles d'une Etoile fixe, faites en trois temps différents; les petites erreurs qu'il est difficile d'éviter dans un grand

nombre d'observations, peuvent éгалer celles qui proviennent du défaut de précision dans la situation de l'Apogée du Soleil & de son Équation, que nous avons employés pour déterminer le temps vrai de plusieurs Solstices, tels qu'on les a rapportés ici.

Solstices observés à Paris.

Solstices d'Été.				Solstices d'Hiver.			
1672	Juin	20	7 ^h 24'				
1684	Juin	20	5 26	Décembre	20	8 ^h 21'	
1685	Juin	20	10 40	Décembre	20	14 7	
1686	Juin	20	17 10	Décembre	20	20 4	
1687	Juin	20	23 0	Décembre	21	1 43	
1688	Juin	20	4 47	Décembre	20	7 42	
1689	Juin	20	10 30	Décembre	20	13 36	
1690	Juin	20	16 17	Décembre	20	19 25	
1691	Juin	20	22 0	Décembre	21	1 16	
1692	Juin	20	3 32	Décembre	20	6 56	
1693	Juin	20	9 13	Décembre	20	12 34	
1694	Juin	20	15 14	Décembre	20	18 40	
1695	Juin	20	21 1	Décembre	21	0 12	
1696	Juin	20	2 45	Décembre	20	6 16	
1697	Juin	20	8 35	Décembre	20	11 56	
1698	Juin	20	14 30	Décembre	20	17 50	
1699	Juin	20	20 10	Décembre	20	23 40	
1700	Juin	21	2 0	Décembre	21	5 46	
1701	Juin	21	7 50	Décembre	21	11 40	
1702	Juin	21	13 36	Décembre	21	17 34	
1703	Juin	21	19 35	Décembre	21	23 16	
1704	Juin	21	1 16	Décembre	21	5 0	
1705	Juin	21	7 14	Décembre	21	10 50	
1706	Juin	21	13 15	Décembre	21	16 32	

Solstices d'Été.				Solstices d'Hiver.			
1707	Juin	21	18 ^h 52'	Décembre	21	22 ^h 20'	
1708	Juin	21	0 43	Décembre	21	4 31	
1709	Juin	21	6 18	Décembre	21	9 57	
1710	Juin	21	12 3	Décembre	21	15 34	
1711	Juin	21	17 50	Décembre	21	21 29	
1712	Juin	20	23 36	Décembre	21	3 11	
1713	Juin	21	5 29	Décembre	21	9 39	
1714	Juin	21	11 15	Décembre	21	15 25	
1715	Juin	21	17 2	Décembre	21	21 13	
1716	Juin	20	22 57	Décembre	21	3 5	
1717	Juin	21	4 50	Décembre	21	8 56	
1718	Juin	21	10 47	Décembre	21	14 32	
1719	Juin	21	16 38	Décembre	21	19 58	
1720	Juin	20	22 20	Décembre	21	2 8	
1721	Juin	21	4 11	Décembre	21	7 37	
1722	Juin	21	9 30 <i>dub.</i>	Décembre	21	13 38	
1723	Juin	21	15 1 <i>dub.</i>	Décembre	21	19 53	
1724	Juin	20	21 18	Décembre	21	1 49	
1725	Juin	21	3 18	Décembre	21	7 32	
1726	Juin	21	8 46	Décembre	21	13 27	
1727	Juin	21	14 34	Décembre	21	18 54	
1728	Juin	20	20 2	Décembre	21	0 36	
1729	Juin	21	2 9	Décembre	21	6 12	
1730	Juin	21	8 16	Décembre	21	12 10	
1731	Juin	21	13 35	Décembre	21	18 7	
1732	Juin	20	19 28	Décembre	20	23 51	
1733			Décembre	21	5 46	
1734	Juin	21	7 16	Décembre	21	11 57	
1735	Juin	21	13 18	Décembre	21	17 42	
1736	Juin	20	18 55	Décembre	20	23 21	

Solstices d'Été.

Solstice d'Hiver.

1737	Jun	21	0 ^h 41'	Décembre	21	5 ^h 15'
1738	Jun	21	6 33			

Il faut présentement examiner quelle est la grandeur de l'année qui résulte des observations des Solstices, dont l'erreur sera moins sensible plus elle sera partagée par un grand nombre d'années.

Solstice observé à Athenes le 27 Juin de l'année 431 avant Jesus-Christ.

La plus ancienne de ces observations est celle qui, au rapport de Ptolemée (*liv. 3. chap. 2.*) a été faite à Athenes par Meton & Euctemon le 21.^{me} jour du mois de *Phamenoth* de l'année 316 de Nabonassar, au matin, ce qui, réduit à nos époques, se rapporte au 27 Juin de l'année 431 avant Jesus-Christ, à 5^h du matin.

Les circonstances de cette observation méritent qu'on y ait un égard particulier, tant à cause qu'elle a été faite par le moyen d'un célèbre Héliometre ou Instrument pour mesurer le cours du Soleil, que Méton fils de Pausanias, dédia publiquement dans l'Assemblée des États, que parce que ce Solstice fut pris pour l'époque de son Cycle de 19 années, qui est encore en usage parmi toutes les Nations.

Suivant nos observations, le Solstice d'Été de l'année 1717, est arrivé à Paris le 21 Juin à 4^h 50'. Retranchant 11 jours de ce temps pour le réduire à la forme Julienne, & y adjoûtant 1^h 28' dont Athenes est plus oriental que Paris, on aura le Solstice d'Été de l'année 1717, réduit à la forme Julienne & au Méridien d'Athenes, le 10 Juin à 6^h 18'.

L'intervalle de temps entre ce Solstice & celui de Méton, est de 2148 années moins 16^j 10^h 42', ce qui fait voir que dans l'intervalle de 2148 années Juliennes, de 365 jours 6 heur. le temps du Solstice a retardé de 16^j 10^h 42', ce qui est à raison de 11^h 1' 30" par année. Les retranchant de 365 jours 6 heur. on aura la grandeur de l'année, de . . . 365^j 5^h 48' 58" 30", à laquelle il faut adjoûter 50" 9", dont l'année Solaire moyenne retarde à l'égard de l'année apparente, & l'on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365^j 5^h 49' 48" 39",

qui excède de près d'une minute, celle qui a été déterminée par l'observation des Équinoxes.

On trouvera une moindre différence, si l'on suppose avec Scaliger (*lib. 2. de Emend. Temp.*) & le P. Petau (*Uran. var. diff. lib. 6. cap. 10.*) que Méton, par l'observation du temps du vrai Solstice, avoit déterminé le moyen au 21.^{me} du mois de *Phamenoth* de l'année 316 de Nabonassar, & qu'il s'en étoit servi pour commencer le Cycle Solaire qui porte son nom. Car suivant nos Tables, le vrai Solstice étant arrivé plus tard que le moyen, de 23^h 36', si on les adjoûte au 27 Juin de l'année 431 avant Jesus-Christ à 5 heures du matin, on aura le temps du Solstice vrai le 28 Juin de la même année à 4^h 26' du matin. Comparant ce temps avec celui du Solstice de l'année 1717, on aura, toute réduction faite, la grandeur de l'année Solaire, de . . . 365^j 5^h 49' 9" 23".

Solstice observé à Alexandrie le 24 Juin de l'année 140 après Jesus-Christ.

Depuis l'observation du Solstice faite par Méton, jusqu'au second siècle après J. C. nous n'en avons point trouvé d'autre que celle qui, au rapport de Ptolemée, est arrivée le 11 du mois de *Messori* de l'année 463 depuis la mort d'Alexandre, peu de temps après minuit, ce qui se rapporte au 24 Juin de l'année 140 après Jesus-Christ, à 13 heures.

Entre cette observation & celle de Méton, il y a 571 années, dont 143 biffexiles moins 2 jours 4 heures, ce qui est conforme à l'intervalle entre ces observations, que Ptolemée remarque être de 571 années Égyptiennes, de 365 jours chacune plus 140 jours & 20 heures.

Le Solstice d'Été de l'année 1732, est arrivé, suivant nos observations, à Paris le 20 Juin à 19^h 28' 30". Retranchant de ce temps 11 jours pour le réduire à la forme Julienne, & y adjoûtant 1^d 51' 36", dont Alexandrie est plus orientale que Paris, on aura le Solstice d'Été de 1732, réduit à la forme Julienne & au Méridien d'Alexandrie, le 9 Juin à 21^h 20'.

L'intervalle de temps entre ce Solstice & celui de Ptolemée, est de 1592 années Juliennes moins 14^j 15^h 40', qui, étant partagées par 1592, donnent pour chaque année 13' 15", qu'il

faut retrancher de 365 jours 6 heures, pour avoir la grandeur de l'année Solaire apparente, de 365^j 5^h 46' 45". Y adjôtant 51" 12", dont l'année Solaire moyenne retarde à l'égard de l'année apparente, l'on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365^j 5^h 47' 36".

Cette grandeur de l'année s'accorde à quelques secondes près avec celle qui résulte des observations des Equinoxes, faites par Ptolemée, lequel, par la comparaison de ses observations avec celles des Anciens, juge que l'année Solaire moyenne ne retardoit à l'égard de l'année Julienne, que d'un jour dans l'espace de 300 ans; au lieu que, suivant le Calendrier Grégorien qui est en usage parmi nous, & dans lequel on a supposé le mouvement du Soleil à peu-près conforme à ce qui résulte des observations les plus exactes, ce retardement est de 3 jours dans l'espace de 400 années.

Ptolemée qui rapporte ces observations des Solstices, ne fait pas de difficulté d'avouer qu'il n'est pas facile de discerner avec précision, le moment du Solstice, qu'il déterminoit, selon toutes les apparences, par l'observation du temps où le Soleil paroïssoit être dans la plus grande déclinaison à l'égard de l'Equateur, ce que l'on sçait être sujet à erreur, à cause que son mouvement en déclinaison est alors presque insensible.

Examinons présentement quelle est la grandeur de l'année Solaire moyenne, qui résulte des observations des Solstices déterminés par les hauteurs correspondantes du Soleil, de la manière qui a été expliquée ci-dessus.

Les plus anciennes de ces observations qui soient venues à notre connoissance, sont celles qui ont été faites à Nuremberg, par Regiomontanus & Waltherus, dont nous avons déjà fait mention dans la comparaison des Equinoxes.

Le 22 Novembre de l'année 1487, la Corde de la distance du Soleil au Zénit de Nuremberg, étoit de 116475 parties, dont le rayon est 100000.

Elle fut observée le 2 Janvier de l'année suivante 1488, de 116525, & le 3 Janvier de 116275.

La différence entre l'observation du 2 & du 3 Janvier, est de 250, & entre celle du 22 Novembre & du 2 Janvier, elle est de 50; c'est pourquoi l'on fera, comme 250 sont à 50;

ainsi 24 heures sont à 4^h 48', qu'il faut adjôter au midi du 2 Janvier, & l'on trouvera que le 2 Janvier à 4^h 48', le Soleil avoit la même déclinaison que le 22 Novembre à midi. L'intervalle entre ces deux déterminations, est de 41^j 4^h 48', dont la moitié 20^j 14^h 24', étant adjôttée au midi du 22 Novembre, détermine le Solstice d'Hyver apparent de l'année 1477 au 12 Décembre à 14^h 24'. Y adjôtant 12 minutes, dont le temps du Solstice vrai excédoit celui du Solstice apparent, on aura le temps du Solstice vrai de l'année 1487, à Nuremberg le 12 du mois de Décembre à 14^h 36'.

On trouvera de la même manière, le temps du Solstice vrai observé à Nuremberg en différentes années, tel qu'on l'a marqué ici

Solstices observés à Nuremberg.

1487	Décembre	12	à	14 ^h	36'	0"
1493	Décembre	12	à	0	51	0
1498	Décembre	12	à	5	6	21
1503	Juin	12	à	12	46	34

Pour comparer présentement l'observation du Solstice d'Hyver de l'année 1487 avec celle de 1731, qui est arrivée à Paris le 21 Décembre à 18^h 7', on retranchera de la dernière 11 jours pour la réduire à la forme Julienne, & on y adjôtera 34' 56", dont Nuremberg est plus oriental que Paris, & on aura le 10 Décembre à 18^h 42' pour le temps du Solstice de 1731, réduit à la forme Julienne & au Méridien de Nuremberg. L'intervalle de temps entre ce Solstice & celui de 1487, est de 244 années Juliennes moins 1^j 0^h 19' 54", qui, étant partagées par 244, donnent pour chaque année 365 jours 6 heures moins 10' 48"^{1/2}, ou 365^j 5^h 49' 11"^{1/2} pour la grandeur de l'année apparente, dont il faut retrancher 50" 37" pour avoir la grandeur de l'année moyenne, de 365^j 5^h 48' 21".

On trouvera de la même manière, par la comparaison des Solstices des 12 Décembre 1493 & 21 Décembre 1729, la grandeur de l'année, de 365^j 5^h 48' 27"^{1/2}.

Par les Solstices des 12 Décembre 1498 & 21 Décembre 1730, de 365^j 5^h 48' 41"^{1/2}.

Et par les Solstices des 12 Juin 1503 & 21 Juin 1731, de 365^j 5^h 48' 35".

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . 365^j 5^h 48' 31".

Depuis les observations de Waltherus faites à Nuremberg vers les Solstices, nous avons celles qui ont été faites à Uranibourg, par Tycho, qui y a employé divers Instruments dont la description est rapportée dans l'Histoire Céleste de Lucius Baretus.

Entre ces observations, nous avons choisi celles qui ont été faites avec les Instruments les plus solides, parce qu'étant moins sujets à s'altérer, il doit y avoir moins de variation dans les hauteurs correspondantes observées dans des temps éloignés l'un de l'autre; & nous avons déterminé le vrai temps des Solstices, ainsi qu'il est rapporté ici.

Solstices observés à Uranibourg.

1582	Décembre	11	à	15 ^h	6'
1583	Juin	11	à	19	29
1584	Juin	11	à	2	10
1584	Décembre	11	à	2	7
1585	Juin	11	à	7	45
1585	Décembre	11	à	8	30
1586	Juin	11	à	13	37
1586	Décembre	11	à	14	8
1588	Juin	11	à	1	36
1589	Décembre	11	à	7	4
1590	Décembre	11	à	13	8
1591	Juin	11	à	18	37
1594	Décembre	11	à	12	24
1595	Décembre	11	à	18	34

Pour déterminer, par le moyen de ces observations, la grandeur de l'année moyenne, on a adjointé au temps des Solstices arrivés à Uranibourg, 11 jours, & l'on en a retranché 42 minut. différence des Méridiens, dont Uranibourg est plus oriental que Paris,

Paris, & on a eu le temps de ces Solstices, réduit à la forme Grégorienne, & au Méridien de Paris, que l'on a comparé à ceux qui ont été observés à Paris, ayant égard à la différence entre l'année Solaire apparente & l'année Solaire moyenne, qui est de 50 secondes, qu'il faut retrancher de l'année apparente dans le Solstice d'Hyver, & qu'il faut y adjouër dans le Solstice d'Été.

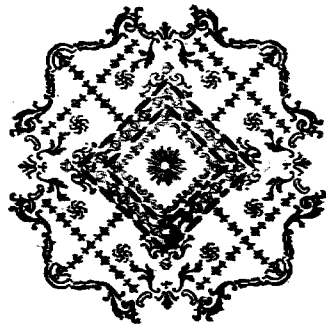
Suivant ces observations, on trouve par la comparaison des Solstices d'Hyver des années 1582 & 1714, la grandeur de l'année Solaire, de 365^j 5^h 48' 43".

Par les Solstices d'Été de 1583 & 1715,	de	365	5	49	3
Par les Solstices d'Été de 1584 & 1716,	de	365	5	48	48
Par les Solst. d'Hyver de 1584 & 1716,	de	365	5	49	1
Par les Solstices d'Été de 1585 & 1717,	de	365	5	48	55
Par les Solst. d'Hyver de 1585 & 1717,	de	365	5	48	47
Par les Solstices d'Été de 1586 & 1718,	de	365	5	48	47
Par les Solst. d'Hyver de 1586 & 1718,	de	365	5	48	50
Par les Solstices d'Été de 1588 & 1716,	de	365	5	48	42
Par les Solst. d'Hyver de 1589 & 1717,	de	365	5	49	7
Par les Solstices d'Été de 1590 & 1714,	de	365	5	48	32
Par les Solst. d'Hyver de 1590 & 1714,	de	365	5	48	59
Par les Solstices d'Été de 1591 & 1715,	de	365	5	48	48
Par les Solst. d'Hyver de 1594 & 1714,	de	365	5	49	1
Et par les Solst. d'Hyv. de 1595 & 1715,	de	365	5	48	50

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . 365^j 5^h 48' 52".

Il seroit inutile d'examiner ce qui résulte des observations des Solstices, faites par les Astronomes qui ont suivi Tycho, parce qu'une erreur de 10 minutes dans la détermination de l'heure de l'un de ces Solstices, en cause une de plusieurs secondes dans la détermination de l'année Solaire moyenne.

Il suffira de remarquer, qu'en comparant le Solstice d'Été de l'année 1672, observé à Paris le 20 Juin à 7^h 24' 0", avec celui de l'année 1732, qui a été déterminé dans la même ville le 20 Juin à 19^h 58' 0", il y a dans cet intervalle, 60 années, dont 14 bissextiles plus 12^h 4', qui, étant partagées par 60, donnent la grandeur de l'année apparente, de 365ⁱ 5^h 48' 4", à laquelle adjôûtant 50 secondes, dont l'année moyenne excède l'apparente, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365ⁱ 5^h 48' 54", peu différente de celle que nous avons déterminée par les observations de Tycho.



LIVRE TROISIEME.

DE LA LUNE.

LA LUNE est de toutes les Planetes, celle qui est la plus près de la Terre, & dont le mouvement propre est le plus prompt, sa révolution autour de la Terre s'achevant dans l'espace d'environ un mois. Cette révolution se fait sur une Orbite, dont le plan est incliné à celui de l'Ecliptique, d'environ 5 degrés, & le coupe en deux points opposés, qu'on nomme *Nœuds*. Le Nœud ascendant est celui où la Lune se trouve lorsqu'elle passe de la partie méridionale de son Orbite à la partie septentrionale; & le Nœud descendant est celui où elle passe de la partie septentrionale à la partie méridionale.

CHAPITRE I.

Des Phases de la Lune.

ON appelle *Phases de la Lune*, ses différentes apparences à l'égard de la Terre, lesquelles sont produites par sa diverse situation à l'égard du Soleil.

La Pleine Lune ou Opposition est l'état où elle se trouve lorsque son disque nous paroît entièrement éclairé. La Nouvelle Lune ou Conjonction est celui où elle cesse entièrement de paroître; l'une & l'autre de ces Phases, s'appellent *Sizygie*.

Le premier Quartier de la Lune est l'état où elle paroît en forme d'un demi-cercle dont la circonférence regarde le Couchant, & le dernier Quartier est celui où on la voit de la même figure; ayant sa circonférence tournée vers le Levant. Ces deux Phases s'appellent *Quadratures*.

Le temps depuis la Nouvelle jusqu'à la Pleine Lune, s'appelle le *Croissant*, & on nomme *Décours*, celui qui est entre la Pleine & la Nouvelle Lune.

Pour rendre raison de toutes les Phases de la Lune, soit *T* (Fig. 38.) la Terre, *S* le Soleil à une grande distance, *G L E I* l'Orbe que la Lune décrit par son mouvement propre.

Lorsque la Lune est en *L*, entre la Terre & le Soleil, son hémisphère *A B C* est éclairé du Soleil, pendant que l'autre hémisphère *A D C*, qui est exposé à la Terre, est dans l'obscurité, c'est pourquoi on cesse de l'apercevoir, & elle est Nouvelle. Tout au contraire, lorsque la Lune est en *I*, dans une situation opposée, sa partie *A B C* éclairée par le Soleil, est exposée vers la Terre, c'est pourquoi elle nous paroît Pleine.

Lorsque la Lune est dans son premier Quartier, comme en *G*, éloignée du Soleil de 90 degrés, il n'y a que la moitié *B C* de l'hémisphère *A B C* éclairé par le Soleil, qui soit exposée vers la Terre, c'est pourquoi nous n'apercevons que la moitié du disque de la Lune, dont la circonférence *B C* regarde l'Occident. Par la même raison, lorsque la Lune est dans son dernier Quartier, comme en *E*, éloignée du Soleil de 270 degrés suivant la suite des Signes, nous ne pouvons apercevoir que la moitié *A B* de son hémisphère *A B C* éclairé par le Soleil, c'est pourquoi elle paroît en forme de demi-cercle, dont la circonférence *A B* regarde l'Orient.

Dans les autres situations de la Lune dans son Orbe, quoique cette Planete soit toujours éclairée par le Soleil d'une égale quantité, ses divers aspects à l'égard de la Terre, sont causés que nous n'apercevons qu'une partie de son disque, qui augmente à mesure qu'elle s'éloigne des nouvelles Lunes, comme en *F* & en *H*, & diminue dans la même proportion, à mesure qu'elle s'en approche, comme en *N* & en *M*, ce qui cause ces vicissitudes des Phases de la Lune, qu'on aperçoit dans chacune de ses révolutions.

Ces apparences démontrent clairement que la Lune est un corps opaque qui réfléchit la lumière, sans en avoir aucune qui lui soit particulière.

Il est vrai que lorsque la Lune est dans son Croissant, ou dans son Décours, comme en *F* ou en *M*, on distingue assez clairement

la partie *C O F* ou *A P M* de son disque, qui n'est point éclairée du Soleil; mais cette lumière est causée par la réflexion de la partie de la Terre éclairée par le Soleil, sur le disque de la Lune, qui y produit un effet semblable à celui que nous apercevons sur la Terre dans les clairs de Lune.

C H A P I T R E I I.

Des Taches de la Lune.

OUTRE les Taches que l'on aperçoit dans la Lune, à la vûe simple, on en découvre plusieurs par la Lunette, dont les unes ressemblent à des rochers, d'autres à des cercles ou ovales qui ont souvent une petite montagne ou éminence vers le milieu.

La diverse exposition de la Lune à l'égard du Soleil & de la Terre, produit une diversité d'apparence dans chacune de ces Taches, qui sert beaucoup à connoître leur conformation particulière.

Il est aisé de reconnoître qu'il y a dans la Lune, des parties éminentes, semblables aux Montagnes de la Terre: car lorsque le Soleil est perpendiculaire sur l'endroit où elles sont placées, elles ne font point d'ombre, mais lorsqu'il les regarde obliquement, elles font une ombre vers la partie opposée au Soleil, qui a une forme triangulaire, & se termine pour l'ordinaire en pointe.

On aperçoit aussi en diverses Taches circulaires ou approchantes de cette figure, que leur partie exposée au Soleil est éclairée pendant que la partie opposée est obscure, faisant à peu-près l'effet d'un hémisphère concave exposé obliquement à la lumière, ce qui montre évidemment qu'il y a de grandes cavités ou enfoncements.

La section de la Lune, qui distingue sa partie éclairée d'avec celle qui est obscure, est l'endroit qui est exposé au Soleil le plus obliquement; c'est-là par conséquent où les ombres des éminences lunaires sont les plus grandes, & nous les apercevons mieux dans les quadratures de la Lune que dans ses autres Phases, parce que les ombres qui tombent alors vers le milieu de son disque, qui est la partie la plus exposée à notre vûe, sont plus sensibles, par la même raison que les Taches du Soleil paroissent plus grandes.

& se distinguent mieux lorsqu'elles sont vers le milieu de son disque.

Ces ombres de la Lune augmentent, diminuent & tournent à mesure que la Lune s'approche ou s'éloigne du Soleil.

Dans le Croissant, la Lune étant à l'Orient à l'égard du Soleil, les ombres tournent à l'Orient; & dans le Décours, la Lune étant occidentale à l'égard du Soleil, les ombres se dirigent vers l'Occident, suivant les regles de la perspective. Nous voyons aussi par les Lunettes, au de-là du terme de la lumière, des parties lumineuses qui paroissent détachées de la Lune, semblables à des Etoiles qui en seroient proches: ce sont des Montagnes qui sont dans la partie obscure de son disque, mais si élevées sur sa surface, que leurs sommets sont éclairés du Soleil, pendant que leur pied est privé de la lumière de cet Astre.

Dans la Pleine Lune, nous ne distinguons point d'ombres, parce qu'il n'y en a point dans le milieu de son disque qui est exposé à la Terre, à peu-près de même qu'au Soleil; & qu'à l'égard de celles qui se forment vers les bords de la Lune, elles ne peuvent pas être aperçues, parce que nous voyons les parties éminentes du même côté qu'elles sont vûes du Soleil, c'est pourquoi les endroits où s'étendent ces ombres, nous sont aussi cachés; les mêmes parties de la Lune lorsqu'elle est Pleine, nous forment donc une apparence bien différente de celle qu'on y découvre dans le Croissant & dans le Décours.

Quoique dans le temps de la Pleine Lune, l'apparence des élévations & des profondeurs y soit entièrement effacée, on ne laisse pas d'y appercevoir dans ses différentes parties, une grande différence de clarté & d'obscurité, ce qui vient de ce que les unes sont plus disposées à réfléchir la lumière que les autres. On y voit même des Taches qui semblent répandre des rayons sur la surface de la Lune, telles que Tycho, Copernic & Képler; quoique ces rayons qui, selon les apparences, sont des parties plus élevées de la Lune que celles qui les environnent, ne se distinguent pas la plupart dans le Croissant & le Décours, parce que la suite de ces éminences qui sont inégales, peut être interrompue par des ombres que les parties élevées font sur celles qui sont plus basses.

Cette différence de clarté & d'obscurité, qui se remarque dans

le temps de la Pleine Lune, a fait donner à ces différentes parties, le nom de *Continents*, de *Mers*, de *Lacs*, de *Golfes*, d'*Isles*, de *Promontoires*, par analogie à ce que nous voyons sur la Terre. On auroit pu aussi avec quelque fondement, donner à ce que nous appellons *Mers*, le nom de *Forêts* qui absorbent la lumière, & sont moins propres à la réfléchir que les eaux qui en réfléchissent une certaine quantité.

Quoi qu'il en soit, il y a grande raison de présumer que les éléments dont la Lune est composée, sont fort différents de ceux qui forment la Terre, car on n'y découvre aucune apparence semblable à celle qui seroit produite par les nuages qui, suivant qu'ils seroient rares ou épais, & qu'ils varieroient de situation, altereroient continuellement la configuration apparente de ses parties, les rayons qui entrent dans les nuages, y étant absorbés en partie, & ne se réfléchissant pas de la même manière que ceux qui se répandent sur la surface de la Terre lorsque l'air est serein. On n'a pas pu même encore s'assurer qu'il y ait un atmosphere semblable au nôtre, les Etoiles fixes ou Planetes qui sont éclipsées par la Lune, ne souffrant aucune altération sensible dans leur figure & dans leur couleur, lorsqu'elles entrent dans la Lune, ou qu'elles en sortent; ce que l'on devoit appercevoir si cette Planete avoit autour d'elle un atmosphere d'une consistance différente de la matière céleste qui l'environne. Il y a donc lieu de juger que la matière dont la Lune est composée, n'est pas disposée à fournir des vapeurs, envoyer des exhalaisons, & former des météores semblables à ceux que l'on apperçoit sur la Terre que nous habitons.

C H A P I T R E I I I.

De la Libration apparente de la Lune, ou de la Révolution de la Lune autour de son Axe.

PAR l'observation assidue des Taches de la Lune, on a reconnu que cette Planete nous présente toujours la même face, avec la seule différence que ses Taches qui conservent entr'elles la même situation, paroissent tantôt s'approcher un peu du bord

de son disque apparent, & tantôt s'en éloigner à peu-près de la même quantité.

Cette apparence a fait d'abord juger que le globe de la Lune ne faisoit point de révolution autour de son axe, mais qu'il étoit seulement sujet à quelques balancements semblables à ceux que l'on apperçoit dans une boule dont on change le centre de pesanteur, ce qui lui a fait donner le nom de *Librations*.

Ces mouvements irréguliers en apparence, & différents de ceux qu'on a découverts dans la plupart des autres Planetes qui font leurs révolutions autour de leur axe, ont donné lieu à mon Pere de juger que cette libration de la Lune étoit produite par la combinaison de deux mouvements, dont l'un est celui de la Lune autour de la Terre, & l'autre est sa révolution autour de son axe.

Pour discerner l'effet de ces deux mouvements, il faut considérer qu'il y a dans le globe de la Lune, de même que dans celui du Soleil, un axe qui passe toujours par les mêmes Taches fixes sur la surface de la Lune, à l'extrémité duquel sont placés deux Poles élevés sur le plan de l'Ecliptique, de 87 degrés $\frac{1}{2}$, & sur le plan de l'Orbite de la Lune, de 82 degrés $\frac{1}{2}$; d'où il suit que l'Equateur de la Lune, qui est éloigné de chacun de ces Poles, de 90 degrés, & qui passe aussi toujours par les mêmes Taches, est incliné à l'Ecliptique, de 2 degrés $\frac{1}{2}$, & à l'Orbite de la Lune, de 7 degrés $\frac{1}{2}$.

On considérera en second lieu, que les Poles de la Lune sont toujours dans un grand cercle du globe de cette Planete, parallèle au grand cercle qui passe par les Poles de l'Orbite, & par ceux de l'Ecliptique, qu'on peut nommer *Colüre de la Lune*, par la même raison qu'on appelle *Colüre des Solstices*, le grand cercle qui passe par les Poles de l'Equinoctial & de l'Ecliptique, à la distance de 90 degrés de l'intersection de ces deux cercles.

On supposera en dernier lieu, que le globe de la Lune tourne autour de son axe d'Occident en Orient dans l'espace de 27 jours & 5 heures, par une période égale à celle du retour de la Lune au Nœud de son Orbite avec l'Ecliptique. Ce mouvement est analogue à la révolution de la Terre autour de son axe qui se fait d'Occident en Orient, & retourne au même Colüre dans l'espace de 23 heur. 56 minutes.

Ces

Ces hypothèses suffisent pour expliquer toutes les variétés de la libration apparente de la Lune.

On remarquera d'abord que dans le globe de la Lune, ses Poles qui sont éloignés de ceux de l'Ecliptique, de 2 degrés $\frac{1}{2}$, & qui, suivant l'hypothèse, sont toujours placés sur un grand cercle parallèle à celui qui passe par les Poles de l'Orbite & de l'Ecliptique; ses Poles, dis-je, doivent paroître se mouvoir autour des Poles de l'Ecliptique, en décrivant deux cercles Polaires qui en sont éloignés de 2 degrés $\frac{1}{2}$, & achever leurs révolutions en 18 ans & 7 mois, de l'Orient vers l'Occident, en même temps & du même sens que les Nœuds de la Lune; de la même manière que dans l'hypothèse de Copernic, les Poles de la Terre font leurs révolutions autour des Poles de l'Ecliptique, de l'Orient vers l'Occident, suivant deux cercles qui en sont éloignés de 23 degrés $\frac{1}{2}$, dans une période de 25000 années, ce qui cause l'apparence du mouvement propre des Etoiles fixes autour des Poles de l'Ecliptique dans le même intervalle de temps.

On remarquera en second lieu, que les Poles de l'Orbite représentés sur le globe de la Lune, doivent toujours paroître sur la circonférence de son disque, car le centre de la Lune étant sur son Orbite, son globe est séparé en deux parties égales par le plan de cette Orbite qui y forme une section circulaire, laquelle vüe de la Terre placée dans ce même plan, doit paroître en forme d'un diametre ou d'une ligne droite *AB* (*Fig. 39.*) qui passe par le centre *C* de la Lune. Les Poles de la Lune qui sont à la distance de 90 degrés de tous les points de cette section circulaire qui représente l'Orbite, doivent donc se rencontrer sur la circonférence de son disque, comme en *P* & en *D*.

Lorsque la Lune est dans ses Nœuds, le grand cercle qui passe par les Poles *P* & *D* de l'Orbite & par ses Nœuds, passe aussi par le centre de la Lune, & y forme une section circulaire, qui vüe de la Terre placée dans le plan & au centre de ce grand cercle, est représentée par le diametre *PD*.

Les Poles de la révolution de la Lune, qui, suivant nos hypothèses, sont dans un grand cercle parallèle à celui qui passe par les Poles de l'Orbite & de l'Ecliptique, & coupe ces cercles à la distance de 90 degrés de ses Nœuds, sont donc sur la circonférence

. K k

APBD du disque de la Lune, qui coupe à angles droits la section circulaire qui passe par ses Nœuds.

Prenant les arcs *PE*, *PH*, *DF*, *DI*, chacun de 7 degrés $\frac{1}{2}$, le Pole boréal de la Lune sera en *E* ou en *H*, & le Pole austral en *F* ou en *I*. Menant à la distance de 90 degrés des points *H* & *F*, le diametre *GK*, & à la distance de 90 degrés des points *E* & *I*, le diametre *MN*; ces deux diametres représenteront dans cet état, l'Equateur de la Lune qui passe toujours par les mêmes Taches fixes, lesquelles paroîtront alors disposées en ligne droite.

Lorsque la Lune est à la distance de 90 degrés de ses Nœuds, le grand cercle qui passe par le Pole de son Orbite & celui de l'Écliptique, passe aussi par le centre de la Lune, & y forme une section circulaire, qui, vûe de la Terre, y est représentée par le diametre *PCD*, & concourt avec le Colûre de la Lune, que l'on a supposé parallele au grand cercle qui passe par les Poles de l'Orbite & de l'Écliptique. Les Poles du globe Lunaire doivent donc être représentés sur le diametre *PD*, & on déterminera leur situation en tirant des points *E* & *H*, *F* & *I*, éloignés des points *P* & *D*, de 7 degrés $\frac{1}{2}$, les lignes *EH*, *FI*, paralleles à *AB*, qui couperont le diametre *PD* aux points *O* & *R*, cherchés.

Lorsque la Lune est dans sa plus grande latitude septentrionale, le plan de l'Écliptique est vers le Midi à l'égard du plan de l'Orbite. Le Pole boréal de l'Écliptique sera donc représenté sur l'hémisphère apparent du globe Lunaire, comme en *S*, éloigné de 5 degrés ou environ, du Pole *P* de l'Orbite vers le Midi, & le Pole austral, qui lui est opposé, sera en *L* dans l'hémisphère qui nous est caché, éloigné de 5 degrés ou environ, du Pole austral *D* de l'Orbite vers le Septentrion.

Le Pole boréal de l'Equateur de la Lune, qui est éloigné de 7 degrés $\frac{1}{2}$ du Pole de l'Orbite, & de 2 degrés $\frac{1}{2}$ de celui de l'Écliptique, sera donc en *O* dans l'hémisphère apparent de la Lune, & le Pole austral, qui lui est opposé, au point *R* dans son hémisphère qui nous est caché. Le plan de l'Equateur de la Lune, qui est à distance égale de ces deux Poles, sera donc alors représenté par une Ellipse *AVB*, dont la concavité regardera le point *P*.

Tout au contraire, lorsque la Lune est dans sa plus grande latitude méridionale, le plan de l'Écliptique est vers le Septentrion

à l'égard du plan de l'Orbite. Le Pole boréal de l'Écliptique sera donc représenté au point *S* sur l'hémisphère qui nous est caché, pendant que le Pole austral sera au point *L* sur l'hémisphère apparent. Le Pole boréal du globe Lunaire sera aussi en *O* sur l'hémisphère qui nous est caché, & le Pole austral en *R* sur l'hémisphère apparent; d'où il suit que l'Equateur de la Lune paroitra en forme d'une Ellipse *ATB*, dont la convexité regarde le point *P*. Dans l'une & l'autre de ces situations, les Taches qui, lorsque la Lune étoit dans ses Nœuds, paroissoient disposées en ligne droite, paroîtront suivant une ligne elliptique ou ovale.

Dans les autres situations de la Lune hors de ses Nœuds & de sa plus grande digression de l'Écliptique, les Poles du globe de la Lune seront placés sur les lignes *EH*, *FI*, paralleles à *AB*, & les cercles qui représentent l'Écliptique & l'Equateur, se transformeront en des Ellipses plus ou moins ouvertes, suivant que la Lune est plus ou moins éloignée de ses Nœuds.

Pendant que les Poles du globe de la Lune font leurs révolutions de l'Occident vers l'Orient, le Colûre de la Lune sur lequel ces Poles sont placés, & qui est représenté en ligne droite lorsque cette Planete est à la distance de 90 degrés de ses Nœuds, tourne du même sens, & se transforme en une Ellipse dont la largeur augmente jusqu'à ce que la Lune étant arrivée à son Nœud, il se conforme au bord oriental de cette Planete; & comme ce Colûre qui est fixe sur la surface de la Lune, passe toujours par les mêmes Taches, il suit que si la Lune n'avoit aucun mouvement autour de son axe, on verroit ces Taches passer successivement du bord occidental de la Lune à son bord oriental, & revenir au même endroit après le retour de la Lune à ses Nœuds, ce qui est contraire à ce que nous observons de la Lune, dont on découvre toujours à peu-près la même face & les mêmes Taches.

Il est donc nécessaire pour expliquer cette apparence, de supposer que le globe de la Lune tourne autour de ses Poles, d'un mouvement égal & uniforme de l'Occident vers l'Orient, qui, étant vû de la Terre, paroît être de l'Orient vers l'Occident, au contraire du mouvement apparent du Colûre.

Ce mouvement contraire ne peut pas empêcher que les Taches qui sont près du Pole de la Lune, où les paralleles qu'elles

décrivent, sont très-petits, ne soient toujours emportées par le Colûre vers l'Orient, en sorte que les mouvements de ces Taches autour de l'axe, qui se font en apparence vers l'Occident, ne peuvent nullement récompenser les mouvements contraires, mais ils servent à modifier leur vitesse, tantôt l'augmentant, tantôt la diminuant, comme font les Épicyles aux mouvements des Planetes.

Cette compensation ne peut pas non plus être juste, si ce n'est lorsqu'il se rencontre que le même arc d'un parallele, fait des angles égaux au Pole de la Lune, & au Pole de l'Orbite, qui est un cas fort rare, & qui varie en un instant; c'est pourquoi cette seule cause produit divers balancements, tant en longitude, qu'en latitude.

Mais il y a une autre cause qui augmente beaucoup ces balancements, & principalement celui de longitude, c'est que les mouvements qui se font autour des Poles de la Lune, sont à peu-près égaux en temps égaux, au lieu que les angles que le mouvement du Colûre fait au Pole de l'Orbite, ont les mêmes inégalités que le mouvement apparent de la Lune autour du Zodiaque, qui peuvent monter à 7 degrés $\frac{1}{2}$.

Lors donc que le mouvement de la Lune est vite, le mouvement du Colûre dans le disque apparent de la Lune, qui se fait vers l'Orient, l'emporte sur le mouvement du globe autour de son axe, qui se fait en apparence vers l'Occident; & lorsque le mouvement de la Lune est lent, le mouvement du globe vers l'Occident, l'emporte sur le mouvement du Colûre qui se fait vers l'Orient.

I.

De l'apparence du Mouvement propre des Etoiles fixes à l'égard de la Lune.

Les Poles de l'Écliptique, suivant les hypothèses les plus simples, répondent toujours à une même Etoile fixe, & les mêmes Etoiles fixes sont toujours sur l'Écliptique ou sur ses paralleles; c'est pourquoi dans l'hypothèse de Copernic, les Poles de la Terre fixes sur sa surface, se meuvent autour des Poles de l'Écliptique en 25000 années ou environ, sur un cercle éloigné de ses Poles, de $46^{\text{d}} 58'$, ce qui forme l'apparence du mouvement des Etoiles fixes autour des

Poles de l'Écliptique en 25000 années, & fait varier leur déclinaison ou distance aux Poles, de $46^{\text{d}} 58'$ dans l'espace de 12500 années, ou une demie de ses révolutions.

Par la même raison, les Poles de la Lune fixes sur sa surface, faisant leurs révolutions autour des Poles de l'Écliptique en 18 ans & demi, sur un cercle qui en est éloigné de 2 degrés $\frac{1}{2}$, représentent à la Lune, un mouvement des Etoiles fixes autour des Poles de l'Écliptique en 18 ans & demi, qui fait varier leur déclinaison ou distance au Pole de la Lune, de 5 degrés dans l'espace de 9 ans & quelques mois, ce qui est manifeste par la comparaison de ces deux hypothèses.

I I.

De l'apparence de la Libration de la Lune à l'égard des Etoiles fixes.

Une Etoile fixe placée au Pole boréal de l'Écliptique, voit le Pole boréal de l'Écliptique lunaire au centre apparent de la Lune, & le Pole boréal de la Lune à la distance de 2 degrés $\frac{1}{2}$ du centre de cette Planete.

Le Colûre de la Lune, de même que tous les grands cercles qui passent par ce Pole & par le centre de la Lune, y sont représentés en forme d'une ligne droite; & comme ce Colûre tourne autour de l'Écliptique, de l'Orient vers l'Occident, dans l'espace de 18 années & demie, il suit que cette Etoile voit décrire au Pole boréal de la Lune, dans ce même espace de temps, un cercle autour de son centre apparent, qui en est éloigné de 2 degrés $\frac{1}{2}$.

Les Taches de la Lune, qui passent par le Colûre, de l'Occident vers l'Orient, & achevent leurs révolutions dans l'intervalle de 27 jours & 5 heures, temps du retour de la Lune à son Nœud, paroissent donc, de cette Etoile fixe, faire leurs mouvements suivant des cercles paralleles entr'eux, qui ont toujours pour centre, le lieu apparent du Pole, & qui, étant inclinés au disque apparent de la Lune, de 2 degrés $\frac{1}{2}$, y sont représentés en forme d'Ellipses qui lui sont excentriques; c'est pourquoi la distance des Taches à la circonférence du disque de la Lune, varie de la quantité de 5 degrés par un mouvement composé de celui des Poles en

18 ans & demi, & de celui des Taches autour des Poles en 27 jours & 5 heures. d'où il résulte que chacune de ces Taches forme sur le disque apparent de la Lune, une espece de spirale, semblable à celles qu'on observe de la Terre dans le mouvement apparent des Planetes, & qui est plus ou moins large, suivant que ces Taches sont plus près ou plus éloignées de la circonférence du disque de la Lune.

Toutes les Taches qui ne sont éloignées des Poles que de 87 degrés $\frac{1}{2}$, demeurent toujours dans le disque apparent de la Lune; les autres qui sont plus près du bord, sont tantôt dans l'hémisphère apparent, & tantôt dans l'hémisphère occulte.

L'apparence des Taches de la Lune, vûes d'une Etoile fixe placée sur l'Ecliptique, est bien différente. On verroit de cette Etoile, le plan de l'Ecliptique dans le disque de la Lune, en forme d'un diametre. Les Poles de l'Ecliptique lunaire seroient par conséquent sur le bord de son disque à la distance de 90 degrés des extrémités de ce diametre, & les Poles de la Lune qui sont éloignés de ceux de l'Ecliptique, de 2 degrés $\frac{1}{2}$, seroient tous les 9 ans sur le bord de la Lune.

Pendant l'un de ces intervalles, le Pole boréal seroit dans le disque apparent, & parcourroit un demi-cercle qui se représenteroit en ligne droite, & pendant les neuf autres années, le Pole austral paroîtroit sur le disque apparent, & le Pole boréal seroit caché. On verroit aussi les Taches décrire une révolution entière autour des Poles, suivant des paralleles qui seroient représentés tantôt par des lignes droites, tantôt par des Ellipses.

Dans les autres situations des Etoiles hors du Pole & du plan de l'Ecliptique, le Pole de l'Ecliptique sera placé en quelque endroit du disque de la Lune entre son centre & sa circonférence. Le cercle que le Pole lunaire décrit autour du Pole de l'Ecliptique dans l'espace de 18 années $\frac{1}{2}$, paroîtra en forme d'une Ellipse plus ou moins ouverte, suivant que ce Pole sera plus ou moins près du centre, & on verra par la révolution du globe de la Lune autour de son axe, qui se fait en 27 jours & 5 heures, une partie des Taches de la Lune paroître sur son disque, & disparoître successivement par un mouvement de l'Orient vers l'Occident, pendant que l'autre partie restera continuellement sur le disque. Cette

apparence est semblable à celle que ceux qui sont comme nous, dans la Sphere oblique, apperçoivent dans les Etoiles fixes, dont une partie paroît se coucher tous les jours, pendant qu'un certain nombre reste continuellement sur notre horison.

III.

De l'apparence de la Libration de la Lune à l'égard du Soleil.

Nous voyons quelquefois la Lune s'éloigner de part & d'autre de l'Ecliptique, de 5 degrés $\frac{1}{3}$, mais le Soleil qui est éloigné de la Lune au moins 300 fois plus que la Lune ne l'est de la Terre, ne la voit jamais éloignée de l'Ecliptique, de plus d'une minute; c'est pourquoi le plan de l'Ecliptique qui passe par le centre du Soleil, ne peut jamais être incliné au plan de l'Orbite de la Lune, de plus d'une minute, & le Soleil voit toujours les Poles de l'Ecliptique sur le bord apparent de la Lune, à la distance seulement d'une minute.

Mais les Poles de la Lune, autour desquels se fait le mouvement des Taches, sont éloignés de l'Ecliptique, de 2 degrés $\frac{1}{2}$; on les verroit donc du Soleil, parcourir sur le disque apparent de la Lune, deux demi-cercles en forme de ligne droite, de même qu'on les voit des Etoiles fixes placées sur le plan de l'Ecliptique, mais avec une période bien différente. Car le mouvement annuel, soit du Soleil autour de la Lune, soit de la Lune autour du Soleil, fait varier sur le disque de la Lune, le Colûre qui porte les Poles de cette Planete, lequel retourne au même état en 11 mois $\frac{1}{3}$, selon le retour du Soleil au Nœud, ce qui détermine l'année Solaire dans la Lune, un peu moindre que l'année Solaire dans la Terre.

Cette année Solaire dans la Lune, a ses Equinoxes & ses Solstices. Les Equinoxes arrivent lorsque les Poles de la Terre sont sur son bord à l'égard du Soleil qui est alors dans les Nœuds de la Lune, car les paralleles à l'Equinoctial sont alors coupés en deux parties égales par son bord qui sert d'horison. Les Solstices arrivent lorsqu'un des Poles de la Lune est le plus élevé qu'il est possible sur l'horison apparent au Soleil, lequel est alors à 90 degrés des Nœuds de la Lune dans le lieu de sa plus grande latitude.

Le peu de distance du Pole de l'Equateur de la Lune à celui de l'Ecliptique, est cause que les différentes saisons ne peuvent pas produire sur la surface de la Lune, des changements semblables à ceux que l'on apperçoit de l'Été à l'Hyver sur la Terre, où le Pole de l'Equateur est éloigné de celui de l'Ecliptique, de $23^{\text{d}} \frac{1}{2}$.

Il doit y avoir en récompense sur la Lune, des variétés causées par les différentes températures de l'air du jour à la nuit; car au lieu que la révolution de la Terre autour de son axe, qui compose le jour & la nuit, s'acheve en 24 heures, celle de la Lune autour de son axe à l'égard du Soleil, qui compose le jour & la nuit lunaire, ne s'accomplit qu'en 29 jours $\frac{1}{2}$. Ainsi depuis la fin du jour lunaire, où l'on cesse de voir le Soleil, jusqu'au commencement du jour suivant où on commence à l'appercevoir, il y a près de 15 jours, chacun de 24 heures, pendant lesquels chaque endroit de la surface de la Lune est privé de la lumière & de la chaleur du Soleil, ce qui doit y causer un très-grand froid, qui est suivi d'un très-grand chaud causé par la lumière du Soleil, qui reste sur le même horison pendant l'espace d'environ 15 jours.

Mais ce qu'il y a de plus singulier dans cette Planete, est que pendant que tous les endroits de sa surface jouissent successivement, & presque également de la présence du Soleil, près de la moitié de son hémisphère est privée de la lumière que le Soleil répand sur la Terre, qui, surpassant beaucoup la Lune en grandeur, doit réfléchir sur cette Planete lorsqu'elle est en Conjonction avec le Soleil, une lumière beaucoup plus éclatante que celle que nous recevons d'elle dans le temps de son Opposition.

On peut déduire de ces apparences, une preuve très-forte du mouvement de la Lune autour de son axe, car le Soleil paroissant répondre successivement à tous les lieux de la Lune dans l'espace de 29 jours $\frac{1}{2}$, il faut de deux choses l'une, ou que le Soleil ait un mouvement réel autour de la Lune dans cet espace de temps, ou que la Lune tourne en sens contraire autour de son axe dans le même intervalle: or il n'y auroit tout au plus qu'un habitant de la Lune qui pût s'imaginer que le Soleil tournât autour d'elle dans l'espace d'un mois, & il seroit absurde à tout autre de le penser; il est donc nécessaire de se persuader que c'est la Lune qui tourne réellement autour de son axe.

Méthode

Méthode de déterminer la situation apparente des Taches de la Lune, pour tous les temps de l'année.

Après avoir expliqué le mouvement de la Lune autour de son axe, qui, combiné avec le mouvement propre de cette Planete autour de la Terre dans un sens contraire, produit sa libration apparente; nous avons cru devoir donner la méthode de déterminer la situation des Taches de la Lune, & leurs configurations entr'elles pour tous les jours donnés.

On considérera d'abord les temps où la Lune étant Pleine, elle se trouve près de ses Nœuds; car alors, comme on l'a remarqué ci-dessus, le Colure de la Lune, sur lequel sont placés les Poles de l'Orbite de l'Ecliptique & du globe Lunaire, se conforme au bord apparent du disque de la Lune, & le plan de son Equateur qui passe toujours par les mêmes Taches, est représenté en ligne droite qui passe par le centre de la Lune, & est inclinée au plan de l'Orbite, de $7 \text{ deg. } \frac{1}{2}$, & au plan de l'Ecliptique, de $2 \text{ deg. } \frac{1}{2}$.

Ayant donc décrit un cercle *APBp* (Fig. 40.) qui représente le disque de la Lune, on tirera le diametre *DE*, qui représentera le plan de l'Equateur du globe Lunaire. On prendra de côté ou d'autre des points *D* & *E*, les arcs *DA*, *EB*, de 7 degrés $\frac{1}{2}$. On mena le diametre *AB*, qui représentera le plan de l'Orbite, & du centre *C*, l'on tirera à *AB*, le diametre perpendiculaire *Pp*, dont les points *P* & *p*, déterminent les Poles de l'Orbite qui sont toujours sur la circonférence du disque apparent de la Lune.

On prendra de côté & d'autre du point *P*, les arcs *PF*, *PG*, chacun de 5 degrés, & les arcs *PH*, *PI*, de 7 degrés $\frac{1}{2}$. Le point *G*, représentera le lieu du Pole de l'Ecliptique sur le disque de la Lune lorsqu'elle est dans son Nœud ascendant, & qu'elle va de la partie méridionale de son Orbite à la partie septentrionale; & le point *F*, le même Pole de l'Ecliptique lorsque la Lune est dans son Nœud descendant. Le point *I*, marquera aussi le Pole du globe de la Lune lorsqu'elle est dans son Nœud ascendant, & le point *H*, ce même Pole lorsqu'elle est dans son Nœud descendant.

Pour trouver la situation des Taches de la Lune, lorsqu'elle se rencontre dans un de ses Nœuds, comme, par exemple, dans son Nœud ascendant, on prendra de côté & d'autre du Pole *G* de

l'Ecliptique, les arcs GK , GL , chacun de $23^d 29'$, & on menera KL , qui coupera le rayon GC au point M . Du point M à l'intervalle MK ou ML , on décrira le cercle KNL , qu'on divisera en signes & degrés, marquant au point N , le lieu de la Lune dans l'Ecliptique, qui est supposée être dans ses Nœuds. On cherchera ensuite, sur ce cercle ainsi divisé, le point de l'Ecreviffe, que l'on trouvera, par exemple, en O . Du point O , on menera OQ , parallèle à NC , & du point Q , on tirera par le centre C , la ligne QC , qui représentera le plan du cercle de déclinaison de la Lune au temps de l'observation. Le diamètre RS , qui lui est perpendiculaire, représentera sur le disque de la Lune une portion du parallèle que la Lune décrit par son mouvement journalier.

On observera ensuite le temps que le diamètre de la Lune employe à passer par le cercle horaire, & l'on fera, comme le temps que la Lune employe à retourner d'un jour à l'autre au Méridien, est au temps du passage de la Lune par le cercle horaire; ainsi 360 degrés, sont aux minutes de degré que le diamètre de la Lune comprend sur un parallèle, que l'on réduira en minutes de degré d'un grand cercle.

On observera aussi la variation de la Lune en déclinaison d'un jour à l'autre, qui est égale à la différence de la hauteur méridienne de la Lune corrigée par la réfraction & la parallaxe, & l'on fera, comme le temps du retour de la Lune au Méridien, est au temps du passage de la Lune par le cercle horaire; ainsi la variation de la Lune en déclinaison d'un jour à l'autre, est à la variation de la Lune en déclinaison pendant le temps de son passage par le cercle horaire. On fera enfin, comme le diamètre de la Lune, déterminé en minutes de degré d'un grand cercle, est à la variation de la Lune en déclinaison pendant le temps de son passage par le cercle horaire; ainsi le diamètre de la Lune RS , est à une quantité qu'on portera de S vers P , comme en Y , lorsque la déclinaison va en augmentant vers le Nord, & de S vers p , comme en X , lorsqu'elle va en diminuant vers le Midi. On menera par l'un de ces points, comme Y , ainsi déterminé, le diamètre ZCI , qui représentera le plan du cercle que le centre de la Lune parcourt par son mouvement journalier.

Pour déterminer dans cette figure, la situation des Taches de

la Lune par rapport aux cercles qui y sont décrits, on observera cette Planete par le moyen d'une Lunette qui a au foyer de ses verres, quatre fils qui se croisent, en faisant entr'eux des angles de 45 deg. & ayant fait en sorte que le bord de la Lune rase exactement un de ces fils par son mouvement apparent, on observera le temps du passage des bords & des Taches par le fil horaire & les obliques, pour déterminer leur situation dans le disque apparent de la Lune par rapport au diamètre ZY . Toutes les Taches qui seront disposées sur le diamètre DE , lequel représente, comme il a été dit ci-dessus, le plan de l'Equateur du Pole Lunaire, seront placées sur la circonférence de l'Equateur, & celles qui seront disposées sur les parallèles à ce diamètre, seront aussi sur la circonférence des parallèles à l'Equateur. On conservera cette figure avec la disposition des Taches qui y sont placées, & on déterminera leur ascension droite & leur déclinaison, en tirant du point a , qui représente la situation d'une Tache, la ligne bac , parallèle à l'Equateur DE , & la ligne TaV , parallèle au cercle de déclinaison dIC , qui rencontre aux points T & V , le cercle $bTcV$, décrit sur le diamètre bc . L'arc $dbeV$, mesurera l'ascension droite de la Tache depuis le vrai lieu du Nœud de la Lune, & l'arc Ec , sa déclinaison, qui est septentrionale, lorsque la Tache est placée dans l'hémisphère septentrional DGE , & méridionale, lorsqu'elle est placée dans l'hémisphère méridional DpE . On trouvera de la même manière, la longitude & la latitude des Taches de la Lune par rapport à l'Ecliptique.

Pour déterminer la configuration des Taches de la Lune dans une autre situation, lorsqu'elle est, par exemple, éloignée de son Nœud ascendant, de 60 degrés, on décrira des points x & L , (Fig. 41.) où les lignes FG , HI , rencontrent le diamètre Pp , les cercles FMG , HNI ; & ayant pris les arcs GM , IN , chacun de 60 degrés, on menera à Pp , les parallèles MO , NQ , qui rencontreront FG & HI , aux points O & Q , lesquels représentent, sçavoir, le point O le Pole de l'Ecliptique, & le point Q le Pole du globe Lunaire. On tirera par le point Q , le rayon TV , & on menera à ce rayon, la perpendiculaire RS , qui représentera le diamètre de l'Equateur de la Lune. On prendra sur le diamètre TV , qui passe par le Pole Q du globe Lunaire, CK & CX égaux

à NQ , & on menera par les points $RK SX$, l'Ellipse $RK SX$, qui représentera l'Équateur de la Lune, dont la partie RXS est sur l'hémisphère apparent lorsque la Lune est dans la partie septentrionale de son Orbite, & la partie RKS est sur l'hémisphère apparent lorsque cette Planete est dans la partie méridionale.

On tirera enfin par les points $POQp$, la demi-Ellipse $POQp$, qui représentera le Colûre de la Lune, & coupera l'Équateur aux points Y & Z . La Tache qui étoit en S à l'extrémité de l'Équateur, sera transportée, par le mouvement de la Lune autour de la Terre, en Z , lorsque cette Planete est dans la partie septentrionale de son Orbite, & en Y , lorsqu'elle est dans la partie méridionale, & toutes les Taches qui étoient disposées suivant la ligne DE , se rencontreront sur l'Ellipse $RK SX$.

Il faut présentement considérer que pendant que le Colûre de la Lune est emporté de l'Occident vers l'Orient par le mouvement de la Lune autour de la Terre, qui est irrégulier, les Taches sont transportées autour du Pole de la Lune par un mouvement régulier qui est contraire en apparence, lequel s'acheve en $27^i 5^h$.

Pour connoître la différence entre ces deux mouvements, on prendra l'intervalle qui s'est écoulé entre le temps où la Lune étoit dans ses Nœuds, & le temps où elle en étoit éloignée d'une certaine quantité, & on cherchera les degrés & minutes du mouvement moyen de la Lune autour de son axe, qui répondent à cet intervalle. S'ils sont égaux à ceux du mouvement apparent de la Lune, la Tache qui, par ce mouvement apparent, avoit été transportée du point S au point Y , sera reportée par son mouvement autour de son axe, du point Y au point S , à l'extrémité de l'Ellipse $RK SX$. Si les degrés du mouvement moyen de la Lune autour de son axe sont en plus petite quantité que ceux du mouvement apparent, par exemple, de 5 degrés, on prendra de côté & d'autre du point S , les arcs Sa , Sb , chacun de 5 deg. & joignant ab , son intersection d , avec la partie RKS de l'Ellipse qui est dans l'hémisphère apparent, marquera la situation de la Tache. Si le mouvement de la Lune autour de son axe est plus grand de la même quantité, la Tache sera dans l'hémisphère de la Lune qui nous est caché, placée dans l'intersection f de la ligne ab , avec l'autre partie RXS de l'Ellipse.

Pour trouver la situation d'une autre Tache qui étoit, par

exemple, au point a (Fig. 42.) dans le temps que la Lune étoit dans ses Nœuds, on menera par le point a , la ligne bac , parallèle à DE , qui représente l'Équateur de la Lune lorsqu'elle est dans ses Nœuds, & par le point K de l'Ellipse RKS , qui représente l'Équateur de la Lune dans une autre situation, lorsque son Pole est en Q , la ligne gh , parallèle au diametre RS . On décrira sur bc , comme diametre, le demi-cercle bac , & du point a , on tirera ad , parallèle à CI . On prendra les arcs Sl , Ri , égaux aux arcs Ec , Db , & les arcs lp , ln , io , im , égaux aux arcs Sh , Rg . On joindra mn , op , qui couperont le diametre TV , qui passe par le Pole Q de l'Équateur, aux points k & q . On divisera kq , en deux parties égales au point o , par lequel on menera la ligne eof , parallèle à RS , qui sera terminée en e & en f , par les perpendiculaires ie , lf , tirées des points i & l sur cette ligne. L'Ellipse $ekfq$, décrite sur le grand axe ef , & sur le petit axe kq , représentera le parallèle de la Tache a , lorsque le Pole de la Lune est en Q .

On décrira sur le diametre ef , le demi-cercle erf , sur lequel on prendra l'arc fr , semblable à l'arc cd ; & du point r , on menera rs , parallèle à QC , qui rencontrera la demi-Ellipse esf , qui est sur l'hémisphère apparent de la Lune, au point S , lequel marquera la situation de la Tache a , lorsque le mouvement apparent de la Lune depuis ses Nœuds, a été égal au mouvement moyen de cette Planete autour de son axe.

Lorsque ces mouvements ne sont pas d'une égale quantité, on prendra leur différence que l'on portera de r vers K , comme en t , lorsque le mouvement moyen est plus petit que l'apparent, & de r vers f , comme en u , lorsque le mouvement moyen est plus grand. Menant tx & uy , parallèles à rs , le point x , marquera le lieu de la Tache lorsque le mouvement de la Lune autour de son axe est plus petit que son mouvement apparent autour de la Terre, & le point y , ce même lieu lorsque le mouvement autour de son axe est plus grand.

On trouvera de la même manière, la situation des autres Taches de la Lune, qu'on comparera à leur situation lorsque cette Planete étoit dans ses Nœuds, pour discerner l'effet de la libration apparente de la Lune, qui résulte de la composition des deux mouvements expliqués ci-dessus.

D É M O N S T R A T I O N .

Il est aisé d'expliquer la théorie de ces différentes opérations, car dans la Figure 41.^{me}, la Lune étant éloignée de ses Nœuds, de 60 degrés, le Pole Q de sa révolution autour de son axe, qui étoit en I , a dû aussi s'éloigner de 60 degrés du point I sur le cercle HNI , parallèle au plan de l'Orbite ACB , & arriver au point N , qui, vû de la Terre placée sur le plan de l'Orbite, doit paroître répondre au point Q . Le Pole de l'Écliptique a dû avancer en même temps sur le petit cercle GMF , à la distance de 60 degrés du point G , & arriver au point M , qui, vû de la Terre, répond au point O du diamètre FG . Le cercle $PAPB$, lequel, lorsque la Lune est dans ses Nœuds, passe par le Pole du globe Lunaire, & par celui de l'Écliptique, a donc dû être transformé en l'Ellipse $POQp$, qui passe par les mêmes Poles. L'Équateur qui étoit alors représenté par le diamètre DCE , perpendiculaire à CI , doit donc aussi paroître en forme d'une Ellipse dont le petit demi-diamètre CK est égal à QN , sinus de l'arc IN . L'intersection Y ou Z de cette Ellipse avec le Colure $POQp$, marque donc le lieu où la Tache qui étoit en E , auroit été transportée par le mouvement apparent de la Lune. Mais comme le globe de la Lune tourne dans un sens contraire autour de son axe, il suit que si ce mouvement contraire est égal au mouvement apparent, la Tache paroitra en S , à l'extrémité de l'Ellipse qui représente l'Équateur, & que si ces mouvements sont inégaux, la Tache se trouvera au point d ou f de l'intersection de l'Équateur avec la ligne ab , dont les points a & b , sont éloignés du point S , de la quantité des arcs Sa , Sb , égaux à la différence entre ces deux mouvements.

A l'égard d'une Tache qui étoit placée sur le disque de la Lune, comme en a (Fig. 42.) dans le temps que la Lune étoit dans ses Nœuds, les arcs Db , Ec , mesurent sa déclinaison de l'Équateur DE , & l'arc cd , mesure sa distance au bord de la Lune, prise sur un parallèle à l'Équateur. Supposant que le Pole de la Lune soit arrivé en Q par son mouvement apparent, l'Équateur de cette Planete sera représenté comme dans la figure précédente, par l'Ellipse RKS , qui a pour petit demi-axe, la ligne KC . Maintenant, par la construction, l'arc lp a été pris égal à l'arc Sh . Adjoûtant de part &

d'autre, l'arc Sp , on aura l'arc ph , égal à l'arc Sl , qui a été pris égal à l'arc Ec , qui mesure la déclinaison de la Tache a ; l'Ellipse eqf , parallèle à l'Équateur RKS , qui en est éloignée de l'arc ph , égal à la déclinaison de la Tache, représentera donc son parallèle lorsque le Pole de la Lune est en Q . L'arc fr ayant été pris aussi par la construction, semblable à l'arc cd , distance de la Lune à son bord, la ligne rs , parallèle à QC , rencontrera l'Ellipse eqf au point s , qui déterminera la situation de la Tache lorsque le mouvement propre de la Lune autour de son axe, est égal à son mouvement autour de la Terre. Enfin, lorsque ces deux mouvements sont inégaux, leur différence étant portée de côté ou d'autre du point r , comme en t ou en u , les lignes tx ou uy , parallèles à QC ou rs , doivent marquer aux points x ou y , la situation de la Tache. *Ce qu'il falloit démontrer.*

C H A P I T R E I V .

De l'Inclinaison de l'Orbite de la Lune à l'égard de l'Écliptique.

Ayant comparé la situation de la Lune à l'égard des Étoiles fixes disposées de côté & d'autre de l'Écliptique, on a remarqué que cette Planete, par son mouvement propre de l'Occident vers l'Orient, passoit entre ces Étoiles à diverses distances de l'Écliptique.

Que dans le cours de sa révolution, elle se rencontroit deux fois sur l'Écliptique en deux points à peu-près diamétralement opposés, & qu'elle s'en écartoit ensuite de part & d'autre, d'environ 5 degrés.

Ces apparences qui se renouvellent tous les mois, ont fait connoître que le mouvement propre de la Lune ne se fait pas de même que celui du Soleil sur le plan de l'Écliptique, mais sur un autre plan qui le coupe en deux points opposés, & qui lui est incliné d'environ 5 degrés, qu'on nomme *Orbite de la Lune*.

Le point de l'intersection de l'Écliptique avec l'Orbite de la

Lune, où cette Planete passe du Midi vers le Septentrion à l'égard de l'Ecliptique, s'appelle le *Nœud ascendant*, ou la *Tête du Dragon*, & le point opposé où la Lune passe du Septentrion vers le Midi, s'appelle le *Nœud descendant*, ou la *Queue du Dragon*.

De la variation de l'Inclinaison de l'Orbite de la Lune.

L'inclinaison de l'Orbite de la Lune à l'égard de l'Ecliptique, n'est pas toujours précisément de la même quantité, elle n'est jamais moindre de $5^d 1'$, & peut monter jusqu'à $5^d 17'$, de sorte qu'on y apperçoit une variation de 16 minutes.

Cette variation de l'inclinaison de l'Orbite de la Lune, dépend de la diverse distance du Soleil au Nœud de la Lune.

Lorsque cette distance est de 90 degrés, la Lune décrit un cercle incliné à l'Ecliptique de $5^d 1'$, que nous appellons *Orbite simple de la Lune*, parce que cette Planete s'y rencontre toujours dans ses Conjonctions ou Oppositions avec le Soleil. Mais lorsque le Soleil est dans les Nœuds de la Lune, cette Planete décrit un cercle incliné à l'Ecliptique, de $5^d 17'$, en sorte que la distance de la Lune au Soleil étant de 90 degrés, sa latitude qui mesure l'inclinaison de son Orbite par rapport à l'Ecliptique, est de $5^d 17'$, qui est la plus grande qu'on y apperçoive.

Dans les autres situations du Soleil, la Lune décrit un cercle plus ou moins incliné à l'Ecliptique, suivant que le Soleil est plus ou moins éloigné de ses Nœuds.

Pour expliquer la manière dont on conçoit cette variation, soit *ADBE* (Fig. 43.) un grand cercle de la Sphere, qui représente l'Ecliptique, *ACBF*, un autre grand cercle incliné à l'Ecliptique, de $5^d 1'$, que nous appellons *Orbite simple de la Lune*, & sur lequel nous supposons que la Lune est placée dans le temps que le Soleil est à la distance de 90 degrés de ses Nœuds. Soit *AGBM*, un autre grand cercle incliné à l'Orbite simple de la Lune, de $16'$, & à l'Ecliptique, de $5^d 17'$.

Le Soleil étant en *A* ou en *B*, dans l'un des Nœuds de la Lune, cette Planete décrira le grand cercle *AGBM*, qui représentera dans ce cas, l'Orbite véritable de la Lune, & cette Planete étant en *G* ou en *M*, sa latitude septentrionale *GD*, ou méridionale *EM*.

fera

sera mesurée par l'angle *DAG* ou *EAM*, qui est de $5^d 17'$. Dans une autre situation de la Lune sur l'Orbite *AGBM*, comme en *P* ou en *T*, sa latitude sera représentée par les arcs *PY* & *TZ*, dont le premier est septentrional à l'égard de l'Ecliptique, & le second lui est méridional.

Si l'on suppose présentement le Soleil en *D* ou en *E*, à la distance de 90 degrés des Nœuds de la Lune, cette Planete décrira l'Orbite simple *ACBF*, qui est inclinée à l'Ecliptique, de $5^d 1'$, sans s'en écarter de part & d'autre; c'est pourquoi si l'on place la Lune en *C* ou en *F*, sa latitude septentrionale *CD*, ou méridionale *EF*, sera mesurée par l'angle *CAD* ou *FAE*, qui est de $5^d 1'$. Dans une autre situation de la Lune sur l'Orbite simple *ACBF*, comme en *L* & en *Q*, sa latitude sera mesurée par les arcs *LY* & *QZ*, dont le premier est septentrional, & le second méridional par rapport à l'Ecliptique.

Dans les autres situations du Soleil à l'égard des Nœuds de la Lune, comme en *S* ou en *N*, la Lune, au temps de sa Conjonction ou de son Opposition avec le Soleil, se trouvera sur l'Orbite simple de la Lune *ACBF*, aux points correspondants *K* ou *R*. Mais en s'éloignant du Soleil, elle décrira un autre grand cercle *KPRT*, qui sera incliné à l'Orbite simple *ACBF*, d'une quantité dont le sinus sera au sinus de l'angle *CAG*, de 16 minutes, qui mesure la plus grande variation de l'Orbite de la Lune; comme le sinus du complément de la distance *AS* ou *AN* du Soleil au Nœud de la Lune, est au sinus total.

Il est aisé de concevoir que le Soleil changeant tous les jours de situation à l'égard des Nœuds de la Lune, l'Orbite que cette Planete décrit, doit changer continuellement de direction, & être représentée par des cercles plus ou moins inclinés à l'Ecliptique & à l'Orbite simple de la Lune.

Ces cercles, quoique diversement inclinés les uns aux autres, coupent tous l'Orbite simple de la Lune *ACBF*, & le cercle *AGBM* de la plus grande latitude en quatre points éloignés les uns des autres de 90 degrés, dont deux opposés sont sur l'Orbite simple, & les deux autres sur le cercle de la plus grande inclinaison de l'Orbite, ce que l'on démontrera en cette manière.

Soit *S*, le Soleil à une distance du Nœud ascendant *A*, qui

soit moindre de 90 degrés, & le point L , à la distance de 90 degrés du point S ou K , qui lui répond dans l'Orbite simple de la Lune. Si l'on retranche du demi-cercle ACB , le quart de cercle KCL , il est clair que les deux arcs AK , BL , qui restent, sont égaux à 90 degrés, & que par conséquent l'arc BL est le complément de l'arc AK .

On aura donc, suivant notre hypothèse, le sinus total est au sinus du complément de l'arc AS ou AK , c'est-à-dire, au sinus de l'arc BL , comme le sinus de l'angle CAG ou GBC de la plus grande variation, qui est de 16 minutes, est au sinus de l'angle PKL de l'inclinaison de la seconde Orbite, qui est mesurée par l'arc PL . Mais dans le Triangle rectangle sphérique PBL , le sinus total est au sinus de l'arc BL ou BP , qui n'en diffère pas sensiblement, comme le sinus de l'angle GBC est au sinus de l'arc PL . Le point P de l'arc KPR , concourt donc avec le point P de l'arc APB de la plus grande inclinaison de l'Orbite; d'où il suit par la propriété de la Sphere, que les deux grands cercles $AGBM$ & $KPRT$, se coupent aux deux points P & T , diamétralement opposés.

Si l'on suppose le Soleil dans le second quart de cercle, comme en Y , éloigné du Nœud ascendant de la Lune A , depuis 90 jusqu'à 180 degrés, & le point R à la distance de 90 degrés du point Y ou L , qui lui répond dans l'Orbite simple de la Lune; il est évident que l'arc LBR étant de 90 degrés, l'arc BR est le complément de l'arc BL ou BY , distance du Soleil au Nœud de la Lune qui est le plus proche.

Maintenant, suivant notre hypothèse, le sinus total est au sinus du complément de l'arc BL , c'est-à-dire, au sinus de l'arc BR , comme le sinus de l'angle CBG ou RBX , de 16 minutes, est au sinus de l'angle RPX de l'inclinaison de la seconde Orbite qui est mesurée par l'arc RX . Mais dans le Triangle rectangle sphérique RBX , le sinus total est au sinus de l'arc BR , comme le sinus de l'angle RBX , est au sinus de l'arc RX ; le point X de l'arc LX , concourt donc avec le point X de l'arc PBX du grand cercle $AGBM$.

On démontrera de même que lorsque le Soleil est dans les deux autres quarts de cercle, l'Orbite véritable de la Lune coupe

le cercle de la plus grande inclinaison à la distance de 90 degrés du vrai lieu du Soleil, & qu'ainsi quelque inclinaison qu'ait l'Orbite apparente de la Lune, elle coupe l'Orbite simple & le cercle de la plus grande inclinaison en quatre points éloignés l'un de l'autre de 90 degrés, dont deux opposés sont sur l'Orbite simple, à l'endroit où est placé le Soleil ou à son opposé, & les deux autres sont sur le cercle de la plus grande inclinaison de l'Orbite, à la distance de 90 degrés du vrai lieu du Soleil.

Il résulte du mouvement de la Lune que l'on vient d'expliquer, que lorsque le Soleil est en S , ou tel autre endroit que l'on voudra, du quart de cercle, c'est-à-dire, lorsque la distance du Soleil au Nœud ascendant de la Lune est depuis 0 jusqu'à 90 degrés, l'inclinaison LKP de l'Orbite véritable KP avec l'Orbite simple KL , est septentrionale à l'égard de cette Orbite dans les six premiers Signes de la distance de la Lune au Soleil, depuis K vers L , jusqu'en R ; & qu'elle est au contraire méridionale dans les six derniers Signes de la distance de la Lune au Soleil, depuis K vers A , jusqu'en R .

Que lorsque le Soleil se trouve dans le quart de cercle opposé, comme en d , c'est-à-dire, lorsque sa distance au Nœud ascendant de la Lune est depuis 180 jusqu'à 270 degrés, l'inclinaison TRQ de l'Orbite véritable RT avec l'Orbite simple RQ , est méridionale à l'égard de cette Orbite dans les six premiers Signes de la distance de la Lune au Soleil, depuis R vers T , jusqu'en K ; & septentrionale dans les six derniers Signes de la distance de la Lune au Soleil, depuis R vers B , jusqu'en K .

Que lorsque le Soleil se trouve en Y , dans le second quart de cercle, c'est-à-dire, lorsque sa distance au Nœud ascendant de la Lune, est depuis 90 jusqu'à 180 degrés, l'inclinaison RLX de l'Orbite véritable LX avec l'Orbite simple LB , est méridionale à l'égard de cette Orbite dans les six premiers Signes de la distance de la Lune au Soleil, & septentrionale dans les six derniers Signes.

Enfin, que lorsque le Soleil se trouve en Z , dans le dernier quart de cercle, c'est-à-dire, lorsque sa distance au Nœud ascendant de la Lune est depuis 270 jusqu'à 360 degrés, l'inclinaison KQe de l'Orbite véritable QeL avec l'Orbite simple QAL , est septentrionale dans les six premiers Signes de la distance de la Lune au Soleil, & méridionale dans les six derniers.

Pour déterminer la latitude de la Lune dans toutes ces différentes circonstances, on calculera d'abord cette latitude pour tous les degrés de la distance de cette Planete à son Nœud lorsque l'inclinaison de l'Orbite est de $5^d 1'$, ce qui arrive lorsque le Soleil est éloigné de 90 degrés de ses Nœuds; en faisant, comme le sinus total est au sinus de l'angle HAN , de $5^d 1'$; ainsi le sinus de l'arc AH ou BL , distance de la Lune en H ou L au Nœud A ou B , qui est le plus proche, est au sinus de l'arc HN ou LY , qui mesure la latitude simple de la Lune, qui est septentrionale depuis le Nœud ascendant jusqu'au Nœud descendant, & méridionale depuis le Nœud descendant jusqu'au Nœud ascendant.

Dans les autres situations du Soleil, comme en S , la Lune étant en O , ou tel autre point que l'on voudra, de son Orbite véritable $KPRT$: on fera, comme le sinus total est au sinus du complément de l'arc AS ; ainsi le sinus de l'angle CAG , de $16'$ est au sinus de l'angle LKP , qui mesure l'inclinaison de l'Orbite véritable KP à l'égard de l'Orbite simple KL . On fera ensuite, comme le sinus total est au sinus de l'arc LKP , que l'on vient de trouver; ainsi le sinus de l'arc KO , distance de la Lune au Soleil, est au sinus de l'arc OH , qui mesure la seconde latitude. On déterminera de la même manière qu'on l'a marqué ci-dessus, l'arc HN , qui mesure la latitude simple de la Lune, lorsque la distance au Nœud est mesurée par l'arc AH . S'il arrive que ces deux latitudes soient de même dénomination, c'est-à-dire, septentrionales ou méridionales, on les ajoutera ensemble pour avoir l'arc ON de la vraie latitude de la Lune lorsqu'elle est au point O . Mais si elles se trouvent de différente dénomination, c'est-à-dire, l'une septentrionale, & l'autre méridionale, il faut retrancher la plus petite de la plus grande, & la différence sera la vraie latitude de la Lune, qui sera de la même dénomination que la plus grande des deux.

E X E M P L E I.

Le Soleil étant à la distance de 90 degrés des Nœuds de la Lune, on veut trouver la latitude de cette Planete lorsqu'elle est en H , éloignée de 60 degrés de son Nœud ascendant.

L'arc AH étant de 60 degrés, & l'angle HAN , de $5^d 1'$:

on fera, comme le sinus total est au sinus de $5^d 1'$; ainsi le sinus de 60 degrés est au sinus de $4^d 20' 36''$, qui mesure l'arc HN , lequel représente la latitude septentrionale de la Lune.

E X E M P L E II.

On cherche la latitude de la Lune lorsque la distance AS du Soleil au Nœud de la Lune est de 30 degrés, & la distance KO de la Lune au Soleil est aussi de 30 degrés.

Faites, comme le sinus total est au sinus du complément de l'arc AK , de 30 degrés; ainsi le sinus de l'angle DAC , de $16'$ est au sinus de l'angle LKP de l'inclinaison de l'Orbite véritable par rapport à l'Orbite simple, qui est de $13' 51''$. Faites ensuite; comme le sinus total est au sinus de l'angle LKP , de $13' 51''$; ainsi le sinus de l'arc KO , de 30 degrés, est au sinus de l'arc HO de la seconde latitude, qui est de $6' 55''$ vers le Septentrion, à cause que la distance du Soleil au Nœud ascendant de la Lune est depuis 0 jusqu'à 90 degrés, & que la distance de la Lune au Soleil, est depuis 0 jusqu'à 180 degrés. Adjoûtant l'arc KH , de 30 degrés, à l'arc AK , qui est aussi de 30 degrés, on aura l'arc AH ; de 60 degrés, avec lequel on trouvera la latitude simple HN , de $4^d 20' 36''$, qui est aussi septentrionale, à cause que la distance de la Lune à son Nœud ascendant est depuis 0 jusqu'à 180 degrés; il faut donc l'adjoûter à l'arc HC , de $6' 55''$, & on aura la vraie latitude de la Lune ON , de $4^d 27' 31''$.

E X E M P L E III.

On cherche la latitude de la Lune lorsque la distance AH du Soleil au Nœud de la Lune est de 60 degrés, & la distance de la Lune au Soleil est de 11 Signes ou 330 degrés.

Faites, comme le sinus total est au sinus du complément de l'arc AH , de 60 degrés; ainsi le sinus de l'angle DAC , de $16'$ est au sinus de l'angle VHI de l'inclinaison de l'Orbite véritable, qui est de 8 minutes. La distance de la Lune au Soleil étant de 330 degrés, on aura la Lune en b , éloignée du point H , de 30 degrés de l'Orient vers l'Occident contre la suite des Signes.

On fera donc, comme le sinus total est au sinus de l'angle KHb ,

de 8 minutes; ainsi le sinus de l'arc HK , de 30 degrés, est au sinus de l'arc Kb , que l'on trouvera de 4 minut. & qui est vers le Midi, à cause que la distance du Soleil au Nœud ascendant de la Lune est depuis 0 jusqu'à 90 degrés, & que la distance de la Lune au Soleil est depuis 180 degrés jusqu'à 360. Adjoûtant la distance du Soleil au Nœud de la Lune, qui est de 60 degrés, à la distance de la Lune au Soleil, qui est de 330 degrés, & retranchant 360 degrés de leur somme, on aura la distance AK ou Ab de la Lune à son Nœud, de 30 degrés, avec laquelle on trouvera la latitude simple de la Lune KS , de $2^d 30' 30''$, qui est septentrionale, à cause que la Lune se trouve dans la partie septentrionale de son Orbite, depuis son Nœud ascendant jusqu'à son Nœud descendant. Retranchant de cette latitude, l'arc Kb , qui a été trouvé de 4 minutes vers le Midi, on aura la latitude véritable de la Lune, de $2^d 26' 30''$.

CH A P I T R E V.

De la situation des Nœuds de la Lune sur l'Ecliptique.

A PRÈS avoir expliqué de quelle manière l'on conçoit que l'Orbite de la Lune est inclinée à l'Ecliptique, suivant les différentes situations des Nœuds de cette Planete à l'égard du Soleil; il faut déterminer la situation de ses Nœuds sur l'Ecliptique, ce qui se peut pratiquer en différentes manières.

Première Méthode de déterminer les Nœuds de la Lune.

On observera la hauteur méridienne des Etoiles fixes qui sont près du Zodiaque, & leur passage par le Méridien à l'égard du Soleil, pour connoître leur situation par rapport à l'Ecliptique, de la manière qui a été enseignée dans le premier Livre.

On examinera ensuite la trace de la Lune au travers de ces Etoiles, & dans les temps qu'elle s'approche de l'Ecliptique, on observera le passage de la Lune & celui de quelques-unes de ces Etoiles par les fils placés à angles de 45 degrés au foyer d'une Lunette appuyée sur une Machine parallaxique, & on déterminera

la situation apparente de la Lune par rapport à ces Etoiles, & par conséquent à l'égard de l'Ecliptique.

On fera de pareilles observations après le passage de la Lune par l'Ecliptique, & on décrira sa route apparente, qui marquera le lieu où l'Orbite coupe l'Ecliptique. On prendra ensuite l'intervalle de temps entre les deux observations, & on cherchera la partie proportionnelle qui convient à la trace de la Lune, décrite depuis la première observation jusqu'à son intersection avec l'Ecliptique. L'adjoûtant au temps de la première observation, on aura le temps que la Lune est arrivée à l'un de ses Nœuds.

Cette méthode n'est pas sujette aux erreurs causées par la réfraction qui élève également les Etoiles fixes & la Lune lorsqu'elles sont à une même hauteur sur l'horison; mais il est nécessaire d'y employer la parallaxe, qui est insensible dans les Etoiles fixes, mais qui fait paroître la Lune au dessous du lieu où elle répond dans le Ciel lorsqu'elle est considérée du centre de la Terre; ainsi faute d'y avoir égard, on pourroit tomber dans des erreurs considérables sur la détermination du vrai lieu du Nœud de la Lune.

Seconde Méthode de déterminer les Nœuds de la Lune, par les Eclipses.

On sçait que les Eclipses du Soleil se font par l'interposition de la Lune entre la Terre & le Soleil, & que les Eclipses de Lune arrivent lorsque la Terre se rencontre entre le Soleil & la Lune.

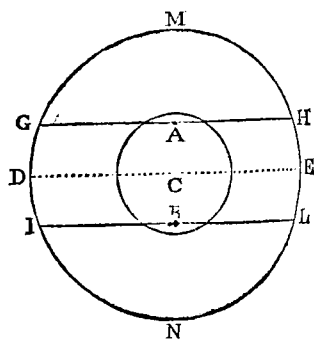
Lorsque les Eclipses de Lune sont centrales, la Terre & le Soleil étant toujours sur le plan de l'Ecliptique, il suit que le centre de la Lune est aussi sur ce plan, & que par conséquent cette Planete se trouve dans l'un de ses Nœuds, qui est l'intersection de son Orbite avec l'Ecliptique.

À l'égard des Eclipses du Soleil, elles peuvent nous paroître centrales, sans que le centre de la Lune soit sur le plan de l'Ecliptique, parce que cette Planete étant beaucoup plus près de nous que le Soleil, un Observateur placé sur la circonférence de la Terre la voit par l'effet de la parallaxe, au dessous du lieu où elle seroit vû du centre de la Terre, pendant que le Soleil ne paroît pas changer sensiblement de situation, à cause de sa parallaxe qui n'est que de peu de secondes. Ainsi sans la connoissance de la distance

de la Lune à la Terre & du parallele où nous sommes situés, on ne peut trouver, par ce moyen, exactement la situation du Nœud de la Lune.

Il faut donc, pour une plus grande précision, employer dans la recherche des Nœuds, les Éclipses de Lune centrales, qui ne sont point sujettes aux erreurs causées par la parallaxe & par la réfraction, parce que la grandeur de ces Éclipses qui sont causées par l'ombre de la Terre, ne dépend point du lieu où nous sommes placés, ni de la hauteur de cet Astre sur l'horison; les Éclipses de Lune paroissant centrales à tous les habitans de la Terre lorsque le centre du Soleil, de la Terre & de la Lune, sont réellement dans une même ligne, & par conséquent sur un même plan qui est celui de l'Écliptique.

Comme la grandeur de l'ombre de la Terre excède de beaucoup celle du disque de la Lune, en sorte qu'on ne peut point en discerner les termes, on observera le temps de la demeure des Taches dans l'ombre, & on reconnoitra que l'Éclipse est centrale lorsque deux de ces Taches, comme *A* & *B*, également éloignées de part & d'autre du centre de la Lune, demeurent un temps égal dans l'ombre de la Terre. Car alors les cordes *GH*, *IL*, que décrivent ces Taches dans l'ombre de la Terre *DMEN*, étant égales, les segments *GMH*, *IML*, sont aussi égaux. Adjoûtant de part & d'autre, les espaces *GDEH* & *DEIL*, qui sont égaux entr'eux, puisqu'on suppose les Taches *A* & *B*, également éloignées du centre *C*, on aura la surface *DMEC*, égale à la surface *DNEC*; & par conséquent le centre *C* de la Lune, fera aussi le centre du cercle *DMEN*, qui représente l'ombre de la Terre. Calculant pour le temps observé de l'Éclipse centrale, le vrai lieu du Soleil, on aura à son opposé, le vrai lieu de la Lune, qui est dans son Nœud ascendant lorsque cette Planete passe de la latitude méridionale à la latitude septentrionale, & dans son Nœud descendant lorsqu'elle passe d'une latitude septentrionale à une latitude méridionale.



EXEMPLE I.

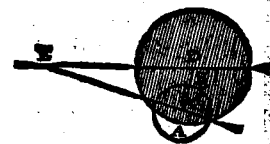
EXEMPLE I.

Le 16 Avril de l'année 1707, on a observé à Paris une Éclipse centrale, dont le milieu a été déterminé à $13^h 48'$. Le vrai lieu du Soleil, calculé pour ce temps, étoit de $0^{\circ} 26^d 19' 17''$, ce qui donne le vrai lieu de la Lune qui étoit à son opposé, de $6^{\circ} 26^d 19' 17''$ pour le 16 Avril 1707, à $13^h 48'$, temps vrai, qui, dans cet Exemple, ne diffère que de quelques secondes du temps moyen. La Lune passoit alors de la latitude septentrionale à la latitude méridionale, & se trouvoit par conséquent dans son Nœud descendant. Le Nœud ascendant de la Lune étoit donc alors à $26^d 19' 17''$ du Bélier, qu'on peut établir pour époque de son Nœud.

EXEMPLE II.

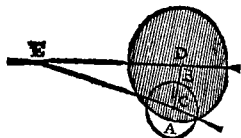
Le 9 Septembre 1718, on a observé à Paris une Éclipse presque centrale, dont le milieu a été déterminé à $8^h 4' 5''$. Le vrai lieu du Soleil étoit alors à $16^d 40'$ de la Vierge, & par conséquent le vrai lieu de la Lune étoit à $16^d 40'$ des Poissons, le 9 Septembre 1718, à $8^h 4' 5''$, temps vrai, & à $8^h 1' 5''$, temps moyen. La Lune passoit alors de la latitude septentrionale à la latitude méridionale, & se trouvoit par conséquent dans son Nœud descendant. Le Nœud ascendant étoit donc alors à $16^d 40'$ de la Vierge.

On peut aussi déterminer le vrai lieu de la Lune par des Éclipses partiales de la Lune, pourvu que l'on connoisse en minutes de degré, le demi-diametre de la Lune au temps de l'observation, & celui de l'ombre, qui est égal à la parallaxe de la Lune moins le demi-diametre du Soleil. Car ayant déterminé par l'observation, la grandeur de l'Éclipse, qui est mesurée par *AB*, on la retranchera du demi-diametre de l'ombre *AD*, & l'on aura *DB*, distance du centre de l'ombre au bord de la Lune, qu'il faut adjoûter au demi-diametre *CB* de la Lune, pour avoir *CD*, qui mesure sa latitude, laquelle est septentrionale lorsque la partie éclipsée de la Lune est vers le Midi, & méridionale lorsqu'elle est vers le Nord.



, N n

Présentement dans le Triangle DCE , rectangle en C , la latitude CD de la Lune est connue, aussi-bien que l'inclinaison de l'Orbite à l'égard de l'Ecliptique, qui est de $5^{\text{d}} 17'$, à cause que le Soleil est près des Nœuds de la Lune; c'est pourquoi on trouvera la distance DE du centre de l'ombre à l'un de ses Nœuds, qui est ascendant lorsque l'ombre de la Terre est vers le Nord, & que la latitude de la Lune va en diminuant, ou bien lorsque cette ombre est vers le Midi, & que la latitude de la Lune va en augmentant; & qui est descendant lorsque l'ombre de la Terre est vers le Nord, & que la latitude de la Lune va en augmentant, ou bien lorsque l'ombre de la Terre est vers le Midi, & que la latitude de la Lune va en diminuant.



E X E M P L E I I I.

Le 26 Mars 1717, on a observé à Paris une Eclipsé de Lune, dont le milieu a été déterminé à $15^{\text{h}} 16'$, & la grandeur, de 7 doigts 17 minutes vers le Nord.

Le demi-diametre de la Lune étoit alors de $15' 46''$, & celui de l'ombre, de $42' 43''$.

On suppose le diametre de la Lune divisé en 12 parties égales, qu'on appelle *doigts*, & chaque doigt en 60 minutes: c'est pourquoy l'on fera, comme 12 sont à 7 & $\frac{17}{60}$; ainsi $31' 32''$ sont à $19' 8''$, qui mesurent la partie éclipsée de la Lune AB . La retranchant du demi-diametre de l'ombre AD , qui est de $42' 43''$, on aura BD , de $23' 35''$, auquel il faut adjoûter BC , de $15' 46''$, pour avoir la latitude de la Lune CD , de $39' 21''$, qui est méridionale, à cause que l'ombre de la Terre étoit vers le Nord.

Maintenant dans le Triangle DCE , rectangle en C , dont CD est connu de $39' 21''$, & l'angle CED , de $5^{\text{d}} 17'$, on aura la distance DE du centre de l'ombre au Nœud le plus proche, de $7^{\text{d}} 8' 26''$, qui est ascendant, à cause que l'ombre de la Terre étoit vers le Nord, & que sa latitude alloit en diminuant. Le vrai lieu du Soleil étoit alors de $0^{\text{f}} 6^{\text{d}} 20' 43''$, & par conséquent le vrai lieu du centre de l'ombre, de $6^{\text{f}} 6^{\text{d}} 20' 43''$. Y adjoûtant l'arc ED , qu'on vient de trouver de $7^{\text{d}} 8' 26''$, on aura le vrai lieu du Nœud ascendant de la Lune, de $6^{\text{f}} 13^{\text{d}} 29' 9''$. Ce qu'il falloit trouver.

C H A P I T R E V I.

Du Mouvement des Nœuds de la Lune.

ON sçait que les Eclipses du Soleil & de la Lune arrivent lorsque la Lune étant en Conjonction ou en Opposition avec le Soleil, se trouve en même temps près de ses Nœuds, c'est-à-dire, près de l'intersection de son Orbite avec l'Ecliptique; & comme les Eclipses paroissent lorsque le Soleil est en divers endroits de l'Ecliptique, il suit que les Nœuds de la Lune ont un mouvement sur l'Ecliptique, avec lequel ils entraînent l'Orbe de la Lune.

Pour déterminer la quantité de ce mouvement, on examinera les observations des Eclipses, faites en diverses saisons & en différentes années, & on cherchera pour ces temps, le vrai lieu du Nœud de la Lune, de la manière que nous l'avons enseignée ci-dessus. Prenant la différence entre le vrai lieu du Nœud dans ces différentes observations, on aura la quantité de son mouvement pendant l'intervalle entre ces observations; d'où l'on déduira celui qui répond à un certain nombre de jours & d'années.

E X E M P L E.

Le 16 Avril de l'année 1707, à $13^{\text{h}} 48'$, le lieu du Nœud ascendant a été déterminé à Paris par l'observation d'une Eclipsé centrale de Lune, de $0^{\text{f}} 26^{\text{d}} 19'$.

Le 26 Mars 1717, à $15^{\text{h}} 16'$, le lieu du Nœud ascendant a été déterminé à Paris par l'observation d'une Eclipsé partielle, de $6^{\text{f}} 13^{\text{d}} 29'$.

Le 9 Septembre 1718, à $8^{\text{h}} 4'$, le lieu du Nœud ascendant a été déterminé à Paris par l'observation d'une Eclipsé presque centrale, de $5^{\text{f}} 16^{\text{d}} 40'$.

On voit d'abord par ces deux dernières observations, que le mouvement des Nœuds de la Lune ne se fait pas suivant la suite des Signes, puisque le Nœud ascendant étoit plus avancé le 26 Mars 1717 que le 9 Septembre 1718. L'intervalle entre ces deux observations, est de $531^{\text{j}} 0^{\text{h}} 16' 48''$, pendant lesquels le

mouvement des Nœuds contre la suite des Signes, de l'Orient vers l'Occident, a été de $26^d 49' 0''$; c'est pourquoi si l'on divise $26^d 49' 0''$ par $531^j 16^h 48' 0''$, on aura le mouvement journalier du Nœud, de $3' 2''$.

Si l'on compare aussi les observations du 16 Avril 1707 & du 9 Septembre 1718, on trouvera que dans cet intervalle, qui est de 11 années, dont trois sont bissextiles, $145^j 18^h 16'$, le mouvement des Nœuds contre la suite des Signes, a été de $219^d 39'$, qui, étant partagés par le nombre des jours écoulés entre ces observations, qui est de $4163^j 18^h 16'$, donnent le mouvement journalier du Nœud, de $3' 10''$. On aura aussi le mouvement annuel, en faisant, comme $4163^j 18^h 16'$, sont à $219^d 39'$; ainsi 365 jours sont à $19^d 15' 0''$. Enfin, si l'on fait, comme $219^d 39'$, sont à 360 degrés; ainsi $4163^j 18^h 16'$, sont à un quatrième nombre, on trouvera la révolution entière des Nœuds de la Lune autour de l'Ecliptique, de $6824^j 7^h 33'$, ou 18 années communes & $254^j 7^h$.

Depuis l'Eclipse de Lune du 9 Septembre 1718, on en a observé une presque centrale le 26 Mars 1736, dont le milieu est arrivé à Paris à $12^h 9' 0''$.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors de $0^f 6^d 36'$, & celui de la Lune, qui est à l'opposite, de $6^f 6^d 36'$.

Entre cette observation & celle du 16 Avril 1707, dont le milieu a été observé à $13^h 48'$, il y a 29 années, dont 8 bissextiles moins $21^j 1^h 39'$, ce qui, supposé la révolution du Nœud, de 18 années 254 jours & 7 heures, telle qu'on l'a trouvée par l'observation de l'Eclipse de Lune de 1718, comparée avec celle de 1707, fait voir que le Nœud de la Lune avoit parcouru une révolution entière, six Signes & quelques degrés; & qu'ainsi le lieu du Nœud ascendant étant au temps de l'Eclipse de 1707, à $26^d 19'$ du Bélier, il devoit être dans celle de 1736 à l'opposite, & que la Lune, dont le vrai lieu étoit alors de $6^f 6^d 36'$, se trouvoit dans son Nœud ascendant.

Retranchant $6^f 6^d 36'$ de $0^f 26^d 19'$, on aura $6^f 19^d 43'$, ou $199^d 43'$, qui, étant adjoints à une révolution entière de 360 degrés, donnent le mouvement du Nœud de la Lune, de $559^d 43'$, ou 33583 minutes dans l'intervalle de 29 années

communes moins $13^j 1^h 39'$, ou $10571^j 22^h 21'$. Partageant $33583'$ par $10571^j 22^h 21'$, on aura le mouvement journalier des Nœuds, de $3' 10'' 36'''$.

On trouvera aussi le mouvement annuel des Nœuds, en faisant, comme $10571^j 22^h 21'$ sont à $559^d 43'$; ainsi 365 jours sont à $19^d 19' \frac{1}{2}$.

Enfin l'on fera, comme $559^d 43'$ sont à 360 degrés; ainsi $10571^j 22^h 21'$ sont au temps que les Nœuds employent à faire leurs révolutions, que l'on trouvera de 6800 jours.

Nous avons d'abord comparé ensemble le lieu des Nœuds de la Lune, observé dans des temps peu éloignés les uns des autres, pour reconnoître de quel sens ils font leurs mouvements, & déterminer à peu-près le temps de leurs révolutions, afin que dans la comparaison des observations éloignées les unes des autres, on ne pût se méprendre d'une ou de plusieurs révolutions entières; examinons présentement quel est le mouvement des Nœuds, qui résulte des observations les plus anciennes, comparées aux nôtres.

Ptolemée, dans son Almageste, rapporte trois observations d'Eclipses de Lune, faites à Babylone par les Chaldéens, qui sont les plus anciennes dont on nous ait conservé la mémoire.

La première, qui étoit totale, est arrivée la première année de Mardocempade, le 29 du mois de *Thoth*, ce qui se rapporte au 19 Mars de l'année 720 avant Jesus-Christ, suivant notre manière de compter. Le commencement fut observé à $7^h 30'$ du soir, & le milieu ou la plus grande Eclipse à $9^h 30'$.

La seconde Eclipse fut observée le 19 du mois de *Thoth* de la seconde année de Mardocempade, ce qui se rapporte au 8 Mars de l'année 719 avant Jesus-Christ. Le milieu arriva à minuit, & sa grandeur fut déterminée de 3 doigts vers le Midi.

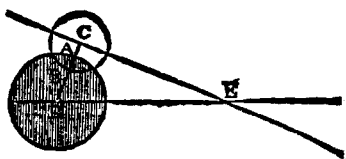
La troisième fut observée le 15 du mois de *Phamenoth* de la même année, qui se rapporte au 1.^{er} Septembre de l'année 719 avant Jesus-Christ. Le milieu arriva à $8^h \frac{1}{2}$ du soir, & sa grandeur parut plus de la moitié vers le Nord.

Comme on ne peut pas sçavoir si la première de ces Eclipses étoit centrale, & de combien la Lune étoit alors éloignée de ses Nœuds, nous ne l'employerons point pour cette recherche, & nous examinerons ce qui résulte des deux autres, en cette manière.

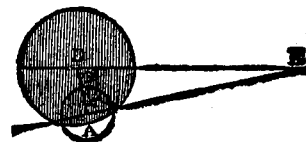
La différence des Méridiens entre Babylone & Alexandrie est, suivant Ptolemée, de 50 minutes d'heure dont Alexandrie est plus à l'Occident, & la différence des Méridiens entre Paris & Alexandrie, a été déterminée par les observations de l'Académie Royale des Sciences, de $1^h 52'$, dont Paris est plus à l'Occident. On aura donc la différence entre les Méridiens de Babylone & de Paris, de $2^h 42'$, qu'il faut retrancher du milieu de l'Eclipse du 8 Mars de l'année 719 avant Jesus-Christ, observé à minuit, pour avoir le milieu de cette Eclipse, réduit au Méridien de Paris, le 8 Mars de l'année 719 avant Jesus-Christ, à $9^h 18'$ du soir. Le demi-diametre du Soleil étoit alors, suivant nos Tables, de $16' 2''$, & sa parallaxe horisontale, de $10''$. Le demi-diametre de la Lune, de $14' 46''$, & sa parallaxe horisontale, de $54' 38''$. Retranchant de cette parallaxe, celle du Soleil, qui est de $10''$, & son demi-diametre, de $16' 2''$, on aura $38' 26''$, auxquelles il faut adjoûter $30''$, pour avoir le demi-diametre de l'ombre de la Lune DA , de $38' 56''$. La grandeur de l'Eclipse ayant été observée de 3 doigts, c'est-à-dire, de $7' 23''$, on la retranchera du demi-diametre de l'ombre, de $38' 56''$, & l'on aura la distance BD du centre de l'ombre au bord le plus près de la Lune, de $31' 33''$, à laquelle il faut adjoûter le demi-diametre BC de la Lune, qui est de $14' 46''$, pour avoir la distance CD du centre de la Lune à celui de l'ombre de la Terre, de $46' 19''$, qui est septentrionale, à cause que la partie éclipsée étoit vers le Midi; & dans le Triangle sphérique ECD , rectangle en C , dont le côté CD est connu de $46' 19''$, & l'angle CED , de $5^d 17'$, qui mesure l'inclinaison de l'Orbite de la Lune CE à l'égard de l'Ecliptique DE , on trouvera la distance DE du centre de l'ombre au Nœud de la Lune dans l'observation du 8 Mars de l'année 719 avant J. C. de $8^d 24' 50''$.

Dans l'Eclipse de Lune du 1.^{er} Septembre de la même année, le demi-diametre du Soleil étoit, suivant nos Tables, de $16' 7''$, celui de la Lune, de $16' 46''$, & sa parallaxe horisontale, de $57''$, d'où l'on tire le demi-diametre de l'ombre DA , de $46' 10''$.

Si l'on suppose présentement que la grandeur de l'Eclipse, qu'



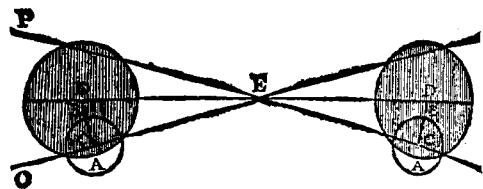
a été observée de plus de la moitié, ait été de 6 doigts $\frac{1}{4}$, on aura la quantité de la Lune éclipsée AB , de $17' 28''$, qui étant retranchée de $DA 46' 10''$, reste la distance DB du centre de l'ombre au bord le plus près de la Lune, de $28' 42''$, à laquelle adjoûtant le demi-diametre de la Lune, de $16' 46''$, on aura la distance CD du centre de la Lune à celui de l'ombre de la Terre, de $45' 28''$, qui est méridionale, à cause que la partie éclipsée a été observée vers le Nord; & dans le Triangle sphérique ECD , rectangle en C , dont le côté CD est connu de $45' 28''$, & l'angle CED , de $5' 17''$, on aura la distance DE du centre de l'ombre de la Terre au Nœud de la Lune dans l'observation du 1.^{er} Septembre de l'année 719 avant J. C. de $8^d 15' 28''$.



Comme on n'a pas marqué dans cette observation, ni dans la précédente, si la latitude de la Lune alloit en augmentant ou en diminuant, ce qui sert à reconnoître le Nœud où elle se trouve, on le déterminera en cette manière.

On calculera pour le 19 Mars de l'année 720 avant Jesus-Christ, à $9^h 30'$ à Babylone, ou à $6^h 48'$ au Méridien de Paris, temps de l'observation totale de la première Eclipse de Lune, rapportée par Ptolemée, le vrai lieu du Soleil, qu'on trouvera à $21^d 27'$ des Poissons, & on aura celui de la Lune, qui est à l'opposite, à $21^d 27'$ de la Vierge. Depuis cette observation jusqu'à celle du 1.^{er} Septembre 719, il y a près de 18 mois, pendant lesquels le mouvement des Nœuds a été d'environ 29 degrés contre la suite des Signes, qu'il faut par conséquent retrancher du lieu de la Lune dans l'observation de l'année 720, que l'on suppose être peu différent de celui de son Nœud, à cause que l'Eclipse étoit totale, & on aura le lieu d'un des Nœuds de la Lune dans l'observation du 1.^{er} Septembre 719, au 23^{me} degré du Lion, & son opposé au 23^{me} degré du Verseau. Le milieu de cette Eclipse a été observé à $8^h 30'$ du soir à Babylone, c'est-à-dire, à $5^h 48'$ au Méridien de Paris. Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouve à $1^d 7'$ de la Vierge, & celui du centre de l'ombre qui lui étoit opposée, à $1^d 7'$ des Poissons. Le lieu du Nœud que nous venons de trouver au 23^{me} degré du Verseau, étoit donc moins avancé d'environ 8 degrés que le centre de l'ombre;

d'où il résulte que la Lune étoit près de son Nœud descendant, comme on peut le voir dans la Figure ci-jointe, où la partie éclipsée de la Lune *AB* étant vers le Nord, & le lieu du Nœud moins avancé suivant la suite des Signes que le lieu de la Lune, la ligne *EO* doit représenter l'Orbite de la Lune; & le point *E* son Nœud descendant où elle passe de la partie septentrionale à la partie méridionale; au lieu que si l'ombre étant vers le Nord, le lieu du Nœud eût été plus avancé que celui de la Lune, la ligne *EP* auroit représenté son Orbite, & le point *E* son Nœud ascendant.



Pour déterminer présentement le mouvement des Nœuds de la Lune, par la comparaison des observations anciennes avec les modernes, on retranchera du vrai lieu du centre de l'ombre, qui étoit le 1.^{er} Septembre de l'année 719 avant Jésus-Christ, à 1^d 7' des Poissons, la distance au Nœud descendant de la Lune, qui a été trouvée de 8^d 15', & l'on aura le vrai lieu du Nœud descendant de la Lune, le 1.^{er} Septembre de l'année 719 avant Jésus-Christ, à 22^d 52' du Verseau, & par conséquent le vrai lieu de son Nœud ascendant, à 22^d 52' du Lion.

Le Nœud ascendant de la Lune étoit le 9 Septembre 1718 à 8^h 4' du soir, à 16^d 40' de la Vierge, plus avancé de 23^d 48' suivant la suite des Signes, que dans l'observation du 1.^{er} Septembre de l'année 719 avant Jésus-Christ; d'où il suit qu'il manque cette quantité que les Nœuds de la Lune qui vont en sens contraire, n'ayant achevé un certain nombre de révolutions entières, qu'on trouve être de 131 révolutions, en divisant l'intervalle entre ces observations, qui est de 2437 années, dont 608 bissextiles, 191 2^h 16', par la révolution des Nœuds, trouvée ci-dessus de 6800 jours; c'est pourquoi si on partage cet intervalle par 130 révolutions 336^d 12', on aura la révolution moyenne des Nœuds de la Lune, de 6798ⁱ 7^h 0'.

On fera ensuite, comme 6798ⁱ 7^h 0' sont à 365 jours; ainsi 360 degrés sont au mouvement annuel des Nœuds, qu'on trouvera de 19^d 19' 45".
Enfin,

Enfin, si l'on divise ce mouvement annuel par 365, on aura le mouvement journalier du Nœud, de 3' 10" 38", peu différent de celui que nous avons déterminé par des observations qui n'étoient éloignées les unes des autres que d'un intervalle de 12 années.

Si l'on examine de même le mouvement des Nœuds, qui résulte de l'Eclipse de Lune du 8 Mars de l'année 719 avant Jésus-Christ, dont le milieu est arrivé à 9^h 18' du matin au Méridien de Paris, on trouvera d'abord que le vrai lieu du Soleil étoit à 10^d 36' des Poissons, & que par conséquent le centre de l'ombre de la Terre, qui est à l'opposite, étoit à 10^d 36' de la Vierge. Dans l'observation suivante du 1.^{er} Septembre 719, le vrai lieu du Nœud ascendant a été déterminé à 22^d 52' du Lion, ainsi il devoit être le 8 Mars au commencement de la Vierge; d'où il suit que la Lune, qui étoit à 10^d 36' du même Signe, avoit passé son Nœud ascendant. Retranchant donc du lieu du centre de l'ombre, qui a été déterminé à 10^d 36' de la Vierge, la distance de ce centre au Nœud de la Lune, qui a été trouvée le 8 Mars 719, de 8^d 24' 50". (Voy. page 286.) on aura le vrai lieu du Nœud ascendant de la Lune à 2^d 11' de la Vierge, plus avancé que le 1.^{er} Septembre de la même année à 5^h 48', de 9^d 21', qui mesurent le mouvement des Nœuds contre la suite des Signes dans l'espace de 1771 moins 3^h 30' entré ces observations, ce qui est à raison de 3' 10" 20" par jour, & fait voir que le mouvement des Nœuds qui résulte de cette observation comparée aux modernes, doit être le même que celui que nous venons de déterminer.

CHAPITRE VII.

Du Mouvement vrai de la Lune à l'égard de la Terre.

NOUS avons enseigné dans le Livre précédent, diverses méthodes pour déterminer par des observations immédiates, le vrai lieu du Soleil; ces mêmes méthodes peuvent être employées pour trouver le vrai lieu de la Lune, pourvû que l'on ait égard à l'effet de la parallaxe qui la fait paroître souvent fort éloignée du lieu où elle seroit vûe du centre de la Terre, auquel il est

nécessaire de rapporter les mouvements des Corps célestes; ainsi nous nous contenterons d'exposer ici seulement les méthodes avec lesquelles on peut déterminer son vrai lieu avec plus de facilité & d'évidence.

Première Méthode de déterminer le vrai lieu de la Lune.

On observera lorsque la Lune est Pleine, le passage de ses deux bords par le Méridien, & lorsqu'elle est en Croissant ou en Décours, le passage de ses deux cornes par le Méridien, dont le milieu donnera l'heure que son centre a passé par le Méridien. On prendra la différence entre ce passage & celui du centre du Soleil par le Méridien qui a précédé ou suivi immédiatement, & on la convertira en degrés, à raison de 15 degrés par heure, pour avoir la différence d'ascension droite entre le Soleil & la Lune, qui, étant ajoutée à l'ascension droite du Soleil pour le temps de l'observation lorsque le passage de la Lune a suivi celui du Soleil, ou qui en étant retranchée lorsqu'il l'a précédé, donnera l'ascension droite véritable de la Lune pour le temps de son passage par le Méridien.

On observera aussi la hauteur méridienne des deux bords de la Lune lorsqu'elle est Pleine, & de ses deux cornes lorsqu'elle est en Croissant ou en Décours; on retranchera de la hauteur de chaque bord ou de chaque corne, la réfraction qui lui convient, & on y ajoutera la parallaxe pour avoir la hauteur véritable des deux bords ou des deux cornes, dont le milieu sera la hauteur véritable du centre de la Lune. La différence entre cette hauteur & celle de l'Equateur du lieu où l'on observe, donnera la déclinaison de la Lune, qui sera méridionale lorsque cette hauteur est plus petite que celle de l'Equateur, & septentrionale lorsqu'elle est plus grande.

L'ascension droite & la déclinaison de la Lune étant ainsi connus pour le temps de son passage par le Méridien, on déterminera par les règles de la Trigonométrie sphérique, sa longitude & sa latitude.

E X E M P L E.

Le 30 Janvier de l'année 1708, le passage du bord occidental

de la Lune par le Méridien, a été observé $5^h 44' 23''$ après celui du centre du Soleil, le passage de la première corne à $5^h 45' 14''$, & le passage de la seconde corne à $5^h 45' 58''$. La différence entre le passage de ces deux cornes, est de $44''$, dont la moitié $22''$ étant ajoutée à $5^h 45' 14''$, donne le passage du centre de la Lune à $5^h 45' 36''$, temps vrai. Réduisant ces heures en degrés, on aura la différence entre l'ascension droite du Soleil & celle de la Lune, de $86^d 24' 0''$, qui, étant ajoutée à l'ascension droite du Soleil, qu'on a calculée de $312^d 29' 10''$ pour $5^h 45' 36''$ du soir, donne l'ascension droite de la Lune le 30 Janvier 1708, à $5^h 45' 36''$ du soir, de $398^d 53' 10''$, ou de $38^d 53' 10''$.

La hauteur méridienne apparente de la corne supérieure de la Lune, a été observée de $59^d 2' 30''$, & celle de la corne inférieure, de $58^d 32' 20''$, ce qui donne la hauteur apparente de son centre, de $58^d 47' 25''$, dont retranchant $35''$ pour la réfraction, reste $58^d 46' 50''$, auxquels il faut ajouter $32' 0''$ pour la parallaxe qui convient à cette hauteur, & l'on aura la hauteur véritable du centre de la Lune, de $59^d 18' 50''$. Retranchant de cette hauteur, celle de l'Equateur, qui est à l'Observatoire de Paris, de $41^d 9' 50''$, reste la déclinaison septentrionale de la Lune au temps de l'observation, de $18^d 9' 0''$, par le moyen de laquelle & de son ascension droite que l'on vient de trouver de $38^d 53' 10''$, on déterminera sa longitude, de $1^f 12^d 13' 27''$, & sa latitude septentrionale, de $2^d 45' 34''$ pour le temps de l'observation.

Seconde Méthode de déterminer le vrai lieu de la Lune.

On observera le temps du commencement & de la fin d'une Eclipsé de Lune pour avoir l'heure à laquelle l'Eclipsé a été la plus grande, ce que l'on peut aussi déterminer en prenant le milieu entre le temps où la Lune a paru éclipsée d'une égale quantité après le commencement & avant la fin de l'Eclipsé. On calculera pour ce temps, le vrai lieu du Soleil, dont l'opposite donnera le vrai lieu du centre de l'ombre de la Terre, qui sera le même que celui de la Lune lorsque l'Eclipsé est centrale, mais qui, dans les Eclipses partiales, en diffère d'une certaine quantité que l'on trouvera en cette manière.

On prendra la différence entre le vrai lieu du centre de l'ombre

de la Terre, & le lieu du Nœud de la Lune, qui est mesuré par l'arc de l'Ecliptique DE (Fig. 41.) & dans le Triangle sphérique DCE , rectangle en C , dont l'hypothénuse DE est connuë, & l'angle DEC , mesure l'inclinaison de l'Orbite à l'égard de l'Ecliptique, qui est de $5^d 17'$, on trouvera l'arc CE , distance du centre de la Lune sur son Orbite au vrai lieu de son Nœud. Maintenant dans le Triangle sphérique CLE , rectangle en L , dont l'hypothénuse CE est connuë, & l'angle CEL , on trouvera l'arc CL , qui mesure la latitude de la Lune, & l'arc EL , distance de la Lune à son Nœud, reduite à l'Ecliptique, qu'il faut retrancher du vrai lieu du Nœud de la Lune lorsqu'il est plus avancé suivant la suite des Signes, que le centre de l'ombre; & qu'il faut y adjoûter au contraire lorsqu'il est moins avancé, & on aura le vrai lieu de la Lune, réduit à l'Ecliptique. *Ce qu'il falloit trouver.*

CHAPITRE VIII.

Des moyens Mouvements de la Lune.

AYANT déterminé par l'une des méthodes précédentes, le vrai lieu de la Lune en deux temps différens, on aura le mouvement apparent de la Lune, qui répond à l'intervalle compris entre ces observations.

Ce mouvement apparent est égal au moyen lorsque dans la seconde observation, la Lune se trouve dans la même situation que dans la première à l'égard de son Apogée ou de son Périgée, & que ses inégalités sont les mêmes.

Ainsi la détermination exacte du moyen mouvement de la Lune, demanderoit celle de la théorie de cette Planete, qui demande aussi réciproquement la connoissance du moyen mouvement, auquel il faut appliquer toutes les inégalités pour avoir sa situation véritable.

Pour parvenir avec le plus d'exactitude qu'il est possible, à la connoissance des moyens mouvements, nous comparerons nos observations avec les plus anciennes dont on nous a conservé la mémoire, afin que la différence qui provient des différentes inégalités de la Lune, venant à être partagée par un grand nombre

de révolutions, en produise d'autant moins d'erreur dans la détermination de son moyen mouvement.

La plus ancienne de ces observations est celle qui, au rapport de Ptolémée (*Almageste, liv. 2. chap. 6.*) a été observée à Babylone par les Chaldéens, le 19 Mars de l'année 720 avant Jesus-Christ, suivant notre manière de compter.

Le commencement de cette Eclipse, qui étoit totale, a été observé à $7^h 20'$, & le milieu à $9^h 20'$.

La différence des Méridiens entre Paris & Babylone, ayant été déterminée ci-dessus, de $2^h 32'$, dont Paris est plus à l'Occident, on aura le milieu de cette Eclipse, réduit au Méridien de Paris, à $6^h 48'$.

Le vrai lieu du Soleil, suivant nos Tables calculées sur la théorie du Soleil, étoit alors de $11^f 21^d 27'$; ainsi le vrai lieu de la Lune, qui étoit à son opposé, étoit de $5^f 21^d 27'$.

Le 20 Septembre de l'année 1717, on a observé à Paris une Eclipse partielle, dont la grandeur étoit de 6 doigts 55 minutes, & dont le milieu fut déterminé à $6^h 2'$.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors, suivant nos Tables, de $5^f 27^d 34'$; ainsi le vrai lieu de la Lune sur son Orbite, étoit de $11^f 27^d 34'$.

Pour comparer ensemble ces observations, on réduira le temps de la dernière à la forme Julienne, afin d'avoir un intervalle d'années, dont trois communes & une bissextile; ce que l'on fera en retranchant 11 jours du 20 Septembre 1717, & on aura le vrai lieu de la Lune, le 9 Septembre de l'année 1717, à $6^h 2'$, de $11^f 27^d 34'$.

Il y a donc entre cette observation & celle de l'année 720 avant Jesus-Christ, 2437 années, dont 609 bissextiles plus 174 jours moins 46 minutes, ce qui fait en tout 890288 jours moins 46 minutes, pendant lesquels il y a eu un certain nombre de révolutions plus 6 Signes 6 degrés & 7 minutes.

Il seroit aisé, dans un si grand intervalle de temps, de se méprendre d'une ou même de plusieurs révolutions, puisque ce nombre de jours étant partagé par une révolution Lunaire, il s'y en trouve plus de 30 mille, & que chaque révolution s'acheve en moins de 40 mille minutes; ainsi une révolution de plus ou

de moins, ne feroit qu'une erreur d'une minute & de quelques secondes dans l'intervalle du retour de la Lune au même point de l'Ecliptique.

Pour éviter les erreurs qui pourroient arriver de cette part, nous examinerons d'abord les observations des Eclipses éloignées l'une de l'autre d'un petit intervalle, pendant lequel le nombre des révolutions est connu, afin de déterminer à peu-près le temps du retour de la Lune au même point de l'Ecliptique, que l'on employera ensuite pour déterminer le nombre des révolutions écoulées entre des intervalles plus éloignés.

Entre les observations modernes, nous avons celles du 9 Septembre 1718 & du 29 Août 1719, qui sont arrivées à peu-près à la même heure du jour, dans l'intervalle desquelles il s'est écoulé 13 révolutions. Le milieu de la première Eclipsé, qui étoit totale, a été observé le 9 Septembre 1718, à 8^h 4' du soir, le vrai lieu du Soleil étant de 5^f 16^d 40'. Le milieu de la seconde Eclipsé est arrivé le 29 Août 1719, à 8^h 32' du soir, le vrai lieu du Soleil étant de 5^f 5^d 47'. Il y a dans cet intervalle, 352 jours & 18 minutes, auxquels il répond 13 révolutions moins 10^d 53', ce qui est à raison de 27^j 7^h 6' pour chaque retour de la Lune au même point de l'Ecliptique dont nous nous servirons pour comparer des observations plus éloignées les unes des autres.

Entre ces observations, nous avons celle du 15 Mars 1699, dont le milieu est arrivé à Paris à 7^h 23' du soir, le vrai lieu du Soleil étant de 11^f 25^d 30'. La comparant à celle du 27 Mars de l'année 1717, dont le milieu est arrivé à 3^h 16' du matin. le vrai lieu du Soleil étant de 0^f 6^d 21', on aura 18 années, dont quatre sont bissextiles, 11^j 7^h 53', qui répondent à un certain nombre de révolutions plus 10^d 51'. Partageant ce temps, qui est de 6585^j 7^h 53', par 27^j 7^h 6', on aura 241 pour quotient, & environ un quart pour fraction, ce qui fait voir qu'il y a dans cet intervalle, 241 révolutions; c'est pourquoi l'on divisera 6585^j 7^h 53' par 241 révolutions plus 10^d 51', en réduisant les jours en heures & minutes, & les révolutions en degrés & minutes, & on aura le temps du retour de la Lune au même point de l'Ecliptique, de 27^j 7^h 43' 6", ce qui donne beaucoup plus exactement la révolution moyenne de la Lune, dont on se

servira pour comparer de plus grands intervalles, & arriver, pour ainsi dire, par degrés à une plus grande exactitude.

Nous avons dit ci-dessus, qu'entre les observations des Eclipses de Lune du mois de Mars de l'année 720 avant Jesus-Christ, & du mois de Septembre de l'année 1717 après Jesus-Christ, il y avoit 890288 jours moins 46 minutes, les partageant par 27^j 7^h 43' 6", on aura 32585 révolutions, & un peu plus d'une demi-révolution, ce qui s'accorde à la différence entre le vrai lieu du Soleil, déterminé dans ces deux observations, qui est de 6^f 6^d 12'; c'est pourquoi si l'on divise 890288 jours moins 46 minutes par 32585 révolutions plus 6^f 6^d 12', on aura la révolution moyenne de la Lune à l'égard du même point de l'Ecliptique, de 27^j 7^h 43' 5", qui est la plus exacte que l'on puisse trouver par des observations éloignées, & à laquelle il n'y a d'autre correction à faire que celle qui provient des différentes inégalités de la Lune dans ces deux observations où la Lune s'est trouvée à peu-près à la même distance de son Apogée.

Pour s'assurer plus particulièrement si la révolution de la Lune est de la quantité que nous venons de déterminer, nous examinerons si elle se trouve exactement un certain nombre de fois dans l'intervalle qui s'est écoulé entre d'autres observations.

Nous choisirons pour cet effet, l'Eclipsé de Lune du 19 Mars de l'année 199 avant Jesus-Christ, qui est arrivée le même jour de l'année que celle de l'an 720 avant Jesus-Christ, dont le milieu a été observé à Alexandrie à 13^h 20', le vrai lieu du Soleil étant de 11^f 25^d 25'. Retranchant 1^h 52' pour la différence des Méridiens, dont Alexandrie est plus oriental que Paris, on aura le milieu de cette Eclipsé à Alexandrie, le 19 Mars, à 11^h 28' du soir, le même jour de l'année que celle de l'année 720 avant Jesus-Christ. L'intervalle entre ces deux Eclipses, est de 521 années, dont 130 bissextiles plus 4^h 30', qui, étant partagées par 27^j 7^h 43' 6", donnent 6965 révolutions & une très-petite fraction. Divisant présentement ce même intervalle par 6965 révolutions plus 3^d 58', différence entre le lieu du Soleil dans ces deux observations, on aura la révolution moyenne de la Lune, de 27^j 7^h 43' 5", précisément de même que nous l'avons déterminée par la comparaison précédente. On trouvera de même que

depuis l'observation de l'Eclipse de l'année 199 avant Jesus-Christ, jusqu'à celle du 20 Septembre de l'année 1717, il y a 26520 révolutions de la même quantité de $27^j 7^h 43' 5''$.

Pour déterminer présentement les moyens mouvements de la Lune, qui conviennent aux jours, aux heures, aux minutes & aux secondes, on divisera 360 degrés par $27^j 7^h 43' 5''$, & on aura le mouvement journalier de la Lune, de $13^d 10' 35''$. Divisant $13^d 10' 35''$ par 24 heures, on aura le mouvement horaire de la Lune, de $32' 56'' 27''' \frac{1}{2}$; & partageant $32' 56'' 27''' \frac{1}{2}$ par 60', on aura le moyen mouvement qui convient à une minute, de $32'' 57'''$, & le moyen mouvement pour une seconde, de $33'''$. Multipliant le mouvement moyen journalier par 365, on aura le mouvement moyen de la Lune pour une année commune, & on trouvera de même les moyens mouvements qui conviennent aux centaines & millièmes d'années, dont on se servira pour construire les Tables des moyens mouvements de la Lune.

C H A P I T R E I X.

Des Epoques des moyens Mouvements de la Lune, de la situation de son Apogée, & de sa première Inégalité.

ON appelle *Epoques des moyens mouvements de la Lune*, ou d'une Planete, le temps auquel cette Planete, considérée du centre de son moyen mouvement, répond à un certain point de l'Ecliptique.

Pour déterminer ces Epoques, on cherchera le temps où le vrai lieu de la Lune concourt avec le moyen, ou n'en diffère que d'une petite quantité, ce qui doit arriver lorsque cette Planete est dans son Apogée ou son Périgée, parce qu'alors le rayon tiré de la Terre à la Lune, qui détermine dans l'Orbe de cette Planete, son vrai lieu, passe aussi par le centre du moyen mouvement, & détermine son lieu moyen au même point de cet Orbe; ainsi la connoissance du lieu de l'Apogée & du Périgée de la Lune, a une liaison nécessaire avec les Epoques de ses moyens mouvements.

Par

Par les observations de la Lune, faites en divers temps, on a remarqué que cette Planete étoit sujette à beaucoup moins d'irrégularités lorsqu'elle est dans ses Conjonctions & Oppositions avec le Soleil, que dans toutes ses autres Phases.

Entre ces Conjonctions & Oppositions, que l'on nomme autrement *Sizygies*, les Eclipses du Soleil & de la Lune sont les plus remarquables & les moins sujettes à erreur, parce qu'alors la Lune se trouve dans la direction du Soleil à la Terre, avec peu ou point de latitude à l'égard de l'Ecliptique.

A l'égard des Eclipses du Soleil, on ne les aperçoit pas de la même grandeur, de tous les endroits de la Terre, à cause de la parallaxe de la Lune, dont il faut tenir compte pour comparer ensemble les observations qui en ont été faites, & déterminer la situation de la Lune par rapport au centre de la Terre.

Il n'en est pas de même des Eclipses de Lune, elles paroissent, comme on l'a remarqué ci-dessus, à tous ceux qui la voyent sur leur horizon, de la même manière que s'ils la considéroient du centre de la Terre; & on peut observer avant & après l'Eclipse, le diametre apparent de la Lune, dont on se sert pour déterminer sa distance à la Terre. Ainsi nous employerons principalement pour cette recherche, ces sortes d'observations dont il se trouve un grand nombre qui ont été faites à Paris, & plusieurs autres en différents Pays, qu'il est aisé de réduire à notre Méridien, par la connoissance que l'on a des longitudes sur Terre.

Première Méthode de déterminer l'Epoque des moyens Mouvements de la Lune, le lieu de son Apogée, & sa première Inégalité.

Ayant observé une Eclipse de Lune, & déterminé le temps auquel elle est arrivée au milieu, on calculera pour ce temps, le vrai lieu du Soleil, dont l'opposite déterminera le vrai lieu de la Lune sur son Orbe.

On examinera ensuite le plus grand nombre d'observations d'Eclipses que l'on pourra recueillir; & on calculera pour le temps du milieu de ces Eclipses, le vrai lieu de la Lune qui est à l'opposite du Soleil.

On prendra l'intervalle de temps moyen entre la première Eclipsé & l'une de celles que l'on veut examiner, & ayant cherché dans la Table des moyens mouvements de la Lune, le nombre de Signes, degrés, minutes & secondes qui conviennent à cet intervalle, on les ajoutera au vrai lieu de la Lune dans le temps de la première Eclipsé si elle précède celle que l'on veut examiner, & on la retranchera si elle la suit. On comparera cette somme ou différence ainsi déterminée, avec le vrai lieu de la Lune au temps de la seconde Eclipsé, & on fera la même opération sur diverses autres Eclipsés, en mettant à part celles où la différence entre le lieu vrai de la Lune & ce lieu ainsi déterminé, est la plus grande de part & d'autre, soit que le lieu vrai l'excede, ou qu'il soit moindre. Si ces différences sont égales de part & d'autre, c'est une preuve que la Lune, au temps de la première Eclipsé, étoit alors dans son Apogée ou son Périgée, & que son lieu moyen étoit le même que son vrai lieu, auquel cas chacune de ces différences mesure la plus grande Equation de la Lune.

Si l'une est plus grande que l'autre, on prendra leur somme dont la moitié mesurera la plus grande Equation de la Lune.

Retranchant de cette Equation, la plus petite de ces différences, on aura l'angle FRT (Fig. 31.) qui mesure l'Equation de la Lune dans le temps de la première observation, qui, étant ajoutée à son vrai lieu, ou en étant retranchée, suivant la situation de la Lune à l'égard de son Apogée ou de son Périgée, donne le lieu moyen de la Lune, qui répond à son vrai lieu dans le temps du milieu de la première Eclipsé.

Enfin, pour déterminer le lieu de l'Apogée ou du Périgée de la Lune, on cherchera par le moyen de la plus grande Equation, la valeur de l'excentricité CT , par rapport au demi-axe AC de l'Ellipse $ABPK$; & ayant prolongé TR en M , en sorte que TM soit égale à AP , on joindra FM , & on fera, comme TF est à TM ou AP ; ainsi le sinus de l'angle TMF , moitié de l'angle FRT de l'Equation trouvée, est au sinus de l'angle TFM ou AFM , dont retranchant l'angle FMT , reste l'angle ATR , distance de la Lune à son Apogée au temps de la première Eclipsé.

Cette méthode est à peu-près la même que la neuvième exposée dans la théorie du Soleil, dont elle ne diffère qu'en ce que,

dans celle-là, on a comparé les observations du Soleil faites dans une même révolution, où son Apogée se trouve dirigé à peu-près au même point du Ciel; au lieu que dans celle-ci on a comparé les observations de la Lune faites dans l'intervalle de plusieurs révolutions, lorsque l'Apogée de cette Planete étoit dirigé à certains points du Ciel fort éloignés les uns des autres, ce qui revient au même, parce que la quantité du mouvement vrai de la Lune est précisément égale à celle de son moyen mouvement après chaque retour de la Planete à son Apogée; d'où il suit que la différence entre le vrai & le moyen mouvement de cette Planete dans l'intervalle de temps entre deux observations éloignées l'une de l'autre, que l'on compare ensemble, dans quelque situation où se trouve son Apogée par rapport aux Etoiles fixes, est toujours mesurée par la somme des angles FRT & FBT , qui représentent dans ces deux observations, l'Equation de la Planete ou la différence entre son vrai & son moyen mouvement depuis le point R jusqu'au point B .

E X E M P L E.

Entre les Eclipsés de Lune observées à Paris, nous en trouvons une totale du 10 Décembre 1685, rapportée dans l'Histoire de l'Académie de M. Duhamel, qui avoit été annoncée comme étant près de son Apogée.

Le commencement n'en fut pas apperçû, mais on observa à Paris l'Immersion de la Lune dans l'ombre à $9^h 52' 0''$, & son Emerision à $11^h 36' 18''$, ce qui donne le milieu à $10^h 44' 9''$ du soir.

Ces deux Phases sont celles qui se distinguent avec le plus d'évidence dans les Eclipsés totales, qui méritent d'ailleurs d'être préférées aux Eclipsés partiales, à cause que la Lune entre dans l'ombre de la Terre moins obliquement, ce qui rend le progrès de cette ombre plus sensible sur le disque de la Lune.

Le temps vrai étoit alors plus avancé que le temps moyen, de $5' 59''$, qui, étant retranchées du temps vrai du milieu de cette Eclipsé observé le 10 Décembre 1685, à $10^h 44' 9''$, donnent le temps moyen à $10^h 38' 10''$. Calculant pour ce temps, le vrai lieu du Soleil, on le trouve en $\rightarrow 19^d 40' 0''$, dont l'opposite

marque le vrai lieu de la Lune, qui étoit par conséquent en $\text{H } 19^{\text{d}} 40' 0''$.

On comparera cette observation avec celles des autres Eclipses qui ont été faites dans la suite, de la manière qui a été prescrite ci-dessus; & parce que le détail en seroit ici trop long, nous nous contenterons de rapporter celles où les différences entre le vrai & le moyen mouvement de la Lune, se sont trouvées les plus grandes.

Entre ces observations faites depuis l'année 1685 jusqu'en 1720, on peut compter l'Eclipse totale du 16 Mai 1696, observée à Marseille, dont le commencement réduit au Méridien de Paris, est arrivé à $10^{\text{h}} 19'$, l'Immersion à $11^{\text{h}} 22'$, l'Emerision à $13^{\text{h}} 2'$, & la fin à $14^{\text{h}} 2\frac{1}{2}'$; d'où l'on tire le milieu à $12^{\text{h}} 12'$, temps vrai, & à $12^{\text{h}} 7' 56''$, temps moyen.

Entre cette observation & celle du 10 Décembre 1685, il s'est écoulé 10 années, dont trois bissextiles, $157^{\text{f}} 1^{\text{h}} 29' 46''$, auxquelles il répond $5^{\text{f}} 12^{\text{d}} 53' 10''$ de moyen mouvement, qui, étant adjoints à $2^{\text{f}} 19^{\text{d}} 40' 0''$, vrai lieu de la Lune au temps de la première Eclipse, donnent $8^{\text{f}} 2^{\text{d}} 33' 10''$. Calculant le vrai lieu du Soleil pour le 16 Mai de l'année 1696, à $12^{\text{h}} 7' 56''$, temps moyen de la seconde Eclipse, on le trouve de $1^{\text{f}} 26^{\text{d}} 53' 35''$, dont l'opposite, qui est le vrai lieu de la Lune, est de $7^{\text{f}} 26^{\text{d}} 53' 35''$. La différence à $8^{\text{f}} 2^{\text{d}} 33' 10''$, est de $5^{\text{d}} 39' 35''$.

Depuis l'observation de l'Eclipse de 1696, nous trouvons celle du 15 Mars 1699, dont la grandeur a été déterminée de 8 doigts $\frac{1}{2}$, & dont le milieu est arrivé à Paris à $7^{\text{h}} 23'$, temps vrai, & à $7^{\text{h}} 14'$, temps moyen.

Entre cette observation & celle du 10 Décembre 1685, il y a 13 années, dont trois bissextiles, $94^{\text{f}} 20^{\text{h}} 35' 50''$, auxquelles il convient $3^{\text{f}} 1^{\text{d}} 24' 47''$ de moyen mouvement, qui, étant adjoints au vrai lieu de la Lune, déterminé dans l'Eclipse de 1685, de $2^{\text{f}} 19^{\text{d}} 40' 0''$, donnent $5^{\text{f}} 21^{\text{d}} 4' 57''$. Calculant pour le temps de l'Eclipse de 1699, le vrai lieu du Soleil, on le trouve de $11^{\text{f}} 25^{\text{d}} 28' 41''$, & par conséquent celui de la Lune, de $5^{\text{f}} 25^{\text{d}} 28' 41''$. La différence à $5^{\text{f}} 21^{\text{d}} 4' 47''$, est de $4^{\text{d}} 23' 54''$, dont le vrai lieu de la Lune excède celui qui a été trouvé ci-dessus,

au lieu que par la comparaison précédente des Eclipses de 1685 & 1696, il étoit moindre de $5^{\text{d}} 39' 35''$.

Comme entre toutes les observations que l'on a comparées ensemble de la même manière, depuis 1685 jusqu'en 1720, les Eclipses de 1696 & 1699, sont celles où les différences entre le vrai & le moyen mouvement, se sont trouvées les plus grandes de part & d'autre, on les adjoutera ensemble, & on aura $10^{\text{d}} 3' 29''$, dont la moitié $5^{\text{d}} 1' 44'' \frac{1}{2}$, mesure la plus grande Equation de la Lune.

Retranchant de $5^{\text{d}} 1' 44'' \frac{1}{2}$, la plus petite différence qui a été trouvée de $4^{\text{d}} 23' 54''$, on aura la première Equation de la Lune au temps de l'Eclipse de 1685, de $0^{\text{d}} 37' 50'' \frac{1}{2}$, qui, étant retranchée du vrai lieu de la Lune, qui étoit alors de $2^{\text{f}} 19^{\text{d}} 40' 0''$, donne le lieu moyen de la Lune le 10 Décembre de l'année 1685, à $10^{\text{h}} 38' 10''$, de $2^{\text{f}} 19^{\text{d}} 2' 10''$, que l'on peut prendre pour Époque des moyens mouvements de cette Planete.

La plus grande Equation de la Lune ayant été déterminée de $5^{\text{d}} 1' 44'' \frac{1}{2}$, on aura l'angle TBC , de $2^{\text{d}} 30' 52'' \frac{1}{4}$, & l'on fera, comme le sinus total est au sinus de l'angle TBC , de $2^{\text{d}} 38' 52'' \frac{1}{4}$; ainsi TB ou AC 100000, est à CT , que l'on trouvera de 4387, qui mesure la plus grande excentricité.

Enfin on fera, comme FT 8774 est à TM ou AP 200000; ainsi le sinus de l'angle FMT , de $0^{\text{d}} 18' 55'' \frac{1}{4}$, moitié de l'Equation de la Lune au temps de l'Eclipse de 1685, qui a été trouvée de $0^{\text{d}} 37' 50'' \frac{1}{2}$, est au sinus de l'angle TFM ou AFM , que l'on trouvera de $7^{\text{d}} 12' 24''$, dont retranchant l'angle FMT , de $0^{\text{d}} 18' 55'' \frac{1}{4}$, reste l'angle ATR , distance de la Lune à son Apogée au temps de l'Eclipse de 1685, de $6^{\text{d}} 53' 29''$. Les adjoutant au vrai lieu de la Lune, qui étoit alors en $\text{H } 19^{\text{d}} 40' 0''$, on aura le lieu de son Apogée le 10 Décembre de l'année 1685, à $10^{\text{h}} 38' 10''$, en $\text{H } 26^{\text{d}} 33' 29''$.

Examinons présentement les Eclipses qui ont été observées avant l'année 1685 en remontant jusqu'en 1600, ne jugeant pas nécessaire d'aller au de-là, à cause que les observations les plus reculées, n'ont pas été toutes faites avec la même exactitude que celles du siècle précédent.

Entre ces observations, nous trouvons l'Eclipse totale de la Lune

du 7 Juillet 1675, qui est une de celles où la différence entre le vrai & le moyen mouvement est la plus considérable.

Le commencement de cette Eclipsé a été observé à Paris le 7 Juillet à $1^h 7' 56''$ du matin, & l'Immersion à $3^h 7' 45''$; d'où l'on a conclu le milieu à $3^h 42' 15''$, temps vrai, & à $3^h 46' 18''$, temps moyen.

Le moyen mouvement qui convient à 10 années, dont trois bissextiles, $156^d 18^h 51' 52''$, intervalle entre le 7 Juillet 1675, à $3^h 46' 18''$ du matin, & le 10 Décembre 1685, à $10^h 38' 10''$ du soir, est de $5^f 9^d 14' 46''$, qui, étant retranchés de $2^f 19^d 40' 0''$, vrai lieu de la Lune au temps de l'Eclipsé de 1685, donnent $9^f 10^d 25' 14''$.

Calculant pour le temps de l'Eclipsé de 1675, le vrai lieu du Soleil, on le trouve de $3^f 14^d 52' 46''$, ce qui donne le vrai lieu de la Lune, de $9^f 14^d 52' 46''$. La différence à $9^f 10^d 25' 14''$, est de $4^d 27' 32''$.

En remontant plus haut, l'on trouve une Eclipsé totale qui a été observée à Paris le 14 Avril de l'année 1642. Le commencement de cette Eclipsé est arrivé à $12^h 10'$, l'Immersion totale à $13^h 11'$, l'Emerfion à $14^h 47'$, la fin, par Gassendi, à $15^h 48'$, & par Bouillaud, à $15^h 51'$; d'où l'on tire le milieu par l'Immersion & l'Emerfion à $13^h 59'$.

Le vrai lieu du Soleil pour ce temps, qui ne différoit pas alors du temps moyen, étoit de $0^f 25^d 5' 34''$, & par conséquent le vrai lieu de la Lune, de $6^f 25^d 5' 34''$.

Le moyen mouvement qui convient à l'intervalle entre cette observation & celle du 10 Décembre 1685, est de $7^f 18^d 57' 30''$, qui, étant retranché du vrai lieu de la Lune au temps de l'Eclipsé de 1685, qui étoit de $2^f 19^d 40' 0''$, donne $7^f 0^d 42' 30''$. La différence au vrai lieu de la Lune, déterminé pour le temps de l'Eclipsé de 1642, de $6^f 25^d 5' 34''$, est de $5^d 36' 56''$, dont le vrai lieu de la Lune est moins avancé que celui que l'on vient de trouver; au lieu que par la comparaison des Eclipsés de 1675 & 1685, il l'excedoit de $4^d 27' 32''$.

N'ayant pas trouvé dans les autres observations d'Eclipsés de Lune, de différences plus grandes que celles que nous venons de rapporter, on les ajoutera ensemble, & on aura $10^d 4' 28''$,

dont la moitié $5^d 2' 14''$, mesure la plus grande Equation de la Lune, qui diffère seulement de 37 secondes de celle que l'on a déterminée par les observations des Eclipsés qui ont suivi celle de l'année 1685.

Retranchant $4^d 27' 32''$, de $5^d 2' 14''$, on aura la première Equation de la Lune au temps de l'Eclipsé de 1685, de $0^d 34' 42''$, qui, étant retranchée du vrai lieu de la Lune, qui étoit alors de $2^f 19^d 40' 0''$, donne le lieu moyen de la Lune le 10 Décembre de l'année 1685, à $10^h 38' 10''$, de $2^f 19^d 5' 18''$, qui diffère de $3' 8''$ de celui que l'on a trouvé par la première comparaison.

La plus grande Equation de l'Orbe de la Lune étant connuë de $5^d 2' 14''$, on trouvera son excentricité de 4398; & dans le Triangle *FMT*, dont le côté *FT*, double de cette excentricité est connu de 8796, & l'angle *FMT*, de $17' 21''$, moitié de l'Equation de la Lune au temps de l'Eclipsé de 1685, on aura l'angle *AFM*, de $6^d 35' 19''$, dont retranchant l'angle *FMT*, de $0^d 17' 21''$, reste l'angle *ATR*, distance de la Lune à son Apogée au temps de l'Eclipsé de 1685, de $6^d 17' 58''$. Les ajoutant au vrai lieu de la Lune, qui étoit alors de $2^f 19^d 40' 0''$, on aura le lieu de son Apogée le 10 Décembre de l'année 1685, à $10^h 38' 10''$, en $\text{H } 25^d 57' 58''$, moins avancé de $35' 31''$, que par les observations des Eclipsés qui ont suivi celle de 1685.

Toutes ces opérations supposent que l'Equation de l'Orbe de la Lune, lorsqu'elle est Nouvelle ou Pleine, soit égale de part & d'autre à égale distance de son Apogée ou de son Périgée; que la Lune n'ait point alors d'autres inégalités que celles de son Orbe; & que dans le grand nombre d'observations que l'on a examinées, il s'en est trouvé quelques-unes près de ses moyennes distances où l'Equation de son Orbe est la plus grande.

Seconde Méthode de déterminer les Epoques des moyens Mouvements de la Lune, & la situation de son Apogée, par l'observation de son diamètre.

On examinera les observations des diamètres apparents, faites les jours des Eclipsés ou des Pleines Lunes, & on choisira celles

où le diametre de la Lune a paru le plus grand ou le plus petit qui soit possible.

Si dans le temps du milieu de l'Eclipse, le diametre de la Lune a paru plus grand ou plus petit qu'avant ou après, c'est une preuve que cette Planete étoit alors dans son Apogée ou son Périgée, auquel cas son lieu moyen est le même que son vrai lieu qui est à l'opposite de celui du Soleil. Mais si le diametre de la Lune ne se trouve pas alors le plus grand ou le plus petit, on choisira le temps où, après avoir augmenté ou diminué de grandeur, il occupe dans le Ciel le même intervalle qu'auparavant, & on prendra le milieu entre ces observations, qui marquera le temps que la Lune est arrivée à son Apogée ou son Périgée. Lorsque ce temps est après le milieu de l'Eclipse, on prendra le moyen mouvement de la Lune qui répond à l'intervalle entre le temps du milieu de l'Eclipse & celui auquel la Lune est arrivée à son Apogée, dont on retranchera 5 minutes par degré, parce que l'Equation de l'Orbe de la Lune étant d'environ 5 degrés, il convient environ 5 minutes d'Equation à chaque degré du moyen mouvement de la Lune près de son Apogée, & on aura le vrai mouvement de la Lune, qui, étant adjointé à son vrai lieu dans le temps du milieu de l'Eclipse qui étoit à l'opposite du Soleil, donne le vrai lieu de l'Apogée de la Lune. Cette même Equation étant retranchée du vrai lieu de la Lune, donne son lieu moyen au temps de l'Eclipse, que l'on peut prendre pour Epoque des moyens mouvements de la Lune.

Lorsque le temps auquel la Lune est arrivée à son Apogée, précède le milieu de l'Eclipse, il faudra faire la même opération que ci-dessus, à la réserve qu'il faudra retrancher le vrai mouvement de la Lune, de son vrai lieu dans le temps du milieu de l'Eclipse, pour avoir le lieu de l'Apogée de cette Planete, & qu'il faudra adjointer l'Equation de 5 minutes par degré au vrai lieu de la Lune pour avoir son lieu moyen.

Lorsque la Lune est près de son Périgée, il faut adjointer 5' 30" à chaque degré de moyen mouvement pour avoir le mouvement vrai qui excède alors le moyen, & faire les autres opérations énoncées ci-dessus.

EXEMPLE.

EXEMPLE.

Dans l'Eclipse de Lune du 10 Décembre de l'année 1685, que nous avons employée ci-dessus, le diametre apparent de la Lune a été observé à 13^h 46', de 0^d 30' 6". Il a été trouvé à 14^h 48', à la hauteur de 55 degrés, de 0^d 30' 0", & le 11 Decembre à 7^h 21' du soir, on l'a déterminé à la hauteur de 45 degrés, de 0^d 30' 0".

Comme on n'a pas marqué la hauteur de la Lune sur l'horison au temps de la première observation, nous l'avons déduite de la hauteur méridienne du bord supérieur de cette Planete, qui fut observée de 64^d 15' 45", & de celle que l'on avoit déterminée à 14^h 48', de 55 degrés; & nous avons trouvé que la Lune étoit alors à la hauteur d'environ 58 degrés.

Calculant l'augmentation du diametre de la Lune, qui convient à ces différentes hauteurs, on trouve qu'elle étoit à la hauteur de 58 degrés, de 24 second. à la hauteur de 55 degrés, de 22 second. & à celle de 45 degrés, de 19 second. qu'il faut retrancher du diametre observé, pour avoir la grandeur véritable de ce diametre réduit à l'horison, de 29' 42" dans la première observation, de 29' 38" dans la seconde, & de 29' 41" dans la troisième, plus petit d'une seconde que celui qui a été observé le 10 Decembre à 13^h 46', & plus grand de 3 secondes que celui qui avoit été observé à 14^h 48', ce qui fait voir que la Lune n'étoit point encore arrivée à son Apogée dans la première observation, & qu'elle l'avoit passé le 11 Decembre à 7^h 21' du soir.

Il n'est pas aisé dans des observations aussi délicates, de pouvoir s'assurer d'une seconde dans la grandeur du diametre de la Lune; cependant si l'on suppose les observations que je viens de rapporter, exactes dans toutes leurs circonstances, on trouvera que le 10 Decembre à 14^h 1', le diametre de la Lune devoit être de 29' 41", égal à celui que l'on a observé le 11 Decembre à 7^h 41'; & qu'ainsi la Lune étoit alors également éloignée de son Apogée de part & d'autre.

Prenant un milieu, on aura le passage de la Lune par son Apogée le 11 Decembre à 10^h 41' du matin, temps vrai, c'est-à-dire, 11^h 57' après le milieu de l'Eclipse qui est arrivée le 10 Decembre

• Qq

1685 à 10^h 44' 9" du soir. Le moyen mouvement qui convient à 11^h 57', est de 6^d 33' $\frac{1}{2}$, auxquels il convient 32' 40" d'équation, à raison de 5 minut. par degré. Les retranchant de 6^d 33' $\frac{1}{2}$, on aura 6^d 1' pour le vrai mouvement de la Lune depuis le milieu de l'Eclipse jusqu'au temps de son passage par son Apogée. Les adjoutant au vrai lieu de la Lune, qui a été calculé de 2^f 19^d 40' 30", on aura le lieu de son Apogée le 10 Décembre à 10^h 44' 9" du soir, temps vrai, & à 10^h 38' 10", temps moyen, de 2^f 25^d 41' 30", moins avancé de 52 minutes qu'on ne l'avoit trouvé dans la première méthode, par la comparaison des Eclipses qui ont suivi celle de 1685, & de 18 minut. que par celles qui l'ont précédé.

Si l'on retranche présentement du vrai lieu de la Lune, déterminé pour le temps de l'Eclipse, de 2^f 19^d 40' 0", l'Equation que l'on vient de trouver de 32' 40", qui mesure la différence entre le lieu vrai de la Lune & son lieu moyen, on aura la longitude moyenne de la Lune le 10 Décembre 1685, à 10^h 38' 10", temps moyen, de 2^f 19^d 7' 20", qu'on peut prendre pour Epoque des moyens mouvements de la Lune. On l'avoit trouvée dans la méthode précédente, par la première comparaison, de 2^f 19^d 2' 10", & par la seconde, de 2^f 19^d 5' 18"; ainsi ces deux méthodes s'accordent à 4 ou 5 minutes près dans la détermination du lieu moyen de la Lune.

Il seroit trop long de rapporter ici toutes les observations que nous avons comparées ensemble pour déterminer les Epoques des moyens mouvements de la Lune, le lieu de son Apogée, & la plus grande Equation de son Orbe; il nous suffira de remarquer ici, qu'en prenant un milieu entre toutes les déterminations, nous avons trouvé qu'au temps de cette Eclipse, c'est-à-dire, le 10 Décembre de l'année 1685, à 10^h 38' 10" du soir, la longitude moyenne de la Lune devoit être de 2^f 19^d 8' 55", l'Apogée de cette Planete, de 2^f 24^d 32', & la plus grande Equation de son Orbe, de 4^d 58' 44".

C H A P I T R E X.

Du Mouvement de l'Apogée de la Lune.

APRÈS avoir déterminé les Epoques & la quantité du moyen mouvement de la Lune, de même que la situation de son Apogée pour un temps donné, il faut examiner si cet Apogée est fixe, ou s'il répond successivement à divers points du Zodiaque, & en ce cas quel est le degré de vitesse de son mouvement.

On voit d'abord, par les observations que l'on a rapportées ci-dessus, que l'Apogée de la Lune ne conserve pas toujours la même situation.

Nous avons trouvé que le 10 Décembre de l'année 1685, à 10^h 38' du matin, il répondoit à 24^d 32' des Gemeaux, & qu'au temps de l'Eclipse de Lune qui est arrivée le 16 Mai de l'année 1696, à 12^h 12', le vrai lieu de la Lune étoit à 26^d 53' 35" du Scorpion. Retranchant de ce lieu, celui de l'Apogée de la Lune, supposé fixe, on aura son anomalie vraie, de 5^f 2^d 21' 35", par le moyen de laquelle on détermine l'Equation de l'Orbe de la Lune, de 2^d 14' 39", au lieu qu'on l'auroit dû trouver d'environ 5 degrés, ainsi qu'elle résulte de cette observation.

Ainsi, supposant l'Apogée de la Lune fixe, l'Equation qui répondoit à son anomalie moyenne, n'étoit pas suffisante pour représenter son vrai lieu; ce qui prouve évidemment que cet Apogée avoit changé de position.

Pour déterminer la quantité de son mouvement, nous examinerons d'abord ce qui résulte des observations faites à des intervalles de temps peu éloignés les uns des autres, de crainte de se tromper d'une révolution entière, ou du moins de plusieurs Signes & degrés dans la recherche du lieu de l'Apogée, si l'on comparoit des observations faites dans un plus grand intervalle. Car il faut remarquer que dans l'Orbe de la Lune, de même que dans celui de toutes les Planetes, les Equations se trouvent les mêmes dans quatre endroits différents; que depuis l'Apogée jusqu'au Périgée où les Equations sont soustractives, il y en a deux de la même quantité, ce qui laisse une incertitude sur la situation de l'Apogée

d'où commencent ces Equations; & qu'il en est de même depuis l'Apogée jusqu'au Périgée où cette Equation est additive.

L'Eclipse de Lune du 10 Décembre 1685, au temps de laquelle l'Apogée de la Lune a été déterminé en $11^h 24^d 32'$, a été précédée immédiatement par celle du 21 Décembre 1684, dont le commencement est arrivé à $9^h 28' 46''$, & la fin à $12^h 24' 12''$, ce qui donne le milieu à $10^h 56' 29''$, temps vrai, & à $10^h 55' 58''$, temps moyen. L'intervalles entre cette Eclipsé & celle du 10 Décembre 1685, dont le milieu est arrivé à $10^h 38' 14''$, temps moyen, est de 354 jours moins $17' 44''$, pendant lesquels le moyen mouvement de la Lune a été de $11^f 14^d 16' 54''$, qui, étant retranchés de sa longitude moyenne déterminée le 10 Décembre 1685, à $10^h 38' 14''$, de $2^f 19^d 8' 55''$, donnent le lieu moyen de la Lune le 21 Décembre 1684, à $10^h 55' 58''$ du soir, de $3^f 4^d 52' 1''$. Le vrai lieu du Soleil étoit alors de $9^f 1^d 8' 0''$, & celui de la Lune qui étoit à l'opposite, de $3^f 1^d 8' 0''$. La différence à $3^f 4^d 52' 1''$, est $3^d 44' 1''$, qui mesurent l'Equation de son Orbe. Comme dans cette observation, le lieu moyen de la Lune étoit plus avancé que son lieu vrai, il suit que cette Planete étoit alors dans la partie de son Orbe, depuis son Apogée jusqu'à son Périgée.

Cette Equation de $3^d 44' 1''$, répond à deux degrés différents d'anomalie moyenne, sçavoir, à $1^f 20^d 54'$, & à $4^f 13^d 44'$. Retranchant la première du lieu moyen de la Lune, déterminé le 21 Décembre 1684, à $10^h 55' 58''$ du soir, de $3^f 4^d 52' 1''$, on aura le lieu de son Apogée, de $1^f 13^d 58'$; on l'avoit trouvé le 10 Décembre 1685, en $11^h 24^d 32'$. La différence est de $1^f 10^d 34'$, qui mesure le mouvement de l'Apogée de la Lune dans l'espace de 354 jours moins $17' 44''$, ce qui donne son mouvement journalier, de $6' 52''$, & sa révolution, de 8 années & près de 9 mois.

Si l'on retranche de même, du lieu moyen de la Lune, déterminé au temps de l'Eclipsé de 1684, de $3^f 4^d 52' 1''$, son anomalie moyenne, que l'on a trouvée par la seconde détermination, de $4^f 13^d 44'$, on aura le lieu de l'Apogée de la Lune, de $10^f 21^d 8'$. La différence à $2^f 24^d 32'$, donne le mouvement de cet Apogée dans le même intervalle de temps, de 4^f

$3^d 24'$, d'où l'on trouve sa révolution d'environ 3 années, fort différente de la précédente.

Comme on ne peut pas sçavoir par ces deux seules observations, à laquelle des deux révolutions l'on doit donner la préférence; il est nécessaire d'en examiner quelques autres faites à peu près dans le même intervalle de temps.

Entre ces observations, il s'en trouve une du 29 Novembre 1686, dont le milieu est arrivé à Marseille à $11^h 30' 25''$, temps auquel la Lune parut éclipsée de 6 doigts. Retranchant de cette heure, la différence des Méridiens entre Paris & Marseille, qui est de $12' 25''$, on aura le milieu de cette Eclipsé à Paris le 29 Novembre 1686 à $11^h 18' 0''$, temps vrai, & à $11^h 7' 18''$, temps moyen. Calculant pour ce temps, le vrai lieu du Soleil, on le trouvera de $8^f 5^d 15' 20''$, & par conséquent le vrai lieu de la Lune, de $2^f 8^d 15' 20''$.

Prenant la différence entre le temps de cette Eclipsé & celle du 10 Décembre 1685, on aura 354 jours 29 minut. auxquels il répond $11^f 14^d 42' 33''$ de moyen mouvement, qui, étant ajoutés au lieu moyen de la Lune, déterminé dans l'Eclipsé de 1685, de $2^f 19^d 8' 55''$, donnent le lieu moyen de la Lune le 29 Novembre 1686 à $11^h 7' 14''$ du soir, de $2^f 3^d 51' 28''$. La différence à son lieu vrai, déterminé ci-dessus de $2^f 8^d 15' 20''$, est de $4^d 23' 52''$, qui mesurent la première Equation de la Lune, laquelle étoit dans les six derniers Signes de son Orbe, à cause que son lieu vrai étoit plus avancé que le moyen. Cette Equation répond à deux degrés différents d'anomalie, sçavoir à $7^f 29^d 18'$, & à $9^f 25^d 12'$.

Retranchant la première du lieu moyen de la Lune, déterminé au temps de l'Eclipsé de 1686, de $2^f 3^d 51' 28''$, on aura le lieu de son Apogée, de $6^f 4^d 33'$; on l'avoit trouvé dans l'Eclipsé de 1685, de $2^f 24^d 32'$. La différence est de $3^f 10^d 1'$, qui mesurent le mouvement de l'Apogée dans l'intervalles de 354 jours 29 minutes, ce qui ne peut s'accorder à aucune des deux déterminations qui résultent de la comparaison précédente.

Si l'on retranche pareillement la seconde anomalie, qu'on a trouvée de $9^f 25^d 12'$, de $2^f 3^d 51'$, on aura le lieu de l'Apogée de la Lune, de $4^f 8^d 39'$. La différence à $2^f 24^d 32'$, donne

son mouvement, de $1^{\circ} 14^{\text{d}} 7'$, plus approchant de celui que l'on avoit trouvé par la première détermination; ce qui fait voir que la révolution de l'Apogée de la Lune, que l'on avoit déterminée d'abord de 8 années & près de 9 mois, est plus conforme aux observations.

Il faut présentement déterminer la quantité de ce mouvement, qui résulte des observations plus éloignées.

Nous avons choisi pour cet effet, l'Eclipse totale du 21 Janvier 1693, dont le milieu tiré de l'observation de Marseille, est arrivé à Paris à $15^{\text{h}} 54' 55''$, temps vrai, & à $16^{\text{h}} 7' 30''$, temps moyen.

L'intervalle de temps entre cette Eclipse & celle du 10 Décembre 1685, qui a été déterminée à $10^{\text{h}} 38' 14''$, est de 7 années, dont deux bissextiles, $42^{\text{j}} 5^{\text{h}} 29' 16''$, auxquels il répond dans la Table des moyens mouvements, $1^{\circ} 18^{\text{d}} 27' 49''$, qui, étant adjoints à la longitude moyenne de la Lune, déterminée pour le temps de l'Eclipse de 1685, de $2^{\circ} 19^{\text{d}} 8' 55''$, donnent sa longitude moyenne le 21 Janvier 1693 à $16^{\text{h}} 7' 30''$, de $4^{\circ} 7^{\text{d}} 36' 44''$.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors de $10^{\circ} 2^{\text{d}} 59' 26''$, & celui de la Lune, de $4^{\circ} 2^{\text{d}} 59' 26''$. La différence à $4^{\circ} 7^{\text{d}} 36' 44''$, est de $4^{\text{d}} 37' 18''$, dont le lieu moyen de la Lune étoit plus avancé que son vrai lieu; ce qui fait voir que la Lune étoit alors dans la première partie de son Orbe.

Cette Equation répond à $2^{\circ} 10^{\text{d}} 56'$, & à $3^{\circ} 24^{\text{d}} 43'$ d'anomalie moyenne. Retranchant la première du lieu moyen de la Lune, déterminé de $4^{\circ} 7^{\text{d}} 36' 44''$, on aura le lieu de son Apogée le 21 Janvier 1693, de $1^{\circ} 26^{\text{d}} 41'$, plus avancé de $11^{\circ} 2^{\text{d}} 9'$, qu'au temps de l'Eclipse du 10 Décembre 1685; ce qui donneroit la révolution de l'Apogée de la Lune, moindre de 7 années, & plus petite qu'on ne l'a trouvée par la comparaison précédente.

Il faut donc employer la seconde anomalie, de $3^{\circ} 24^{\text{d}} 43'$, qui, étant retranchée du lieu moyen de la Lune, déterminé le 21 Janvier 1693, de $4^{\circ} 7^{\text{d}} 36' 44''$, donne le lieu de l'Apogée, de $0^{\circ} 12^{\text{d}} 54'$; il avoit été déterminé le 10 Décembre 1685, de $2^{\circ} 24^{\text{d}} 32'$. La différence est de $9^{\circ} 18^{\text{d}} 22'$, qui mesurent

le mouvement de l'Apogée de la Lune, qui répond à 7 années communes, $44^{\text{j}} 5^{\text{h}} 29' 16''$, intervalle entre ces observations. On fera donc, comme $9^{\circ} 18^{\text{d}} 22'$, sont à 7 années communes, $44^{\text{j}} 5^{\text{h}} 29' 16''$; ainsi 360 degrés sont à 3246 jours & 6 heures, ou 8 années communes, 326 jours & 6 heures, qui mesurent la révolution de l'Apogée; d'où l'on tire son mouvement annuel, de $1^{\circ} 10^{\text{d}} 29' 40''$, & son mouvement journalier, de $6' 39''$.

On comparera de même l'observation de l'Eclipse de Lune du 10 Décembre 1685, avec celle du 20 Janvier 1647, dont le milieu a été observé à Paris par Gassendi, à $9^{\text{h}} 12'$, temps vrai, & à $9^{\text{h}} 23' 55''$, temps moyen.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors de $10^{\circ} 0^{\text{d}} 50' 40''$, & le vrai lieu de la Lune, de $4^{\circ} 0^{\text{d}} 50' 40''$. L'intervalle de temps entre cette Eclipse & celle du 10 Décembre 1685, qui est arrivée à $10^{\text{h}} 38' 10''$, temps moyen, est de 38 années, dont 10 bissextiles, $324^{\text{j}} 1^{\text{h}} 14' 19''$, auxquels il répond $10^{\circ} 18^{\text{d}} 11' 45''$ de moyen mouvement, qui, étant retranchées de $2^{\circ} 19^{\text{d}} 8' 55''$, lieu moyen de la Lune au temps de l'Eclipse de 1685, donnent le lieu moyen de la Lune le 20 Janvier 1647, de $4^{\circ} 0^{\text{d}} 57' 10''$. La différence à son vrai lieu déterminé ci-dessus de $4^{\circ} 0^{\text{d}} 50' 40''$, est de $6' 30''$, qui représentent l'Equation de la Lune, laquelle est dans la première partie de son Orbe, à cause que le lieu moyen de la Lune est plus avancé que son vrai lieu.

Cette Equation répond à $0^{\circ} 1^{\text{d}} 18'$, & à $5^{\circ} 28^{\text{d}} 49'$ d'anomalie moyenne. Retranchant la première, de $4^{\circ} 0^{\text{d}} 57'$, lieu moyen de la Lune en 1647, on aura le lieu de l'Apogée, de $3^{\circ} 29^{\text{d}} 39'$; on l'avoit trouvé en 1685, de $2^{\circ} 24^{\text{d}} 32'$. La différence est de $1^{\circ} 5^{\text{d}} 7'$, qui, suivant le mouvement de l'Apogée déterminé ci-dessus, répondent à 317 jours, qui, étant retranchés de 38 années & 324 jours, intervalle de temps entre les observations de 1647 & 1686, donnent 38 années & 7 jours, pendant lesquelles l'Apogée de la Lune auroit fait quatre révolutions, à raison de 9 années & 6 mois pour chacune, ce qui ne s'accorde pas aux déterminations précédentes. Il faut donc employer la seconde anomalie, qui a été trouvée ci-dessus de $5^{\circ} 28^{\text{d}} 49'$, & qui, étant retranchée du lieu moyen de la Lune, déterminé en 1647, de $4^{\circ} 0^{\text{d}} 57'$, donne le vrai lieu de son Apogée, de 10°

2^d 8'. La différence à 2^f 24^d 32', lieu de l'Apogée en 1685, est de 4^f 22^d 24', ce qui fait voir que dans l'intervalle de 38 années communes, 334^j 1^h 14', ou 14204^j 1^h 14', il y a eu quatre révolutions entières plus 4^f 22^d 24'. On fera donc, comme 94944, nombre de minutes que l'Apogée a parcouruës dans cet intervalle, sont à 14204^j 1^h 14'; ainsi 360 degrés ou 21600 minutes, sont à la révolution de l'Apogée, qu'on trouvera de 3231 jours & près de 11 heur. ou 8 années communes, 311^j 11^h, ce qui donne son mouvement annuel, de 1^f 10^d 39' 40", & son mouvement journalier, de 6' 41" 1".

Ayant comparé de la même manière un grand nombre d'observations exactes d'Eclipses de Lune, nous avons déterminé la révolution de son Apogée, de 8 années communes, 311 jours & 8 heures, son mouvement annuel, de . . . 1^f 10^d 39' 52", & son mouvement journalier, de 6' 41" 1", ce qui s'approche autant qu'on peut l'espérer, de la précédente détermination.

CHAPITRE XI.

De la première Equation Solaire.

A PRÈS avoir déterminé la situation de l'Apogée & du Périgée de la Lune, où son vrai lieu doit concourir avec le moyen, on a remarqué qu'à distance égale de ces points, les Equations que l'on observe dans les Conjonctions & Oppositions de la Lune avec le Soleil, où la plupart de ses inégalités cessent, n'étoient pas toujours égales entr'elles, ce qui auroit dû arriver s'il n'y avoit point eu d'autre cause d'inégalité que celle qui provient de la différente distance de la Lune à la Terre.

On a donc recherché d'où pouvoient provenir ces variations, & l'on a remarqué qu'elles dépendoient de la diverse situation du Soleil dans son Orbe; que lorsque cet Astre étoit dans son Apogée ou dans son Périgée, il n'y avoit aucune variation sensible; qu'on en appercevoit quelqu'une lorsqu'il s'en écartoit, qui augmentoit jusqu'à ce que le Soleil fût dans ses moyennes longitudes, où elle montoit jusqu'à près de 10 minutes, ensuite de quoi elle diminuoit

à peu-près

à peu-près dans la même proportion; enfin que cette Equation devoit s'ajouter au lieu moyen de la Lune pour avoir le vrai, lorsque le Soleil étoit placé dans les premiers Signes de son Orbe, depuis son Apogée jusqu'à son Périgée; & qu'il falloit au contraire la retrancher depuis le Périgée du Soleil jusqu'à son Apogée.

Comme ces inégalités dépendent uniquement de la diverse position du Soleil dans son Orbe, nous avons donné le nom de *Solaire* à l'Equation qui les représente.

Pour expliquer la manière dont on conçoit cette Equation, soit dans le Systeme de Copernic, *S* (Fig. 45.) le Soleil à l'un des foyers de l'Orbe annuel *ABPD*, qui représente une Ellipse, *A* la Terre dans son Aphélie, *E HFG* l'Orbe de la Lune, dont le point *G* représente son Apogée, & le point *H* son Périgée. Si l'on suppose la Lune en *G* dans son Opposition avec le Soleil, ou en *H* dans sa Conjonction, on verra que le Soleil ne produit aucune inégalité dans le mouvement de la Lune.

Si l'on suppose présentement que la Terre étant parvenue en *B*, à la distance de 90 degrés de son Aphélie ou de son Périhélie, les points *L* & *I*, où la Lune est en Conjonction ou en Opposition avec le Soleil, soient aussi dans l'Apogée & le Périgée de la Lune; alors le lieu moyen de la Lune différera du lieu véritable, de 9' 44", qu'il faut ajouter au lieu moyen pour avoir le véritable.

Cette Equation, qui avoit augmenté depuis *A* jusqu'en *B*, dans la raison du sinus de la distance de la Terre à son Aphélie, diminué ensuite dans la même proportion, à mesure que la Terre s'approche du Périhélie en *P*, où la Lune étant en *M* ou *N*, en Conjonction ou en Opposition avec le Soleil, elle cesse entièrement.

La Terre passant ensuite de son Périhélie à son Aphélie, cette Equation augmente jusqu'à ce qu'étant en *D*, & la Lune aux mêmes points de son Orbe *O* & *T*, en Conjonction ou en Opposition avec le Soleil, le vrai lieu de la Lune s'éloigne de son lieu moyen, de 9' 44", qu'il faut retrancher du lieu moyen pour avoir le vrai.

Cette Equation diminuë ensuite dans la même proportion qu'elle avoit augmenté lorsque la Terre alloit de l'Aphélie aux moyennes distances, & elle cesse entièrement lorsque la Terre est parvenue à son Aphélie ou à son Périhélie.

On a considéré ici la Lune dans son Apogée ou dans son Périgée, & dans ses Conjonctions ou Oppositions avec le Soleil, parce que dans ces deux circonstances, on n'y observe que l'Equation qui dépend de la différente situation de la Terre dans son Orbe à l'égard de son Aphélie & de son Périhélie : cependant elle subsiste de même dans toutes les situations de la Lune sur son Orbe à l'égard du Soleil ; & il faut y avoir égard pour déterminer le vrai lieu de la Lune.

On peut expliquer également la manière dont se fait cette Equation, en supposant le mouvement du Soleil autour de la Terre.

Soit, par exemple, *T* (*Fig. 46.*) la Terre au foyer de l'Ellipse *ABPD*, que le Soleil décrit dans l'espace d'une année, dont le point *A* représente l'Apogée, le point *P* le Périgée, & les points *B* & *D* les moyennes longitudes.

Soit aussi *EHFG*, l'Ellipse que la Lune décrit par son mouvement propre, qui ait pour foyer le point *T*, où est placée la Terre à l'égard du Soleil, que l'on suppose en *A* dans son Apogée, ou en *P* dans son Périgée.

La Lune étant en *G* ou en *H*, dans sa Conjonction ou Opposition avec le Soleil, & en même temps dans son Apogée ou Périgée, on n'observe aucune variation dans son mouvement, & son vrai lieu concourt avec le moyen. Mais à mesure que le Soleil s'approche du point *B*, on s'aperçoit de quelque inégalité qui va en augmentant jusqu'à ce que le Soleil soit arrivé en *B*, où elle est de $9' 44''$, de sorte que si l'Orbite de la Lune est alors représentée par l'Ellipse *IMLN*, qui ait la Terre à l'un de ses foyers *T*, & la Lune dans son Apogée ou Périgée en *I* ou *L*, auquel cas elle est dégagée de toutes ses autres inégalités ; on appercevra entre le lieu vrai & le lieu moyen de la Lune, une différence de $9' 44''$, qu'il faut adjoûter à son lieu moyen pour avoir le véritable lorsque le Soleil est en *B*, & retrancher du lieu moyen lorsque le Soleil sera parvenu en *D*.

Dans les autres situations du Soleil sur son Orbe, hors des points *A*, *B*, *P*, *D*, la première Equation Solaire est plus ou moins grande, suivant qu'il s'éloigne plus ou moins des points *A* & *P*, dans la proportion des sinus de la distance du Soleil à son

Apogée ou à son Périgée. Elle est additive dans les six premiers Signes, depuis *A* jusqu'en *P*, soustractive dans les six derniers, depuis *P* jusqu'en *A* ; & il faut en tenir compte pour déterminer le vrai lieu de la Lune dans tous les points de son Orbe, & à quelque distance qu'elle se trouve à l'égard du Soleil.

C H A P I T R E X I I.

De la seconde Equation Solaire.

LE lieu moyen de la Lune, corrigé par l'Equation Solaire que nous venons d'expliquer, représente assés exactement son vrai lieu, lorsque dans ses Conjonctions ou Oppositions avec le Soleil, cet Astre se trouve en même temps dans l'Apogée ou dans le Périgée de la Lune, de même qu'à distance égale de part & d'autre de ces deux points.

Hors de cette situation, on observe dans le mouvement apparent de la Lune, une inégalité qui peut monter jusqu'à 4 minutes, & qu'on a appelé *Luni-Solaire* ou *seconde Equation Solaire*, à cause qu'elle dépend de la position de l'Orbite de la Lune à l'égard du Soleil.

Elle est nulle ou insensible lorsque le lieu du Soleil est le même que celui de l'Apogée ou du Périgée de la Lune, ou bien lorsqu'il en est éloigné de 90 degrés. Elle augmente ensuite à mesure que le Soleil s'écarte de ces quatre points, de sorte qu'à 15 degrés elle est de 2 minutes, & elle devient plus grande lorsqu'il est à la distance de 45 degrés.

Pour donner une idée sensible de la manière dont l'on conçoit cette Equation, soit dans le Systeme de Copernic, *S* (*Fig. 45.*) le Soleil à l'un des foyers de l'Ellipse *ABPD*, qui représente l'Orbe annuel, *A* la Terre dans son Aphélie, *EHFG*, l'Orbite de la Lune, dont le point *G* représente l'Apogée, & le point *H* le Périgée.

Dans cet état, en quelque endroit que l'on place la Lune sur son Orbite *EHFG*, elle ne sera point sujette à la seconde inégalité Solaire qui dépend de la distance du Soleil à l'Apogée de la Lune qui est nulle dans ce cas.

Si l'on suppose présentement que la Terre étant dans le même lieu de son Orbe à l'égard du Soleil, l'Apogée de la Lune soit en *R*, en sorte que la distance *SAR* du Soleil à l'Apogée de la Lune soit de 45 degrés; alors la Lune étant en *R*, il n'y aura d'autre différence entre le vrai & le moyen mouvement, que celle qui provient de cette inégalité qui est alors la plus grande qui soit possible, & monte à 4 minutes, qu'il faut soustraire du lieu moyen de la Lune pour avoir le véritable, en quelque endroit que cette Planete soit placée sur son Orbe.

Cette inégalité diminuë à mesure que le Soleil paroît s'éloigner de l'Apogée de la Lune, depuis 45 jusqu'à 90 degrés, où elle cesse entièrement.

On commence ensuite à l'appercevoir depuis ce point de 90 degrés jusqu'à la distance de 135 degrés avec le même progrès, avec la seule différence qu'au lieu de la soustraire, il faut l'ajouter au lieu moyen de la Lune pour avoir le véritable, & elle diminuë dans la même proportion, jusqu'à ce que le Soleil soit dans le Périgée de la Lune.

Cette Equation augmente & diminuë de même lorsque le Soleil se trouve dans la partie de l'Orbite de la Lune, depuis 180 jusqu'à 270 degrés; auquel cas il faut la soustraire du lieu moyen de la Lune pour avoir le véritable.

Enfin, lorsque la distance du Soleil à l'Apogée de la Lune, est depuis 270 degrés jusqu'à 360, il faut ajouter cette Equation au lieu moyen de la Lune pour avoir le véritable.

On peut représenter également la seconde Equation Solaire, en supposant le mouvement du Soleil autour de la Terre, en cette manière:

Soit *T* (Fig. 46.) la Terre au foyer de l'Ellipse *ABPD*, que le Soleil paroît décrire par son mouvement propre, dont le point *A* représente l'Apogée, le point *P* le Périgée, & les points *K, B, R, O, D, Q*, le lieu du Soleil lorsqu'il est dans les moyennes distances, & à 45 degrés de son Apogée & Périgée.

Soit aussi *EHFG*, l'Ellipse que la Lune décrit par son mouvement propre autour de la Terre, dont l'Apogée soit en *G*, & le Périgée en *H*.

Le Soleil étant en *A* ou en *P*, dans l'Apogée ou le Périgée

de la Lune, cette Equation est nulle en quelque endroit que l'on place la Lune sur son Orbe *EHFG*. Il en est de même lorsque le Soleil est en *B* ou en *D*, à la distance de 90 ou 270 degrés du lieu de l'Apogée de la Lune.

Mais lorsque le Soleil se trouve éloigné du point *A*, qui répondoit à l'Apogée de la Lune, on apperçoit une inégalité qui augmente jusqu'à ce que le Soleil soit parvenu en *K*, où étant éloigné de 45 degrés de l'Apogée de la Lune, cette inégalité est de 4 minutes, qu'il faut soustraire du lieu moyen de la Lune pour avoir le véritable; elle diminuë ensuite à mesure que le Soleil s'éloigne du point *K*, jusqu'en *B*, où elle cesse entièrement.

Cette inégalité suit la même règle lorsque le Soleil est depuis *B* jusqu'en *P*, avec la différence qu'au lieu de la soustraire, il faut l'ajouter au lieu moyen pour avoir le véritable.

Enfin, lorsque le Soleil est depuis *P* jusqu'en *D*, il faut soustraire cette inégalité du lieu moyen, & l'ajouter au contraire depuis *D* jusqu'en *A* pour avoir le vrai lieu de la Lune.

CHAPITRE XIII.

De la seconde Inégalité de la Lune.

APRÈS avoir représenté les Inégalités que l'on observe dans le mouvement de la Lune lorsqu'elle est en Conjonction ou en Opposition avec le Soleil, il faut considérer celles que l'on remarque aussi dans toutes ses autres situations.

La plus grande de ces Inégalités s'appelle la *seconde Equation de la Lune*, elle dépend de la distance du Soleil à l'Apogée de la Lune, & de la distance de la Lune au Soleil.

Elle est la plus grande qui soit possible, lorsque le Soleil étant dans l'Apogée de la Lune, ou dans son Périgée, cette Planete est en même temps dans l'une de ses Quadratures; & elle est nulle lorsque le Soleil est éloigné de l'Apogée de la Lune, de 3 ou de 9 Signes, à quelque distance que la Lune soit à l'égard du Soleil.

Dans les autres distances du Soleil à l'Apogée de la Lune, & de la Lune au Soleil, cette Equation est plus grande plus le Soleil est près de cet Apogée, & plus la Lune approche des Quadratures.

Pour expliquer la manière dont on conçoit cette Équation, soit T (Fig. 47.) la Terre à l'un des foyers de l'Ellipse $ALHP$, qui représente l'Orbite de la Lune, dont l'Apogée est en A , & le Périgée en P .

Soit $SMRN$, l'Orbe du Soleil dont l'Apogée est en S , & le Périgée en R . Si l'on suppose la Lune en A ou en P , en Conjonction ou en Opposition avec le Soleil qui est en S ou en R , alors le vrai lieu de la Lune concourt avec le moyen, & on n'y observe aucune Inégalité. Mais si le Soleil étant supposé en S ou en R , la Lune s'en éloigne suivant la suite des Signes de A vers L , alors outre la première Inégalité, qui, dans l'hypothèse elliptique simple, est mesurée par l'angle DLT , on en aperçoit une seconde qui augmente jusqu'à ce que la Lune soit arrivée à l'une de ses Quadratures, où cette Inégalité est d'environ $2^d 30'$.

Supposons présentement que le Soleil soit parvenu par son mouvement propre de S en B , alors la Lune étant en L , en Conjonction avec le Soleil, l'angle DLT mesurera sa première Inégalité, & la seconde cessera. Mais lorsque la Lune s'éloignera du Soleil, cette Inégalité se fera appercevoir, & augmentera jusqu'à ce que la Lune soit dans une de ses Quadratures, où elle sera d'une quantité dont le rapport à la plus grande Inégalité, qui est de $2^d 30'$, sera comme le sinus du complément de l'angle STL de la distance du Soleil à l'Apogée de la Lune, est au sinus total; en sorte que si la distance du Soleil à l'Apogée de la Lune est de 60 degrés, dont le complément est 30 degrés, la seconde Inégalité de la Lune dans les Quadratures, sera de $1^d 15'$, qui est à $2^d 30'$ comme le sinus de 30 degrés, est au sinus total.

Enfin, le Soleil étant parvenu en M ou en N , à la distance de 90 degrés des points S & R , qui répondent à l'Apogée ou au Périgée de la Lune, la seconde Inégalité cesse en quelque endroit de son Orbite qu'elle soit placée, comme en L ou en H .

Il est aisé de voir par ce que nous venons de rapporter, que la Lune ne suit pas précisément la circonférence de l'Ellipse sur laquelle elle se trouve placée dans ses Conjonctions & Oppositions avec le Soleil; c'est pourquoi il faut avoir recours à une nouvelle hypothèse pour représenter cette Inégalité.

On prendra pour cet effet sur l'axe AP du point T vers P ,

TK de 2172 parties, dont le demi-axe AC est de 100000 , & on décrira sur le diamètre TK , le petit cercle $TQKG$. Lorsque le Soleil est en S dans l'Apogée de la Lune, ou en R dans son Périgée, la Terre sera en K à l'extrémité du diamètre TK . Lorsque le Soleil est en M ou en N , à la distance de 90 degrés des points S & R , la Terre sera en T dans le foyer de l'Ellipse $ALHP$; & lorsque le Soleil est en B , ou à quelque autre distance que ce soit de l'Apogée de la Lune, la Terre sera en G sur le petit cercle $TQKG$, dans l'endroit où la ligne tirée du Soleil par le foyer T de l'Ellipse, rencontre ce cercle.

Suivant cette théorie, la distance de la Lune à la Terre doit varier suivant que le Soleil s'approche ou s'éloigne de l'Apogée de la Lune: car le Soleil étant en S , & la Lune en A dans son Apogée, la distance de la Lune à la Terre est mesurée par AK , en sorte que CT , qui représente l'excentricité simple, étant, comme on l'a supposé, de 4344 parties, dont le demi-axe AC est de 100000 , & TK étant de 2172 de ces parties, on aura CK , distance de la Terre au centre C de l'Ellipse, de 6516 , qui, étant ajoutées à AC 100000 , donnent la distance AK de la Lune à la Terre, lorsqu'elle est dans son Apogée, de 106516 .

Retranchant CK , de AC ou PC , on aura PK , distance de la Lune à la Terre lorsqu'elle est dans son Périgée, de 93484 . Ce rapport de distances dans ces deux situations de la Lune, est conforme aux observations de la grandeur apparente du diamètre de la Lune, qui, suivant les règles d'Optique, doit être en raison réciproque de la distance de la Lune à la Terre, le diamètre apparent de la Lune dans son Apogée étant à son diamètre apparent dans son Périgée, comme $29' 30''$ sont à $33' 38''$, ou comme 93484 est à 106516 .

Si l'on suppose présentement que le Soleil étant en S dans l'Apogée de la Lune, l'angle ADL représente la distance moyenne de la Lune à son Apogée; alors la première Inégalité qui résulte de l'hypothèse elliptique simple, est mesurée par l'angle DLT ; & la Terre étant en K , à l'extrémité du petit diamètre TK , la seconde Inégalité seroit mesurée par l'angle TLK , si elle étoit produite seulement par le mouvement de la Terre de T en K . Mais comme l'on a remarqué que cette Inégalité ne suffisoit pas

pour représenter celle que l'on observe alors dans le mouvement de la Lune, il a été nécessaire d'en supposer une autre réelle & physique, qui est à peu-près de la même grandeur que celle qui résulte de l'apparence, ce qui provient de ce que la Lune étant plus éloignée de la Terre lorsqu'elle est en K que lorsqu'elle est en T , son mouvement dans son Orbe se ralentit à peu-près dans la proportion de ses diverses distances à la Terre.

Pour déterminer cette Inégalité, on décrira une nouvelle Ellipse dont le point T sera le centre, K l'un des foyers où se trouve la Terre lorsque le Soleil est en S , & TL est égal à la moitié du grand axe; & on cherchera sur cette Ellipse le vrai lieu de la Lune suivant l'hypothèse elliptique simple ou celle de Képler, en cette manière.

Méthode de déterminer la seconde Inégalité de la Lune, dans l'hypothèse elliptique simple.

Dans l'hypothèse elliptique simple, le Soleil étant en S (Fig. 47.) & la Terre en K , on prendra de T vers A , TI égal à TK , & l'on joindra KL . Du point I , on mènera IO , parallèle à TL , & du point L , on élèvera sur LK , la perpendiculaire LO , qui rencontrera en O , la ligne IO . Le point O déterminera le vrai lieu de la Lune, qui sera sur une Ellipse, dont T est le centre, K l'un des foyers, I l'autre foyer, & TL la moitié du grand axe. Joignant KO , l'angle KOI mesurera la seconde Inégalité de la Lune, qui est double de l'angle TLK , qui représentoit l'Inégalité optique; ce que l'on démontrera de même qu'on l'a déjà fait (p. 139).

Si l'on suppose le Soleil à quelque distance que ce soit de l'Apogée de la Lune, comme en B , & que la distance de la Lune à son Apogée, corrigée par la première Équation, soit mesurée par l'angle ATH ; alors la Terre étant en G , à l'extrémité du rayon tiré du Soleil par le foyer T de la première Ellipse $AHBK$, on prendra de T vers B , TE égal à TG . Du point E , on mènera EF , parallèle à TH , & ayant joint GH , on élèvera du point H , HF , perpendiculaire à GH , qui rencontrera en F la ligne EF . Le point F représentera le vrai lieu de la Lune, & l'angle EFG mesurera la seconde Inégalité, qui sera double de l'angle THG , qui représentoit son Inégalité optique.

Il résulte

Il résulte de cette hypothèse, que lorsque le Soleil est entre les points S & M , comme en B , c'est-à-dire, lorsque la distance du Soleil à l'Apogée de la Lune, est depuis 0 jusqu'à 3 Signes, la Terre se trouve en G dans le demi-cercle TGH , plus éloignée de la Lune que le centre T de la nouvelle Ellipse; & que par conséquent la seconde Inégalité est soustractive dans les six premiers Signes de la distance de la Lune au Soleil, & additive dans les six derniers: Que lorsque le Soleil est entre les points M & R , comme en V , auquel cas la distance à l'Apogée de la Lune est depuis 3 jusqu'à 6 Signes, la Terre se trouve dans le demi-cercle TQK en Q , plus proche de la Lune que le centre T de la nouvelle Ellipse; d'où il suit que la seconde Équation de la Lune est additive dans les six premiers Signes, & soustractive dans les six derniers: Que lorsque le Soleil est entre les points R & N , comme en X , la Terre est en G , plus proche de la Lune que le centre T de la nouvelle Ellipse; & que par conséquent la seconde Équation est additive dans les six premiers Signes, & soustractive dans les six derniers: Enfin, que lorsque le Soleil est entre N & S , comme en Y , la Terre est en Q , plus éloignée de la Lune que le centre T de la nouvelle Ellipse; d'où il suit que la seconde Équation est soustractive dans les six premiers Signes, & additive dans les six derniers.

Pour calculer cette Équation dans toutes ces différentes circonstances, il faut d'abord connoître la distance TG de la Terre au foyer T de la première Ellipse, qui est à TK 2172, comme le sinus du complément de l'angle ATL de la distance de la Lune au Soleil, est au sinus total. L'angle ATH de la distance de la Lune à son Apogée, corrigée par la première Équation, étant connu, on trouvera la distance TH de la Lune au foyer de la même Ellipse; & dans le Triangle HTG , dont les côtés HT & TG sont connus, aussi-bien que l'angle HTG , supplément de l'angle LTH , distance de la Lune au Soleil, on trouvera l'angle THG , dont le double EFG mesurera la seconde Équation.

E X E M P L E.

On veut calculer la seconde Équation de la Lune lorsque la distance ATL du Soleil à l'Apogée de la Lune, est de 20 degrés, & la distance LTH de la Lune au Soleil, corrigée par la première

SI

Equation, est de 40 degrés. Adjoûtant la distance du Soleil à l'Apogée de la Lune, à la distance de la Lune au Soleil, on aura l'angle ATH de la distance de la Lune à son Apogée, de 60 degrés.

Soit prolongé TH en Z , en sorte que HZ soit égal à HD , & joignés ZD . Dans le Triangle DTZ , dont le côté TZ est connu de 200000, TD , double de l'excentricité est de 8688, & l'angle ATH est de 60 degrés, on trouvera l'angle DZH , de $2^d 12' 8''$, qui, à cause des côtés égaux HZ , HD , est la moitié de l'angle externe DHT , qui sera par conséquent de $4^d 24' 16''$, on aura donc l'angle HDT , de $115^d 35' 44''$. Maintenant dans le Triangle DTH , dont les trois angles sont connus, aussi-bien que le côté DT , de 8688, on fera, comme le sinus de l'angle DHT , de $4^d 24' 16''$, est au sinus de l'angle HDT , de $115^d 35' 44''$, ou son supplément ADH , de $64^d 24' 16''$; ainsi DT 8688 est à HT , qu'on trouvera de 102028, & qui est la moitié du grand axe de l'Ellipse sur laquelle la Lune est placée lorsque la distance ATL du Soleil à l'Apogée de la Lune est de 20 degrés, & la distance de la Lune au Soleil, corrigée par la première Equation, est de 40 degrés.

Pour trouver l'excentricité de cette nouvelle Ellipse, on fera, comme le sinus total est au sinus du complément de l'angle ATL , de 20 degrés; ainsi TK 2172 est à TG , qu'on trouvera de 2041. Présentement dans le Triangle HTG , dont les côtés TH , TG sont connus, & l'angle compris HTG , supplément de l'angle LTH , de 40 degrés, qui mesure la distance de la Lune au Soleil, on trouvera l'angle THG , de $43' 32''$, dont le double $1^d 27' 4''$, mesure l'angle EFG de la seconde Equation, qui, étant retranché de l'angle LTH ou LEF , de 40 degrés, donne l'angle LGF , distance de la Lune au Soleil, de $38^d 32' 56''$.

Méthode de déterminer la seconde Inégalité de la Lune, dans l'hypothese de Képler.

Soit ALP (Fig. 48.) une Ellipse qui représente l'Orbite simple de la Lune, dont C est le centre, & T l'un des foyers. Soit ATL la distance de la Lune à son Apogée dans l'hypothese de Képler, corrigée par la première Equation. Par la propriété de l'Ellipse, TH est égal à la moitié du grand axe AP ; c'est pourquoi dans

le Triangle rectangle HCT , dont les côtés TH & TC sont connus, on trouvera la valeur de HC , qui mesure la moitié du petit axe de cette Ellipse. Le rapport du petit demi-diametre HC de l'Ellipse ALP à son grand demi-diametre AC , étant connu, on aura celui de LN à MN , que l'on suppose paralleles à HC , & qui sont dans la même proportion; c'est pourquoi l'on fera, comme HC est à RC , ou bien, comme LN est à MN ; ainsi la tangente de l'angle ATL , distance de la Lune à son Apogée, corrigée par la première Equation, est à la tangente de l'angle ATM .

Maintenant dans le Triangle MCT , dont le rayon MC est connu, aussi-bien que l'excentricité CT , & l'angle ATM ou CTM , opposé au côté MC , on trouvera l'angle CTM & le côté TM . Enfin, dans le Triangle MLT , dont le côté TM est connu, l'angle TML est le complément de l'angle CTM , & l'angle MLT est le supplément de l'angle TLN , dont le complément est l'angle ATL , distance de la Lune au Soleil, on trouvera la distance TL de la Lune au foyer de l'Ellipse.

Si l'on suppose présentement que la distance du Soleil à l'Apogée de la Lune, soit mesurée par l'angle ATS , on décrira du centre T à l'intervalle TL , le cercle LDV ; & ayant prolongé ST en V , on prendra sur TV , TG qui sera à TK 2172, comme le sinus du complément de l'angle ATS , est au sinus total; & prenant T pour centre, & G pour foyer, on décrira par le point B une nouvelle Ellipse BIV , sur laquelle on trouvera le vrai lieu de la Lune suivant l'hypothese de Képler, en cette manière:

Du point T , soit mené TI , perpendiculaire à ST , qui rencontre l'Ellipse BIV au point I , & soit joint GI . Du point G , soit menée au point L , la ligne GL , & du point T , soit tirée la ligne TF , prolongée en E , qui soit telle que l'arc LF soit égal à la ligne GE , tirée perpendiculairement du point G sur la ligne GE . Du point F , soit mené FO , parallele à TI , qui rencontre l'Ellipse $BOIV$ au point O ; le point O représentera le vrai lieu de la Lune.

E X E M P L E.

On veut calculer la seconde Equation de la Lune lorsque la distance ATL (Fig. 48.) de la Lune à son Apogée, corrigée par

la première Equation de Képler, est de 60 degrés, & la distance *ATS* du Soleil à l'Apogée de la Lune, est de 20 degrés.

Le rayon *AC* ou *RC* ou *HT* étant supposé de 100000, & l'excentricité *CT*, de 4344, on fera, comme *HT* est à *CT*; ainsi le sinus total est au sinus de l'angle *CHT*, qu'on trouvera de $2^{\text{d}} 29' 23''$, & dont le complément $87^{\text{d}} 30' 37''$, mesure l'angle *CTH*. On fera ensuite, comme le sinus total est au sinus de l'angle *CTH*, de $87^{\text{d}} 30' 37''$; ainsi *HT* 100000, est à *HC*, qu'on trouvera de 99905. La proportion de *HC* à *RC* étant ainsi connue, on fera, comme *HC* 99905, est à *RC* 100000; ainsi *LN* est à *MN*, ainsi la tangente de l'angle *ATL*, de 60 degrés, est à la tangente de l'angle *ATM*, qu'on trouvera de $60^{\text{d}} 1' 25''$. Maintenant dans le Triangle *CTM*, dont le rayon *CM* est connu, & l'excentricité *CT*, on fera, comme *CM* 100000 est à *CT* 4344; ainsi le sinus de l'angle *CTM*, de $60^{\text{d}} 1' 25''$ est au sinus de l'angle *CMT*, qu'on trouvera de $2^{\text{d}} 9' 23\frac{1}{2}''$, & qui, étant adjointé à l'angle *CTM*, de $60^{\text{d}} 1' 25''$, donne l'angle *ACM*, de $62^{\text{d}} 10' 48\frac{1}{2}''$. On fera aussi, comme le sinus de l'angle *CTM*, de $60^{\text{d}} 1' 25''$, est au sinus de l'angle *MCT*, supplément de l'angle *ACM*, de $62^{\text{d}} 10' 48\frac{1}{2}''$; ainsi *CM* 100000 est à *TM*, qu'on trouvera de 102099. Enfin l'on fera, comme le sinus de l'angle *TLN*, complément de l'angle *ATL*, de 60 degrés, est au sinus de l'angle *TMN*, complément de l'angle *ATM*, de $60^{\text{d}} 1' 25''$; ainsi *TM* 102099 est à la distance *LT* de la Lune au foyer *T* de l'Ellipse *ALHP*, qu'on trouvera de 102028, de la même grandeur que dans l'hypothèse elliptique simple.

La distance *ATS* du Soleil à l'Apogée de la Lune, étant supposée de 20 degrés, on fera, comme *ST* est au sinus du complément de 20 degrés; ainsi *TR* 2172 est à *FG*, qui sera de 2041, & qui mesurera l'excentricité d'une nouvelle Ellipse *BOIV*, dont le grand demi-diamètre *LT* ou *BT* a été trouvé de 102028, & sur laquelle on déterminera le vrai lieu de la Lune, suivant l'hypothèse de Képler, en cette manière:

Par la propriété de l'Ellipse, *GI* est égal à son grand demi-diamètre *TL* ou *TD*; c'est pourquoi dans le Triangle rectangle *ITG*, dont l'hypothénuse *GI* est de 102028, & le côté *TG*,

de 2041 toises, on fera, comme *GI* est à *TG*; ainsi le sinus total est au sinus de l'angle *TIG*, qu'on trouvera de $1^{\text{d}} 8' 47''$, & dont le complément mesure l'angle *TGI*, qui sera de $88^{\text{d}} 51' 13''$. On fera ensuite, comme le sinus total est au sinus de l'angle *TGI*, de $88^{\text{d}} 51' 13''$; ainsi *GI* 102028, est à *TI*, qu'on trouvera de 102017. L'angle *ATL* ayant été supposé de 60 degrés, & l'angle *ATS*, de 20 degrés, on aura l'angle *BTL*, de 40 degrés, & son supplément *LTG*, de 140 degrés; c'est pourquoi dans le Triangle *LTG*, dont les côtés *LT* 102028, & *TG* 2041, sont connus, & l'angle compris *LTG* est de 140 degrés, on aura l'angle *TLG*, de $43' 32''$, qui ne diffère pas sensiblement de l'angle *LTF*, à cause que l'arc *LF*, qui a été pris égal à la ligne *GE*, n'est que de $43' 32''$, & les deux lignes *GL*, *TF*, peuvent être censées parallèles, comme on peut le voir (p. 143). Retranchant l'angle *LTF*, de $43' 32''$, de l'angle *BTL*, de 40 degrés, on aura l'angle *BTF*, de $39^{\text{d}} 16' 28''$; & dans le Triangle *FTG*, dont le côté *FT* est de 102028, le côté *TG*, de 2041, & l'angle compris *FTG*, de $140^{\text{d}} 43' 32''$, supplément de l'angle *BTF*, de $39^{\text{d}} 16' 28''$, on aura l'angle *TFG*, de $42^{\text{d}} 52''$, qui, étant retranché de l'angle *BTF*, de $39^{\text{d}} 16' 28''$, reste l'angle *BGF*, de $38^{\text{d}} 33' 36''$. On fera enfin, comme *TD* est à *TI*, ou bien, comme *QF* est à *QO*; ainsi la tangente de l'angle *BGF*, de $38^{\text{d}} 33' 36''$ est à la tangente de l'angle *BGO*, qui mesure la distance véritable de la Lune au Soleil, qu'on trouvera de $38^{\text{d}} 33' 16''$. La retranchant de l'angle *BTL*, supposé de $40^{\text{d}} 0' 0''$, on aura la seconde Equation de la Lune, de $1^{\text{d}} 26' 44''$, plus petite seulement de 20 secondes que suivant l'hypothèse elliptique.

CHAPITRE XIV.

De la troisième & dernière Inégalité de la Lune.

OUTRE l'Inégalité qui dépend de la distance du Soleil à l'Apogée de la Lune, & de la distance de la Lune au Soleil, on en remarque une autre qui dépend uniquement de la distance de la Lune au Soleil.

Cette Inégalité est la plus grande qui soit possible, lorsque la

Lune est dans ses Octans à l'égard du Soleil, c'est-à-dire, lorsque sa distance au Soleil est de 45, 135, 225, & 315 degrés, auquel cas on l'observe de 33' 40"; elle est nulle dans les Conjonctions & Oppositions de la Lune au Soleil, & dans ses Quadratures; & elle augmente à mesure qu'elle s'éloigne de ces diverses Phases, & qu'elle s'approche des Octans.

Pour expliquer la manière dont on conçoit cette Inégalité, soit *ALHP* (Fig. 47.) une Ellipse qui représente l'Orbite de la Lune, dont l'Apogée est en *A*, & le Périgée en *P*. Soit *SMRN*, l'Orbe du Soleil, dont les points *S* & *R*, répondent à l'Apogée & au Périgée de la Lune, & les points *M* & *N* en sont éloignés de 90 degrés. Si l'on suppose que la Lune soit en *A* dans son Apogée, & que le Soleil réponde aux points *M* & *N*, auquel cas la Terre est en *T* au foyer de l'Ellipse *ALHP*, & la seconde Inégalité est nulle; alors la Terre changera de situation suivant la direction de la ligne *ATK*, perpendiculaire à la ligne *MN*, tirée du Soleil par le foyer de l'Ellipse, & sera transportée à l'opposite de la Lune, de *T* en *a*, en sorte que *Ta* sera à *TA*, comme la solidité de la Lune à la solidité de la Terre, dont le rapport est à peu-près comme 100 à 5056, ou comme 1 à 50½.

Le Soleil étant dans la même situation, si la Lune se trouve dans son Périgée en *P*, alors la Terre, qui étoit en *T*, sera portée du côté opposé à la Lune, de *T* en *b*, suivant la même direction de la ligne *ATK*, perpendiculaire à la ligne *MN*, en sorte que *Tb* sera à *TP*, comme la solidité de la Lune est à la solidité de la Terre, ou comme 1 à 50½.

Si l'on suppose présentement le Soleil en *S* ou en *R* dans l'Apogée de la Lune, pendant que cette Planete est dans l'une de ses Quadratures, la Terre sera portée par la seconde Inégalité, de *T* en *K*, & par la troisième Inégalité, elle changera de situation suivant la direction de la ligne *rt*, perpendiculaire à la ligne *AP*, en sorte que la Lune étant en *m*, la Terre sera à l'opposite, comme en *c*, éloignée du point *K*, de la distance *Kc*, qui sera à *Kt*, comme 100 à 5056; & la Lune étant en *n*, la Terre sera en *d*, éloignée du point *K*, de la distance *Kd*, qui est égale à *Kc*.

Dans toutes ces différentes situations de la Lune à l'égard du Soleil, la Terre & la Lune conservant toujours la même direction

par rapport au même point du Ciel, on ne doit appercevoir aucun changement dans le mouvement de la Lune, mais seulement dans la grandeur apparente de son diamètre, qui est en raison réciproque de sa distance à la Terre, qui varie de la manière qu'on le vient de représenter. Car la distance *AT* de l'Apogée de la Lune au foyer de l'Ellipse *ALHP*, qui est de 104344, étant à la distance *Ta*, de la Terre au foyer de cette Éclipse, comme 5056 à 100; on trouvera *Ta*, de 2064, qui, étant adjointé à 104344, donne la distance *Aa* de la Lune à la Terre, de 106408, lorsque la distance du Soleil à l'Apogée de la Lune, est de 3 Signes, & la Lune est dans son dernier Quartier; ou bien, lorsque la distance du Soleil à l'Apogée de la Lune, est de 9 Signes, & la Lune est dans son premier Quartier, ce qui s'accorde aux observations du diamètre apparent.

Pareillement la distance *PT* du Périgée de la Lune au foyer *T* de l'Ellipse *ALHP*, qui est de 95656, étant à la distance *Tb*, de la Terre au foyer de cette Ellipse, comme 5056 à 100, on aura *Tb*, de 1892, qui, étant adjointé à 95656, donne la distance *Pb* de la Lune à la Terre, de 97548, lorsque la Lune est dans son Périgée en Quadrature avec le Soleil; on aura donc *Aa* à *Pb*, comme 106408 est à 97548, ce qui s'accorde aux observations des diamètres apparents de la Lune, qui sont en raison réciproque de ces distances.

On peut donc considérer *AT* & *Ta*, de même que *PT* & *Tb*, semblables à deux bras d'une balance, dont le point *T* est le point d'appui, sur laquelle la Terre & la Lune doivent rester en parfait équilibre, leur distance au point d'appui *T*, étant en raison réciproque de leur solidité.

Supposons présentement que le Soleil étant en *M* ou *N*, la Lune soit dans l'une de ses Conjonctions ou Oppositions; alors la seconde Inégalité étant nulle, la Terre restera en *T* au foyer de l'Ellipse *ALHP*, elle ne sera point non plus déplacée par la troisième Inégalité, qui se fait appercevoir suivant une perpendiculaire à la ligne *MTN*, tirée du Soleil par le foyer de l'Ellipse, parce que la distance de la Lune à la ligne *MTN*, étant nulle, la distance de la Terre à cette même ligne, qui suit la proportion que nous avons indiquée, doit être aussi nulle; on n'observera

donc alors que la première Équation, & la distance de la Lune à la Terre sera mesurée par la ligne Tm ou Tn , conformément aux observations.

Il ne doit aussi arriver par la même raison, aucune variation dans la situation de la Terre, causée par la troisième Inégalité, lorsque le Soleil est en S , ou en quelqu'autre endroit de son Orbe en Conjonction ou en Opposition avec la Lune. Mais à mesure que la Lune s'éloigne du Soleil, la perpendiculaire tirée de la Lune sur la ligne qui va du Soleil au foyer de l'Ellipse, augmente de grandeur; d'où il résulte que la Terre s'écarte toujours de plus en plus de ce rayon dans un sens contraire.

Pour en discerner l'effet, supposons le Soleil en S , & la Lune en O , à la distance de 45 degrés du Soleil. Du point O , soit menée la ligne Og , perpendiculaire sur la ligne STR , & du point K , soit élevée sur la même ligne STR , une perpendiculaire Kh , qui soit à Og , comme 100 est à 5056. Le point h représentera alors la situation de la Terre, & la troisième Inégalité sera mesurée par l'angle KOh , dont on trouvera la grandeur, en cette manière:

Du point O , soit menée Oi , parallèle & égale à Kg , & soit joint Ki , qui sera parallèle & égale à Og , & perpendiculaire à la ligne SR . Dans les Triangles KOi & hOi , Ki ou Og est à ih ou Ki plus Kh , comme la tangente de l'angle KOi ou OKg , qui mesure la distance de la Lune au Soleil, est à la tangente de l'angle hOi , qui est égal à l'angle KOi de la distance de la Lune au Soleil, plus l'angle KOh , qui mesure la troisième Inégalité. Mais Ki est à ih , comme 5056 est à 5156, c'est-à-dire, comme la solidité de la Terre est à la solidité de la Terre plus celle de la Lune: donc la tangente de l'angle de la distance de la Lune au Soleil, est à la tangente de l'angle de la distance de la Lune au Soleil plus l'angle de la troisième Inégalité, comme 5056 à 5156. Prolongeant hO en u , & KO en q , la Terre étant parvenue en h , par la troisième Inégalité, verra répondre la Lune au point u , plus avancé suivant la suite des Signes que lorsque la Terre étant en K , la Lune répondoit au point q ; & le même effet arrivant dans les trois premiers Signes de la distance de la Lune au Soleil, il suit que la troisième Inégalité est alors additive.

Si l'on suppose présentement la Lune en e , le Soleil restant toujours

toujours au point S , on mènera ef , perpendiculaire à SR , & on fera Kh à ef , comme 100 à 5156. Le point h , déterminera la situation de la Terre, qui verra la Lune répondre au point l , moins avancé suivant la suite des Signes que le point p , où se termine la ligne Kep , tirée du point K par la Lune; & le même effet arrivant lorsque la distance de la Lune au Soleil est depuis trois jusqu'à six Signes, il suit que la troisième Inégalité est alors soustractive.

Le contraire arrive lorsque la Lune est en o , c'est-à-dire, lorsque sa distance au Soleil est depuis 6 jusqu'à 9 Signes; car alors la Terre se trouve de K vers r , comme en d , & le rayon do , tiré de la Terre à la Lune, étant prolongé au de-là de l'Orbite, se termine à un point plus avancé suivant la suite des Signes, que le rayon Ko , prolongé à la même distance; d'où il suit que la troisième Équation est alors additive.

Enfin, lorsque la Lune est en K , où sa distance au Soleil est depuis 9 jusqu'à 12 Signes, la Terre est en d , & le rayon dk , tiré de la Terre à la Lune, & prolongé au de-là de son Orbe, se termine à un point moins avancé suivant la suite des Signes, que le rayon Kk , prolongé à la même distance; d'où il suit que la troisième Équation est alors additive.

E X E M P L E I.

On veut trouver la troisième Inégalité de la Lune lorsque la distance AKO de la Lune au Soleil est de 30 degrés.

Faites, comme 5056 est à 5156; ainsi la tangente de l'angle AKO ou KOi , est à la tangente de l'angle iOh , que l'on trouvera de $30^d 29' 17''$. Retranchant de l'angle IOH , l'angle KOi ; de 30 degrés, on aura l'angle KOh , qui mesure la troisième Inégalité, de $29' 17''$.

E X E M P L E II.

On cherche la troisième Inégalité de la Lune lorsque la distance de la Lune au Soleil est de 45 degrés.

Faites, comme 5056 est à 5156; ainsi la tangente de l'angle AKO ou KOi , de 45 degrés, est à la tangente de l'angle iOH , que l'on trouvera de $45^d 33' 40''$. Retranchant l'angle iOK , de l'angle iOH , on aura l'angle KOh , qui mesure la troisième Inégalité, de $33' 40''$.

E X E M P L E I I I.

On cherche la troisième Inégalité de la Lune lorsque sa distance au Soleil est de 60 degrés.

Faites, comme 5056 est à 5156; ainsi la tangente de 60 deg. est à la tangente de $60^d 29' 0''$, dont retranchant 60 degrés, reste la troisième Inégalité, de $29' 0''$.

Méthode de déterminer le lieu de l'Orbite de la Lune, où sa troisième Inégalité est la plus grande qui soit possible, & la quantité de cette plus grande Inégalité.

La troisième Inégalité de la Lune augmente, ainsi qu'il a été expliqué ci-dessus, à mesure que cette Planete s'éloigne du Soleil, & s'approche des Octans; elle diminue ensuite jusqu'aux Quadratures, quoique l'éloignement de la Terre, du lieu où elle étoit au temps de la Conjonction ou de l'Opposition de la Lune avec le Soleil, qui produit cette Inégalité, continue à augmenter. Cela est conforme aux exemples que nous venons de rapporter, & on peut déterminer le point où cette Inégalité est la plus grande, en la calculant pour quelques degrés avant & après les Octans, & prenant des parties proportionnelles; cependant comme cette méthode n'est que par approximation, nous en proposerons une géométrique pour déterminer le lieu où l'on doit appercevoir la plus grande Inégalité, & de quelle quantité elle doit être.

Soit, comme on l'a supposé ci-dessus, la distance de la Terre à la ligne tirée du Soleil au foyer de l'Ellipse qui représente l'Orbite de la Lune, à la distance de la Lune à cette même ligne, en raison réciproque de la masse de ces deux corps, c'est-à-dire, comme 100 à 5056, & ayant pris une ligne OS (Fig. 49.) à discrétion, soit fait OR à OS , comme 100 à 5056. Soit divisé OR en deux parties égales au point F , & menés des points F & S , les lignes FC , SD , perpendiculaires & égales à la ligne FS . Joignés CD , qui sera aussi égale aux lignes FS , FC & SD , & du point C , comme centre à l'intervalle CD ou FC , soit décrit le cercle $DTFK$, qui touchera les lignes RS , SD , aux points F & D . Menés par les points O & R , les lignes OT , RK , parallèles à FC , qui coupent le

cercle $DTFK$ aux points T & K , & soient égales entr'elles; & tirés par les points K & T , la ligne KTA , qui sera parallèle & égale à la ligne ROS . Menés aussi des points K & T , au point D , les lignes KD & TD ; je dis que l'angle AKD mesure la distance de la Lune au Soleil où la troisième Inégalité doit être la plus grande, & que l'angle KDT représente cette plus grande Inégalité.

D É M O N S T R A T I O N.

Soit pris de côté & d'autre du point D , les points H & L à discrétion, & soit mené des points H , D , L , par le point T , les lignes HTG , DTB , & LTE , qui rencontrent aux points G , B , E , la ligne KE , parallèle à SL .

Par la construction, OR ou TK est à OS ou TA , comme 100 est à 5056; comme la distance de la Terre à la ligne, tirée du Soleil par le foyer de l'Ellipse qui représente l'Orbite de la Lune, est à la distance de la Lune à cette même ligne. Mais TK est à TA , comme KG est à AH , comme KB est à AD , comme KE est à AL : donc KG est à AH , KB est à AD , KE est à AL , comme la distance de la Terre à la ligne tirée du Soleil par le foyer de l'Ellipse, est à la distance de la Lune à cette même ligne. Si donc l'on suppose que les lignes AH , AD , AL , mesurent la distance de la Lune au rayon ATK , tiré du Soleil par le foyer de l'Ellipse, les lignes correspondantes KG , KB , KE , mesureront la distance de la Terre à ce même rayon. La Terre étant donc parvenue aux points G , B , E , verra la Lune suivant les lignes GH , BD , EL ; au lieu que si elle fut restée en K , elle auroit apperçû la Lune dans ses différentes situations suivant les lignes KD , KD , KL . Les angles KHG , KDB , KLE , formés par le concours de ces lignes, mesurent donc la troisième Inégalité.

Il faut présentement considérer que les angles KHG , KDB , KLE , ont pour base commune la corde KT du cercle $DTFK$, & que leur sommet se rencontre sur la ligne AL . Entre ces angles, il n'y a que l'angle KDB , qui se termine à la circonférence du cercle, pendant que les autres, & tous ceux qu'on peut s'imaginer, vont se terminer au dehors de cette circonférence. L'angle KDT est donc le plus grand de tous ceux dont le sommet est sur la ligne AL , & mesure la plus grande Inégalité qui soit possible. L'angle

AKD mesure donc aussi la distance de la Lune au Soleil où cette Inégalité est la plus grande.

Il faut remarquer que cet angle AKD est plus petit que l'angle AID ou SFD , qui n'en diffère pas sensiblement, lequel est de 45 degrés; & que l'angle ATD , qui mesure la distance de la Lune au Soleil, corrigée par la troisième Inégalité, est plus grand que le même angle AID ; de sorte que les termes de ces deux distances sont l'un en de-çà, & l'autre au de-là de 45 degrés.

Pour déterminer par le calcul, la grandeur de ces angles, on résoudra le Triangle CIK , rectangle en I , dont le côté IK ou FR , moitié de OS , est de 50 parties, & le côté CK ou CF , rayon du cercle $DTFK$, est égal à OS 5056 plus OF 50, c'est-à-dire, à 5106. On fera donc, comme CK 5106 est à IK 50; ainsi le sinus total est au sinus de l'angle ICK , qu'on trouvera de 33' 38", & qui, étant la moitié de l'angle au centre TCK , est par la propriété du cercle, égal à l'angle à la circonférence KDT , qui mesure la troisième Inégalité lorsqu'elle est la plus grande qui soit possible.

On fera ensuite, comme le sinus total est au sinus du complément de l'angle ICK , de 33' 38"; ainsi CK 5106 est à KI ou AD , qu'on trouvera de 5105 $\frac{8}{10}$. Maintenant dans le Triangle KAD , rectangle en A , dont le côté AD est de 5105 $\frac{8}{10}$, & le côté AK est de 5156, on fera comme KA est à AD ; ainsi le sinus total est à la tangente de l'angle AKD , qu'on trouvera de 44^d 43' 10", & qui mesure la distance de la Lune au Soleil lorsque la troisième Inégalité est la plus grande.

C H A P I T R E X V.

De la grandeur apparente du diametre de la Lune.

NOUS avons remarqué dans la théorie du mouvement de la Lune, qu'une partie des Inégalités qu'on y observe, provient de la variation des distances de la Lune à la Terre; ainsi la connoissance exacte des distances des diametres apparents de la Lune est très-importante pour la rectification de la théorie de la Lune, suivant laquelle on doit représenter non-seulement son mouvement apparent, mais aussi la grandeur apparente de son diametre.

Pour donner une idée des variations qu'on y observe, soit le Soleil en S (Fig. 47.) ou en R dans l'Apogée ou dans le Périgée de la Lune, auquel cas la Terre est en K , ainsi que nous l'avons expliqué; alors le diametre apparent de la Lune paroîtra de 29' 30" dans son Apogée, & de 33' 38" dans son Périgée.

Supposons que le Soleil soit parvenu en M ou N , à la distance de 90 degrés de l'Apogée de la Lune, auquel cas la Terre est en T ; alors la Lune étant en Conjonction ou en Opposition avec le Soleil, sa distance à la Terre sera mesurée par Tm ou Tn , qui sont égales entr'elles, & son demi-diametre sera de 15' 39".

Dans les autres situations du Soleil à l'égard de l'Apogée de la Lune, comme en B , la Terre sera en G , & la Lune étant en Conjonction avec le Soleil, son demi-diametre apparent sera à 14' 45", comme AK à LG .

Hors des Conjonctions & Oppositions, le Soleil étant dans l'Apogée de la Lune, & la Lune dans l'un de ses Quartiers, la Terre sera en c ou d , également éloignée du point G , sa distance à la Lune sera mesurée par les lignes rc , dt , & le diametre de la Lune sera de 30' 52".

Le Soleil étant parvenu à la distance de 90 degrés du point A de l'Apogée, comme en M , & la Lune étant dans son premier Quartier en P , la distance de la Lune à la Terre sera mesurée par la ligne Pb , & le diametre apparent de la Lune sera de 32' 14". Dans cette même situation du Soleil, la Lune étant dans son dernier Quartier en A , & en même temps dans son Apogée, la Terre sera en a , éloignée du point T , de la quantité Ta , qui est à TA , comme 100 à 5056, & le diametre apparent de la Lune sera de 29' 32".

Enfin, le Soleil étant à l'opposite au point N , & la Lune dans son premier Quartier, la Terre sera en a , & le diametre apparent de la Lune sera de 29' 32". Dans cette même situation du Soleil, la Lune étant dans son dernier Quartier en P , le diametre apparent de la Lune sera de 32' 14".

La grandeur du diametre apparent de la Lune ayant été déterminée dans l'une de ces situations par l'observation immédiate, on trouvera par le calcul la grandeur de son diametre apparent dans toutes ses autres situations, tant à l'égard du Soleil qu'à l'égard de la Terre, en cette manière.

Supposons d'abord que le Soleil soit en B , éloigné de 20 degrés de l'Apogée de la Lune, & que la distance BTH de la Lune au Soleil soit de 40 degrés. On fera d'abord, comme le sinus total est au sinus du complément de l'angle KTG ou ATL , de 20 deg. qui mesure la distance du Soleil à l'Apogée de la Lune; ainsi TK 2172 est à TG , qu'on trouvera de 2041.

Soit prolongé TH en Z , en sorte que HZ soit égal à HD , on aura TZ ou TH plus HD égal au grand diamètre de l'Ellipse AP ; & par conséquent dans le Triangle ZTD , dont le côté TZ est connu de 200000, TD , double de l'excentricité est de 8688, & l'angle ATH est de 60 deg. on trouvera l'angle DZH , de $2^d 12' 8''$, moitié de l'angle DHT , qui sera par conséquent de $4^d 24' 16''$; c'est pourquoi dans le Triangle DHT , dont les deux angles DHT , DTH sont connus, & le côté DT , on trouvera le côté TH , de 102028. Présentement dans le Triangle THG , dont le côté TH est connu de 102028, le côté TG , de 2041, & l'angle HTG , supplément de l'angle LTH , distance de la Lune au Soleil, est de 140 deg. on trouvera l'angle THG , de $43' 32''$, dont le double $1^d 27' 4''$, mesure l'angle EFG , qui, étant retranché de l'angle LEF ou LTH , de 40 deg. donne l'angle LGF , de $3^d 8' 32' 56''$. On aura donc dans le Triangle EFG , comme le sinus de l'angle EFG , de $1^d 27' 4''$ est au sinus de l'angle FEG ou LEF , de $40^d 0' 0''$; ainsi EG 4082, double de TG , est à GF , qu'on trouvera de 103615. On fera ensuite, comme 5056 est à 5156; ainsi la tangente de l'angle βFG ou LGF , de $3^d 8' 32' 56''$, qui mesure la distance de la Lune au Soleil, est à la tangente de l'angle $\beta F\Delta$, qu'on trouvera de $39^d 5' 46''$; & dans le Triangle $\beta F\Delta$, on fera, comme le sinus de l'angle $F\Delta\beta$, de $50^d 54' 14''$, complément de l'angle $\beta F\Delta$, de $39^d 5' 46''$, est au sinus de l'angle βGF , de $51^d 27' 4''$, complément de l'angle LGF , de $3^d 8' 32' 56''$; ainsi GF , déterminé de 103615, est à $F\Delta$, distance de la Lune à la Terre, qu'on trouvera de 104414. Enfin on fera, comme $F\Delta$ 104414 est à AK 106516; ainsi $29' 30''$, diamètre apparent de la Lune lorsqu'elle est en A en Conjonction avec le Soleil, est au diamètre de la Lune lorsque sa distance à son Apogée est de 20 degrés, & sa distance au Soleil, de 40 degrés, qu'on trouvera de $30' 6''$.



LIVRE QUATRIÈME.

DE SATURNE.

APRÈS avoir représenté les mouvements du Soleil & de la Lune, & leurs différentes Inégalités, il reste à expliquer la théorie des cinq autres Planetes, dont trois, sçavoir, Saturne, Jupiter & Mars, qui sont plus éloignées que nous du Soleil, s'appellent *Planetes supérieures*, & les deux autres, sçavoir, Venus & Mercure, qui sont placées entre le Soleil & la Terre, se nomment *Planetes inférieures*.

C H A P I T R E I.

Du Globe & de l'Anneau de Saturne.

SATURNE est de toutes les Planetes, celle qui est la plus éloignée du Soleil & de la Terre, & dont le mouvement est le plus lent.

Peu de temps après la découverte des Lunettes, Galilée crut voir autour de cette Planete deux Etoiles qui la joignoient de côté & d'autre, & qui étoient immobiles, ainsi qu'il s'en explique dans sa Lettre du 13 Novembre 1610, écrite à Julien de Médicis, où il rapporte qu'il a observé avec un grand étonnement que Saturne n'est pas une Etoile seule, mais qu'il est composé de trois Etoiles qui se touchent presque, & sont immobiles entr'elles, disposées de sorte que celle du milieu est plus grande que celles qui sont à ses deux côtés. Ces Etoiles, ajoute-t-il, sont placées en ligne droite, l'une à l'Orient, & l'autre à l'Occident, non pas précisément suivant la direction du Zodiaque, mais de manière que l'occidentale s'élève un peu vers le Nord.

En les regardant avec une Lunette qui n'augmente pas beaucoup les objets, elles ne paroissent pas trois Etoiles distinctes & séparées, mais l'on voit Saturne sous la figure d'une Etoile longue en forme d'olive; au lieu qu'avec une Lunette qui augmente la surface des objets de plus de mille fois, on voit trois globes qui se touchent presque, en sorte qu'il n'y a qu'un filet obscur fort délié qui les sépare.

Cet habile Astronome ne fut pas long-temps à s'apercevoir que ces Etoiles qu'il croyoit accompagner Saturne, étoient sujettes à quelques variations, ainsi qu'il s'en explique dans une Lettre du 30 Décembre 1610, où il remarque qu'elles avoient diminué de grandeur depuis le mois de Juillet jusqu'au temps qu'il écrivoit; & enfin vers la fin de Novembre de l'année 1612, il reconnut qu'elles avoient entièrement cessé de paroître, en sorte qu'il n'aperçût que le globe de Saturne seul, parfaitement rond comme Jupiter, ainsi qu'il le décrit dans une de ses Lettres du 1.^{er} Décembre de cette même année, où il rapporte ses conjectures sur la cause d'un Phénomene qui lui paroissoit si surprenant.

Divers Astronomes après Galilée, donnèrent à Saturne diverses figures qui sont représentées dans le Systeme de Saturne, imprimé en 1659, par M. Huygens, qui découvrit enfin la vraie figure de cette Planete, & prouva que ce qui formoit les apparences qu'on avoit remarquées jusqu'alors, étoit un anneau circulaire & plat, détaché du globe de Saturne de toutes parts, qui, étant regardé obliquement de la Terre, devoit, suivant les regles de l'Optique, paroître en forme d'une Ellipse plus ou moins ouverte, suivant que notre œil est plus ou moins élevé sur son plan, qui est incliné à celui de l'Ecliptique d'environ 30 degrés; d'où il résulte, conformément aux apparences, que lorsque notre œil est dans le plan de cet anneau, il doit cesser entièrement de paroître si son épaisseur n'est pas suffisante pour nous renvoyer une assez grande quantité de rayons du Soleil pour être aperçûe. Il trouva que le demi-diametre extérieur de l'anneau étoit au demi-diametre du globe de cette Planete, comme 9 à 4, & que sa largeur étoit égale à celle de l'espace contenu entre le globe & sa circonférence intérieure.

Nous n'avons jusqu'à présent aperçû aucune Tache sur le globe de Saturne, de même qu'on en remarque dans la plûpart des autres Planetes,

Planetes, on y voit seulement en des temps différens, une ou deux bandes foibles à peu-près disposées en ligne droite, & dans la direction du grand diametre de l'anneau.

Vers la fin de Mars de l'année 1719, temps auquel l'anneau avoit cessé de paroître, & que Saturne paroissoit exactement rond, nous aperçûmes sur le disque de cette Planete, par une Lunette de 114 pieds, trois bandes obscures disposées en ligne droite, & parallèles entr'elles; celle du milieu, qui étoit la plus foible, étoit formée par l'ombre que fait l'anneau sur le disque de Saturne, les deux autres étoient beaucoup plus sensibles, & la méridionale étoit plus large que la septentrionale.

La disposition de ces bandes & leur figure comparées à celles que l'on a remarquées en différens temps, peut servir à en découvrir la nature.

La méridionale & la septentrionale de ces trois bandes paroissent en ligne droite, & en même temps parallèles à celle du milieu, qui étoit formée par l'ombre de l'anneau sur Saturne, ce qui prouve qu'elles étoient dans un plan parallèle à celui de l'anneau, & que leur figure est semblable, & par conséquent circulaire.

Au mois d'Août de l'année 1696, on avoit remarqué dans Saturne deux bandes à peu-près semblables à celles que l'on voyoit en 1719, à la réserve qu'elles étoient beaucoup plus étroites; elles paroissent exactement parallèles à la circonférence extérieure de l'anneau du côté du Midi, & avoient un peu de courbûre dont la convexité regardoit la partie antérieure de l'anneau, suivant la figure qui en fut décrite alors; le petit diametre de l'Ellipse que l'anneau formoit par son apparence, étoit un peu moins de la moitié de son grand diametre, & l'élevation de l'œil sur le plan de cet anneau étoit d'environ 26 degrés. De-là il résulte que si les bandes qu'on a observées en 1696, eussent été adhérentes au globe de Saturne, elles auroient paru en forme d'Ellipses dont la largeur auroit été un peu moins de la moitié de leur longueur, ce qui ne s'accorde point à l'observation, suivant laquelle on n'aperçût qu'un peu de courbûre dans ces bandes, telle que seroit celle d'une Ellipse dont le grand diametre auroit été à peu-près égal à celui de la circonférence extérieure de l'anneau. En diverses autres occasions, où l'on a aperçû une bande sur Saturne, comme dans les années

1675, 1683 & 1708, on n'y a pas non plus observé de courbûre telle que le demanderoit l'élevation de l'œil sur le plan de l'anneau; ainsi nous avons jugé que ces bandes ne sont point adhérentes au globe de Saturne, mais qu'elles en sont éloignées à une grande distance; en sorte que nous ne distinguons sur cette Planete qu'une partie de leur circonférence, dont la courbûre doit être, suivant les regles d'Optique, beaucoup moins sensible que celle d'une Ellipse semblable, qui seroit adhérente au globe de Saturne: le surplus de la circonférence de ces bandes ne pouvant pas s'apercevoir par les Lunettes, doit être d'une matière peu propre à réfléchir les rayons du Soleil, ce qui nous a fait conjecturer qu'elles ont quelque analogie aux nuages qui environnent la Terre, lesquels interceptent une partie des rayons du Soleil, sans pouvoir les réfléchir. Ces nuages ayant une courbûre semblable à celle de la circonférence extérieure de l'anneau, doivent être à peu-près à la même distance; & par conséquent l'athmosphère dans lequel ils sont placés, doit embrasser entièrement cet anneau.

A l'égard de l'anneau de Saturne, sa lumière qui est presque aussi vive que celle du globe de Saturne, nous fait connoître que c'est un corps solide propre à réfléchir la lumière du Soleil, mais dont l'épaisseur est peu considérable par rapport à sa largeur, puisqu'il disparoît entièrement lorsque nous le voyons suivant cette direction, quoiqu'il soit éclairé de ce côté-là par le Soleil; on observe aussi que la partie qui est la plus proche de Saturne est plus lumineuse que celle qui en est la plus éloignée.

Toute cette masse se tient ainsi suspendue autour de Saturne, dont elle est entièrement détachée, semblable à un anneau large & plat; qui environneroit la Terre, dont le plan passeroit par son centre.

Cette apparence dont nous ne voyons aucun exemple dans les autres Corps célestes, nous a donné lieu de conjecturer que ce pouvoit être un amas de Satellites disposés à peu-près sur un même plan, lesquels font leurs révolutions autour de cette Planete: Que leur grandeur est si petite qu'on ne peut les appercevoir chacun séparément, mais qu'ils sont en même temps assés près l'un de l'autre pour qu'on ne puisse point distinguer les intervalles qui sont entr'eux, en sorte qu'ils paroissent former un corps continu.

On pourroit opposer à cette hypothese, que ces Satellites doivent observer, de même que tous ceux qu'on a découverts jusqu'à présent, la regle de Képler, suivant laquelle les quarrés des temps des révolutions, sont comme les cubes des distances au centre de la Planete; d'où il suit que la quantité de leur mouvement n'est pas proportionnée à leur distance, & qu'il leur arrieroit ce que l'on observe dans les autres Satellites qui se trouvent souvent tous, ou du moins la plus grande partie, d'un même côté: qu'ainsi l'anneau paroîtroit souvent plus large & plus éclairé en des endroits que dans d'autres, & seroit sujet à de grandes irrégularités dans sa figure; mais cette difficulté se trouve levée (*Voy. Hist. de l'Acad. de 1715, p. 46.*) si l'on suppose différents cercles tous formés de Satellites autant qu'il en faut pour faire la largeur de l'anneau. Les Satellites disposés sur chaque cercle, feront tous leurs révolutions en même temps, puisqu'ils seront à même distance du centre de Saturne, & par conséquent ne changeront point de situation entr'eux.

Un autre cercle entier quelconque, fera sa révolution selon la regle de Képler, c'est-à-dire, que le temps de cette révolution sera au temps de la révolution du premier cercle dans le rapport que demandent les distances des deux cercles au centre de Saturne; mais quoique par-là les mêmes parties du premier cercle ne répondent pas toujours aux mêmes parties du second, il n'y aura rien de changé dans l'apparence totale, & ce sera exactement la même chose à cet égard, que si deux cercles concentriques avoient fait leurs révolutions en même temps, ce qui doit être de même de tous les cercles pris ensemble.

Mais quand même on ne voudroit pas admettre un tel arrangement dans les Satellites de Saturne, on peut supposer qu'étant tous renfermés dans l'athmosphère de Saturne, ils sont entraînés par le mouvement de Saturne autour de son axe, sans être assujettis à la regle de Képler, qui ne doit s'étendre qu'aux Corps, lesquels sont au de-là de l'athmosphère d'une Planete.

C H A P I T R E I I.

Des Mouvements de Saturne.

DANS la théorie du Soleil & de la Lune, nous avons considéré ces Planetes comme faisant leurs révolutions autour de la Terre.

Il n'en est pas de même des autres Planetes dont les mouvements forment à l'égard de la Terre, diverses apparences suivant leurs différents aspects avec le Soleil, ce qui a fait connoître qu'elles font leurs révolutions autour du Soleil; car quoiqu'on puisse, suivant le Systeme de Ptolemée, représenter également bien le mouvement des Planetes à l'égard de la Terre, en les faisant tourner autour d'un Epicycle, il paroît contraire à la Physique de faire mouvoir un Corps céleste autour d'un centre imaginaire, tel que celui de cet Epicycle, & on a jugé qu'il étoit plus raisonnable de se conformer à l'un des deux autres Systemes, suivant lesquels chaque Planete fait sa révolution autour d'un corps que l'on peut regarder comme le principe de son mouvement; ainsi laissant à part le Systeme de Ptolemée, nous employerons les deux autres, & principalement celui de Copernic qui est le plus simple, puisqu'établissant le Soleil fixe au centre du monde, la Terre, de même que toutes les autres Planetes, à la réserve de la Lune, font leurs révolutions autour de cet Astre.

Soit donc dans le Systeme de Copernic, S (*Fig. 50.*) le Soleil fixe au centre du Monde, ATB l'Orbe annuel de la Terre, PCD l'Orbe de Saturne, FEG le Firmament ou Cercle placé à une distance presque infinie par rapport à la distance de Saturne au Soleil. Il est aisé de concevoir que la Terre étant en T , & Saturne en P , cette Planete paroîtra répondre au point F du Firmament; au lieu qu'étant vûe du Soleil en S , elle doit paroître répondre au point E , éloigné du point F de l'arc EF , qui est mesuré par l'angle ESF ou EPF , qui lui est égal, à cause que la distance SE étant regardée comme infinie par rapport à la distance SP du Soleil à Saturne, l'angle PFS , qui mesure la différence entre les angles FSE ou FPE , est insensible.

Ainsi ayant observé le lieu de Saturne vû de la Terre, il faut, pour le réduire à son vrai lieu vû du Soleil, connoître la distance SP de Saturne au Soleil par rapport à la distance ST de la Terre au Soleil; car ayant déterminé par l'observation l'angle PTS , que le Soleil & Saturne font à l'égard de la Terre, on résoudra le Triangle rectiligne PST , dans lequel les côtés ST & SP étant connus, aussi-bien que l'angle PTS , compris entre ces côtés, on trouvera l'angle SPT ou EPF , qui lui est opposé, lequel, suivant ce que l'on a remarqué ci-devant, mesure la distance entre le vrai lieu de Saturne vû de la Terre & son vrai lieu vû du Soleil.

Comme nous ne pouvons point connoître par des observations immédiates, quelle est la distance de Saturne au Soleil par rapport à celle du Soleil à la Terre, nous sommes obligés pour déterminer le vrai lieu de Saturne à l'égard du Soleil, de choisir les temps où le vrai lieu de cette Planete vû de la Terre est dans la même direction que celui qui est vû du Soleil, ce qui arrive au temps de ses Conjonctions ou Oppositions avec le Soleil, où la Terre se trouve en A ou en B sur la ligne tirée du Soleil à Saturne.

Dans les Conjonctions de Saturne avec le Soleil, où la Terre se trouve en B , la lumière de Saturne est trop foible pour qu'on puisse l'apercevoir. Cette Planete est même cachée par le disque du Soleil lorsque sa latitude méridionale ou septentrionale n'excede pas le demi-diametre de cet Astre; ainsi nous ne pouvons employer que les seules Oppositions, que les Astronomes sont fort attentifs à observer, & qui arrivant à différents degrés du Zodiaque, donnent le vrai lieu de Saturne vû du Soleil dans les différents endroits de son Orbe, ce qui ne se peut faire cependant que dans une longue suite d'années, à cause que l'intervalle entre chaque Opposition est d'une année & quelques jours.

Première Méthode de déterminer le temps & le lieu d'une Opposition de Saturne avec le Soleil, par l'observation de sa distance à diverses Etoiles fixes.

Cette méthode a été pratiquée par divers Astronomes avant l'usage des Pendules, & on voit plusieurs déterminations semblables dans les observations de Tycho, rapportées dans son Histoire

Céleste, de même que dans les Observations d'Hevelius & de Flamsteed.

Pour trouver par le moyen de ces observations le temps de l'Opposition de Saturne ou d'une autre Planete à l'égard du Soleil, & leur vrai lieu pour ce temps; soit un cercle de latitude BDA (Fig. 51.) sur lequel le point B représente le Pole boréal de l'Ecliptique, & le point A son Pole austral. Ayant observé la distance hd & $h\beta$ de Saturne à deux Etoiles fixes, telles que a & β , dont la longitude & la latitude sont connues, soit pris l'arc $B\beta$, égal au complément de la latitude d'une des deux Etoiles β ; & ayant fait l'angle βBA , égal à la différence de longitude entre ces deux Etoiles, & mené par les Poles B & A , le cercle de latitude BaA , soit pris sur ce cercle l'arc Ba , égal au complément de la latitude de la seconde Etoile, qui se trouvera par conséquent placée au point a . Soient pris ensuite les arcs βh , ah , égaux à la distance observée de Saturne aux deux Etoiles qui détermineront au point h le vrai lieu de Saturne; & soit mené du point h , l'arc hE perpendiculaire à BE .

Dans le Triangle sphérique $B\beta a$, les côtés $B\beta$ & Ba , compléments de la latitude des deux Etoiles, étant connus, de même que l'angle βBa , compris entre ces côtés, lequel mesure la différence entre la longitude de ces deux Etoiles; on trouvera l'arc $a\beta$, qui mesure la distance entre ces Etoiles, de même que l'angle βBa , entre le Pole boréal de l'Ecliptique & l'Etoile a .

Dans le Triangle sphérique βah , dont le côté $a\beta$ est connu, de même que les côtés βh , ah , qui mesurent la distance observée de Saturne aux deux Etoiles β & a , on trouvera la valeur de l'angle $a\beta h$, qui, étant ajouté dans ce cas à l'angle $B\beta a$, donne l'angle $B\beta h$; & dans le Triangle $B\beta h$, dont les côtés $B\beta$, βh , sont connus, & l'angle $B\beta h$, compris entre ces côtés, on trouvera l'arc Bh , qui mesure la distance de Saturne au Pole boréal de l'Ecliptique, de même que l'angle βBh , qui mesure la différence de longitude entre Saturne & l'Etoile β , qu'il faut ajouter à la longitude de cette Etoile lorsque Saturne est plus occidental, & qu'il faut retrancher au contraire de cette longitude lorsque Saturne est plus oriental, pour avoir la longitude véritable de cette Planete. Prenant le complément de l'arc Bh , lorsqu'il est moindre de 90 deg.

on aura sa latitude septentrionale, & retranchant de 90 degrés, l'arc Bh lorsqu'il excède ce nombre, on aura sa latitude méridionale.

Il est aisé de suppléer aux autres cas où Saturne se trouve différemment placé à l'égard des deux Etoiles fixes; mais il faut toujours avoir attention de placer les Etoiles a & β , de manière qu'elles se trouvent dans le même hémisphere que Saturne; on choisira aussi les observations qui ont été faites de part & d'autre le plus près de l'Opposition de Saturne avec le Soleil.

Le vrai lieu de Saturne étant ainsi connu pour le temps d'une ou de plusieurs observations, on calculera pour ce temps le vrai lieu du Soleil dont l'opposite est le vrai lieu de la Terre, & on prendra sa différence au vrai lieu de Saturne. On trouvera aussi par les Tables ou par l'observation, le mouvement journalier du Soleil & celui de Saturne, qui est alors rétrograde; & l'on fera, comme la somme de ces mouvements est à la différence entre le vrai lieu de la Terre & celui de Saturne; ainsi 24 heures sont à un certain nombre d'heures & de minutes, qu'il faut adjoûter au temps de l'observation lorsque le vrai lieu de Saturne est plus avancé suivant la suite des Signes, que celui de la Terre, & qu'il faut retrancher au contraire du temps de l'observation lorsque le vrai lieu de Saturne est moins avancé que celui de la Terre, & l'on aura le vrai temps de l'Opposition de Saturne avec le Soleil.

Pour trouver le vrai lieu de cette Opposition à l'égard de l'Ecliptique, on fera, comme 24 heures sont aux heures & minutes que l'on vient de trouver; ainsi le mouvement journalier de Saturne est à la quantité de son mouvement dans cet intervalle de temps en minutes & secondes, qu'il faut adjoûter au vrai lieu de Saturne lorsque le vrai lieu de la Terre est plus avancé, & qu'il faut retrancher au contraire lorsqu'il est plus petit, & l'on aura le vrai lieu de l'Opposition de Saturne avec le Soleil à l'égard de l'Ecliptique.

E X E M P L E.

Le 21 Août de l'année 1582 à 10^h 2' 25", la distance de Saturne à l'Epaule gauche du Verseau, marquée β par Bayer, a été observée de 22^d 29', & à 10^h 32' 25", la distance à l'Epaule droite du Verseau, marquée a par Bayer, a été observée de 16^d 5'.

La longitude de l'Etoile β du Verseau pour le 1.^{er} Janvier de

l'année 1741, est en $\approx 19^{\text{d}} 47' 20''$, & sa latitude boréale, de $8^{\text{d}} 38' 40''$. La longitude de l'Etoile a pour le même temps, est en $\approx 29^{\text{d}} 45' 10''$, & sa latitude boréale, de $10^{\text{d}} 40' 35''$. Retranchant de ces longitudes, le mouvement des Etoiles fixes, qui, dans l'espace de 158 ans & 4 mois est de $2^{\text{d}} 11' 58''$, à raison d'un degré en 72 ans, comme nous l'avons trouvé par les observations modernes, on aura pour le 21 Août de l'année 1582, la longitude de l'Etoile β du Verseau en $\approx 17^{\text{d}} 35' 22''$, & la longitude de l'Etoile a en $\approx 27^{\text{d}} 33' 12''$. La différence entre ces deux longitudes est de $9^{\text{d}} 57' 50''$, qui mesurent l'angle $aB\beta$; & dans le Triangle $aB\beta$, dont l'arc $B\beta$, complément de la latitude de l'Etoile β , est connu de $81^{\text{d}} 21' 40''$, l'arc Ba , complément de la latitude de l'Etoile a , est de $79^{\text{d}} 20' 18''$, & l'angle βBa , compris entre ces côtés, est de $9^{\text{d}} 57' 50''$, on trouvera l'angle $B\beta a$, de $77^{\text{d}} 30' 0''$, & le côté $a\beta$, de $10^{\text{d}} 1' 50''$.

Dans le Triangle Bah , dont le côté Bh a été observé de $22^{\text{d}} 29'$, le côté ah , de $16^{\text{d}} 5'$, & le côté $a\beta$ a été trouvé de $10^{\text{d}} 1' 50''$, on trouvera l'angle $a\beta h$, de $40^{\text{d}} 2' 20''$, qui, étant adjointé à l'angle $B\beta a$, de $77^{\text{d}} 30' 0''$, donne l'angle $B\beta h$, de $117^{\text{d}} 32' 20''$; & dans le Triangle $B\beta h$, dont le côté $B\beta$ est connu de $81^{\text{d}} 21' 20''$, le côté βh , de $22^{\text{d}} 29' 0''$, & l'angle $B\beta h$, compris entre ces côtés, est de $117^{\text{d}} 32' 20''$, on trouvera l'angle $\beta B h$, de $19^{\text{d}} 50' 5''$, & le côté Bh , de $92^{\text{d}} 3' 30''$. Adjoûtant l'angle $\beta B h$ à la longitude de l'Etoile β , qui étoit alors en $\approx 17^{\text{d}} 35' 22''$, on aura la longitude de Saturne pour le temps de cette observation en $\approx 7^{\text{d}} 25' 26''$. Retranchant 90 deg. de Bh , reste la latitude méridionale de Saturne, de $2^{\text{d}} 3' 30''$.

On calculera ensuite pour le 21 Août 1582 à $10^{\text{h}} 17'$, temps moyen entre les deux observations de Saturne, le vrai lieu de la Terre qui est à l'opposite du Soleil, qu'on trouvera en $\approx 7^{\text{d}} 55' 46''$, plus avancé de $29' 40''$ que celui de Saturne, qui étoit en $\approx 7^{\text{d}} 25' 26''$, ce qui montre que cette Planete avoit passé son Opposition. Le mouvement journalier apparent du Soleil étoit alors de $58' 16''$, & celui de Saturne, qui étoit retrograde, de $5'$ contre la suite des Signes. La somme de ces deux mouvements, qui sont en sens contraire, est de $1^{\text{d}} 3' 16''$; c'est pourquoi l'on fera, comme $1^{\text{d}} 3' 16''$, est à $29' 40''$, différence entre le vrai lieu

lieu de Saturne & celui de la Terre; ainsi 24 heur. sont à $11^{\text{h}} 5'$, qui, étant retranchées du 21 Août de l'année 1582 à $10^{\text{h}} 17'$, donnent le temps de son Opposition avec le Soleil le 20 Août de l'année 1582 à $23^{\text{h}} 12'$. On fera aussi, comme 24 heures sont à $14^{\text{h}} 38'$; ainsi le mouvement journalier de Saturne, qui est de $5'$, est à $2' 21''$, qui, étant adjointées à son vrai lieu, qui a été trouvé en $\approx 7^{\text{d}} 25' 26''$, donnent le vrai lieu de son Opposition le 20 Août de l'année 1582 à $23^{\text{h}} 12'$, en $\approx 7^{\text{d}} 27' 47''$.
Ce qu'il falloit trouver.

Seconde Méthode de déterminer l'Opposition de Saturne avec le Soleil, par son passage par le Méridien, ou par un Cercle horaire, comparé à une Etoile fixe.

Pour déterminer le vrai lieu & le temps de l'Opposition de Saturne avec le Soleil par le moyen du passage par le Méridien, ou par le Cercle horaire de cette Planete & des Etoiles fixes, on prendra la différence entre le passage de Saturne & d'une Etoile par le Méridien ou par un Cercle horaire, & leur différence en déclinaison, que l'on peut déterminer par la différence de leur hauteur méridienne, ou par le passage de Saturne & de l'Etoile fixe par le Cercle horaire & les fils obliques d'une Lunette, ainsi qu'on l'a expliqué dans la théorie des Taches du Soleil. On réduira en degrés, la différence entre le passage par le Cercle horaire, à raison de 360 degrés pour le temps que l'Etoile fixe a employé à retourner au Méridien à la Pendule, lequel temps est de $23^{\text{h}} 56' 4''$, lorsqu'elle est réglée sur le moyen mouvement, & on aura la différence d'ascension droite entre Saturne & l'Etoile fixe au temps du passage de Saturne par le Méridien.

L'ascension droite & la déclinaison de cette Etoile fixe étant connues par les Tables, ou déterminées par observation, de la manière qu'on l'a enseigné dans la théorie des Etoiles fixes, on y adjointera, ou bien l'on en retranchera la différence en ascension droite & en déclinaison entre Saturne & l'Etoile, suivant leurs différentes situations à l'égard des points du Bélier & de la Balance, & on aura l'ascension droite & la déclinaison de Saturne au temps de son passage par le Cercle horaire.

L'ascension droite & la déclinaison de Saturne étant connus, on calculera sa longitude & sa latitude pour le temps de l'observation; on calculera aussi par les Tables le vrai lieu de la Terre pour ce temps, & on aura la différence entre ce vrai lieu & celui de Saturne, par le moyen de laquelle on déterminera de même que ci-devant, le vrai lieu & le temps de son Opposition avec le Soleil.

E X E M P L E.

Le 8 Décembre de l'année 1707, on a observé par la Machine Parallaxique, le passage de l'Etoile ι , qui est dans le Front du Taureau, par le Cercle horaire à $8^h 49' 1''$, & celui de Saturne à $8^h 55' 47''$. La différence est de $6' 46''$, qui, étant réduite en degrés, à raison de 360 degrés pour $23^h 56' 4''$, ou plus exactement, de $23^h 55' 37''$, temps que l'Etoile a employé à retourner au Méridien à la Pendule, donne la différence d'ascension droite entre Saturne & cette Etoile à $8^h 55' 47''$, de $1^d 41' 47''$, dont Saturne étoit plus à l'Orient. La différence de déclinaison entre Saturne & cette Etoile fut aussi déterminée de $14' 40''$, dont Saturne étoit plus méridional.

L'ascension droite de l'Etoile ι fut alors déterminée par observation, de $71^d 26' 4''$, & sa déclinaison septentrionale, de $21^d 8' 0''$. Adjoûtant à $71^d 26' 4''$, $1^d 41' 47''$ dont Saturne étoit plus à l'Orient, on aura l'ascension droite de cette Planete le 8 Décembre à $8^h 55' 47''$, de $73^d 7' 51''$. Retranchant de $21^d 8' 0''$, la différence de déclinaison entre cette Etoile & Saturne, qui a été trouvée de $14' 40''$, dont Saturne étoit plus méridional, on aura la déclinaison septentrionale de Saturne au temps de l'observation du 8 Décembre 1707, de $20^d 53' 20''$, par le moyen de laquelle, & de l'ascension droite de Saturne, déterminée ci-dessus de $73^d 7' 51''$, on trouvera sa longitude le 8 Décembre à $8^h 55' 47''$ en $H 14^d 15' 53''$, & sa latitude méridionale, de $1^d 40' 35''$. Calculant pour ce même temps le vrai lieu de la Terre, on le trouvera en $H 16^d 11' 18''$, plus avancé de $1^d 55' 25''$ que le vrai lieu de Saturne. Le mouvement journalier de Saturne étoit alors de $4' 54''$; l'adjoûtant au mouvement journalier de la Terre, qui étoit de $1^d 1' 3''$, on aura le mouvement journalier de Saturne au Soleil, de $1^d 5' 57''$; & l'on fera, comme

$1^d 55' 57''$ est à $1^d 55' 10''$; ainsi 24 heures sont à $41^h 53'$, qui, étant retranchées du 8 Décembre de l'année 1707 à $8^h 55' 47''$, à cause que le vrai lieu de la Terre étoit plus avancé que celui de Saturne, donnent le temps de l'Opposition le 6 Décembre 1707 à $15^h 3'$. Enfin on fera, comme 24 heures sont à 42 heures; ainsi $4' 54''$ sont à $8' 34''$, qui, étant adjouîtées à $H 14^d 15' 53''$, donnent le vrai temps de l'Opposition de Saturne avec le Soleil le 6 Décembre de l'année 1707 à $15^h 3'$ en $H 14^d 24' 27''$.
Ce qu'il falloit trouver.

Troisième Méthode de déterminer le temps & le lieu de l'Opposition de Saturne avec le Soleil, par l'observation de son passage par le Méridien.

On observera, si cela est possible, quelques jours avant & après minuit, le temps du passage de Saturne par le Méridien, & sa hauteur méridienne. Convertissant ce temps en degrés & minutes, à raison de 15 degrés par heure, on aura la différence entre l'ascension droite de Saturne & celle du Soleil au temps du passage de Saturne par le Méridien, qui, étant adjouîtée à l'ascension droite du Soleil, calculée par les Tables pour ce temps, donne l'ascension droite de Saturne au temps de son passage par le Méridien. On trouvera aussi, par le moyen de la hauteur méridienne de Saturne, sa déclinaison pour le temps de ces différentes observations.

On calculera ensuite la longitude & la latitude de Saturne, qui conviennent à l'ascension droite & à la déclinaison que l'on vient de trouver; on déterminera aussi pour le même temps le vrai lieu de la Terre, & l'on fera, comme la somme des mouvements de Saturne & de la Terre, est à la différence entre le vrai lieu de Saturne & celui de la Terre dans la première observation; ainsi l'intervalle des jours, heures & minutes comprises entre ces différentes observations, est au nombre d'heures & minutes, qui, étant adjouîtées au temps de la première observation lorsqu'elle a été faite avant l'Opposition, donnent le temps de l'Opposition de Saturne avec le Soleil. Enfin l'on fera, comme l'intervalle entre le temps des observations, est au nombre d'heures & minutes que l'on vient de trouver; ainsi le mouvement de Saturne dans

l'intervalle entre les observations, est aux minutes & secondes qu'il faut retrancher du lieu de Saturne dans la première observation, pour avoir le vrai lieu de l'Opposition de Saturne avec le Soleil.

E X E M P L E.

Le 10 Juillet de l'année 1725, on a observé le passage de Saturne par le Méridien à $12^h 1' 36''$, & sa hauteur méridienne, de $19^d 10' 25''$; & le 11 Juillet on a observé son passage par le Méridien à $11^h 57' 12''$, & sa hauteur méridienne, de $19^d 9' 35''$. Convertissant les heures de ce passage en degrés, à raison de 15 deg. par heure, on aura la différence entre l'ascension droite de Saturne & celle du Soleil le 10 Juillet à $12^h 1' 36''$, de $180^d 24' 0''$, & le 11 Juillet à $11^h 57' 12''$, de $179^d 18' 0''$, qui, étant adjoints à l'ascension droite du Soleil, qui étoit le 10 Juillet à $12^h 1' 36''$, de $110^d 0' 27''$, & le 11 Juillet à $11^h 57' 12''$, de $111^d 1' 25''$, donnent l'ascension droite de Saturne le 10 Juillet à $12^h 1' 36''$, de $290^d 24' 27''$, & le 11 Juillet à $11^h 57' 12''$, de $290^d 19' 25''$. On trouvera aussi la déclinaison de Saturne au temps de la première observation, de $22^d 2' 12''$, & au temps de la seconde, de $22^d 3' 2''$ vers le Nord.

L'ascension droite & la déclinaison de Saturne étant connus, on trouvera, en supposant l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^d 29' 0''$, sa longitude le 10 Juillet 1725 à $12^h 1' 36''$ en $\approx 18^d 51' 28''$, & sa latitude méridionale, de $7' 6''$, & le 11 Juillet à $11^h 57' 12''$, sa longitude en $\approx 18^d 46' 44''$, & sa latitude méridionale, de $6' 57''$. On calculera aussi le vrai lieu de la Terre, qui étoit, au temps de la première observation, en $\approx 18^d 28' 2''$, & au temps de la seconde en $\approx 19^d 25' 4''$; on aura donc dans l'intervalle de $23^h 55' 36''$ entre ces observations, le mouvement de Saturne en longitude, de $4' 44''$ contre la suite des Signes, & celui de la Terre, de $57' 2''$; c'est pourquoi l'on fera, comme $1^d 1' 46''$, somme de ces mouvements, est à $23' 26''$, différence entre le lieu de Saturne & celui de la Terre au temps de la première observation; ainsi $23^h 55' 36''$, temps entre les deux observations, est à $9^h 5'$, qui, étant adjointes au temps de la première observation qui est arrivée le 10 Juillet à $12^h 1' 36''$, donnent le vrai

temps de l'Opposition de Saturne avec le Soleil le 10 Juillet à $21^h 6'$. Enfin l'on fera, comme $23^h 55' 36''$ sont à $9^h 5'$; ainsi $4' 44''$ sont à $1' 48''$, qui, étant retranchées du vrai lieu de Saturne, déterminé par la première observation en $\approx 18^d 51' 28''$, donnent le vrai lieu de son Opposition avec le Soleil en $\approx 18^d 49' 40''$.

C'est par l'une de ces trois méthodes que l'on a déterminé les Oppositions de Saturne avec le Soleil, depuis Tycho jusqu'à présent, dont nous donnerons ici le résultat, après avoir examiné les Oppositions de cette Planete, qui ont été observées dans les temps les plus reculés.

Opposition de Saturne avec le Soleil, observée par les Chaldéens.

La plus ancienne observation de Saturne dont la mémoire nous ait été conservée, est celle qui a été faite par les Chaldéens le 14.^{me} du mois de Tybi de l'année 519 de Nabonassar, où l'on aperçut le soir, Saturne 2 doigts au dessous de l'Etoile qui est dans l'Epaule australe de la Vierge.

Ptolemée (*Almageste, liv. 11. chap. 7.*) qui rapporte cette observation comme n'étant point douteuse, détermine pour ce temps le lieu moyen du Soleil à $6^d 10'$ des Poissons. Il trouve que la longitude de cette Etoile étoit dans le temps de ses observations à $13^d 10'$ de la Vierge, dont il retranche $3^d 40'$ pour le mouvement propre des Etoiles fixes en longitude pendant 366 années qui s'étoient écoulées depuis cette observation jusqu'à son temps, à raison d'un degré en 100 années, ce qui lui donne le vrai lieu de cette Etoile à $9^d 30'$ de la Vierge, qu'il suppose être le même que celui de Saturne.

Ayant réduit le temps de cette observation à nos époques, suivant lesquelles nous comptons 0 l'année qui précède la Naissance de Jesus-Christ, que la plupart des Chronologistes marquent par 1, on trouve que cette observation est arrivée le 1.^{er} Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ.

Comme Ptolemée n'a pas marqué le lieu de cette observation des Chaldéens, qu'il dit être arrivée le soir, c'est-à-dire, vers les 6 heures, nous supposons qu'elle a été faite à Babylone, dont la différence des Méridiens à l'égard de Paris, est d'environ 42 deg. c'est-à-dire,

de trois heures, qui, étant retranchées du temps observé, donnent celui de la Conjonction de Saturne avec l'Etoile de l'Epaule australe de la Vierge, le 1.^{er} Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ, à 3 heures du soir au Méridien de Paris.

Cette Etoile avoit alors une latitude boréale de 2^d 50', suivant le Catalogue des Etoiles fixes de Ptolemée, où il la marque de la troisième grandeur.

C'est la même qui est désignée dans Bayer par la lettre γ , dont nous trouvons la latitude boréale de 2^d 48' 55", & que nous pouvons encore reconnoître par sa différence de longitude à l'égard de l'Epy de la Vierge, qui, suivant Ptolemée, est de 13^d 30', à 10 minutes près de celle que nous y observons présentement.

La longitude de l'Etoile γ pour le commencement de l'année 1741, est à 6^d 35' 5" de la Balance, dont retranchant 28^d 7' 55" pour le mouvement des Etoiles fixes en longitude, depuis l'année 228 avant Jesus-Christ, jusqu'en 1741, à raison de 1^d 25' 43" en 100 années, comme nous l'avons trouvé par la comparaison des anciennes observations avec les modernes, on aura son vrai lieu pour le temps de l'observation des Chaldéens à 8^d 27' 10" de la Vierge, éloigné de 1^d 2' 50" de celui que Ptolemée avoit déterminé pour ce temps à 9^d 30' du même Signe. On l'auroit trouvé à 9^d 14' 15" de la Vierge, si on y avoit employé le mouvement des Etoiles fixes d'un degré en 72 ans, tel qu'il résulte des observations modernes, ce qui s'éloigne beaucoup moins de la détermination de Ptolemée.

Le lieu moyen du Soleil, suivant nos Tables, étoit le 1.^{er} Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ, à 3 heures du soir, à 5^d 32' des Poissons, & son vrai lieu à 7^d 28', ce qui donne la distance de l'Etoile γ de la Vierge au vrai lieu du Soleil, de 6^d 0^d 59', & fait voir que Saturne qui étoit alors en Conjonction avec l'Etoile γ de la Vierge, se trouvoit fort près de son Opposition avec le Soleil, ce qui rend cette observation favorable pour la recherche des mouvements de Saturne. Car retranchant du vrai lieu de Saturne, 4' 0", qui mesurent son mouvement dans l'espace de 22 heures, & ajoutant au vrai lieu du Soleil, 55' 0", qui mesurent son mouvement dans le même intervalle de temps, on aura le vrai lieu de Saturne en η 8^d 23', & celui du Soleil

en χ 8^d 23', précisément en Opposition avec cette Planete, 22 heures après l'observation ci-dessus marquée, c'est-à-dire, le 2 Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ, à une heure du soir.

Il est aisé de voir que l'exactitude avec laquelle on a déterminé cette Opposition, dépend principalement de celle du mouvement propre des Etoiles fixes que l'on a employé pour établir la situation de l'Etoile au temps de la Conjonction avec Saturne.

Si l'on suppose avec Ptolemée que la longitude de cette Etoile fut alors à 9^d 30' 0" de la Vierge, & le lieu moyen du Soleil à 6^d 10' des Poissons, on aura son vrai lieu pour ce temps à 8^d 7' du même Signe, éloigné de 6^d 1^d 23' de celui de Saturne; d'où l'on trouve que l'Opposition de Saturne avec le Soleil seroit arrivée le 2 Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ à 10 heures du soir, le vrai lieu de Saturne étant à 9^d 24' de la Vierge, plus avancé de 1^d 2' que suivant la première détermination.

L'Opposition de Saturne observée par les Chaldéens, a été suivie de celles que Ptolemée a faites à Alexandrie, & qu'il rapporte au Chapitre 5 du 11.^{me} Livre de son Almageste.

La première est arrivée la onzième année d'Hadrien, le 7.^{me} jour du mois de *Pachon* au soir, Saturne étant à 1^d 13' de la Balance, diamétralement opposé avec le lieu moyen du Soleil.

La seconde est arrivée la dix-septième année d'Hadrien, le 18.^{me} du mois d'*Epiphi* à 4 heures après midi exactement, Saturne étant à 9^d 40' du Sagittaire.

La troisième, le 24.^{me} jour du mois de *Messori* de la vingtième année d'Hadrien, à midi précisément, Saturne étant à 14^d 14' du Capricorne.

Cet auteur adjoûte, que de la première à la seconde observation, il y a 6 années Egyptiennes, 70 jours & 22 heures; d'où il suit que la première Opposition est arrivée le 7.^{me} jour du mois de *Pachon* à 6 heures après midi, & que c'est ainsi que l'on doit entendre qu'elle a été observée le 7 de ce mois au soir.

Le P. Riccioli, qui a réduit le temps de ces observations à nos époques, marque (*Almageste, liv. 5. chap. 1.*) que la première de ces Oppositions se rapporte au 27 Mars de l'année 127 après Jesus-Christ à 6 heures du soir.

La seconde au 4 Juin de l'année 133 à 4 heures du soir.

Et la troisième au 9 Juillet de l'année 136 à midi.

Ces trois Oppositions, de même que celles de toutes les autres Planetes, sont déterminées par Ptolemée par rapport au moyen mouvement du Soleil. Cet Astronome qui faisoit mouvoir le Soleil sur un cercle excentrique qu'il décrivait par un mouvement égal autour du centre de ce cercle, regardant, pour ainsi dire, ce centre comme celui de l'Univers, avoit cru qu'il étoit nécessaire de lui comparer les mouvements de tous les Corps célestes, & dans cette opinion, il avoit déterminé le vrai lieu des Planetes par rapport au moyen mouvement du Soleil.

Tycho ayant suivi Ptolemée dans la détermination des Oppositions des Planetes avec le lieu moyen du Soleil, Képler, dans son *Traité de l'Astronomie nouvelle* ou de la *Physique céleste*, employa plusieurs démonstrations pour faire voir que cette méthode étoit sujette à erreur, & que pour déterminer les mouvements des Planetes, il falloit se servir de leurs Oppositions avec le vrai lieu du Soleil, & non pas avec le moyen.

Peut-être qu'une autorité aussi respectable que celle de Tycho engagea Képler à examiner avec soin ce sentiment pour en découvrir l'erreur.

Pour nous, sans employer les démonstrations de Képler, il nous suffira de remarquer ici que nous avons besoin, pour établir notre théorie, de connoître la véritable situation d'une Planete à l'égard de l'Ecliptique, telle qu'elle est vûe du Soleil qui est au foyer de son Orbe; que dans le temps qu'elle est en Opposition avec le lieu moyen du Soleil, son vrai lieu vû de la Terre ne se trouve à l'opposite de son vrai lieu vû du Soleil, que lorsque cet Astre est en même temps dans son Aphélie ou dans son Périhélie, qui est un cas fort rare; & qu'ainsi les Oppositions des Planetes avec le lieu moyen du Soleil, nous donnent de fausses positions capables de nous jeter dans l'erreur.

Il est donc nécessaire de déterminer le temps & le vrai lieu des Oppositions de Saturne avec le vrai lieu du Soleil.

Comme Ptolemée n'a point expliqué la méthode dont il s'est servi pour ses recherches, nous supposerons ce qui nous a paru le plus vraisemblable, qu'ayant déterminé vers le temps de l'Opposition de Saturne avec le Soleil, le vrai lieu de cette Planete par rapport

rapport aux Etoiles fixes dont la situation lui étoit connue, il en a déduit le temps qu'elle s'est trouvée en Opposition avec le lieu moyen du Soleil calculé par ses Tables.

Ainsi nous employerons pour la comparaison de ses observations avec les nôtres, le lieu de Saturne tel qu'il l'a marqué, & nous chercherons le temps vrai de son Opposition avec le vrai lieu du Soleil, par le moyen de nos Tables du Soleil, qui, par le grand nombre d'observations qui ont été faites depuis ce temps-là, doivent être jugées plus exactes que celles dont Ptolemée s'est servi. Nous réduirons aussi le temps de ses observations faites à Alexandrie, au Méridien de Paris, qui est plus occidental de $1^h 52'$, qu'il faut retrancher pour avoir l'heure véritable au Méridien de Paris, pour lequel nos Tables sont dressées.

Sur ce fondement, nous avons calculé pour le 27 Mars de l'année 127 après Jesus-Christ, à $4^h 8'$ du soir, le lieu moyen du Soleil, que nous avons trouvé à $3^d 11' 10''$ du Bélier, plus avancé de $1^d 58'$ que ne l'avoit supposé Ptolemée, & son vrai lieu à $4^d 58' 15''$ du même Signe; d'où il suit que Saturne avoit déjà passé le lieu de son Opposition avec le Soleil, qui a dû arriver le 23 Mars de l'année 127 à $14^h 6'$ du soir, le vrai lieu de Saturne étant à $1^d 29'$ de la Balance.

On calculera de même pour le 4 Juin de l'année 133 après Jesus-Christ, à $2^h 8'$ après midi, temps de la seconde Opposition déterminée par Ptolemée, & réduite au Méridien de Paris, le lieu moyen du Soleil, que l'on trouvera à $11^d 39' 9''$ des Gemeaux, plus avancé de $1^d 59' 9''$ que suivant Ptolemée, & son vrai lieu à $2^d 11' 36''$ du même Signe; d'où il résulte que la véritable Opposition est arrivée le 2 Juin de l'année 133 à $4^h 36'$ du soir, Saturne étant à $9^d 48' \frac{1}{2}$ du Sagittaire.

Enfin, l'on trouvera pour le 8 Juillet de l'année 136 après Jesus-Christ, à $22^h 8'$, temps de la troisième Opposition, réduit au Méridien de Paris, le lieu moyen du Soleil à $16^d 15' 18''$ de l'Ecrevisse, plus avancé de $2^d 1' 18''$ que ne l'a supposé Ptolemée, & son vrai lieu à $15^d 8' 8''$ du même Signe; ce qui donne le temps vrai de son Opposition le 8 Juillet de l'année 136 à $1^h 10'$, cette Planete étant à $14^d 18'$ du Capricorne.

Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées par Ptolemée à Alexandrie.

127	Mars	23	à	14 ^h	6'	♌	1 ^d	29'	♊♉♈♇
133	Juin	2	à	4	36	♊	9	48 ¹ / ₂	
136	Juillet	8	à	1	10	♋	14	18	

Si au lieu d'employer, comme nous l'avons fait, le vrai lieu du Soleil tiré de nos Tables, pour déterminer le temps & le vrai lieu des Oppositions de Saturne avec le Soleil, rapportées par Ptolemée, on suppose que les observations faites par cet Astronome, pour déterminer ces trois Oppositions de Saturne avec le lieu moyen du Soleil, ont été exactes dans toutes leurs circonstances, & que le lieu moyen du Soleil ait été dans le temps marqué de ces Oppositions, éloigné précisément de six Signes du vrai lieu de Saturne, on réduira le lieu moyen du Soleil à son lieu vrai par le moyen de l'Équation du Soleil qui est connue, & l'on trouvera que la première Opposition de Saturne avec le vrai lieu du Soleil, est arrivée le 25 Mars de l'année 127 après Jésus-Christ, à 10^h 30' du soir, Saturne étant à 1^d 20' 58" de la Balance.

La seconde le 4 Juin de l'année 133 à 1^h 20', le vrai lieu de Saturne étant à 9^d 40' 10" du Sagittaire.

La troisième le 9 Juillet de l'année 136 à 22^h 51', Saturne étant à 14^d 9' 20" du Capricorne.

Dans ces deux différentes manières de déterminer le vrai lieu de Saturne au temps de ses Oppositions, il n'y a qu'une différence d'environ 8 minutes, ce qui seroit d'une exactitude suffisante, si l'on pouvoit s'assurer de la détermination exacte du vrai lieu de cette Planete dans le temps marqué par Ptolemée.

Depuis ces observations jusqu'au quinzième siècle, il n'est parvenu jusqu'à nous qu'une seule observation de Saturne faite à Athenes le 21 Février de l'année 503 à 11^h 44', où l'on vit cette Planete sortir du milieu de la circonférence de la partie éclairée de la Lune.

M. Bouillaud qui (*liv. 6. chap. 5 de son Astronomie*) rapporte cette observation qu'il a tirée d'un Manuscrit de la Bibliothèque du Roi, calcule pour ce temps le vrai lieu apparent de la Lune

à 6^d 42' 28" de l'Écrevisse, & sa latitude australe de 19' 28".

Comme cette observation a été faite loin de l'Opposition de Saturne avec le Soleil, qui étoit alors à 5 degrés des Poissons, on ne peut pas l'employer pour déterminer les moyens mouvements de Saturne, & il faut avoir recours à celles qui ont été faites long-temps après par divers Astronomes, tels que Waltherus, Copernic, Pitatus, & principalement Tycho, qui a observé un grand nombre d'Oppositions de Saturne avec le Soleil.

Ces observations sont rapportées dans le Livre qui a pour titre, *Historia Cœlestis Lucii Barretti*, où l'on a marqué vers le temps des Oppositions de cette Planete, sa distance observée à l'égard des principales Étoiles fixes qui étoient aux environs, ou bien sa distance en ascension droite à l'égard de ces Étoiles, & sa déclinaison de l'Équateur; ce qui nous a donné le moyen de pouvoir calculer le temps & le lieu de ces Oppositions. Car la longitude, & la latitude de ces Étoiles fixes ayant été déterminées de notre temps avec beaucoup d'exactitude, & le mouvement de ces Étoiles dans l'intervalle de temps depuis Tycho jusqu'à nous, étant connu, on trouve pour ce temps le vrai lieu de ces Étoiles, & par conséquent celui de Saturne au temps de ses Oppositions avec le Soleil, que nous rapporterons ici telles que nous les avons déterminées, avec la latitude de cette Planete au temps de quelques-unes de ces observations, que l'on n'a pas pu déduire avec la même précision que sa longitude, à cause que les Étoiles fixes avec lesquelles il a comparé Saturne, étoient pour la plupart près de l'Écliptique.

Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées par Tycho.

	Temps de l'Opposition.	Longitude de Saturne.	Latitude.
1582	Août... 20 à 23 ^h 12')(7 ^d 27' 47" ♉♈♇	2 ^d 1' 53" Aufst.
1583	Septembre 2 à 21 40)(19 49 30	2 22 36 Aufst.
1584	Septembre 15 à 6 30	γ 2 34 0	
1585	Septembre 28 à 18 0	γ 15 44 0	
1586	Octobre. . 12 à 9 0	γ 29 6 5	2 45 32 Aufst.
1587	Octobre. . 26 à 7 0	γ 12 49 44	2 21 38 Aufst.
1588	Novembre 8 à 8 32	γ 26 47 30	
1589	Novembre 22 à 12 18	η 10 54 20	1 52 11 Aufst.

Temps de l'Opposition.		Longitude de Saturne.	Latitude.
1590	Décembre 6 à 19 ^h 40'	H 25 ^d 14' 10" $\text{P} \text{P} \odot$	
1591	Décembre 20 à 22 14	♄ 9 23 14	0 ^d 20' 53" Auf.
1593	Janvier .. 3 à 1 20	♄ 23 32 0	0 13 16 Bor.
1594	Janvier .. 17 à 3 0	♄ 7 30 0	0 45 52 Bor.
1595	Janvier .. 30 à 23 0	♄ 21 15 0	
1596	Février .. 13 à 10 28	♄ 4 38 12	1 57 23 Bor.
1597	Février .. 25 à 19 0	♄ 17 45 30	2 26 35 Bor.
1598	Mars 10 à 23 0	♄ 0 33 35	
1599	Mars 23 à 18 40	♄ 13 0 0	

Les observations de Tycho ont été suivies de plusieurs autres faites par Longomontanus, le P. Riccioli & d'autres Astronomes, que nous rapporterons ici telles qu'elles sont dans l'Astronomie réformée du P. Riccioli, obmettant celles qu'il a marquées avoir été faites avec moins d'exactitude.

Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées par Longomontanus.

Temps de l'Opposition.		Longitude de Saturne.
1608	Juillet ... 19 à 3 ^h 0'	♄ 26 ^d 53' 0" $\text{P} \text{P} \odot$
1609	Juillet ... 31 à 13 0	♄ 8 31 0
1610	Août 12 à 12 0	♄ 20 10 0
1611	Août 25 à 16 0	♄ 2 12 0

Par le P. Riccioli, à Bologne.

1642	Septembre 13 à 23 ^h 45'	♄ 21 ^d 33' 48"
1644	Octobre.. 9 à 19 12	♄ 17 38 0
1647	Novembre 20 à 6 50	♄ 28 24 25

Par Muti, à Majorque.

1654	Février .. 10 à 19 ^h 0'	♄ 22 ^d 54' 0"
1657	Mars 21 à 23 0	♄ 2 18 0

Immédiatement après ces observations, nous avons celles qui ont été faites à Dantzick par Hevelius, & qui sont rapportées dans son Livre intitulé *Machina Cœlestis*. Entre ces observations, il y en a un grand nombre faites près des Oppositions de Saturne avec le Soleil, dans lesquelles il a mesuré, de même que Tycho,

la distance de Saturne à diverses Étoiles fixes qui étoient aux environs; d'où nous avons calculé le temps & le vrai lieu de ces Oppositions réduit au Méridien de Paris.

Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées par Hevelius à Dantzick.

Temps de l'Opposition.		Longitude de Saturne.	Latitude.
1658	Avril 3 à 17 ^h 13'	♄ 14 ^d 35' 28" $\text{P} \text{P} \odot$	2 ^d 46' 18" Bor.
1659	Avril 16 à 10 11	♄ 26 47 52	2 46 53 Bor.
1660	Avril 27 à 22 48	♄ 8 41 32	2 42 42 Bor.
1661	Mai 10 à 6 2	♄ 20 22 24	2 26 30 Bor.
1662	Mai 22 à 11 0	♄ 1 52 20	2 7 39 Bor.
1664	Juin 14 à 13 4	♄ 24 27 27	
1665	Juin 26 à 15 23	♄ 5 43 51	0 47 27 Bor.
1670	Août 27 à 7 20	♄ 3 44 11	1 55 52 Auf.
1671	Septembre 8 à 8 56	♄ 16 5 0	2 18 13 Auf.
1672	Septembre 20 à 12 39	♄ 28 42 22	2 35 13 Auf.
1673	Octobre.. 3 à 21 4	♄ 11 37 8	2 45 18 Auf.
1674	Octobre.. 17 à 12 0	♄ 24 52 40	2 47 51 Auf.
1675	Octobre.. 30 à 7 10	♄ 8 28 0	2 39 14 Auf.
1676	Novembre 13 à 7 36	♄ 22 19 40	2 22 15 Auf.
1683	Février .. 4 à 23 32	♄ 16 57 15	1 15 58 Bor.

Quelques-unes de ces observations d'Hevelius ont été faites en même temps par Flamsteed Directeur de l'Observatoire de Greenwich, dont les premières qui ont commencé en 1676, ont été déterminées jusqu'en 1689, de même que celles d'Hevelius, par la distance de Saturne à diverses Étoiles fixes, & depuis 1689 jusqu'en 1705, par la différence entre le passage de Saturne & des Étoiles fixes par le Méridien, & par la hauteur méridienne de cette Planete, observées par le moyen d'un arc de cercle placé fixe sur le Méridien. Dans ces dernières observations, il a déterminé l'ascension droite & la déclinaison de Saturne; d'où nous avons calculé le temps & le vrai lieu de l'Opposition de cette Planete avec le Soleil, réduits au nouveau Stile & au Méridien de Paris, y employant le lieu du Soleil tel qu'il résulte de nos Tables.

Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées par Flamsteed à Greenwich.

Temps de l'Opposition.	Longitude de Saturne.	Latitude.
1676 Novembre 13 à 7 ^h 15'	♄ 22 ^d 18' 48" ♄ ♁ ⊙	2 ^d 25' 10" Auf.
1677 Novembre 27 à 11 18	♄ 6 24 51	1 56 30 Auf.
1678 Décembre 11 à 16 13	♄ 20 38 12	1 24 33 Auf.
1679 Décembre 25 à 22 34	♄ 4 54 4	0 46 9 Auf.
1681 Janvier .. 8 à 2 17	♄ 19 16 20	0 5 13 Auf.
1682 Janvier .. 22 à 3 20	♄ 3 9 15	0 35 36 Bor.
1683 Février .. 5 à 0 32	♄ 16 59 30	1 11 51 Bor.
1684 Février .. 18 à 17 10	♄ 0 34 27	1 46 8 Bor.
1685 Mars 3 à 3 25	♄ 13 46 9	
1686 Mars 16 à 10 28	♄ 26 47 16	2 33 12 Bor.
1687 Mars 29 à 10 52	♄ 9 24 21	2 43 32 Bor.
1688 Avril 10 à 5 0	♄ 21 43 19	2 47 20 Bor.
1689 Avril 22 à 21 16	♄ 3 48 3	2 43 32 Bor.
1690 Mai 5 à 6 24	♄ 15 33 20	2 32 35 Bor.
1691 Mai 17 à 13 6	♄ 27 8 46	2 15 25 Bor.
1692 Mai 28 à 17 4	♄ 8 34 41	1 53 7 Bor.
1693 Juin 9 à 19 33	♄ 19 54 32	1 26 25 Bor.
1694 Juin 21 à 21 25	♄ 1 12 6	0 57 5 Bor.
1695 Juillet ... 3 à 23 35	♄ 12 29 24	0 25 17 Bor.
1696 Juillet ... 15 à 3 16	♄ 23 50 50	0 7 58 Auf.
1697 Juillet ... 27 à 9 36	♄ 5 19 45	0 40 15 Auf.
1698 Août 8 à 18 52	♄ 16 58 26	1 12 40 Auf.
1699 Août 21 à 8 48	♄ 28 50 20	1 41 28 Auf.
1700 Septembre 3 à 2 56	♄ 10 57 53	2 7 20 Auf.
1701 Septembre 16 à 2 0	♄ 23 21 20	2 28 7 Auf.
1702 Septembre 29 à 9 0	♄ 6 10 30	2 42 0 Auf.
1703 Octobre .. 12 à 20 0	♄ 19 15 30	2 48 0 Auf.
1704 Octobre .. 25 à 13 0	♄ 2 37 0	2 46 0 Auf.
1705 Novembre 8 à 9 24	♄ 16 18 12	2 32 25 Auf.

Presque toutes ces Oppositions ont été observées en même temps à l'Observatoire Royal de Paris, où nous en avons une suite non interrompue depuis 1685 jusqu'en 1732, dont le plus grand nombre a été déterminé par l'observation de la hauteur

mérienne de cette Planete & de son passage par le Méridien, à un Quart-de-cercle fixe, comparé à celui du Soleil ou de diverses Etoiles fixes; & quelques autres, par le passage de cette Planete & d'une Etoile fixe par le fil horaire & les obliques d'une Lunette placée sur une Machine Parallactique, de la manière qui a été expliquée ci-devant.

Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées à Paris.

Temps de l'Opposition.	Longitude de Saturne.	Latitude.
1685 Mars 3 à 4 ^h 0'	♄ 13 ^d 48' 40" ♄ ♁ ⊙	2 ^d 13' 45" Bor.
1686 Mars 16 à 10 28	♄ 26 47 6	2 34 3 Bor.
1687 Mars 29 à 11 11	♄ 9 25 26	2 44 35 Bor.
1688 Avril 10 à 6 26	♄ 21 44 40	2 48 15 Bor.
1689 Avril 22 à 21 34	♄ 3 48 53	2 45 4 Bor.
1690 Mai 5 à 7 13	♄ 15 35 19	2 32 19 Bor.
1691 Mai 17 à 13 45	♄ 27 10 30	2 15 35 Bor.
1692 Mai 28 à 17 15	♄ 8 35 0	1 54 27 Bor.
1693 Juin 9 à 19 32	♄ 19 54 41	1 27 7 Bor.
1694 Juin 21 à 19 30	♄ 1 6 40	
1695 Juillet ... 3 à 23 45	♄ 12 29 52	0 25 14 Bor.
1696 Juillet ... 15 à 3 32	♄ 23 51 26	0 7 16 Auf.
1697 Juillet ... 27 à 9 43	♄ 5 20 15	0 40 56 Auf.
1698 Août 8 à 19 8	♄ 16 59 0	1 13 36 Auf.
1699 Août 21 à 8 54	♄ 28 50 50	1 39 44 Auf.
1700 Septembre 3 à 3 14	♄ 10 57 40	2 7 30 Auf.
1701 Septembre 16 à 2 0	♄ 23 21 16	2 27 45 Auf.
1702 Septembre 29 à 8 51	♄ 6 9 30	2 41 5 Auf.
1703 Octobre .. 12 à 20 12	♄ 19 14 21	2 48 15 Auf.
1704 Octobre .. 25 à 11 48	♄ 2 36 23	2 45 38 Auf.
1705 Novembre 8 à 9 40	♄ 16 18 35	2 32 25 Auf.
1706 Novembre 22 à 10 37	♄ 0 16 23	2 10 53 Auf.
1707 Décembre 6 à 15 3	♄ 14 24 27	1 40 9 Auf.
1708 Décembre 19 à 19 26	♄ 28 37 11	1 4 0 Auf.
1710 Janvier .. 2 à 23 47	♄ 12 50 16	0 25 24 Auf.
1711 Janvier .. 17 à 1 4	♄ 26 54 36	0 16 26 Bor.
1712 Janvier .. 31 à 0 6	♄ 10 51 12	0 56 20 Bor.
1713 Février .. 12 à 19 4	♄ 24 33 34	1 32 10 Bor.

Temps de l'Opposition.		Longitude de Saturne.	Latitude.
1714	Février . . 26 à 8 ^h 15'	♄ 7 ^d 56' 46" ♄ ⊙ ♃	2 ^d 3' 0" Bor.
1715	Mars 11 à 16 55	♄ 21 3 14	2 25 0 Bor.
1716	Mars 23 à 19 4	♄ 3 48 1	2 40 34 Bor.
1717	Avril 5 à 16 27	♄ 16 13 56	2 47 40 Bor.
1718	Avril 18 à 8 45	♄ 28 24 13	2 46 36 Bor.
1719	Avril 30 à 20 15	♄ 10 17 42	2 39 15 Bor.
1720	Mai 12 à 4 39	♄ 21 59 13	2 24 30 Bor.
1721	Mai 24 à 9 17	♃ 3 28 12	2 4 20 Bor.
1722	Juin 5 à 13 9	♃ 14 52 3	1 36 30 Bor.
1723	Juin 17 à 15 53	♃ 26 12 6	1 12 15 Bor.
1724	Juin 28 à 17 53	♃ 7 29 35	0 39 0 Bor.
1725	Juillet . . . 10 à 21 6	♃ 18 49 40	0 7 5 Bor.
1726	Juillet . . . 23 à 1 42	♃ 0 13 33	0 25 20 Auf.
1727	Août 4 à 9 54	♃ 11 48 7	0 58 15 Auf.
1728	Août 15 à 22 50	♃ 23 36 50	1 29 32 Auf.
1729	Août 28 à 14 18	♃ 5 35 2	1 56 20 Auf.
1730	Septembre 10 à 12 27	♃ 17 53 57	2 19 6 Auf.
1731	Septembre 23 à 15 51	♃ 0 30 50	2 36 55 Auf.
1732	Octobre . . 6 à 0 26	♃ 13 27 20	2 47 0 Auf.

En comparant ensemble les Oppositions de Saturne avec le Soleil, déterminées en même temps en différents lieux, & réduites au même Méridien, on trouve d'abord que celles d'Hevelius, faites à Dantzick, ne diffèrent de celles de Flamsteed, faites en Angleterre, que de 52" en l'année 1676, & de 2' 15" en 1683, ce qui est d'une précision suffisante, & fait voir que l'on peut compter sur les observations d'Hevelius, de même que sur celles de Flamsteed dont l'exactitude nous est connue. Car il faut faire attention que les Oppositions de cette Planete ont été déterminées par ces Astronomes par rapport à diverses Etoiles fixes dont les différentes hauteurs sur l'horison, ont pû causer par rapport aux réfractions, quelque différence dans leurs distances à Saturne, & par conséquent dans la situation de cette Planete.

A l'égard des Oppositions que nous avons déterminées par nos propres observations, si on les compare avec celles de Flamsteed, on ne trouve dans la plûpart que des différences qui ne montent qu'à quelques secondes; ce qui est d'une assez grande précision dans

des

des observations qui ont été faites presque toutes par des méthodes différentes, celles de Flamsteed par la distance observée de Saturne à diverses Etoiles fixes, ou par leur différence en ascension droite & en déclinaison, & le plus grand nombre des nôtres par le passage de Saturne par le Méridien, comparé à celui du Soleil. Il faut aussi remarquer que quelques-unes des observations que l'on a employées pour déterminer l'Opposition de Saturne, n'ont pu être faites de part ou d'autre, à cause du mauvais temps, le jour même de l'Opposition, ni ceux qui l'ont précédé ou suivi immédiatement, mais plusieurs jours avant ou après; ce qui doit donner une moindre précision que lorsqu'elles en ont été faites plus près.

CHAPITRE III.

Des moyens Mouvements de Saturne.

POUR comparer ensemble les Oppositions de Saturne que nous venons de rapporter, & en déduire le moyen mouvement de cette Planete avec toute l'exactitude requise, il seroit nécessaire de déterminer d'abord le vrai lieu de son Aphélie, tant dans les observations anciennes que dans les modernes, pour connoître l'Equation de son Orbe qui convient à chaque observation, & réduire le lieu de Saturne observé à son lieu moyen.

Mais comme la détermination du lieu de l'Aphélie d'une Planete, demande non-seulement que l'on ait observé sa situation en trois différents lieux de son Orbe, mais aussi que l'on connoisse la quantité de son moyen mouvement entre les différentes observations que l'on en a faites, ce qui seroit supposer ce qui est en question; nous commencerons nos recherches par déterminer le moyen mouvement de Saturne & sa révolution autour du Soleil, qui résulte de nos observations, sans avoir égard au lieu & au mouvement de son Aphélie, que l'on ne peut pas connoître immédiatement. Nous employerons ensuite cette révolution pour déterminer de la même manière, par la comparaison des observations anciennes avec les modernes, le moyen mouvement de Saturne, dont nous nous servons pour trouver le lieu & le mouvement de son Aphélie, de même que les autres éléments de la théorie

. Z z

de cette Planete, ainsi que nous l'enseignerons dans la suite.

Entre les Oppositions modernes que nous avons observées, nous trouvons celles de 1701, 1730 & 1731, dont la seconde est éloignée de la première d'un peu moins d'une révolution entière, & la troisième d'une révolution plus quelques degrés & minutes.

Ces observations ont été faites près des limites des plus grandes latitudes, où le vrai lieu d'une Planete sur son Orbite, qui est celui que l'on doit employer, ne diffère pas sensiblement de son vrai lieu à l'égard de l'Ecliptique, qui est celui que l'on a déterminé.

Le 16 Septembre 1701, l'Opposition de Saturne avec le Soleil a été déterminée à 2^h 0', le vrai lieu du Soleil étant en μ 23^d 21' 16", & celui de Saturne, qui est à l'opposite, en κ 23^d 21' 16", avec une latitude méridionale de 2^d 27' 45".

Le 10 Septembre 1730, l'Opposition de Saturne est arrivée à 12^h 27', le vrai lieu de cette Planete étant en κ 17^d 53' 57", avec une latitude méridionale de 2^d 19' 6".

Le 23 Septembre 1731, l'Opposition de Saturne a été déterminée à 15^h 51', en γ 0^d 30' 50", la latitude méridionale de cette Planete étant de 2^d 36' 55".

La différence entre le vrai lieu de Saturne dans ses Oppositions des années 1701 & 1730, est de 5^d 27' 19", & dans les Oppositions des années 1730 & 1731, de 12^d 36' 53".

L'intervalle entre le temps des Oppositions des années 1701 & 1730, est de 29 années, dont 7 bissextiles moins 5^j 13^h 33', & l'intervalle entre le temps des Oppositions des années 1730 & 1731, est d'une année 13^j 3^h 24'; c'est pourquoi l'on fera, comme 12^d 36' 53", différence entre le lieu de Saturne dans les deux dernières observations, sont à 5^d 27' 19", différence entre les deux premières; ainsi 378^j 3^h 24' sont à 163^j 12^h 41', qui, étant adjointés à l'intervalle de temps entre les deux premières Oppositions, qui est de 29 années, dont 7 bissextiles moins 5^j 13^h 33', font 29 années communes 164^j 23^h 8', qui mesurent la révolution moyenne de Saturne autour du Soleil.

On fera ensuite, comme le nombre d'années, de jours & d'heures comprises dans cette révolution, sont à 365 jours; ainsi 360 degrés sont au mouvement moyen annuel de Saturne autour du

Soleil, qu'on trouvera de 12^d 13' 23" 50", le divisant par 365 jours, on aura son mouvement moyen journalier, de 2' 0" 28".

Il est à remarquer que si l'on prend le moyen mouvement de Saturne qui répond à 378^j 3^h 24', intervalle entre les Oppositions des années 1730 & 1731, on le trouve de 12^d 40' 1", plus grand seulement de 3 minutes que celui qui a été observé dans cet intervalle, ce qui marque que Saturne étoit alors près de ses moyennes distances, où le mouvement de son Aphélie ne peut causer que de très-petites différences dans la détermination du moyen mouvement de cette Planete.

Après avoir ainsi déterminé le moyen mouvement de Saturne par nos propres observations, il faut examiner celui qui résulte des observations anciennes comparées avec les modernes, qui doivent donner d'autant plus de précision, qu'elles seront plus éloignées les unes des autres, parce que l'erreur qui peut se glisser dans chaque observation étant partagée par un grand nombre de révolutions est moins sensible sur chacune de ces révolutions.

La plus ancienne de ces Oppositions est arrivée, comme nous l'avons remarqué ci-dessus, le 2 Mars de l'année 228 avant Jésus-Christ, à une heure après midi, au Méridien de Paris, Saturne étant à 8^d 23' de la Vierge, avec une latitude septentrionale de 2^d 50'.

Entre les Oppositions que nous avons observées, il s'en rencontre une qui est arrivée le 26 Février de l'année 1714 à 8^h 15', le vrai lieu de Saturne étant en μ 7^d 56' 46", avec une latitude septentrionale de 2^d 3' 0". La différence entre le vrai lieu de cette Planete & celui qui résulte de l'observation des Chaldéens, étoit seulement de 26' 14".

L'Opposition suivante est arrivée le 11 Mars de l'année 1715 à 16^h 55', le vrai lieu de Saturne étant en μ 21^d 3' 14", avec une latitude septentrionale de 2^d 25' 0".

Pour comparer l'observation des Chaldéens avec les nôtres, on réduira celle de l'année 1714 à la forme Julienne, afin d'avoir un intervalle d'années, dont trois communes & une bissextile; ce que l'on fera en retranchant 11 jours du 26 Février 1714, & on aura l'Opposition de Saturne avec le Soleil le 15 Février

de l'année 1714 à 8^h 16', cette Planete étant en m 7^d 56' 46".

Entre cette Opposition & celle qui est arrivée le 2 Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ, il y a 1942 années, dont 485 bissextiles moins 14ⁱ 16^h 45', c'est-à-dire, 1943 années communes, 105ⁱ 7^h 15'.

L'intervalle entre le temps des Oppositions des années 1714 & 1715, est de 378ⁱ 8^h 40', pendant lequel le vrai mouvement de Saturne a été observé de 13^d 6' 28".

On fera donc, comme 13^d 6' 28" sont à 28' 14", différence entre le vrai lieu de Saturne, observé dans les Oppositions des années 228 avant Jesus-Christ, & 1714 après Jesus-Christ; ainsi 378ⁱ 8^h 40' sont à 13ⁱ 14^h, qui, étant adjoints à 1943 années communes, 105ⁱ 7^h 15', font 1943 années communes, 118ⁱ 21^h 15', qui comprennent un certain nombre de révolutions exactes, que l'on trouvera être de 66, en partageant cet intervalle de temps par la révolution moyenne de Saturne, qui a été trouvée de 29 années communes, 164ⁱ 23^h 8'; c'est pourquoi si l'on divise 1943 années communes, 118ⁱ 21^h 15', par 66, on aura la révolution moyenne de Saturne, de 29 années 162ⁱ 4^h 27'; d'où l'on trouve son moyen mouvement annuel, de 12^d 13' 35" 14", & son mouvement journalier, de 2' 0" 35".

On peut remarquer par la comparaison des Oppositions des années 1715 & 1716, que le mouvement vrai de Saturne étoit alors peu différent de son moyen mouvement, ce qui prouve que ces Oppositions & la précédente, étoient peu éloignées des moyennes distances de Saturne; & qu'ainsi le mouvement de son Aphélie n'a pas pu causer d'erreur considérable dans la détermination du moyen mouvement de Saturne, que nous venons d'établir.

Si l'on suppose que l'Opposition de Saturne avec le Soleil est arrivée le 2 Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ, sur les 10 heures du soir, le vrai lieu de Saturne étant à 9^d 24' de la Vierge, comme il résulte de la situation de l'Etoile γ , déterminée par Ptolemée à 9^d 30' de la Vierge, on aura la révolution de Saturne, de 29 années communes, 162ⁱ 15^h, plus grande de 11 heures qu'on ne l'avoit trouvée ci-dessus, & le moyen

mouvement annuel de cette Planete, de 12^d 13' 33", plus petit de 2 secondes que par la comparaison précédente.

C H A P I T R E I V.

De l'Aphélie de Saturne, & de la plus grande Equation de son Orbe.

DANS la détermination des moyens mouvements de Saturne, nous avons comparé ensemble les temps auxquels cette Planete est retournée à un même point du Zodiaque après une ou plusieurs révolutions. Cette recherche seroit suffisante, si Saturne étant parvenu au même point du Zodiaque, s'étoit trouvé en même temps dans la même situation sur son Orbe, c'est-à-dire, si son Aphélie & son Périhélie avoient été toujours dirigés aux mêmes points du Ciel: car l'Equation d'une Planete étant la même à la même distance de son Aphélie ou de son Périhélie, il n'y auroit aucune différence entre le vrai & le moyen mouvement compris entre un certain nombre de révolutions.

Il n'en est pas de même lorsque l'Aphélie & le Périhélie d'une Planete sont sujets à quelque mouvement; car alors les mêmes points de leur Orbe ne répondent plus aux mêmes points du Ciel, d'où il suit que l'Equation d'une Planete qu'on observe dans le même lieu du Zodiaque, ne se trouve pas la même dans la suite des temps après un certain nombre de révolutions.

Ainsi la détermination exacte des moyens mouvements de Saturne, demande celle du mouvement de son Aphélie, & par conséquent sa situation en différents temps; elle demande aussi la connoissance des Equations de cette Planete à tous les degrés de son Orbe, pour pouvoir tenir compte de la différence entre ces Equations, dans la comparaison des observations anciennes avec les modernes, & réduire son lieu moyen à son lieu vrai, qui est un des principaux éléments de la théorie des Planetes.

On peut employer, pour trouver l'Aphélie de Saturne, & la plus grande Equation, toutes les méthodes que nous avons indiquées pour déterminer l'Apogée du Soleil & de la Lune. Mais

il faut remarquer que les mouvements du Soleil & de la Lune doivent être considérés de la Terre, autour de laquelle ils paroissent décrire leurs révolutions; & qu'ainsi toutes les observations exactes que l'on en a faites jusqu'à présent, peuvent servir à connoître ces deux éléments; au lieu que dans les autres Planetes qui se meuvent réellement autour du Soleil, on ne peut employer, comme on l'a déjà remarqué, que les seules observations de leurs Oppositions avec le Soleil qui, dans Saturne, n'arrivent qu'après l'intervalle d'une année & quelques jours, & se voyent encore plus rarement dans les deux autres Planetes supérieures.

Nous avons une suite non interrompue de ces observations faites à l'Observatoire Royal pendant une révolution entière de Saturne, ce qui nous donne la commodité de pratiquer la neuvième méthode exposée dans la théorie du Soleil, par le moyen de laquelle on pourra déterminer avec assés d'exactitude, le lieu de l'Aphélie de cette Planete, & sa plus grande Équation, en cette manière.

E X E M P L E I.

L'Opposition de Saturne avec le Soleil, de l'année 1686, a été déterminée le 16 Mars à 10^h 28' du soir, le vrai lieu de Saturne étant de 5^f 26^d 47' 6".

L'Opposition suivante a été déterminée le 29 Mars 1687 à 11^h 11', le vrai lieu de Saturne étant de 6^f 9^d 25' 26".

Depuis le 16 Mars 1686 à 10^h 28' jusqu'au 29 Mars 1687 à 11^h 11', il y a une année commune, 13^j 0^h 43', pendant lequel temps, le mouvement vrai de Saturne a été de 12^d 38' 20". Prenant le moyen mouvement qui répond à cet intervalle de temps, à raison de 12^d 13' 24" pour le mouvement annuel, déterminé par nos propres observations, on aura 12^d 39' 34", qui ne diffèrent que de 1' 14" du mouvement vrai; ce qui fait voir que Saturne étoit, dans ces deux observations, près de ses moyennes distances où son mouvement vrai est égal à son moyen mouvement.

Quatorze années après l'Opposition de l'année 1686, l'Opposition de Saturne avec le Soleil a été observée le 3 Septembre de l'année 1700 à 3^h 14', le vrai lieu de Saturne étant de 11^f 10^d 57' 40".

Depuis le 16 Mars 1686 à 10^h 28' jusqu'au 3 Septembre 1700

à 3^h 14', il y a 14 années, dont 3 sont bissextiles, 1701 16^h 46', pendant lequel temps, le mouvement vrai de Saturne a été de 5^f 14^d 10' 34". Prenant le moyen mouvement qui répond à cet intervalle de temps, on aura 5^f 26^d 56' 34", qui diffèrent de 12^d 46' du mouvement vrai de Saturne.

Comme dans cet intervalle de temps, Saturne n'a pas parcouru 6 Signes entiers, on comparera l'Opposition de 1686 avec celle de 1701, qui est arrivée le 16 Septembre à 2 heures du soir, le vrai lieu de Saturne étant de 11^f 23^d 21' 16". Le mouvement vrai dans cet intervalle, qui est de 15 années communes, 186^j 15^h, est de 5^f 26^d 34' 10", auxquels il répond 6^f 9^d 36' 0" de moyen mouvement. La différence est de 13^d 1' 50", qui, étant partagée en deux parties égales, donne la plus grande Équation de Saturne de 6^d 30' 55".

Si l'on compare de la même manière, l'Opposition de l'année 1687 avec celle de 1701, on trouvera la différence entre le vrai & le moyen mouvement de Saturne, qui convient à l'intervalle de temps entre ces deux observations, de 13^d 0' 34", ce qui donne la plus grande Équation de l'Orbe de cette Planete, de 6^d 30' 17", qui ne diffère que de 38" de la précédente.

On ne trouvera cette Équation que de 6^d 29', si l'on compare l'Opposition de 1686 ou 1687 avec celle de 1702, qui a été déterminée le 29 Septembre à 9^h 0', le vrai lieu de cette Planete étant de 0^f 6^d 19' 30", ce qui fait voir que la plus grande Équation observée dans cette demi-révolution a été de 6^d 30' 55".

Pour trouver présentement le vrai lieu de l'Apogée de Saturne, on considérera qu'en 1693, l'Opposition fut observée le 9 Juin à 19^h 32', le vrai lieu de Saturne étant de 8^f 19^d 54' 41". La différence à son vrai lieu, déterminé en 1686 de 5^f 26^d 47' 6", est de 2^f 23^d 7' 35" que Saturne a parcouru en 7 années communes, 87^j 9^h. Le moyen mouvement qui répond à cet intervalle de temps, est de 2^f 28^d 29' 27", dont retranchant 2^f 23^d 7' 35", reste 5^d 21' 52", qui mesurent la différence entre le vrai & le moyen mouvement, qui est plus petite de 1^d 9' 3" que la plus grande Équation, qui a été trouvée de 6^d 30' 55"; ce qui montre que Saturne n'étoit pas encore arrivé à son Aphélie dans l'Opposition de 1693. On comparera donc l'Opposition de l'année 1686

avec celle qui est arrivée le 21 Juin 1694 à $19^h 30'$, le vrai lieu de Saturne étant de $9^f 1^d 6' 40''$, & l'on trouvera que dans l'intervalle entre ces Oppositions, qui est de 8 années communes, $99^j 10^h$, le mouvement vrai de Saturne est de $3^f 4^d 19' 34''$, auxquels il répond $3^f 11^d 6' 51''$ de moyen mouvement. La différence est de $6^d 47' 17''$, qui est plus grande de $16' 22''$ que la plus grande Equation, qui est de $6^d 30' 55''$; ce qui fait voir que Saturne, dans l'Opposition de 1694, avoit passé son Aphélie. Pour le déterminer, on fera, comme $1^d 9' 3''$ plus $16' 22''$, ou bien $1^d 25' 25''$, font à $1^d 9' 3''$; ainsi le mouvement vrai de Saturne, observé entre les Oppositions de 1693 & 1694, de $11^d 12' 0''$, est au mouvement vrai depuis l'Opposition de 1693 jusqu'à l'Apogée, qu'on trouvera de $9^d 3' 20''$, qui, étant adjoints au vrai lieu de Saturne dans l'Opposition de 1693, qui a été déterminé de $8^f 19^d 54' 41''$, donne le vrai lieu de l'Apogée de Saturne, de $8^f 28^d 58'$.

Pour trouver le temps que Saturne est arrivé à l'Aphélie, on fera, comme $1^d 25' 25''$ est à $1^d 9' 3''$; ainsi $376^j 23^h 58'$, intervalle entre les Oppositions des années 1693 & 1694, font à $305^j 16^h$, qui, étant adjoints au temps de l'Opposition de l'année 1693, qui est arrivée le 9 Juin à $19^h 32'$, détermine l'époque de l'Apogée de Saturne le 11 Avril de l'année 1694 à $11^h 32'$, le vrai lieu de cette Planete étant alors à $28^d 58' 0''$ du Sagittaire.

E X E M P L E I I.

L'Opposition de Saturne avec le Soleil, de l'année 1701, a été déterminée le 16 Septembre à 2 heures, son vrai lieu étant de $11^f 23^d 21' 16''$.

L'Opposition de l'année 1715 est arrivée le 11 Mars à $16^h 55'$, le vrai lieu de Saturne étant de $5^f 21^d 3' 14''$.

Depuis le 16 Septembre 1701 à 2 heures jusqu'au 11 Mars 1715 à $16^h 55'$, il y a 13 années communes, dont 3 sont bissextiles, $176^j 14^h 55'$, pendant lequel temps le mouvement vrai de Saturne a été de $5^f 27^d 41' 58''$. Prenant le moyen mouvement qui répond à cet intervalle de temps, on aura $5^f 14^d 55' 5''$, qui diffèrent de $12^d 46' 3''$ du mouvement vrai de Saturne.

Comme

Comme dans cet intervalle de temps, Saturne n'a pas parcouru six Signes entiers, on comparera l'Opposition de 1701 avec celle de 1716, qui est arrivée le 23 Mars à $19^h 4'$, le vrai lieu de Saturne étant de $6^f 3^d 48' 1''$. Le vrai mouvement de Saturne dans cet intervalle, qui est de 14 années $192^j 17^h 4'$, est de $6^f 10^d 26' 45''$, auxquels il répond $5^f 27^d 33' 45''$ de moyen mouvement. La différence à $6^f 10^d 26' 45''$, est $12^d 53' 0''$, dont la moitié $6^d 26' 30''$, mesure la plus grande Equation de Saturne, qui est plus petite de $4' 25''$ que par l'exemple précédent.

Pour trouver présentement le vrai lieu du Périhélie de Saturne, on comparera l'Opposition de 1701 avec celle de 1708, qui est arrivée le 19 Décembre à $19^h 26'$, le vrai lieu de Saturne étant de $2^f 28^d 37' 11''$. La différence à son vrai lieu, déterminé en 1701, de $11^f 23^d 21' 16''$, est de $3^f 5^d 15' 55''$ que Saturne a parcouru en 7 années communes, $96^j 17^h 26'$.

Le moyen mouvement qui répond à cet intervalle de temps est de $2^f 28^d 48' 8''$, qui, étant retranché de $3^f 5^d 15' 55''$, reste $6^d 27' 47''$, qui mesurent la différence entre le vrai & le moyen mouvement, qui est plus grande de $1' 17''$ que la plus grande Equation que l'on vient de déterminer de $6^d 26' 30''$, ce qui fait voir que dans l'Opposition de 1708, Saturne avoit déjà passé son Périhélie. On comparera donc l'Opposition de 1701 avec celle de 1707, qui est arrivée le 6 Décembre à $15^h 3'$, le vrai lieu de Saturne étant de $2^f 14^d 24' 27''$; & l'on trouvera que dans l'intervalle entre ces Oppositions, qui est de 6 années communes, $82^j 13^h 3'$, le mouvement vrai de Saturne est de $2^f 21^d 3' 11''$, auxquels il répond $2^f 16^d 6' 15''$ de moyen mouvement. La différence est de $4^d 56' 56''$, qui est plus petite de $1^d 29' 34''$ que la plus grande Equation, ce qui fait voir que Saturne n'étoit pas encore arrivé à son Périhélie; c'est pourquoi l'on fera, comme $1^d 29' 34''$ plus $1' 17''$, ou bien $1^d 30' 51''$, est à $1' 17''$; ainsi $14^d 12' 44''$, mouvement vrai de Saturne entre les Oppositions de 1707 & 1708, font à 12 minutes, qui, étant retranchées du vrai lieu de Saturne dans l'Opposition de 1708, qui a été déterminé de $2^f 28^d 37' 11''$, donnent le vrai lieu de son Périhélie en $H 28^d 25' 10''$.

Pour trouver le temps que Saturne est arrivé à son Périhélie,

. A a a

on fera, comme $1^d 30' 51''$ est à $1' 17''$; ainsi $379^j 4^h 23'$, intervalle entre les Oppositions des années 1707 & 1708, font à 7 jours & 8 heures, qui, étant retranchés du temps de l'Opposition de l'année 1708, qui est arrivée le 19 Décembre à 19^h , donnent l'époque du Périhélie de Saturne le 14 Décembre 1708 à 11 heures du soir, le vrai lieu de cette Planete étant alors à $28^d 25' 10''$ des Gemeaux, éloigné de $6^f 0^d 33'$ du lieu de l'Aphélie, déterminé par les observations précédentes, auxquelles nous préférons les dernières qui paroissent avoir été faites avec plus d'exactitude.

Nous avons aussi déterminé par la sixième méthode, suivant l'hypothese elliptique simple, la situation de l'Aphélie de Saturne, & nous avons trouvé son vrai lieu, suivant les observations des années 1685, 1698 & 1699, de $8^f 28^d 37' 33''$
 de 1686, 1692 & 1699, de $8 28 30 52$
 de 1687, 1693 & 1700, de $8 29 33 48$
 de 1688, 1694 & 1701, de $8 28 44 16$
 de 1689, 1695 & 1702, de $8 29 15 21$
 de 1690, 1696 & 1703, de $8 28 39 27$
 de 1691, 1697 & 1704, de $8 29 20 11$

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura le vrai lieu de l'Apogée de Saturne, de $8^f 28^d 57' 19''$.

Nous avons calculé de la même manière le vrai lieu du Périhélie de Saturne, par les observations des années 1701, 1707 & 1716, de $2^f 28^d 27' 13''$, & par celles de 1701, 1708 & 1716, de $2 28 20 50$.

Ces deux déterminations du Périhélie sont fort près de celle que l'on a trouvée par le second exemple, de $2^f 28^d 25' 10''$, & nous avons jugé qu'on devoit la préférer aux autres, à cause que les observations qu'on y a employées, ont été faites près des Oppositions, & avec beaucoup d'exactitude, & que Saturne étant en 1708, fort proche de son Périhélie, & à distance égale du lieu des Oppositions de 1701 & de 1716, le lieu du Périhélie déterminé suivant l'hypothese elliptique est à peu-près le même que celui qui résulte de l'hypothese de Képler.

Enfin, nous avons déterminé par la huitième méthode, suivant l'hypothese de Képler, la situation de l'Aphélie de Saturne, suivant les observations des années 1690, 1696 & 1703, de $8^f 27^d 59' 8''$, plus petite de $40' 19''$ que celle qui résulte des mêmes observations, suivant l'hypothese elliptique simple, ce qui fait voir que dans l'hypothese de Képler, l'Aphélie de Saturne doit être moins avancé que nous ne l'avons déterminé par les Oppositions précédentes, & s'accorde plus exactement aux observations faites près de son Périhélie.

Nous avons aussi calculé par la sixième méthode, l'excentricité de Saturne, & la plus grande Equation, & nous avons trouvé par les

Oppositions des années	Excentricité.	Equation.
1685, 1691 & 1698	5633	$6^d 26' 32''$
1686, 1692 & 1699	5623	6 27 50
1687, 1693 & 1700	5668	6 29 54
1690, 1696 & 1703	5665	6 29 3
1701, 1707 & 1716	5669	6 29 22
1701, 1708 & 1716	5655	6 28 26

Enfin, nous avons trouvé par la 8.^e méthode, suivant l'hypothese de Képler, l'excentricité de τ , de 5693, & la plus grande Equation, de $6^d 31' 38''$, qui approche fort de celle que l'on avoit trouvée par le premier exemple, & que nous avons choisie pour calculer dans cette hypothese, l'Equation de l'Orbe de cette Planete qui convient à tous les degrés de son anomalie.

C H A P I T R E V.

Du Mouvement de l'Aphélie de Saturne.

P O U R déterminer le mouvement de l'Aphélie de Saturne, nous avons calculé la situation, telle qu'elle résulte des observations du vrai lieu de cette Planete, qui ont été faites dans les temps les plus reculés, comparées avec celles de Tycho & les nôtres.

La plus ancienne de ces observations, qui a été faite par les Chaldéens le 1.^{er} Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ, n'ayant point été suivie d'aucune autre, ne peut point servir à cette recherche, étant nécessaire d'avoir au moins trois observations d'une Planete, faites dans une même révolution, pour déterminer son Aphélie ou son Périhélie; ainsi nous employerons d'abord les Oppositions observées par Ptolemée, au nombre de trois, dont la première, réduite à nos Tables du Soleil, est arrivée le 23 Mars de l'année 127 après Jesus-Christ, à 14 heures, le vrai lieu de Saturne étant à $1^d 29'$ de la Balance; la seconde le 2 Juin de l'année 133 à $4^h 36'$, le vrai lieu de Saturne étant à $9^d 48' \frac{1}{2}$ du Sagittaire; & la troisième le 8 Juillet de l'année 136 à $1^h 10'$, le vrai lieu de Saturne étant à $14^d 18'$ du Capricorne.

Suivant ces observations, nous avons trouvé par la sixième méthode, le vrai lieu de l'Aphélie de Saturne à $24^d 14' 29''$ du Scorpion, l'excentricité de son Orbe étant de 5861 parties, dont le plus grand demi-diametre est de 100000, & la plus grande Équation dans l'hypothese elliptique, de $6^d 43' 8''$.

Pour déterminer, suivant les mêmes observations, le temps que Saturne est arrivé à son Aphélie, on fera, comme $68^d 19' \frac{1}{2}$, intervalle entre le vrai lieu de cette Planete dans les deux premières observations, font à $5^d 45'$, distance de l'Aphélie au lieu de Saturne dans la première observation; ainsi 6 années 72 jours & 14 heures $\frac{1}{2}$, intervalle de temps entre les deux premières observations, font à 4 années communes, 286 jours & 6 heures, qui, étant adjouées au 23 Mars de l'année 127 à 14 heures, donnent le temps du passage de Saturne par son Aphélie le 2 Janvier de l'année 132 à 20 heures.

Pour comparer la situation de l'Aphélie, qui résulte des observations corrigées de Ptolemée avec les nôtres, nous employerons la détermination de l'Aphélie, que nous avons trouvée par nos observations, à $28^d 57' 19''$ du Sagittaire, moyenne entre celles qui ont été calculées suivant l'hypothese elliptique.

Cette détermination approche fort de celle qui avoit été trouvée à $28^d 58' 0''$ du Sagittaire par une autre méthode, suivant laquelle Saturne est arrivé à son Aphélie le 11 Avril de l'année 1694 à $11^h 32'$.

Entre le 2 Janvier de l'année 132 & le 11 Avril de l'année 1694, il y a 1562 années & 3 mois, pendant lequel intervalle, l'Aphélie s'est avancé de $34^d 44'$, depuis $24^d 14'$ du Scorpion jusqu'à $28^d 58'$ du Sagittaire, ce qui est à raison de $1' 20''$ par année, & de $2^d 13' 26''$ pour 100 années.

Examinons présentement quel est le mouvement de l'Aphélie & du Périhélie de Saturne, qui résulte des observations de Tycho, comparées à celles de Ptolemée & aux nôtres.

Ces observations ont été faites, comme il a été déjà remarqué, depuis l'année 1582 jusqu'en 1599, & ayant choisi celles qui paroissent les plus exactes, nous avons calculé par la sixième méthode, le vrai lieu du Périhélie de Saturne, que nous avons trouvé par les Oppositions

de 1582, 1588 & 1597, en H $25^d 22' 28''$.

de 1583, 1587 & 1595, en H $27 38 55$.

de 1585, 1593 & 1599, en H $25 27 10$.

de 1586, 1590 & 1597, en H $24 14 53$.

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura le vrai lieu du Périhélie de Saturne en H $25^d 40' 51''$.

Dans l'Opposition du 6 Décembre de l'année 1590, le vrai lieu de Saturne étoit en H $25^d 14' 10''$, éloigné de son Périhélie, déterminé en H $25^d 40' 51''$, de $26' 41''$, qu'il parcourt en 13 jours; ainsi le passage de Saturne par son Périhélie, est arrivé suivant cette observation le 19 Décembre de l'année 1590, le lieu de l'Aphélie de Saturne, qui doit être à l'opposite, étant en $\rightarrow 25^d 40' 51''$.

Si l'on compare présentement le lieu de l'Aphélie, déterminé le 19 Décembre 1590 à $25^d 40' 51''$ du Sagittaire, avec celui que nous avons trouvé le 11 Avril 1694 à $28^d 58'$ du même Signe, on trouvera que dans l'intervalle de 103 années 3 mois & 23 jours, le mouvement de l'Aphélie de Saturne a été de $3^d 17' 0''$, ce qui est à raison de $1' 55''$ par année, ce qui excède de $35''$ celui que nous avons trouvé par la comparaison de nos observations à celles de Ptolemée.

Si l'on compare de même le lieu de l'Aphélie, déterminé le

19 Décembre 1590 à $25^{\text{d}} 40' 51''$ du Sagittaire, avec celui que nous avons trouvé, par les observations de Ptolemée, le 2 Janvier de l'année 132 à $24^{\text{d}} 14' 29''$ du Scorpion, on trouvera que dans cet intervalle de 1459 années moins quelques jours, que l'on peut négliger comme ne causant aucune différence sensible, le mouvement de l'Aphélie de Saturne a été de $31^{\text{d}} 26'$, ce qui est à raison de $1' 18'' \frac{1}{2}$.

Comme les Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées par Tycho, ont été faites vers le Périhélie, que nous avons déterminé par nos propres observations le 12 Décembre de l'année 1708 à $28^{\text{d}} 25'$ du Sagittaire, moins avancé de $33'$ que celui qui résulte des observations faites en 1694, nous avons jugé à propos de les comparer ensemble, & nous avons trouvé que depuis le 20 Décembre de l'année 1590, temps auquel le lieu du Périhélie étoit à $25^{\text{d}} 40' 51''$ du Sagittaire, jusqu'au 12 Décembre 1708, temps auquel le Périhélie de Saturne étoit à $28^{\text{d}} 25' 10''$ du même Signe, il y a eu un intervalle de 118 années moins quelques jours, pendant lesquels le mouvement de ce Périhélie a été de $2^{\text{d}} 44' 20''$, ce qui est à raison de $1' 23'' \frac{1}{2}$ par année, & approche fort de toutes les déterminations qui résultent des observations de Ptolemée, comparées à celles de Tycho & aux nôtres.

Supposant les observations de Tycho, qui ont servi à déterminer le temps des Oppositions de Saturne, & le vrai lieu de son Périhélie, exactes, autant que les Instruments dont il se servoit, le pouvoient permettre, il suivroit que le mouvement de l'Aphélie & du Périhélie de Saturne auroit été plus lent depuis Ptolemée jusqu'à Tycho, que depuis Tycho jusqu'à nous; ou bien que la situation du Périhélie ne seroit pas exactement opposée à celle de l'Aphélie, en sorte qu'il y auroit quelque Equation à employer au vrai lieu de Saturne dans ces deux points opposés de son Orbe, ce qui y formeroit une espece de libration.

Cette dernière supposition s'accorde avec ce que nous avons trouvé par une suite d'observations non interrompues pendant plus d'une révolution entière de Saturne, suivant lesquelles nous avons trouvé l'Aphélie de Saturne le 11 Avril de l'année 1694 à $28^{\text{d}} 58'$ du Sagittaire, & son Périhélie le 12 Décembre 1708 à $28^{\text{d}} 25' 10''$ du même Signe. Car si l'on ajoute au vrai lieu de l'Aphélie

de Saturne, déterminé le 11 Avril 1694 à $28^{\text{d}} 58'$ du Sagittaire, le mouvement de cet Aphélie qui répond à l'intervalle de 14 années & 8 mois, depuis le 11 Avril 1694 jusqu'au 12 Décembre 1708, qui, à raison de $1' 20''$ par année, est de $19' 33''$, on aura le 12 Décembre 1708, le vrai lieu de l'Aphélie de Saturne en $\rightarrow 29^{\text{d}} 17' \frac{1}{2}$, & celui de son Périhélie, supposé à l'opposite, en $\rightarrow 29^{\text{d}} 17' \frac{1}{2}$, éloigné de près d'un degré de celui que nous avons trouvé par plusieurs observations faites avec exactitude.

C H A P I T R E V I.

De la seconde Inégalité de Saturne, & du rapport de sa distance au Soleil & à la Terre.

APRÈS avoir déterminé le mouvement de Saturne par rapport au Soleil, autour duquel cette Planete fait sa révolution, il faut considérer son mouvement à l'égard de la Terre, d'où nous observons la situation des Astres, & à laquelle il est par conséquent nécessaire de rapporter leurs mouvements.

Cette recherche demande, comme on l'a expliqué ci-devant, que l'on connoisse la distance de Saturne au Soleil par rapport à celle du Soleil à la Terre, ce que nous trouverons en cette manière.

Soit *S* (Fig. 52.) le Soleil, *BTE* l'Orbe annuel de la Terre qui y est placée en *T*, *AHPC* l'Orbe de Saturne, sur lequel on supposera d'abord cette Planete placée en *R* près de ses Nœuds avec fort peu de latitude, *TC*, *SD* deux lignes droites tirées de la Terre & du Soleil au point du Bélier, qui sont censées parallèles, à cause que ce point est supposé à une distance infinie.

On déterminera par le moyen d'une observation de Saturne faite hors de son Opposition avec le Soleil, le vrai lieu de cette Planete vû de la Terre, qui est mesuré par l'angle *CTR*, & on calculera par les éléments de la théorie de Saturne, son vrai lieu vû du Soleil pour le temps observé, qui est mesuré par l'angle *DSR*, & que l'on corrigera pour une plus grande exactitude, par les observations qui ont été faites dans les Oppositions qui ont précédé & qui ont suivi. La différence entre l'angle *CTR* ou *DOR*, &

l'angle DSR mesure la seconde Inégalité de Saturne, qui est représentée par l'angle SRT que cette Planete fait à l'égard du Soleil & de la Terre.

Cette Inégalité n'est point causée par aucune augmentation ou diminution réelle dans le mouvement de cette Planete, mais seulement par la différente situation où elle se trouve à l'égard de la Terre, ce qui fait qu'on la doit regarder comme une Inégalité optique.

Elle est la plus grande qui soit possible lorsque l'angle STR , observé entre le Soleil & Saturne, est de 90 degrés, c'est-à-dire, lorsque cette Planete est dans ses moyennes distances à l'égard du Soleil, qui est un des temps les plus favorables pour en déterminer la quantité.

On voit ici que pour reconnoître cette Inégalité, il n'est point nécessaire d'avoir recours aux observations anciennes. Les modernes seules suffisent, & doivent même leur être préférées à cause de leur plus grande exactitude. Car nous supposons ici que l'Orbe de Saturne est d'une figure invariable, c'est-à-dire, que les distances du foyer où est placé le Soleil à tous les points de cet Orbe, ont été toujours les mêmes à égale distance de son Aphélie & de son Périhélie, & que s'il y a eu des variations, comme quelques observations donnent lieu de le présumer, ce n'a été que par des causes physiques passagères qui venant à cesser, laissent rétablir le système de cette Planete dans l'état où elles l'ont trouvé.

Pour déterminer par le moyen de la seconde Inégalité de Saturne, sa distance au Soleil par rapport à celle du Soleil à la Terre, on calculera pour le temps de l'observation, le vrai lieu du Soleil qui sera mesuré par l'angle CTG , & qui, étant retranché de l'angle CTR du vrai lieu de Saturne vû de la Terre, auquel on ajoutera 12 Signes s'il est plus petit que le vrai lieu du Soleil, donne l'angle de la distance apparente de Saturne au Soleil, ou son supplément à 360 degrés, qui est mesuré par l'angle RTG .

On calculera aussi par la théorie du Soleil, ou bien l'on cherchera dans les Tables, la distance TS de la Terre au Soleil au temps de l'observation, par rapport à la moyenne supposée de 10000, & dans le Triangle SRT , dont les angles SRT , RTS , & le côté TS , opposé à l'un de ces angles, sont connus, on

trouvera

trouvera la distance RS de Saturne au Soleil par rapport à la moyenne distance de la Terre au Soleil, supposée de 10000.

Lorsque Saturne étant en R , à la distance de 90 degrés ou environ du Soleil, se trouve éloigné de ses Nœuds, ce qui arrive le plus souvent, parce que cette Planete ne se rencontre sur l'Ecliptique que deux fois dans l'espace d'une révolution qui est d'environ 30 années, on abaissera du point R sur le plan de l'Ecliptique, la perpendiculaire RI , & l'on joindra les lignes TI , SI . L'angle DSI représentera le lieu de Saturne, vû du Soleil, par rapport à l'Ecliptique; l'angle CTI son vrai lieu vû de la Terre, qui est celui qui a été observé; l'angle RSI la latitude de cette Planete vûe du Soleil; & l'angle RTI sa latitude vûe de la Terre. On réduira le vrai lieu de Saturne, vû du Soleil sur son Orbite, à son vrai lieu sur l'Ecliptique, pour avoir l'angle DSI . Prenant la différence entre cet angle & l'angle CTI , on aura l'angle SIT , qui mesure la seconde Inégalité de Saturne. Si l'on retranche présentement l'angle CTG , qui mesure le vrai lieu du Soleil, de l'angle CTI , auquel on ajoutera 12 Signes s'il est plus petit que celui du Soleil, on aura la valeur de l'angle STI entre Saturne & le Soleil vû de la Terre, ou son supplément à 360 degrés; & dans le Triangle ITS , dont les angles SIT , STI , & le côté TS sont connus, on trouvera la distance IS de Saturne au Soleil, réduite à l'Ecliptique. On fera ensuite, comme le sinus de l'angle STI est au sinus de l'angle IST ; ainsi IS est à IT ; ainsi le sinus de l'angle RTI , latitude de Saturne observée de la Terre, est au sinus de l'angle RSI , qui mesure sa vraie latitude vûe du Soleil; & dans le Triangle RIS , rectangle en I , on fera, comme le sinus du complément de l'angle RSI , latitude de Saturne vûe du Soleil, est au sinus total; ainsi IS , distance de cette Planete au Soleil, réduite à l'Ecliptique, est à RS , qui mesure sa distance au Soleil sur son Orbite. *Ce qu'il falloit trouver.*

On peut déterminer de la même manière la distance de Saturne au Soleil lorsque cette Planete est dans son Aphélie, son Périhélie & tous les autres degrés de son Orbe. Mais comme cette recherche demanderoit des observations exactes, faites dans ces divers points, on y suppléera par la théorie, en employant seulement quelques

observations faites avec le plus d'exactitude dans les circonstances les plus favorables, en cette manière.

Soit T (Voy. Fig. 28.) le Soleil placé à l'un des foyers de l'Ellipse ABP , qui représente l'Orbe de Saturne dans l'hypothèse elliptique simple, ou dans celle de Képler, I le lieu de Saturne sur cet Orbe au temps de l'observation donnée, IT la distance de cette Planete au Soleil, dont la quantité a été trouvée par rapport à la moyenne distance de la Terre au Soleil, CT l'excentricité de l'Orbe de Saturne, qui a été déterminée dans l'hypothèse elliptique simple, de 5700 parties, dont le demi-diametre de l'Orbe AC est de 100000, & dans l'hypothèse de Képler, de 5693. TF le double de l'excentricité, qui détermine au point F l'autre foyer de l'Ellipse autour duquel Saturne décrit son moyen mouvement dans l'hypothèse elliptique simple.

Lorsque le vrai lieu de Saturne vû du Soleil a été calculé suivant l'hypothèse elliptique simple, auquel cas l'angle FIT mesure l'Equation de l'Orbe de cette Planete, & TF le double de l'excentricité; on fera, comme le sinus de l'angle AFI de l'anomalie moyenne de Saturne, est au sinus de l'angle ATI de son anomalie vraie; ainsi TI , distance de Saturne au Soleil au temps de l'observation, est à FI , qui, étant adjointe à TI , donne par la propriété de l'Ellipse, la grandeur de l'axe AP , dont la moitié est AC .

Lorsque le vrai lieu de Saturne vû du Soleil a été calculé suivant l'hypothèse de Képler, auquel cas l'angle AFI ne mesure pas son anomalie moyenne, on prolongera TI en V , en sorte que TV soit égale au grand axe AP , & on menera de l'autre foyer F , aux points I & V , les lignes FI & FV . Par la propriété de l'Ellipse, les lignes FI , IT , sont égales au grand axe AP ou TV , qui lui est égal par la construction; c'est pourquoi si l'on retranche de part & d'autre TI , on aura FI égal à IV . Maintenant dans le Triangle FVT , le côté FT , double de l'excentricité, étant connu, de même que le côté TV ou AP , & l'angle ATI , qui mesure l'anomalie vraie de Saturne, étant connu par les Tables ou la théorie de cette Planete, on trouvera la valeur de l'angle FVT , qui, à cause des côtés égaux FI , IV est la moitié de l'angle FIT , qui sera par conséquent connu; & l'on fera, comme le sinus de

l'angle AFI est au sinus de l'angle ATI ; ainsi TI , distance de Saturne au Soleil au temps de l'observation, est à FI , qui, étant adjointe à TI , donne par la propriété de l'Ellipse, la grandeur de l'axe AP en parties, dont la moyenne distance de la Terre au Soleil est de 10000.

On fera ensuite, comme AC 100000 est à CT 5693; ainsi le demi-axe AC , que l'on vient de déterminer, est à CT , qui, étant adjointe à AC , donne la distance AT de Saturne au Soleil dans son Aphélie, & qui, en étant retranché, donne la distance PT de cette Planete au Soleil dans son Périhélie, en parties dont la distance moyenne de la Terre au Soleil, est de 10000.

La distance FT entre les foyers F & T de l'Orbe de Saturne étant connuë, on peut trouver réciproquement la distance de cette Planete au Soleil dans tous les endroits de son Orbe pour tous les degrés de son anomalie vraie. Car dans le Triangle FVT , dont le côté TV ou AP , & le côté FT sont connus, de même que l'angle ATI , compris entre ces côtés, qui mesure l'anomalie vraie donnée, on trouvera la valeur de l'angle FVT , dont le double est égal à l'angle FIT ; & dans le Triangle FIT , dont les angles FIT , FTI , & le côté FT sont connus, on trouvera la valeur du côté TI , qui mesure la distance de Saturne au Soleil qui répond à l'angle ATI de l'anomalie vraie donnée.

Cette méthode convient à toutes les deux hypothèses, & il faut l'employer dans l'hypothèse elliptique simple lorsque les Equations de l'Orbe de Saturne ne sont point calculées.

E X E M P L E.

Le 6 Octobre de l'année 1695, M. Flamsteed a observé à Greenwich, le passage de Saturne par le Méridien à $6^h 5' 3''$, temps vrai, & sa hauteur méridienne apparente, de $15^d 41' 50''$; d'où il a conclu l'ascension droite de cette Planete, de $280^d 19' 0''$, & sa déclinaison méridionale, de $22^d 52' 50''$.

Calculant par le moyen de cette ascension droite & de cette déclinaison, le vrai lieu de Saturne vû de la Terre, on le trouve à $9^d 29' 49''$ du Capricorne, avec une latitude septentrionale de $0^d 15' 45''$, ce qui est une circonstance favorable, parce que cette Planete étant près de ses Nœuds, son vrai lieu sur son Orbe

diffère peu de celui où elle étoit par rapport à l'Ecliptique.

Calculant pour le temps de cette observation, réduit au Méridien de Paris, le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, on le trouve en $\text{♁ } 15^{\text{d}} 2' 27''$. Y adjouçant 9 minutes, à cause que le vrai lieu calculé étoit moindre que le vrai lieu observé, dans l'Opposition qui a précédé cette observation, de $9' 22''$, & dans la suivante, de $8' 21''$, on aura le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, corrigé par les observations, en $\text{♁ } 15^{\text{d}} 11' 27''$.

Retranchant de ce lieu, celui de Saturne vû de la Terre, qui étoit en $\text{♁ } 9^{\text{d}} 29' 49''$, on aura l'angle TRS (Fig. 52.) qui mesure la seconde Inégalité de Saturne, de $5^{\text{d}} 41' 38''$.

Pour une plus grande exactitude, il faut adjoucter au vrai lieu de Saturne vû du Soleil, 24 secondes pour la réduction à l'Ecliptique, & on aura son vrai lieu en $\text{♁ } 15^{\text{d}} 11' 51''$, & sa seconde Inégalité, de $5^{\text{d}} 42' 2''$.

Le vrai lieu du Soleil calculé pour le même temps, étoit en $\text{♁ } 9^{\text{d}} 41' 31''$, & sa distance à la Terre, de 9999 parties dont la moyenne est de 10000. Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Saturne vû de la Terre, qui étoit en $\text{♁ } 9^{\text{d}} 29' 49''$, on aura l'angle RTS entre Saturne & le Soleil vû de la Terre, de $89^{\text{d}} 48' 18''$, fort approchant de 90 degrés, où la seconde Inégalité est la plus grande qui soit possible, ce qui est aussi, comme nous l'avons remarqué, une circonstance favorable pour en déterminer la quantité.

Maintenant dans le Triangle RTS , où l'angle TRS , qui mesure la seconde Inégalité de Saturne, a été trouvé de $5^{\text{d}} 42' 2''$, l'angle RTS , de $89^{\text{d}} 48' 18''$, & le côté TS , distance de la Terre au Soleil, de 9999, on trouvera la distance RS de Saturne au Soleil, de 100581 parties dont la moyenne distance de la Terre au Soleil est de 10000.

Pour déterminer présentement la distance de Saturne au Soleil dans son Aphélie, son Périhélie, & les autres lieux de son Orbe, on retranchera le lieu de l'Aphélie de Saturne, qui étoit alors en $\text{♁ } 28^{\text{d}} 3' 6''$, de son vrai lieu vû du Soleil, qui a été déterminé en $\text{♁ } 15^{\text{d}} 11' 27''$, & l'on aura son anomalie vraie, qui est représentée par l'angle ATV (Voy. Fig. 28.) de $17^{\text{d}} 8' 21''$; & dans le Triangle VFT , dont le côté VT ou AP est connu

de 200000, le côté FT , double de l'excentricité CT est de 11386 dans l'hypothèse de Képler, & l'angle compris ATV , de $17^{\text{d}} 8' 21''$, l'on trouvera l'angle FVT , de $1^{\text{d}} 1' 0''$, dont le double FIT sera de $2^{\text{d}} 2' 0''$. L'adjouçant à l'angle ATV , de $17^{\text{d}} 8' 21''$, on aura l'angle AFI , de $19^{\text{d}} 10' 21''$; & l'on fera, comme le sinus de l'angle AFI , de $19^{\text{d}} 10' 21''$ est au sinus de l'angle ATV , de $17^{\text{d}} 8' 21''$; ainsi TI , distance de Saturne au Soleil, qui a été trouvée de 100581, est à FI , que l'on trouvera de 90255. L'adjouçant à TI , on aura le grand axe AP de l'Orbe de Saturne, de 190836, dont la moitié mesure le demi-axe AC , qui sera par conséquent de 95418; & l'on fera, comme AC 100000 est à CT 5693; ainsi AC 95418 est à CT , que l'on trouvera de 5432 parties dont la moyenne distance de la Terre au Soleil, est de 10000. Adjoûtant CT à AC , on aura AT , de 100850, & le retranchant de AC ou PC , on aura PT , de 89986.

Les distances de Saturne au Soleil dans son Aphélie & dans son Périhélie étant ainsi connues, on trouvera la distance de cette Planete au Soleil dans tous les endroits de son Orbe, comme, par exemple, lorsqu'il est éloigné de son Aphélie, de 30 degrés. Car dans le Triangle VTF , le côté TV ou AP étant de 190836, le côté FT , double de CT , de 10864, & l'angle ATV , compris entre ces côtés, de 30 degrés, l'on trouvera l'angle FVT , de $1^{\text{d}} 42' 54''$, dont le double mesure l'angle FIT , qui sera par conséquent de $3^{\text{d}} 25' 48''$. L'adjouçant à l'angle ATI , de 30 degrés, on aura l'angle AFI , de $33^{\text{d}} 25' 48''$, & l'on fera, comme le sinus de l'angle FIT , de $3^{\text{d}} 25' 48''$, est au sinus de l'angle AFI , de $33^{\text{d}} 25' 48''$; ainsi FT 10864, est à la distance TI de Saturne au Soleil lorsque l'anomalie vraie est de 30 degrés, qu'on trouvera de 100045 parties dont la distance moyenne de la Terre au Soleil, est de 10000.

Autre Méthode de déterminer le rapport de la distance de Saturne au Soleil & à la Terre dans son Aphélie ou Périhélie, & tous les degrés de son Orbe.

On peut employer une autre méthode pour trouver la distance

de Saturne au Soleil dans son Aphélie ou Périhélie, & tous les degrés de son Orbe, en cette manière.

Du point C (Fig. 53.) comme centre, & de l'intervalle CA ; soit décrit le cercle $AHPM$, circonscrit à l'Ellipse $AGPE$, qui représente l'Orbe de Saturne dont les foyers sont en S & en F . Soit fait l'angle ASL égal à l'anomalie vraie de cette Planete qui est donnée, & soient menées des points C & L , les lignes CH , TLI , perpendiculaires à AP . Des points F , C , S , soient tirées aux points L , I , G , les lignes FL , FI , CL , CI , SL , SI , SG .

Dans le Triangle CGS , rectangle en C , l'excentricité CS étant connue par rapport au demi-axe CH ou SG , qui lui est égal, supposé de 100000, on aura la valeur de CG , & l'on fera, comme CG est à CH , ou par la propriété de l'Ellipse, TL à TI ; ainsi la tangente de l'angle ASL , qui mesure l'anomalie vraie de Saturne donnée, est à la tangente de l'angle ASI . On fera aussi, comme CI ou CA est à CS ; ainsi le sinus de l'angle ASI est au sinus de l'angle CIS , qui, étant adjointé à l'angle ASI , donne l'angle ACI .

On fera ensuite, comme le sinus de l'angle TIS , complément de l'angle ASI , est au sinus de l'angle TLS , complément de l'angle ASL ; ainsi SL connu en parties dont la moyenne distance de la Terre au Soleil est de 10000, est à SI .

Enfin l'on fera, comme le sinus de l'angle ACI est au sinus de l'angle ASI ; ainsi SI est à CI ou CA , demi-axe de l'Orbe de Saturne, que l'on trouvera en parties dont la moyenne distance de la Terre au Soleil est de 10000; & comme CA 100000 est à CS 5693; ainsi CA , dont l'on vient de déterminer la quantité, est à CS , qui, étant adjointé à CA , donne la distance AS de Saturne au Soleil lorsqu'il est dans son Aphélie, & qui, en étant retranché, donne la distance PS au Soleil lorsqu'il est dans son Périhélie.

Ces distances étant connues, on peut trouver réciproquement la distance de Saturne au Soleil pour tous les degrés de l'Orbe de cette Planete; en faisant d'abord, comme CG connu en parties dont le demi-axe AC ou CH est de 100000, est à CH 100000; ainsi la tangente de l'angle ASL de l'anomalie vraie de Saturne donnée, est à la tangente de l'angle ASI . On fera ensuite, comme AC ou CI 100000, est à CS 5693; ainsi le sinus de l'angle ASI

est au sinus de l'angle CIS , qui, étant adjointé à l'angle ASI , donne l'angle ACI ; & comme le sinus de l'angle ASI est au sinus de l'angle ACI ; ainsi CI ou AC , demi-axe connu en parties dont la moyenne distance au Soleil est de 10000, est à SI . Enfin l'on fera, comme le sinus du complément de l'angle TSL ou ASL est au sinus du complément de l'angle TSI ou ASI ; ainsi SI est à SL , distance cherchée de Saturne au Soleil, qui répond à l'angle ASL de l'anomalie vraie de cette Planete donnée.

Cette méthode peut être aussi employée dans l'hypothese elliptique simple, & il est aisé de voir que le calcul de la distance de Saturne au Soleil lorsqu'il est dans son Aphélie ou Périhélie, & dans tous les lieux de son Orbe, est plus composé que par la méthode précédente; mais qu'on y doit trouver avec plus d'exactitude, la distance de cette Planete au Soleil pour les différents degrés de son anomalie vraie, à cause de la petitesse de l'angle CLS , qui mesure l'Equation de l'Orbe de Saturne, dont on s'est servi dans l'exemple précédent pour trouver la distance de Saturne au Soleil.

E X E M P L E.

Le 2 Octobre de l'année 1695 à $6^h 5' 3''$ au Méridien de Greenwich, l'anomalie vraie de Saturne étant de $17^d 8' 21''$, & la distance au Soleil ayant été trouvée de 100581 parties dont la distance moyenne de la Terre au Soleil est de 10000, on veut trouver la distance de cette Planete au Soleil dans son Aphélie, ou Périhélie, & tous les autres lieux de son Orbe.

On fera, comme GS 100000 est à CS 5693; ainsi le sinus total est au sinus de l'angle CGS , que l'on trouvera de $3^d 15' 49''$, dont le complément CSG est de $86^d 44' 11''$; & l'on fera, comme le sinus de l'angle CSG , de $86^d 44' 11''$ est au sinus total; ainsi CH ou SG 100000 est à CG , que l'on trouvera de 99837, & comme CG 99837 est à CH 100000; ainsi la tangente de l'angle ASL , anomalie vraie de Saturne, qui est de $17^d 8' 21''$ est à la tangente de l'angle ASI , que l'on trouvera de $17^d 9' 56''$. On fera ensuite, comme CI ou CA 100000 est à CS 5693; ainsi le sinus de l'angle ASI , de $17^d 9' 56''$ est au sinus de l'angle CIS , de $0^d 57' 46''$, qui, étant adjointé

à l'angle ASI , donne l'angle ACI , de $18^{\text{d}} 7' 42''$, & comme le sinus de l'angle TIS , de $72^{\text{d}} 50' 4''$, complément de l'angle ASI , de $17^{\text{d}} 9' 56''$ est au sinus de l'angle TLS , de $72^{\text{d}} 51' 39''$, complément de l'angle ASL , de $17^{\text{d}} 8' 21''$; ainsi SL , distance de Saturne au Soleil, qui a été trouvée de 100581 est à SI , que l'on trouvera de 100596 . Enfin l'on fera, comme le sinus de l'angle ACI , de $18^{\text{d}} 7' 42''$ est au sinus de l'angle ASI , de $17^{\text{d}} 9' 56''$; ainsi SI , que l'on vient de trouver de 100596 est au demi-axe CI ou AC , que l'on trouvera de même que par l'exemple précédent, de 95418 parties dont la distance moyenne de la Terre au Soleil est de 10000 ; on aura donc CS , de 5432 de ces parties, qui, étant adjointé à 95418 , donne AS , de 100850 , & qui, en étant retranché, donne PS , de 89986 .

Pour trouver présentement la distance de Saturne au Soleil dans tous les lieux de son Orbe, comme, par exemple, lorsqu'il est éloigné de son Aphélie, de 30 degrés, on fera, comme CG 99837 est à CH 100000 ; ainsi la tangente de l'angle ASL , de 30 degrés, est à la tangente de l'angle ASI , que l'on trouvera de $30^{\text{d}} 2' 24''$. On fera ensuite, comme AC ou CI 100000 est à CS 5693 ; ainsi le sinus de l'angle ASI , de $30^{\text{d}} 2' 24''$ est au sinus de l'angle CIS , de $1^{\text{d}} 37' 59''$, qui, étant adjointé à l'angle ASI , donne l'angle ACI , de $31^{\text{d}} 40' 23''$, & comme le sinus de l'angle ASI est au sinus de l'angle ACI ; ainsi CI ou AC , connu de 95418 , est à SI , que l'on trouvera de 100080 . Enfin l'on fera, comme le sinus de l'angle TLS , de $60^{\text{d}} 0' 0''$, complément de l'angle ASL , de 30 degrés, est au sinus de l'angle TIS , de $59^{\text{d}} 57' 36''$, complément de l'angle ASI ; ainsi SI 100080 , est à SL , distance cherchée de Saturne au Soleil lorsque son anomalie vraie est de 30 degrés, qu'on trouvera de 100043 parties dont la moyenne distance de la Terre au Soleil est de 10000 .

CHAPITRE VII.

Des Nœuds de Saturne.

JUSQU'À présent nous avons considéré la situation de Saturne par rapport à l'Ecliptique, quoique l'Orbe que cette Planete décrit par son mouvement propre, soit sur un plan incliné à l'Ecliptique; d'où il résulte que les mouvements de cette Planete, réduits à l'Ecliptique, ne répondent pas aux lieux où elle se trouve effectivement sur son Orbe. Il est donc nécessaire de pouvoir réduire le vrai lieu de Saturne observé par rapport à l'Ecliptique, à son vrai lieu sur son Orbe; & réciproquement, connoissant le vrai lieu de Saturne sur son Orbe, il faut le réduire à l'Ecliptique, ce qui demande la connoissance de l'inclinaison de son Orbe, & du lieu de son intersection avec l'Ecliptique, qu'on appelle *Nœuds*.

Première Méthode de déterminer le vrai lieu des Nœuds de Saturne, & leur époque, ou le temps que cette Planete est arrivée à l'un de ses Nœuds.

La méthode la plus simple pour déterminer le vrai lieu des Nœuds de Saturne & leur époque, est d'observer les temps où cette Planete n'a point de latitude à l'égard de l'Ecliptique, parce que le Soleil & la Terre étant toujours sur le plan de l'Ecliptique lorsque Saturne, dans l'intersection de son Orbe avec l'Ecliptique, se trouve sur son plan, cette Planete n'a point de latitude à l'égard de la Terre, ni à l'égard du Soleil, & le temps de l'observation détermine l'époque du Nœud de Saturne, sans qu'il soit nécessaire d'y faire aucune réduction.

A l'égard du vrai lieu du Nœud de Saturne, il faut examiner si cette Planete se trouve alors dans son Opposition avec le Soleil, ou si elle en est éloignée.

Lorsque Saturne est en Opposition, le vrai lieu de son Nœud vû du Soleil, est précisément le même que le vrai lieu de cette Planete vû de la Terre.

Lorsque Saturne est hors de ses Oppositions, on réduira le vrai lieu de Saturne vû de la Terre, à son vrai lieu vû du Soleil, qui

sera en même temps le vrai lieu du Nœud de Saturne qui répond à l'époque ou au temps de l'observation donné.

Il est aisé de voir que Saturne employant environ 30 années à décrire son Orbe, il ne passe dans cet intervalle de temps que deux fois par l'Ecliptique; & qu'ainsi les observations pour déterminer les Nœuds suivant cette méthode, ne peuvent se faire que tous les quinze ans; encore est-il nécessaire que dans ce temps, Saturne ne se trouve point près de sa Conjonction avec le Soleil, où il est plusieurs mois sans qu'on puisse l'apercevoir, & que le temps soit alors favorable pour déterminer sa situation, ce qui rend ces observations fort rares.

E X E M P L E.

Le 25 Mai de l'année 1696, le passage de Saturne par le Méridien a été observé à $15^{\text{h}} 39' 20''$, & sa hauteur méridienne, de $20^{\text{d}} 20'$.

Convertissant ce temps en degrés, minutes & secondes, à raison de 15 degrés par heure, on aura la différence entre l'ascension droite de Saturne & celle du Soleil au temps de cette observation, de $234^{\text{d}} 50'$, à laquelle adjôtant l'ascension droite du Soleil, qui, suivant nos Tables, étoit alors de $63^{\text{d}} 45' 18''$, on aura l'ascension droite de Saturne pour ce temps, de $298^{\text{d}} 35' 18''$.

Retranchant de sa hauteur méridienne, qui a été observée de $20^{\text{d}} 20'$, la réfraction qui, à cette hauteur, est de $2' 37''$, on aura la hauteur véritable de cette Planete, de $20^{\text{d}} 17' 23''$, dont la différence à la hauteur de l'Equateur, qui est à Paris, de $41^{\text{d}} 9' 50''$, donne la déclinaison méridionale de cette Planete, de $20^{\text{d}} 52' 27''$.

L'ascension droite & la déclinaison de Saturne étant connus pour le temps de l'observation, on trouvera, en supposant l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^{\text{d}} 28' 40''$, telle qu'elle étoit en ce temps-là, sa longitude de $9^{\text{f}} 26^{\text{d}} 33' 30''$, & sa latitude septentrionale, de 8 secondes, qu'on peut négliger, à cause qu'il est difficile de s'assurer d'une plus grande précision dans l'observation des hauteurs des Astres.

Cette observation est éloignée de l'Opposition de Saturne avec le Soleil, qui ne devoit arriver que le 15 Juillet suivant, c'est

pourquoi on calculera pour le temps que Saturne étoit dans son Nœud, le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, qu'on trouvera à $22^{\text{d}} 10' 13''$ du Capricorne, qui sera en même temps le vrai lieu du Nœud de Saturne dans son Orbe.

Seconde Méthode de déterminer le vrai lieu des Nœuds de Saturne.

Lorsqu'on n'a pas observé Saturne dans le temps qu'il a passé par l'un de ses Nœuds, on peut déterminer leur situation en comparant les observations de cette Planete, qui ont été faites avant & après, pourvû qu'il s'en trouve deux de part & d'autre où Saturne soit à égale distance de ses Nœuds.

On calculera pour cet effet le vrai lieu de Saturne vû de la Terre, & sa latitude apparente pour un grand nombre d'observations; & ayant choisi deux de celles que l'on jugera éloignées de part & d'autre à peu-près de la même quantité de l'un de ces Nœuds, on calculera par la théorie de Saturne le vrai lieu de cette Planete, vû du Soleil, pour ces temps différents: on calculera aussi pour le même temps, le vrai lieu du Soleil qui est mesuré par l'angle *CTG* (Fig. 52.) qu'on retranchera de l'angle *CTR*, qui mesure le vrai lieu de Saturne vû de la Terre, & l'on aura la valeur de l'angle *RTG*, distance apparente de Saturne au Soleil.

On retranchera aussi l'angle *CTG* ou *DSG*, qui mesure le vrai lieu du Soleil, de l'angle *DSR*, vrai lieu de Saturne vû du Soleil, & l'on aura l'angle *GSR*, ou son supplément *RST*, qui mesure la distance de Saturne à la Terre vû du Soleil.

La latitude de Saturne placée en *R*, vûe de la Terre en *T*, est à la vraie latitude vûe du Soleil en *S*, en raison réciproque des distances *TR* & *SR*. Mais *SR* est à *TR*, comme le sinus de l'angle *RTS* est au sinus de l'angle *RST*: donc la latitude de Saturne vûe de la Terre est à sa vraie latitude vûe du Soleil en raison directe du sinus de l'angle *RTS* au sinus de l'angle *RST*.

Les angles *RTS* & *RST* ayant donc été déterminés pour le temps des deux observations que l'on veut comparer ensemble, on connoitra par le moyen de la latitude apparente de Saturne observées, sa latitude véritable vûe du Soleil, qui doit être de la même quantité dans chacune de ces observations; lorsque cette

Planete est également éloignée de ses Nœuds. Dans ce cas on prendra la différence entre le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, calculé pour le temps de ces deux observations, cette différence étant partagée en deux parties égales, & adjouëtée au vrai lieu de Saturne dans la première observation, donne le vrai lieu du Nœud de cette Planete pour le temps moyen entre ces deux observations.

Lorsque les deux latitudes de Saturne vûes du Soleil ne sont pas précisément de la même quantité, on calculera par l'observation la plus prochaine, sa latitude vûe du Soleil, & on prendra la partie proportionnelle avec laquelle on trouvera le lieu de Saturne vû du Soleil dans le temps que les deux latitudes étoient de la même quantité, ce qui donnera à peu-près la même précision, lorsque la variation de la latitude de Saturne est sensible.

E X E M P L E.

Le 13 Mars de l'année 1693 à 17^h 50', le vrai lieu de Saturne vû de la Terre a été déterminé par l'observation de son passage par le Méridien, de 8^f 22^d 56' 30", & sa latitude septentrionale de 1^d 24' 50".

Le 3 Mai de l'année 1699 à 15^h 50', le vrai lieu de Saturne vû de la Terre a été déterminé par l'observation de son passage par le Méridien, de 11^f 1^d 0' 50", & sa latitude méridionale, de 1^d 22' 20".

On calculera pour le temps de la première observation le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, de 8^f 17^d 4' 37", & le vrai lieu du Soleil, de 11^f 24^d 23' 18". Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Saturne, on aura la distance de Saturne au Soleil, de 8^f 22^d 41' 19", dont le supplément à 360 degrés, mesure l'angle *RS*G, qui sera de 3^f 7^d 18' 41". Retranchant aussi le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Saturne vû de la Terre, on aura la distance de Saturne au Soleil, vûe de la Terre, de 8^f 28^d 33' 12", dont le supplément 91^d 26' 48", mesure l'angle *RT*S.

On fera ensuite, comme le sinus de l'angle *RT*S, de 91^d 26' 48" est au sinus de l'angle *R*ST, de 82^d 41' 19", complément de l'angle *RS*G; ainsi la latitude de Saturne vûe de la Terre, qui a été déterminée de 1^d 24' 50", est à sa latitude véritable vûe du Soleil, qui sera de 1^d 24' 10" vers le Septentrion.

On déterminera aussi pour le temps de la seconde observation le vrai lieu de Saturne, vû du Soleil, de 10^f 25^d 16' 49", & le vrai lieu du Soleil, de 1^f 13^d 48' 44". Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Saturne, on aura la distance de Saturne au Soleil, de 9^f 11^d 28' 5", dont le supplément à 360 degrés, mesure l'angle *RS*G, qui sera de 78^d 31' 55".

Retranchant aussi le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Saturne vû de la Terre, on aura la distance de Saturne au Soleil vûe de la Terre, de 9^f 17^d 12' 6", dont le supplément à 360 degrés, mesure l'angle *RT*S, qui sera de 72^d 47' 54".

On fera ensuite, comme le sinus de l'angle *RT*S, de 72^d 47' 54" est au sinus de l'angle *R*ST, de 101^d 28' 5", supplément à 180 degrés de l'angle *RS*G; ainsi la latitude de Saturne vûe de la Terre, qui a été déterminée de 1^d 22' 20" est à sa latitude véritable vûe du Soleil, qui sera de 1^d 24' 28", plus grande de 18 secondes que par la première observation.

Si on néglige ces 18 secondes comme peu sensibles dans la hauteur méridienne de Saturne, qu'il a fallu employer pour déterminer sa latitude apparente, on trouvera qu'entre le vrai lieu de Saturne, déterminé au temps de la première observation, de 8^f 17^d 4' 37", & son vrai lieu dans la seconde observation, de 10^f 25^d 16' 49", il y a une différence de 2^f 8^d 12' 12", dont la moitié 1^f 4^d 6' 6", étant adjouëtée à 8^f 17^d 4' 37", donne le vrai lieu du Nœud à 21^d 10' 43" du Capricorne, moins avancé d'un degré que suivant la détermination de l'observation du 25 Mai de l'année 1696.

Troisième Méthode de déterminer le vrai lieu des Nœuds de Saturne.

On choisira entre les Oppositions de Saturne, celles où cette Planete avoit le moins de latitude, & on en choisira deux, dans l'une desquelles la latitude soit méridionale, & dans l'autre septentrionale, en sorte que Saturne ait passé par l'un de ses Nœuds dans l'intervalle entre ces observations. On réduira ces latitudes vûes de la Terre à celles qui auroient dû être vûes du Soleil, par le moyen de la distance connue de la Terre & de Saturne au Soleil, & l'on fera, comme la somme des latitudes vûes du Soleil

est à la première latitude observée; ainsi le mouvement vrai de Saturne dans l'intervalle entre ces observations, est à son mouvement vrai depuis la première observation jusqu'au passage de Saturne par son Nœud, qui, étant adjointé au vrai lieu de cette Planete dans le temps de la première Opposition, donne le vrai lieu de son Nœud pour un temps entre les deux observations, que l'on trouvera, en faisant, comme le mouvement vrai de Saturne entre les deux Oppositions observées, est à son mouvement vrai depuis la première observation jusqu'au lieu du Nœud que l'on vient de déterminer; ainsi l'intervalle de temps entre ces deux Oppositions est à l'intervalle depuis la première Opposition jusqu'à l'arrivée de Saturne à son Nœud, qui, étant adjointé au temps de cette Opposition, donne le temps auquel Saturne est passé par l'un de ses Nœuds, qui est ascendant lorsque la première latitude est méridionale, & descendant lorsqu'elle est septentrionale.

On peut, pour une plus grande facilité, déterminer la situation des Nœuds de Saturne avec une précision presque égale, en faisant, comme la somme des latitudes vûes de la Terre, est à la première de ces latitudes; ainsi le mouvement vrai de Saturne entre les deux Oppositions, est à une quantité qui, étant adjointée au vrai lieu de cette Planete dans la première Opposition, donne le vrai lieu de son Nœud pour un temps entre les deux observations, que l'on trouvera comme ci-dessus.

Cette méthode suppose que la latitude de Saturne ait augmenté depuis l'arrivée de cette Planete à son Nœud, dans la même proportion qu'elle avoit diminué, ce qui n'est exact précisément que lorsque les deux latitudes de différente dénomination, sont égales entr'elles. On peut en tenir compte lorsqu'on connoît l'inclinaison de l'Orbite de la Planete à l'égard de l'Ecliptique; mais comme cette différence est fort petite lorsque Saturne est près de ses Nœuds, on peut la négliger sans erreur sensible.

E X E M P L E.

Le 8 Janvier de l'année 1681, l'Opposition de Saturne avec le Soleil a été observée à 2^h 17', cette Planete étant en ϖ 19^d 6' 20", avec une latitude méridionale de 5' 13".

Le 22 Janvier 1682, l'Opposition de Saturne a été observée

à 3^h 20', cette Planete étant en Ω 3^d 9' 15", avec une latitude septentrionale de 35' 36".

On cherchera d'abord dans les Tables de Saturne, la distance de cette Planete au Soleil, que l'on trouvera pour le temps de la première observation, de 90322, & pour le temps de la seconde de 90891.

On cherchera aussi dans les Tables du Soleil, sa distance à la Terre, que l'on trouvera pour le temps de la première observation de 9836, & pour le temps de la seconde de 9851.

Retrachant 9836 de 90322, on aura 80486. Retrachant pareillement 9851 de 90891, on aura 81040, & l'on fera, comme 90322 est à 80486; ainsi 5' 13", latitude de Saturne vûe de la Terre dans la première observation, est à sa latitude vûe du Soleil, qu'on trouvera de 4' 39". On fera aussi, comme 90891 est à 81040; ainsi 35' 36", latitude de Saturne vûe de la Terre dans la seconde observation, est à sa latitude vûe du Soleil, qu'on trouvera de 31' 44"¹/₂.

Enfin l'on fera, comme 36' 23"¹/₂, somme de ces latitudes est à 4' 39"; ainsi 14^d 2' 55", mouvement vrai de Saturne entre les Oppositions de 1681 & 1682, est à 1^d 47' 40", qui, étant adjointé au vrai lieu de Saturne dans la première Opposition, qui a été observé en ϖ 19^d 6' 20", donne le vrai lieu du Nœud de Saturne en ϖ 20^d 54' 0", qui est l'ascendant, à cause que la latitude de cette Planete étoit méridionale au temps de la première Opposition.

Pour déterminer le temps de l'arrivée de Saturne à son Nœud, on fera, comme 14^d 2' 55", sont à 1^d 47' 40"; ainsi 379 jours, intervalle de temps entre les Oppositions de 1681 & 1682, sont à 48 jours, qui, étant adjointés au 8 Janvier de l'année 1681, donnent le 25 Février de l'année 1681 pour le temps que Saturne est arrivé à son Nœud ascendant.

On auroit pu déterminer avec à peu-près la même précision le vrai lieu du Nœud de Saturne, en faisant, comme 40' 49", somme des latitudes vûes de la Terre, est à 5' 13", première latitude observée; ainsi 14^d 2' 55", sont à 1^d 47' 45", qui, étant adjointés au lieu de Saturne, déterminé dans la première Opposition en ϖ 19^d 6' 20", donnent le vrai lieu de son Nœud

ascendant en $\ominus 20^{\text{d}} 54' 5''$, à 5 secondes près de celui qu'on a déterminé ci-dessus.

On a déterminé par la même méthode le vrai lieu du Nœud descendant de Saturne par les Oppositions de 1695 & de 1696 en $\oslash 21^{\text{d}} 7' 35''$, & par celles de 1710 & de 1711, le vrai lieu de son Nœud ascendant en $\ominus 21^{\text{d}} 23' 40''$, plus avancé de $29' 35''$ qu'en 1681. Prenant un milieu entre ces différentes déterminations, on aura le vrai lieu du Nœud ascendant de Saturne pour le 1.^{er} Janvier de l'année 1700, en $\ominus 21^{\text{d}} 13' 30''$.

CHAPITRE VIII.

De l'Inclinaison du plan de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Ecliptique.

A PRÈS avoir déterminé le vrai lieu des Nœuds de Saturne, il est nécessaire de connoître l'inclinaison du plan de son Orbite à l'égard de l'Ecliptique, ce qui se peut trouver en différentes manières.

Première Méthode de déterminer l'Inclinaison du plan de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Ecliptique.

La méthode la plus simple pour trouver l'inclinaison du plan de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Ecliptique, est d'observer les temps où la latitude de cette Planete vûe du Soleil est la plus grande qui soit possible, ce qui doit arriver lorsque Saturne est éloigné de 3 Signes de ses Nœuds, parce qu'alors cette latitude mesure l'inclinaison de son Orbe. Cette méthode a cet avantage que quand même on ne connoitroit pas exactement le vrai lieu du Nœud de cette Planete, on trouveroit avec la même précision l'inclinaison de son Orbe.

On calculera pour cet effet le vrai lieu & la latitude de Saturne vûs de la Terre, par le moyen de diverses observations de cette Planete, faites à la distance de 3 Signes ou environ du lieu de son Nœud, & on déterminera par la théorie du Soleil & de Saturne le vrai lieu du Soleil & celui de Saturne vûs du Soleil.

On

On prendra ensuite la distance de Saturne à la Terre vûe du Soleil, ou son supplément à 360 degrés, qui sera mesurée par l'angle *RST* (Fig. 52.) & la distance de Saturne au Soleil vûe de la Terre, qui sera mesurée par l'angle *RTS*; & l'on fera, comme le sinus de l'angle *RTS* est au sinus de l'angle *RST*; ainsi la latitude de Saturne observée de la Terre est à sa latitude véritable vûe du Soleil. La plus grande de ces latitudes ainsi déterminées, mesurera l'inclinaison de l'Orbite de Saturne par rapport à l'Ecliptique.

Lorsque Saturne est près des Oppositions où son vrai lieu vû du Soleil diffère peu sensiblement de son vrai lieu vû de la Terre, on déterminera par la théorie du Soleil & de cette Planete, le rapport de la distance de Saturne au Soleil & à la Terre, & l'on fera, comme *RS*, distance de Saturne au Soleil est à *RT*, distance de Saturne à la Terre; ainsi la latitude de Saturne vûe de la Terre est à sa vraie latitude vûe du Soleil, qui mesure l'inclinaison de l'Orbite de Saturne lorsqu'elle est la plus grande de toutes celles qui ont été déterminées.

E X E M P L E I.

Le 27 Mars de l'année 1688 à $12^{\text{h}} 56'$, le vrai lieu de Saturne a été observé à $22^{\text{d}} 45' 30''$ de la Balance, la latitude de cette Planete étant de $2^{\text{d}} 47' 15''$ vers le Septentrion.

Le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, déterminé par la théorie & corrigé par les observations faites au mois d'Avril près de son Opposition avec le Soleil, étoit de $6^{\text{f}} 21^{\text{d}} 17' 9''$, & le vrai lieu du Soleil, de $0^{\text{f}} 8^{\text{d}} 14' 50''$, dont l'opposite $6^{\text{f}} 8^{\text{d}} 14' 50''$, est le vrai lieu de la Terre vû du Soleil. Retranchant le vrai lieu de la Terre du vrai lieu de Saturne vû du Soleil, on aura la distance de Saturne à la Terre vûe du Soleil, de $13^{\text{d}} 2' 19''$. Retranchant de même le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Saturne vû de la Terre, qui a été observé de $6^{\text{f}} 22^{\text{d}} 45' 30''$, on aura la distance de Saturne au Soleil vûe de la Terre, de $6^{\text{f}} 14^{\text{d}} 30' 40''$, dont le supplément à 360 degrés est $165^{\text{d}} 29' 20''$; c'est pourquoi l'on fera, comme le sinus de $165^{\text{d}} 29' 20''$ est au sinus de $13^{\text{d}} 2' 19''$; ainsi le sinus de la latitude apparente de Saturne, qui a été observée de $2^{\text{d}} 47' 15''$, est au sinus de la vraie latitude de Saturne au temps de cette observation, que l'on trouvera de $2^{\text{d}} 30' 5''$.

. D d d

On comparera de même l'observation du 14 Avril suivant, où le vrai lieu de Saturne fut observé à $11^h 45'$, de $6^f 21^d 24' 30''$, & sa latitude septentrionale de $2^d 47' 55''$.

Le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, corrigé par l'observation, étoit de $6^f 21^d 51' 47''$, & le vrai lieu du Soleil, de $0^f 25^d 50' 41''$, dont l'opposite $6^f 25^d 50' 41''$ est le vrai lieu de la Terre. On aura donc la distance de Saturne à la Terre, de $3^d 58' 54''$, & la distance de Saturne au Soleil, vûe de la Terre, de $5^f 25^d 33' 49''$, & l'on fera, comme le sinus de $175^d 33' 49''$ est au sinus de $3^d 58' 54''$; ainsi le sinus de la latitude de Saturne, observée de $2^d 47' 55''$, est au sinus de la vraie latitude, qui est de $2^d 30' 44''$.

Enfin on examinera l'observation du 20 Avril suivant, où le vrai lieu de Saturne fut observé à $11^h 23'$ du soir, de $6^f 20^d 57' 30''$, & sa latitude septentrionale de $2^d 47' 50''$.

Le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, corrigé par l'observation, étoit de $6^f 22^d 3' 20''$, & le vrai lieu du Soleil, de $1^f 1^d 40' 23''$, dont l'opposite $7^f 1^d 40' 23''$ est le vrai lieu de la Terre vû du Soleil. On aura donc la distance de Saturne à la Terre, de $9^d 37' 3''$, & la distance de Saturne au Soleil, de $5^f 19^d 17' 7''$, par le moyen desquelles on trouvera la latitude septentrionale de Saturne, de $2^d 30' 48''$, plus grande de 4 secondes que par la précédente détermination, & de 43 secondes que par celle du 27 Mars; d'où l'on peut conclurre que la plus grande latitude de Saturne a été de $2^d 30' 50''$, qui mesurent l'inclinaison de l'Orbite de cette Planete à l'égard de l'Écliptique.

Comme dans l'observation du 14 Avril 1688, Saturne étoit fort près de son Opposition avec le Soleil, qui est arrivée le 10 Avril à 6 heures du soir, on pourra déterminer la vraie latitude de Saturne pour le temps de cette observation, par le moyen du rapport des distances de Saturne au Soleil & à la Terre, en cette manière.

L'anomalie moyenne du Soleil étoit de $9^f 16^d 36' 32''$, ce qui donne la distance ST (Fig. 52.) du Soleil à la Terre, de 10051 parties, dont la moyenne est 10000. L'anomalie moyenne de Saturne étoit de $9^f 17^d 47' 34''$, ce qui donne la distance RS de Saturne au Soleil, de 97352, dont la distance moyenne du Soleil à la Terre est de 10000.

Dans le Triangle RST , les deux côtés RS & ST étant connus, & l'angle RTS , opposé à l'un de ces côtés, de $175^d 33' 49''$, on aura l'angle TRS , de $0^d 27' 27''$, & l'angle RST , de $3^d 58' 44''$: c'est pourquoi l'on fera, comme le sinus de l'angle RTS est au sinus de l'angle RST ; ainsi RS , déterminé de 97352, est à RT , que l'on trouvera de 87330; ainsi la latitude apparente de Saturne, observée de $2^d 30' 55''$, est à la latitude véritable de Saturne, qu'on trouvera de $2^d 30' 37''$, plus petite de 11 secondes que par la détermination précédente.

Les observations que nous venons de rapporter, ayant été faites près de l'Opposition de Saturne avec le Soleil, où les différents rapports de la distance de Saturne au Soleil, peuvent faire des variations considérables dans la détermination de la latitude de cette Planete, nous examinerons une observation qui a été faite 15 ans après, lorsque Saturne étoit dans sa plus grande latitude méridionale.

E X E M P L E I I.

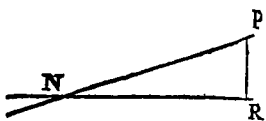
Le 25 Décembre de l'année 1703 à $6^h 51'$ du soir, le vrai lieu de Saturne a été observé à $15^d 52' 30''$ du Bélier, la latitude de cette Planete étant de $2^d 34' 10''$ vers le Midi.

Le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, déterminé par la théorie, étoit de $0^f 21^d 35' 47''$, éloigné d'environ 6 Signes de son vrai lieu dans le temps de l'observation du 14 Avril 1688, & le vrai lieu du Soleil étoit de $9^f 3^d 23' 30''$, dont l'opposite $3^f 3^d 23' 30''$ est le vrai lieu de la Terre vû du Soleil. On aura donc la distance de Saturne à la Terre, de $2^f 11^d 47' 43''$, qui mesurent l'angle RST , & la distance de Saturne au Soleil, vûe de la Terre, de $3^f 12^d 29' 0''$, qui mesurent l'angle RTS , & l'on fera, comme le sinus de l'angle RTS , de $102^d 29' 0''$ est au sinus de l'angle RST , de $71^d 47' 43''$; ainsi le sinus de la latitude de Saturne, observée de $2^d 34' 10''$, est au sinus de sa plus grande latitude vûe du Soleil, qu'on trouvera de $2^d 30' 0''$, plus petite de 37 secondes que par la dernière comparaison.

Seconde Méthode de déterminer l'Inclinaison du plan de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Écliptique.

On déterminera pour le temps d'une observation choisie à volonté

le vrai lieu de Saturne vû de la Terre, & sa latitude apparente. On déterminera ensuite par le moyen de la théorie du Soleil & de Saturne, le vrai lieu du Soleil & le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, pour avoir la distance véritable de Saturne au Soleil, & la distance de Saturne au Soleil vûe de la Terre, avec lesquelles on trouvera de la manière qui a été pratiquée ci-dessus, la latitude véritable de Saturne vûe du Soleil; & dans le Triangle NRP , rectangle en R , dont le point N représente le Nœud de Saturne, P le lieu de cette Planete sur son Orbite, PR sa latitude véritable, NR la distance de Saturne à son Nœud, prise sur l'Ecliptique, on trouvera la valeur de l'angle PNR , qui mesure l'inclinaison de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Ecliptique.



E X E M P L E.

Le 13 Mars de l'année 1693 à $17^h 50'$, le vrai lieu de Saturne a été observé de $8^r 22^d 56' 30''$, & sa latitude septentrionale de $1^d 24' 50''$.

Le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, étoit de $8^r 17^d 12' 30''$, & le vrai lieu du Soleil, de $11^r 24^d 23' 18''$; d'où l'on trouve sa latitude septentrionale vûe du Soleil, de $1^d 24' 12''$.

Le vrai lieu du Nœud descendant a été déterminé par cette observation & celle du 3 Mai de l'année 1699, à $21^d 10' 43''$ du Capricorne. Retranchant de ce lieu, celui de Saturne, déterminé de $8^r 17^d 12' 30''$, on aura la distance de Saturne à son Nœud descendant, de $33^d 58' 13''$, qui mesurent l'arc NP ; & par conséquent dans le Triangle PRN , rectangle en R , le côté PR , latitude de Saturne, étant connu de $1^d 24' 12''$, & le côté NP , de $33^d 58' 13''$, on fera, comme le sinus de NP $33^d 58' 13''$ est au sinus de PR $1^d 24' 12''$; ainsi le sinus total est au sinus de l'angle PNR , qui mesure l'inclinaison véritable de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Ecliptique, qu'on trouvera de $2^d 30' 44''$.

On déterminera de la même manière par l'observation du 3 Mai de l'année 1699, l'inclinaison de l'Orbite de Saturne, de $2^d 30' 49''$, le milieu entre ces déterminations donne l'inclinaison véritable de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Ecliptique,

de $2^d 30' 40''$, fort peu différente de celle que l'on a trouvée par les autres observations.

Ptolemée (*Almageste*, liv. 13. chap. 3.) trouve par une méthode qu'il expose au long, cette inclinaison de $2^d 26'$, & pour une plus grande facilité, il la détermine de $2^d 30'$, peu différente de celle qui résulte de nos observations.

C H A P I T R E I X.

Du Mouvement des Nœuds de Saturne.

ON a remarqué dans Saturne, de même que dans la Lune & les autres Planetes, que l'intersection du plan de leur Orbite à l'égard de l'Ecliptique, étoit sujette à quelque variation, que sa plus grande latitude ne répondoit pas toujours au même point de l'Ecliptique, & que sa latitude dans les mêmes points de son Orbite, n'étoit pas la même par la succession des siècles.

Ptolemée (*Almageste*, liv. 13. chap. 1.) rapporte que les termes les plus septentrionaux de la latitude de Saturne, étoient de son temps, c'est-à-dire, vers l'an 136 de Jesus-Christ, au commencement de la Balance; d'où il résulte que le Nœud descendant de cette Planete étoit au commencement du Capricorne. Nous l'avons trouvé en l'année 1700, à $21^d 13' 30''$ du même Signe. Il a donc avancé suivant la suite des Signes, de $21^d 13' 30''$ dans l'espace de 1560 années, ce qui est à raison de $48'' 29'''$ par année, & de $1^d 20' 48''$ en 100 années.

Il seroit à souhaiter que Ptolemée eût rapporté les observations qu'il a employées pour déterminer le lieu où Saturne étoit dans sa plus grande latitude: car l'on sçait que vers ces termes-là la variation de quelques degrés en longitude en cause une très-peu sensible dans la latitude, ce qui rend cette détermination assés vague.

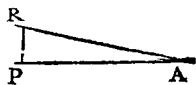
Au défaut de ces observations, nous avons examiné celle qui a été faite par les Chaldéens le 14.^{me} du mois de *Tybi* de l'année 519 de Nabonassar, où l'on apperçut le soir, Saturne 2 doigts au dessous de l'Etoile qui est dans l'Epaule australe de la Vierge.

Cette observation que nous avons déjà employée pour déterminer le moyen mouvement de Saturne se rapporte au 1.^{er} Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ. Le degré se divisoit alors en 24 parties; qu'on nommoit *doigts*, ainsi 2 doigts répondent à 5 minutes qui, étant retranchées de la latitude boréale de l'Étoile de l'Épaule australe de la Vierge, qui est nommée γ par Bayer, & qui est de $2^{\text{d}} 48' 55''$, donnent la latitude de Saturne pour ce temps, de $2^{\text{d}} 43' 55''$. Le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, étoit alors à $8^{\text{d}} 21'$ de la Vierge, fort près de son Opposition qui arriva le lendemain.

L'Aphélie de Saturne, déduit des observations de Ptolemée, étoit l'année 132 après Jesus-Christ, à $24^{\text{d}} 14' 29''$ du Scorpion, d'où retirant $8^{\text{d}} 0' 30''$ pour son mouvement en 360 années, depuis l'année 228 avant Jesus-Christ jusqu'à l'année 132 après Jesus-Christ, à raison de $2^{\text{d}} 13' 30''$ pour 100 années, on aura le vrai lieu de l'Aphélie de Saturne l'année 228 avant Jesus-Christ, à $16^{\text{d}} 14' 0''$ du Scorpion, qui, étant retranché de $8^{\text{d}} 21'$ de la Vierge, donne l'anomalie vraie de Saturne pour ce temps, de $9^{\text{f}} 22^{\text{d}} 7'$, avec laquelle on trouve sa distance au Soleil, de 97193 parties, dont la moyenne distance de la Terre au Soleil est de 10000.

L'anomalie vraie du Soleil, tirée de nos Tables, étoit alors de $9^{\text{f}} 2^{\text{d}} 56'$, avec laquelle on trouve la distance de la Terre au Soleil, de 10012, qui, étant retranchée de la distance de Saturne au Soleil, qui a été trouvée de 97193, donne la distance de Saturne à la Terre, de 87181. On fera donc, comme 97193 est à 87181; ainsi le sinus de la latitude de Saturne vûe de la Terre, de $2^{\text{d}} 43' 55''$, est au sinus de sa latitude véritable vûe du Soleil, qu'on trouvera de $2^{\text{d}} 27' 1''$.

Enfin, dans le Triangle *APR*, rectangle en *P*, dont l'angle *PAR* mesure l'inclinaison de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Écliptique, de $2^{\text{d}} 30' 40''$, & *RP* la latitude de Saturne, de $2^{\text{d}} 27' 1''$, on fera, comme la tangente de l'arc *PAR*, de $2^{\text{d}} 30' 40''$ est à la tangente de l'arc *PR*, de $2^{\text{d}} 27' 1''$; ainsi le sinus total est au sinus de la distance *AP* de Saturne à son Nœud au temps de cette observation, qu'on trouvera de $77^{\text{d}} 21'$. La retranchant



du vrai lieu de Saturne vû du Soleil, qui étoit alors de $5^{\text{f}} 8^{\text{d}} 21'$, on aura le vrai lieu de son Nœud le 1.^{er} Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ, à $21^{\text{d}} 0'$ des Gemeaux. On l'a trouvé le 1.^{er} Janvier de l'année 1700, à $21^{\text{d}} 13' \frac{1}{2}$ de l'Écreviffe. La différence est de $30^{\text{d}} 13' \frac{1}{2}$, qui mesurent le mouvement des Nœuds de Saturne dans l'espace de 1928 années, ce qui est à raison de $1^{\text{d}} 34' 4''$ en 100 années, & de $56'' 26'''$ par chaque année, plus grand de 8 secondes que celui que nous avons déterminé par les observations de Ptolemée.

Examinons présentement quel est le mouvement des Nœuds qui résulte des observations de Tycho, comparées aux nôtres.

Entre ces observations, nous en trouvons une qui a été faite à Uranibourg le 29 Décembre de l'année 1592, Saturne étant près de son Opposition avec le Soleil, que nous avons concluë le 3 Janvier de l'année 1593 à $1^{\text{h}} 20'$ du soir, cette Planete étant à $23^{\text{d}} 32'$ de l'Écreviffe. Par les observations qui furent faites le 29 Décembre 1592, Tycho détermine la longitude de cette Planete, à $1^{\text{h}} 30'$ du soir, à $23^{\text{d}} 57' 50''$ de l'Écreviffe, & sa latitude de $8' 0''$ vers le Septentrion. Pour faire usage de ces observations, nous avons employé les distances de Saturne à l'Œil du Taureau, & au Cœur du Lion, dont la première fut alors observée de $50^{\text{d}} 5' 40''$, & la seconde de $30^{\text{d}} 13' 0''$. La longitude & la latitude de ces Étoiles étant connus exactement par les observations modernes, nous avons déterminé leur vrai lieu pour le temps de cette observation, & leur latitude qui est invariable, & nous avons calculé pour ce temps le vrai lieu de Saturne à $23^{\text{d}} 56' 3''$ de l'Écreviffe, éloigné seulement de $1' 47''$ de celui qu'avoit trouvé Tycho, & sa latitude septentrionale, de 13 minutes, plus grande de 5 minutes qu'il ne l'avoit déterminée, ce qui peut venir de ce que les Étoiles fixes dont on a observé la distance à l'égard de Saturne, étant près de l'Écliptique, on ne peut pas déterminer par le moyen de ces observations, la latitude de cette Planete avec la même évidence que sa longitude.

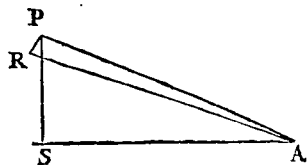
Pour nous assurer davantage de la quantité de la latitude de Saturne au temps de cette observation, nous avons employé sa hauteur méridienne, qui a été observée par deux différents instrumens, de $55^{\text{d}} 36' 15''$, & de $55^{\text{d}} 37' 20''$. Prenant un milieu,

On aura $55^{\text{d}} 36' 48''$, dont retranchant la réfraction qui, à cette hauteur, est de 41 secondes, reste la hauteur véritable de Saturne, $55^{\text{d}} 36' 7''$. Retranchant de cette hauteur celle de l'Equateur à Uranibourg, qui a été observée par M. Picard, de $34^{\text{d}} 5' 45''$, on aura la déclinaison septentrionale de Saturne au temps de cette observation, de $21^{\text{d}} 30' 22''$, plus petite seulement de $53''$ que Tycho ne l'avoit déterminée.

La distance de Saturne au Cœur du Lion, qui étoit à peu-près sur le même cercle de latitude, fut observée de $30^{\text{d}} 13'$ vers l'Orient, ce qui donne la différence de longitude entre ces deux Etoiles, de cette même quantité de $30^{\text{d}} 13'$, qui, étant retranchée de celle du Cœur du Lion, qui étoit alors, suivant nos Tables, de $4^{\text{f}} 24^{\text{d}} 9' 3''$, reste la longitude de Saturne, de $3^{\text{f}} 23^{\text{d}} 56' 3''$, précisément de même que nous l'avons déterminée ci-dessus.

La longitude & la déclinaison de cette Planete étant ainsi connues, on résoudra le Triangle sphérique PSA , rectangle en S , dans lequel AP représente la distance de Saturne au point d'Aries, prise sur son Orbite, qui, à cause du peu de latitude de cette Planete, est égale à sa longitude prise sur l'Ecliptique, & PS mesure sa déclinaison; c'est pourquoi l'on trouvera l'angle PAS , de $23^{\text{d}} 38' 46''$, dont retranchant l'angle RAS , qui mesure l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^{\text{d}} 29' 0''$, reste l'angle PAR , de $9' 46''$; & dans le Triangle ARP , rectangle en R , dont le côté AP , & l'angle PAR sont connus, on trouvera le côté RP , qui mesure la latitude septentrionale de Saturne, de $0^{\text{d}} 8' 56''$, ce qui s'accorde mieux à la détermination de Tycho, & que nous avons jugée préférable à celle que nous avons trouvée par l'observation de diverses distances de Saturne aux Etoiles fixes.

L'Aphélie de Saturne, calculé par les observations de Tycho étoit en 1593, à $8^{\text{f}} 25^{\text{d}} 40' 51''$, qui, étant retranché de son vrai lieu vû du Soleil, qui étoit alors à $3^{\text{f}} 23^{\text{d}} 22' 45''$, reste l'anomalie vraie de Saturne, de $6^{\text{f}} 27^{\text{d}} 42' 0''$, avec laquelle on trouve la distance de Saturne au Soleil, de 90542. Nous avons aussi trouvé avec l'anomalie vraie du Soleil, qui étoit de

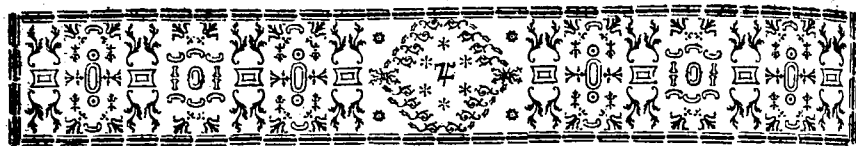


$6^{\text{f}} 13^{\text{d}}$

$6^{\text{f}} 13^{\text{d}} 16' 0''$, sa distance à la Terre, de 9836, qui, étant retranchée de la distance de Saturne au Soleil, de 90542, à cause que Saturne étoit fort près de son Opposition, donne la distance de Saturne à la Terre, de 80706; c'est pourquoi l'on fera, comme 90542 est à 80706; ainsi $8' 56''$, latitude de Saturne, vûe de la Terre, est à sa vraie latitude vûe du Soleil, qu'on trouvera de $7' 58''$. Enfin l'on fera, comme la tangente de $2^{\text{d}} 30' 40''$, inclinaison de l'Orbite de Saturne, est à la tangente de $7' 58''$, qui mesure sa vraie latitude; ainsi le sinus total est au sinus de la distance de Saturne à son Nœud au temps de cette observation, qu'on trouvera de $3^{\text{d}} 1' 40''$, & qui, étant retranché du vrai lieu de cette Planete, qui étoit alors de $3^{\text{f}} 23^{\text{d}} 22' 45''$, à cause que sa latitude étoit septentrionale, donne le vrai lieu de son Nœud ascendant à la fin de l'année 1592, à $20^{\text{d}} 21' 5''$ de l'Ecrevisse.

On l'a trouvé le 1.^{er} Janvier de l'année 1700, à $21^{\text{d}} 13' 30''$ de l'Ecrevisse, la différence est de $52' 25''$, qui mesurent le mouvement du Nœud de Saturne dans l'espace de 107 années, ce qui est à raison de $49' 0''$ pour 100 années, & de $29'' 24'''$ par année, beaucoup plus petit que par les comparaisons précédentes, ce qui ne doit pas paroître surprenant si l'on considère qu'une minute d'erreur dans l'observation de la latitude de Saturne lorsqu'il est près de ses Nœuds, en produit une de près de 23 minutes dans la situation de son Nœud, & de 14 secondes dans la quantité de son mouvement annuel, déduit de la comparaison des observations éloignées l'une de l'autre de 100 années.





LIVRE CINQUIÈME.

DE JUPITER.

JUPITER est dans l'ordre des Planetes, celle qui après Saturne est la plus éloignée du Soleil & de la Terre; elle est dans ses Oppositions avec le Soleil plus proche de la Terre que vers ses Conjonctions, ce qui la fait paroître plus grande & plus lumineuse dans des temps que dans d'autres; mais elle ne se rencontre jamais entre le Soleil & la Terre, ce qui l'a fait mettre au nombre des Planetes supérieures.

C H A P I T R E I.

Du Globe de Jupiter, & de sa Révolution autour de son axe.

LE globe de Jupiter est de figure sphérique ou approchante de la sphérique, car son disque vû par les grandes Lunettes paroît assés exactement rond, quoiqu'il y ait eu des temps où il a paru un peu plus long suivant la ligne d'Orient en Occident, que du Midi au Septentrion.

Aussi-tôt que Galilée l'eût observé avec des Lunettes, il y apperçut plusieurs bandes obscures & à peu-près paralleles entr'elles, suivant la direction de la route qu'il décrit par son mouvement propre.

Le nombre de ces bandes obscures n'a pas toujours été le même: quelquefois il y en a eu jusqu'à huit, dans d'autres temps il n'y en a eu qu'une, & on en distingue trois pour l'ordinaire, celle que l'on a toujours apperçue est plus large que les autres, située

dans la partie boréale de son disque, tout proche de son centre.

Au mois de Juillet de l'année 1665, mon Pere découvrit divers changements, tant dans les trois bandes obscures de Jupiter que l'on y apperçoit ordinairement, que dans le reste de son disque, & il y vit naître des brillants, comme on en a vû autrefois dans le Soleil. Il découvrit aussi dans la partie septentrionale de la bande la plus méridionale de Jupiter, une Tache qui paroissoit se mouvoir sur son disque apparent de l'Orient vers l'Occident, & qui, après avoir cessé de paroître, revenoit sur le disque apparent & au même point où on l'avoit vûe dans la révolution précédente, après un intervalle de $9^h 56'$; ce qu'il reconnut par un grand nombre de révolutions observées pendant les six derniers mois de l'année 1665, & les six premiers de l'année 1666. Cette Tache paroissoit plus large vers le centre que vers la circonférence, où elle se rétrécissoit, de sorte qu'elle se perdoit de vûe avant que d'arriver au bord de Jupiter, son mouvement paroissoit plus vif près du centre que vers les bords, ce qui fait connoître qu'elle étoit adhérente à la surface de Jupiter, & qu'elle tournoit sur son axe par un mouvement qui, considéré du centre de Jupiter, se faisoit de l'Occident vers l'Orient.

Cette Tache, après avoir été visible l'espace d'environ 2 années, cessa de paroître jusqu'au commencement de l'année 1672, qu'on l'apperçut de nouveau dans la même forme & dans la même situation à l'égard du centre de Jupiter, où on l'avoit vûe en 1665, 1666 & 1667. Comparant les intervalles de six années, on trouva sa révolution de $9^h 55' 51''$, & continuant ces observations jusqu'à la fin de l'année 1674, on trouva que ses révolutions étoient de $9^h 55' 53'' \frac{1}{2}$, plus lentes de deux second. $\frac{1}{2}$ que par la première comparaison.

Cette Tache a été invisible en 1675 & 1676, & pendant ces deux années, il est arrivé d'autres changements très-considérables dans Jupiter: car un interstice clair qui étoit entre deux bandes obscures, s'est partagé en plusieurs petites parties, semblables à autant d'Isles, comme si ces deux bandes obscures étoient deux grandes rivières qui, débordant l'une contre l'autre, eussent laissé ces Isles, qui furent enfin tout-à-fait effacées, de sorte que ces deux bandes & l'interstice, ne formèrent plus qu'une seule

bande plus large. Mais depuis la sortie de Jupiter des rayons du Soleil, de l'année 1677, les bandes ont repris la forme & situation qu'elles avoient eues auparavant, & la Tache principale a reparu de nouveau; elle fut observée au milieu de Jupiter le 9 Juillet à 1^h 13' du matin.

Ayant comparé cette observation à celle du même jour de l'année 1665, pour éviter ce qui peut résulter de l'inégalité des temps, on a trouvé par les intervalles de 12 années, que ces révolutions l'une portant l'autre s'achevent en 9 heures 55 minutes 52 secondes & 5 ou 6 tierces; & parce que dans les années 1672 & 1673, elles parurent plus lentes de 2 secondes $\frac{1}{2}$, pendant que Jupiter étoit à sa plus grande distance du Soleil, cela donna lieu de conjecturer que ces révolutions peuvent avoir quelque petite inégalité dépendante de la variation de la distance de Jupiter au Soleil, qu'elles sont un peu plus lentes lorsque Jupiter en est plus éloigné, & qu'elles ont une plus grande vitesse lorsqu'il en est plus proche, ce que plusieurs Astronomes ont supposé arriver aux révolutions diurnes de la Terre dans l'hypothèse de Copernic.

Cette Tache après avoir été invisible pendant 8 années, parut de nouveau au mois de Mars de l'année 1685, & continua d'être observée jusqu'au commencement d'Octobre de l'année 1687. Elle cessa ensuite de paroître jusqu'à la fin de Novembre de l'année 1690, qu'elle parut adhérente à la même bande, & plus méridionale; on continua de la voir de même jusqu'au commencement de Décembre, & le 5 du même mois à 5^h 25' du soir, on aperçut une nouvelle Tache plus obscure que l'ancienne, adhérente non pas à la bande plus méridionale de Jupiter, mais à la bande moins méridionale du côté du centre dont elle étoit fort proche. Elle étoit alors de figure ronde & à peu-près égale à l'ombre du troisième Satellite, dont le diamètre est un peu plus grand que la vingtième partie du diamètre de Jupiter, qui occupe plus de 6 degrés de sa circonférence, & en occuperoit plus de 60 de la circonférence de la Terre, autant à peu-près qu'en occupe toute l'Afrique.

Cette Tache ne conserva pas la même figure qu'elle avoit au commencement, quelques jours après elle parut à son retour, au milieu de Jupiter, en forme de croissant dont les pointes tournoient

vers la bande à laquelle elle est adhérente; après quelques autres révolutions, elle sembloit avoir la figure du caractère astronomique du Taureau, dont les cornes étoient vers la même bande. Elle parut ensuite divisée en trois taches peu éloignées l'une de l'autre, la première vers l'Occident étoit la plus petite & la plus adhérente à la bande, la seconde étoit la plus grande & la plus détachée de la bande vers le Septentrion, la troisième, plus orientale, étoit la moyenne en grandeur, & un peu plus proche de la même bande.

Trois jours après, ces trois Taches faisoient ensemble la figure d'un chevron d'armoiries, dont la pointe étoit tournée vers la bande, & l'espace adhérent vers le centre, avoit comme l'apparence d'une montagne claire dont la Tache seroit l'ombre.

Le 23 Décembre, cette Tache parut fort longue, & elle étoit précédée d'une Tache ronde, & suivie d'une autre d'une figure fort irrégulière, qui en étoit éloignée de la neuvième partie du diamètre de Jupiter. Par l'observation du retour de ces Taches au centre de Jupiter, on trouva que celle du milieu faisoit sa révolution en 9 heures 51 minutes, comme la Tache entière avoit fait avant qu'elle fut partagée; ces trois Taches continuèrent de paroître dans le même parallèle de Jupiter aux mois de Janvier & Février de l'année 1691.

Pendant que l'on observoit la Tache dont nous venons de faire la description, on aperçut dans Jupiter, le 13 Décembre de l'année 1690, cinq bandes, deux septentrionales, & trois australes. Une heure après, il n'y resta que les deux bandes plus proches du centre, & un vestige très-foible de la septentrionale étroite; & alors on vit dans l'interstice clair entre les deux bandes qui restoient entières du côté de l'Orient, deux petites Taches rondes & noires adhérentes à ces bandes l'une contre l'autre, qui s'avancèrent vers le centre, & se trouvèrent à 7^h 45' du soir, au milieu de Jupiter, où elles retournèrent le 15 à 9^h 7', après avoir fait cinq révolutions, chacune de 9^h 52' 24".

Au mois de Janvier suivant, on remarqua deux Taches semblables à celles qui avoient été aperçues le 13. Décembre, & supposant que ce fussent les mêmes, on trouva que chaque révolution étoit de 9^h 53'.

On découvrit aussi au mois de Janvier 1691, dans l'hémisphère

opposé à celui où étoient les trois Taches dont on a fait la description, une autre nouvelle Tache dans l'espace clair entre les deux plus grandes bandes obscures les plus près du centre, & on trouva par 95 de leurs retours, leurs révolutions de 9^h 51'. On remarqua aussi que certaines Taches qui, au commencement, étoient rondes, s'étoient un peu allongées suivant la direction des bandes; on en observa quatre de cette nature depuis le mois de Février de l'année 1691 jusqu'à ce que Jupiter fut trop proche du Soleil pour les pouvoir distinguer, & lorsqu'il fut sorti des rayons du Soleil, on ne les aperçut plus, mais on en remarqua d'autres nouvelles. Il en parut au commencement de l'année 1692, qui étoient près de l'Équinoctial de Jupiter, dont la période n'étoit que de 9^h 50', & généralement toutes les Taches qui passèrent plus près du centre de Jupiter, parurent avoir un mouvement plus vite que celles qui en étoient plus éloignées; ces Taches qui avoient un mouvement plus prompt que les autres, étoient aussi plus près de son Équinoctial, qui est parallèle aux bandes; ainsi suivant l'analogie des bandes de Jupiter avec nos Mers, on pourroit comparer le mouvement de ces Taches à celui des Courants, qui sont plus grands près de l'Équateur de la Terre que dans tout autre endroit.

Il est à remarquer que l'on n'avoit jamais tant vu paroître de nouvelles Taches sur le globe de Jupiter que depuis le mois de Décembre de l'année 1690, & qu'alors Jupiter étoit non-seulement à son Périhélie, où il doit recevoir une plus grande impression de la chaleur du Soleil, mais aussi près de son Opposition avec le Soleil, où, à cause qu'il se trouve alors plus proche de la Terre, on doit apercevoir avec plus de distinction les changements qui y arrivent.

— Pendant que l'on observoit ces nouvelles productions de Taches sur le disque de Jupiter, on remarquoit aussi de grandes variations dans le nombre & la figure de ses bandes.

Le 14 Décembre de l'année 1690 à 4^h 20' du soir, on ne voyoit que deux bandes obscures dans le disque de Jupiter, qui étoient peu éloignées de son centre, l'une du côté du Septentrion, & l'autre du côté du Midi.

La bande septentrionale que l'on y avoit observée depuis 40

années sans interruption, & qui, selon les apparences, a toujours été vûe depuis l'année 1630, que l'on a commencé à découvrir des bandes dans Jupiter, étoit un peu plus large que la méridionale, au milieu de laquelle on aperçut à 4^h 28', une espece d'Isle blanche. On vit en même temps un vestige d'une bande plus septentrionale, étroite, éloignée de la plus large d'un peu moins de son épaisseur; cette bande que l'on apercevoit très-souvent, ne s'étendoit pas toujours jusqu'aux bords de Jupiter, mais on la voyoit quelquefois manquer du côté de l'Orient, & d'autres fois du côté de l'Occident.

Il parut aussi dans le bord oriental de Jupiter, dans sa partie méridionale qui étoit fort claire, un commencement d'une quatrième bande obscure, qui s'avançoit peu à peu vers le bord occidental, de sorte qu'en moins d'une heure & demie, elle parut s'étendre d'un bord à l'autre, & en cet état Jupiter se voyoit avec quatre bandes entières, parallèles entr'elles.

C'est ainsi que l'on a vû souvent se former des bandes nouvelles dans Jupiter, dans l'espace d'une ou de deux heures, & que l'on en a vû manquer vers le bord oriental, & sortir peu à peu entièrement du bord occidental, ce qui a fait juger qu'il y a dans Jupiter des bandes interrompues qui entrent dans son disque apparent, & en sortent par sa révolution autour de son axe.

Le 16 Décembre de l'année 1690 à 6 heures du soir, on vit non-seulement la même bande méridionale revenir de la même manière, mais on en aperçut une autre entre celle-ci & la méridionale plus proche du centre; & au de-là des deux bandes septentrionales, il en parut encore une troisième, de sorte que l'on vit dans Jupiter trois bandes obscures méridionales, & trois autres septentrionales, toutes parallèles entr'elles.

Dans l'interstice entre les bandes méridionales & les bandes septentrionales, qui étoit assez large, il parut aussi le même jour à 6^h 38' du soir, une bande oblique qui passoit par le centre, & ne se voyoit que dans la partie occidentale, déclinant beaucoup du côté du Midi; c'est la première qui ait été observée avec une obliquité si sensible.

Après avoir observé dans la partie méridionale de Jupiter, trois bandes obscures parallèles entr'elles, & une quatrième oblique

avec leurs intervalles clairs; on apperçut le 20 Décembre depuis 6^h 20' jusqu'à 8 heures du soir, ces intervalles entièrement effacés, à la réserve d'un dont il restoit une partie du côté de l'Orient, qui faisoit une apparence semblable à celle de l'Italie placée entre la Mer Adriatique & la Mer de Toscane, tout le reste de la partie méridionale du disque apparent de Jupiter étant comme inondé d'une obscurité uniforme parsemée de quelques petites Isles.

Pendant l'année 1691, la plus large des trois bandes obscures que l'on apperçoit ordinairement dans Jupiter, & la plus proche de son centre du côté du Septentrion, a toujours continué de paroître, mais avec quelques variations.

On y remarqua dans le mois d'Octobre, deux Taches claires qui occupoient presque toute sa largeur, & il en parut encore à la fin du même mois deux autres opposées l'une à l'autre, qui faisoient leurs révolutions en 9^h 51'. On remarqua aussi que cette même bande se rétrécissoit, & qu'au contraire les deux autres bandes, l'une méridionale, & l'autre septentrionale entre lesquelles elle étoit, s'élargissoient peu à peu, de sorte qu'au mois de Décembre 1691, il n'y avoit pas beaucoup de différence entre la largeur de ces trois bandes. Suivant l'analogie de ces grandes bandes aux Mers auxquelles on les peut comparer en quelque sorte, on diroit que la bande du milieu se seroit déchargée en partie dans les deux autres; & en effet on voyoit entre ces bandes comme des traces de communication. La grande bande méridionale & la septentrionale ne paroissoient pas toujours entières aux premiers mois de l'année 1691, mais on y appercevoit souvent des interruptions, & l'on voyoit leurs extrémités s'avancer de la partie orientale du disque de Jupiter à l'occidentale. Ayant comparé ensemble plusieurs retours de l'extrémité de la bande méridionale au milieu de Jupiter, on a trouvé chaque révolution de 9^h 55' $\frac{2}{3}$. Enfin au mois d'Octobre 1691, on vit en certain temps sur le disque de Jupiter jusqu'à 7 ou 8 bandes obscures, la plupart du côté du Midi, fort près les unes des autres.

En l'année 1692, la Tache qui est proche de la bande méridionale, & qui avoit été observée en 1665, 1672, 1677, 1685 & 1690, parut de nouveau; mais vers la fin de l'année 1693, la bande méridionale à laquelle elle est presque adhérente, s'étant en partie

en partie effacée, la Tache disparut entièrement; elle revint encore avec la même bande au commencement de l'année 1694, & on l'observa jusqu'à ce que Jupiter fût près d'entrer dans les rayons du Soleil. Depuis l'année 1694, elle a été invisible l'espace de 14 ans, jusqu'au 6 Avril de l'année 1708, qu'on observa son passage par le milieu de Jupiter à 8^h 52'. Ayant comparé ensemble divers retours de cette nouvelle Tache observée au milieu de Jupiter pendant l'espace de plus de deux mois, après avoir tenu compte des inégalités auxquelles ces retours sont sujets, à cause de la première & de la seconde Inégalité de Jupiter, & de l'Equation du temps, on a trouvé sa révolution de 9^h 55' 48", de 4 secondes plus courte que la moyenne, déterminée de 9^h 55' 52", par la comparaison des observations éloignées d'un grand intervalle.

C H A P I T R E I I.

Des Mouvements de Jupiter.

DANS la théorie de Saturne, nous avons employé principalement les observations de ses Oppositions avec le Soleil, pour déterminer son moyen mouvement, parce que dans les autres situations de cette Planete à l'égard du Soleil, son vrai lieu vû de la Terre, diffère de son vrai lieu vû du Soleil, d'une quantité que l'on ne peut pas déterminer par des observations immédiates.

Les mêmes apparences se rencontrent dans la théorie de Jupiter, où la différence entre le vrai lieu de cette Planete vû de la Terre & du Soleil, est encore plus grande que dans Saturne, ce qui nous oblige d'employer les mêmes méthodes dans la détermination de son moyen mouvement.

Quoique le mouvement propre de Jupiter, qui fait sa révolution autour du Soleil en près de 12 années, soit beaucoup plus prompt que celui de Saturne, & que nous ayons une suite non interrompue des Oppositions de cette Planete avec le Soleil pendant cinq de ses révolutions; nous n'avons pas cependant jugé que nos propres observations fussent suffisantes pour regler les mouvements avec assés de précision: car quoique depuis la découverte

des Lunettes & des Pendules, les observations modernes se faissent avec beaucoup plus d'exactitude que les anciennes, on ne peut pas s'assurer encore que l'avantage que l'on retire de cette plus grande précision, puisse compenser celui que les observations anciennes, quoique moins exactes, doivent nous procurer, parce que l'erreur qui peut se glisser dans chaque observation, produit une différence moins considérable dans la détermination des mouvements, plus elle se trouve partagée par un grand nombre de révolutions.

La plus ancienne observation de Jupiter, qui soit venue à notre connoissance, est celle qui est rapportée par Ptolemée (*Almageste, liv. 11. chap. 3.*) qu'il assure n'être point douteuse, & qu'il marque être arrivée l'an 83 depuis la mort d'Alexandre, le 18 du mois Egyptien nommé *Epiphi*, au matin, suivant laquelle Jupiter parut cacher une Etoile de l'Ecrevisse appelée l'*Asne austral*, qui est marquée dans Bayer par la lettre *A*.

Cette observation réduite à nos Epoques & à notre Méridien, qui est plus occidental que celui d'Alexandrie, de $1^h 52'$, se rapporte au 3 Septembre de l'année 240 avant Jesus-Christ, à $1^h 6^m 8'$ après midi, suivant notre manière de compter les années, qui, comme nous l'avons remarqué en d'autres occasions, diffère d'une année de celle de la plupart des Chronologistes, qui rapportent cette observation à l'année 241 avant Jesus-Christ.

La longitude de cette Etoile étoit au commencement de l'année 1690, à $4^d 23' 40''$ du Lion, dont retranchant $27^d 33' 44''$ pour le mouvement propre des Etoiles fixes dans l'intervalle de 1929 années & 4 mois, à raison d'un degré en 70 années, on aura la longitude de cette Etoile pour le temps de l'observation des Chaldéens, à $6^d 49' 56''$ de l'Ecrevisse.

Le vrai lieu du Soleil, calculé suivant nos Tables pour le même temps, étoit à $7^d 24'$ de la Vierge; ainsi Jupiter étoit alors fort éloigné de son Opposition avec le Soleil, & par conséquent le vrai lieu de cette Planete, vû du Soleil, étoit différent de celui qui avoit été observé de la Terre; ce qui fait voir que l'on ne peut pas employer immédiatement cette observation pour déterminer les mouvements de Jupiter.

Nous avons donc eu recours aux observations de cette Planete

qui ont été faites près de ses Oppositions avec le Soleil, à Alexandrie, par Ptolemée, qui en rapporte trois au premier Chapitre du 11.^{me} livre de son *Almageste*.

La première est arrivée la 17.^{me} année d'Hadrien, le premier jour du mois Egyptien nommé *Epiphi*, une heure avant minuit, Jupiter étant, selon lui, à $23^d 11'$ du Scorpion, en Opposition avec le lieu moyen du Soleil.

La seconde, la 21.^{me} année d'Hadrien, le 13.^{me} jour du mois de *Phaothi* ou *Paophi*, deux heures avant minuit, Jupiter étant à $7^d 54'$ des Poissons, en Opposition avec le lieu moyen du Soleil.

Et la troisième, la première année d'Antonin, le 20.^{me} jour du mois d'*Athir*, à 5 heures après minuit, Jupiter étant à $14^d 23'$ du Bélier, en Opposition avec le lieu moyen du Soleil.

Le même Auteur adjoute que de la première Opposition à la seconde, il y a 3 années Egyptiennes, 106 jours & 23 heures, & de la seconde à la troisième, une année 37 jours & 7 heures.

Les intervalles entre ces observations sont conformes à ce qui résulte du calcul des mois Egyptiens, qui sont chacun de 30 jours, car depuis le premier jour du mois d'*Epiphi* de la 17.^{me} année d'Hadrien, à 11 heures du soir, jusqu'au 13.^{me} du mois de *Phaothi* de la 21.^{me} année d'Hadrien, à 10 heures du soir, il y a 3 années communes, de 365 jours chacune, 3 mois 11 jours & 23 heures plus 5 jours dont la quatrième année Egyptienne excède les 12 mois, ce qui fait 3 années 106 jours & 23 heures; & depuis le 13.^{me} du mois de *Phaothi* de la 21.^{me} année d'Hadrien, à 10 heures du soir, jusqu'au 20.^{me} du mois d'*Athir* de la 1.^{ere} année d'Antonin, à 5 heures après minuit, il y a une année 37 jours & 7 heures.

Le P. Riccioli (*Astronomie réformée, liv. 6. chap. 1.*) rapporte la première observation au 18 Mai de l'année 133 après Jesus-Christ, à 11 heures du soir; la seconde au 31 Août de l'année 136 à 10 heures du soir; & la troisième au 7 Octobre de l'année 137 à 17 heures.

L'intervalle entre les deux dernières observations est d'une année commune plus 37 jours & 7 heures, conformément à ce que marque Ptolemée, mais celui qui est entre le 18 Mai de

l'année 133 à 11 heures du soir, & le 31 Août de l'année 136 à 10 heures du soir, n'est que de trois années communes, 105 jours & 23 heures, moindre d'un jour que suivant Ptolemée, ce qui fait voir qu'il y a un jour d'erreur dans la détermination du temps d'une de ces observations.

Pour reconnoître d'où vient cette différence, nous avons cherché le rapport des années Égyptiennes aux nôtres, dans la Chronologie réformée du P. Riccioli, où l'on trouve que la 21.^{me} année d'Hadrien, le premier jour du mois de *Thot*, qui est le commencement de l'année Égyptienne, répondoit au 20 Juillet de l'année 136 après Jésus-Christ; le premier jour du mois de *Phaothi* ou *Paophi*, qui est le suivant, étoit donc le 19 Août, & le 13.^e du même mois répondoit au 31 du mois d'Août de l'année 136, conformément à la détermination du P. Riccioli; ce qui fait voir qu'il y a une différence d'un jour dans le temps marqué de la première Opposition, qu'il faut rapporter au 17 Mai de l'année 133 après Jésus-Christ, à 11 heures du soir.

Cette détermination se confirme par une observation d'Eclipsé de Lune, que Ptolemée rapporte être arrivée la 17.^{me} année d'Hadrien, la 880.^{me} de Nabonassar, le 20.^e du mois de *Payni*, à 11^h 15' du soir.

Le P. Petau (*Doctrine des Temps, liv. 11. chap. 22.*) qui employe cette observation pour établir sa Chronologie, la rapporte au 6 Mai de l'année 133 après Jésus-Christ, conformément à la détermination du P. Riccioli.

Nous trouvons aussi par nos Tables, que le milieu de cette Eclipsé a dû arriver le 6 Mai de l'année 133 après Jésus-Christ, à 10^h 55' du soir au Méridien d'Alexandrie, à 20 minutes près du temps observé, ce qui ôte tous les doutes que l'on pourroit avoir sur la correspondance des Epoques anciennes avec les nôtres, dans le temps de cette observation.

Depuis le 20.^{me} jour du mois de *Payni* de la 17.^{me} année d'Hadrien jusqu'au premier jour du mois suivant d'*Epiphi* de la même année, temps de la première Opposition de Jupiter, observée par Ptolemée, il y a onze jours qui, étant adjoints au 6 Mai de l'année 133, déterminent le temps de cette Opposition au 17 Mai de l'année 133 après Jésus-Christ, ainsi que nous

l'avons marqué ci-devant, un jour avant la détermination du P. Riccioli.

Ayant ainsi réduit à nos Epoques le temps où, suivant Ptolemée, Jupiter s'est trouvé en Opposition avec le lieu moyen du Soleil, nous avons supposé que dans chacune de ces observations le vrai lieu de Jupiter étoit tel qu'il est marqué par Ptolemée, & qu'il l'avoit déterminé avec assés de précision par la comparaison de la situation de cette Planete avec les Etoiles fixes voisines dont la longitude lui étoit connuë. Nous avons ensuite calculé, suivant nos Tables, le lieu moyen du Soleil pour le 17 Mai de l'année 133 après Jésus-Christ, à 11 heures du soir au Méridien d'Alexandrie, qui est plus oriental que celui de Paris, de 1^h 52', & nous l'avons trouvé à 24^d 11' 24" du Taureau, plus avancé d'un degré que ne l'avoit supposé Ptolemée. Nous avons aussi déterminé pour le même temps le vrai lieu du Soleil, à 24^d 43' 42" du Taureau; d'où l'on voit que Jupiter avoit déjà passé le lieu de son Opposition avec le Soleil, que nous avons trouvée, suivant la méthode prescrite dans le Livre précédent, être arrivée le 15 Mai de l'année 133 à 23^h 3' au Méridien de Paris, le vrai lieu de Jupiter étant à 23^d 22' 22" du Scorpion.

La seconde Opposition rapportée par Ptolemée, & reduite à l'Epoque de Jésus-Christ, est arrivée le 31 Août de l'année 136 à 10 heures du soir à Alexandrie, c'est-à-dire, à 8^h 8' au Méridien de Paris, le vrai lieu de cette Planete étant, selon lui, à 7^d 54' des Poissons, en Opposition avec le lieu moyen du Soleil.

Nous trouvons que le lieu moyen du Soleil étoit à 8^d 53' 58" de la Vierge, plus avancé d'un degré que suivant Ptolemée, & son vrai lieu à 6^d 58' 17" du même Signe; d'où il résulte que l'Opposition de Jupiter avec le vrai lieu du Soleil, est arrivée le 1.^{er} Septembre à 4^h 10' à Paris, cette Planete étant à 7^d 47' 35" des Poissons.

Enfin, la troisième Opposition de Jupiter avec le lieu moyen du Soleil, observée par Ptolemée, reduite à l'Epoque de J. C. & au Méridien de Paris, est arrivée le 7 Octobre de l'année 137 à 15^h 8', le vrai lieu de Jupiter étant à 14^d 23' du Bélier.

Le lieu moyen du Soleil pour ce temps étoit, suivant nos Tables, à 15^d 24' 32", plus avancé de 1^d 2' que ne l'a supposé

Ptolemée, & son vrai lieu à $13^d 48' 4''$ du même Signe; d'où l'on trouve que l'Opposition véritable de Jupiter avec le Soleil, est arrivée le 8 Octobre de l'année 137 à $3^h 18'$ à Paris, le vrai lieu de Jupiter étant à $14^d 19'$ du Bélier.

Ces Oppositions de Jupiter, rapportées par Ptolemée, ont été suivies d'une autre observation de cette Planete, faite par le même Astronome à Alexandrie, où (*Almageste, liv. 11. chap. 2.*) ayant déterminé le lieu de Jupiter, par rapport à l'Œil du Taureau, il le trouva le 26.^{me} du mois de *Messori* de la seconde année d'Antonin, à 17 heures après midi, à $15^d 45'$ des Gemeaux.

Il remarque que depuis la troisième Opposition de Jupiter jusqu'au temps de cette observation, il y a eu une année Égyptienne & 220 jours; adjôutant cet intervalle de temps à celui de l'Opposition de l'année 137, qui est arrivée le 7 Octobre à 17 heures, on aura le temps de cette observation le 10 Juillet de l'année 139 à 17 heures au Méridien d'Alexandrie, de même que le P. Riccioli l'a déterminé.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors à $16^d 10'$ de l'Ecreviffe, éloigné de plus d'un Signe de celui de Jupiter, ce qui fait voir que cette Planete étoit pour lors éloignée de son Opposition; ainsi on ne peut employer cette observation pour déterminer les mouvements de Jupiter, qu'après avoir connu la seconde Inégalité de cette Planete, pour réduire son vrai lieu vû de la Terre à son vrai lieu vû du Soleil.

Depuis les observations de Ptolemée jusqu'au commencement du sixième siècle, nous n'en avons qu'une de Jupiter, que Bouillaud a tirée d'un Manuscrit de la Bibliothèque du Roi, suivant lequel cette Planete parut le 30 du mois de *Thot* de l'année 225 de Dioclétien, en Conjonction avec le Cœur du Lion, dont elle étoit éloignée de 3 doigts vers le Septentrion.

Dans l'examen qu'il fait de cette observation, il suppose que le Cœur du Lion étoit à $8^d 49' 54''$ de ce Signe, plus avancé de $11' 9''$ que nous ne le trouvons pour le même temps, ce qui vient de ce qu'il n'attribuë aux Etoiles fixes, qu'un mouvement de 50 secondes par année, & d'un degré en 72 ans; au lieu que par la comparaison des observations anciennes avec les modernes, nous l'avons déterminé d'un degré en 70 ans.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors, suivant nos Tables, à $5^d 51'$ de la Balance, éloigné de près de 2 Signes de celui de Jupiter, de sorte que nous ne pouvons point présentement faire usage de cette observation, de même que de la précédente.

Nous avons donc examiné les autres observations de cette Planete, qui ont été faites depuis dans le temps de son Opposition avec le Soleil.

Entre ces Oppositions, il y en a trois qui ont été observées par Copernic à Fruemberg, qui est plus oriental que Paris, de $1^h 12'$; douze par Tycho à Uranibourg, depuis 1583 jusqu'en 1596; & trois par Longomontanus, au commencement du dix-septième siècle.

Ces observations ont été suivies de celles de Gassendi, faites à Aix en 1620, & à Digne en 1633.

Depuis ce temps-là nous en avons dix d'Hevelius, faites à Dantzick, depuis 1667 jusqu'en 1678, dont quelques-unes ont été observées en même temps en Angleterre & en France, & s'y accordent assés exactement, ce qui fait voir qu'on peut compter sur la précision de ces observations.

Les observations d'Angleterre ont été faites par M. Flamsteed à Greenwich, depuis 1677 jusqu'en 1704.

Celles de France ont été faites à l'Observatoire Royal de Paris, depuis l'année 1672, jusqu'en l'année 1732, y ayant eu quelque interruption dans les premières années. Un grand nombre de ces observations ont été faites en même temps en Angleterre, & s'accordent entr'elles avec autant d'exactitude qu'on peut le souhaiter.

Comme dans les observations rapportées dans les différents Auteurs, on n'a pas toujours marqué le temps précis de l'Opposition de Jupiter avec le Soleil, & son vrai lieu au temps de cette Opposition; qu'on a même employé dans le calcul de quelques-unes, la réfraction des Astres, & d'autres éléments différents de ceux que l'on trouve présentement, nous les avons calculées toutes (à la réserve de celles de 1584, 1607, 1610 & 1613) en les réduisant au Méridien de Paris, & supposant le vrai lieu du Soleil, de même que celui des Etoiles fixes, avec lesquelles on les a comparées, tels qu'ils résultent de nos Tables, & nous les

avons rapportées ici, afin que les Astronomes qui en voudront faire usage, puissent y avoir recours.

Oppositions de Jupiter avec le Soleil, observées par divers Astronomes.

P T O L E M E E.

Temps de l'Opposition.	Longitude de Jupiter.
133 Mai..... 15 à 23 ^h 3'	♄ 23 ^d 22' 22" ♁ ☉
136 Septembre 1 à 4 10	♄ 7 47 35
137 Octobre.. 8 à 3 18	♄ 14 19 0

C O P E R N I C.

1520 Avril.... 28 à 15 ^h 56'	♄ 17 ^d 59' 0
1526 Novembre 28 à 1 58	♄ 15 51 0
1529 Janvier... 30 à 21 0	♄ 21 15 50

T Y C H O E T L O N G O M O N T A N U S.

Temps de l'Opposition.	Longitude de Jupiter.	Latitude.
1583 Septembre 6 à 17 ^h 13'	♄ 23 ^d 33' 22" ♁ ☉	1 ^d 34' 53" Aufst.
1584 Octobre.. 13 à 7 20	♄ 0 22 0	
1585 Novembre 18 à 0 12	♄ 6 17 30	0 52 25 Aufst.
1586 Décembre 21 à 16 2	♄ 10 19 4	0 8 17 Bor.
1588 Janvier... 22 à 8 8	♄ 12 18 34	0 58 47 Bor.
1589 Février.. 21 à 0 36	♄ 12 57 8	1 14 32 Bor.
1590 Mars.... 23 à 12 20	♄ 12 54 30	1 32 6 Bor.
1591 Avril.... 23 à 19 6	♄ 13 7 20	1 17 10 Bor.
1592 Mai..... 25 à 16 21	♄ 14 25 1	0 35 56 Bor.
1594 Août.... 5 à 5 35	♄ 22 21 4	1 12 31 Aufst.
1595 Septembre 12 à 1 25	♄ 28 53 10	1 39 18 Aufst.
1596 Octobre.. 18 à 8 30	♄ 5 40 0	1 25 45 Aufst.
1607 Novembre 17 à 11 10	♄ 4 10 0	
1610 Décembre 30 à 14 40	♄ 19 36 0	
1613 Mars.... 1 à 22 0	♄ 21 45 0	

G A S S E N D I.

1620 Novembre 7 à 10 ^h 0'	♄ 15 ^d 58' 0"
1633 Décembre 17 à 2 0	♄ 26 3 20

HEVELIUS.

H E V E L I U S.

Temps de l'Opposition.	Longitude de Jupiter.	Latitude.
1657 Décembre 26 à 13 ^h 40'	♄ 5 ^d 54' 37" ♁ ☉	0 ^d 9' 30" Aufst.
1659 Janvier.. 27 à 11 18	♄ 8 8 56	0 48 43 Bor.
1661 Mars.... 28 à 16 52	♄ 8 57 55	1 38 25 Bor.
1666 Septembre 15 à 23 50	♄ 23 43 28	1 37 25 Aufst.
1667 Octobre.. 23 à 8 25	♄ 0 33 21	1 33 41 Aufst.
1671 Janvier.. 31 à 18 4	♄ 12 35 0	0 59 0 Bor.
1672 Mars.... 2 à 12 10	♄ 13 18 13	1 28 27 Bor.
1674 Mai..... 3 à 6 0	♄ 13 28 43	1 21 17 Bor.
1676 Juillet... 8 à 18 15	♄ 17 36 18	0 12 21 Aufst.
1678 Septembre 21 à 6 3	♄ 28 58 41	1 37 10 Aufst.

F L A M S T E E D.

Temps de l'Opposition.	Longitude de Jupiter.	Latitude.
1677 Août.... 14 à 11 ^h 32'	♄ 22 ^d 31' 4" ♁ ☉	1 ^d 10' 4" Aufst.
1678 Septembre 21 à 5 51	♄ 28 58 0	1 37 25 Aufst.
1679 Octobre.. 28 à 13 9	♄ 5 43 34	1 26 40 Aufst.
1680 Décembre 2 à 2 56	♄ 11 24 47	0 42 22 Aufst.
1682 Janvier.. 4 à 13 15	♄ 15 14 37	0 12 20 Bor.
1683 Février.. 5 à 4 30	♄ 17 9 23	1 0 50 Bor.
1684 Mars.... 6 à 19 51	♄ 17 42 27	1 30 3 Bor.
1685 Avril.... 6 à 8 45	♄ 17 39 23	
1686 Mai..... 7 à 17 17	♄ 17 53 27	1 14 14 Bor.
1687 Juin.... 9 à 15 10	♄ 19 12 46	0 33 0 Bor.
1688 Juillet... 13 à 18 53	♄ 22 24 3	0 30 10 Aufst.
1689 Août.... 19 à 13 7	♄ 27 29 36	1 14 8 Aufst.
1690 Septembre 26 à 8 38	♄ 4 5 6	1 39 5 Aufst.
1691 Novembre 2 à 13 40	♄ 10 51 0	1 21 47 Aufst.
1692 Décembre 6 à 22 42	♄ 16 25 0	0 34 53 Aufst.
1694 Janvier... 9 à 3 0	♄ 20 0 0	0 21 43 Bor.
1695 Février.. 9 à 14 18	♄ 21 42 15	1 7 42 Bor.
1696 Mars.... 11 à 3 26	♄ 22 5 48	1 33 25 Bor.
1697 Avril.... 10 à 17 36	♄ 22 1 27	1 34 58 Bor.
1698 Mai..... 12 à 5 35	♄ 22 20 15	1 10 20 Bor.
1699 Juin.... 14 à 9 21	♄ 23 50 53	0 24 0 Bor.
1700 Juillet... 19 à 16 19	♄ 27 15 30	0 33 10 Aufst.

G g g

	Temps de l'Opposition.	Longitude de Jupiter.	Latitude.
1701	Août . . . 25 à 20 ^h 21'	♃ 2 ^d 42' 22" ♄ ♁	1 ^d 21' 22" Auf.
1702	Octobre . . 2 à 17 5	♃ 9 27 12	1 39 0 Auf.
1703	Novembre 8 à 17 40	♃ 16 8 0	1 16 0 Auf.
1704	Décembre 12 à 18 30	♃ 21 25 0	0 27 30 Auf.

A L'OBSERVATOIRE DE PARIS.

	Temps de l'Opposition.	Longitude de Jupiter.	Latitude.
1672	Mars . . . 2 à 9 ^h 0'	♃ 13 ^d 18' 0" ♄ ♁	
1673	Avril . . . 2 à 1 0	♃ 13 19 0	1 ^d 37' 15" Bor.
1683	Février . . 5 à 5 0	♃ 17 10 0	
Dout. 1688	Juillet . . 13 à 12 45	♃ 22 15 50	
1689	Août . . . 19 à 19 20	♃ 27 28 10	
1690	Septembre 26 à 7 18	♃ 4 5 40	1 39 40 Auf.
1691	Novembre 2 à 13 30	♃ 10 52 0	
1692	Décembre 6 à 21 36	♃ 16 24 30	
1694	Janvier . . 9 à 3 0	♃ 20 1 3	
1695	Février . . 9 à 15 3	♃ 21 43 30	1 7 54 Bor.
1696	Mars . . . 11 à 4 28	♃ 22 8 23	1 34 10 Bor.
1697	Avril . . . 10 à 17 32	♃ 22 1 15	1 35 22 Bor.
1698	Mai . . . 12 à 5 46	♃ 22 20 32	1 9 32 Bor.
1699	Juin . . . 14 à 10 8	♃ 23 52 42	0 23 7 Bor.
1700	Juillet . . 19 à 16 40	♃ 27 16 22	0 33 36 Auf.
1701	Août . . . 25 à 20 34	♃ 2 42 54	1 20 30 Auf.
1702	Octobre . . 2 à 17 29	♃ 9 28 7	1 38 18 Auf.
1703	Novembre 8 à 17 33	♃ 16 8 30	1 16 8 Auf.
1704	Décembre 12 à 18 50	♃ 21 26 2	0 28 10 Auf.
1706	Janvier . . 14 à 16 2	♃ 24 40 40	0 29 56 Bor.
1707	Février . . 14 à 23 2	♃ 26 6 55	1 13 26 Bor.
1708	Mars . . . 16 à 9 9	♃ 26 23 51	1 36 52 Bor.
1709	Avril . . . 16 à 0 49	♃ 26 19 0	1 32 58 Bor.
1710	Mai . . . 17 à 18 24	♃ 26 47 17	1 4 50 Bor.
1711	Juin . . . 20 à 6 37	♃ 28 36 0	0 15 50 Bor.
1712	Juillet . . 24 à 21 25	♃ 2 20 10	0 40 25 Auf.
1713	Août . . . 31 à 6 9	♃ 8 2 16	1 25 26 Auf.
1714	Octobre . . 8 à 0 26	♃ 14 53 2	1 38 10 Auf.
1715	Novembre 13 à 20 19	♃ 21 23 13	1 11 8 Auf.
1716	Décembre 17 à 12 31	♃ 26 20 43	0 19 26 Auf.

	Temps de l'Opposition.	Longitude de Jupiter.	Latitude.
1718	Janvier . . 19 à 1 ^h 55'	♃ 29 ^d 17' 20" ♄ ♁	0 ^d 35' 45" Bor.
1719	Février . . 19 à 4 3	♃ 0 31 18	1 17 30 Bor.
1720	Mars . . . 20 à 15 43	♃ 0 43 19	1 37 33 Bor.
1721	Avril . . . 20 à 9 48	♃ 0 40 3	1 29 32 Bor.
1722	Mai . . . 22 à 8 43	♃ 1 17 41	0 57 15 Bor.
1723	Juin . . . 25 à 4 0	♃ 3 21 22	0 7 29 Bor.
1724	Juillet . . 30 à 0 28	♃ 7 19 49	0 50 11 Auf.
1725	Septembre 5 à 14 44	♃ 13 18 0	1 31 31 Auf.
1726	Octobre . . 13 à 6 0	♃ 20 4 10	1 37 0 Auf.
1727	Novembre 18 à 17 39	♃ 26 4 47	1 5 57 Auf.
1728	Décembre 22 à 3 9	♃ 1 8 2	0 12 40 Auf.
1730	Janvier . . 23 à 11 5	♃ 3 49 30	0 41 23 Bor.
1731	Février . . 23 à 9 56	♃ 4 53 3	1 21 20 Bor.
1732	Mars . . . 24 à 22 4	♃ 5 0 27	1 36 40 Bor.

CHAPITRE III.

Des moyens Mouvements de Jupiter.

AYANT ainsi établi le temps & le vrai lieu des Oppositions de Jupiter, observées par divers Astronomes, nous employerons d'abord, de même que nous avons fait dans la théorie de Saturne, les observations modernes pour trouver le temps d'une révolution entière de Jupiter, dont nous nous servirons ensuite pour déterminer par des observations anciennes, son moyen mouvement avec plus de précision.

Pour le faire avec toute l'exactitude requise, il seroit nécessaire de connoître dans chaque observation le lieu de l'Aphélie de Jupiter & l'excentricité de son Orbe, afin de calculer l'Equation qui y convient, & réduire son vrai lieu à son lieu moyen.

Pour y suppléer en quelque manière, nous avons choisi les observations où cette Planete s'est trouvée près de ses moyennes distances, parce qu'alors les Equations varient fort peu d'un degré à l'autre, & la quantité du vrai mouvement compris dans une révolution, diffère peu de celle de son vrai mouvement.

Entre ces observations, nous trouvons celles des années 1699

& 1700, dans la dernière desquelles le vrai lieu de Jupiter étoit plus avancé que dans la première, de $1^{\circ} 3^{\prime} 23^{\prime} 40''$, qui mesurent le vrai mouvement de cette Planete, lequel est moyen entre le plus petit, que l'on a trouvé entre les Oppositions de 1696 & de 1697, de $29^{\circ} 52' 52''$, & le plus grand, qui a été trouvé entre les Oppositions de 1701 & de 1702, de $1^{\circ} 6^{\prime} 45' 13''$.

Dans les Oppositions suivantes, on trouve celles de 1710 & de 1711, dont la première est éloignée de celle de 1699, de moins d'une révolution entière, & la seconde d'une révolution plus quelques degrés.

L'Opposition de l'année 1699 est arrivée le 14 Juin à $10^{\text{h}} 8'$ du soir, Jupiter étant en $\rightarrow 23^{\circ} 52' 42''$, avec une latitude boréale de $0^{\circ} 23' 7''$.

Celle de 1710 est arrivée le 17 Mai à $18^{\text{h}} 24'$, le vrai lieu de Jupiter étant en $\rightarrow 26^{\circ} 47' 17''$, avec une latitude boréale de $1^{\circ} 4' 50''$.

Enfin l'Opposition de 1711 a été observée le 20 Juin à $6^{\text{h}} 37'$, le vrai lieu de Jupiter étant en $\rightarrow 28^{\circ} 36' 0''$, avec une latitude boréale de $0^{\circ} 15' 50''$.

La différence entre le vrai lieu de Jupiter dans les observations des années 1699 & 1711, est de $4^{\circ} 43' 18''$, dont cette Planete étoit plus avancée en 1711 qu'en 1699, ce qui fait voir que dans l'intervalle entre ces observations, qui est de 12 années, dont deux bissextiles, $5^{\text{j}} 20^{\text{h}} 29'$, Jupiter avoit achevé une révolution entière plus $4^{\circ} 43' 18''$. On fera donc, comme $31^{\circ} 48' 43''$, différence entre le vrai lieu de Jupiter dans les Oppositions des années 1710 & 1711, sont à $4^{\circ} 43' 18''$; ainsi $398^{\text{j}} 12^{\text{h}} 13'$, intervalle de temps entre les Oppositions des années 1710 & 1711, sont à $59^{\text{j}} 3^{\text{h}} 36'$, qui, étant retranchés de l'intervalle entre les observations des années 1699 & 1711, donnent la révolution moyenne de Jupiter autour du Soleil, de 11 années $313^{\text{j}} 16^{\text{h}} 54'$.

En comparant de la même manière l'Opposition de l'année 1672, observée à Paris, avec celles des années 1731 & 1732, on trouvera que dans l'intervalle entre les observations des années 1672 & 1732, qui est de 60 années, dont 14 bissextiles, $22^{\text{j}} 13^{\text{h}} 4'$, Jupiter a achevé cinq révolutions entières plus

$21^{\circ} 42' 27''$, ce qui donne chaque révolution moyenne, de 11 années $315^{\text{j}} 7^{\text{h}} 13'$.

Enfin, si l'on compare l'Opposition observée par Gassendi le 7 Novembre 1620 à 10 heures du soir, Jupiter étant en $815^{\circ} 58' 0''$, avec celle qui a été déterminée à Paris le 8 Novembre 1703 à $17^{\text{h}} 33'$, Jupiter étant en $816^{\circ} 8' 30''$, plus avancé seulement de $10' 30''$ qu'en 1620, on trouve que dans l'intervalle entre ces observations, qui est de 83 années, dont 19 sont bissextiles, $1^{\text{j}} 7^{\text{h}} 35'$, il y a eu sept révolutions entières de Jupiter moins $10^{\text{h}} 30'$, ce qui donne chaque révolution moyenne, de 11 années $315^{\text{j}} 11^{\text{h}} 25'$.

Après avoir ainsi déterminé la révolution moyenne de Jupiter autour du Soleil par les observations modernes, il faut présentement examiner celle qui résulte des observations les plus anciennes.

La première de ces Oppositions, observée par Ptolemée, est arrivée le 15 Mai de l'année 133 après Jesus-Christ, à $23^{\text{h}} 3'$, Jupiter étant en $\rightarrow 23^{\circ} 22' 22''$.

Entre les Oppositions que nous avons observées, nous en trouvons une du 12 Mai de l'année 1698 à $5^{\text{h}} 46'$ du soir, Jupiter étant en $\rightarrow 22^{\circ} 20' 32''$, moins avancé seulement de $1^{\circ} 1' 50''$ que dans l'Opposition de l'année 133.

L'Opposition suivante est arrivée le 14 Juin de l'année 1699 à $10^{\text{h}} 8'$ du soir, le vrai lieu de Jupiter étant à $23^{\circ} 52' 42''$ du Sagittaire.

On fera donc, comme $31^{\circ} 32' 10''$, différence entre le vrai lieu de Jupiter dans les Oppositions des années 1698 & 1699, sont à $1^{\circ} 1' 50''$, différence entre le vrai lieu de Jupiter dans les Oppositions des années 133 & 1698; ainsi $398^{\text{j}} 6^{\text{h}} 54'$, intervalle entre les deux dernières Oppositions, sont à $13^{\text{j}} 0^{\text{h}} 38'$, qui, étant adjoutés à 1566 années communes, $12^{\text{j}} 7^{\text{h}} 26'$, intervalle entre les Oppositions des années 133 & 1698, donnent 1566 années communes, $25^{\text{j}} 7^{\text{h}} 21'$, pendant lesquelles Jupiter a achevé un certain nombre de révolutions exactes, qu'on trouvera de 132, en partageant cet intervalle réduit en jours, qui est de $571615^{\text{j}} 7^{\text{h}} 21'$ par la révolution moyenne de Jupiter, déterminée par les observations modernes, de 11 années $315^{\text{j}} 11^{\text{h}} 25'$, ou 4330 jours & demi; c'est pourquoi si l'on divise

ce même intervalle par 132, on aura chaque révolution moyenne de Jupiter, de 11 années 315^j 10^h 0', ce qui donne son moyen mouvement annuel, de 30^d 20' 36" 38".

La seconde Opposition de Jupiter avec le Soleil, observée par Ptolemée, est arrivée le 1.^{er} Septembre de l'année 136 après Jesus-Christ, à 4^h 10' au Méridien de Paris, le vrai lieu de Jupiter étant en κ 7^d 47' 35".

Entre nos observations, nous trouvons celle de 1713, où l'Opposition de Jupiter a été déterminée le 31 Août à 6^h 9', le vrai lieu de cette Planete étant en κ 8^d 2' 16", plus avancé seulement de 14' 41" qu'en l'année 136. L'intervalle entre ces observations est de 1578 années communes, 17^j 1^h 59', dont retranchant 2^j 16^h 36', pendant lesquels le mouvement de Jupiter a été de 14' 40", on aura 1578 années 14^j 9^h 23', qui méleront 133 révolutions entières, ce qui donne chaque révolution moyenne, de 11 années 315^j 17^h 6', & le moyen mouvement annuel, de . . . 30^d 20' 29" 9".

Enfin, si l'on compare l'Opposition de l'année 137 avec celle de l'année 1714, dans la dernière desquelles Jupiter étoit plus avancé de 32' 30" que dans la précédente, on trouvera sa révolution moyenne, de 11 années 315^j 16^h 32', & son moyen mouvement annuel, de . . . 30^d 20' 29" 44".

Prenant un milieu entre ces trois différentes déterminations, on aura la révolution moyenne de Jupiter à l'égard du Soleil, de 11 années 315^j 14^h 36', & son moyen mouvement annuel, de . . . 30^d 20' 31" 50".

C H A P I T R E I V.

De l'Aphélie de Jupiter, de l'Excentricité de son Orbe, & de sa plus grande Equation.

QUOIQUE pour la détermination de l'Aphélie de Jupiter, de l'Excentricité de son Orbe, & de sa plus grande Equation, on ne puisse pas employer avec le même succès que nous l'avons fait dans la théorie du Soleil & dans celle de Saturne, la

neuvième méthode que nous avons enseignée (p. 187.) parce que n'y ayant que onze Oppositions dans l'intervalle d'une des révolutions de cette Planete, il se rencontre rarement que ces observations soient assés près de ses moyennes distances pour pouvoir déterminer avec assés d'exactitude la plus grande Equation de son Orbe, & le lieu de son Aphélie.

Cependant comme cette méthode est beaucoup plus simple que les autres, & indépendante d'aucune hypothese, qu'on peut même suppléer au petit nombre d'observations qui se rencontrent dans une révolution, en employant celles qui ont été faites pendant le cours de plusieurs de ces révolutions; nous ne laisserons pas d'examiner ce qui en résulte, nous réservant de déterminer ensuite par d'autres méthodes ces divers éléments.

Entre les Oppositions de Jupiter que nous avons observées, nous trouvons celle qui est arrivée le 25 Juin 1723 à 4 heures, le vrai lieu de Jupiter étant en γ 3^d 21' 22", près de ses moyennes distances; ce qu'il est aisé de reconnoître, parce que le vrai mouvement de Jupiter dans l'intervalle entre cette Opposition & la suivante, diffère peu du moyen mouvement qui y répond.

Cinq années après, l'Opposition de Jupiter avec le Soleil a été observée le 22 Décembre 1728 à 3^h 9', le vrai lieu de Jupiter étant en σ 1^d 8' 2".

Depuis le 25 Juin 1723 à 4^h 0', jusqu'au 22 Décembre 1728 à 3^h 9', il y a cinq années, dont deux bissextiles, 179^j 23^h 9', pendant lesquelles le mouvement vrai de Jupiter a été de 5^f 27^d 46' 40".

Prenant le moyen mouvement de Jupiter, qui répond à cet intervalle de temps, on aura 5^f 16^d 50' 15", qui, étant retranchés de son vrai mouvement qui a été trouvé de 5^f 27^d 46' 40", reste 10^d 56' 25".

Comme dans l'intervalle entre les observations que nous venons de comparer ensemble, Jupiter n'a pas achevé six Signes entiers, on prendra l'Opposition suivante qui est arrivée le 23 Janvier de l'année 1730 à 11^h 5' du soir, le vrai lieu de Jupiter étant en Ω 3^d 49' 30".

Le mouvement vrai dans l'intervalle entre cette Opposition & celle de 1723, qui est de six années, dont deux bissextiles,

21 21 7^h 5', est de 7^l 0^d 28' 8", auquel il répond 6^l 19^d 52' 7" de moyen mouvement. La différence est 10^d 36' 1", plus petite de 20' 24" que celle que l'on avoit trouvée par la comparaison précédente, de 10^d 56' 25", à laquelle on doit donner la préférence, parce que l'erreur qui peut se trouver par cette méthode, donne toujours l'Équation plus petite qu'elle ne l'est réellement, sans pouvoir jamais la donner trop grande.

Prenant la moitié de 10^d 56' 25", on aura la plus grande Équation de Jupiter, de 5^d 28' 12^l $\frac{1}{2}$.

Pour déterminer présentement le vrai lieu de son Aphélie, on comparera l'Opposition de 1723 avec celle de 1725, qui est arrivée le 5 Septembre à 14^h 44', le vrai lieu de Jupiter étant en κ 13^d 18' 0".

Le vrai mouvement de Jupiter dans cet intervalle, qui est de deux années, dont une bissextile, 1721 10^h 44', est de 2^l 9^d 56' 38", auquel il répond 2^l 6^d 47' 24" de moyen mouvement. La différence est de 3^d 9' 14", qui est plus petite de 2^d 18' 58" que la plus grande Équation que l'on vient de déterminer; ce qui fait voir que Jupiter n'étoit pas encore arrivé à son Périhélie.

On prendra donc l'Opposition suivante, qui est arrivée le 13 Octobre 1726 à 6^h 0', Jupiter étant en ν 20^d 4' 10". Le vrai mouvement de Jupiter, dans l'intervalle de trois années, dont une bissextile, 1701 2^h 0', qui se sont écoulées entre l'observation de 1723 & celle de 1726, est de 3^l 16^d 52' 48", auquel il répond 3^l 10^d 15' 39" de moyen mouvement. La différence est de 6^d 37' 9", qui excèdent la plus grande Équation de Jupiter, de 1^d 8' 57"; ce qui fait voir que dans l'Opposition de 1726, Jupiter avoit passé au de-là de son Périhélie, dont on déterminera le lieu, en faisant, comme 2^d 18' 58" plus 1^d 8' 57", ou 3^d 27' 55", sont à 1^d 8' 57"; ainsi 36^d 46' 10", mouvement vrai de Jupiter entre les deux Oppositions de 1725 & de 1726, est à 12^d 15', qui, étant retranchés du vrai lieu de Jupiter dans l'Opposition de 1726, qui étoit en ν 20^d 4' 10", donne le vrai lieu de son Périhélie à 7^d 49' de la Balance. *Ce qu'il falloit trouver.*

Enfin, pour déterminer le temps que Jupiter est arrivé à son Périhélie, on fera, comme 3^d 27' 55", sont à 1^d 8' 57"; ainsi une année

une année commune 7^l 15^h 16', intervalle entre les Oppositions de 1725 & de 1726, est à 134^l 5^h 5', qui, étant retranchés du temps de l'Opposition de 1726, qui est arrivée le 13 Octobre à 6^h 0', donnent le temps du passage de Jupiter par son Périhélie le 1.^{er} Juin 1726, cette Planete étant alors à 7^d 49' du Bélier.

On déterminera de la même manière par l'Opposition de 1716, comparée avec celles qui ont suivi jusqu'en 1723, la plus grande Équation de Jupiter, de 5^d 26' 42", & le lieu de son Aphélie à la fin de Juillet 1720, à 10^d 23' de la Balance.

Enfin, si l'on compare l'Opposition de 1657 avec celles qui ont été observées en 1676 & 1677, après une révolution & demie ou environ, on trouvera la plus grande Équation de Jupiter, de 5^d 30' 43", plus grande que par les déterminations précédentes, & qu'on doit leur préférer par les raisons qu'on a rapportées.

On trouvera aussi par la comparaison de l'Opposition de 1657 avec celle de 1661, la différence entre le mouvement vrai & le mouvement moyen de Jupiter dans l'intervalle entre ces observations, de 5^d 43' 5", plus grande de 12' 22" que l'Équation que l'on vient de déterminer; ce qui fait voir que Jupiter avoit alors passé au de-là de son Aphélie, d'une quantité que l'on trouvera de 2^d 5', qui, étant retranchée du vrai lieu de Jupiter, qui étoit dans l'Opposition de 1661, en \sphericalangle 8^d 57' 55", donne le vrai lieu de son Aphélie en \sphericalangle 6^d 53' pour le commencement de l'année 1661.

Après avoir ainsi déterminé le vrai lieu de l'Aphélie de Jupiter & sa plus grande Équation, nous avons examiné ce qui résulte des différentes hypothèses dont on se sert pour représenter les mouvements des Planetes.

Entre les Oppositions de Jupiter avec le Soleil, qui ont été observées à Paris, nous en avons choisi trois, dont une avant le passage de cette Planete par le lieu de son Aphélie, & les deux autres après; la première de ces Oppositions a été déterminée le 19 Février 1719 à 4^h 3' du soir, Jupiter étant en η 0^d 31' 18", avec une latitude boréale de 1^d 17' 30"; la seconde le 20 Avril 1721 à 9^h 48' du soir, Jupiter étant en μ 0^d 40' 3", avec une latitude boréale de 1^d 29' 32"; la troisième le 25 Juin 1723 à 4^h 0', Jupiter étant en ν 3^d 21' 22", avec une latitude boréale de 0^d 7' 29".

Comme les deux premières observations n'ont point été faites près des Nœuds, ou des termes des plus grandes latitudes, il faut, pour une plus grande exactitude, réduire le vrai lieu de Jupiter, observé par rapport à l'Écliptique, à son vrai lieu sur son Orbite, ce qui demande la connoissance du lieu du Nœud de cette Planete & de l'inclinaison de son Orbite.

En attendant qu'on ait déterminé ces éléments avec exactitude, on considérera que dans l'Opposition de Jupiter, de l'année 1723, sa latitude étoit de 0^d 7' 29" boréale, au lieu que dans celle de 1724, elle étoit de 0^d 50' 11" australe; ce qui fait voir que Jupiter avoit passé par son Nœud austral dans le temps écoulé entre ces deux observations, & que le lieu de ce Nœud étoit à 7 degrés ou environ du Capricorne. On remarquera aussi dans les différentes Oppositions que l'on a rapportées, que la plus grande latitude de Jupiter n'a pas excédé 1^d 39' 40", & qu'ainsi la plus grande inclinaison apparente de son Orbite, qui est mesurée par sa plus grande latitude, est de la même quantité de 1^d 39' 40".

Suivant ces éléments, on trouvera que dans l'observation de 1719, la réduction de l'Écliptique à l'Orbite de Jupiter, étoit de 30 secondes, qu'il faut adjoûter à son vrai lieu par rapport à l'Écliptique, pour avoir son vrai lieu sur son Orbite en m 0^d 31' 48", & que dans l'observation de 1721, cette réduction est de 26 secondes, qu'il faut retrancher du vrai lieu de Jupiter sur l'Écliptique, pour avoir son vrai lieu sur son Orbite en m 0^d 39' 37". A l'égard de l'observation de 1723, qui se trouve près des Nœuds, il n'y a que 5 à 6 secondes de réduction, qu'il faut aussi retrancher du vrai lieu de Jupiter, observé par rapport à l'Écliptique, pour avoir son vrai lieu sur son Orbite en m 3^d 21' 17".

Ces observations étant ainsi réduites à l'Orbite de Jupiter, on trouvera par la sixième méthode le vrai lieu de l'Aphélie de Jupiter dans l'hypothese elliptique simple à 10^d 17' de la Balance à la fin de Juillet de l'année 1720, l'excentricité de son Orbe de 4782, & sa plus grande Équation de 5^d 28' 52".

Calculant aussi par la septième méthode dans l'hypothese de Képler, l'Aphélie de Jupiter, qui résulte des mêmes observations, on le trouvera à 9^d 47' de la Balance, moins avancé de 30 min.

que suivant l'hypothese précédente. On aura aussi son excentricité de 4817, ce qui donne sa plus grande Équation de 5^d 31' 43", & c'est à ces dernières déterminations que nous avons jugé devoir donner la préférence, parce que l'hypothese de Képler est la plus généralement reçûe des Astronomes modernes.

On a négligé dans ces calculs de réduire le temps vrai de l'Opposition au temps moyen, parce qu'il ne peut y avoir qu'une différence de 16' 12", pendant lesquelles le mouvement de Jupiter n'est que de 3 secondes de degré.

On trouvera, suivant les mêmes méthodes, par les observations de Ptolemée, l'Aphélie de Jupiter pour la fin de l'année 136 dans l'hypothese elliptique simple en m 15^d 12', & dans l'hypothese de Képler en m 14^d 38', avec une différence de l'un à l'autre de 34 minutes.

A l'égard de l'excentricité de son Orbe, on le trouve par l'hypothese elliptique simple de 4585 parties, dont le grand axe est de 200000, ce qui donne sa plus grande Équation de 5^d 15' 20", & dans l'hypothese de Képler de 4546, d'où l'on tire sa plus grande Équation de 5^d 12' 40".

Ayant ensuite déterminé l'Aphélie de Jupiter, qui résulte des observations les plus anciennes & les plus modernes, nous l'avons calculé par les observations de Tycho, faites dans les circonstances les plus favorables, dont la première est arrivée le 22 Janvier de l'année 1588 à 8^h 8' au Méridien de Paris, Jupiter étant en Ω 12^d 18' 34", avec une latitude boréale de 0^d 58' 47"; la seconde le 23 Mars 1590 à 12^h 20', Jupiter étant en ♌ 12^d 54' 30"; & la troisième le 25 Mai 1592 à 16^h 21', cette Planete étant en ♋ 14^d 25' 0".

Suivant ces observations, on trouve par l'hypothese elliptique simple, au commencement de l'année 1690, l'Aphélie de Jupiter en ♌ 6^d 41' 0", son excentricité de 4755 parties, & sa plus grande Équation de 5^d 27' 4"; & dans l'hypothese de Képler, l'Aphélie de Jupiter en ♌ 6^d 30' 43", son excentricité de 4782 parties, & sa plus grande Équation de 5^d 28' 56".

C H A P I T R E V.

Du Mouvement de l'Aphélie de Jupiter.

SUIVANT les observations de Ptolemée, on a trouvé par l'hypothèse elliptique simple, que vers la fin de l'année 136, l'Aphélie de Jupiter étoit en $\approx 15^{\text{d}} 12'$.

Il a été déterminé suivant la même hypothèse à la fin de Juillet de l'année 1720, en $\approx 10^{\text{d}} 17'$.

Le mouvement de l'Aphélie a donc été de $25^{\text{d}} 5'$, dans l'intervalle entre ces observations, qui est de 1583 années $\frac{1}{2}$, ce qui donne son mouvement annuel, de $0' 57'' 2'''$.

Si l'on compare de même le lieu de l'Aphélie de Jupiter, qui a été déterminé suivant l'hypothèse de Képler à la fin de l'année 136, en $\approx 14^{\text{d}} 38'$,

avec celui qui a été trouvé en 1720, en $\approx 9^{\text{d}} 47'$,

on aura dans le même intervalle de temps le mouvement de l'Aphélie de Jupiter, de $25^{\text{d}} 9'$,

qui excède de 4 minutes celui que l'on avoit trouvé par la comparaison précédente, ce qui donne son mouvement annuel, de $0' 57'' 11'''$, plus grand seulement de 9 tierces que celui que l'on a trouvé par la première hypothèse.

Examinons présentement ce qui résulte des observations de Tycho, comparées aux nôtres & à celles de Ptolemée.

Suivant ces observations, le vrai lieu de l'Aphélie de Jupiter, calculé par l'hypothèse elliptique simple, étoit au commencement de l'année 1590, en $\approx 6^{\text{d}} 41'$, & à la fin de Juillet de l'année 1720, en $\approx 10^{\text{d}} 17'$.

Le mouvement de l'Aphélie de Jupiter a donc été dans l'espace de 130 années & 6 mois, de $3^{\text{d}} 36' 0''$, ce qui donne son mouvement annuel, de $1' 39''$.

Suivant l'hypothèse de Képler, le lieu de l'Aphélie de Jupiter étoit en 1590, en $\approx 6^{\text{d}} 30' 43''$, & en 1720, en $\approx 9^{\text{d}} 47' 0''$; ainsi le mouvement de l'Aphélie de Jupiter a été dans le même

intervalle de temps, de $3^{\text{d}} 16' 17''$, d'où l'on tire son mouvement annuel, de $1' 30''$.

Enfin, si l'on compare le lieu de l'Aphélie de Jupiter, qui a été trouvé par l'hypothèse de Képler à la fin de l'année 136, en $\approx 14^{\text{d}} 38' 0''$,

avec celui qui a été déterminé en l'année 1590, par les observations de Tycho, en $\approx 6^{\text{d}} 30' 43''$,

on trouve que dans l'intervalle de 1463 années & demie, son mouvement a été de $21^{\text{d}} 52' 43''$, ce qui donne son mouvement annuel, de $0' 54''$,

plus petit de 36 secondes que depuis les observations de Tycho jusqu'aux nôtres.

Ainsi supposant toutes les observations que nous avons employées pour déterminer l'Aphélie de Jupiter, exactes de part & d'autre, il suit que le mouvement de cet Aphélie a accéléré dans la suite des siècles, ou du moins qu'il est sujet à quelques irrégularités.

On remarquera aussi des variations assez considérables dans l'excentricité de l'Orbe de Jupiter, de même que dans la plus grande Equation de son Orbe, que nous avons trouvée dans l'hypothèse elliptique simple, en l'année 136, de $5^{\text{d}} 15' 20''$,

en l'année 1590, de $5 27 4$,

& en l'année 1720, de $5 28 52$.

Et suivant l'hypothèse de Képler, en l'année 136, de $5^{\text{d}} 12' 46''$,

en l'année 1590, de $5 28 56$,

& en l'année 1720, de $5 31 43$.

Quoique ces deux hypothèses ne donnent pas précisément la plus grande Equation de Jupiter de la même quantité, cependant elles s'accordent ensemble en ce qu'elles établissent cette Equation plus grande par la succession des temps, à peu-près suivant la proportion des temps qui se sont écoulés entre les différentes observations qu'on en a faites; ce qu'il est à propos de remarquer, afin que l'on examine dans la suite s'il y a de semblables variations.

CHAPITRE VI.

Détermination plus exacte des moyens Mouvements de Jupiter.

LE vrai lieu de l'Aphélie de Jupiter, de même que son Excentricité, & la plus grande Équation de son Orbe étant ainsi connus, nous avons employé ces éléments pour déterminer dans chaque observation le lieu moyen de Jupiter, qui répond à son vrai lieu observé, & nous avons trouvé qu'au temps de l'Opposition du 15 Mai de l'année 133 après Jésus-Christ, l'Équation de Jupiter étoit, suivant l'hypothèse de Képler, de $5^d 12' 46''$, qu'il faut adjoûter à son vrai lieu déterminé à $23^d 22' 22''$ du Scorpion, pour avoir son lieu moyen en $m 28^d 35' 8''$: Que dans l'Opposition suivante du 1.^{er} Septembre de l'année 136, l'Équation étoit de $0^d 37' 7''$, qu'il faut adjoûter à son vrai lieu déterminé en $\kappa 7^d 47' 35''$, pour avoir le lieu moyen de Jupiter en $\kappa 8^d 24' 42''$; & que dans la dernière Opposition du 8.^{me} Octobre 137, l'Équation de Jupiter étoit de $2^d 40' 47''$, qui, étant retranchés de son vrai lieu, qui étoit en $\gamma 14^d 19' 0''$, donnent son lieu moyen en $\gamma 11^d 38' 13''$.

Pour comparer ces observations avec les nôtres, nous en avons choisi trois où Jupiter étoit à peu-près dans le même endroit de son Orbe par rapport à son lieu moyen.

La première le 12 Mai 1698 à $5^h 46'$ du soir, Jupiter étant en $m 22^d 20' 32''$; la seconde le 25 Août 1701 à $20^h 34'$, Jupiter étant en $\kappa 2^d 42' 54''$; & la troisième le 2 Octobre 1702 à $7^h 29'$, Jupiter étant en $\gamma 9^d 28' 7''$.

L'Équation de Jupiter étoit dans la première de ces observations, de $3^d 51' 21''$, qui, étant adjoûtés à son vrai lieu, donnent son lieu moyen en $m 26^d 11' 53''$. Dans la seconde observation, l'Équation étoit de $3^d 12' 36''$, qui, étant adjoûtés au vrai lieu de Jupiter, donnent son lieu moyen en $\kappa 5^d 55' 30''$. Enfin dans la troisième observation, l'Équation de Jupiter étoit nulle, cette Planete étant alors assés exactement dans son Périhélie, &

par conséquent son lieu moyen étoit, de même que son vrai lieu, en $\gamma 9^d 28' 7''$.

Comparant ensemble le lieu moyen de Jupiter, que l'on vient de déterminer, on trouve qu'il étoit moins avancé dans les observations modernes que dans les anciennes; dans la première de $2^d 23'$, dans la seconde de $2^d 29'$, & dans la troisième de $2^d 10'$. Si donc l'on adjoûte dans la première observation 28 jours 16 heures, pendant lesquels le moyen mouvement de Jupiter a été de $2^d 24'$, dans la seconde 29 jours 22 heures, qui répondent à $2^d 29'$, & dans la troisième 26 jours 2 heures, pendant lesquels ce mouvement a été de $2^d 10'$, on trouvera que la longitude moyenne de Jupiter étoit le 10 Juin 1698 à $9^h 46'$ du matin, de la même quantité que le 15 Mai de l'année 133 à $23^h 3'$; qu'elle étoit le 25 Septembre de l'année 1701 à $6^h 34'$ du matin, de même que le 1.^{er} Septembre de l'année 136 à $4^h 10'$ du soir; & que le 29 Octobre 1702 à $7^h 9'$ du matin, elle étoit au même endroit que le 8 Octobre 137 à $3^h 18'$ du soir.

Partageant l'intervalle entre le 15 Mai de l'année 133 à $23^h 3'$ du matin, & le 10 Juin de l'année 1698 à $9^h 46'$ du matin, qui est de 1566 années communes, 41 jours moins une heure, par 132, qui est le nombre des révolutions écoulées dans cet intervalle, on aura la révolution moyenne de Jupiter, de 11 années $315^j 12^h 54'$, ce qui donne son moyen mouvement annuel, de $30^d 20' 33'' 34'''$.

Partageant de même par 132, l'intervalle entre le temps des Oppositions des années 136 & 137, & celui où le lieu moyen de Jupiter s'est trouvé de la même quantité par les observations modernes, on aura par celle de l'année 136, la révolution moyenne de Jupiter, de 11 années $315^j 12^h 39'$, & son moyen mouvement annuel, de . . . $30^d 20' 33'' 49'''$; & par l'observation de l'année 137, la révolution moyenne de Jupiter, de 11 années $315^j 12^h 7'$, ce qui donne son moyen mouvement annuel, de $30^d 20' 34'' 24'''$.

Prenant un milieu, on aura la révolution moyenne de Jupiter autour du Soleil, de 11 années $315^j 12^h 33'$, & son moyen mouvement annuel, de . . . $30^d 20' 33'' 56'''$.

CHAPITRE VII.

De la seconde Inégalité de Jupiter, & du rapport de sa distance au Soleil & à la Terre.

LA différence entre le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil & son vrai lieu vû de la Terre, est ce que nous appellons *seconde Inégalité*, comme il a été expliqué dans la théorie de Saturne, où nous avons fait voir qu'elle n'est point causée par aucune augmentation ou diminution réelle dans le mouvement de la Planete, mais seulement par sa différente situation à l'égard du Soleil & de la Terre; & qu'ainsi elle est simplement optique.

Nous avons déjà remarqué que les circonstances les plus favorables pour déterminer cette Inégalité, sont lorsque la Planete vûe de la Terre est éloignée du Soleil de près de 90 degrés; & qu'on doit aussi préférer pour cette recherche les observations qui ont été faites près des Nœuds, où le vrai lieu des Planetes sur leur Orbite étant le même que leur vrai lieu sur l'Écliptique, il n'est point nécessaire d'y employer aucune réduction.

Pour déterminer la seconde Inégalité de Jupiter, il faut employer la même méthode qui a été enseignée pour trouver celle de Saturne, dont on rapportera ici quelques exemples.

EXEMPLE I.

Le 1.^{er} Mars de l'année 1705, M. Flamsteed a observé à Greenwich le passage du centre de Jupiter par le Méridien à 6^h 13' 51", & sa hauteur méridienne de 61^d 9' 40", d'où il a conclu l'ascension droite de cette Planete, de 75^d 58' 13", & sa déclinaison septentrionale de 22^d 37' 40".

Calculant par le moyen de l'ascension droite & de la déclinaison de cette Planete, son vrai lieu vû de la Terre, on le trouve en H 17^d 4' 27", avec une latitude méridionale de 0^d 13' 39".

Si l'on calcule aussi par les Tables Astronomiques pour le temps de cette observation, réduit au Méridien de Paris, le vrai lieu de Jupiter ou du Soleil, on le trouve en H 28^d 3' 34", auquel il faut

il faut adjoûter 4' 30", à cause que le vrai lieu calculé étoit plus petit que celui qui a été observé de 4' 42" dans l'Opposition qui a précédé immédiatement cette observation, & de 3' 50" dans celle qui l'a suivie, & on aura le vrai lieu de Jupiter à l'égard du Soleil, corrigé par les observations, en H 28^d 8' 4".

Retranchant de ce lieu, celui de Jupiter vû de la Terre, qui étoit en H 17^d 4' 27", on aura l'angle *TIS* (Fig. 52.) qui mesuroit alors la seconde Inégalité de cette Planete, de 11^d 3' 37".

Comme Jupiter étoit alors éloigné de quelques degrés des Nœuds, on peut, pour une plus grande exactitude, avoir égard à la réduction de son vrai lieu à l'Écliptique, qui étoit de 10 secondes additive, ce qui donne son vrai lieu en H 28^d 8' 14", & sa seconde Inégalité de 11^d 3' 47".

Le vrai lieu du Soleil, calculé pour le même temps, étoit en H 11^d 2' 46", & sa distance à la Terre, de 9922 parties, dont la moyenne est de 10000. Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Jupiter vû de la Terre, qui étoit en H 17^d 4' 27", on aura l'angle *ITS* entre Jupiter & le Soleil, de 96^d 1' 41".

Maintenant dans le Triangle *ITS*, dont l'angle *TIS*, qui mesure la seconde Inégalité a été trouvé de 11^d 3' 37", l'angle *ITS*, de 96^d 1' 41", & le côté *IS*, distance de la Terre au Soleil, de 9922 parties; on trouvera la distance *IS* de Jupiter au Soleil, de 51411 parties, dont la distance moyenne de la Terre au Soleil est de 10000.

Pour déterminer présentement la distance de Jupiter au Soleil dans son Aphélie, son Périhélie, & les autres lieux de son Orbe, qui résultent de cette observation, on retranchera le lieu de l'Aphélie de Jupiter, qui étoit alors en \pm 9^d 31' 40" de son vrai lieu vû du Soleil en H 28^d 8' 14", & l'on aura son anomalie vraie de 8^d 18^d 36' 34", dont retranchant 6 Signes, reste l'angle *PTI* (Fig. 54.) de 78^d 36' 34"; & dans le Triangle *TVF*, dont le côté *TV* ou *AP*, qui lui a été fait égal, est de 200000, le côté *FT*, double de l'excentricité *CT* est de 9634 dans l'hypothèse de Képler, & l'angle compris *FTV*, supplément de l'angle *PTI*, est de 101^d 23' 36", on trouvera l'angle *FVT*, de 2^d 40' 40", dont le double *FIT*, sera de 5^d 21' 20". Le retranchant de l'angle *PTI*, de 78^d 36' 34", on aura l'angle *PFI*, de 73^d 15' 14";

& l'on fera, comme le sinus de l'angle PFI , de $73^{\text{d}} 15' 14''$, est au sinus de l'angle PTI , de $78^{\text{d}} 36' 34''$; ainsi TI , distance de Jupiter au Soleil, qui a été trouvée de 51411, dont la distance moyenne de la Terre au Soleil est de 10000, est à FI , que l'on trouvera de 52641. L'ajoutant à TI , on aura TV ou AP , de 104052, dont la moitié 52026, mesure le demi-axe AC de l'Orbe de Jupiter; & l'on fera, comme AC 100000 est à CI 4817; ainsi AC 52026 est à CT , que l'on trouvera de 2506. L'ajoutant à AC , on aura la distance AT de Jupiter au Soleil dans son Aphélie, de 54532 parties, dont la moyenne distance de la Terre au Soleil est de 10000, & le retranchant de AC , on aura la distance PT de Jupiter au Soleil dans son Périhélie, de 49520.

Ces distances étant connues, on trouvera celle de Jupiter au Soleil dans tous les points de son Orbe, comme, par exemple, lorsqu'il est éloigné de son Périhélie, de 30 degrés; car dans le Triangle TDF , le côté DT ou AP étant connu de 104052, FT , de 5012, & l'angle ATD , compris entre ces côtés, de 150 degrés, l'on trouvera l'angle FDT , de $1^{\text{d}} 19' 28''$, dont le double $2^{\text{d}} 38' 56''$, mesure l'angle FRT , qui, étant retranché de l'angle PTR , de 30 degrés, donne l'angle PFR , de $27^{\text{d}} 21' 4''$; & l'on fera, comme le sinus de l'angle FRT , de $2^{\text{d}} 38' 56''$ est au sinus de l'angle RFT , de $27^{\text{d}} 21' 4''$; ainsi FT 5012 est à la distance RT de Jupiter au Soleil, lorsqu'il est éloigné de 30 degrés de son Périhélie, qu'on trouvera de 49825 parties dont la distance moyenne de la Terre au Soleil est de 10000.

E X E M P L E I I.

Le 21 Décembre de l'année 1690, M. Flamsteed observa le passage du centre de Jupiter par le Méridien à $6^{\text{h}} 1' 45''$, & sa hauteur méridienne apparente de $37^{\text{d}} 30' 45''$, d'où il détermina l'ascension droite de cette Planete, de $1^{\text{d}} 0' 15''$, & sa déclinaison méridionale de $1^{\text{d}} 1' 55''$.

Calculant, suivant cette observation, le vrai lieu de Jupiter vû de la Terre, on le trouve en $\gamma 0^{\text{d}} 30' 35''$, avec une latitude méridionale de $1^{\text{d}} 20' 46''$, une des plus grandes qu'on observe alors; ce qui fait voir que cette Planete étoit fort près du terme

de sa plus grande latitude, où son vrai lieu sur son Orbe est le même que celui qu'on détermine par rapport à l'Écliptique.

Calculant pour le temps de cette observation, réduite au Méridien de Paris, le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil, on le trouve en $\gamma 12^{\text{d}} 4' 28''$, éloigné seulement d'environ 3 degrés de son Périhélie, qui est un des points qu'il faut principalement déterminer. Retranchant de ce lieu 5 minutes, à cause de la correction qui résulte des Oppositions qui ont précédé & suivi cette observation, on aura le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil, corrigé, en $\gamma 11^{\text{d}} 59' 28''$, dont il faut retrancher son vrai lieu vû de la Terre en $\gamma 0^{\text{d}} 30' 35''$, pour avoir l'angle TIS (Fig. 52.) qui mesure la seconde Inégalité de Jupiter, de $11^{\text{d}} 28' 53''$.

Le vrai lieu du Soleil, calculé pour le même temps, étoit en $\gamma 0^{\text{d}} 27' 41''$, & sa distance à la Terre, de 9831 parties dont la moyenne est de 10000.

Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Jupiter vû de la Terre, qui étoit en $\gamma 0^{\text{d}} 30' 35''$, on aura l'angle STI , de $90^{\text{d}} 2' 54''$, fort approchant de 90 degrés, où la seconde Inégalité est la plus grande; & l'on fera, comme le sinus de l'angle TIS , de $11^{\text{d}} 28' 53''$ est au sinus de l'angle STI , de $90^{\text{d}} 2' 54''$; ainsi ST 9831 est à SI , distance de Jupiter au Soleil, réduite à l'Écliptique, qu'on trouvera de 49388.

On fera ensuite, comme le sinus de l'angle STI , de $90^{\text{d}} 2' 54''$ est au sinus de l'angle IST , de $78^{\text{d}} 28' 13''$, supplément à deux droits des angles STI & SIT ; ainsi le sinus de l'angle RTI , latitude de Jupiter vûe de la Terre, qui a été observée de $1^{\text{d}} 20' 46''$ est au sinus de l'angle RSI , latitude de cette Planete vûe du Soleil, qu'on trouvera de $1^{\text{d}} 19' 8''$; & dans le Triangle SIR , rectangle en I , on fera, comme le sinus du complément de l'angle RSI , que l'on vient de trouver de $1^{\text{d}} 19' 8''$ est au sinus total; ainsi SI , que l'on a trouvé de 49388 parties, est à la distance SR de Jupiter au Soleil sur son Orbe, qu'on trouvera de 49400.

Maintenant dans le Triangle FVT (Fig. 54.) dont le côté TV ou AP est supposé de 200000 parties, FT , de 9634, & l'angle ATI , supplément à quatre droits de l'anomalie vraie de Jupiter, est de $177^{\text{d}} 18' 37''$, on trouvera l'angle TVF , de $0^{\text{d}} 7' 25''$.

dont le double mesure l'angle TLF , de $0^d 14' 50''$. Le retenant de l'angle PTI , de $2^d 40' 23''$, on aura l'angle PFI , de $2^d 26' 33''$; & l'on fera, comme le sinus de l'angle PFI , de $2^d 26' 33''$ est au sinus de l'angle PTI , de $2^d 40' 23''$; ainsi $TI 49400$ est à $FI 54398$, qui, étant adjointe à FI , donne la grandeur de l'axe AP , de 103798 , dont la moitié AC est de 51899 parties, plus petit de 127 parties que par la comparaison précédente.

On fera enfin, comme $AC 100000$ est à $CT 4817$; ainsi $AC 51899$ est à $CT 2500$, qui, étant adjointe à AC , donne AT , distance de Jupiter au Soleil dans son Aphélie, de 54399 , & qui, étant retranché de AC , donne la distance PT de Jupiter à son Périhélie, de 49399 parties, dont la distance moyenne de la Terre au Soleil est de 100000 .

EXEMPLE III.

Le 24 Mai de l'année 1731, on a observé à Paris, le passage du centre de Jupiter par le Méridien, à $6^h 10^m 23^s \frac{1}{2}$, temps vrai, & sa hauteur méridienne apparente de $53^d 23' 45''$.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Jupiter, vu de la Terre, qui résulte de cette observation, on le trouve en $\eta 1^d 0' 36''$, avec une latitude septentrionale de $1^d 11' 43''$.

Le vrai lieu de Jupiter, vu du Soleil sur son Orbite, calculé pour le même temps par notre théorie, étoit en $\eta 11^d 46' 24''$, dont retranchant 22 secondes pour la réduction à l'Ecliptique qui convient à la distance de ses Nœuds, qui étoit alors de $64^d 4'$, on aura le vrai lieu de Jupiter, réduit à l'Ecliptique, qui est mesuré par l'angle DSI (Fig. 52.) de $161^d 46' 2''$. Retranchant de ce lieu, celui de Jupiter vu de la Terre, qui est mesuré par l'angle CTI , de $151^d 0' 36''$, on aura l'angle TIS , qui mesure la seconde Inégalité de Jupiter, de $10^d 45' 26''$.

Le vrai lieu du Soleil, calculé pour le même temps, étoit en $H 2^d 56' 20''$, & sa distance à la Terre, de 10139 .

Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Jupiter vu de la Terre en $\eta 1^d 0' 36''$, on aura l'angle STI , de $88^d 4' 16''$; & l'on fera, comme le sinus de l'angle TIS , de $10^d 45' 26''$, est au sinus de l'angle STI , de $88^d 4' 16''$; ainsi $ST 10139$ est à SI

distance de Jupiter au Soleil, réduite à l'Ecliptique, qu'on trouvera de 54291 .

On fera ensuite, comme le sinus de l'angle STI , de $88^d 4' 16''$, est au sinus de l'angle IST , de $81^d 10' 18''$; ainsi le sinus de l'angle RTI , latitude de Jupiter, observée de la Terre, de $1^d 11' 48''$ est au sinus de l'angle RSI , latitude de cette Planete vue du Soleil, qu'on trouvera de $1^d 10' 57''$, & comme le sinus du complément de cet angle est au sinus total; ainsi SI , que l'on a trouvé de 54291 , est à la distance SR de Jupiter au Soleil sur son Orbite, que l'on trouvera de 54301 .

Retranchant du vrai lieu de Jupiter vu du Soleil sur son Orbite en $\eta 11^d 46' 24''$, le lieu de son Aphélie, qui étoit en $\epsilon 9^d 56' 48''$, on aura la distance à son Aphélie, de $11^d 1^d 49' 36''$, & l'angle ATL (Fig. 54.) de $28^d 10' 24''$; & dans le Triangle FOT , dont le côté TO ou AP , est supposé de 200000 , le côté FT , de 9634 , & l'angle FTO , compris entre ces côtés, est de $28^d 10' 24''$, on trouvera l'angle TOF , de $1^d 21' 38''$, dont le double mesure l'angle TLF , de $2^d 43' 16''$. L'ajoutant à l'angle ATL , de $28^d 10' 24''$, on aura l'angle AFL , de $30^d 53' 40''$, & l'on fera, comme le sinus de l'angle AFL , de $30^d 53' 40''$, est au sinus de l'angle ATL , de $28^d 10' 24''$; ainsi $TL 54301$ est à FL , qu'on trouvera de 49932 , & qui, étant adjointe à TL , donne la grandeur de l'axe AP , de 104233 , dont la moitié AC est de $52116 \frac{1}{2}$, plus grande de 217 parties que par le second exemple, & de 90 que par le premier.

On fera enfin, comme $AC 100000$ est à $CT 4817$; ainsi AC , que l'on vient de trouver de 52116 , est à CT , que l'on trouvera de 2510 . L'ajoutant à AC , on aura la distance AT de Jupiter au Soleil dans son Aphélie, de 54626 parties, dont la moyenne distance de la Terre au Soleil est de 100000 , & le retranchant de AC , on aura la distance PT de Jupiter au Soleil dans son Périhélie, de 49606 .

CHAPITRE VIII.

Des Nœuds de Jupiter.

DANS les observations de Jupiter, que l'on a rapportées, on a pu remarquer que cette Planete, dans le cours de sa révolution autour du Soleil, ne suit pas exactement l'Écliptique, mais qu'elle s'en éloigne de part & d'autre, avec une latitude méridionale ou septentrionale, qui, vûe de la Terre, peut monter à près de $1^{\text{d}} 40'$.

Cette apparence fait connoître que la révolution de Jupiter autour du Soleil, de même que celle de Saturne, ne se fait pas sur le plan de l'Écliptique, mais sur une Orbite particulière, qui lui est inclinée, & qui, étant supposée un grand Cercle de la Sphere, doit la couper en deux points diamétralement opposés, qu'on appelle *Nœuds*.

Pour déterminer immédiatement le vrai lieu de ces Nœuds, sans emprunter aucun élément, il seroit nécessaire non-seulement que Jupiter se trouvât sur le plan de l'Écliptique, mais aussi que dans le même temps il fût en Opposition avec le Soleil, auquel cas son vrai lieu vû de la Terre, seroit le même que le vrai lieu de son Nœud. Mais comme ces deux circonstances ne peuvent se rencontrer que très-rarement, & que dans le grand nombre d'Oppositions que l'on a rapportées, il ne s'en est trouvé aucune où la latitude ait été moindre de $7' 29''$ vers le Nord, nous employerons dans cette recherche, d'autres méthodes à peu près semblables à celles que l'on a indiquées pour déterminer les Nœuds de Saturne, & dont il suffira de rapporter ici quelques exemples.

E X E M P L E I.

Le 2 Juin de l'année 1705, la latitude de Jupiter a été observée de $2' 10''$ vers le Midi.

Le 2 Juillet suivant, on l'a trouvée de $1' 51''$ vers le Nord.

Prenant la somme de ces latitudes, on aura $4' 1''$, & l'on fera, comme $4' 1''$ sont à la première latitude, qui étoit de $2' 10''$; ainsi l'intervalle entre le temps de ces observations, qui est de 30 jours, est à 16 jours, qui, étant adjoints au 2 Juin 1705, donnent le temps du passage de Jupiter par l'un de ses Nœuds, le 18 Juin de l'année 1705. Calculant pour ce temps le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil, on le trouvera en $\varnothing 7^{\text{d}} 17'$, qui est le vrai lieu de son Nœud ascendant, parce que sa latitude étoit méridionale dans la première observation.

Par les observations des 11 & 21 Septembre de l'année 1681, faites dans le temps que la latitude de Jupiter étoit méridionale, & du 17 Octobre suivant, lorsque cette latitude étoit septentrionale, on trouve que Jupiter a passé par son Nœud ascendant le 2 Octobre de l'année 1681, temps auquel le vrai lieu de ce Nœud, qui est le même que celui de Jupiter vû du Soleil, étoit en $\varnothing 7^{\text{d}} 24' 54''$.

Enfin, par d'autres observations des 15, 24 & 28 Août de l'année 1693, on trouve que Jupiter est arrivé à son Nœud ascendant le 13 Août à 16 heures après midi, & que le vrai lieu de ce Nœud étoit à $7^{\text{d}} 40' 20''$ de l'Écrevisse.

Prenant un milieu entre ces différentes déterminations, on aura le vrai lieu du Nœud de Jupiter à $7^{\text{d}} 27'$ de l'Écrevisse pour l'année 1693, temps moyen entre les observations des années 1681 & 1705.

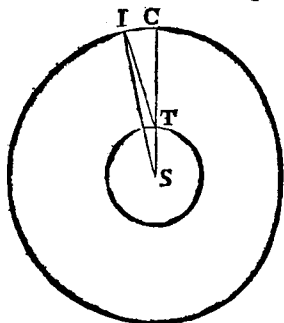
E X E M P L E II.

Le 12 Décembre de l'année 1704, l'Opposition de Jupiter avec le Soleil a été observée à Paris à $18^{\text{h}} 50'$, le vrai lieu de cette Planete étant en $\text{H} 21^{\text{d}} 26' 2''$, avec une latitude australe de $0^{\text{d}} 28' 10''$.

L'Opposition suivante est arrivée le 14 Janvier de l'année 1706 à $16^{\text{h}} 2'$, en $\varnothing 24^{\text{d}} 40' 40''$, la latitude de Jupiter étant de $0^{\text{d}} 29' 56''$ vers le Nord.

La distance de Jupiter au Soleil, au temps de la première observation, étoit à la distance de la Terre au Soleil, comme 51144 est à 9839, & dans la seconde observation, comme 52566 est à 9840.

Dans le Triangle STI , dont le côté IS mesure dans la première observation, la distance de Jupiter au Soleil, le côté TS , la distance de la Terre au Soleil, & l'angle ITS , compris entre ces côtés, est de $179^{\circ} 31' 50''$, supplément de la latitude australe de Jupiter, observée de $0^{\circ} 28' 10''$; on aura l'angle TSI , qui mesure la latitude de Jupiter, vûe du Soleil dans la première observation, de $0^{\circ} 22' 45''$. On trouvera de la même manière la latitude de Jupiter, vûe du Soleil dans la seconde observation, de $0^{\circ} 24' 20''$.



On peut, pour éviter le calcul de ces Triangles, prendre la différence entre les distances du Soleil à la Terre & à Jupiter, qu'on trouvera dans la première Opposition, de 41305, & dans la seconde, de 42726; & faire, comme 51144 est à 41305; ainsi $28' 10''$, latitude de Jupiter, vûe de la Terre, est à $22' 45''$, qui mesurent la vraie latitude de Jupiter, dans la première observation: & comme 52566 est à 42726; ainsi $29' 56''$, sont à $24' 20''$, qui mesurent la vraie latitude de Jupiter dans la seconde observation.

On fera ensuite, comme $47' 5''$, somme des deux latitudes que l'on vient de trouver, sont à $22' 45''$; ainsi $33^{\circ} 14' 18''$, ou $1994' 18''$, mouvement vrai de Jupiter dans l'intervalle entre les deux Oppositions, sont à $963' 36''$, ou $16^{\circ} 3' 36''$, qui, étant adjointés au vrai lieu de Jupiter dans la première Opposition, qui étoit en $\text{H } 21^{\circ} 26' 22''$, donnent le lieu de son Nœud boréal en $\text{S } 7^{\circ} 29' 58''$, qui est ascendant, à cause que dans la première observation, la latitude de Jupiter étoit australe, & qui diffère peu du véritable, à cause que la latitude de Jupiter étoit à peu près égale dans les deux Oppositions.

E X E M P L E III.

Le 14 Juin de l'année 1699, l'Opposition de Jupiter avec le Soleil a été observée à Paris à $10^{\text{h}} 8'$ du soir, le vrai lieu de cette Planete étant en $\text{H } 23^{\circ} 52' 42''$, avec une latitude boréale de $0^{\circ} 23' 7''$.

L'Opposition

L'Opposition suivante est arrivée le 19 Juillet de l'année 1700 à $16^{\text{h}} 40'$, en $\text{S } 27^{\circ} 16' 22''$, la latitude de Jupiter étant de $0^{\circ} 33' 36''$ vers le Midi.

La distance de Jupiter au Soleil étant à la distance de la Terre au Soleil dans la première observation, comme 52588 à 10162, & dans la seconde observation, comme 51151 à 10158; on fera, comme 52588 est à 42426; ainsi $23' 7''$, sont à $18' 39''$, latitude de Jupiter vûe du Soleil dans la première observation, & comme 51151 est à 40993; ainsi $33' 36''$, sont à $26' 57''$, latitude de Jupiter vûe du Soleil dans la seconde observation.

Comme dans ces deux Oppositions, la latitude de Jupiter n'est pas égale de part & d'autre, on supposera l'inclinaison de l'Orbite de Jupiter à l'égard de l'Écliptique, de $1^{\circ} 19' 20''$ (on pourroit la prendre de quelques minutes plus ou moins, sans erreur sensible), & l'on fera, comme le sinus de $1^{\circ} 19' 20''$ est au sinus de $0^{\circ} 18' 39''$; ainsi le sinus total est au sinus de $13^{\circ} 35' 51''$, distance de Jupiter à son Nœud dans la première observation: on fera aussi, comme le sinus de $1^{\circ} 19' 20''$ est au sinus de $0^{\circ} 26' 57''$; ainsi le sinus total est au sinus de $19^{\circ} 51' 27''$, distance de Jupiter à son Nœud dans la seconde observation. Joignant ensemble ces deux distances, on aura $33^{\circ} 27' 18''$, qui excèdent de $3' 38''$ la quantité du mouvement vrai de Jupiter entre les deux Oppositions; qui est de $33^{\circ} 23' 40''$; c'est pourquoi l'on fera, comme $33^{\circ} 27' 18''$, ou $2007' 18''$, sont à $33^{\circ} 23' 40''$, ou $2003' 40''$; ainsi $13^{\circ} 35' 51''$, ou $815' 51''$, sont à $814' 0''$, ou $13^{\circ} 34' 0''$, qui, étant adjointés au vrai lieu de Jupiter dans la première Opposition, qui étoit en $\text{H } 23^{\circ} 52' 42''$, donnent le vrai lieu de son Nœud en $\text{S } 7^{\circ} 26' 42''$, qui est ascendant, à cause que dans la première observation la latitude de Jupiter étoit boréale.

Pour trouver le temps du passage de Jupiter par ce Nœud, on fera, comme $33^{\circ} 23' 40''$, ou $2003' 40''$, sont à $13^{\circ} 34' 0''$, ou $814' 0''$; ainsi $4001' 6^{\text{h}} 32'$, intervalle entre les deux observations, sont à $1621' 14^{\text{h}}$, qui, étant adjointés au 14 Juin 1699 à 10 heures du soir, donnent le temps de ce passage le 24 Novembre 1699 à midi.

Ayant employé de la même manière la latitude de Jupiter; observée dans ses Oppositions avec le Soleil le plus près de ses

Nœuds, on a trouvé par les observations des années 1680 & 1682, le lieu du Nœud boréal, en ϖ 7^d 45' 22",

1692 & 1694, Nœud boréal ou ascendant ϖ 7 10 45,

1699 & 1700, Nœud austral ou descendant \wp 7 27 0,

1704 & 1706, Nœud boréal ϖ 7 29 0,

1711 & 1712, Nœud austral \wp 7 58 50,

1716 & 1718, Nœud boréal ϖ 7 46 20,

1723 & 1724, Nœud austral \wp 7 33 46,

1728 & 1730, Nœud boréal ϖ 7 45 22.

Prenant un milieu entre ces différentes déterminations, on aura le vrai lieu du Nœud ascendant de Jupiter, en l'année 1705, en ϖ 7^d 37' 50".

CH A P I T R E I X.

De l'Inclinaison de l'Orbite de Jupiter par rapport à l'Ecliptique.

ON sçait que tous les grands Cercles de la Sphere se coupent en deux points diamétralement opposés, & que leur plus grand éloignement, qui est à la distance de 90 degrés de ces points de part & d'autre, mesure l'inclinaison de ces Cercles; ainsi connoissant le lieu des Nœuds de Jupiter, qui a été trouvé au 8.^{me} degré de l'Ecrevisse & du Capricorne, on aura les limites de sa plus grande latitude au 8.^{me} degré de la Balance & du Bélier, qui se rencontrent assés près du lieu où se trouvent présentement l'Aphélie & le Périhélie de cette Planete.

Pour trouver immédiatement l'inclinaison de l'Orbite de Jupiter à l'égard de l'Ecliptique, il faudroit avoir des observations où Jupiter étant dans les termes de sa plus grande latitude, c'est-à-dire, au 8.^{me} degré du Bélier & de la Balance, se trouvât en même temps à égale distance du Soleil & de la Terre, ce qui arrive lorsqu'il se trouve éloigné du Soleil, de 2 Signes & 25 degrés; car alors sa latitude observée de la Terre, doit être la même que

sa latitude vûe du Soleil, qui est celle que l'on cherche. Mais comme ces observations sont très-rares, & que peut-être il ne s'en est trouvée aucune en pareil cas, il faut avoir recours à d'autres observations, entre lesquelles on préférera celles qui ont été faites lorsque Jupiter étoit près de ses moyennes distances, & en même temps le plus éloigné qu'il soit possible de l'un de ses Nœuds, où sa latitude doit être la plus grande.

E X E M P L E I.

Le 21 Décembre de l'année 1690 à 6^h 2' du soir à Greenwich, c'est-à-dire, à 6^h 11' à Paris, l'ascension droite de Jupiter a été observée par Flamsteed, de 1^d 0' 15", & sa déclinaison australe de 1^d 1' 55".

Calculant par le moyen de ces observations le vrai lieu de Jupiter vû de la Terre, on le trouve à 0^d 30' 35" du Bélier, avec une latitude australe de 1^d 20' 47". Le vrai lieu du Soleil étoit, suivant nos Tables, à 0^d 28' du Capricorne, éloigné de celui de Jupiter, de 2^d 29^d 58'.

Le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil étoit, suivant notre théorie, à 12^d 4' 28" du Bélier, éloigné d'environ 3 Signes & 4 degrés de son Nœud ascendant; ce qui rend cette observation très-favorable pour cette recherche, puisque Jupiter étoit près de ses moyennes distances à l'égard du Soleil, & en même temps peu éloigné des limites de sa plus grande latitude.

Prenant la différence entre le vrai lieu de Jupiter vû de la Terre & le vrai lieu du Soleil, on aura l'angle *ITS* (*Fig. 52.*) de 90^d 2'. Prenant aussi la différence entre le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil & le vrai lieu de la Terre, qui est à l'opposite du Soleil, en 0^d 28' de l'Ecrevisse, on aura l'angle *TSI*, qui mesure la distance de Jupiter à la Terre, vûe du Soleil, de 78^d 24' 0"; & l'on fera, comme le sinus de l'angle *ITS*, de 90^d 2' est au sinus de l'angle *TSI*, de 78^d 24' 0"; ainsi le sinus de la latitude de Jupiter, observée de 1^d 20' 47" est au sinus de sa latitude vûe du Soleil au temps de l'observation, qu'on trouvera de 1^d 19' 8".

On fera ensuite, comme le sinus de la distance de Jupiter vû du Soleil à son Nœud ascendant, qui étoit alors de 85^d 22' est au sinus de sa latitude vûe du Soleil, qu'on a trouvée de 1^d 19' 8".

ainsi le sinus total est au sinus de l'inclinaison de l'Orbite de Jupiter, ou de sa plus grande latitude, qu'on trouvera de $1^{\text{d}} 19' 23''$.

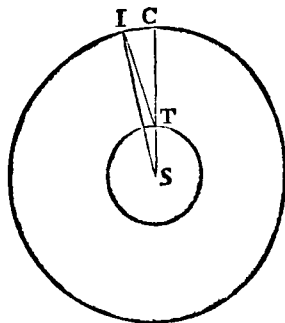
E X E M P L E I I.

Le 28 Mars 1661, Jupiter étant, suivant Hevelius, à $8^{\text{d}} 58'$ de la Balance, en Opposition avec le Soleil, éloigné seulement d'environ un degré & demi de la plus grande distance de cette Planete à ses Nœuds, sa latitude fut observée de $1^{\text{d}} 38' 25''$ vers le Midi.

Jupiter étoit alors près de son Aphélie où sa distance IS au Soleil est de 54535 parties, dont la distance moyenne du Soleil à la Terre est de 10000. La distance TS du Soleil à la Terre, étoit en même temps de 9998 de ces parties, le Soleil étant alors éloigné d'un peu plus de 3 Signes de son Apogée: c'est pourquoi

dans le Triangle ITS , dont le plan est perpendiculaire sur l'Orbite de Jupiter, à cause que cette Planete étoit vers les termes de sa plus grande latitude, on fera, comme IS 54535 est à TS 9998; ainsi le sinus de l'angle ITS ou ITC , observé de $1^{\text{d}} 38' 25''$, est au sinus de l'angle TIS , qu'on trouvera de $18' 2''$, & qui, étant retranché de l'angle ITC , de $1^{\text{d}} 38' 25''$, donne l'angle ISC , qui mesure la latitude véritable de Jupiter, de $1^{\text{d}} 20' 23''$, qui ne diffère pas sensiblement de l'inclinaison de son Orbite, à cause que cette Planete n'étoit éloignée que d'un degré & demi des limites de sa plus grande latitude, ce qui ne peut causer qu'une différence de 2 secondes.

Comme dans l'observation d'Hevelius, que nous venons de rapporter, on a déterminé le lieu de Jupiter par la distance de cette Planete à diverses Etoiles fixes, ce qui, à moins d'une très-grande précision, peut causer des erreurs très-considérables dans la détermination de sa latitude, principalement lorsque ces Etoiles sont peu éloignées de l'Ecliptique; nous avons examiné l'inclinaison de l'Orbite de Jupiter, qui résulte des observations plus modernes, où l'on a déterminé la latitude de cette Planete par le moyen de son ascension droite & de sa déclinaison, entre



lesquelles on a choisi les Oppositions qui se sont trouvées le plus près des limites de la plus grande latitude de Jupiter.

Le 2 Avril de l'année 1673, l'Opposition de Jupiter a été observée à Paris, le lieu de cette Planete étant à $13^{\text{d}} 19'$ de la Balance, éloigné d'environ 3 Signes & 6 degrés de son Nœud ascendant, avec une latitude boréale de $1^{\text{d}} 37' 15''$.

Jupiter étoit alors éloigné de son Aphélie, de $4^{\text{d}} 18'$, ou sa distance à la Terre étoit de 54528, peu différente de celle que l'on avoit trouvée dans l'observation précédente.

Le Soleil étoit éloigné de son Apogée, de $3^{\text{f}} 6^{\text{d}} 21'$, ou sa distance à la Terre étoit de 9990, à peu-près de même qu'en l'année 1661.

On fera donc, comme 54528 est à 9990; ainsi $1^{\text{d}} 37' 15''$ est à $17' 49''$, qui, étant retranchées de $1^{\text{d}} 37' 15''$, donnent la latitude de Jupiter, de $1^{\text{d}} 19' 26''$, à la distance de $3^{\text{f}} 6^{\text{d}}$ de son Nœud ascendant. On fera enfin, comme le sinus de $84^{\text{d}} 0'$ est au sinus total; ainsi le sinus de $1^{\text{d}} 19' 26''$ est au sinus de l'inclinaison de son Orbite avec l'Ecliptique, qu'on trouvera de $1^{\text{d}} 19' 52''$.

Par l'observation du 16 Septembre 1690, où Jupiter étoit à $4^{\text{d}} 5' 40''$ du Bélier, on a trouvé sa latitude australe de $1^{\text{d}} 39' 40''$, qui, étant réduite à sa latitude vûe du Soleil, donne $1^{\text{d}} 19' 31''$, à laquelle adjôtant 10 secondes, à cause que Jupiter étoit éloigné de 3 degrés des limites de sa plus grande latitude, on aura l'inclinaison de son Orbite de $1^{\text{d}} 19' 41''$.

Par l'observation du 2 Octobre 1702, où Jupiter étoit assés exactement dans son Périhélie à $9^{\text{d}} 27' 37''$ du Bélier, & à 3 Signes & 2 degrés de son Nœud, on a trouvé sa plus grande latitude, ou la plus grande inclinaison de son Orbite, de $1^{\text{d}} 19' 4''$.

Par l'observation du 8 Octobre 1714, où Jupiter étoit à $14^{\text{d}} 53'$ du Bélier, éloigné de 3 Signes & 7 degrés de son Nœud descendant, on a trouvé la plus grande inclinaison de son Orbite, de $1^{\text{d}} 18' 53''$.

Par l'observation du 20 Mars 1720, où Jupiter étoit à $0^{\text{d}} 43'$ de la Balance, éloigné de 2 Signes & 23 degrés de son Nœud descendant, on a trouvé la plus grande inclinaison de son Orbite, de $1^{\text{d}} 20' 14''$.

Enfin, par l'observation du 13 Octobre 1726, où Jupiter étoit à $20^{\text{d}} 4'$ du Bélier, éloigné de 3 Signes 12 degrés $\frac{1}{2}$ de son Nœud descendant, on a trouvé la plus grande inclinaison de son Orbite, de $1^{\text{d}} 19' 20''$.

Comparant ensemble toutes ces observations, on aura l'inclinaison de l'Orbite de Jupiter à l'égard de l'Ecliptique,

Par l'Opposition de l'année 1661, de	$1^{\text{d}} 20' 23''$,
par celle de 1673, de	$1 19 52$,
par celle de 1690, de	$1 19 41$,
par celle de 1702, de	$1 19 4$,
par celle de 1714, de	$1 18 53$,
par celle de 1720, de	$1 20 14$,
par celle de 1726, de	$1 19 20$.

Prenant un milieu, on aura l'inclinaison de l'Orbite de Jupiter à l'égard de l'Ecliptique, de $1^{\text{d}} 19' 38''$, plus grande de 15 secondes que celle que nous avons déterminée par le premier exemple, de $1^{\text{d}} 19' 23''$.

C H A P I T R E X.

Du Mouvement des Nœuds de Jupiter.

AYANT connu le lieu des Nœuds de Jupiter, & la plus grande inclinaison de son Orbite avec l'Ecliptique, il reste présentement à déterminer le mouvement de ses Nœuds.

Ptolemée (*Almageste, liv. 13. chap. 1.*) rapporte que les termes les plus septentrionaux de l'Orbite de Jupiter, répondoient alors au commencement de la Balance, le lieu de son Nœud ascendant étoit donc alors, selon lui, au commencement du signe de l'Ecrevisse. Nous l'avons trouvé en 1693 (*Voy. p. 439.*) à $7^{\text{d}} 27'$ du même signe. Le mouvement du Nœud de Jupiter a donc été dans l'espace de 1560 années, depuis Ptolemée jusqu'à nous, de $7^{\text{d}} 27'$, ce qui est à raison de $28' 39''$ en 100 ans, & de $17'' 12'''$ par année.

Comme Ptolemée ne rapporte point les observations qu'il a faites pour déterminer la situation des Nœuds de cette Planete,

qu'il a placés au commencement d'un Signe, sans marquer les degrés, ni les minutes, nous employerons pour cette recherche la Conjonction de Jupiter avec l'Etoile Δ de l'Ecrevisse, qui est la plus ancienne observation de Jupiter dont on nous ait conservé la mémoire, & qui, suivant ce que nous avons déjà remarqué, est arrivée le 3 Septembre de l'année 240 avant Jesus-Christ, à 16 heures au Méridien de Paris; la latitude des Etoiles fixes étant censée invariable, il ne doit y avoir d'autre erreur dans cette observation, que celle qui pourroit être causée par la lumière de Jupiter, qui a pû faire perdre de vûe cette Etoile, quoiqu'elle ne fût pas précisément en Conjonction avec cette Planete.

M. Maraldi a remarqué dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1706, qu'au lieu de 4 minutes de latitude méridionale que presque tous les Catalogues donnent à cette Etoile, elle en a une septentrionale de 3 minut. $\frac{1}{2}$; ce qui s'accorde à quelques secondes près au Catalogue des Etoiles fixes de M. Flamsteed, imprimé depuis, en 1712, où il attribue à cette Etoile une latitude septentrionale de $3' 46''$.

Jupiter, qui fut observé en Conjonction avec cette Etoile fixe, étoit donc alors près d'un de ses Nœuds, ce qui rend cette observation très-favorable pour cette recherche, parce qu'alors le mouvement des Planetes en latitude est beaucoup plus sensible que dans toute autre situation à l'égard des Nœuds.

Le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil étoit, comme on le verra au Chapitre suivant, à $27^{\text{d}} 12'$ des Gemeaux, éloigné seulement de 10 degrés du lieu de son Nœud ascendant, tel qu'il résulte des observations modernes; ainsi à moins que le mouvement de son Nœud n'eût été dans cet intervalle, de près de 6 Signes, Jupiter devoit être alors près de son Nœud ascendant, qu'il avoit déjà passé, sa latitude vûe de la Terre, qui étoit la même que celle de Jupiter, étant de $3' 30''$ vers le Nord.

L'angle de la distance de la Terre à Jupiter vû du Soleil, étoit au temps de cette observation, de $109^{\text{d}} 47' 30''$, & l'angle de la distance du Soleil à Jupiter vû de la Terre, de $60^{\text{d}} 44' 30''$: c'est pourquoi l'on fera, comme le sinus de l'angle *STI* (*Fig. 52.*) de $60^{\text{d}} 44' 30''$ est au sinus de l'angle *TSI*, de $109^{\text{d}} 47' 30''$: ainsi $3' 30''$, latitude de Jupiter au temps de sa Conjonction avec

L'Etoile de l'Ecreviffe, font à $3^{\circ} 46'' \frac{1}{2}$, qui mesurent la latitude vûe du Soleil. On fera ensuite, comme le sinus de $1^{\circ} 19' 40''$, inclinaison de l'Orbite de Jupiter, est au sinus total; ainsi $3^{\circ} 46''$ font à $2^{\circ} 42' 58''$, qui, étant retranchées du vrai lieu de Jupiter, qui étoit à $27^{\circ} 12'$ des Gemeaux, à cause que cette Planete avoit passé son Nœud ascendant, donnent le vrai lieu de ce Nœud à $24^{\circ} 29'$ des Gemeaux. Nous l'avons trouvé en l'année 1693, (*Voy. p. 439.*) à $7^{\circ} 27'$ de l'Ecreviffe. Le mouvement des Nœuds de Jupiter, dans l'intervalle de 1933 années a donc été de $12^{\circ} 58'$, ce qui est à raison de $40' 15''$ en 100 années, & de $24'' 9'''$ par année, plus grand de 7 secondes que celui que nous avons déterminé par les observations de Ptolemée.

Examinons présentement quel est le mouvement des Nœuds qui résulte de l'observation de Jupiter du 26 Septembre de l'année 508, rapportée par Bouillaud, où cette Planete se trouva en Conjonction avec le Cœur du Lion, dont elle étoit éloignée de 3 doigts vers le Septentrion.

Le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil étoit alors, suivant nos Tables, en $\Omega 0^{\circ} 10'$, éloigné de $22^{\circ} 43'$ du lieu où l'on a déterminé son Nœud ascendant en 1693.

La latitude du Cœur du Lion étant de $26^{\circ} 38''$ vers le Nord, si l'on y adjoûte 3 doigts ou $7' 30''$, dont Jupiter étoit plus boréal que cette Etoile, on aura la latitude de cette Planete pour le temps de cette observation, de $34^{\circ} 8''$ vers le Nord, ce qui montre que Jupiter avoit alors passé son Nœud ascendant.

L'angle de la distance de la Terre à Jupiter vû du Soleil, étoit alors de $114^{\circ} 19'$, & celui de la distance de Jupiter au Soleil vû de la Terre, de $56^{\circ} 47''$: c'est pourquoi l'on fera, comme le sinus de l'angle *STI*, de $56^{\circ} 47''$ est au sinus de l'angle *TSI*, de $114^{\circ} 19'$; ainsi $34^{\circ} 8''$ font à la latitude de Jupiter vû du Soleil, qu'on trouvera de $37^{\circ} 11''$. On fera ensuite, comme le sinus de $1^{\circ} 19' 40''$, inclinaison de l'Orbite de Jupiter, est au sinus total; ainsi la latitude de Jupiter vû du Soleil, qui est de $37^{\circ} 11''$ est à la distance de cette Planete au Nœud ascendant, que l'on trouvera de $27^{\circ} 49' 0''$, & qui, étant retranchée de $4^{\circ} 0^{\circ} 10'$, vrai lieu de Jupiter vû du Soleil, donne le vrai lieu de son Nœud le 26 Septembre de l'année 508, à $2^{\circ} 21'$ de l'Ecreviffe,

L'Ecreviffe, moins avancé de $5^{\circ} 6'$ que celui que nous avons trouvé en l'année 1693; d'où l'on tire son mouvement de $25' 49''$ en 100 années, & de $15'' 30'''$ en une année, plus petit de 9 secondes que celui que nous avons trouvé par la comparaison précédente.

M. Bouillaud qui employe cette observation pour déterminer le mouvement des Nœuds de Jupiter, suppose que la latitude boréale de Jupiter étoit plus grande d'un doigt, ou de $2' 30''$, qu'elle n'a été déterminée, parce que, selon lui, l'étendue de la lumière a diminué la vraie distance qu'il y avoit entre ces deux Etoiles, & supposant la latitude du Cœur du Lion, de $26^{\circ} 30''$, & le lieu du Nœud en 1637, à $8^{\circ} 52' 10''$ de l'Ecreviffe, il détermine son mouvement de $41' 2'' 26'''$ en 100 années, & de $24'' 37''' 28''''$ en une année, peu différent de celui que nous avons trouvé par les observations des Chaldéens, que nous avons cru devoir préférer à celle de l'année 508, parce que Jupiter étant près de son Nœud, son mouvement en latitude étoit plus sensible, joint à ce que l'erreur qu'il peut y avoir dans la détermination du Nœud étant partagée par un plus grand nombre d'années, en cause une moins considérable dans la quantité de son mouvement.

CHAPITRE XI.

Des Observations de Jupiter, faites hors de ses Oppositions.

APRÈS avoir ainsi déterminé les éléments de la théorie de Jupiter, nous avons cru devoir examiner ce qui résulte des observations anciennes de cette Planete, faites hors des Oppositions de Jupiter avec le Soleil, ce que nous avons jugé d'autant plus nécessaire, que ces éléments se trouvent différents de ceux qui ont été établis sur les mêmes observations par d'autres célèbres Astronomes, principalement par rapport au mouvement de l'Aphélie de cette Planete.

La plus ancienne de ces observations est, comme nous l'avons marqué ci-dessus, arrivée le 3 Septembre de l'année 240 avant

Jésus-Christ, à 16^h 8' au Méridien de Paris, dans laquelle Jupiter parut en Conjonction avec l'Etoile Δ de l'Ecreviffe.

Le moyen mouvement annuel de Jupiter ayant été déterminé de 30^d 20' 34" 5", nous avons choisi pour époque de ces moyens mouvements, l'Opposition de Jupiter, observée par Ptolemée le 1.^{er} Septembre de l'année 136 après Jésus-Christ, que nous avons préférée aux deux autres, non-seulement parce que le moyen mouvement qui en résulte, s'accorde plus précisément à celui que nous avons déterminé, que parce qu'elle est arrivée près du Périhélie de Jupiter, où l'Equation de son Orbe est plus petite que dans les autres observations; de sorte que l'erreur qui peut être causée par l'excentricité de cet Orbe, supposée trop grande ou trop petite, y doit être moins sensible.

Suivant cette observation, le vrai lieu de Jupiter étoit le 1.^{er} Septembre de l'année 136 à 4^h 10' du soir, en Υ 7^d 47' 35", & son lieu moyen en Υ 8^d 24' 43".

Entre cette observation & celle du 3 Septembre de l'année 240 avant Jésus-Christ, à 16^h 8', il y a 376 années Juliennes moins 21 12^h, auxquelles il répond 8^f 16^d 30' 3" de moyen mouvement, lesquels étant retranchés de Υ 8^d 24' 43", lieu moyen de Jupiter dans l'Opposition de l'année 136, donnent le lieu moyen de Jupiter le 3 Septembre de l'année 240 avant Jésus-Christ, à 16^h 8' du soir, en Π 21^d 54' 40".

L'Aphélie de Jupiter ayant été déterminé pour la fin de l'année 136, à 15^d 12' de la Vierge, & le mouvement annuel de cet Aphélie, de 57" 10", on trouvera qu'au temps de l'observation de l'année 240 avant Jésus-Christ, l'Aphélie de Jupiter étoit à 8^d 20' 50" de la Vierge, qui, étant retranchés du lieu moyen de cette Planete en Π 21^d 54' 40", donnent la distance à son Aphélie, de 9^f 13^d 33' 50", avec laquelle on trouvera l'Equation de son Orbe, de 5^d 17' 16", qu'il faut adjôuter à son lieu moyen pour avoir le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil, en Π 27^d 11' 56", qui diffère de son vrai lieu vû de la Terre, à cause que cette Planete étoit alors éloignée de près de 3 Signes de son Opposition avec le Soleil. On cherchera donc par le moyen du rapport de la distance de Jupiter au Soleil & à la Terre, que l'on a déterminée ci-devant, la seconde Equation de cette Planete,

que l'on trouvera de 9^d 28' 0", qui, étant adjôutée à son vrai lieu vû du Soleil en Π 27^d 11' 56", donne son vrai lieu vû de la Terre, en ϖ 6^d 39' 56", duquel, pour une plus grande précision, il faut retrancher 7 secondes pour avoir son vrai lieu réduit à l'Ecliptique, en ϖ 6^d 39' 49".

Le vrai lieu de l'Etoile Δ de l'Ecreviffe, qui est le même que celui de Jupiter qui a paru l'éclipser, étoit, suivant ce que nous avons marqué ci-dessus, en ϖ 6^d 49' 56".

Ainsi le calcul du vrai lieu de Jupiter, qui résulte de nos observations & de celles de Ptolemée, ne diffère que de 10 minutes de son vrai lieu observé par les Chaldéens, ce qui est d'une assez grande précision, puisque cette Etoile qui n'est pas fort lumineuse, pouvoit être cachée par les rayons de Jupiter, quoiqu'elle en fût éloignée de quelques minutes: que d'ailleurs on a été obligé d'employer la seconde Inégalité de cette Planete, dans laquelle il peut y avoir quelque erreur; & qu'enfin on a supposé dans cette recherche le mouvement des Etoiles fixes, d'un degré en 70 ans, qu'on n'a pas pû déterminer avec assez de précision, pour qu'on puisse s'assurer de quelques minutes dans l'intervalle de près de 2000 années.

Quelque accord que nous venions de trouver entre les observations de Jupiter les plus reculées & les plus modernes, en supposant le moyen mouvement annuel de cette Planete, de 30^d 20' 34" 5", & celui de son Aphélie, de 0' 57" 10", cependant ces deux éléments diffèrent assez considérablement de ceux que M. Bouillaud a établis dans son Astronomie Philolaïque, où il détermine le moyen mouvement annuel de Jupiter, de 30^d 20' 32" 11", & celui de son Aphélie, de 1' 29" 11"; & ce qui paroît singulier, est qu'il employe ces deux mouvements pour représenter avec assez de précision l'observation des Chaldéens, qui a été faite 240 ans avant Jésus-Christ, dans laquelle il suppose le lieu moyen de Jupiter en Π 22^d 46' 5", plus grand de 51' 25" que celui que nous avons trouvé, & celui de son Aphélie, en Ω 21^d 40' 15", moins avancé de 16^d 40' 35" que suivant notre détermination.

Comme les éléments dont il se sert, se trouvent assez conformes à ceux de quelques Astronomes qui l'ont suivi, j'ai cru devoir

examiner la méthode qu'il a employée pour cette recherche.

Dans le septième Livre, où il traite des mouvements de Jupiter, il essaye de déterminer (*Chap. 1.*) la première Inégalité de cette Planete, & suppose le moyen mouvement de Jupiter, qui répond à l'intervalle entre quatre observations faites par Tycho, à raison de $30^d 20' 32''$ par année, sans donner la méthode dont il s'est servi pour déterminer ce moyen mouvement, qu'il a, selon les apparences, tiré des Tables Rodolphines, comme il l'avoit fait à l'égard de Saturne.

Il fait la même supposition pour déterminer dans le Chapitre suivant, le lieu moyen de Jupiter & celui de son Aphélie pour le temps de son Opposition avec le Soleil, qui est arrivée, selon lui, le 23 Avril de l'année 1591 à $19^h 0'$, Jupiter étant en $m 13^d 10'$, & que nous avons trouvée, suivant notre calcul, le 23 Avril 1591 à $19^h 6'$, en $m 13^d 7' 20''$.

Il essaye ensuite de déterminer dans le septième Chapitre, le mouvement de l'Aphélie de Jupiter, & emploie principalement pour cette recherche une observation de Jupiter, faite hors de son Opposition avec le Soleil, qui, comme nous l'avons marqué ci-dessus, est arrivée le 26 Septembre de l'année 508 après Jésus-Christ, à 16 heures après midi, dans laquelle cette Planete parut en Conjonction avec le Cœur du Lion, dont elle étoit éloignée de 3 doigts vers le Septentrion.

Le vrai lieu du Cœur du Lion, qui est le même que celui de Jupiter, étoit alors, selon lui, en $\Omega 8^d 49' 54''$, & il trouve que pour représenter exactement cette observation, il faut donner à l'Aphélie de cette Planete un mouvement de $1^d 30' 44''$ par année.

Employant ce mouvement de l'Aphélie, il détermine pour le temps de l'observation de l'année 240 avant Jésus-Christ, le vrai lieu de Jupiter à $6^d 44' 48''$ de l'Ecrevisse, moins avancé de $21' 12''$ que le vrai lieu de l'Etoile, avec laquelle cette Planete étoit en Conjonction, qu'il a déterminé à $7^d 6'$ de l'Ecrevisse.

Comme cette différence de $21' 12''$ entre le vrai lieu calculé & celui qui a été observé, lui paroît trop grande, il tâche de concilier ces deux observations, en ajoutant $5' 27''$ au lieu moyen de Jupiter dans la première observation, & supposant le lieu de son Aphélie en $\Omega 22^d 29' 1''$, plus avancé de $48' 45''$

qu'il ne l'avoit trouvé; au moyen desquelles corrections il détermine dans la première observation de l'année 240 avant Jésus-Christ, le vrai lieu de Jupiter vû de la Terre, en $\Omega 6^d 53'$, éloigné seulement de 13 minutes du vrai lieu de l'Etoile Δ de l'Ecrevisse, avec laquelle il étoit en Conjonction. Dans la seconde observation de l'année 508, il trouve le vrai lieu de Jupiter, en $\Omega 8^d 58' 43''$, plus avancé seulement de $8' 49''$ que le Cœur du Lion, avec lequel il étoit en Conjonction.

Sur ce fondement, il établit le moyen mouvement annuel de Jupiter, de $30^d 20' 32'' 11''' 9''''$, & celui de son Aphélie, de $1' 29'' 2''' 15'''' 18'''''$.

Quoique suivant nos éléments, nous ayons représenté la première de ces observations avec plus de précision que ne l'a fait M. Bouillaud, nous ne jugeons pas par cela seul, que notre méthode soit préférable à la sienne, puisque, comme nous l'avons déjà remarqué, il n'est pas possible de pouvoir s'assurer d'une précision de quelques minutes, tant dans l'observation d'une Conjonction d'une Etoile fixe avec une Planete, faite à la vûe simple, que dans la quantité du mouvement des Etoiles fixes pendant un si long intervalle de temps.

Nous avons donc examiné de quelle manière le moyen mouvement de Jupiter & celui de son Aphélie que nous avons établi, représentent l'observation de la Conjonction de Jupiter avec le Cœur du Lion, qui est arrivée le 26 Septembre de l'année 508 à 16 heures après midi.

Le lieu moyen de Jupiter étoit alors en $\Omega 25^d 47' 0''$, & celui de son Aphélie en $m 20^d 27' 0''$; d'où l'on trouve son vrai lieu vû du Soleil en $\Omega 0^d 8' 1''$, auquel il faut ajouter la seconde Inégalité, qui étoit de $8^d 53' 45''$, pour avoir le vrai lieu de Jupiter sur son Orbite en $\Omega 9^d 1' 46''$, & par rapport à l'Ecliptique, en $\Omega 9^d 1' 19''$, plus avancé de 22 minutes $\frac{1}{2}$ que celui qui résulte de l'observation; le vrai lieu du Cœur du Lion, qui devoit être le même que celui de Jupiter, étant alors, suivant nos déterminations, en $\Omega 8^d 38' 45''$.

Suivant M. Bouillaud, il n'y a que 9 minutes de différence entre le vrai lieu de Jupiter calculé, & celui qu'il attribue au Cœur du Lion lorsqu'il étoit en Conjonction avec Jupiter; mais

cette différence est de 20 minutes, si l'on employe le vrai lieu de cette Étoile, tel que nous l'avons déterminé.

Les moyens mouvements de Jupiter & de l'Aphélie de son Orbe, établis par M. Bouillaud, représentent donc cette observation un peu plus exactement que les nôtres, & mériteroient par conséquent de leur être préférés s'ils s'accordoient de même aux autres observations, & si l'on pouvoit s'assurer de l'exactitude de cette observation, qui est sans le nom de l'Auteur, & où l'on a marqué seulement que Jupiter parut si proche du Cœur du Lion, qu'il n'en étoit éloigné que de 3 doigts vers le Septentrion, étant alors à la moindre distance de cette Étoile fixe.

Mais comme il pourroit y avoir de grands inconvénients de former quelque doute sur l'exactitude d'une observation lorsqu'elle ne s'accorde point à nos hypothèses, nous avons examiné de quelle manière les mouvements que M. Bouillaud attribué à Jupiter & à l'Aphélie de son Orbe, représentent les observations de Ptolemée.

Il ne paroît point que M. Bouillaud, dans sa théorie de Jupiter ait fait aucune mention de ces observations, qui paroissent cependant mériter une attention particulière: car quoiqu'on ne puisse pas s'assurer qu'elles ayent été faites avec toute la précision possible par le défaut des instruments dont Ptolemée s'est servi, on peut compter avec certitude sur le temps auquel elles sont marquées, comme je l'ai fait voir au commencement de ce Traité, ce qui est une des conditions nécessaires pour la comparaison exacte des observations.

Nous avons donc calculé, suivant les éléments de M. Bouillaud, le vrai lieu de Jupiter pour le temps des Oppositions observées par Ptolemée, & nous avons trouvé que dans la première le vrai lieu de Jupiter étoit à $23^{\text{d}} 36'$ du Scorpion, plus grand seulement de 14 minutes qu'il n'a été déterminé; que dans la seconde il étoit à $10^{\text{d}} 1'$ des Poissons, plus avancé de $2^{\text{d}} 13'$; & que dans la troisième il étoit à $16^{\text{d}} 28'$ du Bélier, plus avancé aussi de $2^{\text{d}} 9'$ que suivant Ptolemée.

Les différences entre ces deux dernières observations, & ce qui résulte du calcul, sont si grandes, qu'il seroit difficile de les attribuer à quelques erreurs dans les observations de Ptolemée, puisqu'on

n'en trouve aucune de semblable, ni même qui en approche dans les autres observations que cet Astronome nous a laissées.

Pour ne rien négliger de ce qui peut contribuer à cette recherche, nous avons aussi examiné une observation de Jupiter, faite par Ptolemée hors de son Opposition, qui, comme nous l'avons marqué (p. 414.) est arrivée le 10 Juillet de l'année 139 à $17^{\text{h}} 0'$ au Méridien d'Alexandrie, le vrai lieu de Jupiter étant en $\text{H } 15^{\text{d}} 45'$.

Ayant calculé cette observation suivant nos éléments, on trouve que le lieu moyen de Jupiter étoit alors en $\text{H } 5^{\text{d}} 6' 49''$, son Aphélie en $\text{m } 14^{\text{d}} 32' 21''$, sa première Équation de $5^{\text{d}} 29' 48''$ additive, son vrai lieu vû du Soleil en $\text{H } 10^{\text{d}} 36' 37''$, & son vrai lieu vû de la Terre en $\text{H } 16^{\text{d}} 11' 23''$, plus avancé de 26 minutes que suivant la détermination de Ptolemée.

Comme il avoit observé le lieu de Jupiter par rapport à l'Œil du Taureau, nous avons examiné la situation qu'il donne à cette Étoile dans son Catalogue des Étoiles fixes, qu'il a calculé pour le commencement de l'Empire d'Antonin, qui se rapporte à l'année 138 après Jesus-Christ.

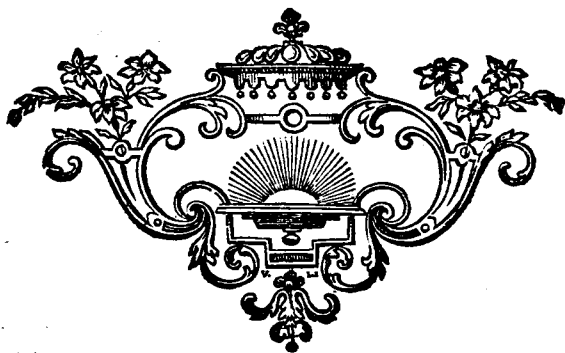
Dans ce Catalogue, la longitude d'*Aldebaran* y est marquée à $12^{\text{d}} 40'$ du Taureau. Y adjoutant une minute pour le mouvement propre des Étoiles fixes jusqu'au 10 Juillet de l'année 139, on aura la longitude de cette Étoile pour le temps de cette observation, en $8^{\text{d}} 12^{\text{d}} 41'$, éloignée de $3^{\text{d}} 4'$ du lieu de Jupiter, que Ptolemée avoit comparé avec cette Étoile, & c'est cette différence qu'il a dû trouver, supposant son observation exacte.

La longitude d'*Aldebaran*, suivant nos Tables, étoit au commencement de l'année 1710, en $\text{H } 5^{\text{d}} 45' 40''$, dont retranchant $22^{\text{d}} 26'$ pour le mouvement des Étoiles fixes dans l'espace de 1570 années, depuis le 10 Juillet de l'année 139 jusqu'au 1.^{er} Janvier de l'année 1710, on aura la longitude d'*Aldebaran* au temps de l'observation de Jupiter, en $\text{H } 13^{\text{d}} 19' 32''$, plus grande de 38 minutes $\frac{1}{2}$ que suivant Ptolemée. Adjoutant à cette longitude $3^{\text{d}} 4'$, différence entre le lieu d'*Aldebaran* & celui de Jupiter, observé par Ptolemée, on trouve que le vrai lieu de Jupiter auroit dû être le 3 Juillet de l'année 136 après Jesus-Christ, en $\text{H } 16^{\text{d}} 23' 30''$, éloigné seulement de 12 minutes de celui que nous avons trouvé par nos Tables, en $\text{H } 16^{\text{d}} 11' 23''$.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Jupiter, suivant les éléments de M. Bouillaud, on le trouve en H $17^{\text{d}} 2'$, éloigné de $1^{\text{d}} 17'$ de celui que Ptolémée a marqué dans son Almageste, & de 38 minutes de son vrai lieu corrigé.

Dans cette observation, Jupiter étoit près de sa moyenne distance, où, supposant son Aphélie plus ou moins avancé de quelques degrés que suivant les éléments de M. Bouillaud & les nôtres, cela ne peut causer qu'une petite différence dans la détermination de son vrai lieu; ainsi il faut rejeter la plus grande partie de l'erreur sur la quantité du moyen mouvement de Jupiter, ou l'attribuer au défaut d'exactitude dans l'observation de Ptolémée, dans une distance d'environ 3 degrés, qui étoit alors entre Jupiter & l'Œil du Taureau.

Ainsi on ne peut admettre les hypothèses de M. Bouillaud, sans rejeter entièrement les observations de Ptolémée; au lieu que, supposant le moyen mouvement de Jupiter & celui de son Aphélie, tels que nous les avons déterminés, on peut représenter ces observations avec une précision suffisante.



LIVRE



LIVRE SIXIEME.

DE MARS.

MARS est la première des trois Planètes supérieures, c'est-à-dire, celle qui, dans le Systeme de Ptolémée & de Tycho, est placée immédiatement au de-là du Soleil, & dans le Systeme de Copernic, est placée entre l'Orbe de la Terre & celui de Jupiter, plus éloignée du Soleil que la Terre, mais plus proche du Soleil que Jupiter & Saturne.

Lorsque Mars se trouve dans son Opposition avec le Soleil, il est, de même que les autres Planètes supérieures, plus près de la Terre que dans ses Conjonctions, & sa distance apparente varie si considérablement, qu'il se trouve quelquefois sept fois plus proche de la Terre dans ses Oppositions que dans ses Conjonctions; d'où il arrive qu'on le voit dans de certains temps fort petit & peu lumineux, au lieu que dans d'autres il paroît si grand & si éclairé, qu'on l'a pris souvent pour une nouvelle Étoile.

Son diamètre apparent, observé de la Terre lorsqu'il en est le plus proche, est de 30 secondes, & il ne paroît que de 11 second. lorsque sa distance est égale à la moyenne de la Terre au Soleil.

C H A P I T R E I.

Du Globe de Mars, & de sa Révolution autour de son axe.

COMME Mars ne se rencontre jamais entre la Terre & le Soleil, on ne le voit jamais en Croissant, comme la Lune, Venus & Mercure. On remarque seulement par les Lunettes, que son disque prend une figure ovale, depuis ses Conjonctions avec le Soleil jusqu'à la première Quadrature, auquel temps il paroît

. M m m

à peu-près comme la Lune dans son Décours, trois jours avant son Plein.

Depuis la première Quadrature jusqu'à son Opposition, son disque se remplit entièrement, & depuis l'Opposition jusqu'à la seconde Quadrature, il est de nouveau en Décours, comme dans la première Quadrature. Enfin depuis la seconde Quadrature jusqu'à la Conjonction il reprend sa figure ronde.

Toute la surface de Mars a des Taches aussi grandes à proportion que celles de la Lune.

On commence à les distinguer évidemment depuis la première Quadrature jusqu'à la seconde, pendant lequel temps il passe par son Opposition avec le Soleil, où il est le plus près de la Terre. Dans les autres temps il en est trop éloigné & trop petit en apparence pour qu'on puisse les appercevoir. Ces Taches conservent long-temps la même figure lorsqu'elles sont dans la même exposition à l'égard de la Terre, & on peut les reconnoître par des marques particulières, sans prendre l'une pour l'autre.

On a trouvé par ce moyen qu'elles ont un mouvement apparent d'Orient en Occident, suivant lequel elles retournent au même endroit de son disque dans l'espace de 24 heur. & 40 minut. ce qui est une preuve de la révolution de Mars autour de son axe dans le même espace de temps.

L'axe de ce mouvement paroît un peu incliné à l'Orbite de Mars, & faire une révolution semblable à celle de l'axe du globe du Soleil autour des Poles de l'Ecliptique, de sorte que le Pole boréal & le Pole austral se rencontrent successivement dans son disque apparent.

Les Taches de Mars furent découvertes en l'année 1666, par mon Pere, qui remarqua d'abord qu'elles paroissoient retourner au même endroit du disque apparent de Mars, où on les avoit d'abord apperçûes, ce qui lui fit reconnoître que cette Planete faisoit sa révolution autour de son axe.

Dès le 6 Février au matin, il commença à voir deux Taches obscures, & le 24 Février, il en apperçut deux autres semblables aux premières, mais plus grandes.

Ayant depuis continué ses observations, il remarqua que ces Taches qui étoient dans les deux hémispheres opposés, avoient

un mouvement de l'Orient vers l'Occident, & revenoient enfin à la même situation dans laquelle il avoit commencé à les voir.

Il fit graver plusieurs figures qui représentent les différentes positions dans lesquelles on a vû ces Taches, entre lesquelles on a marqué dans la première figure le disque de Mars, tel qu'il fut observé à Bologne le 24 Février au soir, & dans la seconde le disque opposé, tel qu'il parut le 3 Mars au soir, par une Lunette de Campani, de 16 pieds & demi.

Il apperçut quelquefois dans une même nuit les deux faces de Mars, l'une le soir, & l'autre le matin, & remarqua enfin que ces Taches revenoient le lendemain dans la même situation, 40 minutes plus tard que le jour précédent; de manière qu'après 36 ou 37 jours, elles retournoient à la même place, environ à la même heure.

Quelques autres Astronomes qui avoient eu part des premières observations des Taches de Mars, faites à Bologne, ayant publié à Rome les observations qu'ils avoient faites de ces Taches, depuis le 24 jusqu'au 30 Mars 1666, avec des Lunettes de Divini, de 16 pieds & de 30 pieds, jugèrent que Mars faisoit sa révolution en 13 heures. Mais les observations que mon Pere fit dans la suite, le confirmèrent dans le sentiment où il étoit, que Mars n'acheve sa révolution qu'en 24 heures 40 minutes, & qu'ainsi il falloit que ceux qui avoient assuré qu'il faisoit son tour en 13 heures, n'en eussent pas bien distingué les deux faces. Il eut soin aussi d'avertir que lorsqu'il détermine le temps de la révolution de Mars, il n'entend pas parler de la révolution moyenne, mais seulement de celle qu'il a observée pendant que Mars étoit opposé au Soleil, laquelle est la plus petite de toutes.

Cette révolution de Mars fut confirmée en 1670, par les observations que mon Pere fit à Paris, des mêmes Taches qu'il avoit vûes à Bologne, quatre années auparavant.

On a continué à les voir sous diverses figures dans les Oppositions suivantes, & elles furent observées plusieurs jours de suite en 1706, par M. Maraldi, qui remarqua que ces Taches n'étoient pas toujours bien terminées, & qu'elles changeoient souvent de figure, non-seulement d'une Opposition à l'autre, mais même dans l'espace d'un mois; que cependant il ne laissoit pas d'y avoir

des Taches d'une assés longue durée pour pouvoir être observées pendant un espace de temps suffisant pour déterminer leurs révolutions.

Entre les différentes Taches que M. Maraldi observa en 1704, il y en avoit une en forme de bande vers le milieu de son disque, à peu-près comme une de celles que l'on voit dans Jupiter; elle n'environnoit pas tout le globe de Mars, mais elle étoit interrompue, comme il arrive quelquefois aux bandes de Jupiter, & occupoit seulement un peu plus de l'hémisphère de Mars, ce que l'on reconnut en observant cette Planete à différentes heures de la même nuit, & aux mêmes heures de différents jours. Cette bande n'étoit pas par-tout uniforme, mais à 90 degrés ou environ de son extrémité occidentale, elle faisoit un coude avec une éminence dirigée vers son hémisphère septentrional; ce fut cette pointe ou éminence qui, étant assés bien terminée contre l'ordinaire des Taches des Planetes, servit à vérifier sa révolution.

On apperçut la bande dès le mois d'Août, mais on ne distingua cette éminence qu'au mois d'Octobre; elle arriva au milieu du disque de Mars le 14 de ce mois à 10^h 24', le 15 à 11^h 9', le 16 à 11^h 38', & le 17 à 12^h 18'. Par la comparaison de ces observations, les retours de la même Tache au milieu de Mars ne paroissent pas précisément égaux, & il y a quelques minutes de différence, ce que l'on doit attribuer à la difficulté de déterminer exactement le milieu; mais en comparant l'observation du 14 Octobre avec celle du 17, entre lesquelles il y a trois révolutions, on trouve le retour de la Tache au milieu de l'hémisphère apparent de Mars, de 24^h 38'. On continua de voir cette Tache jusqu'au 22 Novembre, qu'elle arriva au milieu de Mars à 11^h 5'. Si on compare cette observation avec celle qui fut faite le 14 Octobre à 10^h 24', on trouve entre ces observations, 39 jours & 41 minutes, qui, étant partagés par le nombre des révolutions dûes à cet intervalle, qui est de 38, donnent un jour & 39 minutes pour chacune, à une minute près de celle qui avoit été déterminée d'abord par mon Pere.

Cette Tache n'étoit pas alors la seule qu'on apperçût dans Mars, on vit le 16 Octobre à 7 heures du soir, près des deux poles de la révolution de cette Planete, deux Taches claires qui avoient

été observées plusieurs fois depuis l'année 1666, on en apperçut aussi quelques-unes, mais beaucoup plus foibles, tant vers le Midi que vers le Septentrion.

Enfin on en a vû depuis ce temps-là jusqu'à présent, un grand nombre & de différentes figures, telles qu'elles ont été dessinées dans les Journaux des observations, & dont il seroit trop long de donner ici le détail.

C H A P I T R E I I.

Des Mouvements de Mars.

LA révolution de Mars autour du Soleil s'acheve en moins de deux années, pendant lesquelles il paroît, de même que Jupiter & Saturne, avoir successivement un mouvement direct, stationnaire & rétrograde, avec la différence que dans sa rétrogradation, il parcourt dans le Ciel des arcs plus grands par rapport aux Etoiles fixes. On le voit alors fort grand & lumineux, se distinguant facilement des Etoiles fixes. Il diminuë ensuite de lumière & de grandeur, jusqu'à se confondre avec les autres Etoiles les moins brillantes. Il ne paroît pas toujours avec le même éclat dans le temps de ses Oppositions avec le Soleil, où il doit paroître le plus grand; ce qui fait voir que non-seulement dans le cours d'une révolution, il s'approche & s'éloigne beaucoup de la Terre, mais qu'il s'en approche plus ou moins dans ses différentes révolutions.

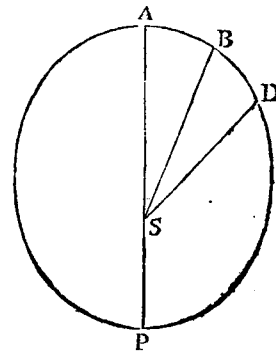
Ce fut la considération des mouvements de cette Planete, qui donna lieu à Képler de composer son excellent Traité de l'Astronomie nouvelle ou de la Physique Céleste, dans lequel il établit des hypothèses nouvelles pour représenter les Orbes des Planetes, qui ont été reçues de la plûpart des Astronomes qui l'ont suivi; ainsi il est d'une grande importance pour l'Astronomie, d'examiner avec tout le soin possible la théorie de cette Planete, ce qui nous est d'autant plus facile que depuis cet Astronome, nous en avons un grand nombre d'observations, tant à Paris qu'en Angleterre & à Dantzick, faites avec une grande précision, par le moyen desquelles on peut vérifier l'exactitude de ses hypothèses.

Il seroit inutile d'entreprendre avec Képler, de réfuter ici les anciennes hypothèses des Excentriques, des Épicycles, & de la Solidité des Cieux, cela étoit nécessaire du temps de Képler, où ces opinions étoient encore en quelque vigueur. Copernic, qui avoit combattu l'immobilité de la Terre, ne s'étoit pas débarrassé des Épicycles, il les avoit au contraire entassés les uns sur les autres pour expliquer les inégalités que l'on apperçoit dans le mouvement des Planetes sur leurs Orbes; & ces hypothèses étoient nécessaires, comme le démontre Képler, dans le sentiment de ceux qui souvenoient encore les Orbes solides. Tycho au contraire ayant démontré que les Cieux ne pouvoient point être solides, puisqu'ils étoient traversés par les Cometes, prétendoit que les Planetes décrivoient par leurs révolutions, des Cercles excentriques à la Terre, tels cependant que le moyen mouvement se faisoit autour d'un point qui étoit hors du centre de ce cercle. Mais Képler fit voir l'absurdité de ce Systeme, & combien il répugnoit aux loix naturelles du mouvement, qu'un Corps céleste se mût inégalement autour d'un Cercle parfait, de manière cependant qu'il parût avoir une vitesse égale autour d'un point qui fût éloigné du centre de ce Cercle.

Quelle attention, dit-il, ne seroit-il pas nécessaire d'attribuer au moteur de cette Planete pour luy faire décrire un Cercle exact autour d'un centre imaginaire, avec des degrés de vitesse, tels qu'elle parût décrire des arcs égaux autour d'un autre centre qui ne seroit pas celui de la Terre!

Ayant donc considéré que l'Orbe de la Planete de Mars avoit une plus grande excentricité que les deux autres Planetes supérieures, il la crut plus propre à son dessein, & établit son hypothèse, suivant laquelle il fit voir que les Planetes ne décrivoient point des Orbes circulaires, mais des Ellipses telles que plaçant à l'un des foyers le Soleil, qu'il regardoit comme le centre & le principe de tous les mouvements des Corps célestes, & tirant de ce foyer des rayons à la Planete en différents points de son Orbe, les aires comprises entre ces rayons, fussent proportionnelles aux temps que cette Planete avoit employé à parcourir les arcs compris entre ces aires; c'est-à-dire, que supposant le Soleil en *S* au foyer de l'Ellipse *ABP*, que la Planete décrit par son

mouvement propre, & plaçant cette Planete successivement aux points *D*, *B*, *A*, l'aire *ASB* fût à l'aire *BSD*, comme le temps que la Planete a employé à parcourir l'arc *AB*, est au temps qu'il a employé à décrire l'arc *BD*.



Cette hypothèse a été adoptée par les plus grands Philosophes de notre temps, qui, quoique fort différents dans leurs premiers principes, se sont tous réunis pour démontrer qu'elle étoit conforme aux loix des mouvements. Il seroit difficile d'ajouter quelque chose de nouveau à ce qui a été écrit sur cette matière; mais nous pouvons toujours, ce qui est essentiel à l'Astronomie que nous traitons, examiner si elle est conforme aux observations: car en vain on voudroit nous prouver par des raisons physiques, l'excellence d'une hypothèse qui se trouveroit contraire à nos propres observations; au lieu que si elles s'y trouvent conformes, elles contribuent beaucoup à valider les principes sur lesquels elle a été établie.

Pour établir la théorie de Mars, nous commencerons nos recherches, de même que nous l'avons pratiqué dans les théories de Saturne & de Jupiter, en examinant d'abord les temps où la Planete de Mars s'est trouvée en Opposition avec le vrai lieu du Soleil, parce que la Terre, le Soleil & la Planete étant alors dans une même direction, c'est le seul temps où le vrai lieu de la Planete vû du Soleil est le même que son vrai lieu vû de la Terre. On auroit pû y adjoûter par la même raison le temps de leurs Conjonctions, mais on sçait qu'elles sont alors cachées par le disque du Soleil, ou effacées par sa lumière, qui est trop grande pour qu'on puisse les appercevoir.

Ptolemée, qui faisoit mouvoir le Soleil autour de la Terre sur un Cercle excentrique qu'il décrivoit par un mouvement égal autour du centre de ce Cercle, regardant, pour ainsi dire, ce centre comme celui de l'Univers, avoit cru qu'il étoit nécessaire de lui comparer les mouvements des Corps célestes, & dans cette opinion, il avoit déterminé le vrai lieu des Planetes par rapport au moyen mouvement du Soleil. Tycho ayant suivi Ptolemée

dans la comparaison des Oppositions des Planetes avec le lieu moyen du Soleil, Képler démontra que cette méthode étoit sujette à erreur, & qu'il falloit se servir des Oppositions des Planetes avec le vrai lieu du Soleil, & non pas avec le moyen.

Peut-être qu'une autorité aussi respectable que celle de Tycho, l'engagea à examiner avec soin ce sentiment pour en montrer l'erreur.

Pour nous, sans employer les démonstrations de Képler, il nous suffira de dire que nous avons besoin pour notre théorie, de connoître la véritable situation d'une Planete à l'égard de l'Écliptique, telle qu'elle est vûe du Soleil qui est au foyer de son Orbe; que lorsqu'elle est en Opposition avec le lieu moyen du Soleil, son vrai lieu vû de la Terre n'est pas le même que son vrai lieu vû du Soleil, à moins que le Soleil ne se trouve en même temps dans son Apogée & son Périgée, ce qui n'arrive que rarement; & qu'ainsi les Oppositions des Planetes avec le lieu moyen du Soleil, nous donnent de fausses positions de ces Planetes, qui nous jetteroient dans l'erreur, si l'on n'avoit soin de les réduire au vrai lieu du Soleil.

Nous avons vû dans la théorie de Saturne, que l'intervalle d'une Opposition à l'autre, n'est que d'une année & quelques jours, & dans celle de Jupiter, d'une année & un mois. A l'égard de Mars, il employe l'espace de près de deux années à retourner à son Opposition, de sorte que les observations en étant moins fréquentes, on n'en peut avoir qu'un plus petit nombre pour les comparer ensemble.

Son mouvement en récompense est beaucoup plus prompt que celui de Saturne & de Jupiter, ce qui nous donne l'avantage de le pouvoir déterminer avec plus de précision par nos propres observations, pour les comparer ensuite avec les plus anciennes.

Pour suivre la méthode que nous nous sommes prescrite, qui est de ne rien supposer de ce que l'on peut trouver par des observations immédiates, nous commencerons par déterminer le temps que Mars employe à faire sa révolution autour du Soleil, par le moyen de deux Oppositions qui se suivent immédiatement.

Le 21 Avril de l'année 1715, l'Opposition de Mars avec le Soleil, a été déterminée à Paris à 11^h 0' du soir, cette Planete étant à 1^d 9' 30" du Scorpion.

L'Opposition

L'Opposition suivante a été observée le 11 Juin 1717 à 9^h 11' du soir, Mars étant à 20^d 37' 15" du Sagittaire.

Dans l'intervalle entre ces deux Oppositions, il y a deux années, dont l'une est bissextile, & l'autre commune, plus 50^j 22^h 11', pendant lequel temps, Mars a décrit une révolution entière autour du Soleil, plus 49^d 27' 45": c'est pourquoi l'on fera, comme 409^d 27' 45", sont à 360 degrés; ainsi 73 1^j 22^h 11', sont à la révolution de Mars autour du Soleil, qu'on trouvera de 687^j 11^h 15', ou d'une année commune, 322^j 11^h 15'.

Cet intervalle mesurerait la révolution moyenne de Mars, si cette Planete étoit retournée dans son Opposition de l'année 1717, au même point de l'Écliptique où elle étoit dans la précédente, ou, plus exactement, si la distance à son Aphélie avoit été la même dans ces deux Oppositions, parce qu'alors la quantité de son moyen mouvement seroit égale à son mouvement vrai. Mais comme cette Planete étoit dans l'Opposition de l'année 1717, plus avancée qu'en 1715, de 49 degrés, par son mouvement propre, qui diffère du moyen plus ou moins, suivant sa différente distance à son Aphélie, nous n'employerons cette période que pour reconnoître le nombre des révolutions qui se sont écoulées entre des observations plus reculées, choisissant d'abord celles où Mars s'est trouvé de part & d'autre à peu-près au même lieu de l'Écliptique.

Entre ces observations, nous en trouvons une qui est arrivée le 11 Avril de l'année 1683 à 0^h 10' après midi, Mars étant à 21^d 41' 30" de la Balance.

Le 5 Avril 1730, l'Opposition de Mars avec le Soleil fut déterminée à 7^h 4' du soir, cette Planete étant à 15^d 43' 36", du même Signe. Il y a dans cet intervalle, 47 années, dont 11 bissextiles, moins 5^j 17^h 6', qui sont 17160^j 6^h 54'; les partageant par la période de la révolution de Mars, trouvée ci-dessus de 687 jours, on a 25 révolutions, ce qui fait voir que cette Planete avoit parcouru 25 révolutions dans l'intervalle entre les observations des années 1683 & 1730.

On fera donc, comme 25 révolutions de 360 degrés chacune, moins 5^d 57' 54", différence entre le lieu de Mars dans les Oppositions des années 1683 & 1730, sont à 17160^j 6^h 54'; ainsi 360 degrés sont à la révolution de Mars autour du Soleil, qu'on

. N n u

trouvera de $687^i 2^h$, un peu plus petite que par la première comparaison. Partageant 360 degrés par ce nombre de jours, on aura le moyen mouvement journalier de Mars, de $31' 26'' \frac{1}{2}$.

Comme les deux Oppositions que nous venons de comparer ensemble, sont arrivées en deux lieux de l'Écliptique, éloignés l'un de l'autre de près de 6 degrés, le moyen mouvement que l'on vient d'en déduire, ne peut être exact qu'au cas que l'Équation de Mars ait été la même dans les deux observations; c'est pourquoi nous examinerons ce qui résulte des observations les plus reculées, comparées aux nôtres.

La plus ancienne de ces observations est celle que Ptolemée rapporte (*Almageste, liv. 10. chap. 9.*) qui est arrivée, selon lui, l'année 52 depuis la mort d'Alexandre, & 476 depuis Nabonassar, le 20.^{me} du mois d'*Athir*, le matin du 21.^{me} jour suivant, dans laquelle Mars parut être au dessus & fort près de l'Étoile boréale du Front du Scorpion, qui, selon lui, étoit éloigné de $6^d 20'$ du Cœur de cette Constellation, & qu'il jugeoit devoir être au temps de cette observation, à $2^d 15'$ de ce Signe.

Cette observation réduite à nos Époques & au Méridien de Paris, se rapporte au 17 Janvier de l'année 272 avant Jésus-Christ, à 16 heures après midi.

Le vrai lieu du Soleil, suivant nos Tables, étoit alors à 24^d du Capricorne, éloigné de celui de Mars, de $2^f 22^d$; d'où il suit que cette observation ne peut pas être employée immédiatement pour déterminer les moyens mouvements de cette Planete.

Nous avons donc examiné les autres observations de Mars, faites près de ses Oppositions avec le Soleil, que Ptolemée rapporte (*Almageste, liv. 10. chap. 7.*) dont la première est arrivée la 15.^{me} année d'Hadrien, le 26.^{me} jour du mois de *Tyby*, à 3 heures du soir, Mars étant à $21^d 0'$ des Gemeaux, en Opposition avec le lieu moyen du Soleil.

La seconde est arrivée la 19.^{me} année d'Hadrien, le 6 du mois de *Pharmuthi*, à 9 heures du soir, Mars étant à $28^d 50'$ du Lion, en Opposition avec le lieu moyen du Soleil.

La troisième, la seconde année d'Antonin, le 12.^{me} du mois d'*Epiphi*, à 10 heures du soir, Mars étant à $2^d 34'$ du Sagittaire, en Opposition avec le lieu moyen du Soleil.

Comme les Époques dont se sert Ptolemée, pour déterminer le temps de ces observations, sont les mêmes que celles qui sont rapportées dans la théorie de Saturne & de Jupiter, dont nous avons fait voir la correspondance avec les nôtres, nous avons réduit le temps de ces observations à l'Époque de Jésus-Christ & à notre Méridien, qui est plus occidental que celui d'Alexandrie, de $1^h 52'$, & nous avons trouvé que la première observation se rapporte au 14 Décembre de l'année 130 après Jésus-Christ, à $11^h 8'$ à Paris, la seconde au 19 Février de l'année 135 à $7^h 8'$, & la troisième au 26 Mai de l'année 139 à $8^h 8'$.

Képler, dans l'examen qu'il fait de ces observations de Ptolemée, fait voir que l'on ne peut pas compter tout-à-fait sur leur exactitude. Il juge même par la manière dont il s'est servi pour déterminer la situation des Étoiles fixes, qu'elles étoient alors plus avancées de 30 minutes qu'il ne les a marquées; & qu'ainsi on doit avancer d'autant le lieu de Mars, qui a été observé à l'égard des Étoiles fixes. Il suppose aussi qu'il y a quelques corrections à faire, tant au lieu de l'Apogée du Soleil qu'à son excentricité, & dans ces différentes suppositions, il calcule le vrai lieu de l'Opposition de Mars avec le vrai lieu du Soleil, employant le lieu moyen du Soleil, tel que l'a marqué Ptolemée.

Pour nous, dans l'incertitude où nous sommes de la correction qu'il y auroit à faire au lieu de Mars déterminé par Ptolemée, nous le supposons tel qu'il l'a marqué; mais comme nous connoissons les mouvements du Soleil & les autres éléments de sa théorie avec beaucoup plus d'exactitude que ne l'a fait Ptolemée, nous employons le lieu moyen du Soleil & celui de son Apogée, tels qu'ils résultent de cette théorie pour le temps de ces anciennes observations, & supposant l'excentricité de son Orbe invariable, telle qu'on l'observe présentement, nous avons calculé le temps & le vrai lieu de l'Opposition de Mars avec le vrai lieu du Soleil, que nous avons trouvé dans la première observation, être arrivée le 13 Décembre de l'année 130 après Jésus-Christ, à $11^h 48'$ à Paris, Mars étant à $21^d 22' 50''$ des Gemeaux.

Dans la seconde le 19 Février 135 à 4 h. à $29^d 40'$ du Lion.
Et dans la troisième le 26 Mai de l'année 139 à $9^h 1'$, à $2^d 53' 0''$ du Sagittaire.

Pour comparer ces observations aux nôtres, & en déduire le moyen mouvement de Mars avec toute l'exactitude requise, il faudroit, comme on l'a remarqué dans les théories précédentes, déterminer d'abord le vrai lieu de l'Aphélie de Mars, tant dans les observations anciennes que dans les modernes, pour connoître l'Equation de son Orbe, qui convient à chaque observation, & réduire le lieu vrai observé au lieu moyen. Mais comme la détermination du lieu de l'Aphélie des Planetes, par le moyen de trois observations seules, demande la connoissance de leur moyen mouvement, nous employerons une méthode par laquelle nous trouverons le moyen mouvement à peu-près avec la même précision que si nous avions la connoissance de l'Aphélie de Mars & de son mouvement dans l'espace de plusieurs siècles.

Pour donner une idée de cette méthode, il faut considérer que si l'on comparoit ensemble deux observations d'une Planete, éloignées l'une de l'autre, qui se rencontraient à la même distance de son Aphélie & de son Périhélie, la quantité du mouvement vrai que cette Planete auroit parcouru dans l'intervalle entre ces observations, seroit égale à la quantité de son moyen mouvement. Car l'Equation de cette Planete, qui est la différence entre son vrai & son moyen mouvement, étant la même à la même distance de son Aphélie & de son Périhélie, il n'y auroit aucune différence entre son vrai & son moyen mouvement compris entre un certain nombre de révolutions.

Nous considérerons présentement que le mouvement de l'Apo-gée du Soleil ou de l'Aphélie de la Terre, de même que celui des Planetes que nous avons examinées jusqu'à présent, est toujours suivant la suite des Signes, avec quelque différence cependant dans chacune de ces Planetes, puisqu'on le trouve dans le Soleil, de $1' 2''$ par année, dans Saturne de $1' 18''$, & dans Jupiter de $57'' \frac{1}{2}$: que les Astronomes ne sont point d'accord dans la quantité de ce mouvement, puisque M. Bouillaud l'a déterminé dans Jupiter, de $1' 29''$, au lieu que suivant les observations modernes comparées à celles de Ptolemée, nous ne l'avons trouvé que de 57 secondes ou environ.

Cette incertitude dans la détermination précise de ce mouvement, a donné lieu à quelques Astronomes & Physiciens, de

conjecturer que l'Aphélie de chaque Planete est toujours dirigé à un même point du Ciel, & que son mouvement n'est point réel, mais apparent, égal & semblable à celui des Etoiles fixes, qui, suivant le Systeme de Copernic, est causé par le mouvement de l'axe de la Terre autour des Poles de l'Ecliptique; & que s'il s'y trouve quelque différence, elle provient du défaut d'exactitude dans les observations, ou de quelque inégalité physique dans l'Orbe de la Planete, qui se rétablit dans la suite des temps.

Nous n'entrerons pas présentement dans l'examen de cette hypothese, mais nous nous en servirons pour faire voir que si l'on attribue à l'Aphélie des Planetes, un mouvement égal à celui des Etoiles fixes, on suppléera, du moins en partie, au défaut de connoissance de l'Equation nécessaire pour réduire le vrai mouvement au moyen; ainsi si l'on adjoute au lieu de la Planete déterminé par une observation ancienne, la quantité du mouvement que les Etoiles fixes ont parcouru depuis ce temps jusqu'à celui des observations modernes, on aura le lieu où la Planete est éloignée de son Aphélie à peu-près de la même quantité que dans l'observation ancienne.

Pour faire usage de cette méthode, nous avons employé la 1.^{ere} Opposition de Mars avec le Soleil, observée par Ptolemée, qui est arrivée, suivant qu'il a été marqué ci-dessus, le 13 Décembre de l'année 130 après Jesus-Christ, à $11^h 48'$, réduit au Méridien de Paris, cette Planete étant à $21^d 22' 50''$ des Gemeaux.

Entre les observations modernes, nous trouvons celle de l'année 1709, où Mars fut en Opposition avec le Soleil le 4 Janvier à $5^h 48'$ du soir, cette Planete étant à $14^d 18' 25''$ de l'Ecrevisse, plus avancée d'environ 23^d que suivant l'observation de Ptolemée. Le mouvement des Etoiles fixes, à raison d'un degré en 70 années, est dans l'intervalle entre ces observations, de $22^d 33'$, fort peu différent de celui que nous venons de trouver; ce qui fait voir que Mars s'est trouvé dans cette dernière observation, à peu-près à la même distance de son Aphélie que du temps de Ptolemée, supposant que le mouvement de cet Aphélie soit égal à celui des Etoiles fixes.

Entre ces deux observations, il y a un intervalle de 1578 années, dont 394 bissextiles plus $11^j 18^h$, ou $57637^j 18^h$.

qui, étant partagées par la révolution de Mars, qu'on trouve par les observations modernes, d'environ 687 jours, donnent 839, qui est le nombre des révolutions comprises dans cet intervalle: c'est pourquoi l'on fera, comme 839 révolutions de 360 degrés chacune, plus $22^{\text{d}} 55' 35''$, sont à 360 degrés; ainsi $576375^{\text{h}} 18'$, sont à la révolution moyenne de Mars autour du Soleil, qu'on trouvera de $686^{\text{d}} 22^{\text{h}} 16'$.

En comparant de même l'Opposition qui est arrivée le 19 de Février de l'année 135 après Jesus-Christ, à 4 heures du soir, Mars étant en Ω $29^{\text{d}} 40'$, avec celle qui a été observée le 13 Mars de l'année 1713 à $16^{\text{h}} 40'$, en m $23^{\text{d}} 30' 30''$, le lieu de Mars étant plus avancé de $23^{\text{d}} 50'$ que dans l'observation ancienne, ce qui n'excede que de $1^{\text{d}} 17'$ le mouvement des Etoiles fixes; on trouvera qu'entre ces deux observations, il y a un intervalle de 1578 années communes, $406^{\text{d}} 12^{\text{h}} 40'$, pendant lesquelles Mars a achevé 839 révolutions autour du Soleil, plus $23^{\text{d}} 50'$; ce qui donne la révolution moyenne de cette Planete autour du Soleil, de $686^{\text{d}} 22^{\text{h}} 14'$.

Enfin, si l'on compare l'Opposition de Mars avec le Soleil, qui a été déterminée le 26 Mai de l'année 139 à 9 heures du soir, en \rightarrow $2^{\text{d}} 53' 0''$, avec celle du 11 Juin 1717, qui est arrivée aussi à 9 heures du soir & quelques minutes, en \rightarrow $20^{\text{d}} 37' 15''$; on trouvera que dans l'intervalle entre ces observations, qui est de 1578 années communes & 400 jours, cette Planete a achevé 879 révolutions, plus $17^{\text{d}} 44' 15''$; d'où l'on tire sa révolution moyenne, de $686^{\text{d}} 22^{\text{h}} 23'$.

Prenant un milieu entre ces différentes déterminations, on aura la révolution moyenne de Mars autour du Soleil, de $686^{\text{d}} 22^{\text{h}} 18'$, fort approchante de celle que l'on auroit trouvée, si l'on avoit connu exactement le vrai lieu de l'Aphélie de Mars au temps des observations anciennes & modernes.

L'on fera présentement, comme $686^{\text{d}} 22^{\text{h}} 18'$, sont à 365 jours; ainsi 360 degrés sont au moyen mouvement annuel de Mars, qu'on trouvera de $6^{\text{h}} 11^{\text{d}} 17' 9^{\text{h}} \frac{1}{2}$. Les partageant par 365, on aura son moyen mouvement journalier, de $31' 26''$.

Nous employerons ces mouvements pour déterminer le lieu

de l'Aphélie de Mars, & l'excentricité de son Orbe, qui résultent des observations anciennes & modernes.

CHAPITRE III.

Du lieu de l'Aphélie de Mars, & de l'Excentricité de son Orbe.

COMME dans les observations de Mars, rapportées par Ptolemée, il n'y en a que trois qui ayent été faites dans le temps de son Opposition avec le Soleil, nous sommes obligés d'employer pour déterminer le lieu où étoit son Aphélie, & l'excentricité de son Orbe, la sixième & la septième méthode (*Voy. p. 172. & suiv.*) dont la première est suivant l'hypothese elliptique simple, & la seconde suivant celle de Képler.

C'est principalement dans la théorie de cette Planete, qu'il faut examiner les Equations qui résultent de ces deux hypotheses, parce que l'excentricité de l'Orbe de Mars étant, comme nous l'allons voir, plus grande que celle des autres Planetes supérieures, on doit aussi trouver une plus grande différence entre les Equations qui répondent aux différents degrés de son Orbe, suivant les différentes hypotheses que l'on a suivies.

Ayant donc supposé le moyen mouvement annuel de Mars, de $6^{\text{h}} 11^{\text{d}} 17' 9^{\text{h}} \frac{1}{2}$, & le mouvement journalier, de $31' 26''$, tels que nous les avons établis par la détermination précédente, nous avons trouvé par les observations de Ptolemée suivant l'hypothese elliptique simple, l'Aphélie de Mars pour le commencement de l'année 135 après Jesus-Christ, à $0^{\text{d}} 22'$ du Lion, sa plus grande excentricité de 9268 parties, dont la moitié du grand axe est de 100000, & la plus grande Equation de son Orbe, de $10^{\text{d}} 38' 10''$.

Par les mêmes observations, nous avons trouvé dans l'hypothese de Képler, l'Aphélie de Mars pour le même temps, à $29^{\text{d}} 24' 0''$ de l'Ecrevisse, moins avancé de 58 minutes que suivant l'hypothese précédente, l'excentricité de son Orbe, de 9430, plus grande de 162 parties, & sa plus grande Equation, de 10^{d}

49' 0", plus grande de 10' 50" que dans l'hypothese elliptique. On a aussi trouvé que suivant l'hypothese de Képler, l'Equation de Mars étoit plus petite que suivant l'hypothese elliptique, dans la première observation de 7' 10", dans la seconde de 6' 29", & dans la dernière de 7' 34".

Le lieu de l'Aphélie de Mars étant ainsi établi pour le temps de Ptolemée, nous avons cherché celui qui résulte des observations modernes.

Entre ces observations, nous en avons choisi trois faites par M. Flamsteed à Greenwich, dont la première est arrivée le 11 Décembre de l'année 1691 à 3^h 14' après midi, Mars étant à 19^d 54' 28" des Gemeaux; la seconde le 20 Février 1696 à 9^h 1', à 2^d 18' 8" de la Vierge; & la troisième le 8 Mai 1700 à 7^h 42', à 18^d 5' 0" du Scorpion.

Nous avons préféré ces observations à d'autres, parce qu'elles s'accordent à celles qui ont été faites en même temps à l'Observatoire de Paris avec toute la précision que l'on peut souhaiter, n'y ayant dans les deux premières observations, qu'une différence de quelques secondes, & dans la troisième d'une minute. Elles ont encore cet avantage, que la première & la dernière se trouvent de part & d'autre à une distance à peu-près égale de l'Aphélie de Mars, ce qui doit donner sa détermination plus exacte, quelque figure que l'on attribue à cet Orbe, pourvu qu'elle soit régulière.

Comme les deux premières Oppositions, de même que toutes les autres, ont été déterminées par rapport à l'Ecliptique, & ne se rencontrent pas dans les Nœuds, il est nécessaire pour une entière exactitude de les réduire à leur vrai lieu sur l'Orbite de Mars, ce qui demande la connoissance du lieu des Nœuds & de leur inclinaison. En attendant qu'on ait déterminé ces éléments, nous supposons, comme il est en effet, qu'il faut adjoûter 48 secondes à la première observation, & retrancher 28 secondes de la seconde pour avoir le vrai lieu de Mars sur son Orbite le 11 Décembre 1691 à 3^h 14' du soir, à 19^d 55' 16" des Gemeaux, & le 20 Février 1696 à 9^h 1' du soir, à 2^d 17' 40" de la Vierge. A l'égard de la troisième observation, comme la latitude de Mars n'étoit alors que de 3' 53" vers le Midi, on voit que cette Planete étoit près de ses Nœuds, de sorte que son

vrai

vrai lieu sur son Orbite ne diffère pas sensiblement de celui qui avoit été observé par rapport à l'Ecliptique.

Ayant donc calculé le lieu de l'Aphélie de Mars, qui résulte de ces observations, on l'a trouvé dans l'hypothese elliptique, à 0^d 39' 0" de la Vierge, & suivant celle de Képler, à 0^d 31' 34" du même Signe, avec une différence seulement de 7' 26" de l'une à l'autre hypothese, ce qui devoit arriver comme nous l'avions prévu, à cause que l'une de ces observations étoit près de l'Aphélie, & les deux autres à une distance à peu-près égale de part & d'autre.

A l'égard de l'excentricité de l'Orbe de Mars, nous la trouvons par le premier calcul dans l'hypothese elliptique, de 9246, & dans l'hypothese de Képler, de 9287; d'où l'on tire sa plus grande Equation dans l'hypothese elliptique, de 10^d 30' 38", & dans celle de Képler, de 10^d 39' 8".

De la préférence que l'on doit donner à l'hypothese de Képler ou à l'Elliptique simple.

Ayant ainsi déterminé dans l'une & l'autre de ces hypothèses, le lieu de l'Aphélie de Mars, son excentricité & la plus grande Equation de son Orbe, on peut reconnoître celle qui mérite la préférence, en examinant laquelle de ces deux hypothèses représente le mieux les observations qui ont été faites. Mais comme cette recherche demande la connoissance exacte du moyen mouvement de Mars, & que nous avons besoin de connoître la véritable situation de son Aphélie pour déterminer avec toute la précision requise le moyen mouvement d'une Planete, nous proposons une méthode pour déterminer laquelle des deux hypothèses nous devons employer pour nos recherches.

Il faut remarquer pour cela, que si l'on calcule dans une hypothese qui représente exactement l'Orbe de la Planete, le vrai lieu de son Aphélie par des observations exactes, elles doivent, en quelque endroit de cet Orbe qu'elles aient été faites, donner la même détermination de cet Aphélie. Si au contraire on employe une hypothese qui ne représente pas l'Orbe de la Planete tel qu'il est réellement, il est certain que différentes observations donneront des positions différentes de l'Aphélie.

Ayant donc calculé, comme on l'a fait, le lieu de l'Aphélie de Mars, par le moyen de trois observations suivant les deux hypothèses, on le calculera par trois autres observations exactes, faites en d'autres situations de son Orbe suivant les mêmes hypothèses, & l'on examinera lesquelles de ces deux déterminations s'accordent mieux entr'elles. Si, par exemple, on trouve que les deux déterminations de l'Aphélie de Mars, qui résultent de l'hypothèse de Képler, suivant les observations faites en divers endroits de son Orbe, s'accordent mieux ensemble que ne font celles qui résultent de l'hypothèse elliptique simple, c'est une marque que la première est préférable; si elles se trouvent plus conformes dans l'hypothèse elliptique, c'est à la dernière détermination qu'il faut donner la préférence.

J'ai donc choisi trois nouvelles observations de Mars, faites par M. Flamsteed, dont la première est arrivée le 17 Janvier de l'année 1694 à $4^h 20'$, en $\varnothing 28^d 12' 0''$, la seconde le 26 Mars 1698 à $17^h 55'$, en $\varnothing 7^d 4' 18''$, & la troisième le 8 Juillet 1702 à $12^h 58'$, en $\varnothing 16^d 10' 23''$. Deux de ces observations ont été faites en même temps à Paris, & s'y accordent avec toute la précision que l'on peut espérer. Je les ai réduites à l'Orbite de Mars, en ajoutant 34 secondes à la première observation, & 46 secondes à la dernière, & retranchant 52 secondes de celle de 1698, ce qui m'a donné le vrai lieu de Mars sur son Orbe, dans la première observation, en $\varnothing 28^d 12' 34''$, dans la seconde en $\varnothing 7^d 3' 26''$, & dans la troisième en $\varnothing 16^d 11' 9''$.

Suivant ces observations, j'ai trouvé dans l'hypothèse elliptique, l'Aphélie de Mars à $1^d 28' 23''$ de la Vierge, éloigné de $49' 23''$ de la détermination précédente, & dans l'hypothèse de Képler, à $0^d 39' 2''$ de la Vierge, éloigné seulement de $7' 28''$ de celui qui résultoit des premières observations; d'où l'on peut conclure que cette dernière hypothèse mérite la préférence, car si l'on fait attention au mouvement de l'Aphélie qui a dû l'avancer de deux ou trois minutes dans les dernières observations, il n'y aura plus qu'une différence de 5 minutes dans le lieu de l'Aphélie qui résulte de l'hypothèse de Képler par les différentes observations qu'on a employées, au lieu qu'on en trouvera une de 47 minutes suivant l'hypothèse elliptique.

A l'égard de l'excentricité de l'Orbe de Mars, on la trouve par le premier calcul dans l'hypothèse elliptique, de 9246 parties, dont la moitié du grand axe est de 100000, & par le second calcul, de 9115, au lieu que suivant l'hypothèse de Képler, elle est par le premier calcul, de 9287, & par le second, de 9292, avec une différence seulement de 5 parties, au lieu de 129, qui résulte de l'hypothèse elliptique; ce qui est une nouvelle preuve de la préférence que l'on doit donner dans la théorie de Mars, à l'hypothèse de Képler, que nous employerons par conséquent pour la détermination du moyen mouvement de cette Planete & de celui de son Aphélie.

C H A P I T R E I V.

Détermination plus exacte du moyen Mouvement de Mars, & du vrai lieu de son Aphélie.

Ayant déterminé ci-dessus le vrai lieu de l'Aphélie de Mars pour le temps des observations anciennes & modernes, & l'excentricité de son Orbe suivant l'hypothèse de Képler, nous avons calculé suivant la méthode prescrite, l'Equation qui en résulte, laquelle étant appliquée au vrai lieu de cette Planete, donne son lieu moyen.

Dans l'Opposition de Mars avec le Soleil, du 13 Décembre de l'année 130 après Jesus-Christ, qui est la plus ancienne de celles qui ont été observées par Ptolemée, l'Equation de son Orbe étoit de $7^d 2' 44''$, qu'il faut retrancher du vrai lieu de Mars, qui étoit à $21^d 22' 50''$ des Gemeaux, à cause que cette Planete n'étoit pas encore arrivée à son Aphélie, & on aura son lieu moyen pour le 13 Décembre de l'année 130 à $11^h 48'$, à $14^d 20' 6''$ des Gemeaux.

Dans l'Opposition de Mars, de l'année 1691, qui est aussi la première de celles que nous avons employées pour déterminer son Aphélie, l'Equation de l'Orbe de cette Planete étoit de $10^d 16' 14''$, qui, étant aussi retranchée du vrai lieu de Mars, qui étoit alors à $19^d 55' 16''$ des Gemeaux, donne son lieu moyen

pour le 11 Décembre de l'année 1691 à $3^h 14'$, à $9^d 39' 2''$ des Gemeaux.

La différence entre le lieu moyen de Mars dans ces deux observations a donc été de $4^d 41' 4''$, dont il étoit moins avancé dans la seconde que dans la première.

Il y a dans l'intervalle entre ces observations, 1561 années, dont 390 bissextiles, moins $12^j 8^h 34'$, pendant lequel temps Mars a parcouru 830 révolutions autour du Soleil, moins $4^d 41' 4''$. Adjoûtant à cet intervalle de temps, $8^j 22^h 31'$, pendant lesquels cette Planete parcourt par son moyen mouvement, $4^d 41' 4''$, on trouve qu'elle a achevé 830 révolutions exactes dans l'espace de 1561 années, dont 390 bissextiles, moins $3^j 10^h 3'$. Les partageant par 830, on aura la révolution moyenne de Mars, de $686^j 22^h 18' 39''$.

En comparant de même l'Opposition de l'année 135 avec celle de l'année 1696, on trouvera dans la première l'Equation de son Orbe, de $5^d 47' 48''$, qu'il faut adjoûter à son vrai lieu, qui étoit en $\Omega 29^d 40' 0''$, parce qu'alors Mars avoit passé son Aphélie, & on aura son lieu moyen le 19 Février de l'année 135 à $4^h 0'$, en $m 5^d 27' 48''$.

Dans l'Opposition de Mars, de l'année 1696, l'Equation de son Orbe étoit de $21' 12''$, qu'il faut adjoûter aussi à son vrai lieu, qui étoit en $m 2^d 17' 40''$, & on aura son lieu moyen pour le 20 Décembre de l'année 1696 à $9^h 1'$, en $m 2^d 32' 52''$, moins avancé de $2^d 48' 56''$ qu'en l'année 135.

Il y a dans l'intervalle entre ces observations, 1561 années, dont 390 bissextiles, moins $8^j 18^h 59'$, pendant lesquelles Mars a achevé 830 révolutions moins $2^d 48' 56''$. Adjoûtant à cet intervalle de temps, $4^j 8^h 56'$, qui répondent à $2^d 48' 56''$ de moyen mouvement, on trouve que cette Planete a achevé 830 révolutions moyennes dans l'espace de 1561 années, dont 390 bissextiles, moins $4^j 10^h 3'$. Les partageant par 830, on aura la révolution moyenne de Mars autour du Soleil, de $686^j 22^h 17' 2''$.

Enfin, si l'on compare l'Opposition de Mars avec le Soleil, de l'année 139, avec celle de l'année 1700, on trouvera dans la première l'Equation de l'Orbe de cette Planete, de $8^d 39' 43''$,

qu'il faut adjoûter à son vrai lieu, qui étoit en $\rightarrow 2^d 53' 0''$, pour avoir son lieu moyen le 26 Mai de l'année 139 à $9^h 0'$, en $\rightarrow 11^d 32' 43''$.

Dans l'Opposition de l'année 1700, l'Equation de l'Orbe de cette Planete étoit de $10^d 32' 34''$, qu'il faut adjoûter à son vrai lieu, qui étoit en $m 18^d 5' 0''$, pour avoir son lieu moyen le 8 Mai 1700 à $7^h 20'$, en $m 28^d 37' 34''$.

Il y a dans l'intervalle entre ces observations, 1561 années, dont 390 bissextiles, moins $28^j 1^h 40'$, pendant lequel temps Mars a fait 830 révolutions moins $12^d 55' 9''$. Adjoûtant à cet intervalle de temps, $24^j 15^h 39'$, qui répondent à $12^d 55' 9''$ de moyen mouvement, on trouve que cette Planete a achevé 830 révolutions exactes dans l'espace de 1561 années, dont 390 sont bissextiles, moins $3^j 10^h 1'$, à 2 minutes près de celui que nous avons trouvé par les Oppositions des années 130 & 1691, ce qui donne la révolution moyenne de Mars autour du Soleil, de $686^j 22^h 18' 39''$, de même que par la première comparaison, & que par cette raison nous préférons à la détermination précédente.

On fera présentement, comme $686^j 22^h 18' 39''$, qui mesurent la révolution moyenne de Mars autour du Soleil, sont à 365 jours; ainsi 360 degrés sont à $6^f 11^d 17' 9'' \frac{1}{2}$, qui mesurent le moyen mouvement annuel de Mars. Les partageant par 365, on aura son moyen mouvement journalier, de $31' 26'' 38'''$, dont on se servira pour trouver le moyen mouvement de cette Planete pour les mois, les jours, les heures, & tel espace de temps que l'on voudra.

Pour établir l'époque du moyen mouvement de Mars pour les années avant & après Jesus-Christ, on retranchera d'abord du lieu moyen de cette Planete, qui étoit, comme on l'a marqué ci-dessus, le 13 Décembre de l'année 130 à $11^h 48'$, en $H 14^d 20' 6''$, le moyen mouvement qui convient à 130 années Juliennes au 13 du mois de Décembre & à $11^h 48'$, qui est de $7^f 16^d 3' 55''$, & on aura le lieu moyen de Mars pour le 1.^{er} Janvier de l'année 0 de Jesus-Christ, à $28^d 16' 3.1''$ de la Balance, dont on se servira pour déterminer le lieu moyen de cette Planete pour tous les temps avant & après Jesus-Christ, en soustrayant de l'époque que nous venons de trouver, ou y adjoûtant le moyen

mouvement qui répond à l'intervalle compris entre cette époque & le temps cherché.

A l'égard de l'Aphélie de Mars, il a été trouvé suivant l'hypothese de Képler, au commencement de l'année 135 après Jesus-Christ, en $\varpi 29^d 24' 0''$. Il étoit, suivant nos observations, au commencement de l'année 1696, en $m\varpi 0^d 31' 34''$, il y a donc eu dans cet intervalle, qui est de 1561 années, un mouvement de $31^d 7' 34''$, qui, étant partagé par 1561, donne le moyen mouvement annuel de l'Aphélie de Mars, de $1' 11'' 47''' 20''''$.

Pour déterminer le lieu de cet Aphélie au temps de l'époque de Jesus-Christ, & pour les années avant & après; on fera, comme 1561 années sont à 135; ainsi $31^d 7' 34''$ sont à $2^d 41' 32''$, qui, étant retranchés de son lieu en l'année 135, qui étoit en $\varpi 29^d 24' 0''$, donnent son vrai lieu pour l'année 0 de Jesus-Christ, qui est l'époque de sa Naissance, en $\varpi 26^d 42' 28''$, dont on se servira pour déterminer le vrai lieu de l'Aphélie de Mars pour tous les temps donnés.

C H A P I T R E V.

De la seconde Inégalité de Mars, & du rapport de sa distance au Soleil & à la Terre.

Nous avons déjà remarqué dans les théories précédentes, que les circonstances les plus favorables pour déterminer la seconde Inégalité des Planetes, & le rapport de leurs distances au Soleil & à la Terre, étoient lorsqu'elles paroissent éloignées du Soleil, d'environ 3 Signes, où leur seconde Inégalité est la plus sensible.

Il faut choisir par la même raison les observations dans lesquelles les Planetes sont le plus près de leur Périhélie, & préférer celles où elles se trouvent en même temps près de leurs Nœuds & des limites de leur plus grande latitude, où leur vrai lieu sur l'Orbite est le même que par rapport à l'Ecliptique. Mais comme il est difficile d'avoir des observations qui ayent été faites dans toutes ces circonstances, nous examinerons du moins celles qui en approchent le plus près.

E X E M P L E I.

Entre ces observations modernes, nous en trouvons une qui a été faite par M. Flamsteed le 27 Mars de l'année 1694 à $7^h 25'$, réduite au Méridien de Paris, suivant laquelle le vrai lieu de Mars vû de la Terre, étoit en $\varpi 23^d 26' 12''$, avec une latitude boréale de $2^d 46' 38''$. Le vrai lieu de Mars vû du Soleil, calculé par notre théorie, étoit en $\Omega 28^d 44' 14''$, dont retranchant son vrai lieu vû de la Terre, qui étoit en $\varpi 23^d 26' 12''$, on aura l'angle SMT , qui mesuroit alors la seconde Inégalité de cette Planete, de $35^d 18' 2''$.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors en $\gamma 7^d 34' 25''$, & son anomalie vraie de $9^f 0^d 14'$, avec laquelle on trouve sa distance à la Terre ST , de 9998, dont la moyenne distance est de 10000. Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Mars vû de la Terre, on aura l'angle STM (Fig. 55.) qui mesuroit la distance de Mars au Soleil, de $105^d 51' 47''$. On aura donc l'angle TSM , distance de Mars à la Terre, vûe du Soleil, de $38^d 50' 11''$, & l'on fera, comme le sinus de l'angle SMT , de $35^d 18' 2''$, est au sinus de l'angle STM , de $105^d 51' 47''$; ainsi ST 9998 est à SM , distance de Mars au Soleil, réduite à l'Ecliptique, qu'on trouvera de 16643. On fera aussi, comme SM est à TM , ou comme le sinus de l'angle STM , de $105^d 51' 47''$ est au sinus de l'angle SMT , de $38^d 50' 11''$; ainsi la tangente de l'angle DTM , latitude de Mars vûe de la Terre, qui a été observée de $2^d 46' 38''$, est à la tangente de l'angle DSM , latitude de Mars vûe du Soleil, qu'on trouvera de $1^d 48' 36''$. Enfin l'on fera, comme le sinus du complément de l'angle DSM , de $1^d 48' 36''$, est au sinus total; ainsi SM , déterminé de 16643, est à SD , distance du Soleil à Mars sur son Orbe, qu'on trouvera de 16651 parties, dont la distance moyenne de la Terre au Soleil, est de 10000.

La distance SD de Mars au Soleil au temps de cette observation étant connue, on déterminera dans l'hypothese de Képler, qui est celle que nous employons dans la théorie de cette Planete, sa distance au Soleil lorsqu'il est dans son Aphélie & dans son Périhélie, & dans tous les lieux de son Orbe, en cette manière.

On retranchera le lieu de l'Aphélie de Mars, qui étoit alors en $17^{\circ} 0' 29'' 27''$, du vrai lieu de cette Planete vû du Soleil sur son Orbite, qui étoit en $\Omega 28^{\circ} 44' 14''$, & l'on aura son anomalie vraie, de $11^{\circ} 28' 14'' 42''$, dont le supplément à quatre droits, mesure l'angle ATL (*Voy. Fig. 54.*) de $1^{\circ} 45' 18''$. On prolongera TL en O , en sorte que TO soit égal à l'axe AP , & ayant pris CF égal à CT , on joindra FO & TO . Dans le Triangle FOT , dont le côté TO ou AP , est connu de 200000, aussi-bien que le côté FT , de 18580, double de l'excentricité CT , qui a été trouvée dans l'hypothese de Képler, de 9290 parties; & l'angle compris ATO , est de $1^{\circ} 45' 18''$, on trouvera l'angle FOT , de $0^{\circ} 10' 47''$.

Maintenant dans le Triangle FLT , les côtés FL & TL ; étant, par la propriété de l'Ellipse, égaux au grand axe AP ou TO , si l'on retranche TL de part & d'autre, on aura LO égal à FL , & l'angle OFL , égal à l'angle FOL ; l'angle FLT sera donc le double de l'angle FOT ; & par conséquent de $21^{\circ} 34''$. Mais l'angle ATL a été trouvé de $1^{\circ} 45' 18''$, on aura donc l'angle TFL , de $177^{\circ} 53' 8''$; & dans le Triangle FTL , dont les angles sont connus, & le côté TL , de 16651 parties, dont la distance moyenne de la Terre au Soleil est de 10000, on trouvera le côté FL , de 13822, & le côté FT , de 2832. Adjoûtant FL à TL , on aura le grand axe AP de l'Orbe de Mars, de 30473, dont la moitié AC est de $15236\frac{1}{2}$. Y adjoûtant CT , ou la moitié de FT , qui est de 1416, on aura la distance AT de Mars au Soleil dans son Aphélie, de 16652. Retranchant CT , de AC ou CP ; on aura la distance PT de Mars au Soleil dans son Périhélie, de 13820.

Pour trouver présentement la distance de Mars au Soleil dans tous les lieux de son Orbe, comme, par exemple, lorsque cette Planete est en L , & que son anomalie vraie est mesurée par l'angle ATL , de 30 degrés; on prolongera TL en O , en sorte que TO soit égal à AP ; & dans le Triangle FOT , dont les côtés FT , TO , sont connus, & l'angle FTL est donné de 30° , on trouvera la valeur de l'angle FOT , de $2^{\circ} 53' 30''$, dont le double mesure l'angle FLT , de $5^{\circ} 47' 0''$; & dans le Triangle FLT , dont le côté FT est connu de 2832, & les angles FLT & FTL .

& FTL , on aura la valeur du côté TL , de 16427, qui mesure la distance de Mars au Soleil, qui convient à l'anomalie vraie donnée de 30 degrés. *Ce qu'il falloit trouver.*

Dans l'exemple que nous avons proposé, le vrai lieu de Mars vû du Soleil, étoit en $\Omega 28^{\circ} 44' 14''$, éloigné de $3^{\circ} 11' 29''$ de son Nœud ascendant, qui étoit alors en $8^{\circ} 17' 15''$; c'est pourquoi il falloit, pour une plus grande précision, y adjoûter $21''$, pour avoir le vrai lieu de Mars vû du Soleil, réduit à l'Ecliptique, en $\Omega 28^{\circ} 44' 35''$, avec lequel on trouvera par la même méthode que l'on vient d'exposer, la distance véritable de Mars au Soleil dans son Aphélie, de 16650, & dans son Périhélie, de 13819.

E X E M P L E I I.

Le 1.^{er} Novembre de l'année 1702 à $6^h 49' 0''$ du soir, réduit au Méridien de Paris, le vrai lieu de Mars a été observé en $\approx 13^{\circ} 38' 32''$, avec une latitude septentrionale de $2^{\circ} 8' 17''$.

Le vrai lieu de Mars vû du Soleil, étoit alors, suivant notre théorie, en $\chi 28^{\circ} 39' 8''$, éloigné de son Nœud ascendant, de $10^{\circ} 11' 20''$, ce qui donne la réduction à l'Ecliptique, de $52''$, qu'il faut adjoûter au vrai lieu de cette Planete sur son Orbite; pour avoir son vrai lieu réduit à l'Ecliptique, en $\chi 28^{\circ} 40' 0''$. Retranchant de ce lieu, celui de Mars vû de la Terre, qui étoit en $\approx 13^{\circ} 38' 32''$, on aura l'angle SMT (*Fig. 55.*) qui mesure la seconde Inégalité de cette Planete, de $45^{\circ} 1' 28''$.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors, suivant nos Tables, en $m 8^{\circ} 53' 47''$, & son anomalie moyenne, de $4^{\circ} 2' 54''$, avec laquelle on trouve sa distance à la Terre ST , de 9910. Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Mars vû de la Terre, on aura l'angle STM , de $94^{\circ} 44' 55''$, qui mesure la distance de Mars au Soleil. On aura donc l'angle TSM , qui mesure la distance de Mars à la Terre vû du Soleil, de $40^{\circ} 13' 37''$; & l'on fera, comme le sinus de l'angle SMT , de $45^{\circ} 1' 28''$ est au sinus de l'angle STM , de $94^{\circ} 44' 55''$; ainsi ST 9910 est à SM , que l'on trouvera de 13961.

On fera aussi, comme le sinus de l'angle STM , de $94^{\circ} 44' 55''$ est au sinus de l'angle TSM , de $40^{\circ} 13' 37''$; ainsi la tangente de l'angle DTM , latitude de Mars vû de la Terre, qui a été

observée de $2^{\text{d}} 8' 17''$, est à la tangente de l'angle DSM , latitude de Mars vû du Soleil, qu'on trouvera de $1^{\text{d}} 23' 7''$. Enfin l'on fera, comme le sinus du complément de cette latitude est au sinus total; ainsi SM , déterminé de 13961, est à SD , distance du Soleil à Mars sur son Orbe, que l'on trouvera de 13965.

Pour déterminer, suivant la théorie de Képler, la distance de Mars au Soleil lorsqu'il est dans son Aphélie & dans son Périhélie, on retranchera le lieu de cet Aphélie, qui étoit en $m^{\text{o}} 0^{\text{d}} 39' 44''$, de son vrai lieu sur son Orbite, vû du Soleil, en $x 28^{\text{d}} 39' 8''$, & l'on aura son anomalie vraie, de $6^{\text{r}} 27^{\text{d}} 59' 24''$, dont le supplément à quatre droits, mesure l'angle ATR (Fig. 54) de $152^{\text{d}} 0' 36''$; & dans le Triangle TDF , dont le côté DT ou AP , est de 200000, le côté FT , de 18580, & l'angle compris entre ces côtés, est de $152^{\text{d}} 0' 36''$, on trouvera l'angle TDF , de $2^{\text{d}} 18' 27''$, dont le double $4^{\text{d}} 36' 54''$, mesure l'angle TRF . On aura donc l'angle TFR , de $23^{\text{d}} 22' 30''$; & dans le Triangle FTR , dont les angles sont connus, & le côté TR , de 13965, on trouvera le côté FR , de 16520, & le côté FT , de 2831, dont la moitié CT est de $1415\frac{1}{2}$. Adjoûtant FR à TR , on aura le grand axe AP de l'Orbe de Mars, de 30485, & sa moitié AC , de $15242\frac{1}{2}$. Y adjoûtant CT , de $1415\frac{1}{2}$, on aura la distance de Mars au Soleil lorsqu'il est dans son Aphélie, de 16658. Retranchant CT de AC , on aura la distance de Mars au Soleil dans son Périhélie, de 13827, ce qui est fort approchant de ce que l'on avoit trouvé dans l'exemple précédent.

C H A P I T R E V I.

Des Nœuds de Mars.

POUR déterminer le vrai lieu des Nœuds de Mars, on peut employer les méthodes que l'on a prescrites dans la théorie des autres Planetes, entre lesquelles nous préfererons celle que l'on tire des observations qui ont été faites immédiatement avant & après le passage de cette Planete par l'un de ses Nœuds.

Entre ces observations, nous en trouvons une qui a été faite fort près de l'Opposition de Mars avec le Soleil, arrivée en l'année 1700,

ce qui rend cette observation très-favorable pour cette recherche, parce que le vrai lieu de la Planete, vû du Soleil, étant le même que son vrai lieu vû de la Terre, on peut, sans le secours d'aucune théorie, déterminer le vrai lieu du Nœud de Mars par le moyen de cette observation.

Le 2 Mai de l'année 1700 à $12^{\text{h}} 32'$, la latitude de Mars fut observée de $0^{\text{d}} 11' 38''$ vers le Nord.

Le 10 Mai suivant, à $11^{\text{h}} 53'$ du soir, elle fut déterminée de $0^{\text{d}} 11' 3''$ vers le Midi, ce qui fait voir que dans l'intervalle entre ces observations, cette Planete avoit traversé l'Ecliptique, & passé de la partie septentrionale de son Orbite dans sa partie méridionale, c'est-à-dire, par son Nœud austral, que l'on déterminera en cette manière.

On prendra la somme de ces latitudes, qui est de $0^{\text{d}} 22' 41''$, & l'on fera, comme $0^{\text{d}} 22' 41''$, sont à la latitude de Mars observée le 2 Mai 1700, de $0^{\text{d}} 11' 38''$ vers le Nord; ainsi l'intervalle qui s'est écoulé entre les observations des 2 & 10 Mai, qui est de $7^{\text{j}} 23^{\text{h}} 21'$, est à $4^{\text{j}} 2^{\text{h}} 7'$, qui, étant adjoués au temps de l'observation du 2 Mai, qui est arrivée à $12^{\text{h}} 32'$, donnent le temps du passage de Mars par son Nœud austral le 6 Mai de l'année 1700 à $14^{\text{h}} 39'$.

Le 8 Mai de l'année 1700 à $7^{\text{h}} 42'$, Mars étoit, suivant nos observations, en Opposition avec le Soleil, & son vrai lieu en $m 18^{\text{d}} 6' 0''$. Prenant la différence entre le temps de cette Opposition & celui du passage de Mars par son Nœud austral, on aura $1^{\text{j}} 17^{\text{h}} 3'$, auquel il répond $0^{\text{d}} 53' 47''$ de moyen mouvement, qui, étant retranchés de son vrai lieu dans le temps de l'Opposition, qui étoit à $18^{\text{d}} 6' 0''$ du Scorpion, donnent le vrai lieu du Nœud austral de Mars, à $17^{\text{d}} 12' 13''$ du Scorpion.

Comme on a employé ici le moyen mouvement de Mars pendant l'intervalle entre le temps du passage de cette Planete par son Nœud & celui de son Opposition, au lieu qu'il auroit été nécessaire de se servir de son vrai mouvement, ce qui doit causer quelque erreur dans la détermination de ce Nœud, lorsque cette Planete n'est point dans ses moyennes distances; il faut, pour une plus grande exactitude, calculer par les Tables, le vrai lieu de Mars pour le temps de son passage par son Nœud, de même

que pour le temps de son Opposition, dont on trouvera le premier en $m\ 17^d\ 12'\ 43''$, & le second en $m\ 18^d\ 5'\ 0''$. La différence, qui est de $0^d\ 52'\ 17''$, étant retranchée du vrai lieu de Mars dans son Opposition, qui a été observée en $m\ 18^d\ 6'\ 0''$, donne le vrai lieu du Nœud austral de Mars, en $m\ 17^d\ 13'\ 43''$, éloigné de $1'\ \frac{1}{2}$ de celui que l'on avoit trouvé par la détermination précédente.

Dans les observations faites en Angleterre par M. Flamsteed, rapportées dans son Histoire Céleste, on trouve que la latitude de Mars y fut observée le 3 Mai de l'année 1700 à $12^h\ 24'$, de $0^d\ 10'\ 9''$ vers le Nord, & le 10 Mai suivant, à $11^h\ 48'$, de $10'\ 13''$ vers le Midi, plus petite de $0'\ 50''$ que celle qui avoit été observée le même jour à Paris. Prenant la somme de ces latitudes, on aura $20'\ 22''$: & l'on fera, comme $20'\ 22''$ sont à $10'\ 9''$; ainsi $6i\ 23^h\ 24'$, intervalle entre le temps de ces observations, sont à $3i\ 11^h\ 40'$, qui, étant adjoints au temps de l'observation du 3 Mai, qui étoit à $12^h\ 24'$, donne le temps du passage de Mars par son Nœud austral le 7 Mai de l'année 1700 à $0^h\ 4'$ après midi, plus tard de $9^h\ 25'$, que celui que l'on avoit trouvé par les observations faites à Paris.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Mars, on le trouve en $m\ 17^d\ 23'\ 13''$, moins avancé de $0^d\ 41'\ 43''$ que le vrai lieu de cette Planete calculé pour le temps de son Opposition, en $m\ 18^d\ 5'\ 0''$. Retranchant cette différence du vrai lieu de Mars dans son Opposition, qui a été observé en $m\ 18^d\ 6'\ 0''$, on aura le vrai lieu du Nœud austral de Mars, par les observations de M. Flamsteed, à $17^d\ 24'\ 13''$ du Scorpion, plus avancé seulement de $10'\ 30''$ que suivant nos observations.

Pour déterminer le lieu du Nœud boréal de Mars, nous employerons aussi des observations qui ont été faites à Paris, au temps de l'Opposition de cette Planete avec le Soleil, du mois de Novembre de l'année 1721.

Le 5 Novembre 1721 à $11^h\ 56'$ du soir, la latitude de Mars a été observée de $0^d\ 25'\ 46''$ vers le Midi, & le 13 Novembre suivant, à $11^h\ 13'$ du soir, de $0^d\ 0'\ 32''\ \frac{1}{2}$ vers le Septentrion, ce qui fait voir que Mars, dans l'intervalle entre ces observations, avoit passé par son Nœud boréal : c'est pourquoi l'on fera, comme $0^d\ 26'\ 18''\ \frac{1}{2}$, somme des latitudes, est à $0^d\ 0'\ 32''\ \frac{1}{2}$; ainsi

$7i\ 23^h\ 18'$, intervalle entre le temps de ces observations, est à $3^h\ 57'$, qui, étant retranchées de $11^h\ 13'$, donnent le temps du passage de Mars par son Nœud boréal le 13 Novembre de l'année 1721 à $7^h\ 16'$ du soir.

L'Opposition de l'année 1721 est arrivée le 4 de Novembre à $15^h\ 0'$, Mars étant en $8\ 12^d\ 38'\ 40''$. Calculant pour ce temps le vrai lieu de cette Planete, on le trouve en $8\ 12^d\ 38'\ 56''$, plus avancé seulement de 16 secondes que par l'observation. Calculant aussi le vrai lieu de Mars vû du Soleil, pour le 13 Novembre de l'année 1721 à $7^h\ 16'$ du soir, on le trouve en $8\ 17^d\ 30'\ 5''$. La différence qui est de $4^d\ 51'\ 9''$, étant adjointe au vrai lieu de cette Planete, observé au temps de son Opposition avec le Soleil, en $8\ 12^d\ 38'\ 40''$, donne le vrai lieu du Nœud boréal de Mars le 13 Novembre de l'année 1721 à $7^h\ 16'$ du soir, à $17^d\ 29'\ 49''$ du Taureau, plus avancé de $16'\ 6''$ que celui qui résulte des observations des 2 & 10 Mai de l'année 1700, faites à Paris près de son Nœud austral, & de $5'\ 36''$ que celui que nous avons déterminé par les observations de M. Flamsteed, qui se trouve moyen entre les deux.

Entre les Oppositions de Mars avec le Soleil, observées par Tycho, nous en trouvons une rapportée par Képler, faite près de son Nœud boréal, qui, selon lui, est arrivée le 30 Octobre de l'année 1595 à $0^h\ 35'$ après midi, Mars étant à $17^d\ 31'\ 41''$ du Taureau, avec une latitude de $0^d\ 8'$ vers le Nord.

Képler a employé pour le calcul de cette observation, la parallaxe de Mars, qu'il jugeoit beaucoup plus grande que celle que l'on a déterminée par les observations modernes; c'est pourquoi j'ai cru devoir examiner la situation des Nœuds de cette Planete, qui résulte des observations immédiates de Tycho, rapportées dans son Histoire Céleste, où l'on a déterminé le 27, le 28 & le 30 du mois d'Octobre de l'année 1595, la hauteur méridienne de Mars, son ascension droite & sa déclinaison au temps de son passage par le Méridien, de même que sa distance à diverses Étoiles fixes en différentes heures de la nuit.

Comme il est nécessaire pour cette recherche, de connoître le plus précisément qu'il est possible, la latitude de cette Planete, nous préférerons les hauteurs méridiennes de Mars, parce que la

hauteur du Pole d'Uranibourg où ces observations ont été faites, ayant été déterminée par M. Picard, de $55^{\text{d}} 54' 15''$, peu différente de celle que Tycho y avoit trouvée d'abord, de $55^{\text{d}} 54' 30''$, & ensuite de $55^{\text{d}} 54' 45''$, on peut s'assurer de l'exactitude des instruments dont il s'est servi pour prendre les hauteurs, joint à ce que l'on peut employer plus facilement la réfraction des Astres & la parallaxe, qui conviennent à leur hauteur observée, ce qui ne se peut pas pratiquer avec la même précision, ni avec la même évidence dans les distances observées d'une Planete à l'égard des Étoiles fixes.

Suivant ces observations, la hauteur méridienne de Mars fut déterminée à Uranibourg le 27 Octobre de l'année 1595 à $12^{\text{h}} 20'$, par deux instruments, dont l'un marquoit $51^{\text{d}} 29' 30''$, & l'autre $51^{\text{d}} 28' 45''$. Prenant un milieu, on aura la hauteur méridienne apparente de Mars, de $51^{\text{d}} 29' 7''$, à laquelle il répond 48 secondes de réfraction à retrancher, & 12 secondes de parallaxe à adjoûter, pour avoir la hauteur méridienne véritable de Mars, de $51^{\text{d}} 28' 31''$. Retranchant de cette hauteur, celle de l'Équateur à Uranibourg, qui est de $34^{\text{d}} 5' 45''$, on aura la déclinaison septentrionale de Mars, de $17^{\text{d}} 22' 46''$ le 27 Octobre de l'année 1595 à $12^{\text{h}} 20'$ au Méridien d'Uranibourg, & à $11^{\text{h}} 38'$ du soir au Méridien de Paris.

Pour trouver l'ascension droite de Mars pour le même temps, nous avons employé la distance de cette Planete à la Lufante du Bélier, qui fut observée le 27 Octobre 1595 à $11^{\text{h}} 50'$ du soir, à Uranibourg, de $19^{\text{d}} 32' 0''$ vers l'Orient. Retranchant de cette distance 30 secondes, à cause que Mars, qui étoit alors rétrograde, s'en devoit approcher à peu-près de la même quantité dans l'espace de 30 minutes, depuis cette observation jusqu'à son passage par le Méridien; on aura la distance de Mars à la Lufante du Bélier au temps du passage de cette Planete par le Méridien, de $19^{\text{d}} 31' 30''$. La longitude de la Lufante du Bélier, appelée α par Bayer, étoit le 11 Janvier de l'année 1690, en $8^{\text{h}} 3^{\text{d}} 19' 18''$, & sa latitude boréale de $9^{\text{d}} 57' 12''$. Retranchant de cette longitude, $1^{\text{d}} 20' 40''$ pour le mouvement des Étoiles fixes dans l'intervalle de 94 années 2 mois & demi, depuis le 27 Octobre de l'année 1595 jusqu'au 11 Janvier 1690, on a la longitude

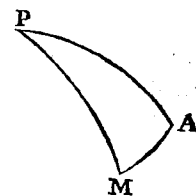
de cette Étoile pour le temps de l'observation de Tycho, en $8^{\text{h}} 1^{\text{d}} 58' 38''$, par le moyen de laquelle & de sa latitude, on trouve son ascension droite, de $26^{\text{d}} 6' 46''$, & sa déclinaison septentrionale, de $21^{\text{d}} 29' 33''$.

La hauteur méridienne de cette Étoile fut observée le 28 Octobre 1595, par Tycho, de $55^{\text{d}} 36' 0''$, dont retranchant la réfraction & la hauteur de l'Équateur, reste sa déclinaison, de $21^{\text{d}} 29' 35''$, à 2 secondes près de celle que nous venons de trouver; ce qui fait voir l'exactitude des éléments dont on s'est servi pour la déterminer, & des observations que nous avons employées pour cette recherche.

Présentement dans le Triangle sphérique PMA , dont le point P représente le Pole, le point M Mars, & le point A la Lufante du Bélier, l'arc PM complément de la déclinaison observée de Mars, étant de $72^{\text{d}} 37' 14''$, le côté AP , complément de la déclinaison de la Lufante du Bélier, de $68^{\text{d}} 30' 27''$, & la distance AM de cette Étoile à Mars, ayant été observée de $19^{\text{d}} 31' 30''$, on trouvera l'angle APM , différence d'ascension droite entre Mars & la Lufante du Bélier, de $20^{\text{d}} 15' 28''$, auxquels adjoûtant l'ascension droite de cette Étoile, qui est de $26^{\text{d}} 6' 46''$, on aura l'ascension droite de Mars le 27 Octobre 1595 à $11^{\text{h}} 38'$ au Méridien de Paris, de $46^{\text{d}} 22' 14''$, par le moyen de laquelle & de sa déclinaison boréale, déterminée ci-dessus de $17^{\text{d}} 22' 46''$, on trouvera pour ce temps le vrai lieu de Mars, en $8^{\text{h}} 18^{\text{d}} 49' 0''$, avec une latitude de $4' 30''$ vers le Midi.

Le 28 Octobre 1595 à $12^{\text{h}} 14'$ à Uranibourg, la hauteur méridienne de Mars fut observée à son passage par le Méridien, de $51^{\text{d}} 26' 0''$, & sa distance à la Lufante du Bélier, de $19^{\text{d}} 10' 30''$, par le moyen desquelles on trouve de la même manière que ci-dessus, le vrai lieu de Mars à $11^{\text{h}} 32'$ au Méridien de Paris, en $8^{\text{h}} 18^{\text{d}} 26' 16''$, avec une latitude de $1' 13''$ vers le Midi.

Enfin le 3 Novembre à $11^{\text{h}} 30'$ à Uranibourg, la hauteur méridienne de Mars fut observée à son passage par le Méridien, de $51^{\text{d}} 7' 38''$, & à $11^{\text{h}} 9'$, sa distance à la Lufante du Bélier fut déterminée de $17^{\text{d}} 10' 50''$, par le moyen desquelles on trouve le vrai lieu de Mars, à $10^{\text{h}} 48'$ au Méridien de Paris, en $8^{\text{h}} 16^{\text{d}}$



15' 50", avec une latitude septentrionale de 18' 8". Ainsi le mouvement de Mars en latitude qui, d'un jour à l'autre, depuis le 27 jusqu'au 28 Octobre, avoit été de 3' 17" vers le Nord, s'est trouvé depuis le 28 Octobre jusqu'au 3 Novembre, dans l'espace de 6 jours, de 19' 21" du même sens, ce qui est à peu près dans la même proportion, & fait voir l'exactitude que l'on peut attendre de ces observations.

Dans l'Histoire Céleste de Tycho, la latitude de cette Planete a été déterminée le 27 Octobre, à la même heure, de 5' 36" vers le Midi, le 28 de 2' 50" vers le Midi, & le 3 Novembre de 16' 30" vers le Nord, avec une différence de 1' 6" dans la première observation, de 1' 37" dans la seconde, & de 1' 38" dans la troisième; ce qui vient en partie de ce que la hauteur de l'Equateur étoit, suivant Tycho, plus petite de 30 secondes que celle qui a été déterminée par les observations modernes, & que cet Auteur supposoit que les réfractions des Astres ne s'étendoient pas aux hauteurs qui sont au dessus de 45 degrés.

Pour déterminer présentement le lieu du Nœud de Mars, l'on fera, comme 19' 21", somme des latitudes observées en sens contraire le 28 Octobre & le 3 Novembre 1595, sont à 1' 13", latitude méridionale de Mars le 28 Octobre à 11^h 32' au Méridien de Paris; ainsi 5^h 23^h 16', intervalle entre ces observations, sont à 9^h 3', qui, étant ajoutées à l'observation du 28 Octobre, donnent le temps du passage de cette Planete par son Nœud boréal le 28 Octobre 1595 à 20^h 35'.

On fera aussi, comme 22' 38", somme des latitudes observées le 27 Octobre & le 3 Novembre, sont à 4' 30", latitude méridionale de Mars le 27 Octobre à 11^h 38' du soir; ainsi 6^h 23^h 10', intervalle entre ces observations, sont à 1^h 9^h 14', qui, étant ajoutées au temps de l'observation du 27 Octobre, donnent le temps du passage de Mars par son Nœud boréal le 28 Octobre de l'année 1595 à 20^h 52'.

Calculant pour le temps milieu entre ces déterminations, le vrai lieu de Mars vû du Soleil, on le trouve en 8 16^d 26' 45", qui seroit en même temps le lieu du Nœud de cette Planete, si les Tables s'accordoient parfaitement aux observations, & que l'on corrigera, s'il y a quelque différence, en cette manière.

Suivant

Suivant les observations que nous avons employées ci-dessus, l'Opposition de Mars avec le Soleil est arrivée le 30 Octobre de l'année 1595 à 22^h 8', cette Planete étant en 8 17^d 32' 48". Calculant pour ce temps le vrai lieu de Mars, suivant notre théorie, on le trouve en 8 17^d 35' 0", ce qui fait voir que le calcul donne le lieu de Mars plus avancé que l'observation, de 2' 12", qu'il faut par conséquent retrancher du lieu du Nœud, trouvé ci-dessus en 8 16^d 26' 45", pour avoir le vrai lieu du Nœud boréal ou ascendant de cette Planete le 28 Octobre 1595 à 20^h 52', temps vrai, au Méridien de Paris, en 8 16^d 24' 33".

Képler, qui a employé les mêmes observations que nous, pour déterminer le lieu du Nœud de Mars, le trouve en 8 16^d 45' $\frac{2}{5}$, plus avancé de 21 minutes que celui que nous venons d'établir, ce qui vient de ce qu'il suppose (*Voy. chap. 61. p. 302.*) la latitude de Mars le 28 Octobre de l'année 1595 à 12 heures de 0^d 41' $\frac{1}{2}$, & le 3 Novembre suivant, à la même heure, de 0^d 19' 45". Il y auroit eu une plus grande conformité, s'il avoit employé la latitude de Mars, telle qu'il l'a marquée (*p. 263.*) le 27 Octobre à 12^h 20', de 0^d 6' australe, & le 3 Novembre à 12^h 0', de 0^d 17' boréale.

Nous adjoûterons à ces déterminations du Nœud, celle de Ptolemée qui (*Almageste, liv. 13. chap. 7.*) rapporte que de son temps, les termes les plus septentrionaux de l'Orbite de Mars étoient à la fin du signe de l'Ecrevisse; ce qui donne le lieu du Nœud de cette Planete, à la fin du signe du Bélier, moins avancé de 17 degrés $\frac{1}{2}$ que celui que l'on observe présentement.

CHAPITRE VII.

Du Mouvement des Nœuds de Mars.

POUR déterminer avec exactitude la quantité du mouvement des Nœuds de Mars, il faudroit avoir des observations de la latitude de cette Planete dans des temps reculés, par le moyen desquelles on trouveroit pour ces temps le lieu de son Nœud, que l'on compareroit à celui que l'on vient de déterminer.

Mais comme nous n'avons point de ces observations sur lesquelles on puisse compter avec quelque évidence, nous avons été obligés de n'employer d'abord que celles qui ne comprennent qu'un peu plus d'un siècle.

Nous avons trouvé par les observations de Tycho, que le lieu du Nœud ascendant de Mars étoit le 28 Octobre de l'année 1595, en $8^{\text{h}} 16^{\text{d}} 24' 33''$. On l'a trouvé le 13 Novembre 1721, en $8^{\text{h}} 17^{\text{d}} 29' 49''$. Son mouvement dans l'intervalle de 126 années & 16 jours, depuis le 28 Octobre 1595 jusqu'au 13 Novembre 1721, a donc été de $1^{\text{d}} 5' 16''$, ce qui est à raison de $0^{\text{d}} 51' 47''$ pour 100 années, & donne son mouvement annuel, de $0' 31'' 4''$.

Par la comparaison de l'observation de Tycho avec celle qui a été faite à Paris & à Greenwich, en l'année 1700, lorsque cette Planete étoit dans son Nœud descendant, on trouve le mouvement annuel du Nœud de Mars, suivant les observations de Flamsteed, de $0' 34'' 16''$, & suivant les nôtres, de $0' 38'' 15''$.

Enfin, si l'on compare nos observations avec celles de Ptolemée, qui (*Almageste, liv. 13. chap. 1.*) place le terme boréal de l'Orbite de Mars à la fin de l'Écrevisse, ce qui donne le lieu de son Nœud boréal, à la fin du Bélier, on trouvera que dans l'intervalle entre les observations de Ptolemée & les nôtres de l'année 1721, qui est de 1582 années, le mouvement des Nœuds de Mars a été de $17^{\text{d}} 30'$ ou environ, ce qui est à raison de $1^{\text{d}} 6' 22''$ en 100 années, & donne son mouvement annuel, de $0' 39'' 50''$.

Prenant un milieu entre les différentes déterminations qui résultent des observations de Tycho, comparées avec celles de Flamsteed & les nôtres, on aura le mouvement annuel du Nœud de Mars, de $0' 34'' 32''$.

C H A P I T R E V I I I.

De l'Inclinaison de l'Orbite de Mars par rapport à l'Ecliptique.

DANS les Oppositions de Mars avec le Soleil, que nous avons examinées jusqu'à présent pour déterminer sa théorie, cette Planete étant plus près de la Terre qu'elle ne l'est du Soleil, de toute la distance de la Terre au Soleil; l'inclinaison apparente de son Orbite & la latitude apparente qui en dépend, doivent paroître beaucoup plus grandes qu'elles ne sont effectivement.

Le rapport de leur grandeur apparente, diminuë ensuite à mesure que Mars s'éloigne de ses Oppositions jusqu'à ses moyennes distances où l'inclinaison de son Orbite & sa latitude apparente, sont égales à la véritable, ensuite de quoi elles deviennent plus petites jusqu'aux Conjonctions, où Mars étant plus éloigné de la Terre que du Soleil, de toute la distance de la Terre au Soleil, l'inclinaison de son Orbite & sa latitude apparente, sont plus petites que la véritable.

On peut employer toutes les observations de Mars faites hors de ses Oppositions & de ses Conjonctions, pour déterminer l'inclinaison de son Orbite, mais on doit préférer celles où cette Planete se trouve la plus éloignée de ses Nœuds, parce qu'une différence de quelques minutes dans la détermination du Nœud des Planetes, en cause une insensible dans celle de l'inclinaison de leurs Orbites vers les plus grandes digressions où la latitude ne varie pas sensiblement d'un degré à l'autre.

On préférera aussi par la même raison les observations où Mars se trouve plus près de la Terre que du Soleil, à celles où il en est plus éloigné, parce que sa latitude apparente étant plus grande que la véritable, les erreurs qui peuvent se glisser dans les observations, sont moins sensibles, plus le rapport de ces distances entre elles se trouve grand, ce qui doit par conséquent donner plus de précision dans la détermination de la latitude véritable de cette Planete & de l'inclinaison de son Orbite.

E X E M P L E I.

Entre les observations de Mars faites hors de ses Oppositions, nous en trouvons une de Flamsteed, qui est arrivée le 3 Mars de l'année 1694 à $8^h 33'$ au Méridien de Paris, dans laquelle il a déterminé l'ascension droite de cette Planete, de $111^d 7' 15''$, & sa déclinaison boréale, de $25^d 35' 55''$.

Calculant par le moyen de ces observations, le vrai lieu de Mars vû de la Terre, on le trouve en $\varpi 19^d 0' 3''$, avec une latitude boréale de $3^d 30' 0''$. Le vrai lieu de Mars vû du Soleil calculé pour ce temps, étoit en $\Omega 18^d 15' 22''$, éloigné de 3 Signes & un degré du lieu de son Nœud ascendant, ce qui rend cette observation favorable pour cette recherche.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors, suivant nos Tables, en $\chi 13^d 48' 41''$, & le lieu de la Terre qui est à l'opposite, en $\mu 13^d 48' 41''$. Retranchant le lieu de Mars, vû du Soleil, du lieu de la Terre, on aura l'angle TSM (Fig. 55.) de $25^d 33' 19''$. Retranchant aussi le lieu du Soleil du lieu de Mars vû de la Terre, on aura l'angle STM , de $125^d 11' 22''$; & l'on fera, comme le sinus de l'angle STM , de $125^d 11' 22''$ est au sinus de l'angle TSM , de $25^d 33' 19''$; ainsi SM , distance de Mars au Soleil, est à TM , distance de Mars à la Terre; ainsi la tangente de l'angle DTM de la latitude apparente de Mars, qui a été observée de $3^d 30'$, est à la tangente de l'angle DSM , qui mesure la latitude véritable de cette Planete vûe du Soleil, qu'on trouvera de $1^d 50' 48''$.

Enfin l'on fera, comme le sinus de la distance de Mars à son Nœud, qu'on a trouvée de $91^d 0'$ est au sinus de la latitude véritable de Mars, qui a été déterminée de $1^d 50' 48''$; ainsi le sinus total est au sinus de la plus grande latitude de Mars, ou de l'inclinaison de son Orbite avec l'Ecliptique, qu'on trouvera de $1^d 50' 52''$.

Dans cette observation, la distance de Mars à la Terre étoit à sa distance au Soleil, comme 52785 à 100000; de sorte que s'il y a eu quelque erreur dans la détermination de la latitude apparente de cette Planete, elle a dû être moins sensible dans celle de l'inclinaison de son Orbite, suivant le rapport de ces distances.

E X E M P L E I I.

Le 27 Mars de la même année 1694 à $7^h 25'$ au Méridien de Paris, M. Flamsteed détermina l'ascension droite de Mars, de $115^d 48' 55''$, & sa déclinaison boréale de $24^d 10' 50''$, ce qui donne sa longitude en $\varpi 23^d 26' 12''$, & sa latitude boréale, de $2^d 46' 38''$.

Le vrai lieu de Mars vû du Soleil, calculé suivant notre théorie, étoit en $\Omega 28^d 44' 14''$, celui du Soleil en $\gamma 7^d 34' 25''$, & celui de la Terre en $\varpi 7^d 34' 25''$. Retranchant le lieu de Mars, vû du Soleil, du lieu de la Terre, on aura l'angle entre la Terre & Mars, de $38^d 50' 11''$. Retranchant aussi le lieu du Soleil du lieu de Mars vû de la Terre, on aura l'angle entre le Soleil & Mars, de $105^d 51' 47''$: & l'on fera, comme le sinus de $105^d 51' 47''$ est au sinus de $38^d 50' 11''$; ainsi la tangente de $2^d 46' 38''$, latitude apparente de Mars, est à la tangente de sa latitude vraie vûe du Soleil, qu'on trouvera de $1^d 48' 36''$.

Retranchant le lieu du Nœud ascendant de Mars, qui étoit en $\gamma 17^d 15'$, du vrai lieu de cette Planete vûe du Soleil, qui étoit en $\Omega 28^d 44'$, on aura sa distance à son Nœud ascendant, de $101^d 29'$, dont le supplément est $78^d 31'$: & l'on fera, comme le sinus de $78^d 31'$ est au sinus de $1^d 48' 36''$, latitude vraie de Mars; ainsi le sinus total est au sinus de l'inclinaison de l'Orbite de cette Planete à l'égard de l'Ecliptique, que l'on trouvera de $1^d 50' 50'$, plus petite seulement de 2 secondes que par le premier exemple.

E X E M P L E I I I.

Le 2 Novembre de l'année 1695 à $19^h 9'$ au Méridien de Paris, l'ascension droite de Mars a été observée de $143^d 39' 40''$, & sa déclinaison boréale de $16^d 14' 30''$; d'où l'on trouve sa longitude en $\Omega 20^d 41' 21''$, & sa latitude boréale de $1^d 42' 32''$.

Le vrai lieu de Mars vû du Soleil étoit alors en $\varpi 13^d 24' 12''$, & celui du Soleil en $\mu 11^d 7' 47''$, ce qui donne la distance de Mars à la Terre vûe du Soleil, de $62^d 16' 25''$, & la distance de Mars au Soleil vûe de la Terre, de $80^d 26' 26''$. On fera donc, comme le sinus de $80^d 26' 26''$ est au sinus de $62^d 16' 25''$;

ainsi la tangente de $1^d 42' 32''$ est à la tangente de la latitude vraie de Mars, qu'on trouvera de $1^d 32' 2''$. Retranchant le lieu du Nœud, qui étoit en $8 17^d 15'$, du lieu de Mars vû du Soleil, qui étoit en $5 13^d 24'$, on aura la distance de Mars à son Nœud ascendant, de $56^d 9'$; & l'on fera, comme le sinus de $56^d 9'$ est au sinus de $1^d 32' 2''$; ainsi le sinus total est au sinus de l'inclinaison de l'Orbite de Mars, qu'on trouvera de $1^d 50' 50''$, de même que par la dernière comparaison.

Dans cette observation, Mars étoit à la vérité plus près de son Nœud que dans les précédentes, mais il se trouvoit plus proche de ses moyennes distances à l'égard du Soleil & de la Terre, qui est la situation où l'on détermine avec plus d'évidence le rapport de ses distances, dont on a besoin pour déterminer sa latitude véritable & l'inclinaison de son Orbe.

On peut aussi, comme on l'a pratiqué dans Saturne & Jupiter, employer les Oppositions de Mars avec le Soleil pour déterminer l'inclinaison de son Orbe, pourvu que l'on connoisse exactement le rapport de la distance du Soleil à la Terre & à Mars, & on préférera pour cette recherche les observations où Mars s'est trouvé près des termes des plus grandes latitudes, en cette manière.

Le 8 Août de l'année 1687 à midi, on a déterminé à Paris l'Opposition de Mars avec le Soleil, cette Planete étant en $\approx 15^d 54'$. Calculant pour ce temps le vrai lieu de Mars par notre théorie, on le trouve de même que par l'observation, en $\approx 15^d 54'$. Retranchant le lieu de l'Aphélie de Mars, qui étoit en $m 0^d 21'$, de son vrai lieu, on aura son anomalie vraie, de $5^f 15^d 33'$, avec laquelle on trouvera la distance de Mars au Soleil, de 13859 parties, dont la moyenne distance de la Terre au Soleil est de 10000. Retranchant pareillement du vrai lieu du Soleil, qui étoit en $\Omega 15^d 54'$ à l'opposite de Mars, le lieu de son Apogée, qui étoit en $5 7^d 12'$, on aura son anomalie vraie, de $1^f 8^d 42'$, avec laquelle on trouvera la distance de la Terre au Soleil, de 10130 des mêmes parties. On fera donc, comme 13859 est à 10130; ainsi le sinus de la latitude apparente de Mars, qui a été observée de $6^d 50' 40''$ est au sinus de $4^d 59' 50''$, qui étant retranchées de $6^d 50' 40''$, reste $1^d 50' 50''$, qui mesurent la latitude véritable de Mars, & en même temps l'inclinaison de

son Orbite, la distance de Mars à son Nœud descendant étant de 3 Signes moins quelques minutes, qui ne causent aucune variation sensible dans son inclinaison.

Cette observation se trouve dans des circonstances très-favorables. Premièrement, en ce que Mars étoit près des termes de sa plus grande latitude; & en second lieu, parce que le Soleil n'étoit éloigné que d'un Signe & quelques degrés de son Apogée, Mars étoit en même temps allés près de son Périhélie, ce qui a dû augmenter la grandeur apparente de son diamètre, & diminuer d'autant l'erreur qui peut s'être glissée dans l'observation, dans la proportion de $6^d 50'$ à $1^d 51'$, c'est-à-dire, d'environ 4 à 1.

Outre cette Opposition, nous en trouvons une qui a été observée par Tycho, dans des circonstances presque aussi favorables, le 25 Août 1593 à $17^h 27'$, Mars étant, selon Képler, à $12^d 16'$ des Poissons, avec une latitude méridionale de $6^d 2' 30''$. Le lieu de l'Aphélie de Mars étoit alors en $\Omega 28^d 29' 0''$, & celui de l'Apogée du Soleil, en $5 3^d 53'$, ce qui donne l'anomalie vraie de Mars, de $6^f 13^d 47'$, & celle du Soleil, de $2^f 8^d 23'$, avec lesquelles on trouve la distance de Mars au Soleil, de 13856, & celle de la Terre au Soleil, de 10063. On fera donc, comme 13856 est à 10063; ainsi le sinus de la latitude apparente de Mars, observée de $6^d 2' 30''$, est au sinus de $4^d 23' 2''$, qui étant retranchées de $6^d 2' 30''$, reste $1^d 39' 28''$, qui mesurent la latitude véritable de Mars.

Le vrai lieu du Nœud ascendant de Mars étoit, comme nous l'avons déterminé le 28 Octobre 1595, en $8 16^d 24' 33''$, d'où il suit qu'il devoit être le 25 Août 1593, en $8 16^d 23' 20''$. Le retranchant du vrai lieu de Mars observé en $\chi 12^d 16'$, on aura la distance de cette Planete à son Nœud ascendant, de $9^f 25^d 52' 40''$, & à son Nœud descendant, de $3^f 25^d 52' 40''$; & l'on fera, comme le sinus de $64^d 7' 20''$, supplément de la distance de Mars à son Nœud descendant, est au sinus total; ainsi le sinus de $1^d 39' 28''$, latitude de Mars vû du Soleil, est au sinus de l'inclinaison de l'Orbite de cette Planete avec l'Ecliptique, que l'on trouvera de $1^d 50' 33''$.

En comparant ensemble la détermination de l'inclinaison de l'Orbite, qui résulte de ces différentes observations, on la trouve

par celle de l'année 1593, de 1^d 50' 33",
 par celle de 1687, de 1 50 50,
 par celle du 3 Mars 1694, de 1 50 52,
 par celle du 27 Mars 1694, de 1 50 50,
 & par celle du 3 Novembre 1695, de 1 50 50.

Prenant un milieu, on aura l'inclinaison de l'Orbite de Mars à l'égard de l'Ecliptique, de 1^d 50' 47".

C H A P I T R E I X.

Comparaison de diverses Observations de Mars, faites hors de ses Oppositions.

AYANT ainsi déterminé les principaux éléments de la théorie de Mars, nous pouvons présentement examiner les observations de cette Planete, qui ont été faites en divers endroits de son Orbe, hors de ses Oppositions avec le Soleil.

La plus ancienne de ces observations est une Eclipsé de Mars par la Lune, rapportée par Aristote (*chap. 12. du 2.^e livre du Ciel*) où il marque que Mars fut d'abord caché derrière la partie obscure de la Lune, & qu'il en sortit par sa partie éclairée; ce qui fait voir que cette observation est arrivée depuis la Nouvelle jusqu'à la Pleine Lune.

Képler, dans son *Traité de l'Astronomie Optique*, sur la fin du chapitre 8, & dans sa théorie de Mars, chap. 69, assure que cette observation n'a pû arriver que le 4 Avril de l'année 357 avant Jesus-Christ, le Soleil étant au 10.^{me} degré du Taureau, & Mars joint à la Lune, dans le 13.^{me} degré du Lion. Mais comme Aristote ne marque pas le temps auquel cette Eclipsé est arrivée, il seroit difficile de pouvoir faire quelque usage de cette observation.

La seconde observation est celle qui est rapportée par Ptolemée (*Almageste, liv. 10. chap. 9.*) où Mars parut joint au Front boréal du Scorpion, l'année 52 depuis la mort d'Alexandre, la 476.^{me} de Nabonassar, entre le 20 & le 21 du mois d'*Athir* au matin, c'est-à-dire, le 20 à 18 heures.

Cet

Cet Astronome, dans la comparaison qu'il fait de cette observation avec les siennes, pour en déduire le mouvement de Mars, remarque qu'il y avoit depuis ce temps-là jusqu'à celui de la troisième Opposition, qu'il avoit observée le 12 du mois d'*Epiphi* de la seconde année d'Antonin à 10 heures du soir, 410 années Egyptiennes, 231 jours & $\frac{40}{60}$, c'est-à-dire, 16 heures. Nous avons déjà établi le temps de cette dernière Opposition, qui se rapporte au 27 Mai de l'année 139 après Jesus-Christ, à 10 heures du soir, duquel il faut par conséquent retrancher 410 années, de 365 jours chacune, 231' 16^h, & on trouvera que la Conjonction de Mars avec le Front boréal du Scorpion, est arrivée à 18 heures le 17 Janvier de l'année 271 avant Jesus-Christ, que la plupart des Chronologistes comptent 272, parce que, comme nous l'avons déjà remarqué, l'année bissextile que nous nommons 0 avant Jesus-Christ, est selon eux, l'année 1 avant Jesus-Christ.

Cette détermination est conforme à celles de Képler, de Bouillaud & du P. Riccioli, qui rapportent cette observation au 17 Janvier de l'année 272 avant Jesus-Christ, à 18^h 0'; ainsi il n'y a aucune difficulté sur le temps auquel cette observation est arrivée.

Il s'en rencontre une fort grande dans la détermination de l'Etoile qui étoit en Conjonction avec Mars.

Ptolemée, dans le rapport qu'il fait de cette observation, dit que l'Etoile du Front boréal du Scorpion étoit de son temps, éloignée de 6^d 20' du Scorpion; & attribuant un mouvement aux Etoiles fixes d'un degré en 100 années, il trouve que cette Etoile devoit être au temps de la Conjonction avec Mars, à 2^d 15' de ce Signe. Cette Etoile est celle qui, dans son Catalogue, est appelée la *Boréale des trois claires* qui sont dans le Front du Scorpion, & dont la longitude est marquée en m 6^d 20', avec une latitude boréale de 1^d 20'.

Képler, dans sa théorie de Mars, trouve que, suivant cette observation, le vrai lieu de cette Planete, qui résulte de sa Conjonction avec cette Etoile, diffère de 1^d 31' 28" du vrai lieu de Mars, qui résulte de ses éléments, ce qui lui fait juger que Ptolemée s'est trompé, & qu'il a pris pour la première, celle que l'Observateur avoit désignée être la cinquième, ce qu'il prétend

. R r r

prouver par ses paroles mêmes. Car, dit-il, le *Front du Scorpion* a six *E'toiles claires*, dont il y en a trois plus remarquables, qui sont de la troisième ou plutôt de la seconde grandeur, les trois autres sont de la quatrième grandeur, ou plutôt de la troisième, dont l'une est plus élevée & plus septentrionale que les trois claires. Or si, adjoûte Képler, l'Observateur avoit nommé *Front boréal*, la *Luisante* qui est dans le *Front*, n'y auroit-il pas eu de l'équivoque dans ses expressions, puisqu'il auroit appelé simplement *boréale*, celle qui étoit la plus claire des boréales, mais qui n'étoit pas la plus boréale ! D'où il conclut que celle qui a été jointe à Mars, est la plus boréale de toutes celles qui sont dans le *Front du Scorpion*, d'autant plus qu'elle s'accorde mieux à la longitude de Mars qu'il a supputée.

Il avouë cependant qu'il y a quelque difficulté dans la latitude de cette Planete, qui, dans sa Conjonction avec cette Etoile, se trouve plus grande que celle qui résulte de ses hypothèses, ce qu'il tâche d'expliquer par un mouvement qu'il attribué aux Etoiles fixes en latitude; il prétend même que cette Conjonction de Mars pouvoit n'être pas précise, mais seulement en longitude, & il se réduit enfin à dire qu'il se pourroit faire qu'y ayant trois Etoiles dans la partie boréale du *Front du Scorpion*, en forme de triangle, on ait dit que Mars étoit joint au *Front boréal du Scorpion*, lorsque cette Planete étoit au milieu de ces Etoiles, ce qui, selon lui, peut s'expliquer ainsi avec d'autant plus de raison que l'Observateur n'a pas dit que Mars fût joint à la boréale du *Front*, mais au *Front boréal*, ce qui ne s'entend pas d'une Etoile singulière, mais d'une partie de toute la *Constellation*.

Quoi qu'il en soit, nous avons calculé suivant nos éléments, quel étoit alors le vrai lieu de Mars, par rapport à ces Etoiles, en cette manière.

La longitude de la Claire du *Front du Scorpion*, étoit au commencement de l'année 1700, en $m\ 29^d\ 1'\ 9''$, avec une latitude boréale de $1^d\ 3'\ 10''$. Retranchant de cette longitude le mouvement des Etoiles fixes dans l'espace de 1971 années, depuis le 17 Janvier de l'année 271 avant Jesus-Christ, jusqu'au 1.^{er} Janvier de l'année 1700, qui est de $28^d\ 9'\ 20''$, on aura la longitude de cette Etoile pour le temps de sa Conjonction avec Mars, en $m\ 0^d\ 51'\ 17''$, avec une latitude de $1^d\ 3'\ 40''$ vers

le Nord, que nous supposons être toujours la même dans les Etoiles fixes, quoique Képler y ait soupçonné quelque changement.

La longitude de la plus boréale du *Front du Scorpion*, étoit en l'année 1700, en $\rightarrow 0^d\ 28'\ 20''$, avec une latitude de $1^d\ 40'\ 5''$ vers le Nord. Retranchant pareillement de cette longitude, $28^d\ 9'\ 20''$, on aura la longitude de cette Etoile en $m\ 2^d\ 18'\ 0''$, avec une latitude boréale de $1^d\ 40'\ 5''$.

Le lieu moyen de Mars pour le temps de cette observation, qui, réduite au Méridien de Paris, est arrivée le 17 Janvier de l'année 271 avant Jesus-Christ, à 16 heures, étoit de $6^f\ 3^d\ 24'\ 10''$, & le lieu de son Aphélie, de $3^f\ 21^d\ 18'\ 20''$, éloigné seulement de $6'\ 40''$ de celui que Ptolemée lui attribué pour ce temps, où (*Almageste*, liv. 10. chap. 9.) il le marque de $3^f\ 21^d\ 25'\ 0''$; on aura donc l'anomalie moyenne de Mars, de $2^f\ 12^d\ 5'\ 50''$, avec laquelle on trouvera l'Equation de son Orbe, de $9^d\ 44'\ 0''$, son vrai lieu vû du Soleil, en $m\ 23^d\ 40'\ 10''$, & sa distance à la Terre, de 15786 parties, dont la distance moyenne de la Terre au Soleil, est de 10000.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors, suivant nos Tables, en $\rightarrow 24^d\ 36'\ 42''$, son anomalie moyenne, de $7^f\ 19^d\ 20'\ 7''$, & sa distance à la Terre, de 9892.

Retranchant le vrai lieu de la Terre qui est à l'opposite du Soleil, du vrai lieu de Mars vû du Soleil, on aura l'angle *TSM* (*Fig. 55.*) de la distance de Mars à la Terre vû du Soleil, de $59^d\ 3'\ 28''$, avec laquelle on trouvera l'angle *STM* de la distance de Mars au Soleil vû de la Terre, de $82^d\ 31'\ 49''$, & la seconde Inégalité de cette Planete, de $38^d\ 24'\ 43''$, qui, étant adjoûtée à son vrai lieu vû du Soleil, donne son vrai lieu vû de la Terre, en $m\ 2^d\ 4'\ 53''$, plus petit de 14 minutes que celui qui résulte de la Conjonction de Mars avec la plus boréale du *Front du Scorpion*, mais plus grand d'environ $1^d\ 13'$ qu'il ne le devoit être, si Mars avoit été en Conjonction précise avec la plus claire du *Front du Scorpion*. On a négligé dans ce calcul du vrai lieu de Mars, la réduction à l'Ecliptique, qui résulte de la latitude de cette Planete, parce qu'elle est peu sensible, & que d'ailleurs sa latitude n'étoit pas bien connue pour le temps de cette observation.

Examinons présentement quelle devoit être suivant nos éléments la latitude de Mars au temps de cette Conjonction.

Le vrai lieu du Nœud de Mars étoit, comme nous l'avons remarqué, vers la fin de l'année 1721, en $8^{\text{d}} 17^{\text{d}} 29' 49''$.

Retranchant de ce lieu le mouvement de ses Nœuds dans l'espace de 1993 années, à raison de $56' 40''$ pour 100 années, qui est de $18^{\text{d}} 49' 20''$, on aura le vrai lieu de son Nœud le 11 Janvier de l'année 271 avant Jesus-Christ, en $7^{\text{d}} 28^{\text{d}} 40'$, qu'il faut retrancher du vrai lieu de Mars vû du Soleil, qu'on vient de trouver en $m 23^{\text{d}} 40'$, pour avoir sa distance au Nœud, de $4^{\text{f}} 25^{\text{d}} 0'$, avec laquelle on trouvera sa latitude boréale vûe du Soleil, de $1^{\text{d}} 3' 34''$. On fera présentement, comme le sinus de l'angle TSM , de $59^{\text{d}} 3' 28''$, distance de Mars à la Terre vûe du Soleil, est au sinus de l'angle STM , de $82^{\text{d}} 31' 49''$, distance de Mars au Soleil, vûe de la Terre; ainsi la tangente de $1^{\text{d}} 3' 34''$, latitude boréale de Mars vûe du Soleil, est à la tangente de la latitude de Mars vûe de la Terre, que l'on trouvera de $1^{\text{d}} 13' 31''$ vers le Nord, plus grande de 10 minutes que la latitude de la Claire du Front du Scorpion, & plus petite de 27 minutes que celle de la plus boréale du Front de cette Constellation. Ainsi notre théorie représente mieux la Conjonction de Mars en latitude avec la Claire du Front du Scorpion; tout au contraire de sa Conjonction en longitude, qui s'accorde mieux avec l'Etoile la plus boréale du Front de cette Constellation.

Comme le mouvement des Nœuds de Mars, que nous avons supposé dans la comparaison de cette observation, a été déduit de la situation des Nœuds de cette Planete, observée dans des temps peu éloignés l'un de l'autre par rapport aux observations anciennes; j'ai examiné quel est le lieu du Nœud qui résulte de la Conjonction de Mars avec l'une & l'autre de ces Etoiles. La latitude de la plus boréale du Front du Scorpion, que l'on suppose être la même que celle de Mars, étant de $1^{\text{d}} 40' 5''$, on trouvera sa latitude vûe de la Terre, de $1^{\text{d}} 25' 48''$, ce qui, supposant l'inclinaison de l'Orbite de Mars à l'égard de l'Ecliptique, de $1^{\text{d}} 51' 0''$, donne la distance de cette Planete à son Nœud, de $4^{\text{f}} 9^{\text{d}} 24'$. Les retranchant du vrai lieu de cette Planete vû du Soleil en $m 23^{\text{d}} 40'$, on aura le lieu de son Nœud pour le temps de cette observation,

en $8^{\text{d}} 14^{\text{d}} 51'$, moins avancé d'environ 2 degrés $\frac{1}{2}$ que celui que l'on a trouvé en l'année 1700, & d'un degré $\frac{1}{2}$ qu'en 1595. Ainsi pour représenter la Conjonction de cette Etoile avec Mars en latitude, il faudroit que les Nœuds de cette Planete, après avoir avancé d'environ un degré $\frac{1}{2}$ dans l'espace de plus de 1800 années, eussent parcouru plus d'un degré dans l'espace de 126 années, ce qui ne s'accorderoit pas à la progression que l'on a coûtume d'observer dans le mouvement des Nœuds des Planetes, & s'écarteroit trop de la détermination de Ptolemée, qui a trouvé de son temps les termes les plus septentrionaux de l'Orbite de Mars à la fin du signe de l'Ecrevisse, & par conséquent le Nœud ascendant de cette Planete à la fin du signe du Bélier.

On ne peut pas non plus supposer avec Képler, que cette Etoile ait eu un mouvement en latitude, & se soit trouvée alors plus près de l'Ecliptique qu'on ne l'observe présentement, puisqu'il paroît que presque toutes les Etoiles fixes conservent toujours leur même distance à l'égard de l'Ecliptique, sans aucune variation sensible. Nous avons donc jugé que l'Etoile la plus boréale du Front du Scorpion n'a pû être en Conjonction qu'en longitude avec Mars, dans l'année 271 avant Jesus-Christ.

Examinons présentement ce qui résulte de la Conjonction de Mars avec la plus claire du Front du Scorpion.

La latitude de cette Etoile, qui est la même que celle de Mars vûe de la Terre, étant de $1^{\text{d}} 3' 40''$, on trouvera sa latitude vûe de la Terre, de $0^{\text{d}} 54' 39''$, & sa distance à son Nœud ascendant, de $4^{\text{f}} 0^{\text{d}} 32' 0''$, qui, étant retranchée du vrai lieu de Mars vû du Soleil en $m 23^{\text{d}} 40'$, donne le lieu du Nœud ascendant de Mars au commencement de l'année 271 avant Jesus-Christ, en $7^{\text{d}} 23^{\text{d}} 8' 0''$.

Il a été trouvé à la fin de l'année 1721, en $8^{\text{d}} 17^{\text{d}} 30'$; le mouvement du Nœud de Mars qui résulte de cette Conjonction, seroit donc de $24^{\text{d}} 22'$ dans l'espace de 1993 années, ce qui est à raison de $1^{\text{d}} 12'$ en 100 ans, & de $43'' 12'''$ par année, plus grand de près d'un tiers que celui que nous avons trouvé par les observations de Tycho. Ainsi supposant le mouvement des Nœuds de Mars un peu plus grand que celui que nous avons déterminé, on peut représenter la Conjonction de cette Planete

en latitude avec la plus claire du Front du Scorpion; mais il se trouveroit une plus grande difficulté pour la Conjonction en longitude, qui diffère d'un degré 13 minutes de celle qui résulte de nos éléments.

Depuis la Conjonction de Mars avec l'Etoile du Front du Scorpion, observée l'année 271 avant Jesus-Christ, il s'en trouve une autre de cette Planete avec Jupiter, qui est rapportée par Bouillaud dans son Astronomie Philolaïque, qu'il a tirée d'un Manuscrit grec de la Bibliotheque du Roy, & qui est marquée en ces termes: *J'ai vû après le coucher du Soleil, l'année 214 de Dioclétien, entre le 6 & le 7 de Pachon à 2 heures de nuit, l'Etoile de Mars jointe à celle de Jupiter, de telle manière qu'il n'y avoit entre elles aucun intervalle.*

Cette observation réduite à nos époques, se rapporte au 1.^{er} Mai de l'année 498 après Jesus-Christ, à 9 heures du soir au Méridien d'Uranibourg, c'est-à-dire, à 8^h 18' au Méridien de Paris.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors, suivant nos Tables, en $8^{\text{d}} 12^{\text{d}} 2' 15''$, son anomalie moyenne, de $10^{\text{f}} 23^{\text{d}} 56'$, & sa distance à la Terre, de 10137 parties dont la moyenne est 10000.

Le lieu moyen de Mars étoit pour le même temps, en $\approx 17^{\text{d}} 16' 0''$, le lieu de son Aphélie en $\Omega 6^{\text{d}} 38' 42''$, son anomalie moyenne, de $2^{\text{f}} 10^{\text{d}} 37' 18''$, son vrai lieu vû du Soleil sur son Orbite, en $\approx 7^{\text{d}} 38' 34''$, & sa distance au Soleil, de 15818.

Le lieu du Nœud ascendant de Mars étant en l'année 1721, en $8^{\text{d}} 17^{\text{d}} 30'$, si l'on en retranche le mouvement de ce Nœud qui, dans l'intervalle de 1223 années, est de $11^{\text{d}} 33'$, on aura le vrai lieu du Nœud de Mars en l'année 498, en $8^{\text{d}} 5^{\text{d}} 57'$, qui, étant retranché du vrai lieu de Mars sur son Orbite, qui étoit en $\approx 7^{\text{d}} 38' 34''$, donne la distance de Mars à son Nœud ascendant, de $5^{\text{f}} 1^{\text{d}} 41' 34''$, avec laquelle on trouve sa latitude boréale, de $52' 34''$, & sa réduction à l'Ecliptique, de $45''$, qui, étant adjouëtée au vrai lieu de Mars sur son Orbite, donne son vrai lieu réduit à l'Ecliptique, en $\approx 7^{\text{d}} 39' 20''$. La distance du Soleil à Mars sur son Orbite étant connuë de 15818, on la réduira à l'Ecliptique, en faisant, comme le sinus total est au sinus du complément de la latitude de Mars, qui a été trouvée de $52' 34''$; ainsi 15818 est à 15816. On retranchera le vrai lieu de

Mars, que l'on vient de trouver en $\approx 7^{\text{d}} 39' 20''$, du vrai lieu de la Terre qui est à l'opposite du Soleil, en $m 12^{\text{d}} 2' 15''$, & l'on aura l'angle TSM (Fig. 55.) qui mesure la distance de Mars au Soleil, de $34^{\text{d}} 22' 55''$; & dans le Triangle TSM , dont le côté SM , distance du Soleil à Mars, est connu de 15816, le côté ST , distance du Soleil à la Terre, de 10137, & l'angle TSM , compris entre ces côtés, est de $34^{\text{d}} 22' 55''$, on trouvera l'angle STM , de $108^{\text{d}} 4' 48''$, & l'angle SMT , de $37^{\text{d}} 32' 16''$, qui, étant retranché du vrai lieu de Mars vû du Soleil en $\approx 7^{\text{d}} 39' 20''$, donne le vrai lieu de Mars vû de la Terre, en $m 0^{\text{d}} 7' 4''$. On fera ensuite, comme le sinus de l'angle TSM , de $34^{\text{d}} 22' 55''$, est au sinus de l'angle STM , de $108^{\text{d}} 4' 48''$; ainsi la tangente de la latitude de Mars vû du Soleil, qui est de $52' 34''$, est à sa latitude vû de la Terre, qu'on trouvera de $1^{\text{d}} 28' 29''$ vers le Nord.

On trouvera de même le lieu moyen de Jupiter en $m 9^{\text{d}} 48' 43''$, le lieu de son Aphélie en $m 20^{\text{d}} 16' 14''$, son anomalie moyenne de $11^{\text{f}} 19^{\text{d}} 32'$, son vrai lieu vû du Soleil sur son Orbite, en $m 10^{\text{d}} 45' 28''$, & sa distance à la Terre, de 54496. Retranchant le vrai lieu de son Nœud, qui étoit alors en $H 29^{\text{d}} 28'$ du vrai lieu de Jupiter sur son Orbite, on aura la distance à son Nœud, de $2^{\text{f}} 11^{\text{d}} 17'$, avec laquelle on trouvera sa latitude vû du Soleil, de $1^{\text{d}} 15' 18''$, & sa réduction à l'Ecliptique, de $18''$, qui, étant retranchée de son vrai lieu vû du Soleil sur son Orbite, donne son vrai lieu vû du Soleil, réduit à l'Ecliptique, en $m 10^{\text{d}} 45' 10''$. On fera ensuite, comme le sinus total est au sinus du complément de $1^{\text{d}} 15' 18''$, latitude de Jupiter vû du Soleil; ainsi 54496, distance du Soleil à Jupiter sur son Orbite, est à 54483, distance du Soleil à Jupiter, réduite à l'Ecliptique. On retranchera le vrai lieu de Jupiter, que l'on vient de trouver en $m 10^{\text{d}} 45' 10''$, du vrai lieu de la Terre, qui étoit en $m 12^{\text{d}} 2' 15''$, & l'on aura l'angle TSE (Fig. 55.) de $61^{\text{d}} 17' 5''$; & dans le Triangle TSE , dont les côtés TS , de 10137, SE de 54483, & l'angle TSE , compris entre ces côtés, sont connus, on trouvera l'angle STE , qui mesure la distance de Jupiter au Soleil, vû de la Terre, de $108^{\text{d}} 33' 20''$, & l'angle SET de la seconde Inégalité, de $10^{\text{d}} 9' 35''$, qui, étant retranché du vrai

lieu de Jupiter, réduit à l'Ecliptique, vû du Soleil en $\text{m} 10^{\text{d}} 45' 10''$, donne le vrai lieu de Jupiter vû de la Terre, en $\text{m} 0^{\text{d}} 35' 35''$. On fera enfin, comme le sinus de l'angle *TSE*, de $61^{\text{d}} 17' 5''$, est au sinus de l'angle *STE*, de $108^{\text{d}} 33' 20''$; ainsi la tangente de la latitude de Jupiter vû du Soleil, qui étoit de $1^{\text{d}} 15' 18''$, est à la tangente de la latitude de Jupiter vû de la Terre, qu'on trouvera de $1^{\text{d}} 21' 24''$.

Nous avons trouvé pour le même temps le vrai lieu de Mars vû de la Terre en $\text{m} 0^{\text{d}} 7' 4''$, & sa latitude boréale de $1^{\text{d}} 28' 29''$; ainsi ces deux Planetes devoient être, suivant nos éléments, éloignées l'une de l'autre, de $28' 31''$ en longitude, & de $7' 15''$ en latitude, supposant exacte l'observation tirée du Manuscrit grec.

M. Bouillaud qui a fondé sa théorie sur les observations tirées de ce Manuscrit, trouve le moyen de représenter assez exactement cette Conjonction. Nous verrons dans la suite, quel fondement l'on peut faire sur celles qui y sont rapportées.

L'observation du 1.^{er} Mai de l'année 498, a été suivie d'une pareille Conjonction de Mars avec Jupiter, tirée du même Manuscrit, qui est rapportée par M. Bouillaud, & dont voici la traduction.

La même année 225, le 19 de Pauni, après le coucher du Soleil, l'Etoile de Mars fut jointe à l'Etoile de Jupiter, de manière qu'elle paroissoit en être éloignée d'un doigt contre la suite des Signes, & de deux doigts vers le Midi, quoique les nombres de la Table & de la grande Syntaxe, marquassent que ces deux Planetes devoient être au même endroit le 23, temps auquel elles parurent fort éloignées l'une de l'autre. Ayant réduit ce temps à nos époques, on trouve qu'il répond, conformément à M. Bouillaud, au 13 Juin de l'année 509 à 9 heures à Uranibourg, c'est-à-dire, à 8^h 18' à Paris.

Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouve en $\text{H} 23^{\text{d}} 25' 18''$, son anomalie moyenne étant de $0^{\text{f}} 6^{\text{d}} 27' 33''$, & sa distance à la Terre de 10168.

Le lieu moyen de Mars étoit pour le même temps, en $\text{m} 15^{\text{d}} 31' 14''$, le lieu de son Aphélie en $\Omega 6^{\text{d}} 52' 0''$, son anomalie moyenne de $1^{\text{f}} 8^{\text{d}} 39' 14''$, sa distance au Soleil, de 16389, son vrai lieu vû du Soleil sur son Orbite, en $\text{m} 9^{\text{d}} 26' 14''$, le lieu de son Nœud en $8 6^{\text{d}} 4'$, sa latitude vû du Soleil, de $1^{\text{d}} 32' 42''$, & la réduction à l'Ecliptique, de $49''$, qu'il faut ajouter à son vrai

vrai lieu vû du Soleil sur son Orbite, en $\text{m} 9^{\text{d}} 26' 14''$, pour avoir son vrai lieu réduit à l'Ecliptique, en $\text{m} 9^{\text{d}} 27' 3''$.

La distance de Mars au Soleil étant connue de 16389, on la réduira à l'Ecliptique, en faisant, comme le sinus total est au sinus du complément de $1^{\text{d}} 32' 42''$, latitude de Mars vû du Soleil; ainsi 16389 est à 16383. On retranchera le vrai lieu de Mars, que l'on a trouvé en $\text{m} 9^{\text{d}} 27' 3''$, du vrai lieu de la Terre, qui étoit en $\text{m} 23^{\text{d}} 25' 18''$, & on aura l'angle *TSM* (*Fig. 55.*) de $103^{\text{d}} 58' 15''$; & dans le Triangle *TSM*, dont le côté *SM* est connu de 16383, le côté *ST* de 10168, & l'angle *TSM*, compris entre ces côtés, de $103^{\text{d}} 58' 15''$, l'on trouvera l'angle *STM*, de $48^{\text{d}} 23' 2''$, & l'angle *SMT*, de $27^{\text{d}} 38' 43''$, lequel étant retranché du vrai lieu de Mars vû du Soleil, qui étoit en $\text{m} 9^{\text{d}} 27' 3''$, donne le vrai lieu de Mars vû de la Terre, en $\Omega 11^{\text{d}} 48' 20''$. On fera ensuite, comme le sinus de l'angle *TSM*, de $103^{\text{d}} 58' 15''$, est au sinus de l'angle *STM*, de $48^{\text{d}} 23' 2''$; ainsi la tangente de la latitude de Mars vû du Soleil, qu'on a trouvée de $1^{\text{d}} 32' 42''$, est à la tangente de sa latitude vû de la Terre, qui sera de $1^{\text{d}} 11' 25''$.

On trouvera aussi pour le même temps le lieu moyen de Jupiter, en $\Omega 17^{\text{d}} 24' 25''$, le lieu de son Aphélie en $\text{m} 20^{\text{d}} 27' 20''$, son anomalie moyenne de $10^{\text{f}} 26^{\text{d}} 57' 5''$, sa distance au Soleil, de 54161, son vrai lieu vû du Soleil sur son Orbite, en $\Omega 20^{\text{d}} 16' 16''$, le lieu de son Nœud ascendant, en $\text{H} 29^{\text{d}} 32'$, sa latitude vû du Soleil, de $1^{\text{d}} 2' 10''$, & sa réduction à l'Ecliptique, de $28''$ soustractives, lesquelles étant retranchées de son vrai lieu sur son Orbite, qui est en $\Omega 20^{\text{d}} 16' 16''$, donnent son vrai lieu vû du Soleil, réduit à l'Ecliptique, en $\Omega 20^{\text{d}} 15' 48''$. On réduira aussi à l'Ecliptique la distance de Mars au Soleil, en faisant, comme le sinus total est au sinus du complément de $1^{\text{d}} 2' 24''$; ainsi 54161 est à 54152. On retranchera le vrai lieu de Jupiter, que l'on vient de trouver en $\Omega 20^{\text{d}} 15' 48''$, du vrai lieu de la Terre, qui étoit en $\text{m} 23^{\text{d}} 25' 18''$, & l'on aura l'angle *TSE* (*Fig. 55.*) de $123^{\text{d}} 9' 30''$; & dans le Triangle *TSE*, dont le côté *SE* de 54161, le côté *ST* de 10168, & l'angle *TSE*, compris entre ces côtés, sont connus, on aura l'angle *STE*, de $48^{\text{d}} 43' 48''$, & l'angle *SET*, qui mesure la seconde Inégalité, de $8^{\text{d}} 6' 42''$.

Le retranchant du vrai lieu de Jupiter vû du Soleil, en Ω 20^d $15'$ $48''$, on aura son vrai lieu vû de la Terre, en Ω 12^d $9'$ $6''$. L'on fera enfin, comme le sinus de l'angle TSE , de 123^d $9'$ $30''$ est au sinus de l'angle STE , de 48^d $43'$ $48''$; ainsi la tangente de la latitude de Jupiter, vûe du Soleil, qui étoit de 1^d $2'$ $10''$ est à la tangente de sa latitude vûe de la Terre, qu'on trouvera de 0^d $55'$ $49''$ vers le Nord.

On vient de déterminer pour le même temps le vrai lieu de Mars vû de la Terre, en Ω 11^d $48'$ $20''$, & sa latitude boréale de 1^d $11'$ $25''$; ainsi suivant nos éléments, ces deux Planètes devoient être éloignées l'une de l'autre, de $20'$ $46''$ en longitude, au lieu que, suivant l'observation, il n'y avoit entr'elles qu'un intervalle d'un demi-doigt, ou de $2'$ $30''$, ce qui donne une différence de $18'$ $16''$ entre le calcul & l'observation.

A l'égard de la latitude de Mars, elle se trouve de $15'$ $36''$, plus boréale que celle de Jupiter, quoique, suivant l'observation, elle a dû être plus australe de 2 doigts, c'est-à-dire, de 5 minutes, ce qui cause une différence de $20'$ $36''$ entre le calcul & l'observation, & ne seroit nullement tolérable, si l'on pouvoit s'assurer de l'exactitude de cette observation, & de celles qui sont rapportées dans le Manuscrit grec tiré de la Bibliothèque du Roy, c'est ce que nous allons examiner.

M. Bouillaud, qui a établi principalement ses éléments de la théorie de Jupiter, sur la Conjonction de cette Planète avec le Cœur du Lion, du 27 Septembre de l'année 508, tirée de ce Manuscrit, & les éléments de la théorie de Mars, sur la Conjonction de Jupiter, du 1.^{er} Mars de l'année 498, compare la Conjonction de Mars avec Jupiter, du 13 Juin 509, avec sa théorie, & trouve que le lieu de Jupiter devoit être alors en Ω 11^d $57'$ $43''$, & celui de Mars en Ω 11^d $50'$ $50''$, éloignés l'un de l'autre de $6'$ $53''$; au lieu qu'ils ne le devoient être que de $4'$ $23''$, à cause que Mars étoit éloigné d'un demi-doigt ou de 2 minutes $\frac{1}{2}$ de Jupiter vers l'Occident, ce qui est d'une assez grande exactitude. Mais il ne fait aucune mention de la latitude de ces deux Planètes, qui résulte de sa théorie, & qui devoit représenter la distance observée de ces Planètes en latitude, suivant laquelle Mars étoit plus austral que Jupiter, de 5 minutes.

C'est pourquoi j'ai cru devoir calculer la latitude de ces deux Planètes pour le temps de cette observation suivant ses éléments, & j'ai trouvé dans ses Tables, qu'en l'année 509, le lieu du Nœud de Jupiter étoit en ϖ 1^d $9'$, & celui de Mars en 8^d $2'$ $7''$. Retranchant le lieu du Nœud de Jupiter, de son vrai lieu sur son Orbe, qui, suivant M. Bouillaud, étoit alors en Ω 19^d $59'$, on aura la distance de Jupiter à son Nœud, de 1^f 18^d $50'$, avec laquelle on trouvera sa latitude vûe du Soleil, de 0^d $59'$ $54''$, & vûe de la Terre, de 0^d $53'$ $48''$. Retranchant aussi le lieu du Nœud de Mars, de son vrai lieu sur son Orbe, qui étoit en ϖ 9^d $31'$, on aura la distance de Mars à son Nœud, de 4^f 7^d $24'$, avec laquelle on trouvera la latitude boréale de Mars vûe du Soleil, de 1^d $28'$ $10''$, & vûe de la Terre, de 1^d $7'$ $55''$.

Mars se trouve donc, suivant les éléments de M. Bouillaud, plus septentrional de 14 minutes que Jupiter au temps de cette observation, au lieu qu'il a paru être plus méridional de 5 minutes, ce qui donne une différence de 19 minutes entre le calcul & l'observation. Les éléments de M. Bouillaud, fondés sur l'observation de Jupiter, de l'année 508, & sur la Conjonction de cette Planète avec Mars, de l'année 498, ne représentent donc point exactement cette dernière observation.

Comme l'on pourroit rejeter cette différence sur le lieu du Nœud de Mars, auquel il faudroit faire quelque correction, j'ai examiné en quelle situation ce Nœud devoit être, pour que Mars se trouvât 2 doigts, c'est-à-dire, 5 minutes vers le Midi à l'égard de Jupiter.

La latitude septentrionale de Jupiter, vûe de la Terre, étant, ainsi que nous venons de la déterminer, de $53'$ $48''$, celle de Mars, qui étoit plus australe de 5 minutes, auroit dû être de $48'$ $48''$; c'est pourquoi l'on fera, comme le sinus de l'angle STM (Fig. 55.) de 48^d $23'$ $2''$ est au sinus de l'angle TSM , de 103^d $58'$ $15''$; ainsi la tangente de 0^d $48'$ $48''$, latitude de Mars vûe de la Terre, est à la tangente de 1^d $3'$ $18''$, qui mesurent la latitude de Mars vûe du Soleil. On fera ensuite, comme le sinus de 1^d $3'$ $18''$ est au sinus de 1^d $50'$ $54''$, inclinai son de l'Orbite de Mars à l'égard de l'Écliptique; ainsi le sinus total est au sinus de la distance de Mars à son Nœud austral, que l'on trouvera de 34^d $48'$ $40''$,

dont le supplément à 6 signes, donne la distance à son Nœud boréal, de $4^f 25^d 11'$. Les retranchant du vrai lieu de Mars vû du Soleil, qui a été trouvé le 13 Juin de l'année 509 à $8^h 18'$ du soir, en $m 9^d 27'$, on aura le vrai lieu de son Nœud ascendant, en $\gamma 14^d 16'$, moins avancé de $16^d 53'$ que celui que M. Bouillaud lui attribue, & de $21^d 48'$ que celui que nous avons déterminé. Cette différence, qui augmenteroit de plus du double la quantité du mouvement du Nœud de Mars, est trop grande pour qu'on la puisse attribuer à quelque erreur dans la détermination de ces mouvements, joint à ce que ce lieu du Nœud se trouve moins avancé de 15 degrés $\frac{1}{2}$ que du temps de Ptolémée, qui l'a placé de son temps, c'est-à-dire, vers l'année 140 après Jesus-Christ, à la fin du signe du Bélier, au lieu qu'il auroit dû être plus avancé de quelques degrés.

Employant dans la Conjonction de Jupiter avec Mars, de l'année 498, où le lieu de cette Planete, vû du Soleil, étoit en $m 7^d 39' 20''$, le lieu du Nœud, que l'on vient de trouver en $\gamma 14^d 16'$, on aura la distance de Mars à son Nœud ascendant, de $5^f 23^d 23'$, ce qui donne sa latitude boréale vûe du Soleil, de $12' 47''$, & vûe de la Terre, de $21' 31''$. M. Bouillaud détermine pour le temps de cette observation, la latitude boréale de Jupiter, de $1^d 13'$; ainsi il y auroit une différence de plus de 51 minutes en latitude entre ces deux Planetes, quoique suivant le Manuscrit grec, elles ayent paru alors en Conjonction précise. Il paroît donc fort difficile, pour ne pas dire impossible, de représenter les observations de Mars, telles qu'elles sont rapportées dans ce Manuscrit grec, qui, d'ailleurs ne peuvent s'accorder en aucune manière à celles de Ptolémée, auxquelles nous avons jugé devoir donner la préférence dans la théorie de Mars, de même que nous l'avons déjà fait dans celle de Jupiter.



LIVRE SEPTIEME.

DE VENUS.

VENUS est celle des deux Planetes inférieures, qui, dans le Systeme de Ptolémée, est la plus éloignée de la Terre, & qui, dans le Systeme de Tycho & de Copernic, est la plus éloignée du Soleil.

Sa révolution autour du Soleil s'acheve dans l'espace de 224 jours & 17 heures, mais par rapport à la Terre, elle paroît employer 19 mois ou environ à faire sa révolution autour du Soleil, pendant lequel temps elle passe deux fois en Conjonction avec le Soleil, l'une entre le Soleil & la Terre, que l'on nomme *Conjonction inférieure*, & l'autre au de-là du Soleil, qui se trouve entr'elle & la Terre, ce que l'on appelle *Conjonction supérieure*.

Dans la révolution que Venus fait autour du Soleil, elle ne paroît jamais s'en écarter plus de 47 degrés $\frac{1}{2}$, à peu-près comme la Lune le quatrième jour après la Conjonction; & quelquefois elle se rapproche du Soleil avant de s'en être éloignée de 45 degr. $\frac{1}{2}$, de sorte que ses plus grandes digressions ne varient que de 2 degrés.

Lorsque Venus sort des rayons du Soleil du côté de l'Orient, & paroît sur l'horison après le coucher du Soleil, on la voit par la Lunette, à peu-près ronde & petite, parce qu'elle est alors au de-là du Soleil, & nous présente l'hémisphère qui en est éclairé. A mesure qu'elle s'éloigne du Soleil vers l'Orient, elle augmente de grandeur apparente, en prenant une figure semblable à celle de la Lune lorsqu'elle est dans son Décours; de sorte que lorsque Venus est dans ses plus grandes digressions, on la voit comme la Lune dans son premier Quartier, parce qu'elle ne présente alors à la Terre que la moitié de son hémisphère éclairé. S'approchant ensuite en apparence du Soleil, elle paroît concave comme dans

le Croissant, jusqu'à ce qu'elle se cache dans les rayons du Soleil, où elle nous présente l'hémisphère obscur.

Lorsqu'elle sort des rayons du Soleil du côté de l'Occident, on commence à l'apercevoir le matin dans l'aurore, où on la voit en Croissant jusqu'à sa plus grande digression, auquel temps elle paroît coupée par la moitié, comme la Lune dans son premier Quartier; elle se remplit ensuite de lumière en diminuant continuellement de grandeur, jusqu'à ce qu'elle se cache dans les rayons du Soleil.

Venus s'aperçoit souvent en plein jour, à la vûe simple; & on la voit par le secours des Lunettes, très-souvent dans ses Conjonctions avec le Soleil, lorsque sa latitude est un peu grande.

Sa plus grande distance au Soleil est de 7286 parties, dont la plus petite distance de la Terre au Soleil est de 9831 de ces mêmes parties; d'où il suit que lorsque Venus est le plus près qu'il est possible de la Terre, elle en est éloignée de 2545 de ces parties, c'est-à-dire, un peu plus d'un quart de la moyenne distance de la Terre au Soleil, ce qui est une conjoncture favorable pour déterminer sa parallaxe.

Dans la plus petite distance de Venus au Soleil, elle en est éloignée de 7234 de ces parties, & comme la plus grande distance de la Terre au Soleil est de 10169 de ces mêmes parties, il suit que la plus grande distance de Venus à la Terre dans sa Conjonction inférieure n'excede pas 2835, & est à la plus petite de ces distances environ comme 28 à 25.

Dans les Conjonctions inférieures de Venus avec le Soleil, elle passe presque toujours au-dessus ou au-dessous de cet Astre, à cause de sa latitude apparente, qui, suivant le rapport des distances de Venus à la Terre & au Soleil, est alors trois fois ou environ plus grande que sa latitude vûe du Soleil.

Elle a été vûe une seule fois dans le Soleil, par Horoccius, en Angleterre, le 4 Décembre de l'année 1639. Elle étoit de figure ronde très-obscur, & son diametre paroïssoit égal à la 26.^{me} partie du Soleil, & parce que la distance de Venus à la Terre étoit à celle du Soleil à la Terre, comme 26 à 100, on en peut inférer que le diametre de Venus à la distance du Soleil auroit paru égal à la 100.^{me} partie du diametre du Soleil, & que par conséquent

le diametre de Venus est à peu-près égal à celui de la Terre.

Depuis l'année 1639 jusqu'à présent, Venus n'a point passé devant le Soleil, & on ne l'y apercevra que le 6 Mai 1761.

La rareté de ces observations vient de ce que, lorsque Venus dans ses Conjonctions inférieures avec le Soleil, est à la distance de 1^d 48' de ses Nœuds, sa latitude vûe du Soleil, est de 6' 25" vers le Midi ou vers le Nord, auquel cas elle doit nous paroître éloignée du centre du Soleil, au moins de 16' 30", qui excèdent la grandeur apparente du demi-diametre du Soleil; d'où il suit que lorsque Venus est à une distance de ses Nœuds, qui excède 1^d 48', elle doit passer en Conjonction avec le Soleil au-dessus ou au-dessous de cet Astre, sans paroître sur son disque.

C H A P I T R E I.

De la Révolution de Venus autour de son axe.

POUR reconnoître si Venus tourne autour de son axe par un mouvement semblable à celui qui a été découvert dans les autres Planetes, mon Pere l'observa en Italie vers le milieu du siècle dernier avec un très-grand soin, par le moyen d'une excellente Lunette de Campani, comme il est rapporté dans les Journaux des Sçavants, du 12 Décembre 1667. Mais parce que les Taches obscures qu'il avoit vûes le plus souvent dans Venus, lorsque l'air étoit tranquille & serein, étoient très-déliées, & que leur étendue irrégulière qui couvroit une grande partie du disque apparent de cette Planete, n'avoit pas les extrémités bien marquées, il eut de la peine à y rien apercevoir distinctement, que l'on pût reconnoître dans d'autres observations, & d'où l'on pût juger si elle étoit en mouvement ou en repos.

Il y avoit trois choses qui augmentoient cette difficulté, l'une que lorsque Venus est plus proche de la Terre, qui sembloit être le temps le plus propre pour l'observer, elle est si peu éloignée de l'horison, qu'elle se trouve enveloppée des vapeurs de la Terre, au travers desquelles elle paroît étincellante & tremblante, de manière que ses parties ne se voyent que fort confusément. La seconde, que lorsqu'on la peut voir dégagée de ces vapeurs, ce

n'est que pour si peu de temps, qu'on n'a pas le loisir de remarquer ces mouvements, qui ne sont sensibles qu'après un long intervalle. La troisième, que lorsqu'elle est moins éloignée de la Terre, la partie éclairée de son disque est trop petite pour en pouvoir remarquer le mouvement, & particulièrement vers la circonférence, dont les parties étant rétrécies par une raison d'Optique, ne paroissent presque pas, & le mouvement d'ailleurs assés vite, semble lent.

Toutes ces raisons ayant fait croire à mon Pere, qu'il réussiroit mieux dans ses observations, lorsque Venus seroit médiocrement éloignée de la Terre, que lorsqu'elle en seroit plus proche, il observa attentivement lorsqu'elle étoit plus élevée sur l'horison & plus pleine de lumière, s'il ne pourroit point distinguer quelque partie qui fût plus remarquable entre les autres, ou par sa lumière, ou par son obscurité, principalement vers le milieu du disque, & il apperçut enfin vers ce milieu une partie plus claire que les autres, par laquelle on pouvoit juger du mouvement ou du repos de cette Planete.

La première fois qu'il l'apperçut, ce fut le 14 Octobre de l'année 1666 à 5^h 45' après midi; c'étoit une partie claire située proche de la section, & fort éloignée du centre de cette Planete vers le Septentrion. Il remarqua en même temps vers l'Occident, deux Taches obscures & un peu plus longues, comme il est représenté (Fig. 56). Il ne put pas cependant voir assés évidemment cette partie luisante assés de temps pour en rien conclurre du repos & du mouvement de cette Planete, & il fut long-temps depuis sans la pouvoir appercevoir; car tout le reste de l'année, il ne put pas trouver une soirée où le temps fût assés serein pour observer avec succès: & quoiqu'en 1667, depuis le 24 Février, que l'air, après plusieurs jours de pluie & de mauvais temps, commença à être serein, il l'observât avec beaucoup de soin toutes les fois qu'il faisoit beau, il n'y put distinguer que quelques Taches obscures & mal terminées, jusqu'au 20 Avril suivant, qu'un quart d'heure avant le lever du Soleil, il commença à revoir sur le disque de Venus, dont la moitié ou environ paroissoit pour lors éclairée, une partie luisante située auprès de la section, & éloignée de la corne méridionale, d'un peu plus de la 4.^{me} partie du diametre; & il remarqua près du bord oriental, une Tache obscure & un peu

peu longue, qui étoit plus proche de la corne septentrionale, de même qu'elle est représentée (Fig. 57.)

Comme le Soleil se levoit, mon Pere apperçut que cette partie luisante n'étoit plus si proche de la corne méridionale, mais qu'elle en étoit éloignée de la troisième partie du diametre, comme l'on voit (Fig. 58.)

J'eus, pour lors, dit-il, beaucoup de satisfaction d'avoir trouvé une marque évidente de mouvement dans cette Planete, mais je fus en même temps fort étonné de ce que ce mouvement se faisoit du Midi au Septentrion dans la partie inférieure du disque, & du Septentrion au Midi dans la partie supérieure, d'où se prend mieux la détermination du mouvement; car nous n'avons point d'exemple d'un mouvement semblable, si ce n'est dans le mouvement de libration de la Lune.

Le lendemain 21 Avril 1667, au lever du Soleil (Fig. 59.) cette partie luisante n'étoit pas bien loin de la section, & étoit distante de la corne méridionale de la quatrième partie du diametre. Lorsque le Soleil fut élevé de 4 degrés (Fig. 60.) elle étoit située proche de la section, & éloignée de la corne méridionale, de deux cinquièmes de diametre. Le Soleil étant élevé de 6 deg. 10 minut. (Fig. 61.) il sembloit qu'elle eût passé le centre, & que la section du disque la coupoit; & le Soleil étant élevé de 7 degrés (Fig. 62.) elle paroissoit encore plus avancée vers le Septentrion, & la section la coupoit en deux; d'où il connut qu'il y avoit quelque inclinaison de mouvement vers le centre.

Le 9 Mai, vers le temps du lever du Soleil (Fig. 63.) il vit encore cette partie luisante auprès du centre de cette Planete vers le Septentrion, avec deux Taches obscures situées entre la section & la circonférence, & également éloignées l'une de l'autre, & de chaque corne de part & d'autre. Et le temps étant serein, il observa pendant une heure & demi-quart, son mouvement qui sembloit pour lors se faire exactement du Midi au Septentrion, sans aucune inclinaison sensible vers l'Orient ni vers l'Occident: cependant il apperçut dans le mouvement des Taches obscures, une variation si grande, qu'on ne la peut attribuer à aucune raison d'Optique. Le 10 & le 13 Mai, avant le lever du Soleil (Fig. 64.) il vit encore la partie luisante auprès du centre vers le Septentrion. Enfin le 5 & le 6 Juin, avant le lever du Soleil (Fig. 65.) il la vit entre la

corne septentrionale & le centre de Venus, & il remarqua la même variation irrégulière des Taches obscures. Mais lorsque cette Planete commença un peu à s'éloigner de la Terre, on eut beaucoup plus de peine à observer ces phénomènes.

Mon Pere se donna de garde de dire son sentiment sur ces phénomènes, aussi hardiment qu'il l'avoit fait sur les Taches de Jupiter & de Mars. Car il pouvoit observer attentivement les Taches de ces deux Planetes, l'espace d'une nuit entière pendant leur Opposition avec le Soleil, il pouvoit considérer leur mouvement pendant quelques heures; enfin les voyant retourner régulièrement au même endroit, il pouvoit juger si c'étoient les mêmes Taches ou non, & en combien de temps elles achevoient leur tour. Mais il n'en est pas de même de ces phénomènes qui paroissent dans Venus; car on les voit si peu de temps qu'il est beaucoup plus difficile de connoître quand ils retournent au même endroit. *Je puis, ajoute-t-il, néanmoins dire (supposé que cette partie luisante de Venus que j'ai observée, & particulièrement cette année, ait été la même) qu'en moins d'un jour elle acheve son mouvement, soit de révolution, soit de libration, de manière qu'en 23 jours à peu-près, elle revient environ à la même situation dans la Planete de Venus, ce qui ne se fait pas néanmoins sans quelque irrégularité. De dire maintenant, supposé que ce soit toujours la même partie luisante, si ce mouvement se fait par une révolution entière, ou seulement par une libration, c'est ce que je n'oserois encore assurer, parce que je n'ai pas pû voir la continuité de ce mouvement dans une grande partie de l'arc, comme dans les autres Planetes, & par cette même raison cela sera toujours très-difficile à déterminer.*

Après avoir rapporté ce discours, tel qu'il est inséré dans les Journaux des Sçavants, du 12 Décembre de l'année 1667, avec quelques corrections écrites de la main de mon Pere, tirées d'un manuscrit, qui n'y changent rien d'essentiel; j'ai cru devoir examiner quel doit être le mouvement de Venus autour de son axe, qui résulte de ces observations.

On considérera pour cet effet, que le 20 Avril 1667, un quart d'heure avant le lever du Soleil, mon Pere apperçut sur le disque de Venus, une Tache ou partie luisante, éloignée de la corne méridionale, d'un peu plus de la quatrième partie du diametre de cette Planete, comme elle est marquée (Fig. 57.)

Le lendemain au lever du Soleil (Voy. Fig. 59.) cette Tache étoit distante de la corne méridionale, de la quatrième partie du diametre de Venus, & elle en parut éloignée de deux cinquièmes, lorsque le Soleil fut à la hauteur de 4 degrés (Voy. Fig. 60.) où il se trouva 24 minutes après son lever. Cette Tache, depuis le lever du Soleil du 21 Avril, qui a dû arriver ce jour-là à Bologne à 5^h 15', jusqu'à 5^h 39', est donc parvenue au même lieu du disque de Venus; où elle étoit le jour précédent, un quart d'heure avant le lever du Soleil, c'est-à-dire, à 5^h 2'; elle a donc employé un peu plus de 24 heures à achever une révolution entière.

Par l'observation faite le 20 Avril au lever du Soleil, la Tache étoit éloignée de la corne méridionale de Venus, de la troisième partie du diametre de cette Planete. Le lendemain au lever du Soleil, qui a dû avancer de 2 minutes sur celui du jour précédent, elle en étoit éloignée de la quatrième partie du diametre. Elle n'avoit donc pas achevé une révolution entière dans l'espace de 23^h 58', & il s'en manquoit un arc qui répond à un douzième du diametre de Venus; d'où il suit qu'elle a employé plus de 24 heures à faire sa révolution.

Par l'observation du 21 Avril, faite lorsque le Soleil étoit élevé de 6^d 10' sur l'horison, la Tache avoit passé le centre de Venus, c'étoit environ 36 minutes après le lever du Soleil, qui arriva à 5^h 15'; ainsi depuis le lever du Soleil du jour précédent, qui étoit à 5^h 17', jusqu'à 5^h 51' du jour suivant, la Tache avoit fait une révolution entière plus un arc qui répond à la sixième partie du diametre, c'est-à-dire, d'environ 20 degrés; ce qui donne sa révolution de 23^h 15', & c'est apparemment par la comparaison de ces dernières observations, que mon Pere a jugé que Venus acheve sa révolution autour de son axe, en moins d'un jour, ayant préféré ces observations aux autres, à cause que lorsque les Taches sont plus près du centre d'une Planete, leur mouvement apparent est plus vite, & leur situation se détermine avec plus d'évidence, que lorsqu'elles en sont plus éloignées.

Depuis cette observation, mon Pere n'a plus apperçû dans Venus, de Taches assés distinctes pour pouvoir confirmer la période de la révolution de Venus autour de son axe, telle qu'il l'avoit supposée; ce qui lui a fait dire dans un Abrégé manuscrit d'Astronomie, que

cette Planete a des Taches obscures, mais fort foibles & confuses, de sorte qu'on ne scauroit marquer précisément leur terme: c'est pourquoi, adjouôte-t-il, ce seroit en vain qu'on tâcheroit de déterminer par ce moyen, s'il y a du mouvement.

Cependant en l'année 1726, M. Bianchini, Prêlat domestique du Pape, & de cette Académie, ayant observé à Rome la Planete de Venus avec des Verres de Campani, depuis 70 jusqu'à 100 palmes Romaines de foyer, y découvrit le 9 Février, diverses Taches qu'il continua d'observer dans la suite, telles qu'elles sont représentées dans les Planches 1, 2 & 3 de son Livre intitulé *Hesperii & Phosphori nova Phenomena*, où l'on voit (Fig. 66.) que le 9 Février il y avoit deux Taches dans le disque de Venus, terminées par la section qui séparoit la partie éclairée du Soleil, d'avec celle qui étoit obscure, dont l'une qui étoit vers la partie septentrionale étoit fort petite, en forme de segment de cercle, & la seconde qui étoit vers la partie méridionale étoit beaucoup plus grosse, ayant aussi une figure sphérique.

Le 14 Février, la grosse Tache ne paroissoit plus, & il crut reconnoître la petite, qu'il trouva alors avancée vers la partie méridionale de Venus, étant accompagnée de deux autres Taches vers le Septentrion.

Deux jours après, c'est-à-dire, le 16 Février, il crut voir les mêmes Taches, quoique sous une forme un peu différente, qui s'étoient avancées du Nord vers le Midi. Le 18, la Tache méridionale avoit disparu, les deux autres s'étoient avancées vers le Midi, & il en paroissoit une nouvelle vers le Nord. Le 20, les trois mêmes Taches parurent plus avancées vers le Midi. Le 24, les deux plus méridionales de ces Taches avoient disparu, celle qui étoit vers le Nord s'étoit avancée vers le Sud, & on en vit deux nouvelles vers le Septentrion. Ces trois Taches parurent le 26, un peu plus méridionales. Enfin le 5 Mars, 24 jours après la première observation, M. Bianchini crut appercevoir les deux mêmes Taches qu'il avoit découvertes le 9 Février, dans la même situation où elles étoient alors, quoique beaucoup moins grandes, comme elles le devoient être en effet, à cause que Venus étoit beaucoup plus en croissant que le 9 Février, de sorte que sa partie obscure en interceptoit une portion considérable.

Sur ces observations & diverses autres faites aux mois suivans de Mai & Juin 1726, Juillet, Août & Septembre 1727, & 7 Janvier 1728, il conclut que la révolution de Venus autour de son axe, n'étoit point de 23 heures, comme il sembloit que mon Pere l'avoit déterminée, mais de 24 jours & 8 heures, du Septentrion vers le Midi, dans la partie inférieure du disque de Venus qui nous est exposée, & du Midi vers le Septentrion dans la partie supérieure.

Il trouva que le Pole boréal de cette révolution répondoit au 20.^{me} degré d'*Aquarius*, & étoit élevé de 15 degrés sur le plan de l'Ecliptique, son axe conservant le parallélisme dans tout le cours de cette Planete autour du Soleil.

Pour appuyer son sentiment sur le temps de la durée de la révolution de Venus autour de son axe, M. Bianchini rapporte l'observation qu'il a faite de cette Planete le 26 Février 1726, par un temps fort serein, avec un Verre de Campani, de 88 palmes.

Cette observation fut faite en présence de plusieurs personnes, qui reconnoissoient avec lui les Taches qu'il décrivait. Ayant donc dressé la Lunette à Venus vers le coucher du Soleil, à 5^h 25', il l'observa pendant l'espace de près d'une heure, jusqu'à 6^h 15', qu'il fut obligé de discontinuer son observation, parce que Venus fut cachée par le Palais Barberin.

Trois heures après le temps du milieu de la première observation, c'est-à-dire, à 8^h 40', on pouvoit voir commodément Venus, du dedans de ce Palais, & l'observation ne se faisoit plus à l'air, mais à couvert. Ayant donc placé le même Verre de 88 palmes, avec son support, près des fenêtres de ce Palais, il observa Venus jusqu'à 9 heures, & trouva les Taches dans la même situation où il les avoit vues à 5^h 30', de sorte que comparant la figure du disque dessinée à 5^h 45', avec celle qui paroissoit depuis 8^h 30' jusqu'à 9 heures, on ne put s'appercevoir de presque aucun changement dans la situation des Taches.

Il y auroit donc eu, remarque-t-il, pendant trois heures, plus de la huitième partie d'une révolution entière, si elle s'achevoit en 23 heures; d'où il auroit suivi que la Tache qui occupoit le centre de Venus à 5^h 25', auroit dû en être éloignée à 8^h 45' vers la corne méridionale, d'un arc d'environ 50 degrés, & paroître au de-là de la Tache méridionale,

qui auroit presque disparu; & au contraire la Tache septentrionale auroit dû se trouver vers le milieu de Venus; de sorte que les trois Taches qui à 5^h 45' étoient distribuées également dans le disque de Venus, auroient dû être apperçues dans la partie méridionale, & il n'en seroit resté aucune dans la partie septentrionale, supposé que la révolution entière fût de 23 heures.

Or tous ceux, adjoute-t-il, qui avec nous, ont observé avec le Verre de 88 palmes, la Planete de Venus, depuis 8^h 30' jusqu'à 9 heures, ont vû évidemment que la grosse Tache occupoit environ le milieu de la Phase qui étoit en croissant, & qu'il y avoit à peu-près la même quantité de parties du Micrometre entre le sommet de la Tache méridionale & la corne supérieure, qu'entre le sommet de la Tache septentrionale & la corne inférieure, de même qu'elle avoit été observée à 5^h 30'. Il est donc nécessaire, continuë-t-il, de reconnoître que dans cet espace de 3 heures, les Taches de Venus ne se sont pas avancées dans leur parallèle, plus de 2 degrés de la circonférence de cette Planete, & que l'arc de la progression diurne qui en 24 heures, est d'environ 15 degrés, n'a pas pu dans l'espace de 3 heures, faire un changement sensible, au lieu que l'on en auroit apperçu un considérable, dans la supposition que la révolution s'acheve en 23 heures, puisque dans l'espace de 3 heures, il y auroit eu un mouvement de 47 degrés.

Il est donc, dit-il, évident par les observations des 14, 16, 19 & 20 de Février, que la quantité du progrès diurne des Taches est telle qu'elles achevent le quart d'une révolution dans l'espace de 6 jours, comme on peut le voir en comparant ensemble les figures des Taches dans chacune de ces observations, & que la révolution entière est de 24 jours & un peu plus, comme on le reconnoît par l'observation du 9 Février, comparée avec celle qui a été faite le 5 Mars après l'intervalle de 24 jours, où les Taches parurent revenir sur le disque de Venus, presque au même lieu où elles avoient été apperçues d'abord.

Comme M. Bianchini se fonde principalement sur cette observation du 26 Février, pour combattre la révolution de Venus autour de son axe, que mon Pere avoit jugée de 23 heures ou environ; j'ai cru qu'il étoit nécessaire d'en examiner toutes les circonstances.

Je conviens d'abord des observations que M. Bianchini a rapportées telles qu'il les a décrites, & je rends toute la justice qui est dûe à l'exactitude & à la pénétration de cet habile Astronome.

Je suppose même avec lui, qu'à 5^h 45', il a paru trois Taches dans le disque de Venus, telles qu'elles sont marquées dans la figure pour le 26 Février, & que trois heures après, on en a vû aussi trois à peu-près de la même figure & dans la même situation sur ce disque. Mais il faut remarquer que selon lui, son observation a été interrompue depuis 6^h 15' jusqu'à 8^h 40', par des édifices qui empêchoient de voir Venus, & que dans cet intervalle, qui est de près de 2^h 30', il n'a pû observer les Taches, ni par conséquent le mouvement qu'elles ont pû avoir.

Comme dans l'hypothese de la révolution de Venus en 23 heures, les Taches ont dû dans l'espace de 3 heures qui se sont écoulées entre la description des Taches, avoir un mouvement de 47 degrés, comme M. Bianchini en convient; il se peut fort bien faire que par le mouvement apparent de ces Taches, qui étoit alors du Nord vers le Sud, la Tache *E* (Fig. 67.) qui étoit dans la partie méridionale de Venus, se soit approchée de la corne inférieure où elle a cessé de paroître, pendant que la Tache *F*, qui étoit au centre a pris sa place, & que celle qui étoit en *G*, dans la partie septentrionale, étant parvenue au centre en *F*, il ait reparu une nouvelle Tache dans la partie septentrionale au point *G*; de sorte qu'à 8^h 45', temps de la seconde observation, on ait vû trois Taches à peu-près au même endroit où étoient les précédentes, & de la même figure qu'à 5^h 45'. Car la Tache qui étoit au milieu, étant parvenue en *E*, a dû par la raison d'Optique, diminuer de largeur, & paroître à peu-près semblable à celle dont elle a pris la place, pendant que par la même raison la Tache *G*, qui étoit vers la partie méridionale, a augmenté de grandeur apparente en s'approchant du centre. Cela se peut voir aisément par l'inspection de la figure de M. Bianchini, où ayant tiré par le centre de chaque Tache, des lignes perpendiculaires à la section de Venus jusqu'à la circonférence, l'on trouve qu'il y a entr'elles un arc d'environ 45 degrés, & que le milieu de la Tache méridionale a dû être sorti de Venus dans l'espace de 3 heures, supposant sa révolution de 23 heures, pendant que la Tache *F* a succédé à la Tache *E*, & la Tache *G* à la Tache *F*. A l'égard de la nouvelle Tache, que nous supposons être survenuë à la place de la Tache *G*, il y a tout lieu d'admettre cette supposition, si l'on considère les figures de M. Bianchini,

où l'on voit qu'en divers jours, plusieurs Taches de la même forme se sont succédées les unes aux autres, & qu'il y en a eu une qui a dû paroître dans le disque de Venus, immédiatement après la Tache *G*, quoiqu'à une distance un peu plus grande que la révolution ne la demande.

L'observation du 26 Février de l'année 1726, ne prouve donc rien de décisif, comme l'a cru M. Bianchini, contre la révolution de Venus autour de son axe, qui avoit été trouvée de 23 heures.

Mais quand même on auroit de la peine à admettre l'explication que je viens de proposer, qui concilie les observations de Venus, rapportées par M. Bianchini, avec celles qui ont été faites par mon Pere, du moins pourroit-on opposer aux observations de l'année 1726, celles de l'année 1667, qui paroissent du moins aussi évidentes : car dans tout le discours qui y est rapporté, mon Pere ne parle qu'avec une extrême réserve sur les phénomènes qu'il a aperçus dans Venus, & sur la durée de sa révolution, n'osant pas même assurer positivement, si c'est révolution ou libration sur son axe. Mais pour ce qui est du mouvement, il prononce qu'il a eu beaucoup de satisfaction d'avoir trouvé une marque évidente de mouvement dans cette Planete, comme il résulte non pas d'une seule observation, mais de plusieurs faites en des jours différens.

Il est à remarquer que le mouvement des Taches observées en 1667, a été du Midi vers le Septentrion, au lieu que celui que M. Bianchini y a observé en 1726 dans ses premières observations, depuis le 9 Février jusqu'au 5 Mars, y est directement opposé. Mais on peut rendre aisément raison de cette contradiction qui n'est qu'apparente : car le 20 Avril 1667, le lieu de Venus étoit au 14.^{me} degré du Sagittaire, éloigné seulement de 2 signes & 6 degrés du Pole boréal de sa révolution, qui a été déterminé par M. Bianchini, à 10 degrés du Verseau, d'où l'on trouve que ce Pole étoit hors de l'hémisphère exposé au Soleil, & dans la partie obscure de Venus qu'elle nous présentait ; au lieu que le 9 Février 1726, le lieu de Venus étoit au 17.^{me} degré de l'Ecrevisse, éloigné de 7 signes 3 degrés du Pole boréal qui se trouvoit alors dans l'hémisphère de cette Planete exposé au Soleil, & dans la partie de Venus qui nous est cachée ; d'où il suit que le mouvement
des Taches,

des Taches, qui a paru au mois d'Avril de l'année 1667, du Midi vers le Septentrion, dans la partie de Venus qui étoit alors exposée à la Terre, devoit paroître par les observations du mois de Février 1726, du Nord vers le Sud, tel qu'il résulte des observations de M. Bianchini.

Voilà donc la direction du mouvement de Venus autour de son axe, bien établie du Nord vers le Sud dans la partie supérieure de son disque, par les observations de ces deux Astronomes, ce qui méritoit d'être confirmé, cette direction étant si différente de celle qui s'observe dans la révolution des autres Planetes autour de leur axe. Il reste présentement à examiner si l'on peut concilier aussi-bien la quantité du mouvement que mon Pere y a observé, avec celle qui résulte des observations de M. Bianchini.

On remarquera pour cet effet, que la Tache qui, dans l'observation du 14 Février 1726, étoit vers le bord septentrional de Venus, s'est avancée vers le Midi les jours suivans, ayant paru dans le disque de cette Planete depuis le 14 jusqu'au 20 Février, jour auquel elle avoit passé au de-là du milieu en s'approchant de la corne méridionale; d'où M. Bianchini a conclu qu'ayant fait environ 90 degrés en 6 jours, le mouvement de ces Taches a été d'environ 15 degrés par jour. Je conviens avec lui de ces observations, & je m'en sers également bien pour prouver que la révolution de Venus autour de son axe, n'est que de 23 heures ou environ : car le mouvement apparent de cette Tache devant être alors du Nord vers le Sud, il suit que supposant sa révolution de 23 heures, elle a dû parcourir dans l'espace de 24 heures tout le globe entier de Venus plus environ 15 degrés du Nord vers le Sud ; & qu'ainsi dans l'espace de 6 jours, elle a dû achever 6 révolutions entières plus environ 90 degrés, dont elle s'est avancée du Nord vers le Sud, conformément à l'apparence.

Supposant donc que les Taches qui avoient paru dans Venus le 9 Février, soient revenus le 5 Mars, après 24 jours & 8 heures, au même lieu où on avoit commencé à les appercevoir, on trouvera que dans cet intervalle, il y a eu 25 révolutions entières, ce qui donne la durée de chacune de 23^h 22', peu différente de celle que nous avons déduite de l'observation du 20 Avril 1667, faite lorsque la Tache étoit à un tiers du diametre de Venus,

comparée à celle du jour suivant, où la même Tache avoit passé un peu au de-là du centre de cette Planete. Ainsi bien loin que les observations de M. Bianchini soient contraires à celles que mon Pere avoit faites en 1667, elles semblent les confirmer, & concourir ensemble pour établir la révolution de Venus autour de son axe, de 23 heures ou environ.

Il me reste à résoudre quelques difficultés que le P. Briga, de la Compagnie de Jesus, Professeur de Mathématiques dans le College de Florence, a proposées sur les observations de mon Pere, dans une lettre qu'il a écrite à M. Bianchini, qui l'a fait imprimer dans son ouvrage.

Il remarque d'abord que dans la première observation de 1666, Venus étoit convexe de part & d'autre, qui est la phase que cette Planete doit nous présenter depuis sa Conjonction supérieure jusqu'à sa Quadrature, & que dans les autres observations où elle a été vûe après le lever du Soleil, cette Planete étoit vers sa plus grande digression; c'est pourquoi il s'étonne que dans une si grande distance où Venus étoit de la Terre dans le premier cas, & qu'après le lever du Soleil dans le second cas, on ait pu voir de vraies Taches dans Venus.

Il auroit dû à plus forte raison être surpris de ce que M. Bianchini a vû des Taches obscures dans Venus, depuis le 7 Juillet jusqu'au 6 Août 1727, dans le temps que cette Planete avoit à peu-près la même figure qu'en 1666, lorsqu'elle a été observée par mon Pere: car les Taches qui sont obscures, telles que M. Bianchini les a dépeintes, se doivent voir avec bien plus de difficulté que les Taches claires, comme il est aisé de s'en appercevoir dans la Lune, dont les parties claires se distinguent en plein jour avec assés d'évidence, pendant que les parties obscures, telles que les Mers, disparaissent; & c'est par cette raison qu'on a pu discerner même après le lever du Soleil, ces Taches claires dans Venus, ce qui ne devoit pas paroître surprenant au P. Briga, s'il avoit fait attention qu'à cause de la grande clarté de cette Planete, on la distingue souvent en plein jour à la vûe simple, même dans le temps où la lumière du Soleil est la plus vive.

Si l'on dit, adjôte-t-il, que ce sont de vraies Taches dans le corps de la Planete, l'inclinaison que l'on a vûe une seule fois dans son

mouvement, peut être seulement apparente, car le parallélisme des axes est un secret de la véritable Astronomie, qu'il n'est pas si surprenant qu'il ait été inconnu aux Astronomes Grecs, que de n'être point mis en usage par tous les modernes.

J'avouë que je ne comprends pas la force de cette objection, ni si ç'en est une; car puisque les Poles de Venus sont dirigés aux mêmes points du Ciel, il s'ensuit que par le mouvement de cette Planete autour du Soleil, ces Poles changent de situation apparente, tant à l'égard de l'hémisphere de Venus exposé au Soleil, que par rapport à la face qu'elle présente à la Terre; d'où il résulte une variation dans la direction des Taches observées après un intervalle de quelques jours, ce qui est apparemment la cause que la Tache claire dont le mouvement fut observé le 21 Avril 1667, du Sud vers le Nord avec quelque inclinaison, parut le 9 Mai, se faire exactement dans le même sens, sans aucune inclinaison.

Puisque donc, continue le P. Briga, la figure des Taches est si différente de celles qui sont représentées sur le globe de M. Bianchini; qu'elles ont paru à M. Cassini avoir eu très-peu de temps une grande variété, que l'on ne pouvoit attribuer, selon lui, à une cause optique; qu'ayant été cherchées pendant près de 60 ans, on ne les a point vûes, ni aucune qui leur fût semblable, cette partie si reluisante s'étant évanouie; qu'elles ont été observées, même après le lever du Soleil, lorsque Venus étoit à une grande distance de la Terre; que le mouvement de révolution du Midi vers le Septentrion dans l'hémisphere qui nous est visible, est trop différent du mouvement du centre en longitude; je suis porté à soupçonner que ces phénomènes n'étoient pas réellement dans la surface de Venus, mais ou dans son atmosphère ou dans l'éther qui étoit entre la Planete & l'œil, dont il prétend qu'il ne manque pas d'exemples.

Il rapporte pour cet effet l'apparence d'une Tache obscure vûe par Mæstlin en 1605, dans le temps d'une Eclipsé de Lune qui occupoit près de la quatrième partie du disque de cette Planete: Qu'en 1629, on vit à Lisbonne pendant deux jours, au commencement de Janvier, une Etoile qui étoit adhérente à la corne australe de la Lune: Que pour s'écarter moins de son exemple, en 1645, Fontana apperçut un ou deux globes obscurs, ou de couleur rougeâtre, tantôt au dedans, tantôt au dehors de Venus, ce qui fit douter si c'étoit un Satellite de cette Planete, ou un météore dans

son atmosphere, ou quelque corps opaque entre l'œil & Venus; ce que d'autres attribuerent à des taches qui étoient dans les Verres dont cet Astronome s'est servi, ce qu'il ne peut pas cependant soupçonner: Enfin que mon Pere lui-même a vû en 1672 & 1686, avec une Lunette de 34 pieds, près de Venus, un petit globe lumineux, dont la phase étoit semblable à celle de cette Planete, & qui n'en étoit éloigné que de trois cinquièmes de son diametre, ce qui lui fait juger qu'il n'est pas vraisemblable que ce phénomène fût dans l'atmosphere de cette Planete, puisqu'il seroit difficile de croire qu'il fût élevé à une si grande hauteur, & encore moins que ce fût un Satellite, puisqu'on n'auroit pas manqué à l'appercevoir depuis ce temps; & qu'ainsi il est plus croyable que la matière fluide céleste qui étoit entre Venus & l'œil de l'observateur, étoit devenue alors assez dense pour pouvoir réfléchir quelque lumière, quoiqu'il suffise pour cela que quelques parties de différente rareté se mêlent ensemble, comme on le voit dans l'écume blanche qui est composée d'air diaphane & d'eau claire.

Si donc, continuë le P. Briga, à cause des raisons que l'on vient d'insinuer, on pouvoit faire les mêmes conjectures sur les Taches vûes dans Venus par M. Cassini, l'honneur de la découverte seroit dû à celui qui pourroit prouver le premier, qu'il a vû dans Venus, des Taches véritables.

Je ne sçais si l'on admettra aisément cette cause physique des apparences, rapportée par le P. Briga; mais quoi qu'il en soit, il suffit de répondre qu'elles sont fort différentes de celles que mon Pere a remarquées dans Venus, où il a observé en différents jours & à différentes heures du même jour, une partie claire dans Venus, qui avoit un mouvement évident du Midi vers le Septentrion; & qu'ainsi on ne peut pas attribuer cette apparence à la densité de l'éther, qui auroit dû avoir deux mouvements, l'un par lequel elle auroit suivi Venus de l'Orient vers l'Occident, & l'autre qui l'auroit fait élever du Midi vers le Septentrion.

Pour ce qui regarde le mouvement de cette Tache, du Midi vers le Septentrion, que le P. Briga trouve fort différent du centre en longitude, il auroit dû proposer la même objection contre le mouvement des Taches apperçûes par M. Bianchini, du Septentrion vers le Midi, & que nous avons prouvé être réellement du

même sens que celui qu'on avoit observé en 1667. La différence qui se trouve entre la Tache observée en 1667, & celles qui ont été apperçûes en 1726, dont la première étoit claire & les autres obscures, ne forme aucune objection difficile à résoudre, puisqu'il n'y a qu'à supposer qu'il y a dans la Planete de Venus, de même que dans la Lune, deux sortes de Taches dont les unes sont claires, telles que Tycho, Helicon, &c. & d'autres obscures, comme Grimaldi, Plato, & ce qu'on appelle *Mers* dans cette Planete. Quant à l'objection fondée sur ce que cette partie claire, ni aucune autre semblable, n'a pas été apperçûe depuis l'année 1667, même par des Lunettes très-longues, quelqu'attention qu'on y ait faite; il est aisé de répondre qu'il y a dans Venus, de même que dans Jupiter, des Taches permanentes, ou du moins de longue durée, comme les bandes qu'on y observe, & d'autres qui sont passageres & de moindre durée, telles que les Taches par le secours desquelles mon Pere a découvert la révolution de cette Planete autour de son axe; & qu'ainsi il n'est pas surprenant que la Tache claire qui a été apperçûe en 1666, se soit dissipée entièrement, sans avoir reparu depuis ce temps-là, d'autant plus que l'on n'a pas toujours d'occasion favorable d'observer cette Planete, qui n'est que rarement dégagée des vapeurs.

De ce que nous venons de rapporter, il résulte que si l'on suppose la révolution de Venus autour de son axe, de 23^h 20', on représente également bien les observations de M. Bianchini, & celles de mon Pere; & que si on soutient qu'elle ne s'acheve qu'en 24 jours, comme l'a prétendu M. Bianchini, il faut entièrement rejeter celles de mon Pere, comme n'étant qu'une apparence trompeuse. Nous avons d'abord fait voir que la principale observation sur laquelle M. Bianchini s'est fondé, ne concluoit rien contre la période de cette révolution en 23 heures & 20 minutes; & nous avons jugé devoir ensuite répondre aux objections qui ont été proposées pour insinuer que ces apparences étoient trompeuses.

Nous avons donc cru qu'en attendant qu'on eût des observations plus décisives sur la période de la révolution de Venus, nous étions bien fondés à soutenir qu'elle s'acheve en 23^h 20', à peu-près de même qu'elle a été établie par mon Pere, & conformément au

sentiment de presque tous les Astronomes & les Physiciens qui l'ont suivi.

Par ce moyen la révolution de Venus, qui est plus proche du Soleil que la Terre, se trouvera plus petite que celle de la Terre, qui est de $23^h 56'$, de même que celle de la Terre est plus petite que celle de Mars, que l'on a trouvée de $24^h 40'$, qui est plus éloignée du Soleil.

Il est vrai qu'on seroit mal fondé de vouloir supposer que plus les Planetes sont éloignées du Soleil, plus elles employent de temps à achever leur révolution autour de leur axe, puisque celle de Jupiter s'acheve en moins de 10 heures. Mais si cette révolution de Jupiter cause quelque difficulté à être expliquée physiquement, il y en auroit encore peut-être une plus grande à donner la raison par laquelle la révolution de Venus ne s'acheve qu'en 24 jours : & comme, toutes choses égales, il semble qu'on doive choisir la période qui paroît s'accorder le mieux aux hypothèses physiques ; à plus forte raison doit-on donner la préférence à celle qui, outre cela, a l'avantage de représenter également bien toutes les observations faites par ces deux Astronomes.

Pour nous, après avoir été averti par M. Bianchini, des observations qu'il avoit faites à Rome sur la Planete de Venus, nous avons essayé si on pourroit appercevoir les mêmes Taches en ce pais-ci. On a pour cet effet fait dresser à l'Observatoire, un grand mât de 60 pieds de longueur, en forme d'une poutre carrée, depuis 11 jusqu'à 14 pouces d'épaisseur, où l'on avoit pratiqué des rainures dans les faces opposées sur toute leur longueur. On avoit construit pour supporter l'objectif, & l'élever à la hauteur convenable, une cage ou lanterne de fer, qui embrassoit ce mât, avec des roulettes de cuivre qui entroient dans les rainures du mât, pour élever plus commodément le Verre avec son support, & l'assujettir de manière qu'il n'eût aucun mouvement sensible.

Dans cet état, nous avons observé Venus un grand nombre de fois, avec une grande facilité, y employant d'abord un Verre de 114 pieds de foyer, fait par Hartsoëker, qui étoit un des meilleurs qu'il eût travaillé, & ensuite un objectif de Campani, de 120 palmes romaines, ou 82 pieds de Roy, essayé par M. Bianchini, qui l'avoit jugé excellent, comme il l'est en effet, &

qui appartient à M. d'Ons-en-Bray. Cependant avec toutes ces précautions, il ne nous a jamais réussi à feu M. Maraldi, ni à moi, de voir aucune Tache distincte dans Venus, par un grand nombre d'observations faites le soir en 1729, dans les temps les plus favorables, soit que celles qui avoient été remarquées par M. Bianchini les années précédentes, eussent disparu, soit que l'air ne fut pas assez serein en ce pais-ci, pour pouvoir les appercevoir distinctement, ce qui peut être la cause de ce que mon Pere, qui avoit apperçu en Italie, quelques Taches dans Venus, ne les a jamais pu découvrir ici, même avec de plus longues Lunettes. Nous avons seulement remarqué que la partie la plus proche de la section étoit plus obscure que celle qui étoit vers les bords, ce qui nous faisoit soupçonner qu'il y avoit des Taches. Cependant comme cette apparence peut provenir de ce que la partie la plus proche de la section est moins éclairée du Soleil par ses rayons qui y tombent plus obliquement que vers les bords ; nous n'avons pas cru pouvoir y asséoir de jugement certain, jusqu'à ce que nous ayons d'autres observations, sur l'évidence desquelles on puisse compter, & que nous continuerons de faire lorsque l'occasion s'en présentera.

C H A P I T R E I I.

Des Mouvements de Venus.

APRÈS avoir considéré les mouvements des Planetes supérieures qui sont plus éloignées du Soleil que la Terre, & qui, dans leurs révolutions apparentes, passent toujours au de-là de cet Astre ; il faut présentement examiner la théorie des Planetes inférieures qui sont plus près du Soleil que la Terre, & qui, dans le cours d'une de leurs révolutions à l'égard de la Terre, passent une fois entr'elle & le Soleil, ce qu'on nomme *Conjonction inférieure*, & une fois au de-là du Soleil, ce qu'on appelle *Conjonction supérieure*, auquel cas cet Astre est placé entr'elles & la Terre.

On a déjà remarqué dans les Planetes supérieures, que le temps le plus favorable pour déterminer les éléments de leur théorie, étoit celui de leurs Oppositions avec le Soleil, parce qu'alors leur vrai lieu vû de la Terre, est précisément le même que leur vrai lieu vû du Soleil.

Il en est de même des Planetes inférieures dans leurs Conjonctions supérieures ou inférieures, où leur vrai lieu vû de la Terre, est le même que leur vrai lieu vû du Soleil, ou en est éloigné exactement de 6 signes; mais au lieu que les Planetes supérieures, dans le temps de leurs Oppositions, paroissent sur l'horison immédiatement après le coucher du Soleil, & passent vers le minuit par le Méridien, qui est le temps le plus propre pour déterminer exactement leur situation, les Conjonctions des Planetes inférieures ne peuvent s'observer que de jour, & en présence du Soleil, dont elles ne sont éloignées que de leur différence en latitude.

Aussi avant la découverte des Lunettes, aucun Astronome ne les a apperçûes dans leurs Conjonctions avec le Soleil, & même depuis cette découverte jusqu'à présent, les observations en ont été très-rares, comme on le verra dans la suite.

Pour suppléer à ces observations, les Astronomes anciens ont observé le temps & le lieu de leurs plus grandes digressions à l'égard du Soleil, ce qui leur a fourni un moyen pour déterminer le vrai lieu de ces Planetes vû du Soleil, sur lequel ils ont dressé leurs théories.

Pour donner une idée de cette méthode, soit dans les deux Systemes de Tycho & de Copernic, T (Figg. 68 & 69.) la Terre, C le Soleil, TA & TB deux tangentes tirées de la Terre à l'Orbe ADB de Venus supposée circulaire, CA & CB deux lignes perpendiculaires tirées du Soleil en C sur TA & TB , qui les rencontrent aux points A & B . Il est évident que Venus sera en A dans sa plus grande digression occidentale, & en B dans sa plus grande digression orientale, & qu'ayant déterminé alors le vrai lieu de Venus par rapport au Zodiaque, le vrai lieu de cette Planete vû du Soleil en A ou en B , en sera éloigné précisément de 90 degrés ou 3 signes, qu'il faut adjoûter au vrai lieu de Venus vû de la Terre lorsqu'elle est en B , plus orientale que le Soleil, & qu'on l'apperçoit le soir; & qu'il faut retrancher au contraire du lieu de Venus lorsqu'elle est en A , plus occidentale que le Soleil, & qu'on l'apperçoit le matin.

Cette méthode est géométrique, dans la supposition que l'Orbe de Venus soit circulaire, & que le Soleil soit placé dans le centre de cet Orbe: car si l'on suppose qu'elle soit excentrique au Soleil, dont le

dont le centre soit par exemple en S , l'angle TGA , qui mesure le complément de l'angle STA , distance de Venus au Soleil, vû de la Terre dans sa plus grande digression, diffère de l'angle TSA , distance de Venus à la Terre, vû du Soleil, d'une quantité qui est mesurée par l'angle SAC , & qui est plus ou moins grande suivant les différentes situations de Venus à l'égard du centre C de son Orbe.

Cette différence est nulle dans le cas où le centre de cet Orbe se rencontre sur la ligne BS , tirée de Venus au Soleil, lorsque cette Planete est en E ou en B , dans son Aphélie ou son Périhélie; & elle est au contraire la plus grande qui soit possible, lorsque la Planete est en A dans ses moyennes distances, où elle est mesurée par la moitié de sa plus grande Equation qui, dans Venus, est de 24 minutes ou environ.

Si, au lieu de supposer l'Orbe de Venus circulaire & excentrique au Soleil, on lui attribue une figure elliptique, de même qu'aux autres Planetes, alors le vrai lieu de Venus vû du Soleil à l'égard de la Terre, ne sera le complément de sa distance au Soleil, observée de la Terre dans ses plus grandes digressions, que dans les cas seuls où Venus se trouve dans son Aphélie & dans son Périhélie. Dans les autres situations, le vrai lieu de Venus vû du Soleil en différera d'une quantité qui sera égale à la moitié de sa première Equation; car on sçait par la propriété de l'Ellipse, que si l'on mene à la tangente TA , une perpendiculaire AC , elle coupe en deux parties égales, l'angle FAS , compris entre les lignes AS , AF , tirées du point A aux deux foyers, qui mesure la première Equation des Planetes dans l'hypothese elliptique.

Il seroit donc nécessaire, pour faire usage de cette méthode, indépendamment d'aucune hypothese, de connoître les temps où cette Planete étant dans son Aphélie ou dans son Périhélie, se trouve en même temps dans ses plus grandes digressions, ce que l'on peut déterminer avec assés d'évidence, en observant les digressions où elle paroît la plus éloignée ou la plus près du Soleil, eu égard à la distance du Soleil à la Terre, qui est variable, & connuë assés exactement; car alors il est certain que la Planete se trouve dans son Aphélie ou dans son Périhélie.

Mais si l'on peut par ce moyen, surmonter toutes les difficultés

qui se rencontrent dans cette méthode, eu égard à la précision géométrique, il s'en trouve une inévitable par l'impossibilité qu'il y a de faire ces sortes d'observations avec la précision requise, l'erreur d'une minute dans la distance observée de Venus au Soleil, en causant une de plus d'un degré dans son vrai lieu vû du Soleil.

Pour en reconnoître la quantité, soit l'angle BTS (Fig. 68.) observé de 45 degr. dans le temps d'une des plus grandes digressions de Venus au Soleil. La distance TS de la Terre au Soleil étant supposée de 10000, on aura les distances BS & BT de Venus au Soleil & à la Terre, qui, dans ce cas, sont égales entr'elles, de 7071.

Si, au lieu de 45 degrés, on avoit observé l'angle de la plus grande digression, de $44^d 59'$, plus petit d'une minute qu'il n'étoit effectivement, soit par erreur, soit parce que la Planete n'étoit pas précisément au point B où la tangente TB touche son Orbe, menant du point T la ligne TPO , qui coupera cet Orbe aux points P & O ; les points P & O marqueront le lieu de Venus vû du Soleil, qui résulte de cette détermination, que l'on trouvera, en faisant, comme SO ou SP , distance de Venus au Soleil, est à TS , distance du Soleil à la Terre, dont le rapport à SO , est à peu-près comme 10000 à 7071; ainsi le sinus de l'angle STO ou STP , de $44^d 59'$, est au sinus de l'angle que le Soleil & la Terre font à l'égard de Venus, qui est mesuré par l'angle SOT , de $88^d 37' 0''$, lorsque cette Planete est en O au de-là de sa plus grande digression, & par l'angle SPT , de $91^d 23' 0''$, lorsqu'elle est en de-çà.

On aura donc dans le premier cas, l'angle OST , qui mesure la distance de Venus à la Terre, vû du Soleil, de $46^d 24'$, plus grand de $1^d 24'$, qu'il n'étoit effectivement au temps de sa plus grande digression, & dans le second cas, l'angle TSP , de $43^d 38'$, plus petit de $1^d 22'$, avec une différence de l'un à l'autre de $2^d 46'$.

Si on continue cette recherche, on trouvera pour 2 minutes d'erreur dans la détermination de la plus grande digression de Venus, une différence de $1^d 58'$ entre le vrai lieu de Venus vû du Soleil & celui qui résulte de cette observation, pour 3 minut. $2^d 24'$, pour 4 minut. $2^d 46'$, & ainsi de suite.

Si l'on avoit supposé au contraire que les digressions de Venus eussent été observées plus grandes d'une ou de plusieurs minutes, qu'elles ne sont effectivement; alors l'erreur qui en résulte dans la détermination du vrai lieu de cette Planete vû du Soleil, n'a plus de mesures certaines, puisque dans ce cas la ligne TB passe au de-là de son Orbe, sans la toucher ni couper en aucun endroit.

Il faut cependant considérer qu'il peut y avoir des observations où l'erreur ne se multiplie point dans la proportion que l'on vient de marquer; car si l'on a, par exemple, déterminé le vrai lieu d'une Planete dans sa plus grande digression, par une suite d'observations faites avant & après qu'elle y soit arrivée, & que l'on en ait conclu le vrai temps de cette digression; alors l'erreur qui aura pû se glisser dans la distance de Venus au Soleil, par le défaut des observations ou des instruments dont on s'est servi, n'en pourra causer qu'une de pareille quantité dans la détermination du vrai lieu de cette Planete vû du Soleil, puisque dans ce cas l'angle TSR , qui mesure la distance apparente de Venus à la Terre, vû du Soleil, ne diffère de l'angle TSB , qui mesure sa distance véritable au temps de sa plus grande digression, que de la quantité de l'angle RSB , qui dans l'Orbe de Venus, est à peu-près égal à l'angle RTB . Cette méthode suppose que l'on ait trouvé avec une très-grande exactitude, par le progrès de l'augmentation & de la diminution de la distance de cette Planete au Soleil, observée quelques jours avant & après, le temps de la plus grande digression de Venus à l'égard du Soleil, laquelle ne varie alors que d'une minute de degré par jour, au lieu que l'erreur d'un jour en cause une de $1^d 36'$ dans le vrai lieu de cette Planete, vû du Soleil.

Toutes ces remarques m'ont paru nécessaires pour faire juger de la précision que l'on peut attendre des observations anciennes, & faire le choix de celles que l'on doit préférer aux autres. Elles seront utiles en même temps pour avertir les Astronomes, de l'attention qu'ils doivent avoir dans les observations des plus grandes digressions des Planetes.

Pour déterminer les éléments de la théorie de Venus, nous avons, de même que dans les autres Planetes, comparé les anciennes observations qui en ont été faites, avec les nôtres, nous réservant cependant le soin d'examiner dans la suite, si la précision qui doit

réfultent de la comparaison des observations fort éloignées entr'elles, dans la détermination des moyens mouvements de Venus, peut compenser le défaut d'exactitude que l'on a sujet d'y soupçonner, par les raisons que nous avons rapportées.

La plus ancienne de ces observations est celle qui est rapportée par Ptolemée (*Almageste*, liv. 10. chap. 4.) & qui est arrivée selon lui, à minuit, entre le 17 & le 18 du mois de *Meffori* de l'année 113 de Ptolemée Philadelphie, ou la 476.^{me} depuis Nabonassar, à Alexandrie, où Timocharis observa que Venus avoit éclipsé exactement une Étoile dans l'extrémité de l'Aîle australe de la Vierge.

Cette observation réduite à nos époques, se rapporte au 11 Octobre de l'année 271 avant Jesus-Christ, à minuit, & il paroît d'abord qu'il y a quelque erreur dans la détermination de l'heure, puisque le Soleil ne se levant le 12 Octobre à Alexandrie, qu'après 6 heures du matin, Venus qui n'en pouvoit être éloignée que d'environ 45 degrés, n'a pû paroître sur l'horison, ni être observée qu'entre 3 heures ou 3 heures $\frac{1}{2}$ du matin. Il s'est encore glissé une autre erreur dans la détermination du jour de cette observation, qui est marquée entre le 17 & le 28 du mois de *Meffori*; mais il paroît par ce qui suit, que ce n'est qu'une erreur d'impression, puisque Ptolemée rapporte une autre observation de Venus, faite quatre jours après, entre le 21 & le 22 du même mois, ce qui fait voir qu'il faut lire 18 au lieu de 28. On remarquera enfin que Venus étoit, selon lui, au temps de la première observation, à 4^d 10' de la Vierge, & le lieu moyen du Soleil à 17^d 20' de la Balance; d'où il conclut la distance de cette Planete au lieu moyen du Soleil, de 42^d 53', au lieu qu'elle devoit être de 43^d 10', ce qui cause une erreur de 13 minutes.

L'Étoile observée étoit, suivant Ptolemée, la première année d'Antonin, 408 années après cette observation, à 8^d 15' de la Vierge. Sa latitude est marquée dans son Catalogue des Étoiles fixes, de 1^d 10', ce qui désigne l'Étoile η de la 3.^{me} grandeur, qui est la précédente dans l'Aîle australe de la Vierge, dont la longitude en l'année 1690, étoit en \approx 0^d 30' 52", & la latitude boréale de 1^d 22'.

Venus étoit alors au de-là de sa plus grande distance du

matin, puisque quatre jours après, c'est-à-dire, la nuit entre le 21 & le 22 du mois de *Meffori*, il la trouva à 8^d 50' de la Vierge, éloignée du moyen mouvement du Soleil, de 42^d 9', au lieu que dans la première observation, elle en étoit éloignée de 42^d 53'.

Supposant, par la raison que nous avons rapportée, que cette observation soit arrivée le 12 Octobre de l'année 271 avant J. C. à 4 heures du matin, ce qui, réduit au Méridien de Paris, se rapporte à 2^h 8' du matin, nous avons calculé pour ce temps le vrai lieu du Soleil, que nous avons trouvé en \approx 14^d 46'.

L'Étoile η de la Vierge étoit, comme on l'a dit ci-dessus, en l'année 1690, en \approx 0^d 30' 52", dont retranchant 28^d 0' 14" pour le mouvement des Étoiles fixes en longitude dans l'espace de 1960 années & 3 mois, on aura le vrai lieu de cette Étoile pour le temps de l'observation de Timocharis, en \approx 2^d 30' 38". Le retranchant du vrai lieu du Soleil, qui étoit en \approx 14^d 46', on aura la distance de Venus au Soleil, vûe de la Terre, de 42^d 15' 22", plus petite d'environ 3 degrés que celle que l'on observe ordinairement dans les plus grandes digressions; ce qui fait voir que l'on ne peut pas employer présentement cette observation pour déterminer les moyens mouvements de Venus.

Cette observation a été suivie de plusieurs autres faites à Alexandrie environ 400 ans après, dont trois par Theon, & six par Ptolemée, ainsi qu'elles sont rapportées dans son *Almageste*.

La première est arrivée la nuit du 21 au 22 du mois d'*Athir* de la seconde année d'Hadrien, qui se rapporte au 14 Octobre de l'année 117 après Jesus-Christ, à 6 heures du matin à Alexandrie, où Theon observa Venus dans sa plus grande digression du Soleil, éloignée de l'Étoile qui est à l'extrémité de l'Aîle australe de la Vierge, d'une quantité égale à la distance qu'il y a entre les Pleïades moins le diamètre de Venus; d'où Ptolemée conclut que cette Étoile étant alors à 28^d 55' du Lion, & la distance entre les Pleïades, de 1^d 30', cette Planete devoit être à 0^d 20' de la Vierge, éloignée de 47^d 32' du lieu moyen du Soleil, qui étoit alors à 17^d 52' de la Balance.

Comme le lieu de Venus dans cette observation, de même que dans les suivantes, a été déterminé par rapport à diverses Étoiles

fixes, dont nous connoissons la situation avec beaucoup d'exactitude, nous avons jugé devoir employer le lieu des Étoiles fixes, tel qu'il est présentement, & retrancher de leur vrai lieu, la quantité de leur mouvement, depuis Ptolemée jusqu'à nous, pour avoir la véritable situation de ces Étoiles au temps des observations de Venus, & par conséquent le vrai lieu de cette Planete, vû de la Terre, ce qui doit donner une plus grande précision, que si l'on avoit employé le vrai lieu des Étoiles fixes, tel qu'il est marqué par Ptolemée, dont les déterminations ne paroissent pas fort exactes, tant par rapport à leurs longitudes, qu'à l'égard de leurs latitudes, comme nous l'avons fait voir dans le Livre des Étoiles fixes.

Nous avons aussi déterminé par nos Tables le vrai lieu du Soleil au temps de chaque observation, pour avoir la vraie distance de Venus au Soleil, vûe de la Terre.

Dans l'observation du 14 Octobre de l'année 117 après Jesus-Christ, le lieu de Venus fut déterminé à $0^{\text{d}} 20'$ de la Vierge, plus avancé de $1^{\text{d}} 25'$ que l'Étoile de l'Aîle australe de la Vierge, qui étoit, suivant Ptolemée, à $28^{\text{d}} 55'$ du Lion. La longitude de cette Étoile étoit le 1.^{er} Janvier de l'année 1700, à $22^{\text{d}} 54' 46''$ de la Vierge, dont retranchant le mouvement des Étoiles fixes en longitude dans l'intervalle de 1582 années & 3 mois, qui est de $22^{\text{d}} 36' 18''$, on aura son vrai lieu le 14 Octobre de l'année 117 à $6^{\text{h}} 8'$ du matin à Alexandrie, à $0^{\text{d}} 18' 28''$ de la Vierge, plus avancé de $1^{\text{d}} 23' 28''$ que celui que Ptolemée donne à cette Étoile, & qu'il faut par conséquent adjoûter au lieu de Venus, qu'il avoit déterminé à $0^{\text{d}} 20'$ de la Vierge, pour avoir son vrai lieu corrigé à $1^{\text{d}} 43' 28''$ de ce signe. Le retranchant du vrai lieu du Soleil, calculé pour ce temps à $19^{\text{d}} 44' 13''$ de la Balance, on aura la distance de Venus au Soleil le 14 Octobre de l'année 117 à 6 heures du matin à Alexandrie, & à $4^{\text{h}} 8'$ à Paris, de $48^{\text{d}} 1'$.

La seconde observation de Venus est arrivée la nuit du 2 au 3.^{me} jour du mois d'Epiphi de la 13.^{me} année d'Hadrien, qui répond au 19 Mai de l'année 129 après Jesus-Christ, à 6 heures du matin, temps auquel Venus étoit dans sa plus grande digression, précédoit de $1^{\text{d}} 24'$, la ligne qui passe par la précédente des trois Étoiles qui sont dans la Tête du Bélier, & par celle qui est dans son

Pied postérieur, la distance à l'Étoile de la Tête étant deux fois plus grande qu'à celle du Pied. La première étoit, suivant Ptolemée, à $6^{\text{d}} 36'$ du Bélier, avec une latitude boréale de $7^{\text{d}} 20'$, & la seconde à $9^{\text{d}} 45'$ du même signe, avec une latitude australe de $5^{\text{d}} 15'$; d'où il conclut que Venus étoit alors à $10^{\text{d}} 36'$ du Bélier, avec une latitude australe de $1^{\text{d}} 30'$, éloignée de $44^{\text{d}} 48'$ du lieu moyen du Soleil, qui étoit alors à $25^{\text{d}} 24'$ du Taureau.

La situation de l'Étoile de la Tête du Bélier, se rapporte à l'Étoile marquée γ par Bayer, dont la longitude étoit au commencement de ce siècle, à 29 degrés du Bélier, & la latitude de $7^{\text{d}} 10'$ vers le Nord; mais on ne trouve aucune Étoile dans le Pied postérieur du Bélier, ni aux environs, dont la longitude ait pû être au temps de Ptolemée, à $9^{\text{d}} 45'$ de ce signe, & la latitude de $5^{\text{d}} 15'$ vers le Midi; ce qui fait voir qu'il s'est glissé une erreur dans la détermination de cette Étoile, qui étoit selon les apparences, celle qui est marquée μ par Bayer, qui est dans le Pied postérieur du Bélier, & commune à la Constellation de la Baleine, dont Ptolemée marque la longitude à $15^{\text{d}} 0'$ du Bélier, avec une latitude méridionale de $5^{\text{d}} 0'$, ce qui s'accorde à la situation de Venus, qu'il a déterminée à $10^{\text{d}} 36'$ de ce signe par rapport à cette Étoile & à celle de la Tête du Bélier.

La longitude de l'Étoile γ étoit, comme on l'a marqué en l'année 1700, à $28^{\text{d}} 59' 34''$ du Bélier, dont retranchant le mouvement des Étoiles fixes dans l'espace de 1570 années & 7 mois, qui est de $22^{\text{d}} 26' 24''$, on aura son vrai lieu au temps de l'observation de l'année 129, à $6^{\text{d}} 33' 10''$, moins avancé que celui qui est marqué par Ptolemée, de $2' 50''$, qu'il faut retrancher du lieu de Venus, qu'il avoit déterminé à $10^{\text{d}} 36'$ du Bélier, pour avoir son vrai lieu corrigé à $10^{\text{d}} 33' 10''$ de ce signe. Le retranchant du vrai lieu du Soleil, calculé pour le même temps à $25^{\text{d}} 56' 0''$ du Taureau, on aura la distance de Venus au Soleil le 19 Mai de l'année 129, à 4 heures du matin au Méridien de Paris, de $45^{\text{d}} 23' 0''$.

La troisième & dernière observation de Theon est arrivée le 21 du mois de Pharmuti de la 16.^{me} année d'Hadrien au soir, qui répond au 8 Mars de l'année 132 après Jesus-Christ, temps auquel Venus étoit dans sa plus grande digression, & précédoit la moyenne

des Pleïades, de toute la distance entre les Pleïades; d'où Ptolemée conclut que cette Étoile étant à 3 degrés du Taureau, & la distance entre les Pleïades, de $1^{\text{d}} 30'$, Venus étoit à $1^{\text{d}} 30'$ du Taureau, éloignée de $47^{\text{d}} 15'$ du moyen mouvement du Soleil, qui étoit alors à $14^{\text{d}} 15'$ des Poissons.

La longitude de la moyenne des Pleïades, qui est apparemment la Lufante marquée η par Bayer, étoit en 1700, à $25^{\text{d}} 48' 42''$ du Taureau, dont retranchant le mouvement des Étoiles fixes dans l'espace de 1567 années & 10 mois, qui est de $22^{\text{d}} 24' 2''$, on aura son vrai lieu pour le 8 Mars de l'année 132, à $3^{\text{d}} 24' 40''$ du Taureau, plus avancé que celui qui est marqué par Ptolemée, de $0^{\text{d}} 24' 40''$, qu'il faut adjoûter au lieu de Venus, qu'il avoit déterminé à $1^{\text{d}} 30' 0''$ du Taureau, pour avoir son vrai lieu corrigé à $1^{\text{d}} 54' 40''$ de ce signe. Retranchant de ce lieu, celui du Soleil calculé pour ce temps à $17^{\text{d}} 9' 10''$ des Poissons, on aura la distance de Venus au Soleil le 8 Mars de l'année 132 à $4^{\text{h}} 8'$ du soir, de $44^{\text{d}} 45' 30''$.

L'année 18 d'Hadrien, la nuit entre le 2 & le 3 du mois de *Pharmuti*, qui répond au 17 Février de l'année 134 à 18 heures, Ptolemée observa Venus dans sa plus grande digression par rapport à *Antares*, à $11^{\text{d}} 55'$ du Capricorne, éloignée de $43' 35''$ du lieu moyen du Soleil, qui étoit à $25^{\text{d}} 30'$ du Verseau.

La longitude de cette Étoile étoit, suivant Ptolemée, à $12^{\text{d}} 40'$ du Scorpion. Elle étoit en 1700, à $5^{\text{d}} 34' 38''$ du Sagittaire, dont retranchant le mouvement des Étoiles fixes en 1576 années moins 48 jours, qui est de $22^{\text{d}} 22' 22''$, on aura son vrai lieu pour le 17 Février de l'année 134, en $m 13^{\text{d}} 12' 16''$, plus avancé de $32' 16''$ que celui qui est marqué par Ptolemée, & qu'il faut adjoûter au lieu de Venus, qu'il avoit déterminé à $11^{\text{d}} 55'$ du Capricorne, pour avoir son vrai lieu corrigé à $12^{\text{d}} 27' 16''$ de ce signe. Le retranchant du vrai lieu du Soleil, calculé pour ce temps en $\rightarrow 28^{\text{d}} 24' 0''$, on aura la distance de Venus au Soleil le 17 Février de l'année 134 à $4^{\text{h}} 8'$ du matin au Méridien de Paris, de $45^{\text{d}} 50' 44''$.

L'année 21 d'Hadrien, le 2 du mois de *Tybi* au soir, qui répond au 18 Novembre de l'année 136, Ptolemée observa Venus dans sa plus grande digression par rapport aux Étoiles qui sont dans
les cornes

les cornes du Capricorne, & la détermina à $12^{\text{d}} 50'$ de ce signe, éloignée de $47^{\text{d}} 20'$ du lieu moyen du Soleil, qui étoit à $25^{\text{d}} 30'$ du Scorpion. Le vrai lieu du Soleil, calculé pour ce temps, étoit à $26^{\text{d}} 7' 6''$ du Scorpion, qui étant retranché du lieu de Venus, observé par Ptolemée à $12^{\text{d}} 50'$ du Capricorne, on aura la distance de Venus au Soleil le 18 Novembre de l'année 136 à 4 heures du soir, de $46^{\text{d}} 42' 54''$.

La même année d'Hadrien, le 9 du mois de *Mechir* au soir, qui répond au 25 Décembre de l'année 136, Ptolemée observa Venus dans sa plus grande digression; elle précédoit alors de deux tiers du diamètre de la Lune, la plus boréale de celles qui sont dans le Quadrilatere d'*Aquarius*, après la suivante qui est en ligne droite avec celles du Genou, dont la longitude étoit selon lui, à $20^{\text{d}} 0'$ de ce signe; d'où il conclut que Venus étoit à $19^{\text{d}} 36'$ d'*Aquarius*, éloignée de $47^{\text{d}} 32'$ du lieu moyen du Soleil, qui étoit à $2^{\text{d}} 4'$ du Capricorne.

Cette Étoile est celle qui est désignée par ϕ dans Bayer, dont la longitude est dans le Catalogue de Ptolemée, à $20^{\text{d}} 0'$ du Verseau, avec une latitude méridionale de $0^{\text{d}} 30'$.

La longitude de cette Étoile étoit en l'année 1700, à $12^{\text{d}} 57' 29''$ des Poissons, & sa latitude méridionale, de $1^{\text{d}} 1' 27''$. Retranchant de sa longitude, le mouvement des Étoiles fixes dans l'espace de 1563 années, qui est de $22^{\text{d}} 19' 44''$, on aura son vrai lieu pour le 25 Décembre de l'année 136, à $20^{\text{d}} 37' 45''$ du Verseau, plus avancé de $37' 45''$ que celui qui est marqué par Ptolemée, & qu'il faut adjoûter au lieu de Venus, qu'il avoit déterminé à $19^{\text{d}} 36'$ du Verseau, pour avoir son vrai lieu corrigé à $20^{\text{d}} 13' 45''$ de ce signe, dont retranchant le vrai lieu du Soleil, calculé pour ce temps à $3^{\text{d}} 49' 0''$ du Capricorne, reste la distance de Venus au Soleil le 25 Décembre de l'année 136 à 4 heures du soir, de $46^{\text{d}} 24' 45''$.

La seconde année d'Antonin, la nuit du 29 au 30 du mois de *Tybi*, à $16^{\text{h}} 45'$, qui répond au 15 Décembre de l'année 138, Ptolemée observa Venus par rapport à l'*Epy* de la Vierge, après sa plus grande digression du matin. Cette Planete étoit alors entre la plus boréale des Étoiles qui sont dans le Front du Scorpion & le centre apparent de la Lune, elle précédoit le centre de la Lune,

d'un intervalle qui étoit dans le rapport de 3 à 2 à celui dont la plus boréale du Front du Scorpion la précédoit. Or cette Étoile étoit à $6^d 20'$ du Scorpion, avec une latitude boréale de $1^d 20'$, & le centre de la Lune à $6^d 45'$ de ce signe, avec une latitude boréale de $4^d 40'$; d'où il conclut que Venus étoit à $6^d 30'$ du Scorpion, avec une latitude boréale de $1^d 40'$, éloignée de $45^d 39'$ du lieu moyen du Soleil, qui étoit à $22^d 9'$ du Sagittaire.

La longitude de cette Étoile, qui est marquée β par Bayer, étoit en l'année 1700, à $29^d 1' 28''$ du Scorpion, dont retranchant le mouvement des Étoiles fixes dans l'espace de 1561 années & 15 jours, qui est de $22^d 18' 12''$, on aura son vrai lieu pour le 15 Décembre de l'année 138, à $6^d 43' 16''$ du Scorpion, plus avancé de $23' 16''$ que celui qui est marqué par Ptolémée, & qu'il faut adjoûter au lieu de Venus, pour avoir son vrai lieu corrigé à $6^d 53' 16''$ du Scorpion. Le retranchant du vrai lieu du Soleil, calculé pour ce temps à $23^d 35' 57''$ du Sagittaire, on aura la distance de Venus au Soleil le 15 Décembre de l'année 138 à $14^h 53'$ à Paris, de $46^d 42' 41''$.

La troisième année d'Antonin, la nuit du 4 au 5 du mois de Pharmuti au soir, Ptolémée observa Venus dans sa plus grande digression par rapport à la Lufante des Hyades ou *Aldebaran*, à $13^d 50'$ du Bélier, éloignée de $48^d 20'$ du lieu moyen du Soleil, qui étoit alors, selon lui, à $25^d 30'$ du Verseau. Cette observation réduite à nos époques, se rapporte au 18 Février de l'année 140, quoique le P. Riccioli l'ait marquée le 17 Février.

La longitude d'*Aldebaran* étoit en l'année 1700 à $5^d 35' 32''$ des Gemeaux, dont retranchant $22^d 17' 2''$ pour le mouvement des Étoiles fixes dans l'espace de 1559 années 10 mois 10 jours, on aura son vrai lieu pour le 18 Février de l'année 140, à $13^d 18' 30''$ du Taureau, plus avancé de $38' 30''$ que la longitude de cette Étoile marquée dans le Catalogue de Ptolémée à $12^d 40'$ du même signe. Adjoûtant ces $38' 30''$ au lieu de Venus marqué ci-dessus à $13^d 50'$ du Bélier, on aura le vrai lieu de cette Planete corrigé à $14^d 28' 30''$ du Bélier, dont si l'on retranche le vrai lieu du Soleil, calculé pour ce temps à $28^d 26' 42''$ du Verseau, on aura la distance de Venus au Soleil le 18 Février de l'année 140 à $4^h 8'$ du soir, de $46^d 1' 48''$.

Enfin la quatrième année d'Antonin, la nuit du 11 au 12 du mois de *Thot*, qui se rapporte au 29 du mois de Juillet de l'année 140 à 18 heures, Ptolémée observa le matin, Venus près de sa plus grande digression, éloignée d'une Étoile qui est dans le Genou du milieu des Gemeaux, vers le Septentrion & vers l'Orient, d'un espace égal au demi-diametre de la Lune. Or cette Étoile étoit, selon lui, à $18^d 15'$ des Gemeaux; d'où il conclut que Venus étoit à $18^d 30'$ de ce signe, éloignée de $47^d 15'$ du moyen mouvement du Soleil, qui étoit à $5^d 45'$ du Lion.

La longitude de cette Étoile, qui est désignée par ζ dans Bayer, étoit en l'année 1700, en $\varpi 10^d 45' 12''$, dont retranchant le mouvement des Étoiles fixes dans l'espace de 1559 années & 5 mois, qui est de $22^d 16' 37''$, reste la longitude de cette Étoile le 29 Juillet de l'année 140, en $\text{H} 18^d 31' 35''$, plus avancée que suivant Ptolémée, de $16' 35''$, qu'il faut adjoûter au lieu de Venus, qu'il avoit déterminé en $\text{H} 18^d 30'$, pour avoir son vrai lieu corrigé en $\text{H} 18^d 46' 35''$, qui, étant retranché du vrai lieu du Soleil, calculé pour ce temps en $\Omega 5^d 9' 7''$, donne la distance de Venus au Soleil le 29 Juillet de l'année 140 à $16^h 8'$, de $46^d 22' 32''$.

Ptolémée, qui employe ces observations pour représenter la théorie de Venus, suppose que cette Planete se meut de l'Occident vers l'Orient sur un Épycicle *GDO* (*Fig. 70.*) dont le centre *B* est emporté du même sens sur un cercle *BAEP*, excentrique à l'égard du moyen mouvement du Soleil qui se fait autour du point *T*.

Pour déterminer les points *A* & *P* de la plus grande & de la plus petite longitude, il employe l'observation faite par Theon la 16.^{me} année d'Hadrien, dans laquelle Venus étoit dans sa plus grande digression, éloignée du moyen mouvement du Soleil, de $47^d 15'$, & il compare cette observation avec celle qu'il a faite dans la 4.^{me} année d'Antonin, où cette Planete étoit éloignée du moyen mouvement du Soleil, d'une pareille quantité de $47^d 15'$; d'où il conclut que Venus étoit dans ces deux observations, à pareille distance du centre de sa plus grande longitude, & partageant en deux également, l'intervalle entre le lieu moyen du Soleil, qui étoit dans la première observation, à $14^d 15'$ des Poissons, & dans la seconde à $5^d 45'$ du Lion, il trouve que le diametre

qui passe par la plus grande & la plus petite longitude, répond d'un côté à $25^{\text{d}} 0'$ du Taureau, & de l'autre à $25^{\text{d}} 0'$ du Scorpion, ce qu'il confirme par la comparaison des observations faites la 2.^{de} & la 21.^{me} année d'Hadrien, où la distance de Venus au Soleil dans la plus grande digression, fut trouvée de part & d'autre, de $47^{\text{d}} 32'$.

Pour déterminer ensuite de quel côté est la plus grande distance du centre C (Fig. 71.) de l'excentrique $BAEP$ au point T , il compare l'observation faite par Theon la 13.^{me} année d'Hadrien, avec celle qu'il a faite la 21.^{me} année d'Hadrien. Dans la première de ces observations, le lieu moyen du Soleil étoit à $25^{\text{d}} 24'$ du Taureau, éloigné de Venus de $44^{\text{d}} 48'$; & dans la seconde à $25^{\text{d}} 30'$ du Scorpion, éloigné de Venus de $47^{\text{d}} 20'$; d'où il conclut que la plus grande distance répondoit à 25 degrés du Taureau, & la plus petite à 25 degrés du Scorpion.

Ayant placé le centre de Venus sur l'excentrique au temps de ces deux observations en A & en P , il détermine l'excentricité CT , de $1 \frac{1}{60}$, dont le rayon CA est 60; car supposant selon lui, AT de 120, on aura le sinus total au sinus de l'angle ATD , de $44^{\text{d}} 48'$, comme AT 120, est à AD ou PI , que l'on trouvera de $84 \frac{3}{60}$; & l'on fera, comme le sinus de l'angle ITP , de $47^{\text{d}} 20'$, est au sinus total; ainsi PI $84 \frac{3}{60}$, est à PT , que l'on trouvera de 115, par rapport à AT de 120. On aura donc AT plus TP ou AP , de 235, dont la moitié AC est de $117 \frac{3}{60}$. Le retranchant de AT , reste l'excentricité CT , de $2 \frac{3}{60}$, dont AT est de 120; d'où il suit que CT est d'environ $1 \frac{1}{60}$, dont AC est 60.

Si, au lieu de supposer que Venus se meut sur un Epicycle dont le centre est emporté sur un excentrique, on attribue à cette Planete, un mouvement autour du Soleil, pendant que cet Astre se meut autour de la Terre, on trouvera que l'Aphélie de Venus, au temps de Ptolémée, répondoit au même lieu où cet Astronome avoit trouvé les termes de la plus grande & de la plus petite longitude. Car soit $AEPB$ (Fig. 70.) l'Orbe du Soleil, dont C représente le centre du moyen mouvement, & T la Terre. Le lieu moyen du Soleil étant dans la première observation au point B , en $\times 14^{\text{d}} 15'$, le point H opposé, répond à $14^{\text{d}} 15'$ de la Vierge, dont retranchant l'angle TBD , de $42^{\text{d}} 45'$, complément de l'angle

BTD , qui a été observé de $47^{\text{d}} 15'$, on aura le vrai lieu de Venus vû du Soleil au point D , à $1^{\text{d}} 30'$ du Lion. Dans la seconde observation, le lieu moyen du Soleil étoit en E , à $5^{\text{d}} 45'$ du Lion, & son opposé L à $5^{\text{d}} 45'$ du Verseau, auquel adjouçant l'angle TEI , de $42^{\text{d}} 15'$, complément de l'angle ETI , de $47^{\text{d}} 45'$, on aura le vrai lieu de Venus vû du Soleil au point I , à $18^{\text{d}} 30'$ des Poissons. Prenant un milieu, on trouvera que le diametre de l'Orbe de Venus, qui passe par les termes de sa plus grande & de sa plus petite distance au Soleil, répond à $25^{\text{d}} 30'$ du Taureau & du Scorpion, au même lieu où Ptolémée avoit déterminé, suivant son Systeme, les termes de la plus grande & de la plus petite longitude de l'excentrique $AEBP$.

On aura la même détermination par les observations faites la 2.^{de} & la 21.^{me} année d'Hadrien, mais on la trouvera fort différente par l'observation de la 18.^{me} année d'Hadrien, où la distance de Venus au lieu moyen du Soleil a été trouvée de $43^{\text{d}} 35'$, la plus petite de celles qui ont été rapportées par Ptolémée, comparée avec celle de la 3.^{me} année d'Antonin, où elle étoit de $48^{\text{d}} 20'$, qui est la plus grande qui ait été observée.

CHAPITRE III.

De l'Aphélie de Venus.

Pour déterminer dans les Systemes de Tycho ou de Copernic, l'Aphélie & le Périhélie de Venus, par le moyen des observations de Ptolémée, corrigées de la manière qui a été expliquée ci-devant; nous avons supposé pour une plus grande facilité, que quoique l'Orbe de Venus soit réellement elliptique, cette Planete décrit par son mouvement propre un cercle EGB (Fig. 72.) dont le centre C , est éloigné du Soleil placé en S , de la distance CS , qui mesure la plus grande excentricité, de sorte que le moyen mouvement de Venus se fait autour du centre C , & le vrai autour du Soleil en S .

Cette supposition peut être admise sans erreur sensible, pour représenter le mouvement de Venus, à cause du peu d'excentricité de son Orbe.

Ayant ensuite placé la Terre sur son Orbe par rapport au Soleil pour le temps de trois observations différentes, comme en $I, T \& R$, on calculera par les Tables, la distance au Soleil qui est mesurée par les lignes SI, SR, ST . On fera ensuite les angles SIE, SRG, STD égaux à la distance observée entre Venus & le Soleil dans le temps de la plus grande digression de cette Planete, & l'on abaissera du point S , sur les lignes IE, TD, SG , les perpendiculaires SE, SG, SD . Les points E, G, D , représenteront sur l'Orbe de Venus, le lieu de cette Planete dans ces trois différentes observations, que l'on déterminera en adjoûtant au vrai lieu de la Terre vû du Soleil, le complement de la distance entre Venus & le Soleil, lorsque Venus est dans sa digression occidentale, & le retranchant au contraire lorsque cette Planete est dans sa digression orientale.

Dans les Triangles IES, RGS, TDS , rectangles en $E, G \& D$, les côtés SI, SR, ST étant connus, de même que les angles $SIE, SRG \& STD$, on trouvera la valeur des côtés SE, SG, SD , qui mesurent la distance de Venus au Soleil dans ces trois différentes observations, par rapport à la distance moyenne de la Terre au Soleil.

Maintenant dans le Triangle ESG , dont l'on connoît les côtés SE, SG , & l'angle ESG , compris entre ces côtés, qui mesure la différence entre le lieu de Venus vû du Soleil en E & en G , on trouvera la valeur du côté EG , & de l'angle EGS . Dans le Triangle GSD , dont les côtés SG, GD , & l'angle compris GSD , sont connus, on trouvera le côté GD , & l'angle SGD . Adjoûtant l'angle SGD à l'angle EGS , on aura l'angle EGD ; & dans le Triangle EGD , dont les côtés EG, GD sont connus, & l'angle compris EGD , on trouvera l'angle GED qui soutend l'arc GD , dont le double mesure l'angle au centre GCD . On aura donc dans le Triangle isoscele GCD , dont le côté GD est connu, & l'angle GCD , la valeur des côtés GC ou CD , & de l'angle DGC , dont retranchant l'angle SGD , reste l'angle SGC ; & dans le Triangle SGC , dont les côtés GC, SG sont connus, & l'angle compris SGC , on trouvera la valeur du côté CS , qui mesure la distance du Soleil au centre du moyen mouvement, & l'angle GSC ou GSA , qui mesure la distance de Venus placée au point G à son Aphélie. *Ce qu'il falloit chercher.*

Comme dans les plus grandes digressions de Venus à l'égard du Soleil, les lignes IE, RG, TD , tirées de la Terre à Venus, sont tangentes à l'Orbe de cette Planete, & par conséquent perpendiculaires aux rayons CE, CG, CD , tirés du centre du moyen mouvement à la Planete, au lieu qu'on les a supposés perpendiculaires aux lignes SE, SG, SD , tirées du Soleil à Venus, on peut, pour une plus grande exactitude, retrancher par exemple de l'angle droit CGR , l'angle SGC , qui a été déterminé ci-dessus, & l'on aura l'angle SGR , par le moyen duquel & de l'angle SRG , on trouvera la distance exacte SG de Venus au Soleil, & ensuite le vrai lieu de son Aphélie, de la manière qu'on l'a expliqué.

E X E M P L E.

La distance de Venus au Soleil, qui résulte des observations de Ptolémée, a été déterminée le 25 Décembre de l'année 136, de $46^d 24' 45''$, le 15 Décembre de l'année 138, de $46^d 42' 41''$, & le 29 Juillet de l'année 140, de $46^d 22' 32''$. Le lieu de la Terre étoit dans la première de ces observations, au point R en $33^d 49' 0''$, dans la seconde au point T , en $23^d 35' 57''$, & dans la troisième au point E , en $5^d 9' 7''$. Retranchant du lieu de la Terre lorsqu'elle étoit en R , le complément de la distance apparente de Venus au Soleil, à cause que cette Planete étoit alors dans sa digression orientale, on aura le vrai lieu de Venus vû du Soleil dans la première observation, en $8^d 20' 13' 45''$. Adjoûtant au contraire au lieu de la Terre lorsqu'elle étoit en T & en E , le complément de la distance apparente de Venus au Soleil, à cause que cette Planete étoit dans sa digression occidentale, on aura le vrai lieu de Venus dans la seconde observation, en $2^d 6' 53' 16''$, & dans la troisième en $11^d 8' 46' 35''$. L'anomalie vraie du Soleil étant connue pour le temps de ces observations, on aura dans la première, la distance RS de la Terre au Soleil, de 9844, dans la seconde la distance TS , de 9835, & dans la troisième la distance SI , de 10096.

Maintenant dans les Triangles rectangles RGS, TDS, IES , dont les angles sont connus & les côtés $RS, TS \& IS$, on trouvera dans la première observation la distance GS , de Venus au Soleil, de 7130; dans la seconde la distance SD , de 7159;

& dans la troisième la distance SE , de 7308 . Retranchant le lieu de Venus vû du Soleil dans la troisième observation en $8^{\text{d}} 18^{\text{d}} 46' 35''$, de son lieu dans la première, qui étoit en $8^{\text{d}} 20^{\text{d}} 13' 45''$, on aura l'angle ESG , de $61^{\text{d}} 27' 10''$; & dans le Triangle ESG , dont le côté ES est connu de 7308 , & le côté SG , de 7130 , l'on trouvera l'angle SGE , de $60^{\text{d}} 27' 43''$, & le côté EG , de 7379 . Retranchant de même le lieu de Venus vû du Soleil dans la première observation en $8^{\text{d}} 20^{\text{d}} 13' 45''$, de son vrai lieu dans la seconde qui étoit en $8^{\text{d}} 6^{\text{d}} 53' 16''$, on aura l'angle GSD , de $76^{\text{d}} 39' 31''$; & dans le Triangle GSD , dont le côté GS est connu de 7130 , & le côté SD , de 7159 , on aura l'angle SGD , de $51^{\text{d}} 49' 8''$, & le côté GD , de 8862 . Adjoûtant l'angle SGE , de $60^{\text{d}} 27' 43''$ à l'angle SGD , de $51^{\text{d}} 49' 8''$, on aura l'angle EGD , de $112^{\text{d}} 16' 51''$; & dans le Triangle EGD , dont les côtés EG , GD , sont connus, & l'angle compris entre ces côtés, l'on aura l'angle DEG , de $37^{\text{d}} 22' 0''$, dont le double $74^{\text{d}} 44' 0''$, mesure l'angle GCD . On aura donc l'angle CGD , de $52^{\text{d}} 38' 0''$; & dans le Triangle GCD , dont les angles sont connus, & le côté GD , on trouvera le côté CG ou CD , de 7302 . Retranchant l'angle SGD , de $51^{\text{d}} 49' 8''$, de l'angle CGD , de $52^{\text{d}} 38' 0''$, on aura l'angle CGS , de $48' 52''$; & dans le Triangle CGS , dont les côtés SG , CG , & l'angle compris CGS , sont connus, on trouvera le côté CS , de 200 , & l'angle GSC , de $148^{\text{d}} 46' 54''$, qui, étant retranché du lieu de Venus vû du Soleil en G ; en $8^{\text{d}} 20^{\text{d}} 13' 45''$, donne le lieu de son Aphélie à $21^{\text{d}} 26' 51''$ du Sagittaire. Enfin, l'on fera, comme $CG 7302$ est à $CS 200$; ainsi $CG 100000$ est à CS , excentricité de Venus, qui sera de 2742 , dont la moyenne distance de cette Planete au Soleil, est de 100000 , ce qui donnera la plus grande Equation de Venus, de $1^{\text{d}} 34' 14''$.

Si l'on compare de même l'observation du 18 Février de l'année 140 avec les deux précédentes, on trouvera le lieu de l'Aphélie de Venus à $6^{\text{d}} 34' 8''$ du Sagittaire, moins avancé de 15 degrés que par la détermination précédente, à laquelle nous avons cru devoir donner la préférence, parce que l'excentricité de Venus qui en résulte, s'éloigne moins de celle que l'on trouve présentement.

CHAPITRE IV.

CHAPITRE IV.

Des moyens Mouvements de Venus.

POUR déterminer les moyens mouvements de Venus, nous avons d'abord comparé l'observation du 25 Décembre de l'année 136 avec celle du 15 Décembre de l'année 138.

Dans la première, la distance de Venus au Soleil étoit de $46^{\text{d}} 24' 11''$, dont le complément $43^{\text{d}} 35' 49''$, mesure l'angle ROG , (*Fig. 72.*) lequel étant retranché du vrai lieu de la Terre vû en R , du point O ou S , à $3^{\text{d}} 49' 34''$ de l'Ecrevisse, donne le lieu moyen de Venus vû en G du point O ou C , centre du moyen mouvement de cette Planete, à $20^{\text{d}} 13' 45''$ du Taureau.

Dans la seconde observation, la distance de Venus au Soleil étoit de $46^{\text{d}} 42' 41''$, dont le complément $43^{\text{d}} 17' 19''$, mesure l'angle TMD , lequel étant adjointé au vrai lieu de la Terre vû en T du point M ou S , à $23^{\text{d}} 55' 57''$ des Gemeaux, donne le lieu moyen de Venus vû en D , du point M ou C , à $6^{\text{d}} 53' 16''$ du Lion, plus avancé de $76^{\text{d}} 39' 31''$ que dans la première observation.

Il y a donc eu dans cet intervalle, qui est de deux années moins $9^{\text{j}} 13^{\text{h}} 7'$, une certaine quantité de révolutions entières de Venus autour du Soleil, que l'on trouve être au nombre de trois plus $76^{\text{d}} 39' 31''$, ce qui donne son mouvement annuel assés exactement de 596 degrés, son mouvement journalier, de $1^{\text{d}} 36' 20''$, & la révolution périodique de Venus autour du Soleil, de $224^{\text{j}} 5^{\text{h}} \frac{1}{2}$, assés approchante de celle que l'on trouve présentement, ce qui fait juger que ces observations ont été faites avec assés d'exacitude.

On trouvera les moyens mouvements de Venus avec plus de précision, en employant les observations de cette Planete faites vers la fin du seizième siècle, & au commencement du dix-septième, qui sont rapportées par Bouillaud dans son Astronomie Philolaïque, & dont il s'est servi pour établir les éléments de la théorie de cette Planete.

La première est arrivée le 22 Février 1592 à $17^{\text{h}} 30'$, temps auquel Venus étoit dans sa plus grande distance à $27^{\text{d}} 20' 36''$.

du Capricorne. Bouillaud, qui suppose la parallaxe de Venus, de 3 minutes, beaucoup plus grande que nous ne la trouvons présentement, juge que dans cette observation, elle est compensée par la réfraction, mais qu'il faut retrancher du lieu de Venus, 3 minutes, à cause de la réduction à l'Orbite, ce qui donne le vrai lieu de cette Planete réduit à l'Ecliptique, à $27^{\text{d}} 17' 36''$ du Capricorne.

La seconde observation est arrivée le 17 Décembre 1594 à 5 heures du soir, Venus étant à $22^{\text{d}} 58' 8''$ du Verseau, avec une latitude Méridionale de $1^{\text{d}} 6' 55''$. M. Bouillaud trouve que la réfraction de Venus étoit alors nulle, mais que sa parallaxe diminueoit sa longitude, de 2 minutes, qu'il faut adjoûter au lieu de Venus, de même que sa réduction à l'Ecliptique, qui est de $1' 28''$, pour avoir son vrai lieu réduit à l'Ecliptique, à $23^{\text{d}} 1' 36''$ du Verseau.

Ces deux observations ont été faites à Cassel par Justus Byrgius, & sont marquées suivant l'ancien style.

La troisième est de Tycho, suivant laquelle Venus fut observée dans sa plus grande digression le 21 Février de l'année 1600 à $20^{\text{h}} 27'$, cette Planete, toute réduction faite, étant à $38^{\text{d}} 22' 12''$ du Capricorne.

Enfin, dans la quatrième, qui est aussi de Tycho, Venus fut observée dans sa plus grande digression le 9 Mai de l'année 1601 à $8^{\text{h}} 30'$, à $19^{\text{d}} 4' 17''$ du Taureau.

Quoique dans ces observations, Bouillaud ait employé la parallaxe horisontale de Venus, de 3 minutes, au lieu que nous ne la trouvons que de 30 ou 40 secondes, & qu'il ait supposé, suivant l'opinion de son temps, que les réfractions des Astres ne s'étendoient pas au de-là de 45 degrés, ce qui demanderoit quelques corrections; cependant nous les employerons telles qu'il les a marquées, afin de comparer notre méthode avec la sienne, dans laquelle il suppose, comme nous l'avons fait, que l'Orbe de Venus est circulaire, & que les angles qui se font à la tangente de cet Orbe, sont droits, ce qu'il prétend s'accorder à la démonstration géométrique, comme il promet de le faire voir dans la suite.

Dans l'observation du 22 Février de l'année 1592, le lieu de Venus vû de la Terre étoit en $\text{z} 27^{\text{d}} 17' 36''$, dont retranchant

3 signes, on aura le vrai lieu de cette Planete vû du Soleil, lorsqu'elle étoit en α (Fig. 73.) en $\text{z} 27^{\text{d}} 17' 36''$. Dans la seconde du 17 Décembre 1594, le lieu de Venus vû de la Terre, étoit en β , à $23^{\text{d}} 1' 36''$ du Verseau, auquel adjoûtant 3 signes, on aura son vrai lieu vû du Soleil lorsqu'elle étoit en β , en $\text{z} 23^{\text{d}} 1' 36''$. Dans la dernière du 9 Mai 1601, le lieu de Venus vû de la Terre, étoit en δ en $\text{z} 4^{\text{d}} 27' 50''$, auquel adjoûtant 3 signes, on aura son vrai lieu vû du Soleil lorsqu'elle étoit en δ , en $\text{z} 4^{\text{d}} 27' 50''$. Prenant la différence entre ces divers lieux, on aura l'arc $\alpha \delta$ entre la première & la dernière observation, de $22^{\text{d}} 49' 46''$, & l'arc $\delta \beta$ entre la seconde & la dernière, de $131^{\text{d}} 26' 14''$, tels que les a marqués Bouillaud. Nous supposons aussi avec lui, que le vrai lieu du Soleil étoit dans la première observation, en $\text{x} 13^{\text{d}} 58' 37''$; dans la seconde, en $\text{z} 5^{\text{d}} 48' 51''$; & dans la troisième, en $\text{z} 19^{\text{d}} 4' 17''$, & que les distances FA , FB , FD de la Terre au Soleil, sont de 99328, 98216 & 101205 parties, dont la moyenne est 100000.

Prenant la différence entre le vrai lieu du Soleil & celui de Venus, on aura dans la première observation, l'angle $FA\alpha$, de $46^{\text{d}} 41' 1''$, dans la seconde, l'angle $FB\beta$, de $47^{\text{d}} 12' 33''$, & dans la dernière, l'angle $FD\delta$, de $45^{\text{d}} 23' 33''$.

Dans les Triangles $F\alpha A$, $F\beta B$, $F\delta D$, supposés rectangles en α , β , δ , les angles $FA\alpha$, $FB\beta$ & $FD\delta$, étant connus, de même que les côtés FA , FB & FD , on trouvera la distance $F\alpha$ de Venus au Soleil dans la première observation, de . . . 72269 , $F\beta$ dans la seconde, de 72079 , & $F\delta$ dans la dernière, de 72051 .

Et dans le Triangle $AF\delta$, dont les côtés $F\alpha$, $F\delta$, sont connus, & l'angle compris $\alpha F\delta$, de $22^{\text{d}} 49' 46''$, on aura l'angle $F\alpha\delta$, de $78^{\text{d}} 9' 28''$, l'angle $F\delta\alpha$, de $79^{\text{d}} 0' 46''$, & le côté $\alpha\delta$, de 28563 .

Pareillement dans le Triangle $\delta F\beta$, dont les côtés $F\beta$, $F\delta$, sont connus, & l'angle compris $\delta F\beta$, de $131^{\text{d}} 26' 14''$, on aura l'angle $F\beta\delta$, de $24^{\text{d}} 16' 35''$, l'angle $F\delta\beta$, de $24^{\text{d}} 17' 11''$,

& le côté $\beta\delta$, de 131380. Adjoûtant l'angle $F\delta\beta$ à l'angle $F\delta\alpha$, on aura l'angle $\alpha\delta\beta$, de $103^{\text{d}} 17' 57''$; & dans le Triangle $\alpha\delta\beta$, dont les côtés $\alpha\delta$, $\alpha\beta$, sont connus, & l'angle compris $\alpha\delta\beta$, on trouvera l'angle $\beta\alpha\delta$, de $65^{\text{d}} 19' 30''$, & l'angle $\alpha\beta\delta$, de $11^{\text{d}} 23' 33''$, dont le double $22^{\text{d}} 47' 6''$, mesure l'angle au centre $\alpha C\delta$. On aura donc dans le Triangle isoscele $\alpha C\delta$, dont le côté $\alpha\delta$, & l'angle $\alpha C\delta$, sont connus, l'angle $\alpha\delta C$, de $78^{\text{d}} 36' 27''$, & le côté δC , de 72390. Retranchant l'angle $\alpha\delta C$, de $78^{\text{d}} 36' 27''$, de l'angle $F\delta\alpha$, qui a été trouvé de $79^{\text{d}} 0' 46''$, on aura l'angle $F\delta C$, de $24' 19''$; & dans le Triangle $F\delta C$, dont les côtés $F\delta$, δC , sont connus, & l'angle compris $F\delta C$, on trouvera l'angle $\delta F C$, de $115^{\text{d}} 46' 15''$, qui, étant adjointé au lieu de Venus vû du Soleil en δ , qui étoit en $\approx 4^{\text{d}} 27' 50''$, donne le vrai lieu de son Aphélie, en $\approx 0^{\text{d}} 14' 5''$. On fera ensuite, comme le sinus de l'angle $\delta F C$, de $115^{\text{d}} 46' 15''$, est au sinus de l'angle $F\delta C$, de $24' 19''$; ainsi $C\delta$ ou $C\alpha$, distance moyenne de Venus au Soleil, supposée de 100000, est à CF , qui mesure l'excentricité de l'Orbe de cette Planete, que l'on trouvera de 786. Enfin l'on fera, comme CV 100000, est à CF 786; ainsi le sinus total est au sinus de l'angle CVF , que l'on trouvera de $27' 1''$, dont le double mesure dans l'hypothese elliptique simple, la plus grande Equation de cette Planete, qui sera par conséquent de $54' 2''$.

Bouillaud trouve par sa méthode, le vrai lieu de l'Aphélie de Venus, en $\approx 0^{\text{d}} 8' 46''$, & son excentricité de 783, ce qui s'accorde avec assés de précision à celle que nous venons de déterminer, avec une différence de $5' 19''$ dans le lieu de l'Aphélie, & de 3 parties dans l'excentricité, qui peuvent provenir de ce qu'il a supposé l'angle $FD\delta$, entre le Soleil & Venus, vû de la Terre dans la troisième observation, de $45^{\text{d}} 23' 53''$, plus petit de 20 secondes qu'il ne doit être.

Comme l'on a supposé dans la recherche précédente, que les angles $A\alpha F$, $B\beta F$ & $D\delta F$, sont droits, au lieu qu'ils en diffèrent de la quantité des angles $C\alpha F$, $C\delta F$ & $C\beta F$, dont le premier est de $26' 57''$, le second de $24' 19''$, & le troisième de $24' 54''$; on retranchera des angles $A\alpha C$ & $F\beta C$, qui sont droits, les angles $C\alpha F$ & $C\beta F$, & on adjointera à l'angle $D\delta C$ aussi droit

l'angle $C\delta F$, & l'on aura l'angle $A\alpha F$, de $89^{\text{d}} 33' 3''$, l'angle $B\beta F$, de $89^{\text{d}} 35' 6''$, & l'angle $D\delta F$, de $90^{\text{d}} 24' 19''$, par le moyen desquels on trouvera suivant la méthode que nous avons expliquée, l'excentricité de Venus, de même que par le calcul précédent, & le lieu de l'Aphélie de Venus, en $\approx 0^{\text{d}} 21' 50''$, plus avancé seulement de $7' 45''$.

Si l'on suppose pour cette recherche, le vrai lieu du Soleil & sa distance à la Terre, tels qu'ils résultent des observations modernes, on trouvera l'Aphélie de Venus, en $\approx 1^{\text{d}} 43' 40''$ par le premier calcul, & par le second en $\approx 1^{\text{d}} 54' 12''$, plus avancé d'un degré $\frac{3}{4}$ que suivant Bouillaud.

Il est à remarquer que dans l'hypothese de l'Orbe de Venus elliptique, la ligne Ca , qui est perpendiculaire à la ligne Aa , tirée de la Terre à Venus dans sa plus grande digression, coupe en deux parties égales, l'angle FaE , tiré de Venus aux deux foyers de l'Ellipse, & passe très-proche du centre C du cercle ou de l'Ellipse $\beta\delta\alpha$; ce qui fait voir que cette méthode corrigée de la manière que nous l'avons enseigné, approche fort de la géométrie.

Pour déterminer présentement les moyens mouvements de Venus, nous comparerons l'observation de Ptolemée, de l'année 136, avec celle de Byrgius, faite en l'année 1594.

La première de ces observations est arrivée le 25 Décembre de l'année 136 à 4^h du soir, le lieu de cette Planete étant en $8^{\text{d}} 20' 13' 45''$, moins avancé de $2^{\text{d}} 47' 51''$ que dans celle de l'année 1594, qui est arrivée le 17 Déc. à 4^h 30' du soir en $8^{\text{d}} 23' 1' 36''$. Retranchant du temps de la dernière observation, 1^j 17^h 54', pendant lequel Venus parcourt $2^{\text{d}} 47' 51''$, on trouvera que le 15 Décembre de l'année 1594 à 10^h 36' du soir, Venus étoit au même lieu où on l'avoit observé le 25 Décembre de l'année 136 à 4 heures du soir; d'où il suit que Venus a décrit dans cet intervalle, qui est de 1458 années communes, 354^j 6^h 36', un nombre complet de révolutions, que l'on trouvera être de 2370, à raison de 224 jours $\frac{2}{3}$ pour chaque révolution: c'est pourquoi divisant ce nombre d'années, de jours, d'heures & de minutes, par 2370, on aura la révolution moyenne de Venus, de 224^j 16^h 39' 4''; d'où l'on trouve le mouvement annuel de cette

Planete, de $58^{\text{d}} 47' 45''$, ou $19^{\text{f}} 14^{\text{d}} 47' 45''$, & son mouvement journalier, de $1^{\text{d}} 36' 8''$.

À l'égard du lieu de l'Aphélie de Venus, on l'a trouvé par les observations des années 1592, 1594 & 1601, en $\approx 1^{\text{d}} 54' 12''$, plus avancé que par les observations des années 136, 138 & 140, de $40^{\text{d}} 25' 37''$, qui mesurent le mouvement de cet Aphélie dans l'intervalle entre ces observations. Les divisant par 1460, on aura son mouvement annuel, de . . . $1' 39'' \frac{1}{2}$.

Nous avons jusqu'à présent employé, pour déterminer les moyens mouvements de Venus, les observations de cette Planete, faites dans ses plus grandes digressions, parce qu'avant la découverte des Lunettes, c'étoient les seules dont l'on pût faire quelque usage pour déterminer les éléments de sa Théorie.

Nous allons présentement examiner celles qui ont été faites dans ses Conjonctions avec le Soleil, & qui ont beaucoup contribué à perfectionner la théorie de cette Planete.

Observation de Venus sur le disque du Soleil, par Horoccius.

La première & la plus célèbre de ces observations, est celle du passage de Venus sur le disque du Soleil, qui fut observée à Hoole près de Liverpool en Angleterre, par Horoccius, le 24 Novembre de l'année 1629, vieux style, ainsi qu'elle est rapportée dans les ouvrages de cet Auteur imprimés en 1673, & dans une Dissertation d'Hevelius, qui a pour titre *De Venere in Sole visa*.

Cette observation qui est unique, parce qu'on n'avoit jamais apperçu auparavant Venus dans le Soleil, & qu'elle n'est point arrivée depuis, ayant été prévue par cet Astronome, il se prépara à l'observer avec une Lunette dans une chambre obscure, & à $3^{\text{h}} 15'$ après midi, il apperçut Venus qui étoit entrée entièrement dans la partie inférieure ou méridionale du disque du Soleil vers l'Orient, à la distance de 60 à 65 degrés du vertical, que l'on conçoit passer par le centre du Soleil; & cette inclinaison fut constante jusqu'à son coucher.

La distance entre le centre de Venus & celui du Soleil, étoit à $3^{\text{h}} 15'$, de $0^{\text{d}} 14' 25''$, dont le diamètre du Soleil étoit de $30'$, & celui de Venus de $1' 10''$; d'où il suit que cette Planete étoit

entièrement dans le disque du Soleil, qu'elle rafoit dans sa partie orientale.

À $3^{\text{h}} 35'$ la distance entre les centres de Venus & du Soleil, étoit de $13' 30''$, à $3^{\text{h}} 45'$, de $13' 0''$, & le Soleil parut se coucher à $3^{\text{h}} 50'$.

Le lieu où fut faite cette observation, étoit éloigné de Liverpool, de 16 milles vers le Nord. Sa latitude est déterminée dans le Traité d'Horoccius, de $53^{\text{d}} 35'$, & sa longitude, de $14^{\text{d}} 15'$ à l'Occident d'Uranibourg.

Cette même Conjonction fut observée par Crabtrius autre Astronome Anglois, près de Manchester, dont la latitude est de $53^{\text{d}} 24'$, & qui est plus orientale que Liverpool, de 3 minutes d'heure, il trouva que le diamètre de Venus étoit de 7 parties, dont celui du Soleil est de 200; & à $3^{\text{h}} 35'$ Venus lui parut éloignée d'un espace assez remarquable du bord du Soleil qui étoit à gauche.

Pour déterminer par le moyen de l'observation faite à Hoole, le temps de la Conjonction précise de Venus avec le Soleil, & divers éléments de sa théorie, Horoccius suppose le vrai lieu du Soleil au temps de la première observation, en $\text{H} 12^{\text{d}} 24'$, & calcule la valeur de l'angle *AST* (*Fig. 74.*) qui mesure dans le disque du Soleil *ZTAB*, l'arc *AT* entre le point *A*, où est entrée Venus dans ce disque, & la section de l'Ecliptique *TS*, qu'il trouve de $46^{\text{d}} 34'$, dont le complément *ASR* entre Venus & le cercle de latitude *ER*, est de $43^{\text{d}} 26'$. Ayant ensuite établi le diamètre du Soleil, de $31' 30''$, & celui de Venus de $1' 16''$, ce qui lui donne la distance entre les centres, de $15' 7''$, il trouve la différence *VC* en longitude, de Venus à l'égard du Soleil, de $10' 24''$, & sa différence *VH* en latitude, de $10' 58''$.

Comme ces différences en longitude & latitude, ne sont qu'apparentes, à cause de la parallaxe de Venus qui, étant plus proche de la Terre que le Soleil, est différente dans ces deux Astres, Horoccius suppose la parallaxe horizontale du Soleil, de 14 secondes; d'où il trouve par la proportion des distances, celle de Venus de $52''$ plus grande de $38''$ que celle du Soleil, ce qui, selon lui, donne dans la première observation la différence de parallaxe, de 36 secondes.

en latitude soustractive, & de 13 secondes en longitude additive. Il calcule aussi la différence de longitude & de latitude entre le centre de Venus & celui du Soleil dans les observations suivantes, & y appliquant la parallaxe qui leur convient, il détermine les différences en longitude vraies & apparentes, ainsi qu'on les a marquées.

	Longit. vraie.	Long. appar.	Latit. vraie.	Latit. appar.
A 3 ^h 15'	10' 37"	10' 24"	10' 22"	10' 58"
A 3 35	9 36	9 22	10 3	10 38
A 3 45	9 5	8 51	9 49	10 24

Hevelius, dans son Commentaire sur le Traité d'Horoccus, suppose le diamètre du Soleil, de 32' 30", plus grand d'une minute que suivant cet Auteur, & trouve suivant les mêmes principes par la première observation, la différence apparente entre le centre du Soleil & celui de Venus, de 10' 43" en longitude, & de 11' 20" en latitude; par la seconde, de 9' 40" en longitude, & 10' 52" en latitude; & par la troisième, de 9' 8" en longitude, & 10' 43" en latitude.

Supposant aussi la parallaxe horizontale du Soleil & de Venus telles qu'Horoccus, il ne trouve pas les mêmes parallaxes en longitude & en latitude, & les détermine dans la première observation, de 26 secondes en longitude, & 27 secondes en latitude; dans la seconde, de 25 secondes en longitude, & 28 secondes en latitude; & dans la troisième, de 24 secondes en longitude, & 28 secondes $\frac{1}{2}$ en latitude; & il adjoint qu'il ne sçait d'où vient que cet Auteur a trouvé les parallaxes en longitude plus petites qu'elles ne doivent être, & les parallaxes en latitude trop grandes.

Pour lui, après avoir établi la parallaxe horizontale du Soleil, de 41 secondes, & celle de Venus de 2' 38", il détermine dans la première observation, la parallaxe en longitude de 1' 20" additive, & en latitude de 4' 27" soustractive; d'où il conclut la différence entre les centres du Soleil & de Venus, de 12' 3" en longitude, & de 9' 53" en latitude.

Quelle déférence que nous ayons pour le sentiment d'un Auteur aussi célèbre qu'Hevelius, nous avons cru devoir examiner quelle devoit être alors cette parallaxe, en cette manière.

Soit

Soit ZN (Fig. 74.) le vertical qui passe par le centre du Soleil, TS , l'Ecliptique. Retranchant l'angle ASR , de $43^d 26'$ de l'angle ASN , qui mesure l'arc AN entre le vertical & le point A où est entrée Venus, qui a été observé de $62^d 30'$, on aura l'angle RSN , qui mesure l'inclinaison du cercle de latitude ER à l'égard du vertical ZN , de $19^d 4'$. Soit mené du centre V de Venus, VO parallèle au vertical ZN , du point O , Oc parallèle à l'Ecliptique, & du point V , VH parallèle à ER , qui rencontre Oc en I .

La parallaxe qui abaisse les Astres suivant la verticale ZN ou VO , qui lui est parallèle, étant représentée par VO , la parallaxe en longitude sera mesurée par OI . & la parallaxe en latitude par VI . Si donc l'on suppose avec Horoccus, la différence entre la parallaxe horizontale de Venus & du Soleil, de 38 secondes, qui ne diffère pas sensiblement de celle que l'on a dû y appercevoir, à cause que le Soleil étoit fort près de l'horison; le centre vrai de Venus sera en O , éloigné de son centre apparent V , de 38", qui sont à peu-près égales au demi-diamètre de cette Planete; & dans le Triangle VIO , rectangle en I , dont le côté VO est connu, & l'angle OVI , de $19^d 4'$, égal à l'angle ESZ , qui mesure l'inclinaison du vertical avec le cercle de latitude, on trouvera la parallaxe en longitude OI , de 13 secondes additive, & la parallaxe en latitude VI , de 36 secondes soustractive, conformément à la détermination d'Horoccus.

Hevelius prétend aussi qu'Horoccus s'étant donné la peine d'examiner dans cette observation jusqu'aux moindres circonstances, auroit dû avoir égard à la réfraction, ce qui seroit vrai, si Horoccus avoit observé Venus par un instrument qui mesurât la distance de Venus au centre du Soleil, sans avoir égard au diamètre du Soleil, parce que la réfraction du bord inférieur du Soleil, où l'on a apperçu Venus, étoit sensiblement plus grande au coucher du Soleil, que celle de son centre; mais comme il l'a mesurée en parties dont le diamètre du Soleil étoit de 30 minutes, il ne peut y avoir aucune erreur sensible dans cette détermination, par rapport à la réfraction, sur-tout dans la première observation où Venus touchoit le bord du Soleil; d'où il suit que la distance entre leur centre étoit égale au demi-diamètre du Soleil moins celui de Venus.

Pour trouver le temps & le lieu de la Conjonction véritable

de Venus avec le Soleil, Horoccius suppose le mouvement journalier du Soleil direct, de $1^d 1' 2''$, celui de Venus rétrograde, de $36' 38''$, dont la somme $1^d 37' 40''$, mesure le mouvement apparent de Venus à l'égard du Soleil dans l'espace de 24 heures: c'est pourquoi il fait, comme $1^d 37' 40''$, est à la différence de longitude entre le centre du Soleil & celui de Venus, qu'il a trouvée de $10' 37''$ dans la première observation; ainsi 24 heures sont à $2^h 36' 30''$, qui, étant adjointes à $3^h 15'$, temps de cette observation, donnent le temps de la Conjonction véritable de Venus avec le Soleil le 14 Novembre 1639 à $5^h 51' 30''$. Il la détermine par les deux autres observations à $5^h 56' 30''$, & à $5^h 59'$; & prenant un milieu, qui est à $5^h 55'$, il calcule pour ce temps le vrai lieu du Soleil, en $\rightarrow 12^d 29' 35''$, dont l'opposite est celui de Venus au temps de la Conjonction, qui étoit par conséquent en $\text{H } 12^d 29' 35''$.

Ayant ensuite calculé la latitude apparente de Venus dans l'espace de 24 heures, qu'il trouve de $15' 40''$, il en prend la partie proportionnelle qui répond à $2^h 40'$, qui est de $1' 44''$, qui, étant retranchée de la latitude vraie de Venus, observée à $3^h 15'$, de $10' 22''$, donne la vraie latitude de cette Planete au temps de la Conjonction avec le Soleil, par la première observation, de $8' 38''$. Il l'a déterminée de la même manière, de $8' 32''$ par la seconde observation, & de $8' 24''$ par la troisième; & prenant un milieu, il l'établit de $\dots\dots\dots 8' 31''$.

Enfin, pour trouver le vrai lieu du Nœud de Venus, Horoccius réduit, par le moyen du rapport des distances de cette Planete à la Terre & au Soleil, sa latitude vraie vûe de la Terre, de $8' 31''$, à sa latitude vûe du Soleil, qui est de $3' 7''$, & supposant l'inclinaison de l'Orbite de Venus à l'égard de l'Écliptique, de $3^d 22'$, il détermine la distance de cette Planete à son Nœud dans le temps de sa Conjonction avec le Soleil, de $53' 10''$, qui, étant adjointe au vrai lieu de Venus, qui étoit alors en $\dots\dots\dots \text{H } 12^d 29' 35''$.

donne le vrai lieu de son Nœud, en $\dots\dots\dots \text{H } 13 22 45$.

Il devoit être, suivant Képler, en $\dots\dots\dots \text{H } 13 21 13$.

suivant Longomontanus, en $\dots\dots\dots \text{H } 14 32 6$.

& suivant Lansberge, en $\dots\dots\dots \text{H } 11 56 4$.

Suivant ces observations comparées avec les anciennes, Horoccius trouve le moyen mouvement de Venus plus petit de $18'$ en 100 années, que suivant Képler.

L'Aphélie de Venus, dans le dix-septième siècle, en $\approx 5^d 0' 0''$, & il ne lui attribuë aucun mouvement, ou un fort lent.

L'excentricité de l'Orbe de Venus, de 750, dont le diametre de l'excentrique est de 10000, ce qui donne la plus grande Équation de cette Planete, de $\dots\dots\dots 51' 34''$; au lieu que suivant Képler, l'excentricité est de 692, & la plus grande Équation, de $\dots\dots\dots 47' 36''$.

Le demi-diametre de l'Orbe de Venus, de 72333, par rapport à celui de la Terre; au lieu que, suivant Képler, il est comme 72814 à 100000.

Et l'inclinaison de son Orbite, de $\dots\dots\dots 3^d 24'$, plus grande de $2'$ que celle que Képler a déterminée de $3^d 22'$.

Quoique la méthode dont s'est servi Horoccius dans le calcul de cette observation, nous paroisse exacte dans toutes ses circonstances; cependant comme il a employé quelques éléments un peu différents de ceux que nous trouvons présentement, tels que le lieu du Soleil & la grandeur de son diametre, nous avons cru devoir calculer de nouveau cette observation, qui est si importante pour la théorie de Venus.

La longitude de Liverpool, sous le Méridien de laquelle Horoccius a fait cette observation, étant, suivant les Cartes les plus modernes, plus occidentale que Paris, de $0^h 22' 24''$, nous les avons adjointes au temps de la première observation, qui est arrivée le 4 Décembre de l'année 1639 à $3^h 15'$, pour avoir le temps réduit au Méridien de Paris, à $3^h 37' 24''$. Nous avons ensuite calculé pour ce temps le vrai lieu du Soleil, que nous avons trouvé en $\rightarrow 12^d 24' 52''$, éloigné seulement de 52 secondes de celui qu'avoit supposé Horoccius.

A l'égard du diametre du Soleil, nous l'avons supposé de $32' 40''$, tel qu'on l'observe au commencement de Décembre, plus grand de $1' 10''$ que suivant Horoccius.

Dans le Triangle sphérique SPZ (Fig. 75.) le côté PZ, complément de la hauteur du Pole de Hoole, étant connu de $36^d 25'$, le côté PS, qui mesure la déclinaison du Soleil plus 90 degrés,

de $112^{\text{d}} 19' 30''$, & l'angle ZPS , qui mesure la distance du Soleil au Méridien, de $3^{\text{h}} 15'$, réduite en degrés, étant de $48^{\text{d}} 45'$, on aura l'angle PSZ , que le cercle de déclinaison PS , qui passe par le centre du Soleil, fait avec le vertical ZS , de $26^{\text{d}} 34'$, dont retranchant l'angle PSE , que le cercle de latitude ES , fait avec le cercle de déclinaison, qui est de $7^{\text{d}} 30'$ vers l'Orient, reste l'inclinaison de l'Ecliptique à l'égard du vertical, de $19^{\text{d}} 4'$, qui est mesurée (*Fig. 74.*) par l'arc ZE ou NR . Le retranchant de l'arc AN , distance du point vertical N au point A , où Venus est entrée dans le Soleil, qui a été observé de $62^{\text{d}} 30'$, on aura l'arc AR , de $43^{\text{d}} 26'$, & son complément AT , de $46^{\text{d}} 34'$, qui mesure la distance de Venus à la section de l'Ecliptique sur le disque du Soleil, conforme à celle qui a été déterminée par Horoccus.

Le diamètre apparent de Venus ayant été observé de $1' 10''$, dont celui du Soleil est de 30 minutes; on fera, comme $30' 0''$, sont au diamètre du Soleil, qui est de $32' 40''$; ainsi $1' 10''$ est à $1' 16''$, dont la moitié $VA 38''$, étant retranchée de $SA 16' 20''$, donne SV , distance entre les centres de Venus & du Soleil, de $15' 42''$. Maintenant dans le Triangle rectangle SVC , dont le côté SV est connu de $15' 42''$, & l'angle ASR , de $43^{\text{d}} 26'$, on aura la distance apparente de Venus au Soleil en longitude, de $10' 47'' \frac{1}{2}$, & en latitude, de $11' 24''$.

La parallaxe horizontale du Soleil étant de 10 secondes, & le rapport des distances de Venus au Soleil & à la Terre, étant dans cette observation, comme 26522 à 72008, comme on peut le tirer des observations de Tycho, faites dans les plus grandes digressions de Venus, on aura la parallaxe horizontale de Venus, de 37 secondes; & dans le Triangle rectangle VIO , dont le côté VO mesure la différence entre ces parallaxes, qui est de 27 secondes, & l'angle OVI ou ZSE est connu de $19^{\text{d}} 4'$, on trouvera la parallaxe en longitude OI , de 9 secondes qui, étant ajoutée à VC , connue de $10^{\text{d}} 47' \frac{1}{2}$, donne la distance vraie en longitude entre les centres de Venus & du Soleil, de $10' 56'' \frac{1}{2}$. On aura aussi la parallaxe en latitude VI , de $25'' \frac{1}{4}$, qui, étant retranchée de HV , connue de $11' 24''$, donne la latitude vraie de Venus à l'égard du Soleil, de $10' 58'' \frac{3}{4}$.

On calculera de la même manière, la distance de Venus au Soleil en longitude & en latitude pour les deux autres observations, que l'on trouvera de la manière qu'on les a ici marquées.

	Long. vraie.	Latit. vraie.
A $3^{\text{h}} 37'$ à Paris	$10' 56'' \frac{1}{2}$	$10' 58'' \frac{3}{4}$
A 3 57	9 53	10 36 $\frac{1}{2}$
A 4 7	9 20 $\frac{5}{8}$	10 21 $\frac{2}{3}$

La différence vraie en longitude & en latitude de Venus, à l'égard du Soleil, vûe de la Terre, étant ainsi connue en ces différentes observations, on pourra déterminer immédiatement le lieu & le temps vrai de sa Conjonction avec le Soleil, en faisant, comme $1' 3'' \frac{1}{2}$, mouvement apparent de Venus dans l'espace de 20 minutes, depuis la première jusqu'à la seconde observation, est à $10' 56'' \frac{1}{2}$, différence entre la longitude de Venus & du Soleil dans la première observation; ainsi 20 minutes sont à $3^{\text{h}} 27'$, qui, étant ajoutées au temps de la première observation, qui est arrivée à $3^{\text{h}} 37'$, donnent le temps de la Conjonction de Venus avec le Soleil à $7^{\text{h}} 4'$. On peut faire aussi, comme $1' 35'' \frac{2}{3}$, mouvement apparent de Venus dans l'espace de 30 minutes, est à $10' 56'' \frac{1}{2}$, ainsi 30' 0'' sont à $3^{\text{h}} 26'$, ce qui donne le temps de la Conjonction de Venus à $7^{\text{h}} 3'$, fort approchant de celui qui résulte de la seconde observation. Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, qui étoit alors en $\rightarrow 12^{\text{d}} 33' 36''$, on aura le vrai lieu de Venus vû du Soleil, qui est alors le même que celui de la Terre, en $\text{H } 12^{\text{d}} 33' 36''$.

Détermination plus exacte de la Conjonction de Venus avec le Soleil, du 4 Décembre 1639.

Comme l'on n'a pû observer Venus dans le disque du Soleil, que l'espace d'une demi-heure, pendant laquelle son mouvement en longitude & en latitude est trop peu sensible pour pouvoir en déduire les éléments de sa theorie avec une précision suffisante; nous y employerons d'autres méthodes qui supposent le rapport connu des distances de Venus au Soleil & à la Terre, l'inclinaison de son Orbite & la quantité de son mouvement vrai vû du Soleil.

La longitude de Venus au temps de la première observation

ayant été déterminée de $10' 56'' \frac{1}{2}$, & sa latitude de $10' 58'' \frac{3}{4}$, on fera d'abord, comme 72008, distance de Venus au Soleil, est à 26522, distance de Venus à la Terre; ainsi $10' 56'' \frac{1}{2}$, sont à $4' 2''$, qui mesurent la différence de longitude entre Venus & la Terre, vûe du Soleil au temps de la première observation, & qui, étant retranchées du vrai lieu de la Terre, qui étoit alors en $H 12^d 24' 52''$, donnent le vrai lieu de Venus le 4 Décembre 1639 à $3^h 33'$, temps vrai, en $H 12^d 20' 50''$. On fera aussi, comme 72008 est à 26522; ainsi $10' 58'' \frac{3}{4}$, latitude de Venus vûe de la Terre, sont à $4' 3''$, qui mesurent la latitude de Venus vûe du Soleil au temps de la première observation.

On trouvera de la même manière pour le temps de la seconde observation, la différence en longitude entre Venus & la Terre, vûe du Soleil, de $3' 38''$, qui, étant retranchée du vrai lieu de la Terre, qui étoit alors en $H 12^d 25' 43''$, donne son vrai lieu le 4 Décembre 1639 à $3^h 35'$, temps vrai, en $H 12^d 22' 5''$. Réduisant comme ci-dessus, la latitude de Venus vûe de la Terre à celle qui est vûe du Soleil, on la trouvera de $3' 54'' \frac{1}{2}$.

Enfin, dans la troisième observation, on trouvera le vrai lieu de Venus, à $12^d 22' 40''$, & sa latitude de $3' 49''$.

La latitude de Venus étant ainsi connue dans ces trois observations, on trouvera le lieu de son Nœud, en faisant, comme la tangente de l'inclinaison de l'Orbite, que l'on suppose de $4^d 23'$, est au sinus total; ainsi la tangente de la latitude de Venus vûe du Soleil, qui étoit dans la première observation, de $3' 3''$, dans la seconde de $3' 54'' \frac{1}{2}$, & dans la troisième de $3' 49''$, est au sinus de la distance de Venus à son Nœud, que l'on trouvera dans la première observation, de $1^d 8' 37''$, dans la seconde de $1^d 6' 13''$, & dans la troisième de $1^d 4' 39''$. L'adjoûtant au vrai lieu de Venus vû du Soleil, on aura le vrai lieu du Nœud par la première observation, en $H 13^d 29' 27''$, par la seconde en $H 13^d 28' 18''$, & par la troisième en $H 13^d 27' 19''$. Prenant un milieu, on aura le vrai lieu du Nœud de Venus en $H 13^d 28' 21''$, plus avancé de 6 minutes que celui qui avoit été déterminé par Horoccius.

Pour trouver présentement le temps & le lieu vrai de la Conjonction de Venus avec le Soleil, & sa latitude, on prendra

le mouvement vrai de Venus en 24 heures, qui étoit alors de $1^d 36' 44''$, dont on retranchera le mouvement vrai journalier du Soleil qui étoit de $1^d 1' 0''$, & l'on aura le mouvement de Venus à l'égard de la Terre vû du Soleil de $35' 44''$.

Or l'on fera, comme $35' 44''$, sont à $4' 2''$; ainsi 24 heures sont à $2^h 43'$, qui, étant adjointes à $3^h 37'$, donnent le temps de la Conjonction de Venus avec le Soleil le 4 Décembre 1639 à $6^h 20'$ temps vrai au Méridien de Paris, & à $5^h 58'$ au Méridien de Liverpool, à 3 minutes près de celui qui a été déterminé par Horoccius.

Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil qui est le même que celui de Venus, on le trouve en $\rightarrow 12^d 31' 44''$, & son opposé en $H 12^d 31' 44''$, plus avancé seulement de 2 minutes que suivant cet Auteur. Le retranchant du lieu de son Nœud, qui étoit en $H 13^d 28' 45''$, on aura la distance de Venus à son Nœud au temps de sa Conjonction avec le Soleil, de $57' 1''$, avec laquelle on trouvera sa latitude vûe du Soleil, de $3' 22''$, & vûe de la Terre, de $9' 8''$, plus grande seulement de 37 secondes qu'Horoccius ne l'avoit déterminée; ce qui vient, de même que les autres petites différences qu'on a remarquées, de ce qu'il avoit supposé le diamètre du Soleil un peu plus petit qu'il ne l'est effectivement, & sa parallaxe un peu trop grande.

Depuis cette observation de 1639, jusqu'à présent, il n'y a point eu de Conjonction visible de Venus avec le Soleil; car comme la latitude de Venus vûe de la Terre est beaucoup plus grande que sa vraie latitude vûe du Soleil, on ne peut appercevoir le passage de Venus dans le disque du Soleil, que lorsqu'au temps de sa Conjonction elle n'est éloignée tout au plus que de 2 degrés de ses Nœuds, sa latitude vûe du Soleil étant alors de $7' 5''$, qui, réduites à sa latitude vûe de la Terre, est au moins de 16 à 17 minutes qui excèdent la grandeur du diamètre apparent du Soleil.

Dans les Conjonctions qui se trouvent plus éloignées des Nœuds de Venus, cette Planete passe dessus ou au-dessous du Soleil; & comme dans les Conjonctions inférieures, elle nous présente sa

partie obscure, sa partie éclairée étant exposée au Soleil, il est évident qu'on ne peut l'apercevoir que lorsque sa latitude est assez grande, pour qu'on puisse distinguer une portion de son disque éclairée du Soleil, qui ne peut être au plus que de 12 à 13 degrés, égale à la latitude de Venus vûe de la Terre, plus sa latitude vûe du Soleil, comme on le peut voir (*Fig. 76.*) où le Soleil est en *S*, la Terre en *T*, & Venus en *V*, l'angle *STE* mesure la plus grande latitude de Venus vûe de la Terre, & l'angle *TSV*, sa plus grande latitude vûe du Soleil. Il est évident que la Terre ne verra que la portion *AC* du disque de Venus éclairée du Soleil, qui est égale à l'arc *IE*, mesuré par l'angle *SVE*, qui est égal à la somme des angles *STE* & *TSV*.

Dans les Conjonctions supérieures de Venus avec le Soleil, on voit de la Terre son disque éclairé du Soleil; mais comme cette Planete est alors environ six fois plus éloignée de la Terre que dans les Conjonctions inférieures, son diamètre paroît être diminué dans la même proportion, & sa surface, de même que sa lumière, dans la proportion des carrés, ce qui la rend encore plus difficile à apercevoir; aussi nous ne voyons point qu'on l'ait observée dans l'un ou l'autre de ces états pendant une longue suite d'années, & ce n'a été qu'en 1689, 50 années après l'observation d'Horoccius, qu'on a déterminé à l'Observatoire, la Conjonction inférieure par les observations des 21, 22 & 28 du mois de Juin, faites quelques jours avant & après cette Conjonction, qui est arrivée le 25 Juin de l'année 1689 à 13^h 46', cette Planete étant en \varnothing 4^d 53' 40", avec une latitude septentrionale de 3^d 1' 40". On a ensuite continué de l'observer jusqu'à présent, lorsque le Ciel a été serein le jour même, ou quelques jours avant & après la Conjonction, non-seulement dans la partie inférieure de son cercle, mais aussi dans la supérieure, de la manière qu'on les a rapportées ici, où l'on a distingué les Conjonctions supérieures d'avec les inférieures, dont les dernières sont plus évidentes & se déterminent avec plus de précision, à cause que le mouvement de Venus à l'égard du Soleil y est beaucoup plus sensible.

Conjonctions

Conjonctions de Venus avec le Soleil, observées à Paris.

Temps vrai de la Conjonction.		Longitude de ♀	Latitude.
1689	Juin 25 à 13 ^h 46' Infer.	\varnothing 4 ^d 53' 40"	3 ^d 1' 40" Bor.
1692	Septembre 3 à 19 7 Infer.	\mathfrak{M} 12 33 0	
1693	Juin 25 à 17 38 Sup.	\varnothing 5 5 35	
1696	Septembre 1 à 0 58 Sup.	\mathfrak{M} 9 52 55	1 21 20 Bor.
1698	Avril 15 à 22 2 Sup.	γ 26 50 40	
1699	Janvier . . 30 à 7 6 Inf.	\approx 11 14 47	7 36 0 Bor.
1699	Novembre 13 à 12 0 Sup.	\mathfrak{M} 21 24 0	0 32 20 Bor.
1700	Septembre 2 à 11 20 Inf.	\mathfrak{M} 10 20 20	8 40 15 Aust.
1705	Juin 21 à 22 0 Inf.	\varnothing 0 36 52	2 25 10 Aust.
1706	Avril 14 à 9 45 Sup.	γ 24 26 30	1 3 10 Aust.
1707	Janvier . . 28 à 18 20 Inf.	\approx 8 47 5	
1708	Août 31 à 0 30 Inf.	\mathfrak{M} 8 2 0	
1709	Juin 22 à 6 0 Sup.	\varnothing 0 56 30	
1710	Avril 10 à 18 7 Inf.	γ 20 55 0	
1711	Janvier . . 27 à 12 52 Sup.	\approx 7 33 51	
1712	Août 28 à 14 53 Sup.	\mathfrak{M} 5 43 34	
1713	Juin 19 à 15 15 Inf.	\mathfrak{H} 28 29 35	
1714	Avril 12 à 2 0 Sup.	γ 22 15 38	
1715	Janvier . . 26 à 8 19 Inf.	\approx 6 22 58	7 10 33 Aust.
1716	Août 28 à 16 36 Inf.	\mathfrak{M} 5 49 2	8 34 9 Aust.
1718	Avril 8 à 10 13 Inf.	γ 18 42 13	6 57 22 Bor.
1719	Novembre 10 à 9 17 Inf.	\mathfrak{M} 17 55 34	4 6 18 Bor.
1729	Juin 14 à 23 56 Inf.	\mathfrak{H} 24 11 16	1 26 53 Aust.
1737	Juin 12 à 15 43 Inf.	\mathfrak{H} 22 0 30	1 8 12 Aust.

CHAPITRE V.

Détermination de l'Aphélie de Venus, de l'Excentricité de son Orbe, & de sa plus grande Equation, par les Observations modernes.

POUR déterminer par le moyen de ces observations, les éléments de la théorie de Venus, nous avons choisi les Conjonctions inférieures des années 1715, 1716 & 1718, parce qu'elles

. B B b b

ont été observées toutes les trois, le jour même de la Conjonction de Venus avec le Soleil, ce qui doit donner une plus grande précision que lorsqu'on n'a apperçu cette Planete que quelques jours avant ou après sa Conjonction.

Comme le lieu de cette Planete dans ces différentes observations, a été déterminé par rapport à l'Ecliptique, & qu'il est nécessaire de connoître sa situation dans son Orbite pour trouver le lieu de son Aphélie, nous avons employé le lieu du Nœud de cette Planete, tel qu'on l'a déterminé en 1639, en $\text{H } 13^{\text{d}} 28' \frac{1}{2}$, sans avoir égard au mouvement qu'il a pû avoir depuis ce temps-là jusqu'en 1718, parce qu'étant fort peu sensible, il ne peut causer aucune différence considérable dans la situation de cette Planete sur son Orbite.

Ayant retranché le vrai lieu du Nœud de Venus, de son vrai lieu sur son Orbite, on a eu la distance de cette Planete à son Nœud, avec laquelle on a trouvé la réduction à l'Orbite, dans la première observation de $2' 54''$ additive, dans la seconde de $0' 51''$ additive, & dans la troisième de $2' 49''$ soustractive, ce qui donne le lieu de Venus vû du Soleil sur son Orbite le 26 Janvier 1715 à $8^{\text{h}} 19'$, temps vrai, & à $8^{\text{h}} 34'$, temps moyen, en $\Omega 6^{\text{d}} 25' 52''$, le 28 Août 1716 à $16^{\text{h}} 36' 42''$, temps moyen, en $\Upsilon 5^{\text{d}} 49' 53''$, & le 8 Avril 1718 à $10^{\text{h}} 15' 11''$, temps moyen, en $\sphericalangle 18^{\text{d}} 39' 24''$.

Dans la Conjonction de 1639, le vrai lieu de Venus étoit le 4 Décembre à $6^{\text{h}} 20'$, temps vrai, & à $6^{\text{h}} 11'$, temps moyen, en $\text{H } 12^{\text{d}} 31' 44''$ sur l'Ecliptique, & en $\text{H } 12^{\text{d}} 31' 37''$ sur son Orbite. Retranchant de ce lieu, celui de l'Aphélie de Venus, qu'Horoccus avoit déterminé en $\approx 5^{\text{d}} 0'$, on aura l'anomalie vraie de cette Planete, de $4^{\text{f}} 7^{\text{d}} 32'$, avec laquelle, supposant de même que lui, sa plus grande Equation, de $51' 34''$, on trouve celle qui convient à cette anomalie, de $40' 26''$, qui, étant adjointe au vrai lieu de Venus, donne son lieu moyen en $\text{H } 13^{\text{d}} 12' 3''$.

Dans la Conjonction de 1716, le vrai lieu de Venus étoit le 28 Août à $16^{\text{h}} 36' 42''$, temps moyen, en $\Upsilon 5^{\text{d}} 49' 53''$ sur son Orbite, dont retranchant le lieu de son Aphélie, que nous supposons en $\approx 6^{\text{d}} 6'$, plus avancé de $1^{\text{d}} 6'$ qu'en 1639, conformément au mouvement des Étoiles fixes, on aura l'anomalie

vraie de cette Planete, de $0^{\text{f}} 29^{\text{d}} 43' 53''$, avec laquelle on trouve son Equation, de $25' 11''$, qui, étant adjointe au vrai lieu de Venus, donne son lieu moyen en $\Upsilon 6^{\text{d}} 15' 4''$.

Le mouvement moyen de Venus a donc été dans l'intervalle entre ces deux observations, qui est de 76 années communes, $286^{\text{j}} 10^{\text{h}} 26'$, d'un certain nombre de révolutions, que l'on trouve être de 125, plus $8^{\text{f}} 23^{\text{d}} 3' 1''$, ce qui donne sa révolution moyenne, de $224^{\text{j}} 16^{\text{h}} 41' 40''$, & son moyen mouvement annuel, de . . . $7^{\text{f}} 14^{\text{d}} 47' 28''$.

Le mouvement moyen de Venus étant ainsi déterminé, on trouvera par les observations des années 1715, 1716 & 1718, dans l'hypothèse elliptique, le vrai lieu de l'Aphélie de Venus, en $\approx 6^{\text{d}} 50' 0''$, & sa plus grande Equation, de $0^{\text{d}} 49' 8''$.

Calculant aussi, suivant la même hypothèse, le lieu de l'Aphélie de Venus, par les observations des années 1715, 1718 & 1719, on le trouve en $\approx 6^{\text{d}} 26' 0''$, moins avancé de 24 minutes que par le calcul précédent, auquel nous avons cru devoir donner la préférence, à cause que les observations sur lesquelles il est fondé, ont été faites, comme on l'a remarqué, le jour même de la Conjonction de Venus avec le Soleil.

A l'égard de la plus grande excentricité de l'Orbe de Venus, nous la trouvons de $0^{\text{d}} 49' 4''$, plus petite seulement de 4 secondes que par le premier calcul.

Le lieu de l'Aphélie de Venus étant ainsi déterminé, on pourroit chercher présentement celui qui convient à cette Planete dans l'hypothèse de Képler; mais comme il ne peut y avoir aucune différence sensible dans ce qui résulte de ces deux hypothèses, à cause du peu d'excentricité de l'Orbe de cette Planete, nous n'avons pas jugé devoir pousser plus loin nos recherches, d'autant plus que l'on ne doit point se promettre de trouver l'Aphélie de Venus avec la dernière précision, l'erreur d'une minute dans le lieu de cette Planete, en causant une de plus d'un degré dans la détermination de son Aphélie.

C H A P I T R E V I.

Du Mouvement de l'Aphélie de Venus.

NOUS avons vû dans l'examen que nous avons fait des observations de Ptolemée, le peu d'exactitude que l'on doit attendre de la détermination de l'Aphélie de Venus, qui résulte de ses observations, puisque dans les différentes comparaisons qu'on en a faites, il s'y trouve une différence qui monte à près de 15 degrés.

Cependant, si on veut comparer le lieu de l'Aphélie de Venus, que l'on a trouvé par les observations des années 136, 138 & 140, en $\rightarrow 21^{\text{d}} 29'$, & que nous avons jugé le plus exact, avec celui que nous venons de déterminer par celles des années 1715, 1716 & 1718, en $\approx 6^{\text{d}} 50'$, on trouvera que dans l'intervalle entre ces observations, qui est de 1578 années, le mouvement de l'Aphélie de Venus a été de $45^{\text{d}} 21'$, ce qui est à raison de $1' 42'' 50'''$ par année.

Si l'on compare de même le lieu de l'Aphélie de Venus, déterminé par les observations des années 1592, 1598 & 1601, en $\approx 1^{\text{d}} 54'$, avec celui qui résulte des observations modernes, en $\approx 6^{\text{d}} 50'$, on trouvera que dans l'intervalle entre ces observations, qui est de 120 années, le mouvement de cet Aphélie a été de $4^{\text{d}} 56'$, ce qui est à raison de $2' 28''$ par année, encore plus grand que par la comparaison précédente.

Enfin, si l'on compare le lieu de l'Aphélie de Venus, déterminé par Horoccius en l'année 1639, en $\approx 5^{\text{d}} 0'$, avec celui que nous avons trouvé en 1716, en $\approx 6^{\text{d}} 50'$, on trouvera dans cet intervalle, qui est de 77 années, le mouvement de l'Aphélie de Venus, de $1' 26''$, auquel nous nous conformerons, comme s'éloignant le moins de celui que l'on a observé dans les autres Planetes.

C H A P I T R E V I I.

Détermination des moyens Mouvements de Venus, par les Observations modernes.

LE lieu de l'Aphélie de Venus & son mouvement, étant ainsi connus, nous pouvons présentement déterminer les moyens mouvements de cette Planete avec plus d'exactitude, en comparant l'observation d'Horoccius, de l'année 1639, avec celle que nous avons faite en 1737, après un intervalle de 98 années, qui est le plus grand que nous ayons entre les Conjonctions observées de Venus avec le Soleil.

Dans la Conjonction de 1639, le vrai lieu de Venus vû du Soleil étoit le 4 Décembre à $6^{\text{h}} 11'$, temps moyen, en $\text{H} 12^{\text{d}} 31' 37''$ sur son Orbite, & son anomalie vraie, de $4^{\text{f}} 7^{\text{d}} 32'$, à laquelle, supposant la plus grande Equation de Venus, de $49' 6''$, il répond $38' 46''$, qui, étant adjointes au vrai lieu de Venus, donnent son lieu moyen, en $\text{H} 13^{\text{d}} 10' 23''$.

Dans la Conjonction de 1737, le vrai lieu de Venus étoit le 12 Juin à $15^{\text{h}} 43'$, temps vrai, & à $15^{\text{h}} 42' 16''$, temps moyen, en $\rightarrow 22^{\text{d}} 0' 30''$, dont retranchant le lieu du Nœud, que nous supposons en $\text{H} 14^{\text{d}} 20'$, plus avancé d'environ un degré qu'en l'année 1639, on aura la distance de cette Planete à son Nœud, de $6' 7^{\text{d}} 40'$, avec laquelle on trouve sa réduction à l'Orbite, de $0' 49''$, qu'il faut ajouter au vrai lieu de Venus sur l'Ecliptique, pour avoir son vrai lieu, en $\rightarrow 22^{\text{d}} 1' 19''$ sur son Orbite. Retranchant de ce lieu, celui de l'Aphélie de Venus, qui étoit en $\approx 7^{\text{d}} 20' 0''$, on aura son anomalie vraie, de $10^{\text{f}} 14^{\text{d}} 41' 9''$, avec laquelle on trouvera l'Equation de son Orbe, de $35' 5''$, qui, étant retranchée de son vrai lieu, donne son lieu moyen en $\rightarrow 21^{\text{d}} 26' 14''$.

Le mouvement moyen de Venus a donc été dans l'intervalle entre ces deux observations, qui est de 97 années communes, $214^{\text{j}} 9^{\text{h}} 29'$, d'un certain nombre complet de révolutions, que l'on trouve être de 158, plus $6^{\text{f}} 8^{\text{d}} 15' 51''$, ce qui donne sa

révolution moyenne, de $224^j 16^h 41' 15''$,
 son moyen mouvement annuel, de . . . $7^f 14^d 47' 29'' 0'''$,
 & son moyen mouvement journalier, de $0^f 1^d 36' 7'' 48'''$.

Ayant ainsi établi les moyens mouvements de Venus, & supposant la plus grande Équation de son Orbe, de $49' 6''$, le lieu de son Aphélie en 1716, en $\approx 6^d 50' 0''$, son mouvement annuel, de $1' 28''$, & le lieu de son Nœud, au 14^{me} degré des Gemeaux, tels qu'on les a trouvés par les comparaisons précédentes; nous avons calculé le vrai lieu de Venus pour le temps des observations modernes, & nous avons trouvé que celles qui ont été faites avec le plus d'exactitude, & près des Conjonctions, s'y accordent la plupart dans la minute.

A l'égard des observations anciennes, rapportées par Ptolemée, nous trouvons que celles du 17 Février de l'année 134, & du 18 Février de l'année 140, ne sont éloignées du calcul que de quelques minutes.

Il n'y a pas le même accord dans les autres observations, car la première de Theon, du 14 Octobre de l'année 117, est éloignée du calcul, de 2 signes & 14 degrés; ce qui fait voir qu'il y a eu quelque erreur dans les époques. Les autres observations, tant de Theon que de Ptolemée, sont éloignées du calcul, de plusieurs degrés, tantôt par excès, tantôt par défaut, ce qui vient de la difficulté de déterminer le temps précis des digressions de Venus à l'égard du Soleil, où, comme on l'a remarqué, cette Planete ne varie pas sensiblement dans l'espace de plusieurs jours, quoique son mouvement soit réellement de plusieurs degrés.

C H A P I T R E V I I I.

De la seconde Inégalité de Venus, & du rapport de sa distance au Soleil & à la Terre.

POUR déterminer dans les Planetes supérieures, leur seconde Inégalité, & le rapport de leurs distances au Soleil & à la Terre, il faut d'abord connoître le vrai lieu de ces Planetes vû du Soleil en différents endroits de leur Orbe, & le comparer à

leur vrai lieu vû de la Terre, pour avoir la différence qui mesure cette seconde Inégalité, qui, comme on l'a remarqué, n'est qu'optique, & est plus ou moins grande suivant les différents aspects des Planetes à l'égard du Soleil & de la Terre.

Cette connoissance du vrai lieu des Planetes, vû du Soleil, n'est point absolument nécessaire dans les Planetes inférieures, dont on peut déterminer immédiatement la proportion de leurs Orbes à l'égard de l'Orbe annuel, d'où résulte cette seconde Inégalité.

Soit S (Fig. 77.) le Soleil, T la Terre placée sur l'Orbe annuel GHT , V Venus observée dans sa plus grande digression à l'égard du Soleil. Dans le Triangle TVS , la distance TS de la Terre au Soleil, par rapport à la moyenne distance supposée de 100000, étant connue, de même que l'angle SVT , que l'on peut supposer droit, sans erreur sensible; & l'angle STV , qui mesure la plus grande digression de Venus à l'égard du Soleil, ayant été déterminé par observation, on trouvera la valeur des côtés VS & VT , qui mesurent la distance de Venus au Soleil & à la Terre, par rapport à la moyenne distance de la Terre au Soleil.

Les distances VS & VT de Venus au Soleil & à la Terre, étant ainsi connues, on fera, comme VS est à VT ; ainsi la tangente de la latitude de Venus, observée de la Terre, qui est mesurée par l'angle VTD , est à la tangente de sa vraie latitude vûe du Soleil, qui est mesurée par l'angle DSV . Enfin l'on fera, comme le sinus du complément de l'angle DSV , latitude de Venus vûe du Soleil, est au sinus total; ainsi VS est à VD , distance de Venus au Soleil sur son Orbe.

Ayant déterminé de la même manière les distances SB , SE , de Venus au Soleil dans deux autres observations semblables, on trouvera par la méthode qui a été expliquée ci-devant, le lieu de l'Aphélie de Venus, sa plus grande & sa plus petite distance au Soleil, & par conséquent le rapport de l'Orbe de cette Planete à l'égard de l'Orbe annuel.

Lorsque l'on connoît par la théorie, le lieu de l'Aphélie de Venus & son excentricité, on peut par une seule observation, déterminer la proportion de son Orbe à l'égard de celui du Soleil: car dans l'Ellipse APD , qui représente l'Orbe de Venus, la distance FS entre les foyers, étant connue par rapport à l'axe AP , on

trouvera la valeur des côtés SD & FD , dont la somme est égale au grand axe de cette Ellipse : & l'on fera, comme SD est à FD ; ainsi SD , que l'on a déterminé en parties, dont la moyenne distance de la Terre au Soleil est de 100000, est à FD , qui, étant adjoint à SD , donne la grandeur du grand axe de l'Orbe de Venus, dont la moitié mesure la moyenne distance de cette Planete au Soleil par rapport à la moyenne distance de la Terre au Soleil, supposée de 100000.

Lorsqu'on n'a pas observé le lieu de Venus, le jour de sa plus grande digression, mais quelques jours avant & après, il faut calculer pour le temps de l'observation, le vrai lieu de Venus vû du Soleil, pour avoir sa distance à la Terre, qui est mesurée par l'angle TSV : & l'on fera, comme le sinus de l'angle TVS , supplément à deux droits des angles TSV & STV , est au sinus de l'angle STV , distance observée de Venus au Soleil; ainsi la distance ST de la Terre au Soleil, est à la distance cherchée SV de Venus au Soleil, qu'on réduira à sa distance SD sur son Orbite, de même que ci-dessus.

E X E M P L E.

Le 28 Mars de l'année 1731, Venus étant près de sa plus grande digression du matin, on a observé la différence entre le passage de Venus & du Soleil par le Méridien, de $2^h 55' 34''$, & la hauteur méridienne de cette Planete, de $28^d 15' 40''$; d'où l'on a calculé sa longitude en $\approx 20^d 54' 30''$, & sa latitude méridionale, de $1^d 52' 56''$. Le vrai lieu du Soleil étoit alors en $\gamma 7^d 11'$, dont retranchant celui de Venus, on aura la différence entre la longitude de Venus & du Soleil, de $46^d 16' 30''$.

Le 7 Avril suivant, la différence entre le passage de Venus & du Soleil par le Méridien, a été observée de $2^h 53' 34''\frac{1}{2}$, & la hauteur méridienne de cette Planete, de $30^d 33' 0''$; d'où l'on a calculé sa longitude en $\approx 0^d 42' 17''$, & sa latitude méridionale de $0^d 38' 30''$. Le vrai lieu du Soleil étoit alors en $\gamma 17^d 1' 12''$, dont retranchant celui de Venus, on aura la différence entre la longitude de Venus & du Soleil, de $46^d 18' 55''$, plus grande de $2' 25''$ que dans l'observation du 28 Mars, ce qui marque que Venus étoit alors plus près de sa plus grande digression, que dans l'observation

l'observation précédente: c'est pourquoi l'on fera, comme le sinus total est au sinus de $46^d 18' 55''$; ainsi la distance de la Terre au Soleil, qui étoit alors de 100230, est à la distance de Venus au Soleil, qu'on trouvera de 72482.

Comme la plus grande digression de Venus à l'égard du Soleil est arrivée plus près du 7 Avril que du 28 Mars de l'année 1731, on calculera, pour une plus grande exactitude, le vrai lieu de Venus vû du Soleil dans le temps de la dernière observation, qu'on trouvera en $\rightarrow 3^d 15' 12''$, dont il faut retrancher le vrai lieu de la Terre, qui étoit en $\approx 17^d 1' 12''$, pour avoir l'angle TSV , de $46^d 14' 0''$. On aura donc l'angle TVS , de $87^d 27' 5''$, & l'on fera, comme le sinus de l'angle TVS , de $87^d 27' 5''$, est au sinus de l'angle STV , de $46^d 18' 55''$; ainsi ST , distance du Soleil à la Terre, qui est de 100230, est à la distance SV de Venus au Soleil, réduite à l'Ecliptique, qu'on trouvera de 72553.

On trouvera aussi la distance TV de Venus à la Terre, de 72454, & l'on fera, comme SV est à TV ; ainsi la latitude de Venus vûe de la Terre, qui a été trouvée de $0^d 38' 30''$, est à sa latitude vûe du Soleil, qu'on trouvera de $0^d 38' 26''$. Enfin l'on fera, comme le sinus du complément de $0^d 38' 26''$, est au sinus total; ainsi SV 72553, est à SD , distance de Venus au Soleil sur son Orbite, qu'on trouvera de 72558, peu différente de sa distance réduite à l'Ecliptique.

Retranchant du vrai lieu de Venus sur son Orbite, vû du Soleil en $\rightarrow 3^d 14' 0''$, le vrai lieu de son Aphélie, qui étoit en 1731, en $\approx 7^d 11'$, on aura l'anomalie vraie de cette Planete, de $9^f 26^d 3' 0''$. Retranchant aussi du lieu moyen de cette Planete, qui étoit en $\rightarrow 2^d 29' 50''$, le lieu de son Aphélie, on aura son anomalie moyenne, de $9^f 25^d 18' 50''$; & dans le Triangle SFD , dont le côté SD est connu, l'angle SFD , de $115^d 18' 50''$, & l'angle FSD , de $63^d 57' 0''$, supplément de l'anomalie vraie, on trouvera le côté FD , de 72112, qui, étant adjoint à SD , de 72558, donne le diamètre AP de l'Orbe de Venus, de 144670, dont la moitié 72335, mesure la distance moyenne de Venus au Soleil par rapport à la distance moyenne de la Terre au Soleil, supposée de 100000.

Par d'autres observations faites au temps de la plus grande digression de Venus avec le Soleil, on a trouvé la distance de cette Planete au Soleil à différents degrés d'anomalie moyenne, ainsi qu'on l'a marquée ici.

Temps de la Digression.		Anom. moyenne.	Dist. de ☿ au ☉
1689	Septembre 4 à 45 ^d 57' 20"	2 ^f 24 ^d 16'	72432.
1690	Novembre 21 à 47 13 20	2 14 26	72500.
1691	Avril.... 5 à 46 0 50	9 20 30	72432.
1692	Juin.... 23 à 45 23 30	9 13 30	72419.
1697	Avril.... 13 à 45 36 0	7 5 20	71905.
1697	Septembre 4 à 45 52 0	2 25 48	72382.
1698	Novembre 21 à 47 14 20	2 15 35	72515.
1699	Septembre 10 à 46 15 0	9 28 18	72532.
1705	Avril.... 12 à 45 48 50	7 3 16	71927.
1705	Août.... 28 à 45 48 0	2 14 10	72479.
1706	Novembre 17 à 47 10 40	2 9 8	72540.
1707	Avril.... 9 à 46 19 10	9 27 32	72540.

Suivant ces observations, on trouve la distance moyenne de Venus au Soleil, de 72340 parties, dont la distance moyenne de la Terre au Soleil est de 100000.

Y appliquant l'excentricité, qui est de 517 des mêmes parties, on aura la plus petite distance de Venus au Soleil, de 71823, & la plus grande de 72857.

CHAPITRE IX.

Du lieu des Nœuds de Venus.

POUR déterminer le lieu des Nœuds de Venus, nous employerons, de même que dans la théorie des autres Planetes, les observations qui ont été faites avant & après le passage de Venus par l'un de ses Nœuds.

E X E M P L E I.

Entre les observations modernes, nous en trouvons trois du mois de Septembre de l'année 1698, dont la première est arrivée le 2

à 2^h 15', le vrai lieu de Venus étant en $\approx 16^d 30' 50''$, avec une latitude boréale de 5' 41"; la seconde le 6 à 2^h 18', en $\approx 21^d 18' 20''$, avec une latitude australe de 7' 13"; & la troisième le 7 à 2^h 19', en $\approx 22^d 27' 30''$, avec une latitude australe de 11' 31".

Calculant pour le temps de ces observations, le vrai lieu de Venus vû du Soleil, on le trouve dans la première observation, en $\rightarrow 11^d 19' 2''$, dans la seconde en $\rightarrow 17^d 40' 23''$, & dans la troisième en $\rightarrow 19^d 15' 30''$: & l'on fera, comme 12' 54", somme des latitudes observées en sens contraire le 2 & le 6 Septembre, est à 5' 41"; ainsi le mouvement de Venus entre ces deux observations, qui est de 6^d 21' 21", est à 2^d 48', qui, étant adjoints au lieu de Venus dans la première observation, qui étoit en $\rightarrow 11^d 19' 2''$, donnent le lieu de son Nœud en $\rightarrow 14^d 7'$, qui est descendant, parce que cette Planete dans l'intervalle entre ces observations, a passé de la partie septentrionale de son Orbite dans la partie méridionale. On fera aussi, comme 17' 12", somme des latitudes observées le 2 & le 7 Septembre, est à 5' 41"; ainsi 7^d 56' 28", mouvement de Venus dans cet intervalle, est à 2^d 37' 30", qui, étant adjoints au lieu de Venus dans la première observation, donnent le lieu de son Nœud austral en $\rightarrow 13^d 56' \frac{1}{2}$, moindre de 10' 30" que par la comparaison précédente. Prenant un milieu, on aura le lieu du Nœud austral le 4 Septembre 1698, en $\rightarrow 14^d 1' 45''$.

Il faut remarquer que la distance de Venus au Soleil, ayant varié dans l'intervalle entre ces observations, sa latitude apparente a dû augmenter ou diminuer dans la même proportion; mais comme cette différence n'en peut causer qu'une de quelques secondes dans la détermination du Nœud, nous avons cru devoir la négliger.

E X E M P L E I I.

Le 11 Juin de l'année 1705 à 1^h 11', la latitude de Venus a été observée de 0^d 5' 35" vers le Nord, & le 12 Juin à 1^h 5', on l'a trouvée de 0^d 7' 35" vers le Midi.

Calculant pour ce temps, le vrai lieu de Venus vû du Soleil, on le trouve dans la première observation, en $\rightarrow 13^d 22' 37''$, &

dans la seconde en $\rightarrow 14^d 57' 32''$. On fera donc, comme $13'$ $10''$, somme des latitudes, est à $5' 35''$; ainsi $1^d 34' 55''$, mouvement de Venus dans cet intervalle, est à $0^d 40' 15''$, qui, étant ajoutées au lieu de Venus, qui étoit le 11 Juin, en $\rightarrow 13^d 22' 37''$, donnent le lieu de son Nœud austral, en . . . $\rightarrow 14^d 2' 52''$, plus avancé de $1' 7''$, qu'en l'année 1698.

E X E M P L E I I I.

Le 13 Mai de l'année 1710 à $9^h 36'$, on a observé la latitude de Venus, de $0^d 11' 30''$ vers le Nord, & le 15 Mai à $9^h 32'$, de $0^d 8' 20''$ vers le Midi.

Calculant pour ce temps, le vrai lieu de Venus vû du Soleil, on le trouve dans la première observation, en $\rightarrow 12^d 14' 28''$, & dans la seconde en $\rightarrow 15^d 24' 47''$: & l'on fera, comme $19' 50''$, somme des latitudes, est à $11' 30''$; ainsi $3^d 10' 19''$, mouvement de Venus entre le 13 & le 15 Mai, est à $1^d 50' 24''$, qui, étant ajouté au lieu de Venus, qui étoit dans la première observation, en $\rightarrow 12^d 14' 28''$, donne le lieu de son Nœud austral, en . . . $\rightarrow 14^d 4' 52''$, plus avancé de $3' 7''$ que le 4 Septembre 1698.

E X E M P L E I V.

Le 7 Avril de l'année 1731 à $9^h 7' 25'' \frac{1}{2}$ du matin, la latitude de Venus a été observée de $38' 30''$ vers le Nord, & le 14 Avril à $9^h 10' 4''$ du matin, de $0' 19''$ vers le Midi.

Calculant pour ce temps, le vrai lieu de Venus vû du Soleil, on le trouve dans la première observation, en $8^d 3^d 15' 12''$, & dans la seconde en $8^d 14^d 22' 2''$: & l'on fera, comme $38' 49''$, somme des latitudes en sens contraire, est à $19'$; ainsi $11^d 6' 50''$, mouvement de Venus entre les deux observations, est à $5' 0''$, qui, étant retranchées du lieu de Venus, qui étoit le 7 Avril 1731, en $\rightarrow 14^d 22' 2''$, donnent le lieu de son Nœud austral ou descendant, en . . . $\rightarrow 14^d 17' 2''$, plus avancé de $15' 17''$ que le 4 Septembre 1698.

C H A P I T R E X.

De l'Inclinaison de l'Orbite de Venus par rapport à l'Ecliptique.

POUR déterminer l'inclinaison de l'Orbite de Venus à l'égard de l'Ecliptique, on peut employer toutes les observations qui ont été faites de la latitude de cette Planete; mais entre ces observations, nous choisirons celles qui ont été faites près des limites de la plus grande latitude, où la variation d'un degré à l'autre dans la distance de Venus à ses Nœuds, n'en cause qu'une fort petite dans la détermination de son inclinaison. On préférera aussi les observations qui se trouvent le plus près des Conjonctions inférieures de Venus avec le Soleil, car la distance de cette Planete à la Terre, étant alors la plus petite qui soit possible dans cette révolution, il suit que l'erreur qui peut s'être glissée dans la détermination de la latitude, diminué dans la proportion de la distance de Venus au Soleil & à la Terre, qui est alors à peu-près comme 3 à 1, ce qui donne avec plus de précision la latitude de Venus vû du Soleil, & par conséquent l'inclinaison de son Orbite.

E X E M P L E I.

Dans la Conjonction inférieure de Venus, du 2 Septembre de l'année 1700, la latitude de cette Planete fut observée de $8^d 40' 15''$ vers le Midi.

Le vrai lieu de cette Planete, vû du Soleil, étoit alors à $10^d 20' 20''$ des Poissons, éloigné de $86^d 22'$ de son Nœud austral, qui a été observé en l'année 1698, en $\rightarrow 14^d 1' 45''$, & en 1705, en $\rightarrow 14^d 2' 52''$.

Le vrai lieu du Soleil & de Venus, étant connus pour le temps de cette observation, on trouvera la distance SI (Fig. 77.) de la Terre au Soleil, de 100750, & la distance SL de Venus au Soleil, de 72769; & dans le Triangle SLI , dont les côtés SI , SL , sont connus, & l'angle SIL , qui mesure la latitude de Venus vû de la Terre, de $8^d 40' 15''$; on fera, comme SL .

est à SI ; ainsi le sinus de l'angle SIL , de $8^d 40' 15''$, est au sinus de l'angle ILS , qu'on trouvera de $167^d 57' 7''$. On aura donc l'angle ISL , qui mesure la latitude de Venus vû du Soleil, de $3^d 22' 38''$. Dans le Triangle sphérique NOL , rectangle en O , NO mesure la distance de Venus à son Nœud austral, qui a été trouvée de $86^d 22'$, & le côté LO , mesure la latitude, qui est de $3^d 22' 38''$: c'est pourquoi l'on fera, comme le sinus de $86^d 22'$ est à la tangente de $3^d 22' 38''$; ainsi le sinus total est à la tangente de l'angle LNO , de $3^d 23' 5''$, qui mesure l'inclinaison de l'Orbite de Venus à l'égard de l'Écliptique.

E X E M P L E I I.

Le 28 Août de l'année 1716 à $23^h 45' 37''$, la latitude de Venus a été déterminée de $8^d 35' 24''$; cette Planete fut le même jour en Conjonction avec le Soleil dans la partie inférieure de son cercle, qui arriva à $16^h 36' 12''$, son vrai lieu étant en $\kappa 5^d 49' 2''$. Y adjointant $28' 43''$ pour son mouvement dans l'espace de $7^h 10'$, depuis la Conjonction jusqu'au temps de l'observation, on aura le vrai lieu de Venus vû du Soleil, en $\kappa 6^d 17' 45''$, éloigné de $82^d 8'$ du lieu du Nœud austral, qui étoit en $\text{H } 14^d 10'$. La distance du Soleil à la Terre, étoit alors de 100860, & la distance de Venus au Soleil, de 72789: c'est pourquoi dans le Triangle SLI , dont les côtés SI , SL , sont connus, & l'angle SIL , latitude de Venus observée de $8^d 35' 24''$, on trouvera l'angle ISL de sa latitude vû du Soleil, de $3^d 21' 16''$; & dans le Triangle sphérique NOL , rectangle en O , dont l'arc LO est connu de $3^d 21' 16''$, & l'arc NO , de $82^d 8'$, on trouvera l'angle LNO , qui mesure l'inclinaison de l'Orbite de Venus à l'égard de l'Écliptique, de $3^d 23' 10''$, qui ne diffère que de 5 secondes de la détermination précédente.

C H A P I T R E X I.

Du Mouvement des Nœuds de Venus.

Nous avons vû dans la théorie de Venus, le peu de fondement qu'il y a à faire sur les observations anciennes de cette Planete, parce qu'elles ont été faites près des digressions, où il est difficile de déterminer avec exactitude son vrai lieu à l'égard du Soleil; c'est pourquoi nous employerons d'abord pour déterminer les mouvements des Nœuds de cette Planete, les observations modernes qui paroissent avoir été faites avec beaucoup de précision, & nous les comparerons ensuite avec les anciennes qui ont été faites dans les circonstances les plus favorables pour cette recherche.

La première des observations modernes est celle d'Horocius, du 24 Novembre 1639, suivant laquelle, supposant l'inclinaison de l'Orbite de Venus, de $3^d 23' 0''$, telle que nous l'avons trouvée depuis, on a déterminé le lieu de son Nœud, en $\text{H } 13^d 28' 22''$, il a été trouvé le 4 Septembre 1698, en . . . $\text{H } 14^d 1' 45''$.

Le mouvement du Nœud de Venus a donc été dans l'intervalle entre ces observations, qui est de 58 années 9 mois 10 jours, de $33' 23''$, ce qui est à raison de $34'' 0'''$ par année.

Comparant de même l'observation de l'année 1639, avec celle du 11 Juin 1705, où le lieu du Nœud fut déterminé en $\text{H } 14^d 2' 52''$, on trouve son mouvement, de $31' 36''$.

Par l'observation du 13 Mai 1710, où le lieu du Nœud étoit en $\text{H } 14^d 4' 52''$, on trouve son mouvement, de . . . $31' 4''$.

Enfin par l'observation du 13 Avril 1731, comparée avec celle de 1639, on trouve son mouvement dans l'espace de 91 années & 4 mois, de $48' 17''$, ce qui donne son mouvement annuel, de $31'' 58'''$.

Entre les observations anciennes, nous trouvons celle de Timocharis, du 11 Octobre de l'année 271 avant Jesus-Christ, dans laquelle Venus éclipsa l'Étoile η de l'Aîle australe de la Vierge, ce qui la rend favorable pour cette recherche, parce que la latitude de cette Étoile, qui est présentement de $14^d 22'$, étant supposée

invariable, on a pour ce temps la latitude de Venus, & par conséquent la distance à son Nœud, que l'on peut comparer avec celui qui résulte des observations modernes.

Le vrai lieu de Venus vû du Soleil, étoit alors en $H 27^d 51'$, & sa distance au Soleil, de 7183 . Le vrai lieu du Soleil étoit en $\approx 14^d 51'$, & sa distance à la Terre, de 9888 : c'est pourquoi dans le Triangle STV (Fig. 77.) dont les côtés ST , SV , sont connus, & l'angle compris TSV , de $73^d 0'$, on trouvera l'angle STV , de $41^d 24' 48''$, & l'angle TVS , de $65^d 35' 12''$. On fera ensuite, comme le sinus de l'angle STV , est au sinus de l'angle TVS , c'est-à-dire, comme SV est à TS ; ainsi la tangente de la latitude de Venus vûe de la Terre, qui est de $1^d 22'$, la même que celle de l'Etoile η de la Vierge, est à la tangente de Venus vûe du Soleil, que l'on trouvera de $1^d 52' 55''$. Enfin l'on fera, comme le sinus de l'inclinaison de l'Orbite de Venus, qui est de $3^d 23'$, est au sinus total; ainsi le sinus de $1^d 52' 55''$, latitude de Venus vûe du Soleil, est au sinus de la distance de cette Planete à son Nœud, qu'on trouvera de $33^d 49'$. Les retranchant du vrai lieu de Venus vû du Soleil, qui étoit en $H 27^d 51'$, on aura le lieu du Nœud de Venus le 11 Octobre de l'année 271 avant Jesus-Christ, en $8 24^d 2'$.

On l'a trouvé en l'année 1698, en $H 14^d 1' 45''$; le mouvement du Nœud dans cet intervalle, qui est d'environ 1969 années, a donc été de $20^d 0'$, ce qui est à raison de $36'' 34'''$ par année, plus grand d'environ 4 secondes que celui qui résulte des observations modernes, qui, quoique faites dans des temps peu éloignés les uns des autres, s'accordent toutes avec assés de précision.

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura le moyen mouvement annuel des Nœuds de Venus, de . . . $0' 34'' 0'''$.

C H A P I T R E X I I .

Comparaison de diverses Observations de Venus.

A PRÈS avoir déterminé les éléments de la théorie de Venus, on peut examiner les observations tant anciennes que modernes, qui ont été rapportées par différents Astronomes.

La première

La première est celle dont nous avons déjà fait mention, qui, au rapport de Ptolemée, a été observée à Alexandrie, la nuit du 17 au 18 du mois de *Messori* de l'année 13 de Ptolemée Philadelphie, à 12 heures, c'est-à-dire, à minuit, dans laquelle Venus parut éclipser une Etoile qui est dans l'extrémité australe de l'Aîle de la Vierge, que nous avons jugé être l'Etoile η . Cette observation réduite à nos époques, se rapporte, comme nous l'avons déjà remarqué, au 11 Octobre de l'année 271 avant Jesus-Christ, à minuit, ou plus exactement, à 6 heures du matin au Méridien d'Alexandrie.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Venus vû de la Terre, nous l'avons trouvé en $m 3^d 25'$. Ptolemée supposoit que l'Etoile de la Vierge, qui a été éclipcée par Venus, étoit alors en $m 4^d 10'$, & nous trouvons, suivant le mouvement que nous attribuons aux Etoiles fixes, qu'elle devoit être en $m 2^d 29' 0''$; ainsi le lieu de Venus que nous avons calculé, se trouve entre ces deux déterminations, plus petit de 45 minutes que suivant Ptolemée, & plus grand de 56 minutes que suivant l'observation, dont il s'écarteroit encore moins, si l'on avoit calculé le lieu de cette Planete pour le 11 Octobre de l'année 272 à minuit, comme il est marqué dans deux différentes éditions latines de Ptolemée, imprimées à Basse en 1551 & 1552.

L'observation suivante, qui est la première de celles qui ont été faites par Theon à Alexandrie, est arrivée entre le 21 & le 22 du mois d'*Athir* de la seconde année d'Hadrien, à 6 heures du matin, qui se rapporte au 14 Octobre de l'année 117 après Jesus-Christ, à $4^h 8'$ du matin au Méridien de Paris. Le vrai lieu de Venus vû de la Terre, étoit suivant Ptolemée, à $0^d 20'$ de la Vierge; ainsi le vrai lieu de cette Planete, vû du Soleil, qui, dans sa plus grande digression, est éloignée de 3 signes de son lieu observé de la Terre, devoit être à $0^d 20'$ des Gemeaux.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Venus vû du Soleil, on le trouve en $X 14^d 35'$, éloigné de plus de 75 degrés de l'observation, ce qui prouve qu'il y a quelque erreur dans l'époque marquée par Ptolemée; car on n'en peut pas supposer de pareille dans l'observation, où la situation de Venus fut déterminée par rapport à l'Etoile qui est à l'extrémité de l'Aîle australe de la Vierge.

La seconde observation de Theon est arrivée le matin, entre le 2 & le 3.^{me} jour du mois d'*Epiphi*, qui répond au 19 Mai de l'année 129 à 6 heures du matin.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Venus vû de la Terre, on le trouve en γ 10^d 57', plus avancé de 21 minutes que celui qui a été observé par Ptolemée, & de 24 minutes que le lieu de Venus, que nous avons trouvé devoir être, suivant l'observation, en γ 10^d 33'.

La troisième observation de Theon est arrivée le 21 du mois de *Pharmuti* de la 16.^{me} année d'Hadrien, au soir, qui répond au 8 Mars de l'année 132.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Venus vû de la Terre, on le trouve en γ 2^d 1', plus avancé de 31 minutes que suivant l'observation de Ptolemée, & de 6 minutes que celui que nous avons trouvé en γ 1^d 54' 40".

On peut comparer de la même manière, les observations de Ptolemée, qu'il est inutile de rapporter ici, parce qu'elles n'ont pas été faites avec assez de précision pour qu'on puisse en tirer quelque avantage pour la théorie de cette Planete.



LIVRE HUITIEME.

DE MERCURE.

MERCURE est de toutes les Planetes, celle qui est la plus proche du Soleil; on ne le voit que très-rarement, à cause qu'il est ordinairement caché dans les rayons du Soleil. On l'aperçoit encore moins dans notre climat, & dans ceux qui sont plus septentrionaux, que dans les méridionaux, à cause que plus la sphere est oblique, & moins il paroît élevé sur l'horison avant le lever du Soleil, & après son coucher.

Il s'éloigne cependant du Soleil, quelquefois jusqu'à 27 ou 28 degrés, autant que la Lune deux jours avant & après sa Conjonction. Dans d'autres révolutions, il ne s'en éloigne que de 18 degr. de sorte que ses plus grandes digressions varient de 9 degrés, qui sont environ le tiers de la plus grande.

Son mouvement propre se fait, de même que celui des autres Planetes, sur une Ellipse, au foyer de laquelle se trouve le Soleil, dont il s'éloigne tantôt plus, tantôt moins, le rapport de sa plus grande à sa plus petite distance étant environ comme 2 à 3.

Le grand axe de cette Ellipse est à celui de l'Orbe annuel, comme 39 à 100, & celui de l'Orbe de Venus est à celui de l'Orbe annuel, comme 72 à 100, de sorte que la distance de Mercure au Soleil excède un peu plus de la moitié, la distance de Venus à cet Astre.

Comme Mercure ne se voit que vers ses plus grandes digressions à l'égard du Soleil, il ne paroît jamais rond à la Lunette, mais ou coupé par la moitié comme la Lune dans ses Quadratures, ou un peu plus convexe, ou tant soit peu concave, & parce qu'il est fort près de l'horison & entre les vapeurs, on a de la peine à distinguer nettement sa figure, & à mesurer sa grandeur.

Cependant cette apparence prouve affés qu'il reçoit sa lumière du Soleil, comme la Lune & les autres Planetes, & qu'il tourne autour du Soleil même.

Il a été observé pour la première fois dans le Soleil, à Paris, par Gassendi le 7 Novembre de l'année 1631, & depuis ce temps on l'y a apperçu plusieurs fois, comme nous en rendrons compte dans la suite.

Dans quelques-unes de ces observations, il a paru de figure un peu ovale, mais dans d'autres, on l'a vû affés exactement rond, ce qui nous fait juger que sa figure est sphérique, ou n'en diffère pas sensiblement.

Gassendi jugea que le diametre apparent de Mercure étoit la centième partie de celui du Soleil, & M. Gallet à pareille distance a trouvé le diametre du Soleil 118 ou 119 fois plus grand que celui de Mercure, ce qui s'accorde mieux à l'observation d'Hevelius, qui le jugea 120 fois plus grand, lorsque Mercure étoit encore plus proche de la Terre. Il a été trouvé en 1736, de 9'' 50'', dont le diametre du Soleil est de 32' 30''. La distance de la Terre à Mercure, étoit à la distance de la Terre au Soleil, comme 685 à 1000; d'où il suit que le diametre véritable de Mercure est de 6'' 40'', & qu'il est à celui du Soleil, à peu-près comme 1 à 300.

CH A P I T R E I.

De la Théorie de Mercure.

NOUS avons employé d'abord, dans la théorie de Venus, les observations anciennes de cette Planete, faites vers ses plus grandes digressions, parce que son Orbite ayant fort peu d'excentricité, on pouvoit la considérer comme un cercle, & déterminer par le moyen des digressions de Venus, son vrai lieu vû du Soleil, qui doit être alors éloigné d'environ 3 signes de son vrai lieu vû de la Terre.

Il n'en est pas de même dans la théorie de Mercure, dont l'Orbite est sensiblement elliptique, & dont l'excentricité surpasse de beaucoup, non-seulement celle de l'Orbite de Venus, mais même celle de toutes les Planetes.

Aussi a-t-il été impossible aux Astronomes qui, avant Képler, ont employé l'hypothese circulaire pour représenter la théorie des Planetes, de fixer exactement les mouvements de Mercure, où l'on a reconnu entre le calcul de divers Astronomes, des différences qui montent jusqu'à 7 degrés.

C'est par ces raisons que nous avons cru devoir employer d'abord les observations de Mercure, faites dans ses Conjonctions avec le Soleil, dans les temps où cette Planete étant près de ses Nœuds, elle passe devant le disque du Soleil; observations rares, mais très-favorables pour déterminer les mouvements des Planetes, & qui, quoique modernes, doivent récompenser par leur précision, l'avantage que l'on peut retirer de la comparaison des observations anciennes avec les nouvelles.

Observations du passage de Mercure devant le Soleil.

La première a été observée à Paris, par Gassendi, le 7 Novembre de l'année 1631. Il en avoit été averti par une Dissertation de Képler, sur les Phénomènes merveilleux qui devoient arriver en 1631, sçavoir le passage de Venus & de Mercure par le Soleil. La prédiction ne fut point accomplie à l'égard de Venus, cette Planete n'ayant point été apperçue par Gassendi, quelque attention qu'il eût à l'observer au jour marqué.

Képler fut plus heureux dans celle de Mercure, que Gassendi découvrit dans le disque du Soleil le 7 Novembre, un peu avant 9 heures du matin, en forme d'une petite Tache noire. Il le prit d'abord pour une Tache qui n'avoit pas été apperçue le jour précédent, ou qui s'étoit formée depuis dans le Soleil, comme il l'avoit déjà remarqué en d'autres occasions; car il ne pouvoit pas s'imaginer que Mercure fit une ombre si petite sur le disque du Soleil; mais ayant observé que sa distance au centre du Soleil augmentoit sensiblement, il reconnut enfin par son mouvement, que c'étoit Mercure, qu'il continua d'observer jusqu'à sa sortie, qu'il détermina avec évidence à 10^h 28', dans le moment que le centre de cette Planete étoit sur le bord du disque du Soleil, lequel étoit alors élevé sur l'horison, de 21^d 44'.

Retranchant de cette hauteur la réfraction, qu'il suppose de 5 minutes, & y adjoûtant 3 minutes pour la parallaxe, il trouve

la hauteur véritable du Soleil, de $21^{\text{d}} 42'$, & supposant sa déclinaison, de $16^{\text{d}} 19'$, l'élevation du Pole de Paris, de $48^{\text{d}} 52'$, il détermine le temps vrai de la sortie de Mercure à $10^{\text{h}} 28'$ du matin.

Il avouë n'avoir pas trouvé avec la même exactitude, le point du disque du Soleil où Mercure est sorti, qu'il juge cependant être éloigné de 32 à 33 degrés du vertical entre le Septentrion & l'Occident. L'angle de l'Ecliptique avec le vertical étoit alors de $56^{\text{d}} 47'$, dont retranchant $32^{\text{d}} 30'$, reste $24^{\text{d}} 17'$, qui mesurent l'arc du disque du Soleil entre le lieu de Mercure & l'Ecliptique, d'où il trouve sa latitude boréale de $6' 20''$, dont le diametre du Soleil est de $15' 25''$.

Supposant ensuite le mouvement journalier du Soleil de $1^{\text{d}} 0' 29''$, celui de Mercure de $1^{\text{d}} 20'$ en longitude, & de 20 minutes en latitude, il trouve que Mercure a passé ce jour-là à $2^{\text{h}} 31'$ après minuit, par son Nœud qui a paru en $m 14^{\text{d}} 52'$, le Soleil étant à $14^{\text{d}} 21' \frac{1}{2}$ du même signe: que l'entrée de Mercure dans le Soleil a dû arriver à $5^{\text{h}} 28'$, & que la Conjonction véritable est arrivée un peu au de-là du milieu de sa trace dans le disque du Soleil, où Mercure a passé à $7^{\text{h}} 58'$; son vrai lieu, de même que celui du Soleil, étant à $14^{\text{d}} 36'$ du Scorpion, avec une latitude boréale de $4' 30''$.

Nous nous réservons à examiner dans la suite les Eléments dont Gassendi s'est servi pour calculer ces observations, après que nous aurons déterminé par d'autres observations, la quantité de son mouvement, & l'inclinaison de son Orbite.

Il nous suffira de remarquer ici que le lieu de Mercure ainsi déterminé, s'éloigne de $4^{\text{d}} 25'$ de celui qui résulte des Tables de Ptolemée, de 5 degrés des Prussiennes, de $7^{\text{d}} 13'$ des Danoises, de $1^{\text{d}} 21'$ de celles de Lansberge, & de $14' 24''$ des Rodolphines. Ces dernières Tables donnent cette observation avec une précision beaucoup plus grande, que Képler qui en est l'Auteur, n'osoit espérer, puisque dans l'explication qui est au commencement de ses Ephémérides de 1617 (page 15.) il n'ose affûrer que son calcul puisse représenter le lieu de Mercure dans les Conjonctions, avec une précision de plus d'un jour; dans lequel temps le lieu de Mercure vû du Soleil peut varier de 5 degrés, & son lieu vû de la Terre, qui est rétrograde, de $1^{\text{d}} 20'$.

La seconde observation du passage de Mercure dans le Soleil, est arrivée le 24 Octobre de l'année 1651 , à $6^{\text{h}} 40'$ du matin à Surate, où cette Planete fut apperçûë dans le Soleil par Skakerlæus, entre l'Orient & le Midi, éloignée de 10 minutes du centre du Soleil, ainsi qu'elle est rapportée (page 312.) dans l'Astronomie Britannique de Wing, qui trouve que cette Conjonction a dû arriver au Méridien de Londres à $13^{\text{h}} 18' 8''$.

La troisième observation a été faite à Dantzick par Hevelius le 3 Mai de l'année 1661 .

Ce célèbre Astronome, dans son Traité intitulé *Mercurius in Sole visus*, p. 73, & dans son Histoire céleste (p. 311.) rapporte les observations qu'il a faites de cette Planete, qu'il commença à appercevoir dans le disque du Soleil à $3^{\text{h}} 4'$ du soir, & qu'il continua de voir jusqu'à $7^{\text{h}} 31' 53''$.

Il détermine ensuite par le moyen de ces observations, l'entrée de Mercure dans le Soleil à $2^{\text{h}} 20'$, & la fin à $9^{\text{h}} 56'$, ce qui donne son passage par le milieu du disque du Soleil à $6^{\text{h}} 8'$, dont il représente la trace dans une figure par rapport à l'Ecliptique & au vertical.

Ayant ensuite supposé le diametre apparent du Soleil au temps de cette Conjonction, de $31' 28''$, il trouve que la portion de l'Orbite de Mercure dans le disque du Soleil a été de $30' 15''$, & détermine la latitude de cette Planete au commencement, de $6' 20''$, vers le milieu de la Conjonction de $4' 27''$, & vers la fin de $2' 38''$.

La position de la trace de Mercure étant connue par rapport à l'Ecliptique, il détermine la distance du Nœud austral ou descendant de Mercure au point de la Conjonction apparente, de $37' 4''$ par le calcul, ou de $37' 12''$ par la figure; l'adjoûtant au vrai lieu du Soleil au temps de la Conjonction, qui étoit, selon lui, en $8 13^{\text{d}} 39' 30''$, il détermine le lieu du Nœud austral de Mercure en $8 14^{\text{d}} 16' 42''$.

La latitude de Mercure au temps de sa Conjonction, étant connue de $4' 27''$, & sa distance à son Nœud, il trouve enfin l'inclinaison de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, de $6^{\text{d}} 49' 18''$.

Comme cette observation est d'une très-grande conséquence pour établir les Eléments de la théorie de Mercure, nous avons

cru devoir en examiner avec soin toutes les circonstances, & nous avons remarqué d'abord que Hevelius (*p.* 78.) suppose que le passage de Mercure par le milieu du disque du Soleil ou sa Conjonction, étant arrivé à 6^h 8', on aura la longitude de Mercure vû du Soleil, en calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, qu'il juge être le même que celui de Mercure, ce qui n'est point exact, parce que le lieu de Mercure ne concourt avec le lieu du Soleil vû de la Terre, qu'au temps de sa Conjonction en longitude.

Il étoit donc nécessaire pour déterminer exactement le vrai lieu de Mercure vû du Soleil, de déterminer le temps de sa Conjonction véritable à l'égard de l'Ecliptique, en faisant, comme le sinus du complément de l'inclinaison de l'Orbite à l'égard de l'Ecliptique, qu'il a trouvée de 6^d 49' 18", est au sinus de cette inclinaison; ainsi *AC* (*Fig.* 78.) qui mesure la latitude apparente de Mercure, de 4' 27", est à *AD*, distance entre la Conjonction apparente & la Conjonction en latitude, qu'on trouvera de 3 1" 0". On fera ensuite, comme *EH* 30' 15", qui mesurent la trace de Mercure dans le Soleil, est à *AD*, de 3 1" 0"; ainsi 7^h 36', temps que Mercure a employé à passer dans le disque de Jupiter, est à la différence entre le temps de son passage par le milieu de son disque & celui de sa Conjonction en longitude, qu'on trouvera de 8 minutes, & qui, étant retranché de 6^h 8', temps de la Conjonction apparente, donne 6^h 0' pour le temps de la Conjonction en longitude, pour lequel on calculera le vrai lieu du Soleil, qui sera le même que celui de Mercure. On fera aussi, comme le sinus du complément de 6^d 49' 18" est au sinus total; ainsi 4' 27", distance entre les centres, est à 4' 29", qui mesurent la vraie latitude de Mercure au temps de sa Conjonction.

On remarquera en second lieu, que pour déterminer la situation du Nœud austral de Mercure, & l'inclinaison de son Orbite à l'égard de l'Ecliptique, Hevelius a pris la distance apparente du Nœud de Mercure au Soleil au temps de sa Conjonction, au lieu qu'il auroit dû prendre la vraie distance vû du Soleil, qui est fort différente. Il faut considérer pour cela, que l'arc *AB* qu'il a trouvé de 37' 12", marque la distance apparente de Mercure lorsqu'il est dans son Nœud, au vrai lieu du Soleil, & que pour avoir sa distance véritable, il faut la réduire à celle qu'on auroit vû du Soleil,

que

que l'on ajoutera au vrai lieu du Soleil, calculé pour le temps du passage de Mercure par son Nœud, pour avoir le vrai lieu du Nœud de cette Planete.

Dans l'observation proposée, la distance de Mercure à la Terre étoit à sa distance au Soleil, comme 45515 à 55522; c'est pourquoi l'on fera, comme 45515 est à 55522; ainsi 37' 12", sont à 45' 22", qui mesurent la distance véritable du centre du Soleil à Mercure lorsqu'il est dans son Nœud. On fera ensuite, comme *EH* 30' 18", est à *AB* 37' 12"; ainsi 7^h 36', temps que Mercure a employé à parcourir l'arc *EH*, est au temps que Mercure a employé à parvenir de *A* en *B*, que l'on trouvera de 9 heures, qui, étant ajoutées au temps de la Conjonction apparente lorsque Mercure étoit en *A*, qu'on a trouvé à 6^h 8', donnent le temps que Mercure a dû arriver à son Nœud le 4 Mai 1661 à 3^h 8' du matin.

Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouve en 8 14^d 1', auquel ajoutant la distance véritable du centre du Soleil à Mercure, qu'on a déterminée pour le même temps, de 45' 22", on aura le vrai lieu du Nœud de Mercure le 4 Mai 1661 à 3^h 8' du matin, en 8 14^d 46', plus avancé de 29 minutes que suivant la détermination d'Hevelius.

On trouvera aussi une grande différence dans l'inclinaison de l'Orbite de Mercure, qu'Hevelius a établie, suivant ces principes, de 6^d 49' 18", & qui n'est que l'apparente; car pour avoir la véritable, il faut d'abord convertir sa latitude vû de la Terre à celle qui seroit vû du Soleil, en faisant, comme 45515 est à 55522; ainsi 4' 29", sont à 5' 28". On calculera ensuite pour le temps de la Conjonction de Mercure en longitude, qu'on a trouvé à 6^h 0', le vrai lieu du Soleil, qui est le même que celui de Mercure, qu'on trouvera en 8 13^d 37' 24", & on le retranchera du vrai lieu de son Nœud, que nous avons déterminé en 8 14^d 46', pour avoir la distance de Mercure à son Nœud au temps de sa Conjonction avec le Soleil, de 1^d 8'. On fera enfin, comme le sinus de *CN* 1^d 8', est à la tangente de *CI* 5' 28"; ainsi le sinus total est à la tangente de l'angle *CNI*, qui mesure l'inclinaison véritable de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, que l'on trouvera de 4^d 36', plus petite de 2^d 13' que suivant la détermination d'Hevelius.

Comme cette inclinaison diffère de plus de 2 degrés $\frac{1}{2}$ de celle que l'on a trouvée par un grand nombre d'observations, ce qui peut faire soupçonner qu'il y ait eu quelque erreur dans la détermination du passage de Mercure dans le disque du Soleil; nous avons examiné toutes les circonstances de cette observation, & nous avons trouvé que Hevelius détermine l'entrée de Mercure dans le disque du Soleil, à la distance de 15 degrés du Zénit, conformément à la route qu'il a décrite dans la figure, & que vers la dernière, il a déterminé l'angle entre le vertical & l'Ecliptique, de $39^{\text{d}} 15'$, un peu plus grand qu'il n'est marqué dans la même figure.

En calculant cet angle pour le temps de la dernière observation, qui est arrivée à $7^{\text{h}} 51' 53''$, par le moyen de la déclinaison du Soleil, qui étoit alors de $15^{\text{d}} 58' 30''$, & de la hauteur du Pole de Dantzick, connue de $54^{\text{d}} 22'$, on le trouve de $39^{\text{d}} 9'$, fort peu différent de la détermination d'Hevelius, ce qui marque que le lieu de Mercure est bien placé dans la dernière observation par rapport au vertical du Soleil & à l'Ecliptique.

Il auroit dû de même calculer pour le temps de chaque observation, & sur-tout pour la première, l'angle entre le vertical & l'Ecliptique, pour tracer ce vertical qui est mobile par rapport à l'Ecliptique supposée fixe dans le Soleil, à quoi il n'a pas apparemment fait attention, puisqu'il n'a pas eu soin de le tracer dans la figure, pour déterminer l'entrée de Mercure par rapport à ce vertical, qu'il dit en être alors éloigné de 15 degrés.

Pour y suppléer, nous avons calculé au temps de la première observation, qui est arrivée à $3^{\text{h}} 4'$, l'angle entre le vertical qui passe par le Soleil & l'Ecliptique, que nous avons trouvé de $40^{\text{d}} 30'$, plus grand de $1^{\text{d}} 24'$ que dans la dernière observation, & plaçant l'entrée de Mercure à 15 degrés de ce vertical, conformément à la détermination d'Hevelius, nous avons marqué sur le disque du Soleil, le lieu où Mercure a dû se trouver par rapport à l'Ecliptique & au vertical, qui est un peu plus septentrional qu'on ne le voit dans la figure d'Hevelius. Nous avons ensuite tiré une ligne par ce lieu & celui de la dernière observation, qui représente la route apparente de Mercure par rapport à l'Ecliptique. Cette ligne passe d'un côté à la distance de $25^{\text{d}} 29'$ de l'Ecliptique,

& de l'autre à celle de $7^{\text{d}} 0'$. La différence est de $18^{\text{d}} 29'$, dont la moitié $9^{\text{d}} 14' \frac{1}{2}$, mesure l'obliquité de la route apparente de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, qu'on trouve par la figure, de $9^{\text{d}} 30'$.

Les arcs FE & GH (Fig. 78.) étant connus, on aura l'arc EOH , de $147^{\text{d}} 31'$: & l'on fera, comme le sinus total est au sinus de l'arc OH , de $73^{\text{d}} 45' 30''$, moitié de l'arc EOH ; ainsi le demi-diamètre du Soleil CG , qui étoit alors de $15' 54''$, est à AH , moitié de la route que Mercure a faite dans le Soleil, que l'on trouvera de $15' 16''$. On fera aussi, comme le sinus total est au sinus de l'angle AHC , de $16^{\text{d}} 14' 30''$, complément de l'angle OCH ; ainsi le diamètre du Soleil, qui est de $15' 54''$, est à la distance AC de Mercure au centre du Soleil au temps de sa Conjonction apparente, qu'on trouvera de $4' 27''$. Enfin l'on fera, comme le sinus de l'angle CDB , de $80^{\text{d}} 45' 30''$, complément de l'angle ABC ou ACD , qui mesure l'inclinaison apparente de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, est au sinus total; ainsi $AC 4' 27''$, est à CD , qui mesure la latitude de Mercure vû de la Terre au temps de sa Conjonction véritable à l'égard de l'Ecliptique, qu'on trouvera de $4' 30''$.

Pour déterminer le temps de cette Conjonction & le vrai lieu de Mercure vû du Soleil pour ce temps, on fera, comme le sinus total est au sinus de l'angle ACD ou CBD , de $9^{\text{d}} 14' 30''$; ainsi $CD 4' 30''$, est à DA , que l'on trouvera de 43 secondes. Enfin l'on fera, comme EH est à DA ; ainsi le temps que Mercure a employé à parcourir EH , qui a été déterminé par Hevelius, de $7^{\text{h}} 36'$, est à $10' 50''$, qui, étant retranchées du temps de la Conjonction apparente, qu'il avoit trouvée à $6^{\text{h}} 8'$, donnent le temps de la Conjonction en longitude de Mercure avec le Soleil à $5^{\text{h}} 57' 10''$ au Méridien de Dantzick, & à $4^{\text{h}} 52'$ au Méridien de Paris. Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouve en $8 13^{\text{d}} 33' 27''$, dont l'opposite donne le vrai lieu de Mercure vû du Soleil au temps de sa Conjonction en longitude, qui est par conséquent en $\rightarrow 13^{\text{d}} 33' 27''$.

Pour déterminer le lieu du Nœud de Mercure, & l'inclinaison de son Orbite, on fera, comme la tangente de l'angle ABC de l'inclinaison apparente de l'Orbite, qui est de $9^{\text{d}} 14' 30''$, est au

finus total; ainsi la tangente de CD , latitude de Mercure vûe de la Terre, qui est de $4' 30''$, est au sinus de CB , distance apparente de Mercure lorsqu'il est dans son Nœud au vrai lieu du Soleil, qu'on trouvera de $27' 42''$. On fera aussi, comme le sinus de l'angle DBC , est au sinus total; ainsi le sinus de CD , est au sinus de BD , qu'on trouvera de $28' 3''$. On fera ensuite, comme 45515 , distance de Mercure au Soleil, est à 55522 , distance de Mercure à la Terre; ainsi $DC 4' 30''$, latitude apparente de Mercure, est à CI , qui mesure sa latitude vraie vûe du Soleil, qu'on trouvera de $5' 30''$: & comme 45515 est à 55522 ; ainsi BC , distance apparente de Mercure au Soleil, qui est de $27' 42''$, est à IR , distance véritable de Mercure lorsqu'il est dans son Nœud au vrai lieu du Soleil, qu'on trouvera de $33' 48''$. On fera aussi, comme $EH 30' 32''$, est à $DB 28' 3''$; ainsi $7^h 36'$, temps que Mercure a employé à parcourir l'arc EH , est au temps qu'il a employé à parvenir de D en B , que l'on trouvera de $6^h 59'$, & qui, étant adjointes à $4^h 52'$, temps de la Conjonction véritable, donnent le temps que Mercure a dû arriver à son Nœud le 3 Mai de l'année 1661, à . . . $11^h 51'$ du soir.

Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouve en $8 13^d 50' 17''$, & son opposite en $m 13^d 50' 17''$, auquel adjointant la distance véritable de Mercure au Soleil lorsqu'il étoit dans son Nœud, qu'on a trouvée de $33' 48''$, on aura le vrai lieu du Nœud de Mercure le 3 Mai 1661 à $11^h 51'$ du soir, en . . . $m 14^d 24' 5''$.

Retranchant de ce lieu, celui de Mercure au temps de sa Conjonction avec le Soleil, déterminé en . . . $m 13^d 33' 27''$, on aura la distance CN du Nœud de Mercure, au vrai lieu de cette Planete au temps de sa Conjonction, de $50' 38''$: & l'on fera, comme le sinus de $CN 50' 38''$, est à la tangente de $CI 5' 30''$; ainsi le sinus total est à la tangente de l'inclinaison véritable de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, qu'on trouvera de . . . $6^d 11' 48''$,

Le quatrième passage de Mercure devant le Soleil, a été observé le 7 Novembre de l'année 1677, à l'Isle S.^{te} Helene par M. Halley, & à Avignon par M. Gallet.

Le commencement fut observé à l'Isle S.^{te} Helene à $9^h 26' 40''$, & la fin à . . . $2 41 0$, ce qui donne la durée de . . . $3 14 20$, dont la moitié . . . $2 47 10$, étant adjointée à . . . $9 26 40$, donne le milieu à l'Isle S.^{te} Helene à $0^h 4'$, qui, réduite au Méridien de Londres, se rapporte à $0^h 28'$.

Nous avons le détail de l'observation faite à Avignon par M. Gallet. A $9^h 57'$ du matin, il commença à appercevoir Mercure, qui lui parut avoir déjà parcouru la sixième partie du diametre du Soleil, & il détermina ensuite sa situation par le moyen d'une Lunette de 3 pieds, placée sur son Quart-de-cercle, par laquelle il faisoit passer l'image du Soleil, qui se peignoit sur une tablette qui lui étoit exposée. Il avoit disposé au foyer de cette Lunette, des réticules, paralleles entr'eux, dont deux comprenoient exactement l'image du Soleil, & le troisième étoit au milieu, & il faisoit en sorte que les bords du Soleil, par son mouvement journalier, parcouressent l'ombre de ces fils, en sorte que l'ombre du fil du milieu représentât le parallele du Soleil. Il mesuroit ensuite la différence de déclinaison entre Mercure & le centre du Soleil, par sa distance au fil du milieu; & la différence d'ascension droite, par le nombre des vibrations de la Pendule entre le passage de Mercure & du bord occidental du Soleil.

Il détermina par ce moyen le lieu de Mercure par dix observations différentes, & observa la fin à $3^h 26' 50''$, ainsi qu'il l'a marqué dans une Lettre imprimée qu'il a adressée à mon Pere.

Dans la réponse que mon Pere fit à M. Gallet, il lui fit remarquer, que l'image du Soleil qui passe par une Lunette, doit représenter l'image du Soleil un peu plus grande qu'elle ne l'est effectivement: que dans certaines situations une ligne droite doit paroître courbe avec une convexité qui regarde le centre du Soleil: & qu'ainsi Mercure placé sur le Soleil, suivant cette méthode, ne devoit pas se trouver dans sa véritable situation, comme on le peut voir dans sa figure où le lieu de Mercure déterminé dans ces différentes observations, ne se trouve pas sur cette ligne précisément droite. En comparant ensemble les observations faites à peu-

près à la même distance de part & d'autre du centre du Soleil, il trouve par la seconde, quatrième & cinquième, le temps du passage de Mercure par le milieu de sa trace le 7 Novembre 1677, à $0^h 39' 46''$, & par la première, septième & huitième, à $0^h 43' 12''$, qu'il préfère à la détermination précédente, à cause que ces observations paroissent avoir été faites avec plus d'exactitude. La fin fut observée à $3^h 26' 56''$; ainsi la demi-durée a été de $2^h 43' 44''$. Il détermine aussi l'inclinaison apparente de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, par la première & la dernière observation de $5^d 30'$, & par la première & la huitième de $7^d 0'$, la latitude apparente de Mercure dans le temps de sa Conjonction, de 4 minutes, & le lieu de son Nœud en $8 14^d 12'$.

Ayant aussi décrit une figure sur les observations de M. Gallet, nous trouvons les mêmes déterminations que mon Pere; mais nous avons remarqué de plus, que tirant une ligne par le lieu de Mercure dans la seconde & la neuvième observation, cette ligne qui s'écarte de part & d'autre de la première & de la dernière observation, représente plus exactement qu'aucune autre fix de ces observations, & qu'elle se termine du côté de l'Orient à la distance de $6^d 40'$ de l'Ecliptique, mesurés sur la circonférence du Soleil, & du côté de l'Occident à $22^d 0'$. La différence est $15^d 20'$, dont la moitié $7^d 40'$ mesure l'inclinaison apparente de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique.

L'entrée de Mercure dans le disque du Soleil étant arrivée à $6^d 40'$ de l'Ecliptique, & sa sortie à $22^d 0'$, on trouvera l'arc entre le point de l'entrée & celui de la sortie, de $15 1^d 20'$, dont la corde mesure la route de Mercure: & l'on fera, comme le sinus total est au sinus de $75^d 40'$, moitié de la corde d'un arc de $15 1^d 20'$; ainsi le demi-diamètre du Soleil, qui étoit alors de $16' 14''$, est à $15' 44''$, moitié de la route que Mercure a décrite depuis sa Conjonction apparente jusqu'à sa sortie, & comme le sinus total est au sinus de $14^d 20'$; ainsi $16' 14''$, sont à $4' 1''$, qui mesurent la distance de Mercure au centre du Soleil au temps de sa Conjonction apparente.

La distance de Mercure au centre du Soleil au temps de sa Conjonction apparente, étant connue de $4' 1''$, & l'inclinaison apparente de son Orbite, de $7^d 40' 0''$, on trouvera sa latitude vüe de la Terre, de $4' 3''$, la distance de la Conjonction apparente à

la Conjonction en longitude de 32 secondes, & la distance apparente de Mercure lorsqu'il étoit dans son Nœud au vrai lieu du Soleil, réduite à l'Ecliptique, de $29' 55''$, & mesurée sur son Orbite, de $30' 11''$; & l'on fera, comme $15' 44''$, sont à $32''$; ainsi $2^h 43' 44''$, demi-durée du passage de Mercure dans le Soleil, sont à $5' 35''$, qui, étant adjointes à $0^h 43' 12''$, temps de la Conjonction apparente, donnent le temps de la Conjonction véritable en longitude de Mercure avec le Soleil le 7 Novembre 1677, à $0^h 49'$ au Méridien d'Avignon, & à $0^h 39'$ au Méridien de Paris.

Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouve en $m 15^d 44' 20''$, dont l'opposite $8 15^d 44' 20''$, marque le vrai lieu de Mercure au temps de sa Conjonction avec le Soleil.

On fera ensuite, comme $15' 44''$, sont à $30' 11''$; ainsi $2^h 43' 44''$, demi-durée du passage de Mercure dans le Soleil, sont à $5^h 14' 14''$, temps qui s'est écoulé entre le passage de Mercure par son Nœud & sa Conjonction véritable avec le Soleil. Le retranchant du temps de cette Conjonction, qui est arrivée le 7 Novembre à $0^h 39'$ après midi, on aura le temps du passage de Mercure par son Nœud le 7 Novembre à $7^h 25'$ du matin.

Le rapport de la distance de Mercure au Soleil & à la Terre étoit alors comme 31326 à 67554: c'est pourquoi l'on fera, comme 31326 est à 67554; ainsi $4' 3''$, latitude apparente de Mercure, est à $8' 45''$, qui mesurent sa latitude vraie vüe du Soleil: & comme 31326 est à 67554; ainsi $30' 11''$, distance apparente de Mercure au Soleil lorsqu'il étoit dans son Nœud, est à $1^d 4' 31''$, qui mesurent sa distance véritable. Y adjointant le mouvement du Soleil dans l'intervalle de $5^h 14' 14''$, qui est de $13' 11''$, on aura la distance vraie de Mercure à son Nœud dans le temps de sa Conjonction en longitude de $1^d 17' 42''$. La retranchant du vrai lieu de Mercure, qui étoit alors en $8 15^d 44' 20''$, on aura le vrai lieu de son Nœud ascendant le 7 Novembre 1677, à $7^h 18'$ du matin, en $8 14^d 26' 38''$.

Enfin l'on fera, comme le sinus de $1^d 17' 42''$, est à la tangente de $8' 45''$; ainsi le sinus total est à la tangente de l'inclinaison de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, qu'on trouvera de $6^d 25' 30''$.

On peut, pour déterminer le Nœud de Mercure & l'inclinaison

de son Orbite, calculer le lieu du Soleil pour le 7 Novembre 1677, à 7^h 22' du matin, temps du passage de Mercure par son Nœud, qu'on trouvera en m 15^d 31' 9", & son opposite en 8 15^d 31' 9", & en retrancher la distance du Soleil à Mercure lorsqu'il étoit dans son Nœud, qui a été trouvée de 1^d 4' 31", pour avoir le vrai lieu de son Nœud en 8 14^d 26' 38". Le retranchant du vrai lieu de Mercure au temps de la Conjonction qui étoit en 8 15^d 44' 20", on aura la distance vraie de Mercure à son Nœud, au temps de la Conjonction, de 1^d 17' 42", avec laquelle on trouvera l'inclinaison de son Orbite, de 6^d 25' 30".

Nous avons cru devoir examiner avec soin toutes les circonstances de cette observation, parce que l'on peut par son moyen, suppléer d'une manière très-facile à ce qui manque à l'observation de Gassendi, du 7 Novembre 1631, qui n'avoit déterminé exactement que la sortie de Mercure du disque de Jupiter à 10 heures du matin.

On remarquera pour cela que Gassendi a déterminé dans le temps de la sortie de Mercure, l'arc du disque du Soleil entre cette Planete & l'Ecliptique, de 24^d 17', éloigné seulement de 17 minutes de celui que nous avons trouvé dans l'observation du 7 Novembre 1677; que par conséquent la distance de cette Planete à son Nœud dans ces observations, étoit sensiblement la même; car on peut négliger ces 17 minutes à cause du peu d'exactitude avec laquelle il avouë que cette distance avoit été déterminée. Cette Planete étoit donc alors à peu-près à la même distance de ses Nœuds qu'en 1677, & par conséquent au même lieu de son Orbite, avec la différence seulement qui pouvoit être causée par le mouvement de ses Nœuds dans cet intervalle. Son mouvement a donc dû être égal dans ces deux observations, de même que celui du Soleil, qui étoit aussi à peu-près dans le même lieu de l'Ecliptique. Si donc l'on retranche du temps de la sortie de Mercure observé le 7 Novembre 1631 à 10^h 28' du matin, celui de la demi-durée observée en 1677, de 2^h 43' 44", on aura le temps du passage de Mercure par le milieu de sa route le 7 Novembre 1631 à 7^h 44' 16", auquel adjouçant 5' 35" pour le temps entre ce passage, & celui de la Conjonction en longitude en 1677, on aura la Conjonction véritable de Mercure avec le Soleil le 7 Novembre

1631 à 7^h 50', pour laquelle on calculera le vrai lieu du Soleil en m 14^d 41' 35", & le lieu de Mercure qui est à son opposite, en 8 14^d 41' 35".

Retranchant de ce lieu la distance de Mercure à son Nœud au temps de la Conjonction de 1677, qui étoit de 1^d 16' 52", on aura le vrai lieu du Nœud de Mercure dans l'observation de 1631, en 8 13^d 24' 43", moins avancé de 1^d 3' qu'en 1677.

Le cinquième passage de Mercure devant le Soleil, est arrivé le 10 Novembre de l'année 1690. Il fut observé à Canton & à Tchaotcheou dans la Chine par les PP. Jésuites, à Nuremberg par M. Wurtzelbaug, & à Erford par M. Kirchius.

On ne put appercevoir dans aucun de ces lieux l'entrée de Mercure dans le Soleil, mais seulement sa sortie qui fut déterminée à Canton le 10 Novembre 1690 à 3^h 18' 3", à Tchaotcheou à 3^h 48' 52", à Nuremberg à 8^h 27' 33" du matin, & à Erford à 8^h 28'.

Dans les réflexions que mon Pere a faites sur l'observation faite à Canton, où Mercure a été visible pendant la plus grande partie de son cours dans le Soleil, il compare deux observations faites avant & après le passage de Mercure par la Conjonction, dans la première desquelles qui est arrivée à 1^h 35' 43"^{1/2}, la différence du temps entre le passage du bord occidental du Soleil & le centre de Mercure par le fil horaire, a été observée de 1' 25"^{1/2}, dont le demi-diametre du Soleil est de 1' 8", & la différence de déclinaison entre Mercure & le bord septentrional du Soleil a été déterminée de 19 secondes & demie. Dans la seconde observation, qui est arrivée à 2^h 57' 34", la différence du temps entre le passage du même bord du Soleil & de Mercure, a été observée de 53"^{1/2}, & la différence en déclinaison entre Mercure & le bord septentrional du Soleil, a été déterminée de 5 secondes; d'où il résulte que dans l'intervalle entre ces observations, qui est de 1^h 21' 50"^{1/2}, le mouvement apparent de Mercure a été de 32 secondes en ascension droite, & de 14 secondes ^{1/2} en déclinaison.

Le mouvement de Mercure en ascension droite & en déclinaison, étant ainsi connu, il trouve que la Conjonction de Mercure en ascension droite est arrivée à 2^h 20' 58", il détermine aussi la

distance CP (Fig. 79.) du centre du Soleil à Mercure dans le temps de sa Conjonction en ascension droite, de 56 secondes, dont le demi-diametre du Soleil est de $1' 8''$, & l'angle PBC que la route apparente de Mercure BD fait avec le parallele BC à l'Equateur, de $23^d 37' 46''$.

L'angle de l'Ecliptique avec le Méridien du côté de l'Orient étant alors de $106^d 6' 35''$, soit fait l'angle PCN de cette quantité, & soit prolongée PB en N , la ligne CN représentera l'Ecliptique, l'angle BCN sera de $16^d 6' 35''$, & l'angle BNC , différence entre les angles PBC & BCN , sera de $7^d 31' 11''$, qui mesurent l'inclinaison apparente de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique.

Maintenant dans le Triangle APC , rectangle en A , dont CP est connu de 56, & l'angle ACP ou PBC , de $23^d 37' 46''$, on trouvera AC , distance de Mercure au centre du Soleil dans le temps de sa Conjonction apparente, de $51 \frac{97}{100}$ & AP , de $22 \frac{34}{100}$; & dans le Triangle rectangle AIC , rectangle en I , le côté AC étant connu de $51 \frac{97}{100}$, on trouvera CI , de $20 \frac{47}{100}$, qui mesure le mouvement de Mercure en ascension droite dans l'intervalle entre la Conjonction de cette Planete en ascension droite, & sa Conjonction apparente; c'est pourquoi l'on fera, comme 32 secondes, mouvement de Mercure dans l'intervalle entre les deux observations rapportées ci-dessus, sont à $CI 20 \frac{47}{100}$; ainsi $1^h 21' 50''$, intervalle de temps entre ces observations, sont à l'intervalle de temps entre le passage de Mercure par le milieu de sa trace dans le disque du Soleil & sa Conjonction en ascension droite, qu'on trouvera de $0^h 52' 20''$, qui, étant retranchées de $2^h 20' 58''$, donnent le temps de la Conjonction apparente à $1^h 28' 38''$.

Il trouve par deux autres observations, que cette Conjonction a dû arriver à $1^h 29' 47''$, & prenant un milieu, il détermine le temps de la Conjonction apparente de Mercure avec le Soleil, à Canton le 10 Novembre 1690, à $1^h 29' 0''$, dont retranchant la différence des Méridiens entre Paris & Canton, qui a été déterminée de $7^h 23' 0''$, on aura le temps de cette Conjonction à Paris le 10 Novembre 1690 au matin, à $6^h 6' 0''$,

Retranchant le temps de la Conjonction apparente observée à Canton à $1^h 29' 0''$, de $3^h 17' 5''$, temps que Mercure parut à moitié sorti du Soleil, on aura la moitié de la durée, de $1^h 48' 5''$.

Maintenant dans le Triangle PCN , (Fig. 79.) dont le côté PC est connu de 56, l'angle PNC , de $7^d 31' 11''$, & l'angle PCN , de $106^d 6' 35''$, on trouvera le côté PN , de $409 \frac{24}{100}$; & dans le Triangle PON , rectangle en O , dont l'hypothénuse PN est connue, & l'angle PNO , de $23^d 37' 46''$, on trouvera le côté ON , de $376 \frac{64}{100}$, qui mesurent la différence en ascension droite entre les points N & O : & l'on fera, comme 32 secondes sont à $376 \frac{64}{100}$; ainsi $1^h 21' 50''$, intervalle de temps entre les deux observations, sont à $15^h 58' 40''$, qui, étant retranchées de $2^h 20' 58''$, temps de la Conjonction en ascension droite, donnent le temps du passage de Mercure par son Nœud le 9 Novembre à $10^h 22' 18''$ du soir, à Canton, & à $2^h 59' 18''$ au Méridien de Paris. Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouvera en $m 17^d 42' 27''$, & son opposé en $8 17^d 42' 27''$.

Pour trouver le lieu du Nœud, on fera, comme le demi-diametre du Soleil, qui est de 68, est à $CP 56$; ainsi le demi-diametre du Soleil, qui étoit alors de $16' 17''$, est à CP , que l'on trouvera de $13' 21''$: & l'on fera, comme le sinus de PCN , de $7^d 31' 11''$, est au sinus de CPN , $66^d 22' 14''$; ainsi $PC 13' 21''$, est à $CN 1^d 33' 27''$, distance de Mercure au Soleil dans le temps du passage de cette Planete par son Nœud. On fera ensuite, comme la distance de Mercure au Soleil, qui étoit alors de 31326, est à sa distance à la Terre de 67554, ainsi $1^d 33' 27''$ est à la distance véritable de Mercure lorsqu'il étoit dans son Nœud, au vrai lieu du Soleil, que l'on trouvera de $3^d 21' 37''$, & qui, étant retranchée de $17^d 42' 27''$, donne le lieu du Nœud ascendant en $8 14^d 20' 50''$.

Pour déterminer le vrai lieu & le temps de la Conjonction de Mercure en longitude, on élèvera sur NC , la perpendiculaire CD : & l'on fera, comme le sinus de l'angle ADC , de $82^d 28' 49''$, est au sinus de l'angle ACD , de $7^d 31' 11''$; ainsi $AC 51 \frac{97}{100}$ est à AD , que l'on trouvera de $6 \frac{74}{100}$; & comme $AP 22 \frac{34}{100}$ est à $AD 6 \frac{74}{100}$; ainsi $52' 30''$, intervalle de temps entre la Conjonction en ascension droite & la Conjonction apparente, est à AD , que l'on trouvera de $15' 47''$, lesquels étant ajoutés

à $6^h 6' 0''$, temps de la Conjonction apparente au Méridien de Paris, donnent le temps de la Conjonction véritable en longitude le 10 Novembre 1690, à $6^h 21' 47''$, pour lequel on trouvera le vrai lieu du Soleil, en $m 18^d 20' 46''$, dont l'opposite fera le vrai lieu de Mercure, en $8 18^d 20' 46''$.

Enfin l'on trouvera la latitude véritable de Mercure, vûe du Soleil au temps de sa Conjonction, & l'inclinaison véritable de son Orbite, en faisant, comme le sinus de l'angle CDP , de $97^d 31' 11''$, qui est égal à l'angle CND plus l'angle droit DCN , est au sinus de l'angle CPD , de $66^d 22' 14''$; ainsi $PC 13' 21''$, est à $CD 12' 20''$, qui mesurent la latitude de Mercure vûe de la Terre. On fera ensuite, comme 31326 est à 67554; ainsi $CD 12' 20''$, est à la latitude de Mercure vûe du Soleil, qu'on trouvera de $26' 36''$: & comme le sinus de $4^d 0' 36''$, différence entre le vrai lieu de Mercure au temps de sa Conjonction, & le vrai lieu de son Nœud, est au sinus total; ainsi la tangente de $26' 36''$, qui mesurent sa latitude, est à la tangente de l'inclinaison véritable de son Orbite à l'égard de l'Écliptique, que l'on trouvera de $6^d 18' 50''$.

Le sixième passage de Mercure devant le Soleil, est arrivé le 3 Novembre de l'année 1697. Il fut observé à l'Observatoire Royal de Paris par mon Pere & par M.^{rs} de la Hire & Maraldi, à Nuremberg par M. Wurtzelbaug, & à Tchaotcheou, dans la Chine, par le P. de Fontanay.

On ne put observer en Europe, l'entrée de Mercure dans le disque du Soleil, ni le temps de sa Conjonction, parce que le Soleil étoit alors sous l'horison; & on ne commença à l'appercevoir qu'à $7^h 23'$, un peu après le lever du Soleil, lorsqu'il se dégagèa d'un nuage épais qui s'élevoit à la hauteur de 2 à 3 degrés.

M. Maraldi qui étoit dans un étage élevé, l'apperçut 2 minutes avant qu'il parut de l'étage inférieur, & dirigea un Quart-de-cercle au Soleil pour observer le passage du Soleil & de Mercure par le fil horizontal & le vertical, placés au foyer de la Lunette.

C'est une méthode prompte, comme mon Pere l'a remarqué, pour déterminer la situation de Mercure dans une occasion pressante où il n'y avoit point de temps à perdre. Elle est exempte des

variations qui peuvent être causées par les réfractions ordinaires, parce que le bord du Soleil & le centre de Mercure sont observés à la même hauteur à leur passage par le fil horizontal où la réfraction est la même, & qu'il n'y a point de réfraction ordinaire qui détourne l'objet du fil vertical.

Par la première observation faite à $7^h 24' 58''$, lorsque la hauteur du Soleil étoit de $2^d 3' 30''$, il trouva la différence d'ascension droite entre Mercure & le Soleil, de $11' 52''$, & en déclinaison, de $6' 20''$; & ayant déterminé par les observations du Soleil, faites le jour précédent, & le jour même de la Conjonction, son ascension droite, de $39^d 10' 52''$, & sa déclinaison de $15^d 20' 56''$ pour le temps de l'observation, il trouva pour ce temps la longitude de Mercure, en $\rightarrow 11^d 28' 35''$, & sa latitude méridionale apparente, de $0^d 9' 35''$.

Les autres observations furent faites par le passage des bords du Soleil & du centre de Mercure par le fil perpendiculaire & par les obliques, placés au foyer d'une Lunette montée sur une Machine Parallaxique, & on détermina à $8^h 2' 44''$, la longitude de Mercure, en $m 11^d 26' 15''$, & sa latitude, de $0^d 9' 3''$.

Enfin l'on observa la sortie du centre de Mercure à $8^h 9' 31''$, & l'on détermina pour ce temps le vrai lieu de cette Planete, en $m 11^d 25' 53''$, & sa latitude, de $0^d 8' 58''$.

Le Soleil étoit alors en $m 11^d 39' 19''$; ainsi la différence de longitude entre Mercure & le Soleil, fut trouvée de $0^d 13' 26''$.

En comparant ensemble ces observations, on trouve que dans l'espace de $44' 33''$, depuis la première observation jusqu'à la sortie du centre de Mercure du disque du Soleil, le mouvement rétrograde de cette Planete a été de $2' 42''$, auquel si l'on adjoute le mouvement du Soleil dans le même intervalle de temps, qui étoit de $1' 51''$, on aura le mouvement apparent de Mercure à

l'égard du Soleil, de $4' 33''$,
 en $0^h 44' 33''$ de temps, pendant lequel sa latitude méridionale
 a diminué de $0' 35''$.

Par le moyen de ces observations, mon Pere détermina le milieu
 du passage de Mercure par le Soleil, à $6^h 11' 18''$,
 le temps de la Conjonction en longitude, à $5^h 58' 5''$,
 le vrai lieu de Mercure dans cette Conjonction, en $m 11^d 33' 50''$,
 la latitude apparente de Mercure, de $0^d 10' 42''$,
 la distance entre les centres de Mercure & du Soleil, de $0^d 10' 37''$,
 & l'inclinaison véritable de son Orbite à l'égard de l'Écliptique,
 de $6^d 23' 0''$.

A l'égard du Nœud de Mercure, comme la route de cette
 Planete dans le Soleil, n'a été observée que l'espace de $0^h 44' 33''$,
 pendant lequel son mouvement apparent en longitude n'a été
 que de $4' 33''$, la septième partie ou environ, du diamètre du
 Soleil, & que la moindre erreur dans la latitude qui, pendant cette
 observation, n'a diminué que de 37 secondes, en peut causer une
 fort grande dans la détermination du lieu du Nœud de cette Pla-
 nete; mon Pere jugea à propos de la déterminer par la comparaison
 de cette observation avec celle de l'année 1690, où la latitude
 de Mercure fut trouvée en sens contraire, en cette manière.

Soit D (Fig. 80.) le centre du Soleil au temps de la Conjonction
 de 1690, en $8 18^d 20' 46''$, & C le centre de cet Astre au
 temps de la Conjonction de 1697, en $8 11^d 33' 50''$, on aura
 DC , distance entre les centres du Soleil au temps de ces deux
 Conjonctions, de $6^d 46' 56''$. Soit pris sur le diamètre IM ,
 perpendiculaire à DC , DB égal à la latitude de Mercure, qui a
 été trouvée en l'année 1690, de $12' 49''$ vers le Nord, & sur
 le diamètre PS , CE égal à $10' 42''$, latitude méridionale de
 Mercure en 1697, & soient joints E & B . On fera, comme le
 sinus de $23' 31''$, somme des latitudes DB & CE , est au sinus
 de DB $12' 49''$; ainsi le sinus de DC $6^d 46' 56''$, différence
 entre la longitude de Mercure au temps des deux Conjonctions,
 est à DN , distance du Nœud de Mercure au lieu de cette Planete
 dans le temps de la Conjonction de l'année 1690, qu'on trouvera

de $3^d 41' 25''$, & qui, étant retranchée du lieu de Mercure, qui
 étoit en 1690, en $8 18^d 20' 46''$, donne le lieu de son Nœud
 ascendant, supposé fixe, en $8 14^d 39' 21''$.

Pour déterminer le temps auquel le Nœud de Mercure, supposé
 mobile, est arrivé au point N , on fera, comme le sinus de CD ou
 BA $6^d 46' 56''$, est au sinus de DN $3^d 41' 25''$; ainsi 7 années
 moins 3 jours, intervalle entre les deux Conjonctions, sont à
 3 années & 295 jours, qui, étant adjoints au 10 Novembre
 1690, donnent le 31 Août de l'année 1694, pour le temps que
 le Nœud de Mercure est arrivé au point N , sa longitude étant
 en $8 14^d 39' 21''$.

Cette méthode est la plus indépendante des hypothèses, & doit
 être préférée aux autres, lorsque l'on n'a observé qu'une petite
 portion de la route que Mercure a décrite dans le Soleil.

Le septième passage de Mercure devant le Soleil, est arrivé le
 9 Novembre de l'année 1723. Il fut observé à Paris par les Astro-
 nomes de l'Académie Royale des Sciences, à Genes par M. le
 Sénateur Salvago, à Bologne par M. Manfredi, & à Padoue par
 M. Poleni.

On ne put voir dans ces différents lieux, que l'entrée de Mercure
 dans le Soleil, & une portion de sa route dans son disque, parce
 qu'il se coucha avant que Mercure fût arrivé à sa Conjonction.

A $2^h 50' 52''$, j'aperçus avec une Lunette de 16 pieds sur le
 bord oriental du Soleil, Mercure qui y formoit une petite échan-
 crûre, & à $2^h 51' 48''$, Mercure étoit entièrement entré dans le
 disque du Soleil.

Je déterminai ensuite sa situation par le moyen de son passage
 à l'égard des bords du Soleil, par les fils horaires & obliques d'une
 Lunette de 8 pieds, & je continuai de l'observer jusqu'à $4^h 26'$
 $51''$, que le coucher du Soleil interrompit mes observations.

A $2^h 57' 28''$, la différence entre le passage de Mercure & du
 bord oriental du Soleil, fut observée de 3 secondes d'heure ou de
 45 secondes de degré, qui, étant retranchées du demi-diamètre
 du Soleil observé de $0^h 1' 8''$, ou de 17 minutes de degré, donnent
 la différence d'ascension droite entre le centre du Soleil & Mer-
 cure, de $16' 15''$ vers l'Occident, qui, étant adjointes à l'ascension

droite du Soleil au temps du passage de Mercure par le centre de la Lunette, qui étoit de $224^{\text{d}} 12' 16''$, donnent l'ascension droite de cette Planete à $2^{\text{h}} 57' 28''$, de $224^{\text{d}} 38' 31''$.

La différence de déclinaison entre le centre du Soleil & Mercure, fut observée en même temps de 43 secondes de degré, dont cette Planete étoit plus méridionale que le centre du Soleil, lesquelles étant adjointes à la déclinaison méridionale du Soleil, qui étoit alors de $16^{\text{d}} 51' 10''$, donnent la déclinaison de Mercure de $16^{\text{d}} 51' 53''$ vers le Midi.

L'ascension droite & la déclinaison de Mercure étant ainsi connus, on aura sa longitude de $7^{\text{f}} 16^{\text{d}} 55' 55''$, & sa latitude de $3' 44''$ vers le Nord. Retranchant de cette longitude celle du Soleil, qui étoit alors de $7^{\text{f}} 16^{\text{d}} 40' 48''$, on aura la distance de Mercure au Soleil, de $15' 7''$ vers l'Orient.

Ayant placé Mercure dans le disque du Soleil suivant les différentes observations qu'on en a faites, ayant égard à l'effet de la réfraction, on a tiré par le plus grand nombre des lieux ainsi déterminés, une ligne droite qui représente la route apparente de Mercure. Cette ligne occupe dans le Soleil $30' 10''$, dont son diamètre est de $32' 32''$. La portion de cette route que Mercure a décrite depuis l'entrée de son centre, qu'on a jugée à $2^{\text{h}} 51' 10''$ jusqu'à $4^{\text{h}} 26' 52''$, temps de la pénultième observation, est de $0^{\text{d}} 9' 40''$, ce qui donne le mouvement horaire de Mercure à l'égard du Soleil vû de la Terre, de $6' 4''$. Ce mouvement étant de $6' 4''$, & la route que Mercure a décrite dans le Soleil, de $0^{\text{d}} 30' 10''$, on trouvera le temps que cette Planete a employé à passer par le Soleil de $4^{\text{h}} 58' 38''$, dont la moitié $2^{\text{h}} 29' 19''$, étant adjointe à $2^{\text{h}} 51' 10''$, temps de l'entrée de son centre dans le Soleil, donne son passage par le milieu à $5^{\text{h}} 20' 29''$.

Ayant tracé dans la figure du Soleil, l'Ecliptique par rapport au parallele, dont elle déclinait alors de $16^{\text{d}} 34'$, on trouve que la route de Mercure déclinait de l'Ecliptique, de 8 degrés & un quart vers le Nord, & qu'au temps de la Conjonction de cette Planete, sa latitude a dû être de $0^{\text{d}} 6' 0''$ septentrionale.

Connoissant l'obliquité apparente de la route de Mercure & sa latitude, on aura la distance du milieu de sa route dans le Soleil au lieu de sa Conjonction, de 51 second. $\frac{1}{2}$ de degrés, qui, converties en temps,

en temps, font $8' 31''$, qui, étant adjointes à $5^{\text{h}} 20' 29''$, passage de Mercure par le milieu de sa route, donnent le temps de sa Conjonction le 9 Novembre 1723 à $5^{\text{h}} 29' 0''$. Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouve en $16^{\text{d}} 47' 20''$, dont l'opposite est le vrai lieu de Mercure, qui est en $8' 16^{\text{d}} 47' 20''$.

Le lieu de Mercure & sa latitude étant connus au temps de sa Conjonction, on trouvera par la comparaison de cette observation avec celle de l'année 1697, le lieu de son Nœud en $8' 15^{\text{d}} 3' 12''$, de la manière qu'on l'a pratiqué dans la Conjonction précédente.

On peut aussi par cette observation, déterminer immédiatement le lieu du Nœud de Mercure; car l'obliquité apparente de sa route étant connue de $8^{\text{d}} 15'$, & sa latitude de $0^{\text{d}} 6'$, on aura la distance apparente de Mercure à son Nœud au temps de sa Conjonction, de $41' 23''$; & connoissant par les Tables, le mouvement horaire véritable de Mercure vû du Soleil, qui est de $15' 17''$, l'on fera, comme $6' 4''$, mouvement horaire de Mercure vû de la Terre, font à $15' 17''$; ainsi $41' 23''$, distance apparente de Mercure à son Nœud au temps de sa Conjonction avec le Soleil, font à $1^{\text{d}} 44' 16''$, distance véritable de Mercure à son Nœud au temps de sa Conjonction. Les retranchant du vrai lieu de Mercure vû du Soleil dans sa Conjonction, qui étoit en $8' 16^{\text{d}} 47' 20''$, on aura le vrai lieu du Nœud de Mercure en $8' 15^{\text{d}} 3' 4''$, moins avancé seulement de $0' 8''$, que par la détermination précédente.

On déterminera aussi l'inclinaison de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, en retranchant de $15' 17''$, mouvement horaire de cette Planete vû du Soleil, le mouvement apparent de la Terre, qui est de $2' 31''$, pour avoir le mouvement apparent de Mercure à l'égard de la Terre vû du Soleil, de $12' 46''$. On fera ensuite, comme $6' 4''$, mouvement horaire de Mercure vû de la Terre, font à $12' 46''$; ainsi sa latitude vûe de la Terre, de $6' 0''$, est à sa latitude vûe du Soleil, qu'on trouvera de $12' 38''$: & comme le sinus de $1^{\text{d}} 44' 16''$, distance de Mercure à son Nœud, est au sinus total; ainsi la tangente de $12' 38''$, est à la tangente de l'inclinaison de son Orbite à l'égard de l'Ecliptique, qu'on trouvera de $6^{\text{d}} 54' 35''$.

Suivant les observations de M. Maraldi, faites par la même

méthode, il trouve l'entrée de Mercure dans le Soleil, à $2^h 50' 35''$,
 la demi-durée de $2 25 54$,
 son passage par le milieu à $5 16 29$,
 sa Conjonction en longitude, à $5 24 0$,
 sa latitude septentrionale, de $0^d 6' 6''$,
 le vrai lieu de son Nœud, en $8 15^d 4' 0''$,
 & l'inclinaison véritable de son Orbite à l'égard de l'Ecliptique,
 de $7^d 0' 0''$.

La huitième & dernière observation du passage de Mercure devant le Soleil, est arrivée le 11 Novembre de l'année 1736, & est la plus complète de celles qui ayent été observées en Europe, où l'on a vû en divers lieux l'entrée de Mercure dans le Soleil & sa sortie, après l'avoir suivi dans toute sa route, ce qui n'avoit été observé qu'en 1677, dans l'Isle S.^{te} Helene par M. Halley.

Je l'observai à Thury, près de Clermont en Beauvoisis, où le 11 Novembre 1736 à $9^h 32' 50''$ du matin, je l'aperçus avec une Lunette de 14 pieds, qui formoit une petite échancrûre sur le bord oriental du Soleil.

A $9^h 35' 15''$, Mercure étoit entièrement entré, & son bord oriental rafoit celui du Soleil.

A $0^h 14' 59''$ après midi, Mercure parut raser le bord occidental du Soleil, & à $0^h 18' 42''$ il étoit entièrement sorti.

Suivant cette observation, l'intervalle entre l'Immersion totale de Mercure dans le Soleil, & le commencement de son Emerision, qui sont les deux Phases que l'on distingue avec le plus d'évidence, a été de $2^h 39' 44''$, auxquelles adjôtant $2' 43''$ pour le temps que le diamètre de Mercure a employé à sortir du disque du Soleil, on aura $2^h 42' 27''$, qui mesurent la durée du passage du centre de Mercure sur le disque du Soleil.

Pour déterminer la route de Mercure dans le Soleil, j'y employai successivement diverses méthodes. La première en observant le passage de Mercure par le fil horifontal & le vertical d'un Quart-de-cercle de 3 pieds; cette méthode n'est point sujette aux erreurs causées par la réfraction & la parallaxe, parce qu'on observe le passage des bords du Soleil & de Mercure par le fil horifontal,

à la même hauteur. Mais comme le parallele que le Soleil décrivoit par son mouvement journalier, devenoit en s'approchant du Méridien de moins en moins incliné à l'égard du fil horifontal du Quart-de-cercle; de sorte que l'on ne pouvoit plus observer le passage entier des bords du Soleil par le fil horifontal dans une même ouverture de la Lunette, & que par la même raison on ne distinguoit plus avec la même évidence, le moment auquel ces bords passioient par ce fil; je pratiquai ensuite la méthode qui consiste à observer le passage de Mercure & des bords du Soleil par le fil horaire & les obliques d'une Lunette de 8 pieds, placée sur une Machine Parallaxique. Je mesurai enfin la distance entre Mercure & le bord supérieur du Soleil, avec un Micrometre adapté à un Quart-de-cercle, observant en même temps la différence entre leur passage par le fil vertical, ce qu'on pouvoit faire commodément vers la fin de cette observation où le Soleil étoit près du Méridien.

Par le moyen de ces observations, j'ai trouvé qu'au temps du passage de Mercure par le milieu de sa route dans le disque du Soleil, qui est arrivé à $10^h 55' 7''$, la distance SA (Fig. 81.) au centre du Soleil, étoit de $13' 58''$, dont le demi-diametre du Soleil étoit de $16' 17''$, & que l'angle BSA que la perpendiculaire SA à cette route, faisoit avec le cercle horaire, étoit de $24^d 11' 50''$, dont on a déduit les principaux éléments de la théorie de Mercure. Car SA étant connu de $13' 58''$, & le demi-diametre du Soleil SP ou SQ , étant alors de $16' 17''$, on a la corde PQ , de $16' 44''$, qui mesure la route que le centre de Mercure a parcourû depuis son entrée jusqu'à sa sortie, dans l'intervalle de $2^h 42' 27''$, ce qui donne son mouvement horaire apparent de $0^d 6' 11''$. Adjôtant à l'angle BSA , déterminé de $24^d 11' 50''$, l'angle BST que l'Ecliptique TS fait avec le Méridien vers l'Occident, qui étoit alors de $74^d 13'$, on a l'angle TSA , que la perpendiculaire SA fait avec l'Ecliptique TS , de $98^d 24' 50''$, & par conséquent l'angle ASE que cette même perpendiculaire SA fait avec le cercle de latitude SE , de $8^d 24' 50''$; & dans le Triangle SAE , rectangle en A , l'angle ASE étant connu de $8^d 24' 50''$, & le côté SA , de $13' 58''$, on aura la distance ES de Mercure au centre du Soleil au temps de sa Conjonction en longitude, de $14' 7'' \frac{1}{3}$, qui mesurent sa latitude. On trouvera

aussi la distance AE entre le milieu de la route de Mercure dans le Soleil & le lieu de sa Conjonction en longitude, de $0^d 2' 3''$, qui, étant converties en temps, à raison de $6' 11''$ par heure, font $0^h 19' 50''$, qui, étant ajoutées à $10^h 55' 7''$, temps du passage de Mercure par le milieu de sa route, donnent le temps de sa Conjonction avec le Soleil le 11 Novembre 1736 à $11^h 15'$ du matin. Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouve en $m 19^d 23' 34''$, dont l'opposite en $8 19^d 23' 34''$, est le vrai lieu de Mercure vû du Soleil, qui est le même que celui de la Terre.

Pour déterminer ensuite le vrai lieu du Nœud de Mercure, & l'inclinaison de son Orbite, on a employé le rapport de la distance de Mercure au Soleil & à la Terre, que l'on a trouvé par les observations faites dans ses digressions, de 31174 à 67730, & l'on a fait, comme 31174 est à 67730; ainsi la latitude de Mercure vûe de la Terre au temps de sa Conjonction, de $14' 7\frac{1}{3}''$, est à sa latitude vûe du Soleil, qu'on a trouvée de $30' 43'$, qui est mesurée par SM . On a trouvé aussi, suivant le même rapport, le mouvement horaire de Mercure vû du Soleil, de $13' 26'' 40'''$.

Menés du point M , la ligne MO , parallèle à QP , qui rencontre en O l'Ecliptique TO , que l'on prolongera en R , de manière que OR soit à MO , comme $2' 31'' 12'''$, mouvement horaire de la Terre, font à $13' 26'' 40'''$, mouvement horaire de Mercure vû du Soleil. Joignés OM & RM , l'arc RM représentera la portion de l'Orbite de Mercure, depuis son Nœud jusqu'au lieu de sa Conjonction avec le Soleil, & l'arc OM , la route apparente de cette Planete vûe du Soleil à l'égard de la Terre.

Maintenant dans le Triangle sphérique MSO , rectangle en S , dont le côté SM est connu de $30' 43''$, de même que l'angle SMO , qui est égal à l'angle SEN , de $81^d 35' 10''$, complément de l'angle ASE , de $8^d 24' 50''$, on trouvera l'angle MOS , de $8^d 25' 0''$; & dans le Triangle ROM , dont l'angle ROM , supplément de l'angle MOS , est connu, & les côtés OR , OM , font dans le rapport de $2' 31'' 12'''$ à $13' 26'' 40'''$, on trouvera l'angle SRM , qui mesure l'inclinaison véritable de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, de $7^d 4' 58''$. On trouvera enfin dans le Triangle RSM , rectangle en S , la distance SR de Mercure

à son Nœud, mesurée sur l'Ecliptique, de $4^d 7' 27''$, qui, étant retranchés du vrai lieu de Mercure vû du Soleil, qui étoit en $8 19^d 23' 34''$, au temps de sa Conjonction en longitude avec Mercure, donnent le vrai lieu du Nœud de cette Planete le 11 Novembre de l'année 1736, en $8 15^d 16' 7''$.

Comme l'inclinaison de l'Orbite de Mercure & le lieu de son Nœud, que l'on vient de déterminer, dépendent principalement de la direction de la route de Mercure QP à l'égard du cercle horaire BS , & que les moindres erreurs dans les observations, y peuvent causer des différences considérables; j'y ai aussi employé la méthode qui est exposée dans l'observation de l'année 1697, où la latitude de Mercure fut observée de $10' 42''$ vers le Midi, au lieu que dans celle-ci, elle étoit de $14' 7\frac{1}{3}''$ vers le Nord, & j'ai trouvé qu'en supposant le mouvement apparent du Nœud de Mercure, tel que je l'ai établi dans mes Tables, égal à celui des Etoiles fixes, le vrai lieu du Nœud de cette Planete étoit dans cette dernière observation, en $m 15^d 14' 5''$, peu différent de celui qui a été déterminé ci-dessus, & l'inclinaison de son Orbite, de $7^d 1' 34''$, moindre de $3' 24''$ que par la méthode précédente.

Cette observation a été faite à Paris par M. Maraldi & mon Fils, comme on le peut voir dans les Mémoires de l'Académie, de 1736, où l'on a rapporté celles qui ont été faites en divers lieux de la France & de l'Europe.

C H A P I T R E I I.

Des moyens Mouvements de Mercure.

Pour déterminer les moyens mouvements de Mercure, nous avons d'abord employé les Conjonctions de cette Planete avec le Soleil, des 6 Novembre 1631, & 9 Novembre 1723.

Avant de comparer ensemble ces observations, nous remarquerons premièrement qu'elles sont arrivées à deux ou trois jours près l'une de l'autre, où il n'y a aucune différence sensible dans l'Equation du temps, de sorte que l'intervalle entre le temps vrai, est égal à l'intervalle entre le temps moyen. En second lieu, qu'elles

ont été faites à peu-près à la même distance du Nœud boréal, avec une différence seulement de 2 minutes dans la latitude de Mercure; & qu'ainsi le mouvement de Mercure, déterminé par rapport à l'Écliptique, est sensiblement égal à son mouvement sur son Orbe, qui est celui qu'il faut d'abord déterminer. En troisième lieu, que dans la dernière observation, le lieu de Mercure étoit plus avancé de $2^d 5' 35''$, que dans la première, & que par conséquent si l'on suppose le mouvement de l'Aphélie, de cette quantité dans l'intervalle de 92 années, ce qui est à raison de $1' 20''$ par année, le moyen mouvement de Mercure dans cet intervalle, seroit précisément égal à son mouvement vrai, qui est celui qui a été observé.

On remarquera enfin qu'entre la Conjonction de 1631, & celle de 1677, qui est arrivée le 7 Novembre à $0^h 39'$, Mercure étant en $8 15^d 44' 20''$, il y a eu un intervalle de 46 années, dont 11 bissextiles, plus $4^h 49'$, pendant lequel cette Planete a décrit un certain nombre de révolutions entières, plus $1^d 2' 45''$; & que depuis la Conjonction de 1677, jusqu'à celle de 1723, il y a eu un pareil intervalle de 46 années communes 11 jours, plus $4^h 50'$, pendant lequel Mercure a décrit le même nombre de révolutions plus $1^d 3' 0''$, de sorte qu'entre ces Conjonctions, il n'y a eu qu'une différence d'une minute dans l'intervalle entre le temps de l'observation, & de 15 secondes dans le lieu de cette Planete.

Si l'on compare donc ensemble les Conjonctions de 1631 & de 1723, on trouvera qu'entre la première qui a été déterminée le 6 Novembre de l'année 1631 à $19^h 50'$, le vrai lieu de Mercure étant en $8 14^d 41' 35''$, & celle qui est arrivée le 9 Novembre 1723 à $5^h 29'$, Mercure étant en $8 16^d 47' 20''$, il y a eu un intervalle de 92 années, dont 22 bissextiles, plus $2^i 9^h 39'$, pendant lequel Mercure a achevé un certain nombre de révolutions entières, que l'on trouve être de 382 plus $2^d 5' 45''$.

C'est pourquoi l'on fera, comme 92 années communes, $24^i 9^h 49'$, font à 382 révolutions de 360 degrés chacune, plus $2^d 5' 45''$; ainsi une année commune de 365 jours, est à la quantité du mouvement annuel de Mercure, qu'on trouvera de $1493^d 13' 11'' 39'''$, qui font quatre révolutions entières de 360 degrés chacune, plus $1^i 23^d 43' 11'' 39'''$.

Les partageant par 365, on aura le moyen mouvement journalier de Mercure, de $4^d 5' 32'' 34''' 47''''$; d'où l'on trouve la révolution moyenne de cette Planete autour du Soleil, de $87^i 23^h 59' 14''$.

On trouvera les moyens mouvements de Mercure, précisément de la même quantité que celle que nous venons de déterminer, en comparant l'observation du 6 Novembre de l'année 1631, avec la dernière, qui est arrivée le 11 Novembre 1736 à $11^h 15'$ du matin, temps vrai, & à $11^h 0'$, temps moyen, après un intervalle de 105 années & 4 jours.

CHAPITRE III.

De l'Aphélie de Mercure, de l'Excentricité de son Orbe, & de sa plus grande Equation.

POUR déterminer le vrai lieu de l'Aphélie de Mercure, nous avons employé les observations de cette Planete, faites dans le temps de ses Conjonctions avec le Soleil, où son vrai lieu vû de cet Astre, est à l'opposite de son vrai lieu vû de la Terre.

Mais il faut remarquer qu'au lieu que dans la recherche de l'Aphélie des autres Planetes, on a choisi des observations faites en divers endroits de leur Orbe, éloignés l'un de l'autre, parce qu'alors les différences entre les Equations étant plus grandes, la détermination de leur Aphélie en est plus exacte; on n'a pu employer dans Mercure, que les observations de son passage devant le disque du Soleil, où cette Planete est nécessairement près de l'un de ses Nœuds, c'est-à-dire, à peu-près dans le même endroit de son Orbe, ou à son opposé.

Entre les observations que nous avons rapportées, nous en trouvons une seule faite par Hevelius en 1661, près de son Nœud descendant, & les six autres à l'opposite, près de son Nœud ascendant, entre lesquelles nous avons choisi celles des années 1661, 1690 & 1697.

La première de ces observations est arrivée le 3 Mai de l'année

1661 à $4^h 52'$, temps vrai, & à $4^h 48' 28''$, temps moyen, le vrai lieu de Mercure étant en $m 13^d 33' 27''$, par rapport à l'Écliptique, & à $13^d 33' 10''$ du même signe sur son Orbite.

La seconde le 9 Novembre 1690 à $18^h 21' 47''$, temps vrai, & à $18^h 6' 0''$, temps moyen, Mercure étant en $8 18^d 20' 46''$ à l'égard de l'Écliptique, & en $8 18^d 22' 28''$ sur son Orbite.

La troisième le 2 Novembre 1697 à $17^h 58' 5''$, temps vrai, & à $17^h 42'$, temps moyen, Mercure étant en $8 11^d 33' 50''$ à l'égard de l'Écliptique, & en $8 11^d 32' 30''$ sur son Orbite.

On ne peut point dans les observations de Mercure, négliger la différence entre le temps vrai & le temps moyen, parce que dans l'intervalle de 16 minutes, à quoi peut monter l'Équation du temps, son mouvement sur son Orbe est de près de 3 minutes. On doit aussi avoir égard à la réduction de son vrai lieu à l'Écliptique, à cause que l'inclinaison de son Orbe étant plus grande que celle des autres Planetes, cette réduction peut être de 2 minutes dans le temps de son passage par le disque du Soleil, quoique cette Planete soit alors assés près de ses Nœuds.

Pour faire usage de ces observations, il faut considérer que l'intervalle entre celles que nous avons dessein de comparer ensemble, étant de 36 années 6 mois, pendant lesquelles le mouvement de son Aphélie que nous avons supposé d'abord de $1^d 20'$ par année, doit être de $48' 40''$; il est nécessaire d'y avoir égard dans la recherche du lieu de cet Aphélie.

Soit $AEPD$ (Fig. 82.) l'Orbe de Mercure sur lequel cette Planete est placée en D, B, G , dans les trois lieux des observations des années 1661, 1690 & 1697; le lieu de l'Aphélie de cette Planete étant supposé immobile, la différence entre son vrai lieu & son lieu moyen est mesurée par les angles FDS, FGS & FBS , & c'est sur ce fondement qu'est établie la méthode avec laquelle nous avons déterminé jusqu'à présent le lieu de l'Aphélie ou de l'Apogée des autres Planetes; mais s'il se trouve que l'Aphélie ait changé sensiblement de place, & que pendant l'intervalle entre la première & la seconde observation, il soit parvenu de A en R , (Fig. 82.) l'angle fSB représentera alors l'Équation de l'Orbe de Mercure dans la seconde observation, & la différence entre son vrai & son moyen mouvement dans l'intervalle entre ces deux observations,

observations, qui est mesurée par la somme des angles FDS & fBS , ou leur différence, ne sera plus la même que dans la première supposition; d'où il suit que le lieu de l'Aphélie qui en résultera, pourra être fort éloigné du véritable.

Pour faire en sorte que l'effet de ce mouvement, ne cause aucune erreur dans la détermination de l'Aphélie, nous avons supposé le vrai lieu de la Planete dans la première observation, de la quantité qu'il a été déterminé; mais comme dans les observations suivantes, l'Aphélie s'est avancé suivant la suite des signes, ce qui a diminué sa distance au vrai lieu de cette Planete, nous avons retranché de ce vrai lieu, la quantité du mouvement de l'Aphélie qui répond à l'intervalle entre chaque observation, & nous avons eu par ce moyen la somme ou la différence entre l'anomalie vraie de la Planete dans l'intervalle entre les observations que l'on veut comparer ensemble, ce qui cause le même effet que si l'on avoit fait mouvoir autour du point S , la demi-Ellipse RBT , en sorte que RS concourût avec le grand axe AS , auquel cas le point f répondroit au point F , le point B au point b , qui est le vrai lieu de la Planete par rapport à l'Aphélie supposé en A , & l'anomalie vraie entre ces deux observations seroit mesurée par l'angle DSb , qui est égal à la somme des angles ASD & RSB , ou ASb .

On a pareillement retranché de la différence entre le lieu moyen de la Planete dans ces diverses observations, le moyen mouvement de l'Aphélie qui y répond, pour avoir l'angle Dfb , qui mesure la somme ou la différence de l'anomalie moyenne qui répond à l'anomalie vraie, par le moyen desquelles on a cherché le lieu de l'Aphélie.

Dans l'exemple proposé, le vrai lieu de Mercure sur son Orbite étoit dans la première observation, en $m 13^d 33' 10''$, & dans la seconde faite 29 années après, en $8 18^d 22' 28''$. Retranchant de la dernière $39' 20''$ pour le mouvement de l'Aphélie de Mercure dans l'espace de 29 années & 6 mois, à raison de $1' 20''$ par année, ainsi que nous l'avons supposé dans la recherche des moyens mouvements de cette Planete, on aura le lieu de cette Planete en $8 17^d 43' 8''$, dont la différence à son lieu, qui étoit dans la première observation, en $m 13^d 33' 10''$, est de $6' 4^d 9' 58''$, qui mesurent la somme de l'anomalie vraie de cette Planete dans l'intervalle entre ces observations.

Dans la troisième observation faite en 1697, le vrai lieu de Mercure étoit de $1^{\circ} 11^{\text{d}} 32' 30''$, dont retranchant $48' 40''$ pour le mouvement de l'Aphélie dans l'intervalle de 36 années & 6 mois, on aura $1^{\circ} 10^{\text{d}} 43' 50''$, qui, étant retranchés du lieu de cette Planete, en 1690, que l'on vient de trouver de $1^{\circ} 17^{\text{d}} 43' 8''$, donnent $6^{\text{d}} 59' 18''$ pour la différence entre l'anomalie vraie de cette Planete dans l'intervalle entre les deux dernières observations.

Retranchant pareillement $39' 20''$ du moyen mouvement entre les deux premières observations, qui est de $6^{\text{d}} 26^{\text{d}} 20' 35''$, & $48' 40''$ de celui qui est entre la première & la troisième, de $6^{\text{d}} 21^{\text{d}} 51' 7''$, on aura $6^{\text{d}} 25^{\text{d}} 41' 15''$ pour la somme de l'anomalie moyenne qui répond à l'intervalle entre la première & la seconde observation, & $6^{\text{d}} 21^{\text{d}} 2' 27''$ pour la somme des anomalies entre la première & la troisième observation. La différence entre l'anomalie moyenne qui convient aux deux dernières, est donc de $4^{\text{d}} 38' 48''$, qui répondent à $6^{\text{d}} 59' 18''$ d'anomalie vraie.

Sur ce fondement, nous avons calculé dans l'hypothese elliptique simple, le vrai lieu de l'Aphélie de Mercure pour le temps de la seconde observation, que nous avons trouvé en $\rightarrow 10^{\text{d}} 51' 50''$.

Nous avons en même temps déterminé l'excentricité de son Orbe, de 21574 parties, dont la moyenne distance est de 1100000, la plus grande Equation de $24^{\text{d}} 55' 4''$, & son lieu moyen pour le 9 Novembre de l'année 1690 à $18^{\text{h}} 6'$, temps moyen, en $8 26^{\text{d}} 14' 50''$.

Le lieu moyen de Mercure étant ainsi connu pour le temps de la seconde observation, on trouvera son lieu moyen au temps de la première, de $6^{\text{d}} 29^{\text{d}} 54' 15''$, & de la troisième de $1^{\circ} 21^{\text{d}} 45' 20''$; & supposant dans la première le lieu de l'Aphélie de Mercure moins avancé de $39' 20''$, & dans la troisième plus avancé de $9' 20''$, qu'en 1690, on trouvera le vrai lieu de cette Planete conforme à celui que nous avons supposé dans la recherche du lieu de l'Aphélie, ce qui semble prouver l'exactitude de la théorie que nous y avons employée.

Nous n'avons pas examiné l'observation faite à Surate en 1651, à cause qu'on n'en a pas rapporté assez de circonstances pour déduire avec exactitude le moment & le lieu de la Conjonction de Mercure avec le Soleil, mais nous avons calculé pour le 9 Novembre

de l'année 1723 à $5^{\text{h}} 13'$, temps moyen de la Conjonction de Mercure avec le Soleil, le vrai lieu de cette Planete que nous avons trouvé en $8 16^{\text{d}} 47' 54''$, à 34 secondes près de celui qui a été observé, qui est une précision beaucoup au de-là de celles que nous avons sujet d'attendre de pareilles comparaisons.

Nous avons trouvé aussi que les observations de 1631, 1677 & 1736, s'accordoient à peu de secondes près à celles qui avoient été calculées, ayant égard au mouvement de l'Aphélie qui convient à l'intervalle entre ces différentes observations; d'où il résulte que l'on peut, par le moyen de l'hypothese elliptique simple, représenter exactement le lieu vrai de cette Planete vers le temps de son passage par les Nœuds.

Mais comme nous avons remarqué dans les autres Planetes, & principalement dans celle de Mars, dont l'excentricité est fort grande, que l'hypothese de Képler s'accordoit mieux aux observations dans tous les lieux de son Orbe, que l'hypothese elliptique simple; nous avons cru devoir examiner le lieu de l'Aphélie qui résulte de celle de Képler, suivant la méthode que nous avons expliquée (p. 182.) ayant égard comme ci-devant, au mouvement de l'Aphélie dans l'intervalle entre ces observations.

Par le moyen de cette hypothese, après avoir recommencé plusieurs fois le calcul pour approcher de la précision géométrique, nous avons trouvé le 9 Novembre 1690 à $18^{\text{h}} 6' 0''$, le vrai lieu de l'Aphélie de Mercure, en $\rightarrow 12^{\text{d}} 22' 25''$, plus avancé de $1^{\text{d}} 30'$ que suivant l'hypothese elliptique, & le lieu moyen de cette Planete pour le même temps, en $8 26^{\text{d}} 51' 12''$, plus avancé de $0^{\text{d}} 36' 22''$.

A l'égard de l'excentricité de Mercure, nous l'avons trouvée de 20878, plus petite d'environ un trentième, & la plus grande Equation de son Orbe, de $24^{\text{d}} 3'$, plus petite de 52 minutes que suivant l'hypothese elliptique simple.

Sur ces éléments, nous avons calculé par l'hypothese de Képler, le vrai lieu de Mercure dans les observations de 1661 & 1697, que nous avons trouvé conforme à celui qui a été observé, ce qui est une preuve de l'exactitude de la théorie & des calculs qui y ont été employés; mais ce qui nous a le plus surpris, est que nous avons par cette dernière hypothese, représenté les observations

des années 1631, 1672, 1723 & 1736, à quelques secondes près de celles qui avoient été déterminées, ce qui est une précision à peu-près égale à celle que l'on a trouvée par l'hypothèse elliptique simple; car on ne peut point donner la préférence à l'une de ces hypothèses sur l'autre, lorsqu'il n'y a entr'elles que quelques secondes de différence, puisque c'est une exactitude plus grande que celle qui résulte de différentes observations comparées ensemble.

Voilà donc deux hypothèses dont les principes sont différents, de même que les éléments qui en résultent, puisque les époques des moyens mouvements diffèrent l'une de l'autre, de 36 minutes de degré, le lieu de l'Aphélie, de $1^d 30'$, la plus grande Équation de 52 minutes, & qui ne laissent pas de représenter toutes les deux avec une égale précision, sept observations de Mercure, dont deux sont à la distance l'une de l'autre de 7 à 8 degrés, & une autre en est éloignée d'environ 6 signes; ce qui doit apprendre aux Astronomes qui n'ont qu'un petit nombre d'observations sur lesquelles ils ont fondé leur théorie, peut-être moins exactes & dans un intervalle beaucoup plus petit par rapport à tout le cours de la Planete, qu'ils ne peuvent pas s'assurer que leur théorie est la véritable, parce qu'elle représente ces observations avec assez d'exactitude.

C H A P I T R E I V.

De la seconde Inégalité de Mercure.

POUR déterminer la seconde Inégalité de Mercure, & les dimensions de son Orbe par rapport à l'Orbe annuel, nous avons, de même que dans la théorie de Venus, choisi les observations qui ont été faites vers les plus grandes digressions de Mercure avec le Soleil, parce qu'alors on détermine avec plus d'évidence le rapport de la distance du Soleil à Mercure, à la distance de la Terre au Soleil, qui est le fondement de cette Inégalité.

Entre ces observations, nous avons préféré celle que nous avons faite en plein jour le 13 Juillet de l'année 1731 à $10^h 32' 47''$ du matin, temps du passage de cette Planete par le Méridien, sa hauteur étant de $62^d 35' 0''$.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Mercure vû de la Terre,

on le trouve en $\varnothing 3^d 2' 35''$, avec une latitude australe de $2^d 1' 46''$.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors en $\varnothing 23^d 13' 12''$, ainsi la distance observée entre Mercure & le Soleil, qui est mesurée par l'angle *STM* (Fig. 84.) étoit de $20^d 10' 37''$.

Les moyens mouvements de Mercure, le lieu de son Aphélie, & l'excentricité de son Orbe ayant été déterminés ci-dessus, on calculera suivant ces éléments, le vrai lieu de cette Planete sur son Orbe, vû du Soleil, qu'on trouvera en $\chi 25^d 41' 49''$.

Mais comme la distance observée entre Mercure & le Soleil, est prise à l'égard de l'Écliptique, il seroit nécessaire pour réduire le vrai lieu de Mercure, calculé sur son Orbe, à son vrai lieu sur l'Écliptique, d'avoir la connoissance exacte du vrai lieu de son Nœud pour le temps de l'observation & de l'inclinaison de son Orbe.

Comme ces éléments ne sont pas encore déterminés, nous supposons le lieu de son Nœud, en $8 15^d 10'$, tel qu'il résulte des Conjonctions des années 1723 & 1736, & l'inclinaison de son Orbe, de $6^d 54' 0''$. On aura donc la distance de Mercure à son Nœud pour le temps de l'observation, de $10^d 10' 32'$, avec laquelle on trouvera la latitude de cette Planete vû du Soleil, de $5^d 13' 0''$, & la réduction à l'Écliptique, de $12' 19''$, qu'il faut adjoûter à $25^d 41' 49''$ des Poissons, pour avoir le vrai lieu de Mercure, réduit à l'Écliptique, en $\chi 25^d 54' 8''$. Retranchant de ce lieu, celui de la Terre, qui étoit à l'opposite du Soleil, en $\varnothing 23^d 13' 12''$, on aura l'angle *TSM*, de $62^d 41'$.

La distance *ST* de la Terre au Soleil étoit alors de 101641 parties, dont la moyenne est 100000: c'est pourquoi dans le Triangle *STM*, dont le côté *ST* est connu, de même que les angles *STM* & *TSM*, on aura le côté *SM*, qui mesure la distance de Mercure au Soleil, réduite à l'Écliptique, de 35332.

Enfin l'on fera, comme le sinus du complément de la latitude de Mercure vû du Soleil, qui a été trouvée de $5^d 13' 0''$, est au sinus total; ainsi le sinus de *SM* 35332, est au sinus de la distance *SD* de Mercure au Soleil sur son Orbe, que l'on trouvera de 35479 parties, dont la distance moyenne de la Terre au Soleil, est de 100000.

Pour trouver présentement la plus grande & la plus petite distance de Mercure au Soleil dans l'hypothèse de Képler, on calculera pour le temps proposé, l'anomalie moyenne de Mercure, qu'on trouvera de $124^{\text{d}} 52' 0''$, qui est mesurée par l'angle ACD (Fig. 85.) & l'on trouvera l'angle CDS , de $11^{\text{d}} 0' 30''$, l'angle DCI , de $10^{\text{d}} 56' 26''$, l'angle PCI , de $66^{\text{d}} 4' 26''$, l'angle PSI , de $77^{\text{d}} 51' 5''$, & l'angle PSL , de $77^{\text{d}} 35' 10''$, dont le supplément ASL , qui est de $102^{\text{d}} 24' 50''$, mesure l'anomalie vraie de Mercure, & l'on fera, comme le sinus de l'angle TIS , de $12^{\text{d}} 8' 55''$, complément de l'angle PSI , est au sinus de l'angle TLS , de $12^{\text{d}} 24' 50''$, complément de l'angle PSL ; ainsi SL , distance de Mercure au Soleil sur son Orbite, qu'on a trouvée de 35479, est à SI , qu'on trouvera de 36242 : & comme le sinus de l'angle PCI , de $66^{\text{d}} 4' 26''$, est au sinus de l'angle PSI , de $77^{\text{d}} 35' 10''$; ainsi SI 36242, est à CI ou AC , distance moyenne de Mercure au Soleil, qu'on trouvera de 38761.

On fera ensuite, comme AC 100000, est à l'excentricité CS , qui a été trouvée de 20878; ainsi AC , que l'on vient de trouver de 38761, est à CS , de 8093. L'adjoûtant à AC , on aura la plus grande distance AS de Mercure au Soleil, de 46854; & la retranchant de AC , on aura la plus petite distance PS , de cette Planete au Soleil, de 30668 parties, dont la distance moyenne de la Terre au Soleil, est de 100000.

C H A P I T R E V.

De l'Inclinaison de l'Orbite de Mercure par rapport à l'Ecliptique.

DANS la comparaison que nous avons faite des Conjonctions de Mercure avec le Soleil, nous avons déterminé dans chaque observation, l'inclinaison de l'Orbite de cette Planete à l'égard de l'Ecliptique, en réduisant l'obliquité apparente de sa route dans le Soleil, à son inclinaison véritable.

Mais comme dans la plûpart de ces observations, on n'a pu voir Mercure que pendant une portion de sa route dans le Soleil,

dont on a déterminé la direction par rapport à l'azimuth ou au parallèle de cet Astre, & que les moindres erreurs dans ces positions, en peuvent causer de fort grandes dans l'inclinaison de l'Orbite de Mercure; nous avons employé les observations de cette Planete faites hors de ses Conjonctions, auxquelles on doit préférer celles qui sont arrivées près des termes des plus grandes latitudes, parce qu'alors les erreurs dans la détermination du lieu du Nœud, en causent de moins considérables dans la quantité de l'inclinaison.

E X E M P L E I.

Entre ces observations nous avons choisi celle du 21 Mai de l'année 1715, faite par feu M. Maraldi, qui détermina à $10^{\text{h}} 39'$ du matin, le lieu de Mercure en $8^{\text{d}} 36' 0''$, & sa latitude méridionale de $2^{\text{d}} 23' 55''$.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Mercure vû du Soleil, réduit à l'Ecliptique, on le trouve en $\approx 29^{\text{d}} 14' 55''$. Le lieu du Nœud de cette Planete qui résulte des Conjonctions de 1699 & 1723, étoit en $8^{\text{d}} 14' 57''$. Le retranchant du vrai lieu du Nœud de Mercure vû du Soleil, on aura la distance de cette Planete à son Nœud, réduite à l'Ecliptique, de $9^{\text{d}} 14' 18''$, éloignée de $75^{\text{d}} 42'$ de son Nœud ascendant.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors en $8^{\text{d}} 29' 38' 14''$, dont retranchant le vrai lieu de Mercure vû de la Terre en $8^{\text{d}} 36' 0''$, on aura l'angle STM (Fig. 84.) qui mesure la distance apparente de Mercure au Soleil, de $21^{\text{d}} 2' 14''$.

Retranchant aussi le vrai lieu de la Terre qui est à l'opposite du Soleil, en $29^{\text{d}} 38' 14''$, du vrai lieu de Mercure vû du Soleil, en $\approx 29^{\text{d}} 14' 55''$, on aura l'angle TSM , qui mesure la distance de Mercure à la Terre vû du Soleil, de $89^{\text{d}} 36' 41''$: & l'on fera, comme le sinus de l'angle STM , de $21^{\text{d}} 2' 14''$, est au sinus de l'angle TSM , de $89^{\text{d}} 36' 41''$; ainsi SM est à TS ; ainsi le sinus de l'angle DTM , qui mesure la latitude de Mercure observée de $2^{\text{d}} 23' 55''$, est au sinus de l'angle DSM , qui mesure la latitude de cette Planete vû du Soleil, qu'on trouvera de $6^{\text{d}} 41' 40''$. Enfin l'on fera, comme le sinus de l'arc NM , distance de Mercure à son Nœud ascendant, qui a été trouvée de $75^{\text{d}} 49'$, est au sinus total; ainsi la tangente de l'arc DM , de $6^{\text{d}} 41' 40''$, qui

mesure la latitude de Mercure vû du Soleil, est à la tangente de l'angle DNM , qui mesure l'inclinaison de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, qu'on trouvera de $6^d 54' 12''$.

Il est aisé de voir que cette détermination approche beaucoup de la véritable; car si l'on suppose un degré d'erreur tant dans le lieu de Mercure vû du Soleil, que dans la situation de son Nœud, cela n'en peut causer qu'une de deux minutes dans la détermination de l'inclinaison de son Orbite.

E X E M P L E I I.

Le 16 Juillet de l'année 1731 à $10^h 32' 47''$ du matin, j'ai déterminé le lieu de Mercure en $\varpi 3^d 2' 35''$, avec une latitude méridionale de $2^d 2' 20''$.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Mercure vû du Soleil, on le trouve en $\chi 25^d 54' 9''$, dont retranchant le vrai lieu de son Nœud, qui étoit en $\gamma 15^d 10'$, on aura la distance de cette Planete à son Nœud, réduite à l'Ecliptique, de $10^f 10^d 44'$.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors en $\varpi 23^d 13' 12''$, dont retranchant le vrai lieu de Mercure vû de la Terre en $\varpi 3^d 2' 35''$, on aura l'angle STM , distance apparente de Mercure au Soleil, de $20^d 10' 37''$.

Retranchant le vrai lieu de la Terre, qui étoit à l'opposite du Soleil, en $\gamma 23^d 13' 12''$, du vrai lieu de Mercure vû du Soleil en $\chi 25^d 54' 9''$, on aura l'angle TSM , qui mesure la distance de Mercure à la Terre vû du Soleil, de $62^d 40' 57''$: & l'on fera, comme le sinus de l'angle STM , de $20^d 10' 37''$, est au sinus de l'angle TSM , de $62^d 40' 57''$; ainsi le sinus de $2^d 2' 20''$, latitude de Mercure vû de la Terre, est au sinus de $5^d 15' 30''$, latitude de Mercure vû du Soleil.

Enfin l'on fera, comme le sinus de $59^d 16'$, distance de Mercure à son Nœud ascendant, est au sinus total; ainsi la tangente de $5^d 15' 30''$, latitude de Mercure vû du Soleil, est à la tangente de l'inclinaison de son Orbite à l'égard de l'Ecliptique, qu'on trouvera de $6^d 55' 30''$, qui ne diffère que de $1' 18''$ de la détermination précédente.

CHAPITRE VI.

CHAPITRE VI.

Du lieu du Nœud de Mercure.

Nous avons déjà déterminé dans les Conjonctions de Mercure avec le Soleil, le lieu du Nœud de cette Planete pour le temps de chacune de ces observations; mais comme cette détermination est fondée sur l'obliquité de l'Orbite de cette Planete, que nous avons trouvée dans quelques observations, différer de la véritable de plus de 40 minutes, nous employerons pour la recherche du lieu du Nœud de Mercure, l'inclinaison de son Orbite à l'égard de l'Ecliptique, que nous venons de trouver de $6^d 54' 0''$, au moyen de laquelle nous déterminerons le vrai lieu du Nœud de cette Planete pour le temps de chaque Conjonction.

Dans l'observation de 1631, Gassendi détermina le lieu du Nœud de Mercure vû de la Terre en $m 14^d 52'$, le Soleil étant à $14^d 21' \frac{1}{2}$ du même signe; d'où l'on tire le lieu de son Nœud vû du Soleil en $\gamma 13^d 21'$.

Ayant corrigé cette observation par celle de 1677, faite à peu près à la même distance des Nœuds, on a trouvé que la latitude de Mercure au temps de la Conjonction de 1631, devoit être de même qu'en 1677, de $8' 45''$, l'inclinaison de son Orbite, de $6^d 25' 20''$, & le vrai lieu de son Nœud en $\gamma 13^d 24' 43''$, un peu plus avancé que suivant la détermination de Gassendi.

Si l'on suppose présentement l'inclinaison de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, de $6^d 54' 0''$, & la latitude vraie de Mercure de $8' 45''$, on trouvera la distance de Mercure à son Nœud au temps de la Conjonction de 1631, de $1^d 10' 48''$, qui, étant retranchée du vrai lieu de Mercure, qui étoit alors en $\gamma 14^d 41' 35''$, donne le vrai lieu du Nœud de cette Planete le 7 Novembre 1631 à $7^h 58'$ du matin, en . . . $\gamma 13^d 30' 47''$.

Par l'observation du 3 Mai 1661, la latitude de Mercure vû du Soleil au temps de sa Conjonction a été déterminée de $5' 30''$, ce qui, supposant l'inclinaison de l'Orbite, de $6^d 54' 0''$, donne la distance de cette Planete à son Nœud descendant, de $45' 33''$, qui, étant adjouëtée au vrai lieu de Mercure dans le temps de sa

Conjonction, qui étoit en $m\ 13^d\ 33'\ 27''$, donne le lieu du Nœud descendant de cette Planete, en $m\ 14^d\ 19'\ 0''$.

Par l'observation du 7 Novembre 1677, la latitude de Mercure vûe du Soleil au temps de sa Conjonction a été, comme on l'a dit ci-dessus, déterminée de $8'\ 45''$, & la distance à son Nœud, de $1^d\ 10'\ 48''$, qui, étant retranchée du lieu de Mercure au temps de sa Conjonction, qui étoit en $8\ 15^d\ 44'\ 20''$, donne le lieu du Nœud ascendant de cette Planete, en $8\ 14^d\ 33'\ 32''$.

Par l'observation du 10 Novembre de l'année 1690, la latitude de Mercure vûe du Soleil au temps de sa Conjonction, a été déterminée de $26'\ 36''$, ce qui donne la distance à son Nœud, de $3^d\ 39'\ 31''$, qui, étant retranchée de $1^f\ 18^d\ 20'\ 46''$, lieu de Mercure au temps de sa Conjonction, donne le lieu du Nœud ascendant de cette Planete, en $8\ 14^d\ 41'\ 15''$.

Par l'observation du 3 Novembre 1697, le lieu du Nœud de Mercure déterminé par une méthode indépendante de l'inclinaison de l'Orbite de Mercure, a été trouvé pour le premier Octobre 1694, en $8\ 14^d\ 39'\ 19''$.

Par l'observation de 1723, le vrai lieu du Nœud a été déterminé par la même méthode, en $8\ 15^d\ 3'\ 12''$.

Enfin, par l'observation de l'année 1736, le vrai lieu du Nœud de Mercure a été déterminé, suivant la première méthode, en $8\ 15^d\ 16'\ 7''$, & suivant la seconde, qui est indépendante de l'inclinaison de son Orbite, en $8\ 15^d\ 14'\ 5''$, que nous avons, par cette raison, préférée à la première.

On auroit pû dans la détermination des Nœuds de Mercure, avoir égard à l'effet de la parallaxe qui a dû faire paroître Mercure plus près du centre du Soleil, qu'il n'étoit effectivement, lorsque sa latitude étoit septentrionale, & plus éloigné lorsque cette latitude est méridionale.

Mais comme la différence entre la parallaxe horizontale du Soleil & celle de Mercure qui augmente ou diminue sa latitude apparente, ne peut monter qu'à 9 secondes lorsque Mercure est dans son Nœud ascendant, & à 5 secondes lorsqu'il est dans son Nœud

descendant, on a cru qu'il étoit inutile d'avoir égard dans cette recherche à une précision plus grande que celle que l'on peut espérer de ces sortes d'observations.

C H A P I T R E V I I .

Du Mouvement des Nœuds de Mercure.

POUR déterminer le mouvement des Nœuds de Mercure, nous avons employé au défaut des observations anciennes, le lieu de son Nœud, que l'on a déduit des observations de cette Planete, faites au temps de sa Conjonction avec le Soleil, dans un intervalle de plus de cent années.

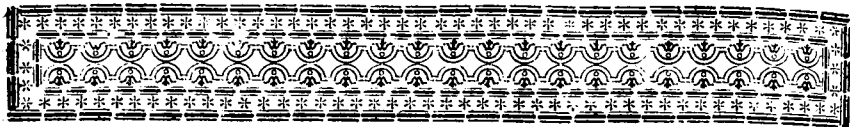
Par l'observation de Gassendi, du 7 Novembre 1631, le lieu du Nœud ascendant de Mercure a été déterminé en $8\ 13^d\ 30'\ 47''$. Il étoit le 11 Novembre 1736, en $8\ 15^d\ 14'\ 5''$. La différence est de $1^d\ 43'\ 18''$, qui, étant partagée par l'intervalle entre ces observations, qui est de 105 années, donne le mouvement annuel du Nœud de Mercure, de $0'\ 59''\ 2'''$.

Suivant l'observation d'Hevelius, du 3 Mai 1661, le vrai lieu de son Nœud descendant, étoit en $m\ 14^d\ 19'\ 0''$.

Entre cette observation & celle de 1736, il y a un intervalle de 75 années & un peu plus de 6 mois, pendant lequel le mouvement du Nœud a été de $55'\ 5''$, ce qui donne son mouvement annuel, de $0'\ 43''\ 42'''$.

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura le mouvement annuel du Nœud de Mercure, de $0'\ 51''\ 0'''$, ce qui représente à une ou deux minutes près, le lieu du Nœud de Mercure, que l'on a trouvé par les trois dernières observations, depuis 1697 jusqu'en 1736.





LIVRE NEUVIÈME.

DES SATELLITES DE JUPITER
ET DE SATURNE.

APRÈS avoir donné les Eléments de la théorie des Planetes principales, j'ai cru devoir terminer cet Ouvrage par un abrégé de celle des Satellites de Jupiter & de Saturne, qui sont des Planetes du second ordre, lesquelles font leurs révolutions autour de Jupiter & de Saturne, de même que la Lune autour de la Terre.

Les Satellites de Jupiter, sont au nombre de quatre, & ils ont été découverts peu après l'invention des Lunettes, en 1710, par Galilée. On appelle *premier Satellite de Jupiter*, celui qui est le plus proche de cette Planete, & ainsi des autres.

A l'égard de Saturne, il a cinq Satellites, dont le quatrième, suivant l'ordre de sa distance à Saturne, a été découvert par M. Huyghens en 1655, & les quatre autres par mon Pere, sçavoir, le troisième & le cinquième en 1671 & 1672, & les deux premiers qui sont les plus près de cette Planete, en 1684.

Le mouvement propre des Satellites de Jupiter & de Saturne sur leurs Orbes, se fait de même que celui de toutes les Planetes, suivant la suite des Signes, en sorte qu'ils paroissent dans la partie supérieure de leurs Orbes, qui est la plus éloignée de nous, aller de l'Occident vers l'Orient, & dans la partie inférieure, qui est la plus proche, de l'Orient vers l'Occident.

Les Satellites de Jupiter & de Saturne, ne peuvent pas s'apercevoir à la vûe simple, ceux de Jupiter qui sont plus gros, se distinguent par des Lunettes de trois pieds, par le moyen desquelles ils paroissent comme les Etoiles de la sixième ou septième grandeur, à la vûe simple.

Pour ce qui est des Satellites de Saturne, on ne peut appercevoir le quatrième, qu'avec une Lunette de 8 à 9 pieds. Le troisième & le cinquième, demandent des Lunettes d'un plus grand foyer, & on ne peut distinguer les deux premiers, qu'avec des Lunettes qui excèdent au moins 30 ou 40 pieds.

C H A P I T R E I.

Des Satellites de Jupiter.

LES Satellites de Jupiter reçoivent leur lumière du Soleil, de même que toutes les autres Planetes. Ils sont éclipsés par l'ombre de Jupiter, de même que la Lune l'est par l'ombre de la Terre; ils forment aussi des Eclipses de Soleil sur le disque de Jupiter, lorsque dans le cours de leurs révolutions ils passent entre le Soleil & cette Planete, comme on le reconnoît par les ombres ou Taches noires qu'ils jettent alors sur son disque. Ces Taches sont différentes de celles dont nous avons parlé au cinquième Livre, & qui sont adhérentes à sa surface, & on les distingue les unes des autres, en ce que les Taches causées par les ombres des Satellites paroissent avoir un mouvement presque égal & uniforme sur le disque de Jupiter pendant qu'elles le parcourent, au lieu que celles qui lui sont adhérentes ont un mouvement beaucoup plus lent vers les bords, que vers le centre.

Mon Pere commença à voir ces Taches en 1664, & on les a toujours observées depuis.

Lorsque Jupiter est à l'occident du Soleil, ce qui arrive depuis la Conjonction jusqu'à son Opposition, l'ombre est occidentale à l'égard du Satellite qui, dans la partie inférieure de son cercle, qui est la plus près de la Terre, paroît aller de l'Orient vers l'Occident; c'est pourquoi l'ombre entre dans Jupiter, & en sort avant le Satellite. Le contraire arrive lorsque Jupiter est à l'Orient depuis son Opposition jusqu'à sa Conjonction.

Comme la lumière des Satellites qui nous est réfléchie, est à peu-près de la même clarté que celle du disque de Jupiter, on les perd le plus souvent de vûe lorsqu'ils passent devant cette Planete, on distingue cependant quelquefois à la place où on devoit les

voir, une petite Tache obscure, plus petite que leurs ombres; ce qui nous fait connoître que les Satellites de Jupiter ont des Taches obscures qui ne s'apperçoivent que lorsqu'ils sont devant cette Planete, & ne se voyent point lorsqu'ils sont dehors, parce qu'alors ces Taches ne font que diminuer la grandeur apparente du Satellite.

En effet, les ombres que ces Satellites font sur le disque de Jupiter, par l'interception des rayons du Soleil, paroissent souvent plus grandes que les Satellites mêmes, parce que nous ne voyons que la partie claire du Satellite, dont le globe entier fait une ombre presque aussi grande que son disque.

Diverses observations nous donnent lieu de juger que les Satellites de Jupiter tournent autour de leurs axes.

Premièrement, parce que dans leurs Conjonctions avec Jupiter nous voyons quelquefois leurs Taches dans l'endroit où répond la ligne tirée de la Terre à ces Satellites, & le plus souvent nous ne les voyons pas, ce qui peut venir de ce que leurs Taches principales sont tantôt dans l'hémisphère exposé à la Terre, & tantôt dans l'hémisphère opposé qui regarde Jupiter.

En second lieu, parce que nous voyons le même Satellite lorsqu'il est éloigné de Jupiter & à la même distance apparente de son disque, plus grand dans de certains temps, que dans d'autres. Le quatrième Satellite paroît souvent plus petit que les trois autres; mais quelquefois il paroît plus grand que les deux premiers, & son ombre dans Jupiter paroît toujours plus grande que celle de ces deux Satellites.

Le troisième Satellite paroît le plus souvent plus grand que tous les autres, mais quelquefois on le voit égal aux deux premiers, ce qui peut s'attribuer aux Taches obscures qui se rencontrent dans l'hémisphère du Satellite qui nous est exposé, & qui en diminuë l'apparence.

En troisième lieu, le même Satellite ne paroît pas toujours employer le même temps à entrer dans Jupiter ou à en sortir; car quelquefois on le verra entrer ou sortir dans l'espace de 10 minutes, & d'autres fois en 6, & moins, quoiqu'il semble qu'il doive être à peu-près le même temps à l'entrée & à la sortie; mais nous n'en jugeons que par la partie claire qui est altérée en divers endroits par les Taches.

On pourroit dire à la vérité, que ces Taches des Satellites se forment de nouveau & se dissipent ensuite, comme il arrive à plusieurs Taches de Jupiter, ce qui pourroit suffire pour expliquer ces variétés, sans être obligé de supposer leurs révolutions autour de leurs axes; mais comme ces apparences peuvent être produites par deux causes différentes, on auroit tort de préférer la dernière à l'exclusion de l'autre, puisque dans l'Astronomie, il faut toujours préférer les hypothèses du mouvement local, à celles des nouvelles productions & dissipations.

Quelque temps après la découverte des Satellites de Jupiter, faite par Galilée, M. Peiresc entreprit de travailler aux hypothèses & aux Tables de ces Satellites, & employa à ce dessein, plusieurs personnes sçavantes. Après avoir déterminé à peu-près les temps pendant lesquels les Satellites font leurs révolutions, & avoir vu les observations de Galilée & de Képler, il inventa une théorie mécanique pour trouver en tout temps les lieux de ces Satellites, qu'il ne jugea pas devoir donner au public, s'étant contenté d'en faire quelque essai.

Il croyoit que si l'on observoit en divers lieux les configurations de ces Satellites, on pourroit déterminer exactement leurs distances, & par ce moyen corriger les Cartes géographiques, & perfectionner la Navigation. Mais après plusieurs observations faites en divers lieux par quelques Astronomes, l'un desquels alla pour cet effet jusqu'à Alep, il ne jugea pas que ces observations fussent suffisantes, & cette invention ne lui parut pas si générale qu'il se l'étoit d'abord imaginé; c'est pourquoi il abandonna entièrement cette entreprise, espérant que Galilée & Képler y pourroient mieux réussir, & particulièrement lorsqu'il apprit que Galilée avoit formé le dessein de s'y appliquer, & qu'il étoit en traité avec les Hollandois, qui cherchoient depuis long-temps le secret des Longitudes. Mais après que Galilée eut travaillé 27 ans à observer ces Satellites, la perte qu'il fit de la vue, l'empêcha de continuer ces observations, & rendit inutile le secours de diverses Puissances de l'Europe, principalement des Hollandois, qui avoient député Hortensius, Blaeu, & d'autres Mathématiciens pour lui aider à observer, & à faire le calcul nécessaire pour la construction des Tables.

Reineri, Auteur des Tables Médicées, qui comprennent les

Tables Astronomiques les plus célèbres qui avoient été faites depuis 400 ans, réduites à une même forme, ayant succédé au travail de Galilée, sous la protection du Grand-Duc de Toscane, continua pendant plusieurs années, les observations des Satellites de Jupiter, que Galilée avoit appellés *Astres Médicées*. Il s'étoit dès-lors proposé de faire des Tables propres pour servir à trouver les Longitudes, & il les promit au public, l'an 1639, dans la première édition de ces Tables; mais il n'en dit pas un seul mot dans la seconde édition des mêmes Tables augmentées & réformées, ce qui donne lieu de juger qu'il y avoit trouvé plus de difficulté qu'il n'avoit supposé d'abord; & on ne sçait pas ce qui avoit résulté de ce long travail, tout ce qu'il en avoit écrit ayant été perdu à sa mort, nonobstant les soins que le Grand-Duc prit de le faire chercher.

Les Tables que Hodierna fit quelques temps après, étant fondées sur les observations de peu d'années, s'étoient en peu de temps si écartées du Ciel, qu'elles n'étoient pas même capables de représenter à peu-près les configurations des Satellites, & Marius s'étant trop pressé de publier ses Tables, pour prévenir Galilée, avoit encore plus mal réussi.

On ne voit pas que d'autres qui avoient proposé de trouver les Longitudes, par le moyen des Satellites de Jupiter, sçussent de quelle manière il falloit s'y prendre, ni quelles phases il falloit choisir pour réussir.

Herigone, l'an 1644, en avoit proposé un moyen en ces termes: *Observetur ope optimi Telescopii, quotâ horâ observationis, aliquod Jovialium siderum appellat ad lineam ab oculo intuentis per centrum Jovis transeuntem*; mais cette méthode n'est nullement praticable, parce que les Satellites ne sont point ordinairement visibles, lorsqu'ils sont dans cette ligne visuelle qui va au centre de Jupiter, & il n'y en a aucun qui se rencontre dans cette ligne, plus de deux, quatre ou six fois durant une révolution de Jupiter de 12 années, à cause de leur latitude apparente dont les règles n'étoient pas encore connus.

Ce n'a été qu'après un grand nombre d'expériences faites en observant ces Satellites, de concert avec d'autres Astronomes, premièrement dans un même lieu, & ensuite dans des lieux éloignés
l'un

l'un de l'autre, que mon Pere a trouvé quelles sont les phases les plus propres pour déterminer les longitudes. Ces expériences lui ont fait connoître qu'il faut préférer à toutes les autres phases, les Eclipses que ces Satellites souffrent en passant par l'ombre de Jupiter, dont on peut observer l'entrée ou la sortie, & quelquefois l'une & l'autre, sans que deux Observateurs différent entr'eux du quart d'une minute d'heure (qui est une exactitude beaucoup plus grande que celle que l'on pouvoit avoir auparavant par les Eclipses de Lune): Que les Eclipses du premier Satellite dont le mouvement est plus prompt que celui des trois autres, & qui entre plus directement dans l'ombre, se peuvent déterminer avec une plus grande précision: Qu'après les Eclipses des Satellites on peut se servir de leurs Conjonctions apparentes avec Jupiter, & entr'eux mêmes, principalement quand ils se rencontrent en venant des parties opposées, & que les observations des ombres qu'ils forment sur le disque de Jupiter, lorsqu'ils passent entre le Soleil & cette Planete au milieu de son disque apparent, sont utiles à ce dessein, de même que les Taches permanentes qui paroissent souvent sur la surface de Jupiter, & qui font autour de lui la révolution la plus prompte de toutes celles que l'on a découvertes jusqu'à présent dans le Ciel; quoique cependant l'instant du passage de ces Taches par le milieu de Jupiter, ne se puisse pas déterminer avec la même précision que leurs Eclipses.

C H A P I T R E I I.

Des moyens Mouvements des Satellites de Jupiter.

ON a remarqué par les observations des Satellites de Jupiter, faites depuis leur découverte, que les Orbes qu'ils parcourent par leurs révolutions autour de Jupiter, sont peu inclinés à l'Ecliptique, & qu'ils décrivent en apparence des Ellipses fort étroites, qui, dans de certains temps, ne diffèrent pas sensiblement d'une ligne droite.

Ces apparences ont beaucoup contribué à déterminer leurs mouvements, car à la réserve du quatrième Satellite qui passe quelquefois, quoique le moins souvent, au-dessus ou au-dessous du

disque de Jupiter, on les voit dans le cours de chacune de leurs révolutions, s'éclipser en passant devant ou derrière le disque de cette Planete, ce qui donne le moyen de déterminer le temps qu'ils employent à faire leurs révolutions autour de Jupiter, en cette manière.

Soit *AIPR* (Fig. 86.) l'Orbe de Jupiter, supposé elliptique, dont l'un des foyers soit en *S*, où est placé le Soleil, & l'autre foyer en *F*, autour duquel Jupiter paroît décrire des arcs égaux en temps égaux. Si l'on suppose que cette Planete soit d'abord placée en *A* dans son Aphélie au centre de l'Orbe d'un de ses Satellites, qui est représenté par le cercle *BKL*, & que la Terre se trouve en même temps en *T* dans la direction de la ligne *SA*, comme elle est dans l'Opposition de Jupiter avec le Soleil; lorsque le Satellite passera par le point *B* ou *L* de son Orbe, ce que l'on déterminera en prenant le milieu entre le temps de son entrée dans le disque du Soleil & de sa sortie, on verra le Satellite répondre au même point où il seroit vû du Soleil.

Supposons présentement que Jupiter, après l'intervalle de 13 mois ou environ, soit retourné à son Opposition avec le Soleil au point *I*, auquel cas la Terre sera en *D* dans la direction de la ligne *SGI*, tirée du Soleil au centre de Jupiter; lorsque ce Satellite, qui étoit en *L* dans la première observation, passera en *G*, il paroîtra répondre au centre *I* de Jupiter, après avoir achevé un certain nombre de révolutions à l'égard du centre *F* du moyen mouvement, moins l'arc *GO*, qui mesure la différence entre le point *G* & le point *O*, où on l'auroit vû répondre s'il avoit été considéré du centre *F*, autour duquel l'on a supposé que se faisoit le moyen mouvement.

L'arc *GO* ou l'angle *FIS*, qui représente l'Equation de l'Orbe de Jupiter, mesure donc la différence entre les révolutions vraies du Satellite à l'égard du Soleil & ses révolutions moyennes; c'est pourquoi si l'on partage le temps moyen écoulé entre ces Oppositions par le nombre des révolutions observées chacune de 360 deg. moins l'angle *FIS*, on aura la révolution moyenne du Satellite par rapport au Soleil, dont on se servira pour déterminer son moyen mouvement pour les années, jours, heures, minutes & secondes.

Cette méthode de déterminer les moyens mouvements des

Satellites de Jupiter est, comme l'on voit, très-simple, & ne demande que l'observation du vrai lieu de Jupiter dans le temps de deux de ses Oppositions, de même que celles de l'entrée du Satellite dans Jupiter & de sa sortie, pour avoir celui auquel il a passé par le centre. Mais comme il arrive souvent que le jour de l'Opposition de Jupiter avec le Soleil, il n'y a point d'Eclipses de Satellites, ou que le temps n'est pas favorable pour les observer, on peut déterminer par deux observations quelconques, les mouvements moyens des Satellites, en cette manière.

On supposera par exemple, que Jupiter étant en *R* par rapport au Soleil placé en *S*, la Terre se trouve en quelque endroit de son Orbe annuel *TVH*, comme en *H*, dans le temps que le Satellite est sur son Orbe en *Z*, dans la direction de la ligne *HR*, où il paroît répondre au centre de Jupiter.

La Terre étant ensuite parvenue à un endroit quelconque de l'Orbe annuel, comme en *V*, pendant que Jupiter a décrit sur son Orbe l'arc *RI*, on verra le Satellite répondre au centre de Jupiter lorsqu'il passera par le point *C*, qui est dans la direction de la ligne *VI*. Prolongeant les lignes *RH*, *IV*, jusqu'à ce qu'elles se rencontrent en *M*, Jupiter dans ses deux situations sur son Orbe en *R* & en *I*, étant vû de la Terre aussi placée en deux points de l'Orbe annuel en *H* & en *V*, paroîtra répondre aux mêmes points du Ciel, que si la Terre s'étoit trouvée au point *M*, sans avoir eu aucun mouvement dans l'intervalle entre ces deux observations. Le mouvement apparent de Jupiter vû de la Terre dans cet intervalle, pendant lequel le Satellite qui étoit en *Z*, après avoir achevé plusieurs révolutions, est arrivé au point *C*, est donc mesuré par l'angle *RMI*.

Si l'on considère présentement la révolution de ce Satellite par rapport au foyer *F* de l'Orbe de Jupiter, à l'égard duquel se fait le moyen mouvement, on trouvera que dans l'intervalle entre ces observations, pendant lequel le moyen mouvement de Jupiter a été mesuré par l'angle *RFI*, le Satellite depuis son passage par le point *Y*, jusqu'à son arrivée en *O*, a décrit un certain nombre de révolutions complètes, qui diffèrent du même nombre de ses révolutions apparentes, de la quantité entre le vrai mouvement de Jupiter vû de la Terre, & son moyen mouvement qui, dans

ce cas, est mesuré par la somme des angles FRM , FIM . On retranchera donc alors, de la somme des révolutions moyennes, chacune de 360 degrés, la différence entre le mouvement moyen de Jupiter, & son mouvement vrai vû de la Terre dans l'intervalle entre ces observations : & l'on fera, comme cette somme ainsi réduite est à 360 degrés ; ainsi le temps moyen écoulé entre ces observations, est au temps que le Satellite employe à faire sa révolution moyenne autour de Jupiter.

Si l'on suppose dans un autre cas, que la Terre qui étoit dans la première observation en H , au lieu d'être parvenue en V , se soit trouvée au point E , dans le temps que le Satellite a passé par le point X dans la direction de la ligne EI ; prolongeant IE , jusqu'à ce qu'il rencontre RM en N , le Satellite vû en Z & en X du point N , paroîtra répondre aux mêmes points du Ciel où on l'a vû effectivement lorsque la Terre étoit en H & en E . La différence entre l'angle RFI du moyen mouvement de Jupiter, & l'angle RNI de son mouvement vrai & apparent, mesurera donc la quantité dont un certain nombre de révolutions apparentes est plus grande ou plus petite que le même nombre de ces révolutions moyennes, qu'il faut retrancher de la somme de ces révolutions, chacune de 360 degrés, lorsque la quantité du moyen mouvement de Jupiter, excède celle de son mouvement apparent, & qu'il faut y adjoûter au contraire lorsqu'elle est plus petite : & l'on fera, comme la somme de ces révolutions, plus ou moins cette différence, est à 360 degrés ; ainsi le temps moyen écoulé entre les observations, est au temps que le Satellite employe à faire sa révolution moyenne.

Comme on ne peut pas observer immédiatement le temps de la Conjonction d'un Satellite avec le centre de Jupiter, parce que lorsqu'il passe derrière cette Planete, il est caché par son disque, & que lorsqu'il passe devant, sa lumière se confond le plus souvent avec celle de Jupiter, on a été obligé, comme on l'a remarqué ci-dessus, d'observer le temps de son entrée & de sa sortie ; ce qui ne se peut pas faire cependant avec la dernière précision, à cause qu'il est difficile de distinguer le moment auquel il touche Jupiter, & celui où il est caché entièrement par son disque : c'est pourquoi on peut employer pour la recherche de ses moyens mouvements, le temps qu'il entre dans l'ombre de Jupiter, & qu'il en sort, qu'on

appelle communément *Immersion* & *E'mersion*, que l'on observe avec plus d'évidence que leur entrée & sortie par rapport au disque de Jupiter.

Pour donner une idée de la manière que se font ces Eclipses, que l'on a employées avec succès pour la connoissance des Longitudes, soit OGP (Fig. 87.) le disque du Soleil, TEV l'Orbe annuel, LHK Jupiter placé sur son Orbe MIN , $ABCD$ l'Orbe d'un de ses Satellites. Les rayons OL , PK , SI , qui partent du Soleil & éclairent Jupiter, étant interceptés par le disque apparent de cette Planete qui comprend un peu plus de la moitié de sa surface, il se forme à l'opposite une ombre conique $LRQK$, qui s'étend beaucoup au de-là des Orbes des Satellites, de sorte que lorsqu'un de ces Satellites, qui reçoit, de même que Jupiter, la lumière du Soleil, vient par son mouvement autour de sa Planete, qui se fait de l'Occident vers l'Orient, à rencontrer cette ombre en D , il perd sa lumière peu à peu, & s'éclipse entièrement jusqu'à ce qu'il soit parvenu en A , où il commence à la recouvrer. Si donc l'on suppose la Terre en V sur son Orbe annuel à l'Occident de Jupiter par rapport au Soleil, & qu'un Observateur suive le mouvement d'un Satellite de C en D de l'Occident vers l'Orient, il verra ce Satellite entrer en D dans cette ombre, lorsqu'il paroîsoit encore éloigné du disque de Jupiter de l'intervalle KN , & c'est ce qu'on appelle *Immersion*.

Si au contraire, l'Observateur se trouve sur l'Orbe annuel en T , plus vers l'Orient que Jupiter, il verra le Satellite en A , sortir de l'ombre de Jupiter, éloigné de son disque de l'intervalle LM , ce que l'on appelle *E'mersion*.

On n'apperçoit dans le cours d'une révolution du premier Satellite de Jupiter, que son Immersion ou son E'mersion, à cause que son Orbe étant fort près de Jupiter lorsqu'il est entré dans l'ombre de cette Planete en D , on ne peut point le voir à sa sortie en A , où il est caché par le disque de Jupiter. Dans les autres Satellites dont les Orbes sont à une plus grande distance, on peut voir dans la même Eclipsé, leurs Immersions & E'mersions, lorsque les rayons VR , VQ , dirigés au terme RQ de l'ombre de Jupiter dans l'Orbe d'un Satellite, ne rencontrent point le disque LHK de Jupiter, ce qui arrive très-rarement dans le second Satellite.

Ces sortes d'observations peuvent être employées très-utilement pour déterminer les moyens mouvements de Jupiter, en prenant le milieu entre l'heure de l'Immersion & de l'Émerfion, qui marque le temps auquel le Satellite vû du Soleil, répond au centre de Jupiter, & comparant cette observation avec une autre semblable, faite après un certain nombre de révolutions plus ou moins le mouvement vrai de Jupiter vû du Soleil, comme on peut le voir (*Fig. 86.*) où la différence entre les révolutions du Satellite vûes du Soleil en *S*, & leurs révolutions moyennes considérées du centre *F* du moyen mouvement de Jupiter, est mesurée par la différence entre les angles *RSI* & *RFI* du vrai & du moyen mouvement de cette Planete.

On peut aussi, au défaut de l'observation de l'entrée d'un Satellite dans l'ombre de Jupiter & de sa sortie, dont l'une des deux, comme nous l'avons remarqué, n'est point visible dans le premier Satellite, y employer seulement son Immersion ou son Émerfion observées après un certain nombre de révolutions, pourvû que dans l'une & l'autre de ces observations, les Nœuds de l'Orbe du Satellite soient sur l'Orbe de Jupiter, auquel cas le Satellite passe par le centre de l'ombre de cette Planete, ou qu'ils en soient éloignés à égale distance de part & d'autre; ce qui, comme l'on voit, demande la connoissance des Nœuds des Orbes des Satellites dont nous parlerons ci-après.

En employant ces différentes méthodes, on a trouvé que le premier Satellite employoit à faire sa révolution $1^{\text{h}} 18^{\text{m}} 28^{\text{s}} 36''$,
 le second $3 13 17 54$,
 le troisième $7 3 59 36$,
 & le quatrième $16 18 5 7$.

Comme dans le retour des Satellites à leurs Conjonctions avec Jupiter, ils achevent une révolution entière sur leurs Orbes, plus un arc égal à celui du mouvement de Jupiter, il faut, pour avoir leurs révolutions à l'égard d'un point fixe dans le Ciel, retrancher de chacune de celles que l'on vient de déterminer, le temps que le Satellite a employé à décrire un arc égal au moyen mouvement de Jupiter pendant la durée de sa révolution.

C H A P I T R E I I I .

Des Digressions des Satellites de Jupiter.

Nous avons remarqué ci-dessus, que quoique les Orbes des Satellites de Jupiter, fussent circulaires ou d'une figure qui approche fort du cercle; cependant à cause du peu d'inclinaison de leur plan à l'égard de celui de l'Ecliptique, ils nous paroissent décrire des Ellipses fort étroites, & qu'on les voyoit quelquefois suivre par leurs mouvements, des lignes sensiblement droites.

Cette direction du plan de leurs Orbes, forme une inégalité apparente dans leur mouvement, qui paroît se faire avec plus de vitesse plus ils sont près de Jupiter, & qui se ralentit à mesure qu'ils s'en éloignent jusques vers leurs plus grandes digressions, où ils paroissent pendant quelque temps stationnaires, parce que l'arc qu'ils décrivent alors sur leur Orbe, est à peu-près dans la direction du rayon visuel qui va de la Terre aux Satellites.

Ce sont aussi par cette raison, les temps les plus convenables pour déterminer le diametre que leurs Orbes occupent dans le Ciel, & leur rapport à celui de Jupiter, auquel il est nécessaire de les comparer pour connoître le temps & la durée de leurs Éclipses.

Pour déterminer leur plus grande digression qui ne diffère pas sensiblement de la grandeur du diametre de ces Orbes, on peut employer diverses méthodes.

La première, qui est la plus simple, est d'observer avec un Micrometre l'espace que le diametre *AB* (*Fig. 88.*) de Jupiter occupe dans le Ciel, de même que la distance *DC* entre le centre *C* de Jupiter & le Satellite *D*, lorsqu'il est dans sa plus grande digression; ce que l'on exécutera en dirigeant les fils de ce Micrometre, de manière qu'ils soient perpendiculaires, non pas au parallele *EI* que Jupiter décrit par sa révolution journalière, mais à la ligne *DC*, qui passe par le centre de cette Planete & le Satellite. Comme l'on est obligé pendant la nuit d'éclairer la Lunette pour en distinguer les fils, ce qui fait perdre ordinairement les Satellites de vue, il convient qu'un de ces fils ait quelque épaisseur, & qu'on

le place de manière que dans l'instant que le centre de Jupiter passe par l'autre fil, le Satellite se cache derrière le fil épais, ce que l'on peut répéter plusieurs fois jusqu'à ce que l'on ait cette mesure exacte que l'on comparera au diamètre de Jupiter mesuré avec le même Micrometre.

La seconde méthode de déterminer la grandeur des Orbes des Satellites, est d'observer cette Planete par le moyen d'une Lunette où l'on a placé au foyer commun de ses deux verres, les fils *EI*, *GH*, *PQ*, *MN* qui se croisent à angles de 45 degrés; l'on dirigera cette Lunette de manière que le centre *C* de Jupiter parcoure par son mouvement journalier, un de ces fils tel que *EI*, & on observera l'intervalle de temps entre le passage du centre de cette Planete & du Satellite par le fil horaire *GH*, qui, étant converti en minutes & secondes de degrés, à raison d'un degré pour 4 minutes d'heure, mesure l'arc *DF* ou *KC* du parallele de Jupiter entre le Satellite & cette Planete.

On observera aussi la différence entre le passage du Satellite en *L* par le fil oblique *MN*, & son passage en *F* par le fil horaire *GH*, que l'on convertira de même en minutes & degrés d'un parallele, pour avoir la mesure de *LF*, qui, à cause des angles *LCF*, *FLC*, supposés de 45 degrés, est égal à *FC*. Connoissant *DF* & *FC*, on aura *DC*. Le comparant au diamètre de Jupiter *AB* ou *OS*, qui est mesuré par le temps que ce diamètre a employé à passer par le fil horaire *GH* converti en degrés, on aura le rapport du diamètre de l'Orbe du Satellite à celui de Jupiter, dont l'on déterminera la valeur en réduisant les degrés du parallele de Jupiter à ceux d'un grand cercle.

La troisième méthode de déterminer le rapport du diamètre de l'Orbe des Satellites à celui de Jupiter, est d'observer l'intervalle de temps entre l'entrée du centre d'un Satellite dans le disque de Jupiter & sa sortie, lorsque ces Eclipses sont centrales, auquel cas leur passage est de la plus longue durée qui soit possible.

On fera ensuite, comme le temps que ce Satellite employe à faire sa révolution, est à celui de sa demeure dans le disque de Jupiter; ainsi 360 degrés sont au nombre de degrés qui mesurent l'arc que le disque de Jupiter occupe dans l'Orbe du Satellite. On fera aussi, comme le sinus de la moitié de cet arc, est au sinus total;

total; ainsi le demi-diametre de Jupiter est au demi-diametre de l'Orbe du Satellite.

On peut aussi employer pour cette recherche, les Eclipses des Satellites dans l'ombre de Jupiter, lorsqu'on peut voir dans un même jour leurs Immersions & Emerisions, comme dans le troisième & le quatrième Satellite, en choisissant les temps de leur plus grande demeure dans l'ombre.

Suivant ces différentes méthodes, on a trouvé que le premier Satellite de Jupiter, lorsqu'il est dans sa plus grande digression étoit éloigné du centre de cette Planete, de 5 de ses demi-diametres & $\frac{2}{3}$, le second, de 9
le troisième, de 14 $\frac{23}{60}$,
& le quatrième, de 25 $\frac{18}{60}$.

Le diamètre apparent de Jupiter occupe dans le Ciel 51 secondes lorsqu'il est le plus près de la Terre, & 32 secondes lorsqu'il en est le plus éloigné, ce qui donne sa grandeur vûe du Soleil dans ses moyennes distances, de 41 secondes $\frac{1}{2}$; d'où l'on trouve le diamètre de l'Orbe du premier Satellite, de . . . 0^d 3' 55",
du second, de 0 6 14,
du troisième, de 0 9 58,
& du quatrième, de 0 17 30.

C H A P I T R E I V.

Des Inégalités des Satellites de Jupiter.

DANS la théorie des Planetes, nous avons remarqué que les Orbes que la Lune décrit autour de la Terre, & les Planetes autour du Soleil, étoient des Ellipses qu'elles parcouroient en décrivant en temps égaux des arcs inégaux, ce qui produisoit l'inégalité que l'on apperçoit dans leur mouvement à l'égard du foyer de ces Ellipses où la Terre & le Soleil étoient placés.

Les mêmes apparences auroient dû, ce semble, se remarquer dans les révolutions des Satellites autour de Jupiter; cependant

comme la plûpart des inégalités que l'on y observe, doivent être attribuées à une autre cause, on a supposé jusqu'à présent qu'ils décrivoient autour de Jupiter, des cercles ou des orbés qui approchoient fort de la figure circulaire.

Nous avons fait voir dans le second Chapitre, qu'à cause de l'excentricité de l'Orbe de Jupiter à l'égard du Soleil, les révolutions moyennes des Satellites, différoient de leurs révolutions apparentes à l'égard de Jupiter, d'une quantité égale à la différence entre le vrai & le moyen mouvement de cette Planete.

Comme le vrai lieu de Jupiter dans son Aphélie, est le même que son lieu moyen, on voit que cette inégalité doit commencer à l'Aphélie, & se distribuer ensuite dans tout le cours de la révolution de cette Planete autour du Soleil, de la même manière que l'Equation de son Orbe, qu'il faut retrancher d'abord de la révolution moyenne, pour avoir la véritable; d'où il résulte que le temps que les Satellites employent à faire leurs révolutions autour de Jupiter à l'égard du Soleil, doit être plus prompt que leur révolution moyenne, lorsque cette Planete est entre son Aphélie & sa moyenne distance; & que ces révolutions sont ensuite plus lentes lorsque Jupiter est dans la partie de son Orbe depuis ses moyennes distances jusqu'à son Périhélie.

On a cependant remarqué que ces inégalités étoient un peu plus grandes que celles qui étoient mesurées par l'Equation de l'Orbe de Jupiter, ce que l'on peut expliquer en cette manière.

Soit BKL (Fig. 86.) l'Orbe d'un Satellite que nous supposons d'abord circulaire. Si l'on suppose que Jupiter étant parvenu de son Aphélie où il étoit en A , à sa moyenne distance en a , le Satellite qui étoit sur son Orbe en B , soit arrivé après plusieurs révolutions, en β dans la Conjonction avec Jupiter; tirant du point F par le point a , la ligne $F\gamma$, l'arc $\beta\gamma$ mesuré par l'angle $\beta a \gamma$, représentera son Equation.

Si l'on suppose présentement, que l'Orbe de ce Satellite soit une Ellipse dont le grand axe BL soit dirigé au même point du Ciel que l'Aphélie de Jupiter, de manière que BA soit plus grand que AL ; lorsque Jupiter sera en a , le Satellite qui seroit parvenu en β , si son mouvement avoit été uniforme & régulier autour de cette Planete, ne sera arrivé qu'en δ : car comme son

mouvement dans l'hypothèse elliptique doit être plus lent dans la partie de son Orbe qui est vers l'Aphélie, que dans celle qui est vers le Périhélie, le point δ doit être moins avancé suivant la suite des signes, que le point β . L'arc $\gamma\beta$, qui mesuroit dans l'hypothèse circulaire, l'inégalité de la révolution du Satellite, sera donc plus petit que l'arc $\gamma\delta$, qui mesure cette inégalité dans l'hypothèse elliptique, de la quantité de l'arc $\beta\delta$.

On a trouvé dans le premier Satellite de Jupiter, que cette Equation n'étoit que de 11 minutes & quelques secondes, environ la trentième partie de celle de l'Orbe de Jupiter; d'où il suit qu'au cas que cette inégalité soit produite par la cause que nous avons rapportée, l'excentricité de son Orbe n'est tout au plus que la trentième partie de celle de Jupiter; de sorte que supposant le demi-axe de cet Orbe, de 10000, la distance entre les foyers est de 32, & le rapport du grand axe au petit axe, comme 10000 à 9999 $\frac{1}{2}$; ce qui fait voir que quelque hypothèse que l'on suive, cet Orbe diffère très-peu de la figure circulaire.

A l'égard des trois autres Satellites, on y a reconnu aussi quelques inégalités, qui paroissent venir de la même cause, dont on n'a pas pu encore déterminer la quantité, & on les a supposé telles que feu M. Maraldi les a employées dans les calculs des Eclipses de ces Satellites.

Outre cette inégalité, il y en a une autre dans le premier Satellite de Jupiter, qui se monte à 2 degrés que ce Satellite parcourt dans l'espace de 14' 9"; cette Equation a pour regle le retour de Jupiter à son Opposition avec le Soleil. Aussi-tôt que mon Pere l'eut reconnue, il jugea qu'elle pouvoit être l'effet de la lumière progressive de ces Satellites, qui, dans les Oppositions de Jupiter avec le Soleil, est plus près de la Terre que dans ses Conjonctions, de toute l'étendue du diamètre de la Terre, comme il est rapporté page 148 de l'Histoire de l'Académie Royale des Sciences, de M. Duhamel, qui y a inséré un Écrit que mon Pere publia en ce temps-là à ce sujet.

Cependant comme il ne lui parut pas que cette Equation, qui auroit dû être de la même quantité dans les trois autres Satellites, fût nécessaire pour déterminer leur mouvement vrai, il abandonna cette hypothèse, que M. Roëmer adopta depuis, & à qui on en attribue ordinairement la découverte.

C H A P I T R E V.

De l'Inclinaison du plan des Orbes des Satellites à l'égard de celui de l'Orbite de Jupiter, & de la situation de leur Nœud.

POUR déterminer la situation des Nœuds des Planetes principales, il suffit d'observer les temps où ces Planetes n'ont aucune latitude apparente, auquel cas leur vrai lieu vû du Soleil, est celui de leur Nœud, ou de l'interfection de leur Orbite à l'égard de l'Écliptique, dont on détermine l'inclinaison, en remarquant les temps auxquels leur latitude vûe de la Terre est la plus grande qui soit possible, qu'on réduit ensuite à leur vraie latitude vûe du Soleil, qui mesure leur plus grande inclinaison.

On ne peut pas trouver avec la même facilité, les Nœuds des Orbes des Satellites de Jupiter, ni leur inclinaison, parce que le plan de leur Orbe étant incliné à celui de l'Orbite de Jupiter, lequel est aussi incliné au plan de l'Écliptique, les apparences que ces Orbes font à l'égard de la Terre, résultent de la composition de ces deux inclinaisons, qui quelquefois sont en même sens, & quelquefois en sens contraire.

Nous n'entrerons pas ici dans le détail des recherches qui ont été faites à ce sujet, & qui sont exposées au long dans la théorie des Satellites de Jupiter, imprimée dans les anciens Mémoires de l'Académie; il nous suffira de dire qu'un des meilleurs moyens de déterminer les Nœuds des Satellites, est d'observer leurs Immersions & Emerfions lorsque leur demeure dans l'ombre de Jupiter, est la plus longue; car alors indépendamment de la situation de la Terre à l'égard de Jupiter & du Soleil, le Satellite vû du Soleil passe par le centre de Jupiter qui se trouve alors dans les Nœuds des Satellites.

A l'égard de l'inclinaison de leurs Orbes, il faut attendre les temps où la demeure des Satellites dans l'ombre est de la moindre durée: & l'on fera, comme le temps que le Satellite employe à faire sa révolution, est au temps de sa moindre durée dans l'ombre; ainsi 180 degrés, sont à l'arc *TV* (Fig. 88.) dont on connoitra

le sinus en parties, dont le rayon est 100000. On fera de même, comme le temps de la révolution du Satellite, est au temps de la plus grande durée; ainsi 180 degrés sont à un arc de l'Orbe du Satellite, dont le sinus mesure *CA*. Connoissant *CA* ou *CV* & *TV*, on aura *RV*, & l'on fera, comme le sinus du complément de l'arc *TV*, est au sinus total; ainsi *RV* est à *CT*, petit demi-diametre de l'Ellipse qui représente l'Orbe du Satellite. On fera enfin, comme *CD* est à *CT*; ainsi le sinus total est au sinus de la plus grande inclinaison de l'Orbe du Satellite, lorsqu'il est à la distance de 90 degrés de ses Nœuds.

Comme on ne peut pas observer l'Immersion & l'Emerfion du premier & du second Satellite de Jupiter lorsqu'ils passent près de son centre, à cause qu'ils en sont trop peu éloignés pour que l'ombre vûe de la Terre soit dégagée entièrement du disque de Jupiter, il est nécessaire pour déterminer leurs Nœuds, d'y employer d'autres méthodes, telles que celles qui sont exposées dans les Mémoires de l'Académie de 1717.

Au défaut des Immersions & Emerfions des Satellites de Jupiter, on peut observer la trace que leur ombre fait dans Jupiter, lorsqu'ils sont dans la partie de leur cercle inférieure, c'est-à-dire, la plus près de nous, dans les temps où ces Éclipses sont centrales, ce que l'on reconnoît en les comparant aux bandes obscures de Jupiter, qui se trouvent à peu-près dans la direction du plan de leurs Orbes, & remarquant lorsque ces ombres entrent & sortent aux deux extrémités d'un diametre de Jupiter.

Suivant ces différentes méthodes, on a trouvé que le lieu du Nœud des Satellites étoit présentement en $\approx 14^d 30'$, éloigné de celui de l'Orbe de Jupiter, d'un signe & près de sept degrés; & que l'inclinaison de leurs Orbes à l'égard de celui de Jupiter, étoit de $2^d 55'$.

On a cependant jugé que l'inclinaison de l'Orbe du second & du troisième Satellite étoit un peu plus grande que celle que nous venons de déterminer.

A l'égard du mouvement des Nœuds des Satellites de Jupiter, on n'y en a reconnu aucun de sensible depuis le commencement de ce siècle.

C H A P I T R E V I.

Des Satellites de Saturne.

Les Satellites de Saturne paroissent beaucoup plus petits que ceux de Jupiter, & comme ils sont éclairés par le Soleil, de même que les Planetes, leur lumière doit, à cause de leur distance tant à la Terre qu'au Soleil, qui est le double de celle de Jupiter, être beaucoup plus foible que celle des Satellites de Jupiter; c'est par cette raison que quoiqu'il y ait des temps où pendant le cours de leurs révolutions, ils passent à notre égard devant le disque de Saturne, & qu'ils sont cachés par son ombre, on n'a jamais apperçû leurs Eclipses, ni leurs Immersions & Emerfions.

On a même beaucoup de peine à distinguer le premier & le second Satellite lorsqu'ils s'approchent de Saturne, & on ne les a pas encore pû appercevoir pendant tout le cours de leurs révolutions dans le temps que les Ellipses, qu'ils décrivent par leur mouvement propre, ont le plus de largeur, & qu'ils passent au-dessus ou au-dessous de cette Planete.

A l'égard du troisième, il est un peu plus gros que les deux premiers, & il y a des temps où on l'apperçoit pendant tout le cours de sa révolution. Il en est de même du quatrième & du cinquième Satellites qui, à cause qu'ils sont plus éloignés de Saturne, sont cachés rarement par le disque de cette Planete.

On n'a point remarqué de variation sensible dans la grandeur des quatre premiers Satellites, dont le quatrième a toujours paru le plus gros. Il n'en est pas de même du cinquième Satellite, qui paroît souvent plus gros que le troisième, mais qui dans certains temps diminuë de clarté & de grandeur, & se perd entièrement, suivant une période qui n'est pas encore connue, ce qui arrive pour l'ordinaire lorsqu'il est dans la partie orientale de son Orbe par rapport à Saturne: cette apparence a donné lieu de juger qu'il y avoit dans ce Satellite, des Taches d'une grandeur considérable par rapport à sa surface; que lorsque ces Taches se rencontrent dans l'hémisphere du Satellite qui est exposée à nos yeux, la partie de son disque qui reste éclairée, n'étant pas suffisante pour se faire

appercevoir de la Terre, il disparoit entièrement; & qu'on le distingue ensuite, soit parce que ces Taches viennent à diminuer, soit que par la révolution du Satellite autour de son axe, elles passent dans l'hémisphere qui nous est opposé.

C H A P I T R E V I I.

Des moyens Mouvements des Satellites de Saturne.

Nous avons remarqué au commencement du cinquième Livre, que l'anneau de Saturne formoit à l'égard de la Terre, l'apparence d'une Ellipse qui étoit tantôt plus ou moins ouverte, qui, dans des temps, étoit si fort rétrécie qu'on le perdoit de vûe, & qui dans d'autres, étoit telle que son petit diametre étoit environ la moitié de son grand axe.

Il en est de même du plan des Orbes des Satellites dont les quatre premiers décrivent des Ellipses à peu-près semblables à celles de l'anneau, & dont le mouvement se fait suivant une ligne droite lorsque cet anneau cesse de paroître.

A l'égard du cinquième Satellite, on s'est apperçû que dans de certains temps, il parcouroit une ligne droite pendant que les quatre autres décrivoient des Ellipses; d'où il suit que son Orbe n'est pas dans le plan de l'anneau ni des autres Satellites, comme on le dira dans la suite.

Les Satellites de Saturne sont de même que ceux de Jupiter, sujets aux inégalités qui dépendent du mouvement de Saturne autour du Soleil; c'est pourquoi on doit employer pour déterminer leurs moyens mouvements, les mêmes méthodes que nous avons indiquées dans la théorie des Satellites de Jupiter, Chap. II.

Il faut cependant remarquer, que comme l'inclinaison de leurs Orbes est beaucoup plus grande que celle des Orbes des Satellites de Jupiter, il faut choisir entre les observations que l'on veut comparer ensemble, celles où Saturne étoit à peu-près dans le même lieu de son Orbe, & le Satellite à la même distance de sa Conjonction avec cette Planete, en préférant les temps où les Ellipses qu'ils décrivent par leurs révolutions apparentes, sont les plus ouvertes, parce qu'alors leur vrai lieu sur leurs Orbes, n'a point besoin de réduction.

On aura aussi attention dans la recherche des moyens mouvements des Satellites de Saturne, de choisir les observations de leurs Conjonctions avec Saturne, ou du moins celles qui en sont les moins éloignées, parce qu'alors leur mouvement apparent est plus prompt que dans les autres endroits de leurs Orbes.

Suivant ces méthodes, l'on a trouvé que le premier Satellite de Saturne acheve sa révolution moyenne à l'égard du point du Bélier, en 1^j 21^h 18' 27",
 le second, en 2 17 44 22,
 le troisième, en 4 12 25 12,
 le quatrième, en 15 22 34 38,
 & le cinquième, en 79 7 47 0.

CHAPITRE VIII.

De la Digression des Satellites de Saturne.

COMME on ne peut appercevoir le premier & le second Satellite de Saturne, qu'avec des Lunettes d'au moins 30 ou 40 pieds, auxquelles il seroit difficile d'appliquer un Micrometre, on ne peut pas pratiquer la première méthode que nous avons exposée au Chapitre III, pour déterminer la grandeur du diametre de leurs Orbes lorsqu'ils sont dans leurs plus grandes digressions, & leur rapport à celui de Saturne & de son anneau.

Au défaut du Micrometre, on employe une autre méthode, qui est de compter le temps qui s'écoule entre le passage du centre de Saturne & celui du Satellite par le même cercle horaire; mais cette méthode n'est bonne que pour les Satellites qui sont les plus éloignés, car comme le demi-diametre de l'Orbe du premier Satellite n'est qu'environ 3 secondes à passer par ce fil, & celui du second au plus 4 secondes, une demi-seconde d'erreur qu'il est impossible d'éviter dans ces sortes d'observations, cause une différence trop considérable dans la détermination de sa distance à Saturne.

Il n'y a donc que l'œil qui puisse être le juge de la distance de ces Satellites, que l'on détermine en la comparant au diametre de l'anneau,

l'anneau, ou bien aux autres Satellites lorsqu'ils sont dans leurs plus grandes digressions.

Suivant ces observations, on a trouvé que supposant le demi-diametre de l'anneau de Saturne de 1, celui de l'Orbe du premier Satellite étoit de 1 $\frac{14}{15}$,
 du second, de 2 $\frac{1}{2}$,
 du troisième, de 3 $\frac{1}{2}$,
 du quatrième, de 8,
 & du cinquième, d'un peu plus de 23.

Comme le rapport du diametre des Orbes du premier & du second Satellite à l'égard de celui de l'anneau de Saturne, n'a pu être déterminé que par l'estime, nous avons jugé devoir y employer une autre méthode fondée sur l'hypothese de Képler.

On sçait que les Planetes qui tournent autour du Soleil, gardent entr'elles une certaine proportion, qui est telle que les quarrés des révolutions sont comme les cubes de leurs distances au Soleil. Cette regle s'est trouvée depuis observée dans les Satellites de Jupiter & dans ceux de Saturne, & mon Pere l'a employée d'abord pour trouver leurs mouvements, en attendant qu'on eût un assez grand nombre d'observations pour les déterminer immédiatement.

A présent que leurs mouvements sont connus assez exactement, nous les employerons pour déterminer leurs distances à Saturne, ce qui est une des parties des plus difficiles de la théorie de ces Satellites, & en même temps des plus nécessaires, n'étant pas possible de déterminer exactement leurs situations hors des Conjonctions sans connoître le diametre de leurs Orbes.

Nous avons choisi pour cet effet la distance du quatrième Satellite au centre de Saturne, qui a été mesurée dans ses plus grandes digressions, de huit demi-diametres de l'anneau; ayant ensuite pris le quarré du temps de chaque révolution, nous en avons extrait la racine cubique, qui nous a donné le rapport des distances des Satellites entr'eux, & nous avons trouvé que la distance du quatrième Satellite au centre de Saturne étant de 8 demi-diametres de l'anneau, celle du premier étoit de 1 $\frac{23}{100}$.

. M M m m

celle du second, de	2	$\frac{47}{100}$,
du troisième, de	3	$\frac{45}{100}$,
& du cinquième, de	23	$\frac{23}{100}$.

Cette proportion s'accorde si exactement à celle qui a été déterminée par les observations immédiates, faites par l'estime, que l'on peut s'en servir pour trouver la situation de chaque Satellite sur son Orbe, sans crainte de tomber dans quelque erreur sensible.

Le diamètre de Saturne est d'environ 20 secondes de degré, & celui de l'anneau, d'environ 45 secondes; d'où il suit que le diamètre de l'Orbe du premier Satellite occupe dans le Ciel . . .	1'	27"
le second	1	52,
le troisième	2	36,
le quatrième	6	0,
& le cinquième	17	25.

CHAPITRE IX.

De l'Inclinaison des Orbes des Satellites de Saturne, & de la situation de leur Nœud.

POUR déterminer l'inclinaison des Orbes des Satellites de Saturne par rapport à l'Écliptique, on a comparé leurs situations à l'égard de l'anneau en différents endroits de leurs révolutions, & ayant remarqué que les quatre premiers décrivirent des Ellipses semblables à la circonférence de l'anneau, on a reconnu qu'ils étoient dans un même plan, & que par conséquent leur inclinaison à l'égard de celui de l'Écliptique, étoit d'environ 30 à 31 degrés, la même que celle que l'on observe dans celle de l'anneau.

Cette inclinaison ne s'est pas trouvée de la même quantité dans l'Orbe du cinquième Satellite, comme on l'a remarqué par les observations qui sont rapportées dans les Mémoires de l'Académie de 1714, où ce Satellite parut décrire une ligne droite qui passoit à peu-près par le centre de Saturne, pendant que les autres décrivirent des Ellipses dont le grand diamètre étoit incliné d'environ

15 degrés à la route de ce Satellite, qui étoit elle-même inclinée de 17 à 18 degrés à l'Orbite de Saturne; ce que l'on a reconnu en comparant la direction du mouvement de cette Planete par rapport à une Étoile fixe qui en étoit fort proche; d'où l'on a conclu que le plan de l'Orbe de ce Satellite se trouvoit placé entre le plan de l'Écliptique & celui des Orbes des autres Satellites, auxquels il étoit incliné de part & d'autre, d'environ 15 degrés.

Pour trouver le lieu de leur Nœud, on a attendu les temps où l'anneau cesse de paroître, n'étant éclairé du Soleil que par son épaisseur, qui est trop étroite pour pouvoir être aperçue de la Terre; car alors son plan se trouvant dans la direction du Soleil, le vrai lieu de Saturne est le même que le lieu du Nœud de l'anneau & des Satellites qui sont dans le même plan. Suivant ces observations on a trouvé que le plan de l'Orbe des quatre premiers Satellites répondoit au vingt-deuxième degré de la Vierge.

A l'égard du cinquième Satellite, on a reconnu par les observations faites lorsqu'il a paru se mouvoir en ligne droite, que son Nœud vû du Soleil répondoit au cinquième degré de la Vierge, éloigné de 17 degrés de celui des autres Satellites.



Fig. 2

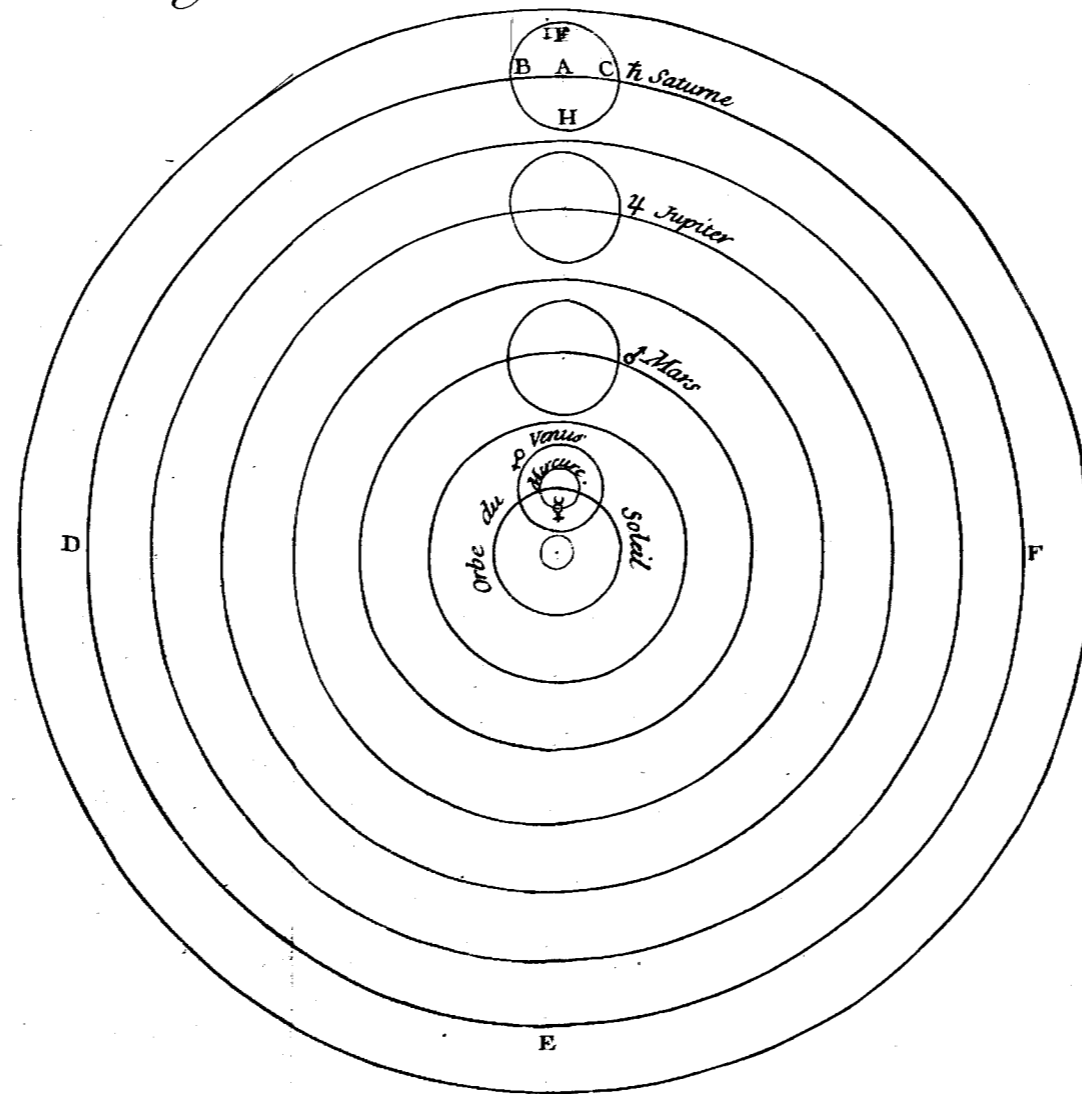


Fig. 3.

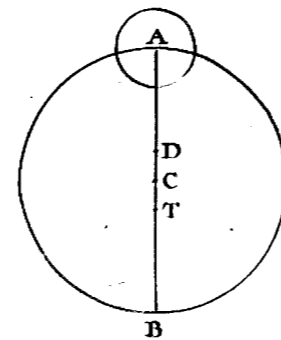


Fig. 4

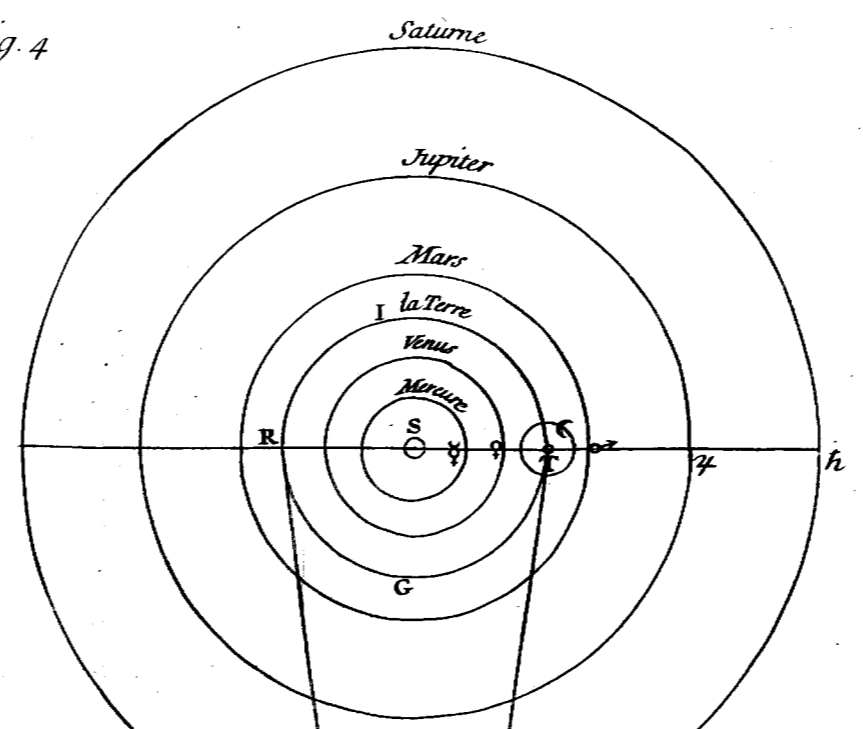


Fig. 5

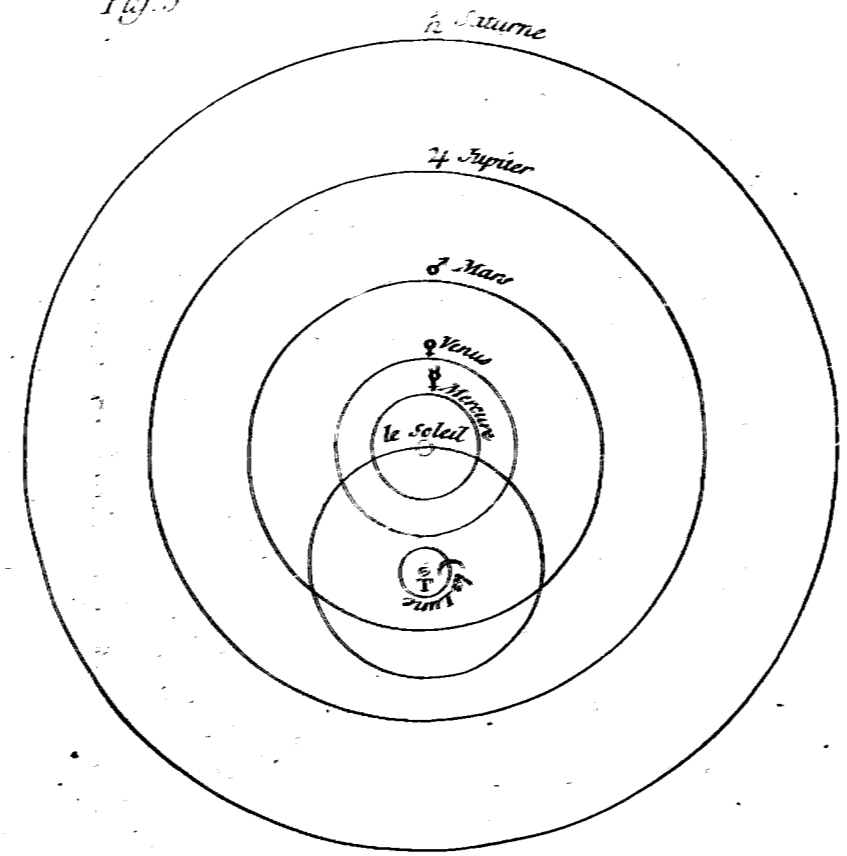


Fig. 6

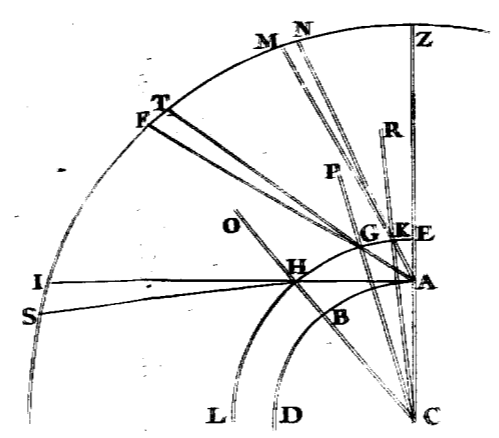


Fig. 7

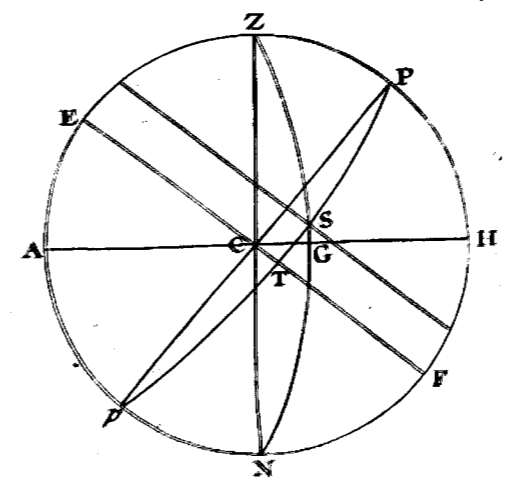


Fig. 10

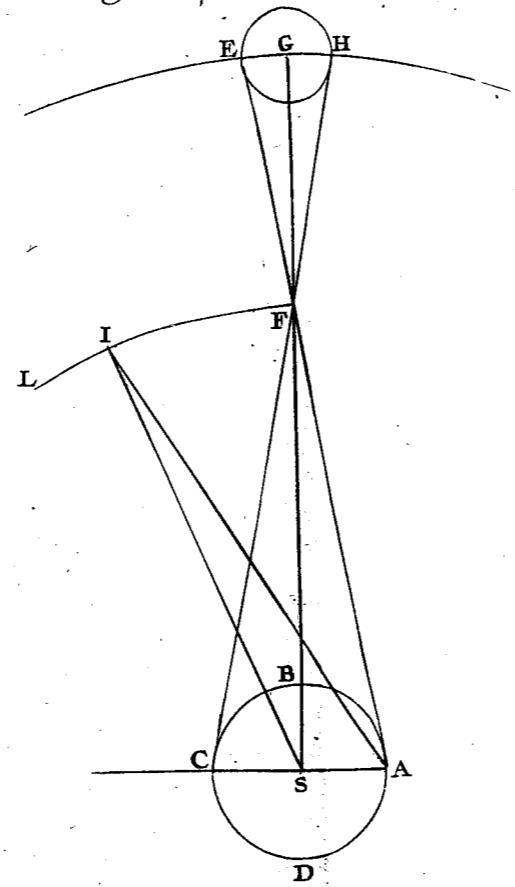


Fig. 11

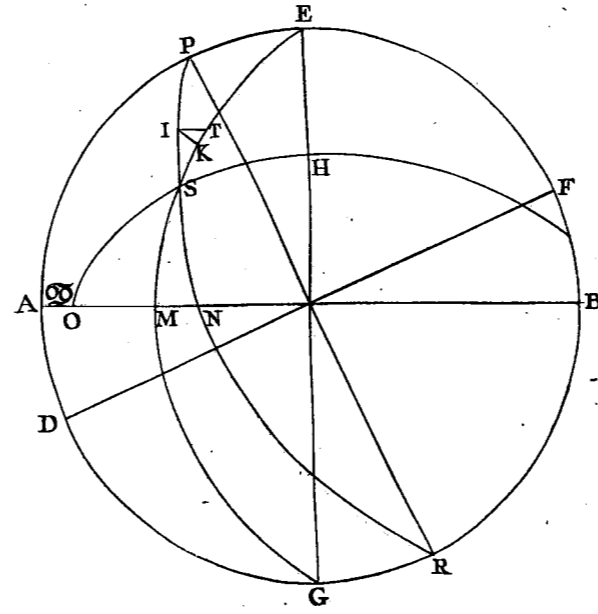


Fig. 12

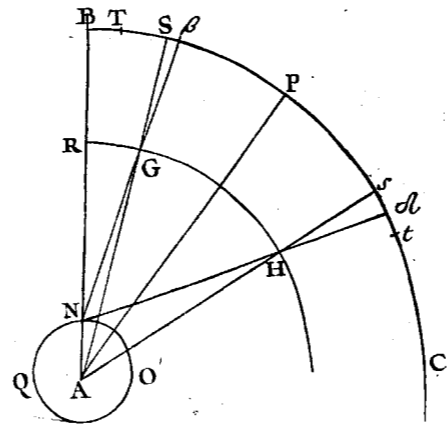


Fig. 13

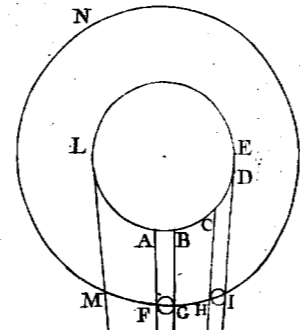


Fig. 14

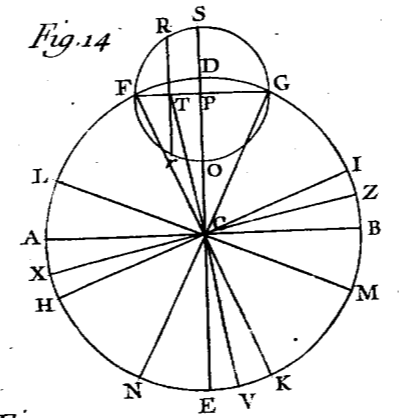


Fig. 15

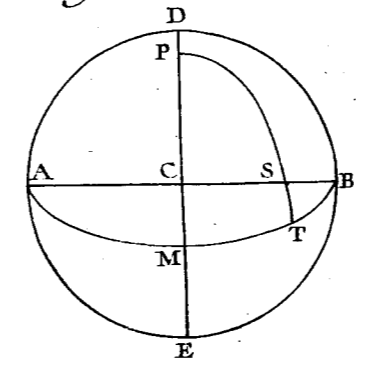


Fig. 16

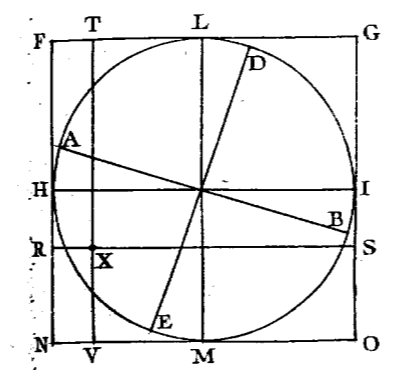


Fig. 17

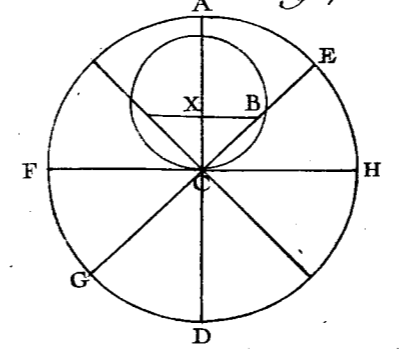


Fig. 18

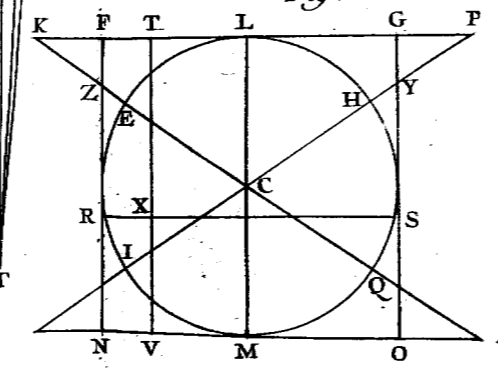


Fig. 19

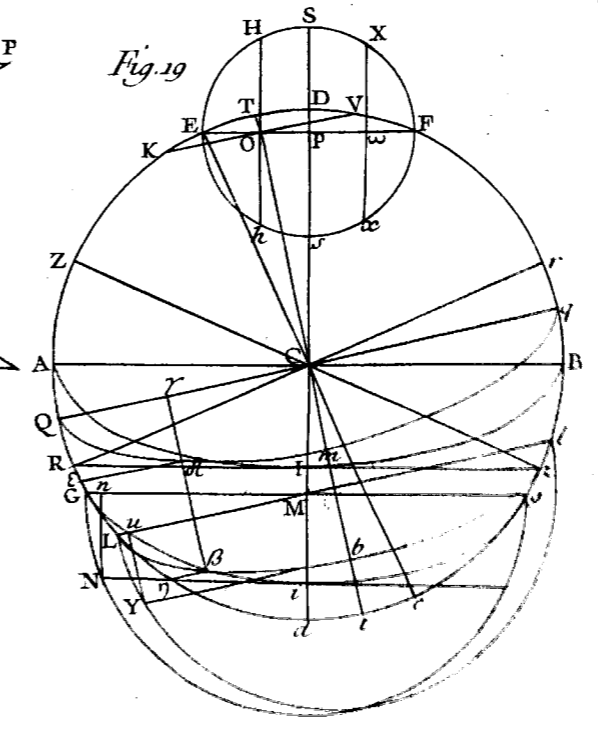


Fig. 20

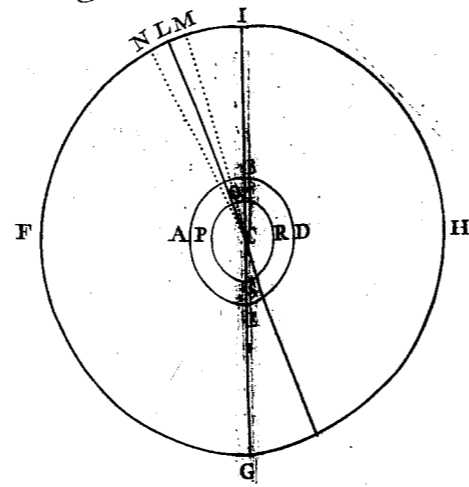


Fig. 21

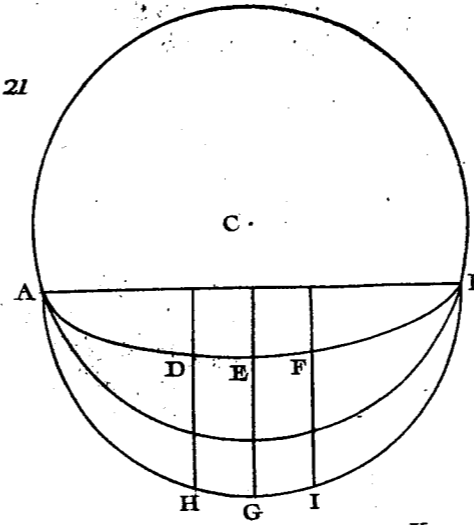


Fig. 22

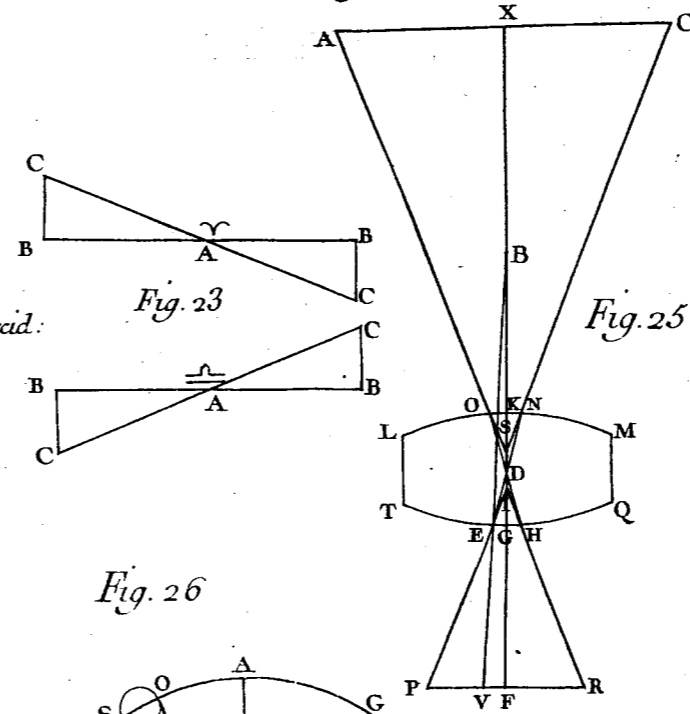
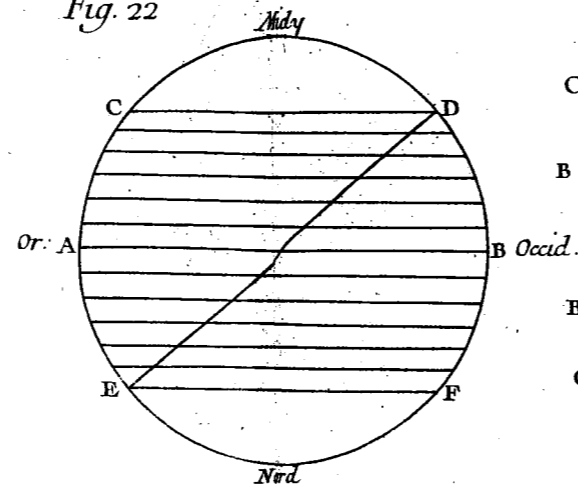


Fig. 23

Fig. 25

Fig. 24

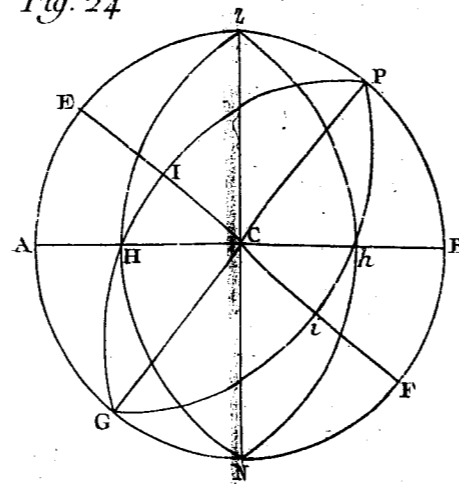
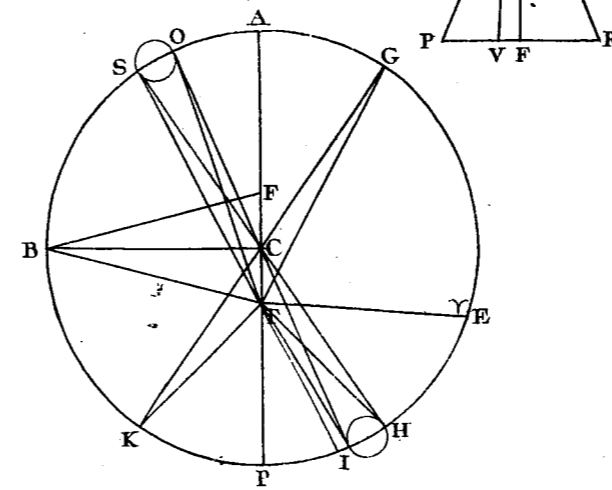


Fig. 26



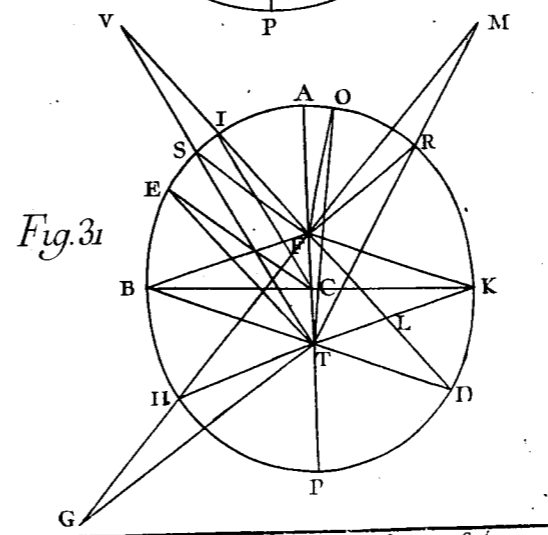
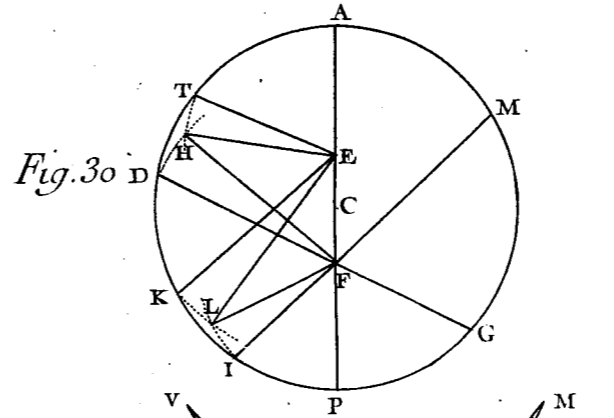
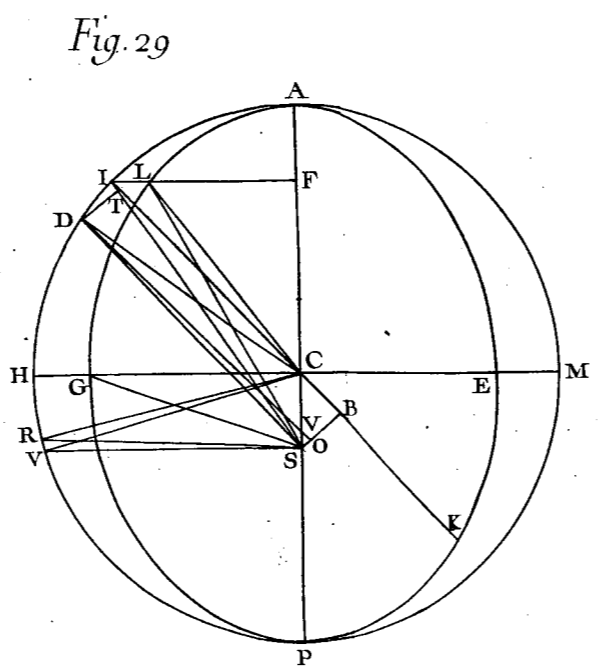
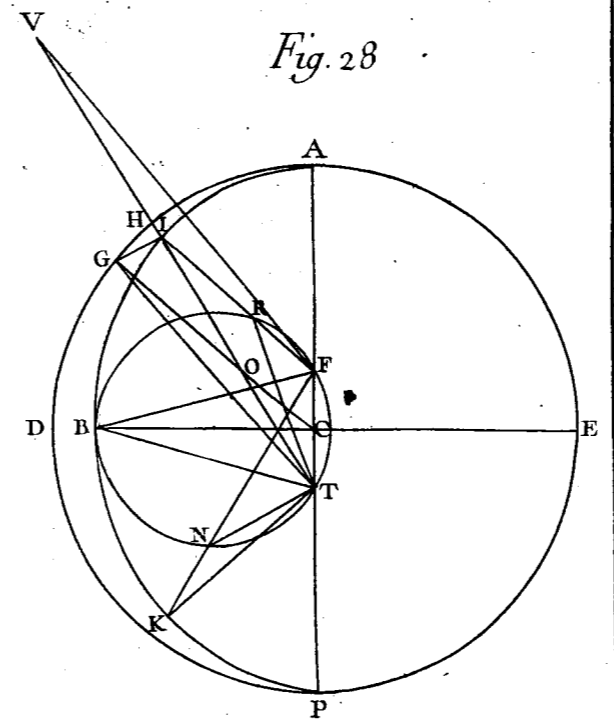
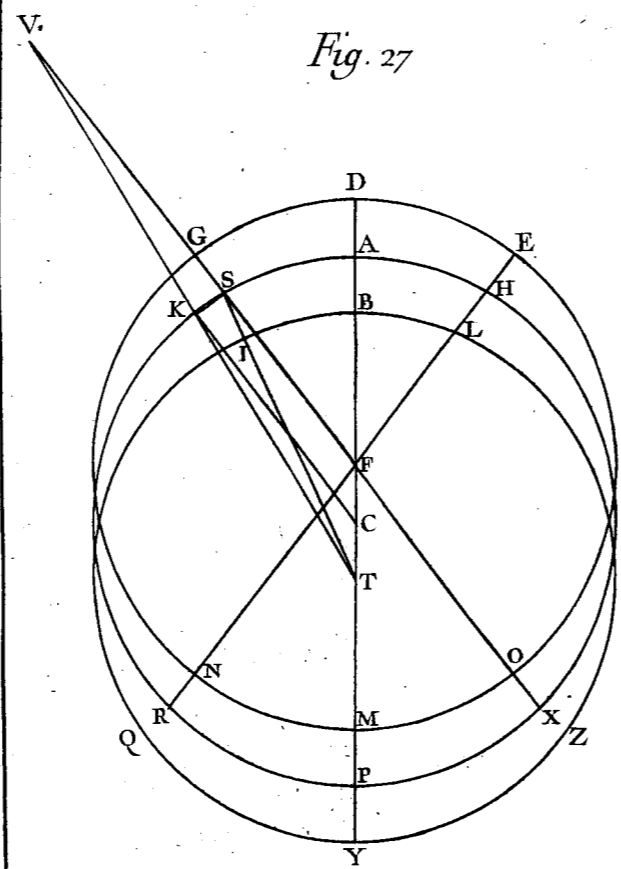


Fig. 32

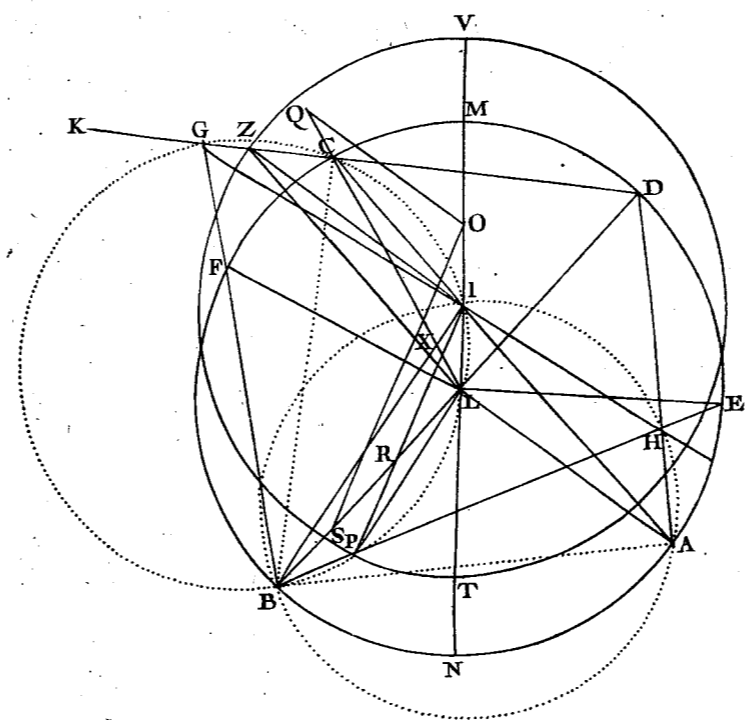


Fig. 33

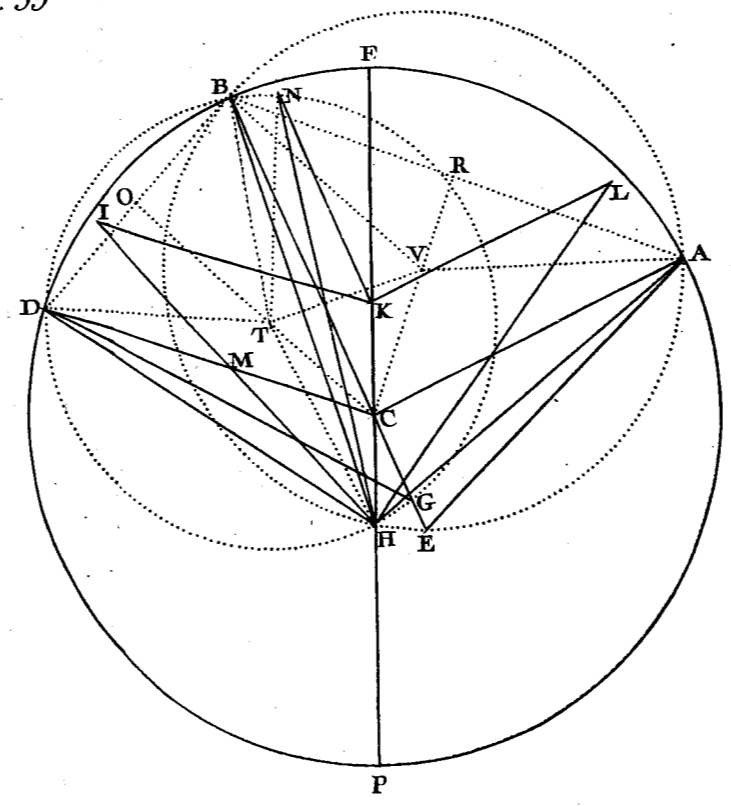


Fig. 34

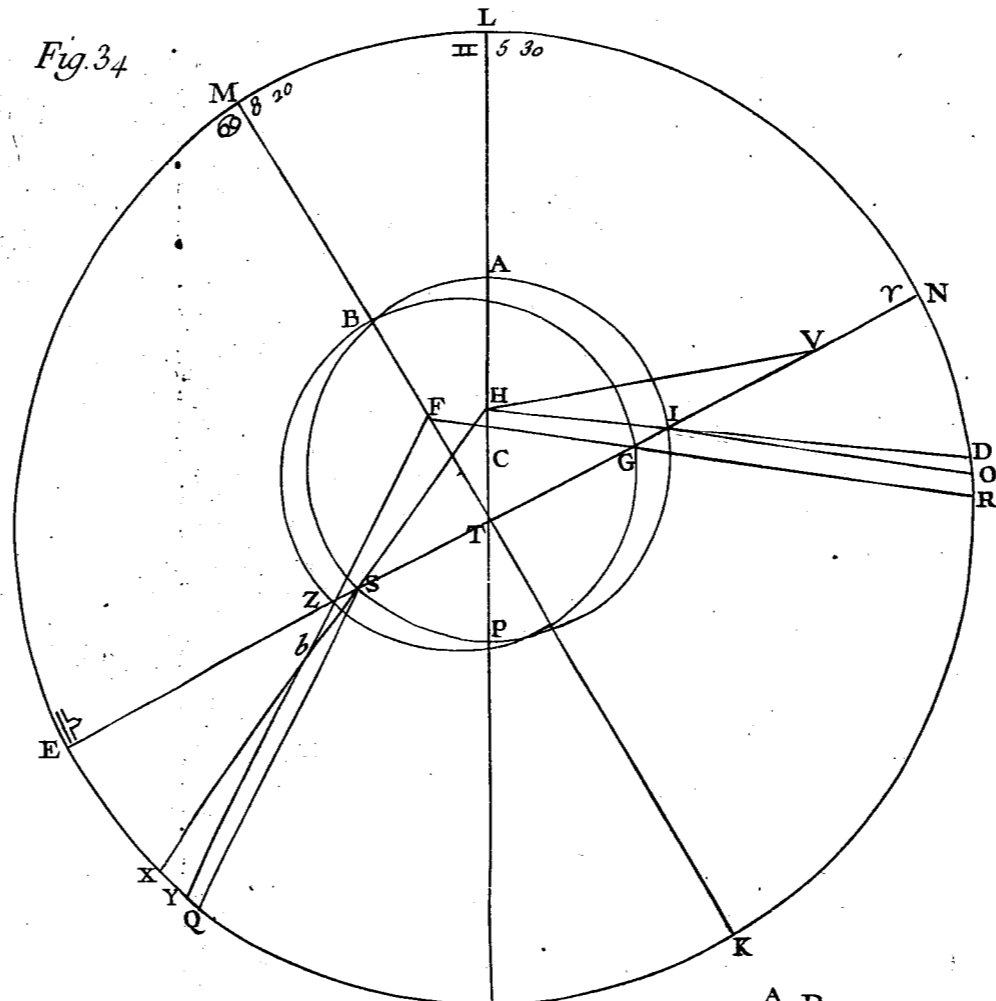


Fig. 35

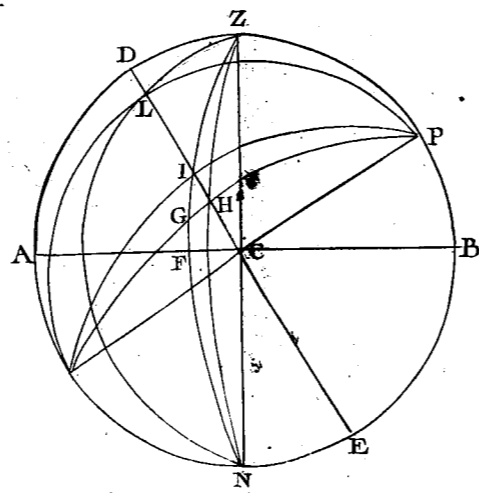


Fig. 36

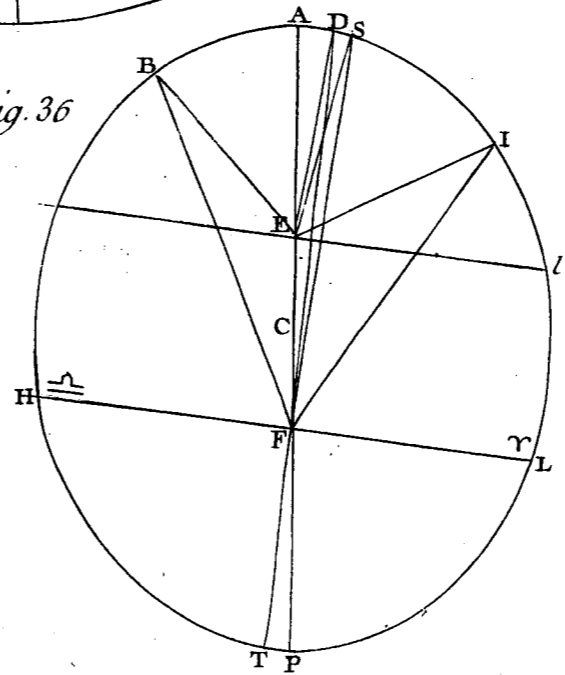


Fig. 37

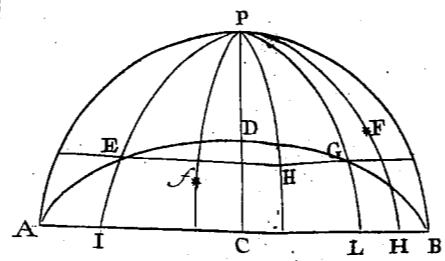


Fig. 38

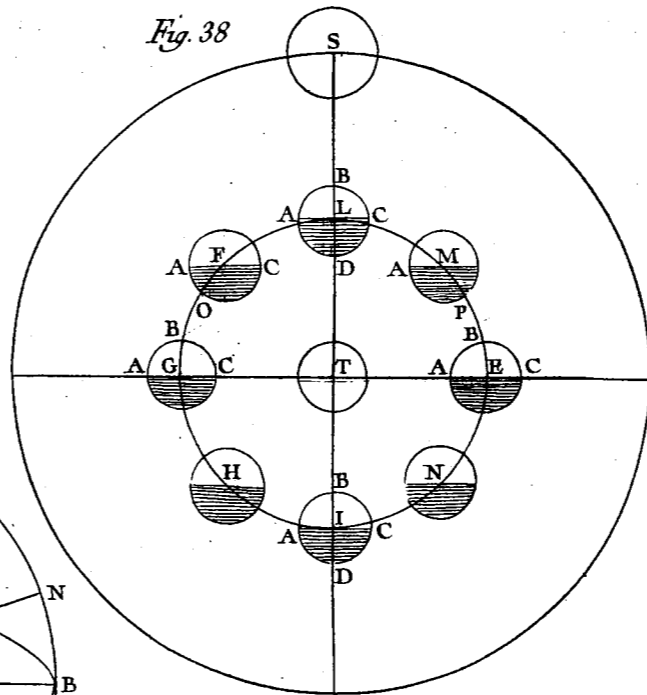


Fig. 39

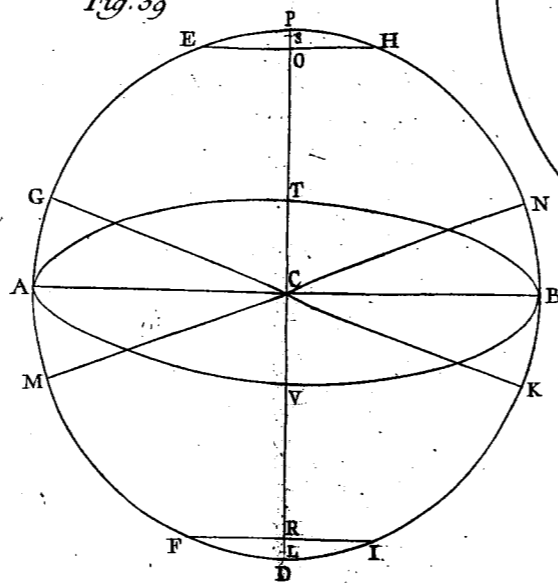


Fig. 40

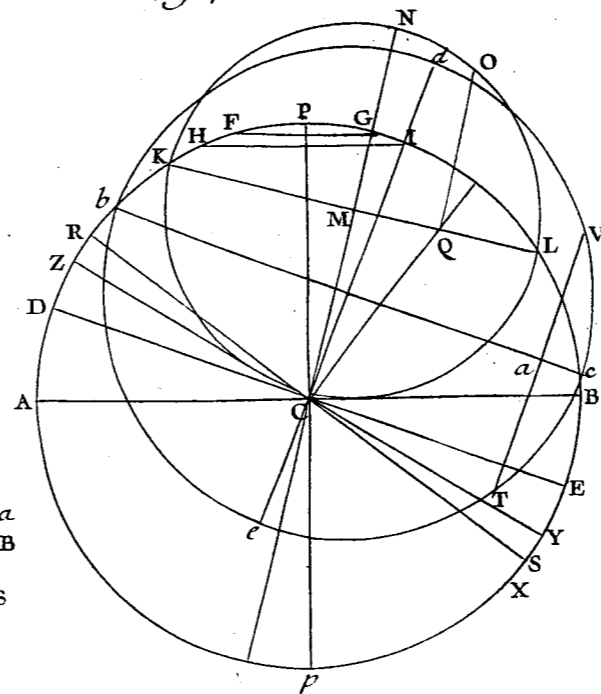


Fig. 41

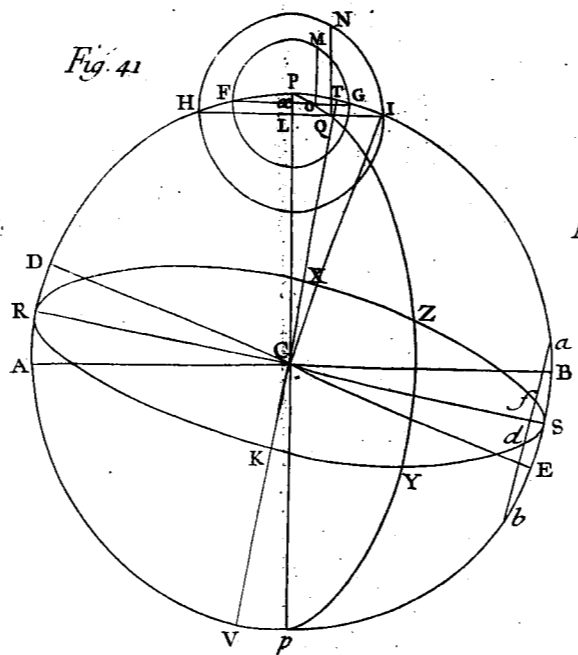


Fig. 42

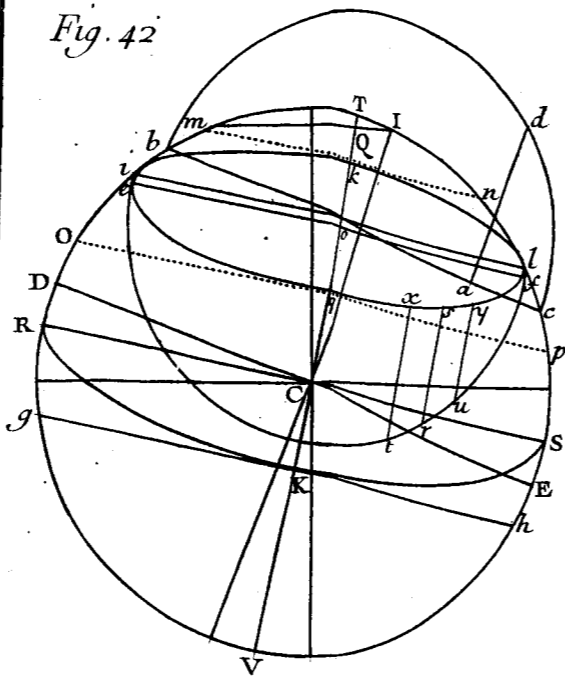


Fig. 44

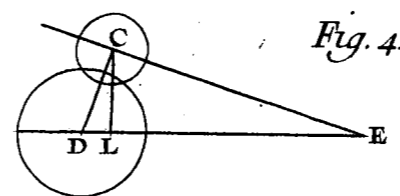


Fig. 45

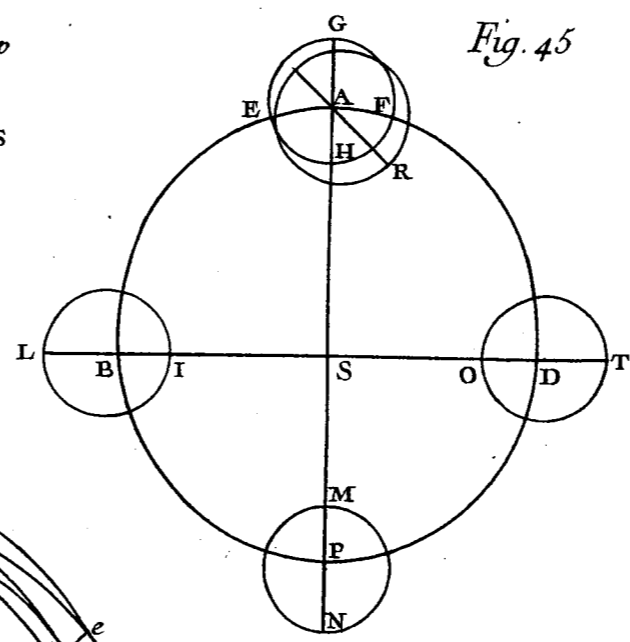


Fig. 43

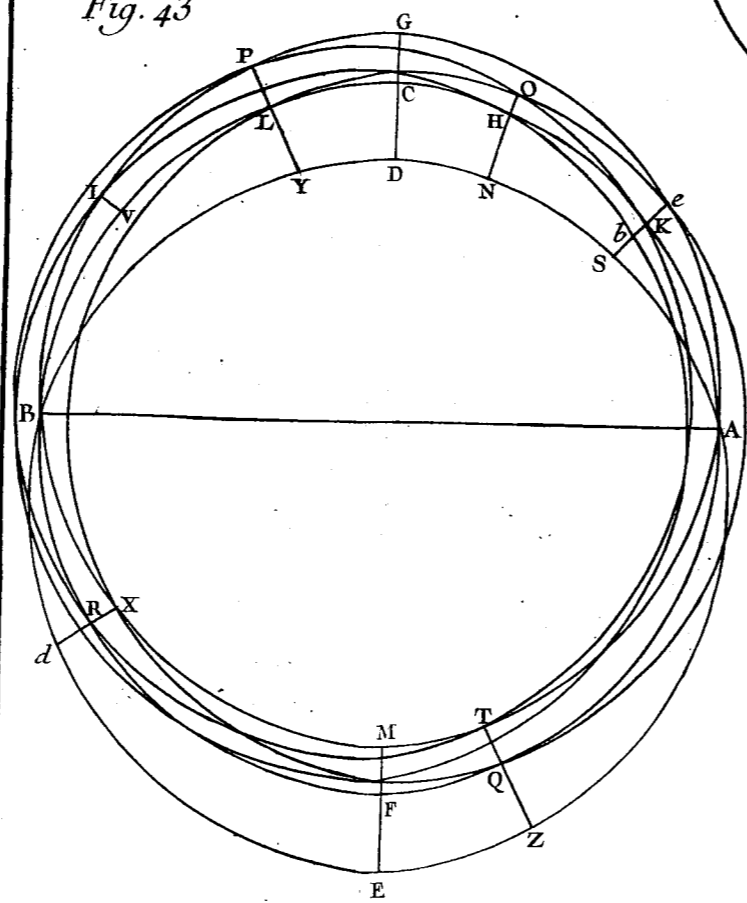
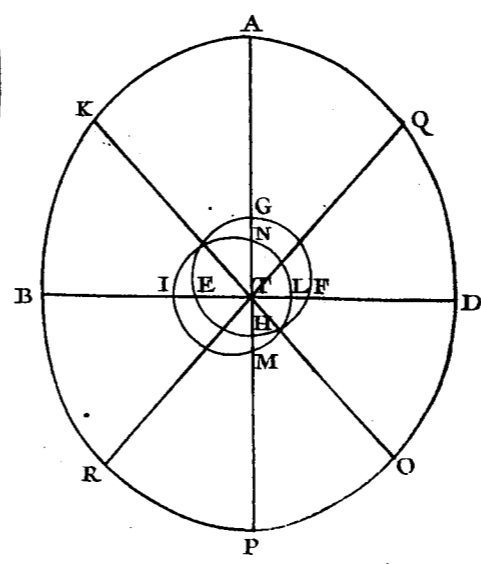


Fig. 46



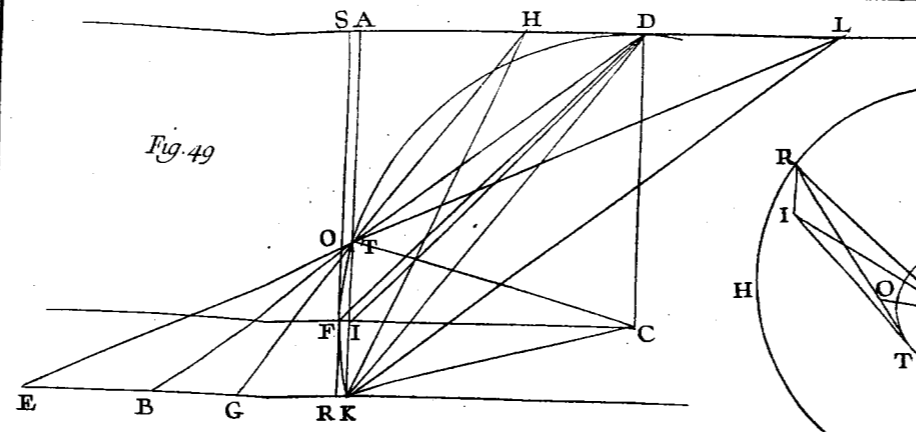


Fig. 49

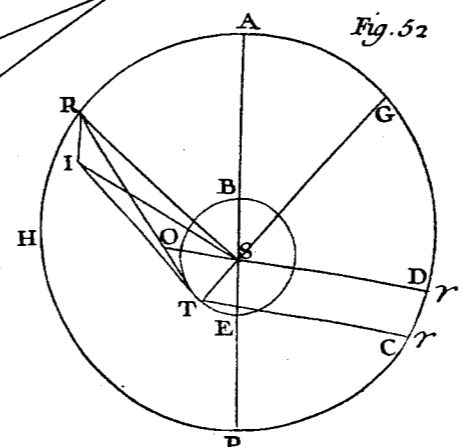


Fig. 52

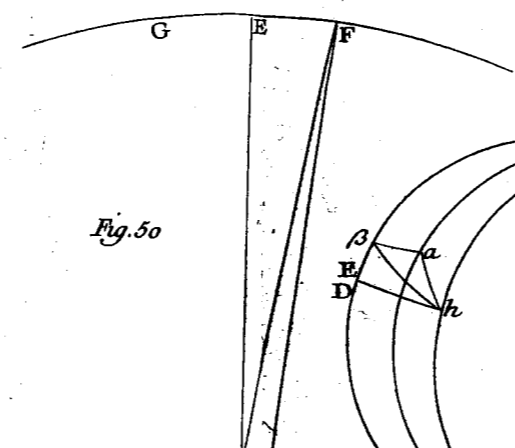


Fig. 50

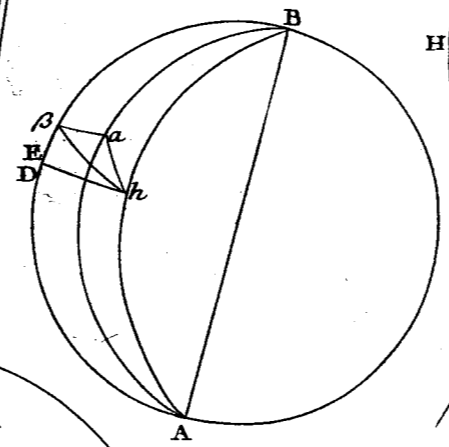


Fig. 51

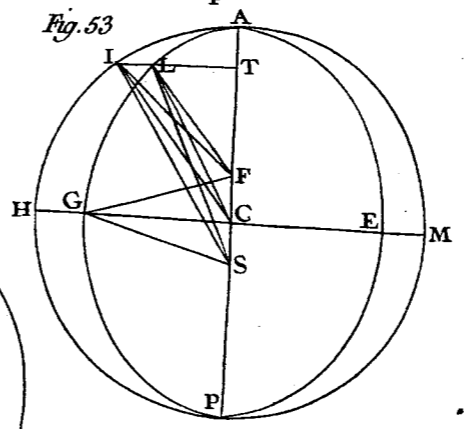


Fig. 53

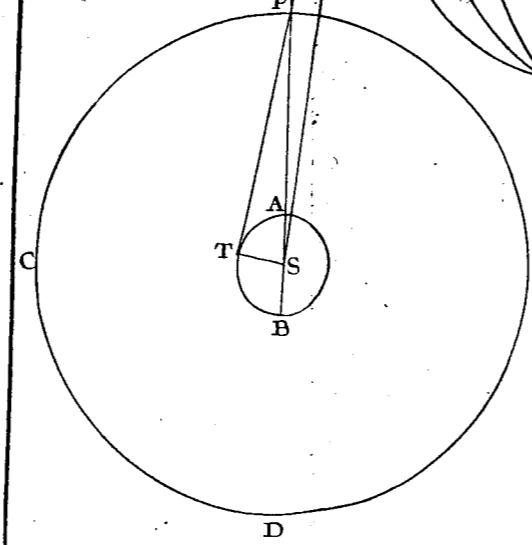


Fig. 54

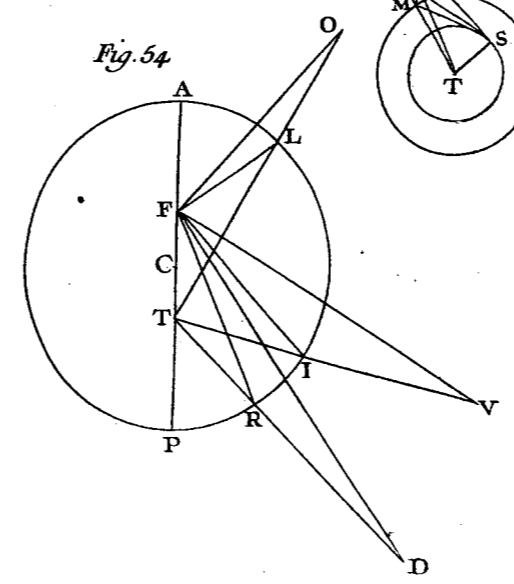


Fig. 55

Figure des taches de Venus.

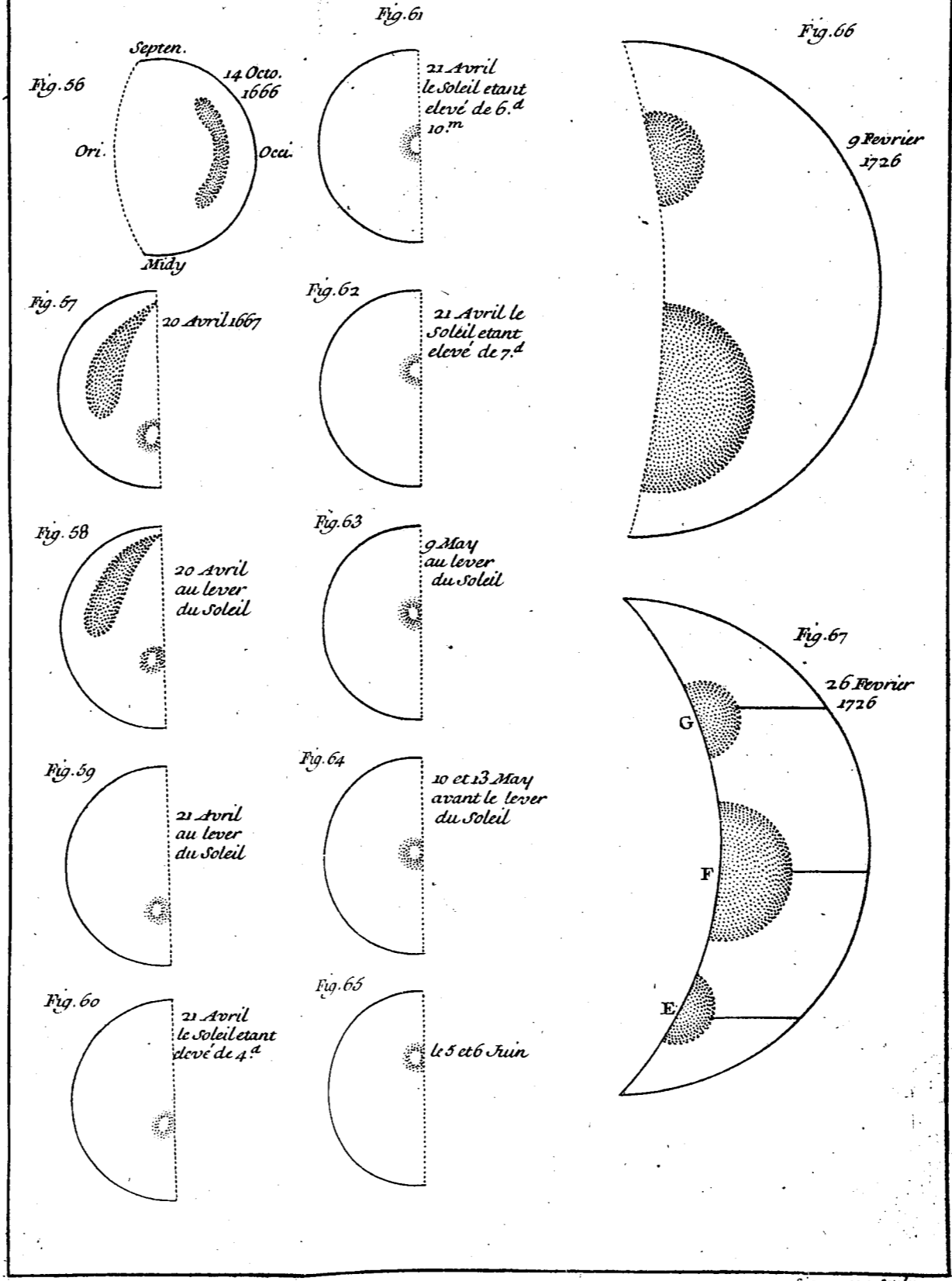


Fig. 68

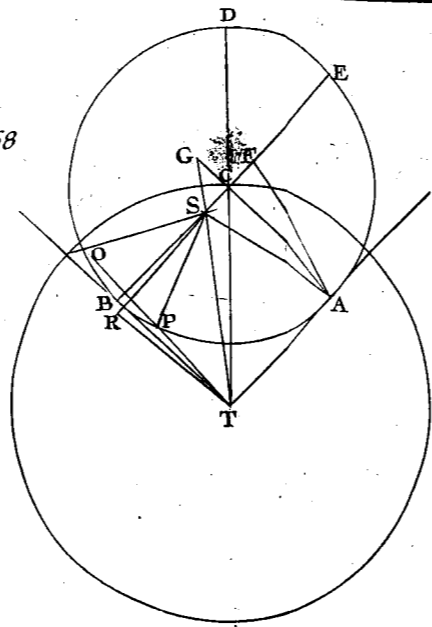


Fig. 69

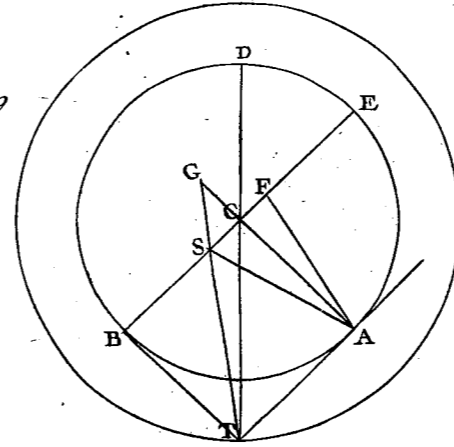


Fig. 71

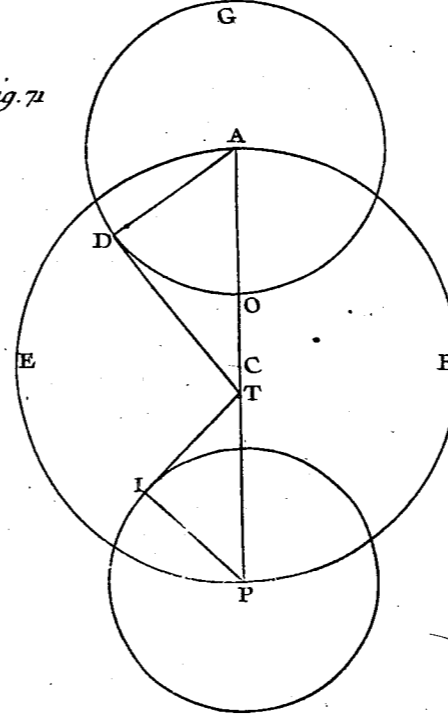


Fig. 70

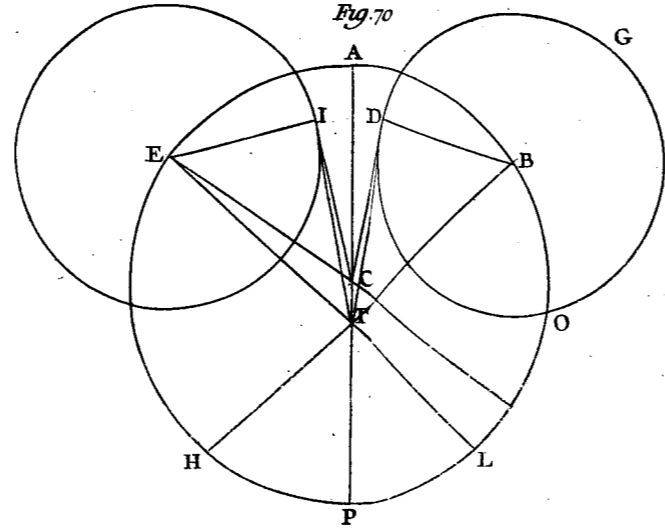


Fig. 72

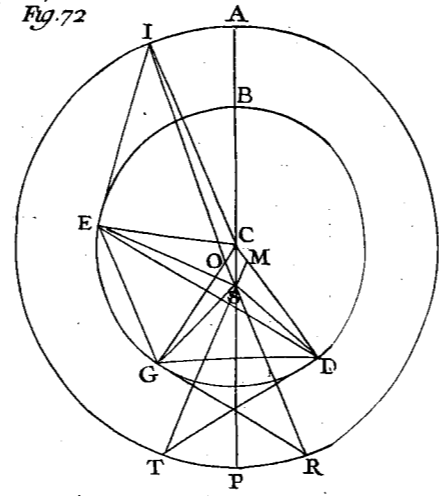
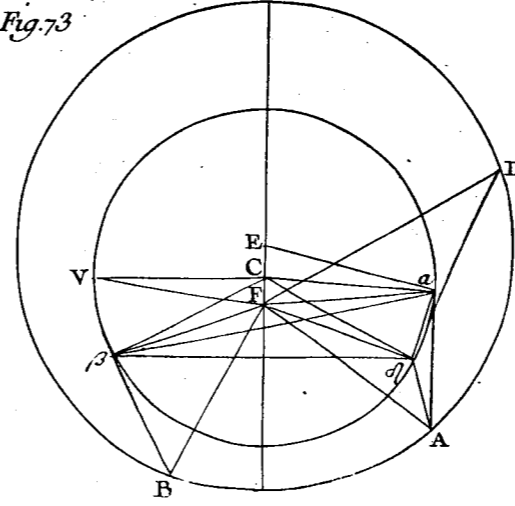
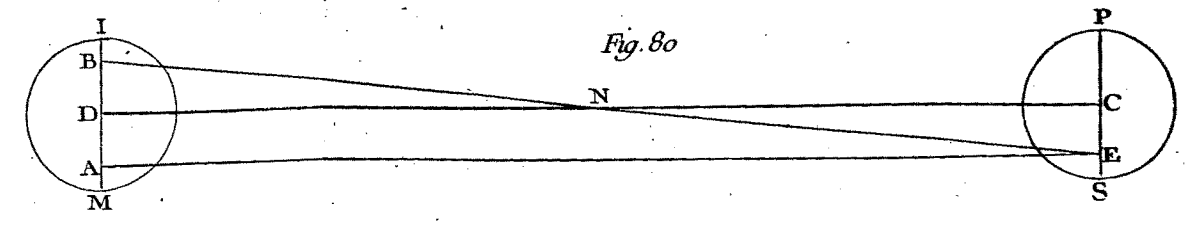
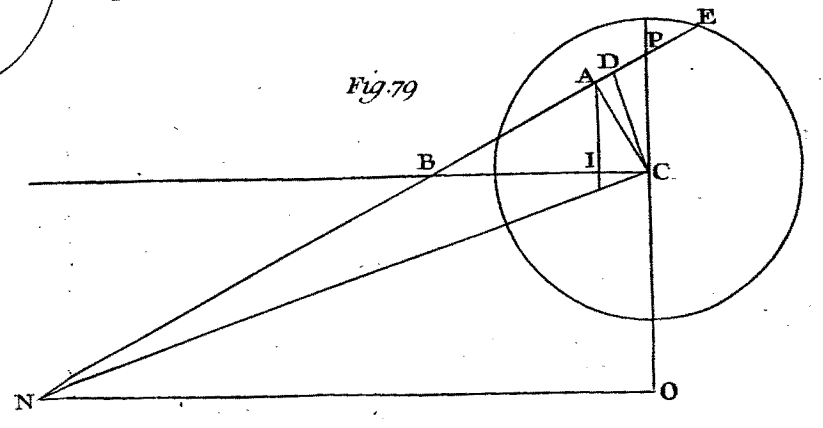
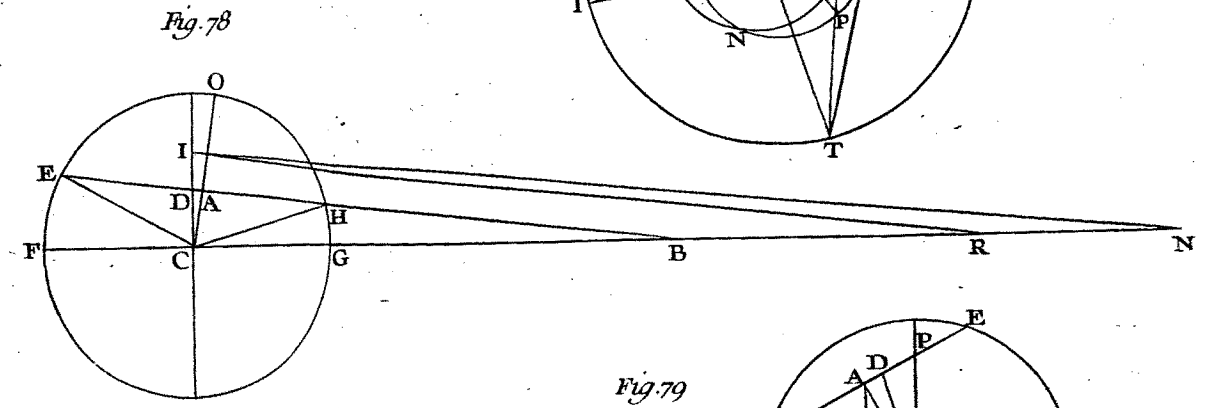
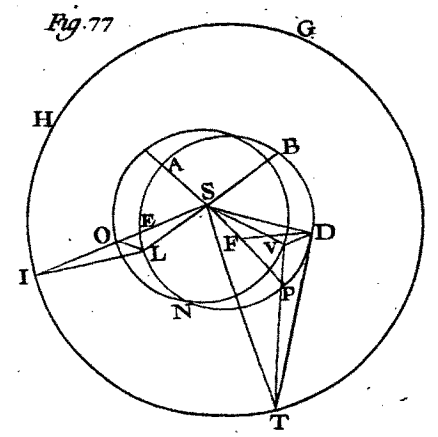
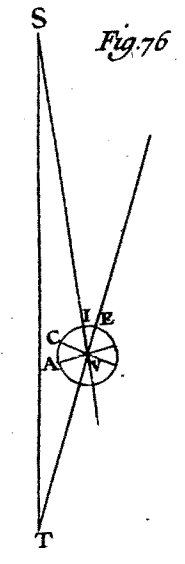
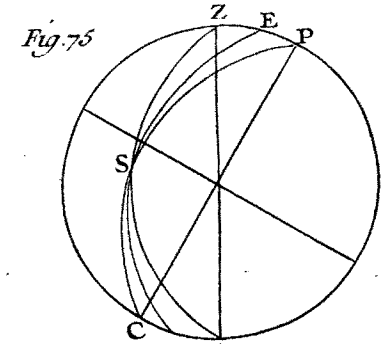
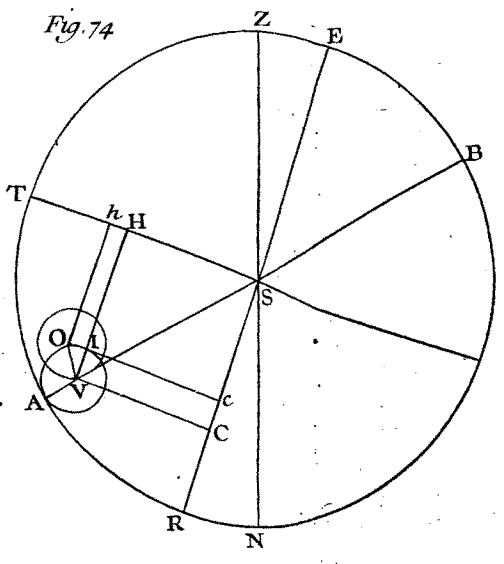


Fig. 73



Handwritten signature or note at the bottom right of the page.



Ammonius sculp.

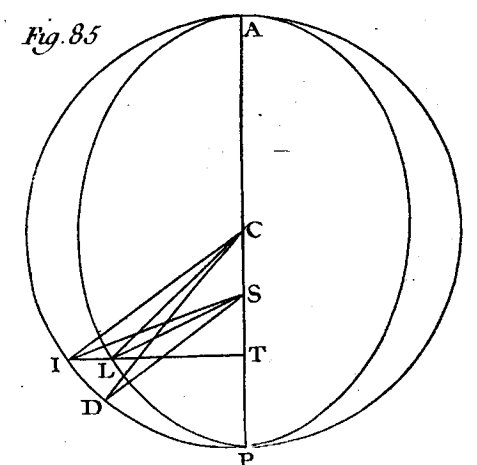
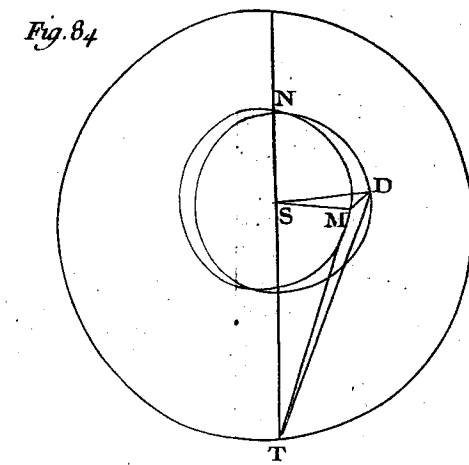
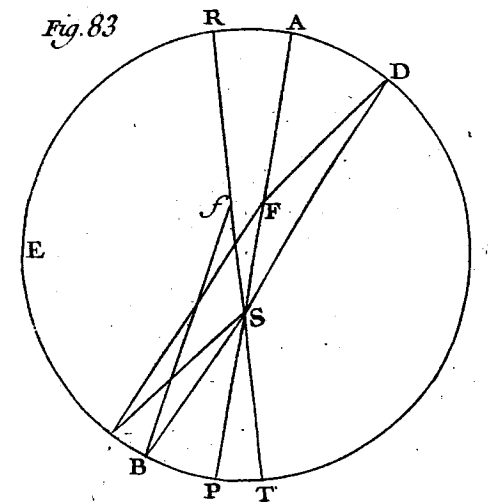
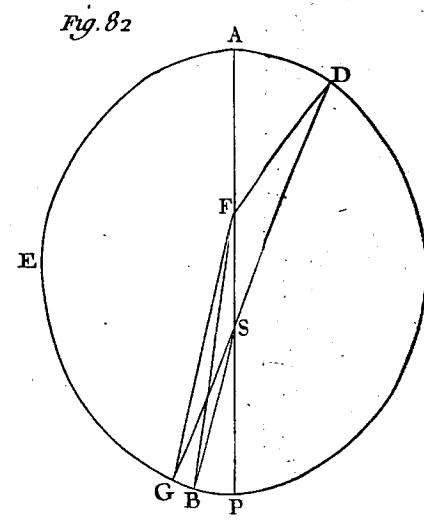
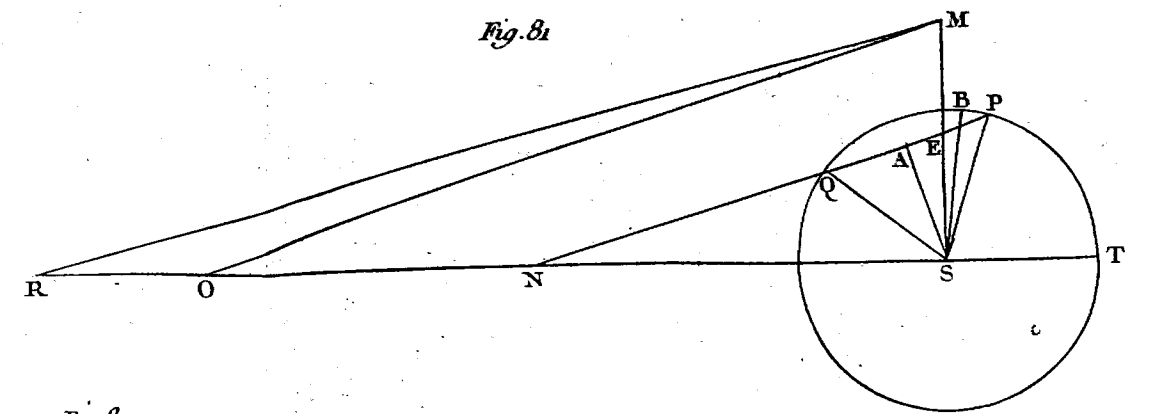


Fig. 86

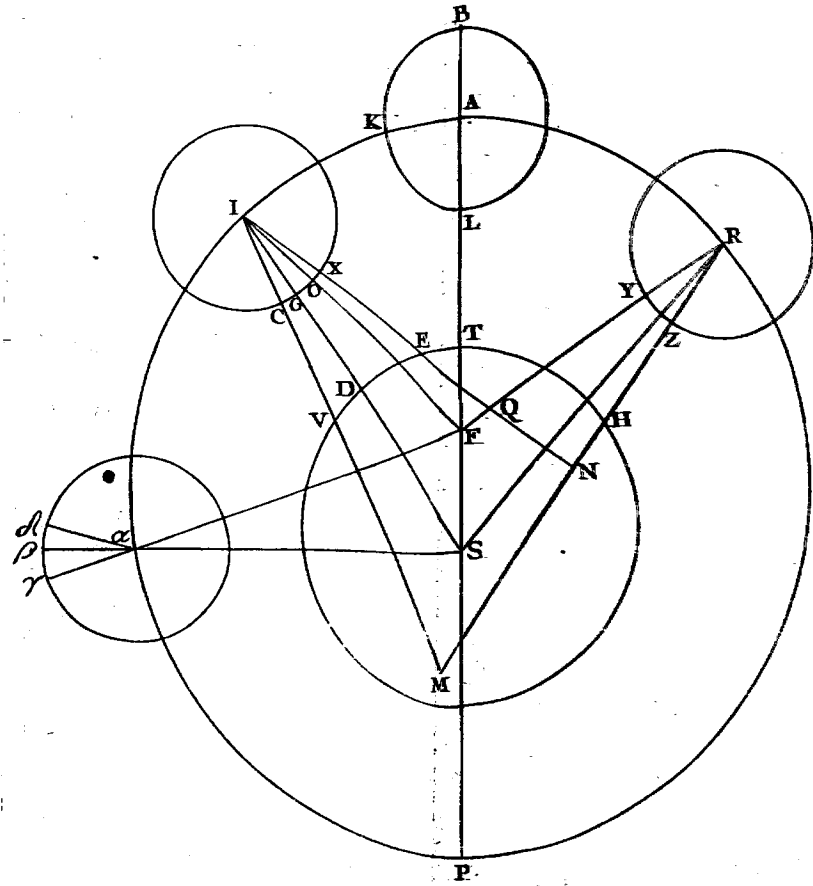


Fig. 87

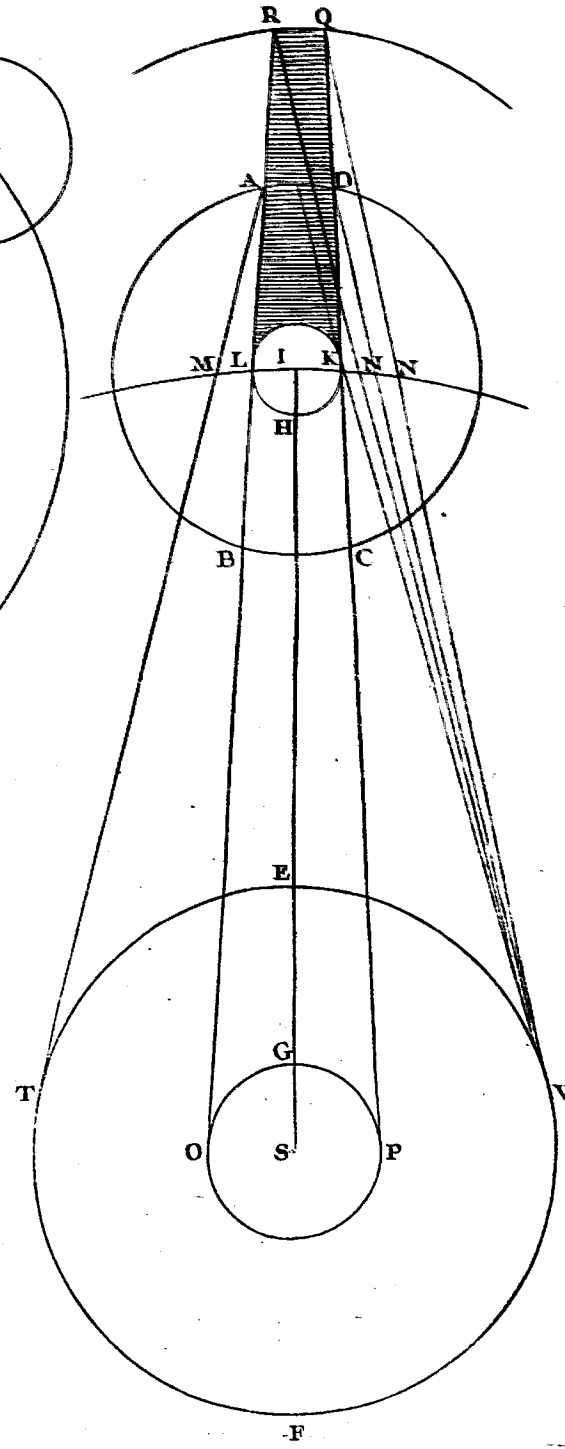


Fig. 88

