

Cuasi periodicidades en los periodogramas de
estrellas δ -Scuti: un nuevo observable.

Dos ejemplos de CoRoT:
HD 174936 y HD 174966

Antonio García Hernández



Cuasi periodicidades en los periodogramas de estrellas δ -Scuti: un nuevo observable. Dos ejemplos de CoRoT: HD 174936 y HD 174966

Antonio García Hernández
Departamento de Física Estelar
Instituto de Astrofísica de Andalucía (CSIC)

Tesis dirigida por
Rafael Garrido Haba
Andrés Moya Bedón
Juan Carlos Suárez Yáñez

Presentada en el departamento de
Física Teórica y del Cosmos de la UGR
para optar al grado de

Doctor en Astrofísica

Febrero 2011

Editor: Editorial de la Universidad de Granada
Autor: Antonio García Hernández
D.L.: GR 2422-2011
ISBN: 978-84-694-2907-5

A Isidro e Isabel,
que hicieron de mí
todo lo que soy.

Stat rosa pristina nomine,
nomina nuda tenemus.

*'El nombre de la rosa',
Humberto Eco.*

Y si caigo,
¿qué es la vida?
Por perdida
ya la di,
cuando el yugo
del esclavo,
como un bravo,
sacudí.

*'Canción del pirata (fragmento)',
José de Espronceda.*

Idiota, tendrás lo que quieras.

Agradecimientos

Quiero dar las gracias al proyecto “Participación española en la misión CoRoT” (ESP2004-03855-C03-01) del Ministerio de Educación y Ciencia, con cuya ayuda FPI (BES-2005-8478) he podido desarrollar este trabajo de investigación para optar al título de doctor. Deseo mencionar al centro que me ha acogido todos estos años, el Instituto de Astrofísica de Andalucía, perteneciente al Consejo Superior de Investigaciones Científicas, y a todos sus miembros, comenzando por los directores que me han sufrido, que me han permitido llevar a cabo mi labor con total comodidad.

Gracias, sobre todo, a aquéllos que me hicieron posible llegar a este punto. A Isabel Márquez y Pepa Masegosa, que me dieron la oportunidad de empezar. A mis directores de tesis, Rafa, Andy y Juan Carlos, que guiaron mis pasos para construir lo que ahora puedo presentar. Y a todos los que componen el grupo de variabilidad estelar, que en algún momento han aportado su granito de arena y ayuda.

Pero, más allá de lo profesional, que también es parte importante de mí, quiero agradecer a todos los que me han ayudado a llegar, a ser el *yo* que escribe estas líneas, de aquí hasta el final del cuento. Para todos vosotros, familia y amigos, que formáis en elevado porcentaje los pilares del cuerpo y mente de éste presente, quiero agradecerlos, de la manera en que me expreso, en que yo soy, haberme empujado hasta este momento, profesional y personal.

Todo aquél que me ha conocido encontrará en esas líneas, que son una mera descripción de mí mismo, algo compartido conmigo. Me gustaría que así vieseis que cuanto soy es cuanto me habéis dado y yo he compartido.

A mi soledad pertenece,
mío es aquél tiempo
de canciones de cuna,
de fútbol, patín y detectives,
de albaricoques y vencejos,
del patio y del garage,
la chimenea y sus ladrillos calentitos:
el tiempo de la *casa baja*.
Míos son los veranos de Alcalá,
por la poblada alameda los paseos,
los bizcochos y las rodajas de sandía,
horrorozos calores y colchones en el
suelo,
chumbos, tagarninas y gazpacho,

el ratoncito Pérez a destiempo,
y reuniones de callados ancianos:
pasados los años, sólo importa saberse
compañero.
Míos son los pasillos del Villa,
los partidos oficiales primeros,
las partidas de mus en Cefera,
y las primeras borracheras:
las fiestas de Móstoles y sus peñas,
y algún verano en Gandía...
blanca inocencia bendita.
De una GORDA mío es el recuerdo,
de una cafetería aún no construida,
y en la clase los almuerzos;

las Navidades en biológicas...
un susto que acabó en *chochombbrero*;
todo quedará en *Top Secret*.
De mi juventud, del máximo apogeo,
guardo las bolitas de botellas a medias
o, por qué no, dos tercios,
con *Ballentina* los atrevidos flirteos
que me hicieron botella y superhéroe:
para entrar en el *Crash*, no olvides tu
guitarra.
No necesito limosna, mujer,
porque he visto Granada;
oí cantar a aquél burro enfermo
e inventamos historias refugiados por la
luna;
las *Cruces* marcaron mi credo,
no comí los flamenquines rancios,
mas algunos pingüinos calleron;
descubrimos Turquía gracias al eclipse,
y en las playas Cariocas salté de aquel
cerro;
canas guardo de la visita de los nueve,
de un *polvorit* y de una botella al suelo:
el resultado nos daba igual.
En la memoria, a buen recaudo, tengo
cierta manzanilla psicotrópica,
de estómagos titanes el duelo,
aquellos lunes filosóficos,
la sangría en los cumpleaños nuestros,
y conversaciones en los despachos.

Así, a la hora desierta,
cuando el sol baje del cielo,
olvidémonos del mundo,
como amigos brindemos;
ahogemos nuestras penas,
con una copa de vino en la mano.
Que se caigan los velos,
derribemos los techos
para vernos los ojos
que limitan los sueños:
¡cuéntame, vamos a conocernos!
Dejemos el mundo, pensemos que es el
último,
démosle al día un vuelco
y no esperemos que termine,
acabemos en el *Cebollas...* o empecemos.
Aguerridos valientes
sin espadas de acero
susurramos palabras
como si fueran secretos,
borrachos de whiskey
con dos pares de hielo.

Tú, que estás entre estas líneas,
formas parte de mí.
Tú, que seguro recuerdas,
me has traído aquí.
Gracias.

Y para ti, con quien tuve la suerte de encontrarme, Fátima, mi guapísima, he
construido unos pobres versos que apenas describen todo lo que siento. El futuro nos
pertenece. Por ello y mucho más, gracias.

Déjame robarte uno de esos besos
de tus tiernos labios de canela,
para hinchar de esperanza la vela,
los llantos bajo piedra poner presos.

Déjame provocarte en mis excesos
esa risa que descubre la tela
que impide que brilles cual candela
y ardan mis amores de ti posesos.

Acógeme entonces en tu seno
y, de nuevo, al refugio de tus pechos,
vencido, permíteme regresar.

En este bosque de color sereno
descansaré de aquellos largos trechos:
¡en tus calores se halla mi hogar!

Índice

I	Introducción	1
1	Marco general	5
1.1	Estrellas pulsantes	6
1.1.a	Astrosismología	7
1.1.b	Tipos de estrellas pulsantes conocidas	8
1.1.c	Estrellas δ -Scuti	11
1.2	Teoría de pulsación	13
1.2.a	Estado de equilibrio	13
1.2.b	Perturbación del equilibrio: armónicos esféricos	15
1.2.c	La ecuación de trabajo: mecanismo κ	19
2	<i>Estado del arte en las estrellas δ-Scuti</i>	23
2.1	Observaciones desde Tierra	23
2.1.a	Análisis de frecuencia	24
2.1.b	Identificación modal: fotometría multicolor	26
2.1.c	Búsqueda de un nuevo observable: periodicidades	29
2.2	Observaciones espaciales: CoRoT	32
2.2.a	Otras misiones espaciales: <i>Kepler</i> y PLATO	33
3	Objetivos y metodología	35
II	Herramientas	37
4	Paquetes externos para la extracción de frecuencias y modelado	41
4.1	Paquetes para la obtención de periodogramas	41
4.1.a	Period04	42
4.1.b	SigSpec	43
4.2	Código de equilibrio y evolución estelar: CESAM	44
4.2.a	Inclusión de las atmósferas de Kurucz	47
4.3	Códigos de oscilaciones estelares	48
4.3.a	GRACO	48
4.3.b	FILOU	49
5	Herramientas específicas desarrolladas durante este trabajo	51
5.1	Construcción de una base de datos: GRID	52
5.2	Herramienta astrosismológica del VO (VOTA)	54

ÍNDICE

5.3	Transformada de Fourier para la búsqueda de periodicidades	57
5.3.a	Casos ideales	59
III	Estudio de las estrellas δ-Sct HD 174936 y HD 174966.	65
6	Observaciones desde Tierra. Caracterización	69
6.1	Cálculo de la caja de incertidumbre en el HR usando VOTA	72
7	Observaciones con el satélite CoRoT	75
7.1	Obtención de los periodogramas	75
7.2	Discusión sobre los periodogramas	81
8	Cuasi periodicidades en las distribuciones de frecuencia	85
8.1	En las observaciones	85
8.2	En los modelos	88
8.2.a	¿Cuasi periodicidad o su mitad?	91
8.3	Discusión	93
9	Discriminación entre modelos usando $\Delta\nu$	101
9.1	Consideraciones para la obtención del observable	101
9.2	Correcciones a la $\Delta\nu$ calculada con VOTA	102
9.3	Aplicación de la cuasi periodicidad	104
10	Discriminación entre modelos usando fotometría Strömgren	109
10.1	Cocientes de amplitud y diferencias de fase de las observaciones	109
10.2	Cálculo de nuevos modelos para la obtención de los valores teóricos de los filtros Strömgren	109
10.3	Identificación del grado ℓ	111
10.4	Discriminación de modelos con órdenes válidos	117
IV	Conclusiones y trabajo futuro	121
11	Conclusiones	125
12	Trabajo futuro	129
V	Apéndices	131
A	Frecuencias encontradas para HD 174936	135
B	Frecuencias encontradas para HD 174966	145
C	Gráficas de identificación modal por fotometría Strömgren	151
	Índice de figuras	157
	Índice de tablas	163
	Referencias y bibliografía	165

Parte I
Introducción

El horizonte está en los ojos
y no en la realidad.

Ángel Ganivet.

Capítulo 1

Marco general

- “- **T**imón, te has preguntado alguna vez qué son esos puntitos brillantes del cielo?
- ¡Pumba, no me lo pregunto, lo sé!
- ¡Ah! ¿Y qué son?
- ¡Luciérnagas! Luciérnagas que se quedaron atrapadas en ese techo azul y negro de ahí arriba.
- ¡Ah, vaya! Siempre creí que eran bolas de gas quemándose a millones de kilómetros de aquí.
- Pumba, todo lo tuyo es gas.
- Simba, ¿tú qué crees?
- Pues... alguien me dijo una vez que los grandes reyes del pasado están arriba, observándonos.
- ¿O sea, que un montón de momias reales nos están observando?”¹

No importa la perspectiva: bien sea por mera sensibilidad poética, bien por inquietud cosmológica, bien por curiosidad científica, el hombre siempre ha observado con detenimiento la bóveda que contiene todos los astros celestes y que sobre su cabeza descansa, estática, perenne, inmutable, inalcanzable. Quizás sean esa lejanía, esa insalvable distancia que de él lo separa, esa perpetuidad a sus efímeros ojos y la imperante atracción que lo sujeta a un suelo llano, las razones que lo han llevado a inquirir sobre la composición, el funcionamiento y las causas de aquello que tanto admira.

La poesía canta y alaba su belleza y sus cualidades. La filosofía y la religión intentan encontrarle un sentido humano y una primera causa. Mientras que la ciencia pretende encontrar una explicación que nuestra razón sea capaz de asimilar. Tal vez alberguemos la esperanza de que comprender el mecanismo que rige el cielo y sus componentes sacie en cierta medida nuestra sed por alcanzarlo. O quizás queremos creer que entenderlo es, en parte, haber llegado hasta él, haber viajado y tocado sus maravillas.

No importa la perspectiva: el hombre está hermosa y dulcemente condenado a contemplar y cuestionarse el Universo que habita.

¹Diálogo extraído de la película ‘El rey león’ (1994) de la compañía Disney.

1.1 Estrellas pulsantes

Las estrellas se han considerado tradicionalmente como inmutables desde que Aristóteles definiera la esfera de las estrellas fijas. En el mundo supralunar, más allá de las respectivas esferas que contienen al sol, a la luna y al resto de planetas (todos ellos cuerpos celestes caminantes errantes en el cielo) existe una esfera que contiene a los cuerpos celestes inmutables en directo contacto y justo antes del motor inmóvil. La esfera se mueve, rota sobre sí misma, pero los cuerpos que contiene se mantienen siempre fijos y con el mismo resplandor. Son las estrellas.

Los cambios que nosotros estudiamos en nuestros días en el comportamiento de los astros es tan pequeño que difícilmente podría haber sido observado por los griegos. No obstante, es extraño que no se encuentre constancia de la aparición de algún fenómeno que perturbase la inmutabilidad de la esfera más perfecta de todas hasta el año 134 antes de Cristo, en un informe de Plinio el Viejo. Seguramente cualquier perturbación que se viera en el cielo, como los cometas o las novas y supernovas, se explicaría como un fenómeno atmosférico o mediante una interpretación astrológica, de ahí su nula repercusión.

Lo que Plinio observó probablemente fue la primera supernova documentada de la historia. Luego ocurrieron y se observaron la del año 185 después de Cristo, la de 1006 o la ya famosa supernova de 1054, reportada, sobre todo, por astrónomos chinos. Después hubieron de venir otras (aunque no muchas), como la de 1572 que observó Tycho Brahe y de quien recibió el nombre con que ahora se conocen: *nova* (de *nova stella*); la que observó Kepler, en 1604, también famosa por la repercusión en la historia de su insigne observador (si bien, parece que su descubridor pudo ser Brunowsky); y otras que hubieron de venir después, hasta las mejor estudiadas supernovas que se han descubierto este siglo, la más significativa de las cuales tal vez sea la SN 1987A.

Todas estas estrellas, las más espectaculares por su refulgente y repentina aparición en el cielo, son variables, pero no periódicas: su cambio de brillo se produce una única vez. No fue hasta 1596 que tenemos noticias sobre la primera estrella variable periódica, descubierta por David Fabricius. Era Omicron Ceti, que pasó algo más tarde a rebautizarse como Mira (*maravillosa*). Dicha estrella aparecía y desaparecía en el cielo con cierta regularidad. De hecho, su descubridor fue capaz de calcular que completaba 7 ciclos en 6 años.

Pero no todas las estrellas variables son pulsantes, no todas poseen un mecanismo intrínseco que provoca la variación de su brillo (de ahí que también se las denomine como variables intrínsecas). Algunas son variables eclipsantes (y por tanto periódicas), cuyas diferencias de brillo se deben al paso por la línea de visión de una estrella compañera menos luminosa o de un planeta; otras son novas, cuyas variaciones se deben a caída esporádica de material en su superficie; o bien pueden ser variables eruptivas, cuyos cambios de luminosidad los provoquen fuertes expulsiones de material. Estrellas pulsantes, sin embargo, se definen como aquéllas cuyo brillo varía de manera periódica por procesos internos que no rompen su estabilidad.

De este modo, las estrellas pulsantes literalmente vibran, como lo haría la membrana de un tambor al ser golpeado o la Tierra al ser atravesada por un terremoto. Al igual que, estudiando las frecuencias que nos provienen del tambor (su música) o las ondas del terremoto, podemos conocer el material de la membrana o la composición de la litosfera, podemos inferir también información de la estructura de las estrellas estudiando las variaciones de brillo que provocan las ondas que recorren su superficie. De la analogía con la sismología terrestre es de donde se ha obtenido el nombre con que se denomina a este reciente campo de la astrofísica: la astrosismología.

1.1.a Astrosismología

La carrera científica del estudio de las pulsaciones estelares ha sido larga y difícil. Aunque la astrosismología empezó a desarrollarse como un campo propio dentro la astrofísica en la segunda mitad del siglo XX, el estudio de las estrellas pulsantes ha permitido el avance no sólo en el entendimiento de la estructura y evolución estelar, sino también en otros campos de la astronomía desde que éstas se descubrieron.

Las estrellas son los ladrillos del Universo, por lo que la comprensión de la física que rige su equilibrio y evolución es básica para poder entender todo lo que ocurre en él. De nuestra capacidad para describir estos objetos de la forma más parecida posible a la realidad dependen otras ramas de astrofísica, como la composición, dinámica y evolución de cúmulos y galaxias. Todas las incertidumbres que conlleve nuestro modelado de las estrellas se propagarán y lo acarrearán los cálculos y las aproximaciones que se realicen en los otros campos que hagan uso de los resultados a los que la física estelar llegue.

Ya desde principios del siglo XX, cuando la física estelar aún estaba en pañales, el estudio de las estrellas variables empezaba a mostrar su potencial para conocer lo que ocurre en los interiores de estos inescrutables objetos celestes. Uno de los primeros pasos importantes en el estudio de las estrellas pulsantes fue dado por una mujer que recibió escasos méritos: Henrietta Swan Leavitt¹. Muchas estrellas pulsantes se habían descubierto antes, incluso, de que Henrietta naciera, pero la *señorita Leavitt*, como la menciona el Edward Pickering en un famoso artículo firmado por él ('The following statement ... has been prepared by Miss Leavitt.', [Leavitt & Pickering, 1912](#)), determinaría que la relación encontrada en un estudio previo acerca de 1777 estrellas Cefeidas en las Nubes de Magallanes ([Leavitt, 1908](#)), conocida a partir de entonces como la *relación período-luminosidad*, sirve como medidor de distancias en el Universo.

Ésta es la primera aplicación directa de las estrellas pulsantes y el punto de partida para el desarrollo de los campos de la astrosismología y de la estructura y evolución estelar. [Eddington \(1919\)](#) demostró, basándose en el cambio de radio que se debe producir en las pulsaciones de las Cefeidas, que la teoría de la evolución estelar aceptada en la época, que afirmaba que la vida de una estrella se producía de fases más luminosas a menos (de gigantes rojas a enanas), era incorrecta. [Hubble \(1925\)](#) midió la curva de luz de algunas variables Cefeidas descubiertas en la galaxia de Andrómeda (denominada por aquel entonces "nebulosa") y utilizó la relación período-luminosidad para determinar la distancia hasta ella. Demostró, como otros autores ya habían propuesto, pero esta vez de manera incontestable, que este objeto se encontraba fuera de nuestra galaxia.

El estudio de las pulsaciones demostraba así su utilidad en los diversos campos de la astrofísica. Pero fue con el desarrollo de las teorías y modelos que gobiernan la física de una estrella y con la obtención de mejores observaciones que la astrosismología se definió como una rama independiente de la de interiores y evolución estelar. El paso fundamental para el desarrollo de esta incipiente categoría fue el descubrimiento de las pulsaciones de cinco minutos en el Sol ([Leighton et al., 1962](#)). Dada la cercanía a

¹No puedo evitar comentar esta curiosidad que he encontrado recientemente (http://es.wikipedia.org/wiki/Henrietta_Swan_Leavitt). Henrietta jamás recibió ningún premio ni reconocimiento. De hecho, poca información nos queda sobre su vida. Pero en 1925, cuatro años después de su muerte, el matemático sueco Gösta Mittag-Leffler le escribió una carta. Su intención era proponerla para ser nominada al Premio Nobel por sus trabajos sobre las estrellas variables y los cálculos de las distancias estelares. Sin embargo y puesto que los premios Nobel no pueden ser entregados a título póstumo, nunca llegó a ser nominada.

nuestro astro dominante, podemos estudiar éste mejor que cualquier otro (excepto la propia Tierra) y realizar medidas precisas de su superficie. El avance en las técnicas y el lanzamiento de satélites nos han permitido llegar a unos resultados sorprendentes, empezando por el aumento en un 50% del tamaño de la capa convectiva que se creía tenía el Sol (Gough, 1977b) y llegando hasta la inversión completa, por primera vez, del perfil de la velocidad del sonido a lo largo de su interior (Christensen-Dalsgaard et al., 1985).

Si en el resto de tipos de estrellas pulsantes no se han conseguido los mismos resultados que en el Sol es debido a la distinta precisión en los datos, muy por debajo en aquéllas de las posibilidades de observación que nos ofrece nuestra estrella reina. Los satélites recientemente puestos en órbita cuyo objetivo es el estudio astrosismológico están permitiendo el desarrollo de trabajos sobre estos objetos con importantes descubrimientos, mediante los que estamos dando grandes saltos hacia adelante en el conocimiento de la física que mantiene a las estrellas.

1.1.b Tipos de estrellas pulsantes conocidas

Muchas son las estrellas pulsantes que hoy se conocen y que pueblan amplias zonas del diagrama HR (o diagrama de Hertzsprung-Russell), en el que se representan la temperatura efectiva frente a la luminosidad. Si bien los recientes satélites lanzados están poniendo a prueba nuestra clasificación de las mismas. Esta clasificación está esquematizada en la figura 1.1 (extraída de Christensen-Dalsgaard, 2003)¹, que resume los principales tipos de pulsantes conocidos en relación a unas secuencias evolutivas seleccionadas.

Una región importante del diagrama es la banda de inestabilidad de las Cefeidas, poblada por las estrellas Cefeidas (Ceph) y las RR Lyrae, así como, cerca de la secuencia principal (MS), por las estrellas δ -Scuti (δ -Sct, más detalles en la sección 1.1.c). Se cree que este grupo es excitado por un mecanismo de opacidad relacionado con la zona de la segunda ionización del He (ver sección 1.2.c). La teoría basada en este supuesto proporciona una explicación para la situación de estas estrellas en el diagrama. Además, la interacción de la convección con las pulsaciones provocadas por este mecanismo permiten explicar las oscilaciones encontradas en las estrellas γ -Doradus o γ -Dor, un grupo de pulsadores que se encuentra fuera del borde de inestabilidad rojo clásico (sin la interacción convección-pulsación).

No obstante, esta clasificación está quedando desfasada. La primera prueba de que se necesitaba una remodelación fue el reciente descubrimiento de pulsantes híbridas entre los tipos δ -Sct y γ -Dor. Las primeras estrellas detectadas de este tipo fueron observadas desde Tierra: HD 209295 (Handler & Shobbrook, 2002) y HD 8801 (Henry & Fekel, 2005). La primera es una estrella binaria cercana de tipo Am y su curioso patrón de pulsación se atribuye a la interacción gravitatoria con su compañera, siendo una δ -Sct pura cuyos modos de tipo γ -Dor son excitados por efectos de marea (Handler et al., 2002), con lo que no se la puede considerar una verdadera híbrida. Sin embargo, HD 8801, a pesar de ser también de tipo Am (la mayoría de las estrellas de este tipo forman parte de un sistema binario), es un objeto sin compañeros cercanos, con lo que quedaba claro que una pulsante solitaria podía excitar modos en los dos regímenes de pulsación.

Las observaciones posteriores realizadas con el satélite MOST (ver sección 2.2) añadieron dos estrellas híbridas nuevas a la unitaria lista de la ya observada desde Tierra: BD+18 4914 (Rowe et al., 2006) y HD 114839 (King et al., 2006); y una

¹Esta sección está basada, principalmente, en dicha referencia.

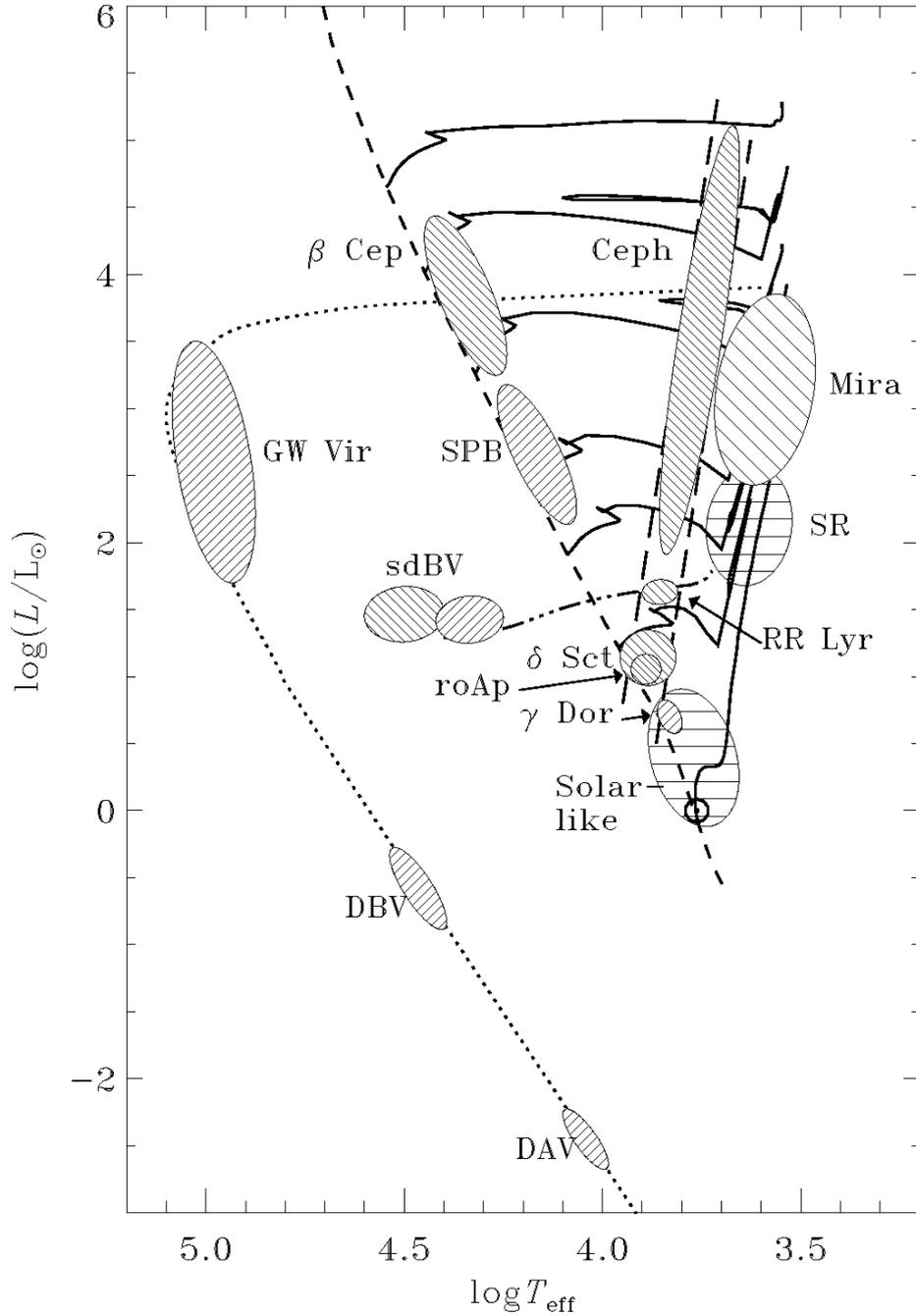


Figura 1.1: Diagrama esquemático de Hertzsprung-Russell que muestra la localización de varias clases de estrellas pulsantes. La línea discontinua que recorre el diagrama desde la parte superior, pasando por las β Cep, hasta las *Solar-like* indica el comienzo de la secuencia principal o ZAMS (*zero-age main sequence*); las curvas en línea continua son secuencias evolutivas (los caminos que recorren las estrellas a lo largo de su “vida”) seleccionadas para las masas 1, 2, 3, 4, 7, 12 y 20 M_{\odot} ; la línea de puntos y rayas es la rama horizontal, donde tiene lugar la quema de He en el centro y de H en capa; y la curva de puntos muestra la curva de enfriamiento de las enanas blancas (figura obtenida de Christensen-Dalsgaard, 2003).

1. MARCO GENERAL

más se detectó a partir de observaciones preparatorias para la misión CoRoT (ver sección 2.2): HD 49434 (Uytterhoeven et al., 2008).

Los nuevos datos tomados con los satélites recientemente puestos en órbita para estudiar las oscilaciones estelares (sobre todo *Kepler*, ver sección 2.2.a) sugieren que la clasificación de las estrellas pulsantes en esta zona del diagrama HR debe ser revisada. En un artículo con resultados preliminares sobre dichas observaciones, Grigahcène et al. (2010a) proponen que una nueva clasificación debe llevarse a cabo dada la variedad de estrellas de tipo híbridas encontradas, que muestran modos de oscilación simultáneos en los regímenes de pulsación tanto de δ -Sct como de γ -Dor (más detalles en la sección 7.2).

Un estudio estadístico más detallado de un conjunto de 750 estrellas clasificadas como de estos tipos o ausentes de modos de pulsación identificados, pero que se encuentran en la misma zona del diagrama HR, será presentado por Uytterhoeven et al. (en preparación, comunicación interna). En él se propone una clasificación en seis grupos distintos atendiendo a las características observacionales de los espectros de frecuencias y se encuentran que no existe ninguna posible diferenciación, por su posición en el diagrama HR, entre estrellas de tipo δ -Sct, γ -Dor o cualquier otra dentro de esta nueva clasificación. Las estrellas se muestran igual de esparcidas independientemente de sus características pulsacionales, no confinándose dentro de los bordes de la banda de inestabilidad. Todos estos descubrimientos sugieren que el modelado actual de las pulsaciones en estrellas δ -Sct y γ -Dor debe ser revisado.

En las Cefeidas y RR Lyrae, sólo se observa típicamente un período, que en muchos casos se asocia con el modo fundamental radial (ver sección 1.2.b). Las estrellas cerca de la secuencia principal, sin embargo, muestran generalmente varios períodos, haciéndolas potencialmente más interesantes para investigar los interiores estelares. Lo mismo ocurre con las estrellas masivas SPB (*slowly pulsating B stars*) y las β Cefeidas (β Cep); las primeras tienen periodos de alrededor de un día o más, mientras que las segundas poseen periodos del orden de horas. Estas oscilaciones también son excitadas por mecanismos de opacidad, aunque están relacionadas con el comportamiento de la opacidad en la zona dominada por los elementos del grupo del hierro.

Las estrellas de oscilaciones rápidas A peculiares (roAp) están también localizadas en la banda de inestabilidad, sin embargo presentan características particulares. Oscilan en modos acústicos de alto orden (ver sección 1.2.b), como el Sol, aunque sus oscilaciones están conectadas directamente con el campo magnético a gran escala que estas estrellas poseen. Esto está relacionado, probablemente, con las inhomogeneidades de la abundancia química en la superficie de la estrella, consecuencia de la supresión de la convección por el campo magnético.

Las gigantes rojas muestran oscilaciones de periodos muy largos, correspondientes a las grandes escalas de tiempo dinámico resultado de su enorme radio. Las variables tipo Mira tienen amplitudes muy largas en la banda visible (de hasta ocho magnitudes), aunque la amplitud en las oscilaciones de luminosidad son más modestas; gran parte del efecto en el visible proviene de la sensibilidad a la temperatura por la formación de moléculas en las atmósferas estelares. Las variables irregulares (Irr) tienen amplitudes menores y muestran variaciones en las amplitudes y, posiblemente, en los periodos.

Las etapas finales de la evolución estelar están representadas por las estrellas variables subenanas de tipo B (también conocidas como estrellas EC 14026, después del descubrimiento del primer miembro de este grupo). En los últimos años, también se han descubierto las subenanas calientes de tipo O (sdO), que muestran pulsaciones

rápidas, en el rango de 300-2000 s (Rodríguez-López et al., 2007). Sus pulsaciones son, como para las estrellas B de la secuencia principal, causadas por el mecanismo de opacidad relacionado con el grupo de elementos del hierro. Algunos grupos de enanas blancas también pulsan.

Finalmente, las oscilaciones correspondientes a aquéllas observadas en el Sol son esperadas en un grupo amplio de estrellas. Las oscilaciones solares se piensa que son excitadas estocásticamente a causa de la convección en la capa cercana a la superficie. Así, oscilaciones de naturaleza similar se espera en estrellas con temperatura efectiva $T_{\text{eff}} < 7000$ K, que poseen una capa superficial con fuerte convección.

A pesar de todo lo discutido anteriormente, en el trabajo que aquí presentamos, sin embargo, seguiremos usando la clasificación usual para referirnos tanto a los regímenes de pulsación como a las estrellas de estudio, a menos que se indique lo contrario, ya que la nueva clasificación que propone a raíz de las observaciones procedentes de los satélites no afecta a los resultados encontrados en esta tesis.

1.1.c Estrellas δ -Scuti

Las estrellas δ -Sct forman un grupo bien establecido de estrellas pulsantes de población I con rangos de masa entre 1.5-2.5 M_{\odot} . Están situadas en la región donde la banda de inestabilidad atraviesa la secuencia principal (ver figura 1.1) y, por tanto, están en una fase de quema del hidrógeno en el centro o en una capa. Las oscilaciones están mantenidas por el mecanismo de transformación de calor en la segunda zona de ionización parcial del helio (ver sección 1.2.c), si bien esta teoría ha de ser revisada a raíz de los trabajos llevados a cabo a partir de observaciones hechas por los satélites (ver el artículo con resultados parciales de esta tesis: García Hernández et al., 2009a).¹

Tanto oscilaciones radiales como no radiales ocurren en las estrellas δ -Sct (ver sección 1.2). Son generalmente modos que pulsan alrededor del fundamental radial (ver sección 1.2.b) con periodos en el rango de 18 minutos a 8 horas. Las amplitudes observadas tienen un largo rango, de milimagnitudes (mmag) hasta décimas de magnitud. Se observan dos comportamientos en las amplitudes de las frecuencias. Existe un grupo (también conocido como *High Amplitude δ -Sct* o HADS) que muestra grandes amplitudes en algunas de sus frecuencias, correspondientes a oscilaciones monoperiódicas del modo fundamental radial, y, con mucha menor amplitud, se detectan modos no radiales. El otro grupo posee todos sus modos con amplitudes similares, aunque siempre menores que las mayores de aquéllas. Todas estas características se pueden ver en el catálogo más actualizado de estrellas δ -Sct proporcionado por Rodríguez et al. (2000). Contiene una compilación de todas las características observacionales de más de 600 miembros que fueron estudiados hasta el 2000. Un análisis completo de las propiedades de todas las clases fue hecho por Rodríguez & Breger (2001).

Numerosos modos radiales y no radiales se han detectado desde Tierra en algunas estrellas δ -Sct seleccionadas, tales como FG Vir (79 frecuencias, Breger et al., 2005), 4 CVn (43 frecuencias, Breger, 2000) y XX Pyx (30 frecuencias, Handler et al., 1998, 2000). Estos resultados fueron todos obtenidos por la Red Delta Scuti (DSN²), consistente en varios telescopios alrededor del globo (para una explicación sobre los beneficios que proporcionan las redes globales en la obtención de datos para este tipo de objetos, ver la sección 2.1.a).

¹Esta sección está basada, principalmente, en Aerts et al. (2010).

²<http://www.astro.univie.ac.at/~dsn/index.html>.

Asimismo, los nuevos datos desde el espacio están mostrando otras estrellas con gran cantidad de modos (varias veces el número encontrado para FG Vir, Poretti et al., 2009; García Hernández et al., 2009a). Los espectros de frecuencias de todos estos objetos muestran que las estrellas δ -Sct tienen un complejo patrón de oscilación, con amplitudes variables de estación a estación y modos resonantes acoplados no linealmente (por ejemplo, 4 CVn, Breger et al., 1999a; o FG Vir, Breger & Pamyatnykh, 2006). A pesar del rico número de frecuencias obtenido, esta complejidad conlleva un problema en la identificación de los modos (ver sección 2.1.b), dificultando la interpretación sísmica profunda. Un problema adicional en la identificación de modos es que se producen modos mixtos (ver la sección 1.2), que, particularmente, tienen lugar en los miembros más evolucionados.

Pamyatnykh (1999) proporcionó una revisión extensa sobre la historia de los cálculos de las inestabilidades en la parte superior del diagrama HR y presentó los suyos propios basados en las mejoras en la determinación de la opacidad por parte de Iglesias & Rogers (1996) y Seaton (1996). Su trabajo incluía la determinación del borde azul de la banda de inestabilidad clásica (en la figura 1.1, es la línea izquierda de las dos líneas discontinuas paralelas del diagrama, donde se sitúan las estrellas más calientes), que es principalmente determinado por el salto en la opacidad debido al helio.

Los modos inestables de los modelos más calientes de δ -Sct en la ZAMS se encuentran cerca de $\log L/L_{\odot} \sim 2$. En la práctica, las estrellas δ -Sct se encuentran en el rango entre $\log L/L_{\odot} \sim 0.6$ hasta $\log L/L_{\odot} \sim 2$ y los tipos espectrales A2 a F0 (Rodríguez & Breger, 2001). El mecanismo de excitación ya no es efectivo para los modelos de estrella δ -Sct más fríos, lo que se conoce como el borde rojo. Éste no puede ser determinado por Pamyatnykh (1999, ver sección 1.2). Para estas estrellas frías, el desnivel en la opacidad y la excitación están fuertemente afectadas por la convección. Houdek (2000) incluyó el calentamiento dependiente del tiempo y los flujos de momento siguiendo la fórmula de Gough (1977a) en los cálculos de modelos de δ -Sct y encontró una zona de estabilidad cerca de la localización correcta del borde rojo. Este borde rojo de la banda de inestabilidad fue también computado por Dupret et al. (2005), quienes incluyeron un tratamiento dependiente del tiempo para la convección (TDC) para modelos de estrellas δ -Sct con diferentes valores del parámetro de longitud de mezcla (ver sección 1.2). Los autores comparan los resultados obtenidos por su tratamiento TDC con aquellos resultados del tratamiento de convección congelada (que no tiene en cuenta la interacción convección-pulsación) y encontraron un acuerdo mucho mejor con las observaciones. Tanto el tratamiento de Houdek como el de Dupret et al. aproximan el borde rojo de un modo satisfactorio, permitiendo explicar las pulsaciones de las estrellas γ -Dor.

Las estrellas de la secuencia principal cercanas a las $2 M_{\odot}$ son objetos de transición donde tiene lugar el paso de una zona convectiva externa ($M < 2 M_{\odot}$) a una radiativa ($M > 2 M_{\odot}$). Por otro lado, las estrellas desarrollan un núcleo convectivo entre $1 M_{\odot}$ y $2 M_{\odot}$. Las δ -Sct abarcan tales objetos de transición y la astrosismología podría, en principio, ajustar finamente nuestro conocimiento de la física en la zona donde se pasa de un transporte energético convectivo a radiativo. Dziembowski & Pamyatnykh (1991) señalaron que ciertos modos de oscilaciones no radiales son sensibles al tamaño del núcleo convectivo estelar, donde tienen lugar los procesos de mezcla de elementos. Estos modos quedan atrapados principalmente en la zona límite de dicho núcleo lo que puede proporcionar una prueba astrosismológica muy valiosa del *overshooting* nuclear (ver sección 1.2) en osciladores de tipo espectral A y B. Sin embargo, en la actualidad este resultado no se ha alcanzado para las estrellas δ -Sct.

Otro vistazo hacia el futuro es la detección simultánea de modos acústicos excitados por mecanismos de opacidad y estocásticamente. De hecho, [Samadi et al. \(2002\)](#) predijeron la aparición de estos últimos tipos de oscilaciones en este área del diagrama HR. Por todas estas razones, las estrellas δ -Sct son uno de los objetivos primarios de CoRoT.

1.2 Teoría de pulsación

1.2.a Estado de equilibrio

Una estrella es un sistema fundamentalmente gaseoso en forma de plasma, en el que la presión de radiación impide el colapso gravitatorio. La radiación es producida por las reacciones nucleares que tienen lugar, generalmente, en el núcleo de la misma. Podemos reconstruir su estructura interna resolviendo las ecuaciones que describen la física que tiene lugar dentro de este sistema. Suponiendo simetría esférica, las ecuaciones cuasi estáticas que rigen el equilibrio se reducirían a la ecuación de equilibrio hidrostático (ecuación 1.1), la de continuidad de masa (ec. 1.2), la ecuación de la energía (ec. 1.3) y la de transporte de la energía en la aproximación de difusión (ec. 1.4). Adicionalmente, es necesario resolver una ecuación que tenga en cuenta el cambio en la composición química (ec. 1.5), debido a la generación de elementos en las reacciones nucleares. La forma que estas ecuaciones tomarían serían, por ejemplo (ésta es la forma que resuelve el código de equilibrio utilizado en este trabajo, ver sección 4.2):

$$\frac{\partial P}{\partial m} = -\frac{Gm}{4\pi r^4}. \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial r}{\partial m} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho}. \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial l}{\partial m} = \epsilon - \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{P}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial m} = -K \frac{l}{T^3 r^4}. \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = -\frac{\partial F_i}{\partial m} + \Psi_i(P_{gas}, T; \mathcal{X}); \quad 1 \leq i \leq n_{elem}. \quad (1.5)$$

Donde ϵ es la energía producida por las reacciones nucleares, U representa la energía interna, K es una constante que reúne otras (como la velocidad de la luz), X_i es la abundancia del elemento químico i , F_i es el flujo difusivo del elemento químico i , Ψ_i es la tasa de variación del elemento químico i debido a las reacciones nucleares y $\mathcal{X} = \{X_i\}$ es el vector de la composición química. El resto de variables siguen la notación usual en física.

Además de éstas, una ecuación de estado es necesaria para resolver el conjunto de ecuaciones, de la que existen algunas variantes, así como una descripción adecuada de la atmósfera como una de las condiciones de frontera. Para una discusión completa de la estructura estelar, consultar, por ejemplo, [Weiss et al. \(2004\)](#).

Al resolver estas ecuaciones deberemos desarrollar algunas de ellas, encontrándonos con un par de términos que cabe destacar, bien por su relevancia a la hora de entender el mecanismo que mantiene las oscilaciones de las estrellas tipo δ -Sct, bien porque aparecerá en este trabajo como un elemento importante dentro del estudio. El primero de ellos es la opacidad (κ), que tiene que ver con el flujo radiativo. Es

1. MARCO GENERAL

una medida de la impenetrabilidad del medio y puede estar producida por muchos factores, como la absorción de fotones o la dispersión de cualquier clase.

El otro término se refiere a la convección. Bajo ciertas condiciones físicas, la manera más efectiva para conducir la energía hacia la superficie deja de ser la radiativa (viaje “libre” de los fotones) u otras, que se suelen tener menos en cuenta por su menor contribución al transporte (como la conducción térmica), y comienza a ser el movimiento convectivo. Este mecanismo es difícil de parametrizar matemáticamente debido a su naturaleza estocástica, por lo que se usa una aproximación para describirlo. La más extendida es la teoría de la longitud de mezcla (MLT). Fue aplicada por primera vez por Böhm-Vitense (1958) a los interiores estelares y existen ciertas ampliaciones que no discutiremos aquí. Baste con saber que esta aproximación describe el movimiento de una célula convectiva mediante la longitud de mezcla, ℓ_{ML} , que determina la escala media de dicho movimiento y es comúnmente parametrizada como $\ell_{ML} = \alpha_{ML} H_p$, varias veces la altura de la escala de presión, H_p , definida como:

$$\frac{1}{H_p} \equiv -\frac{d \ln P}{dr}. \quad (1.6)$$

Es decir, sería el camino que recorre la célula para que se produzca un cambio de valor e en la presión del medio circundante. α_{ML} es un parámetro que se deja libre, que indica la eficiencia convectiva, y que suele ajustarse observacionalmente, tomando valores comprendidos entre 0.5 y 2, con un valor cercano a 1.8 para el Sol.

Otro parámetro libre que generalmente se usa en la descripción de la convección es el *overshooting* (d_{ov}), que es una medida del camino que recorre la burbuja convectiva una vez que las condiciones físicas dentro y fuera de ella hacen que se vuelva estable (convectivamente hablando). Este recorrido se debe a la velocidad que lleva la burbuja, consecuencia del movimiento convectivo, y d_{ov} representa la altura que la célula alcanza hasta que se para y vuelve a caer. Toma valores típicos entre 0 y 0.3.

Además, para resolver las ecuaciones 1.1 a 1.5, generalmente se realizan una serie de suposiciones, algunas de las cuales ya están incluidas en el sistema que hemos mostrado, que llevan a su forma “estándar”. Éstas son:

- La suposición de simetría esférica que, como hemos dicho, es la más importante.
- El tratamiento de la convección es generalmente aproximado a través de la parametrización de las propiedades de los elementos de material que se mueven en la zona convectiva. Un típico (y comúnmente usado) ejemplo es la formulación de longitud de mezcla ya discutida.
- Los efectos dinámicos de la convección (la llamada presión turbulenta) son ignorados.
- Se supone que no hay mezcla fuera de las regiones convectivamente inestables; también la precipitación y difusión de elementos son, a menudo, ignorados.
- Los efectos de rotación son ignorados.
- Los efectos del campo magnético son ignorados.
- Los efectos de vientos estelar son ignorados.
- Se supone equilibrio termodinámico local (LTE).

1.2.b Perturbación del equilibrio: armónicos esféricos

Las oscilaciones estelares se estudian a través del análisis perturbativo. Éste resulta adecuado porque el desplazamiento en radio de una pulsación no supera (excepto en algunos casos particulares) el 1/1000.

Así, el procedimiento usual se basa en introducir esta perturbación en el sistema de ecuaciones de equilibrio descrito anteriormente en la sección 1.2.a y despreciar términos de segundo orden en las variables, obteniendo las cantidades perturbadas de todas ellas a través de encontrar los autovalores y las autofunciones del sistema resultante. Los autovalores resultan ser las frecuencias de oscilación propias del sistema, mientras que las autofunciones son las descripciones de las cantidades perturbadas a lo largo de la estructura estelar. Generalmente, los cálculos de las frecuencias de oscilación se suelen obtener con la aproximación adiabática, pues no difieren mucho del caso no adiabático, y resultan una muy buena aproximación. Todas estas consideraciones permiten hacer una separación de variables en el sistema, lo que simplifica significativamente la resolución de las ecuaciones.

La forma de la perturbación a una cierta variable como resultado de estos cálculos (para una discusión detallada de la resolución de las ecuaciones perturbativas y de la teoría de oscilación en general consultar, por ejemplo, [Unno et al., 1989](#)), la presión, por ejemplo, es:

$$p'(t, r, \theta, \phi) = p'(r)Y_\ell^m(\theta, \phi)e^{-i\omega t}. \quad (1.7)$$

La prima en la variable indica que es la perturbación al estado en reposo (respecto a las ecuaciones de equilibrio). La forma del vector desplazamiento (diferencia entre el vector en la dirección radial en reposo y perturbado) quedaría:

$$\xi = \left[\xi_r(r), \xi_h(r) \frac{\partial}{\partial \theta}, \xi_h(r) \frac{\partial}{\sin \theta \partial \phi} \right] Y_\ell^m(\theta, \phi) e^{-i\omega t}. \quad (1.8)$$

La variable ω suele tener un valor imaginario, ya que la onda gana o pierde energía. La parte real representa la frecuencia angular (propia) de oscilación con la que vibra el sistema perturbado, mientras que la parte imaginaria representa el amortiguamiento o *growth rate* (trataremos este término en la sección 1.2.c de manera más detallada). Si esta parte imaginaria es positiva, la amplitud de la oscilación crecerá exponencialmente con el tiempo, mientras que, si es negativa, ocurrirá lo contrario. El *growth rate*, que requiere de las ecuaciones no adiabáticas para ser calculado, no se suele tener en cuenta, como hemos dicho, en la obtención de las frecuencias propias del sistema.

A aquella perturbación propia del sistema se la denomina modo de oscilación y viene determinado, en ausencia de rotación y campo magnético, por la terna unívoca de valores n , ℓ y m (si bien, en ausencia de rotación el sistema se encuentra degenerado en m). n es el número de nodos del sistema (allí donde las autofunciones cruzan por el cero) y viene codificado en $\xi_r(r)$; está relacionado con el desplazamiento a lo largo del eje radial, por tanto. ℓ y m se corresponden con las soluciones de $Y_\ell^m(\theta, \phi)$, esto es, armónicos esféricos, que describen el movimiento en las otras dos direcciones del sistema de referencia esférico (ℓ indicará el número de líneas de desplazamiento cero que se encuentran en la superficie: $|m|$ azimutales y $\ell - |m|$ latitudinales). Así, por ejemplo, cuando $\ell = m = 0$, las oscilaciones serán pulsaciones puramente radiales. Además, se cumple que $n \geq 1$ siempre, ya que al menos tendrá un nodo que se

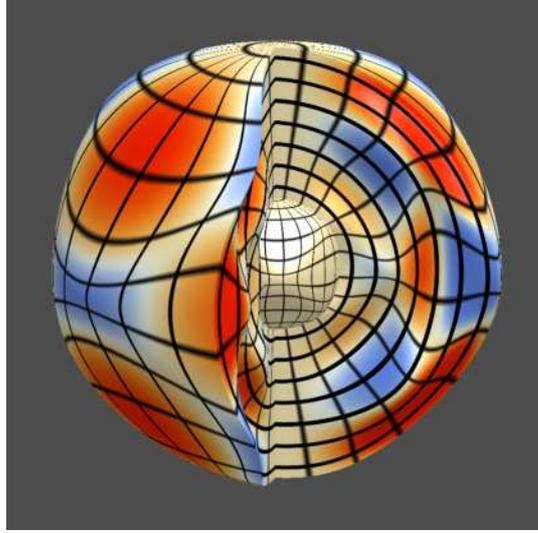


Figura 1.2: Representación artística de una pulsación estelar, con el desplazamiento exagerado, para una combinación de números n, ℓ y m dados.

corresponderá con el centro de la estrella. La combinación de estos tres números describirán la vibración del sistema, que se puede ver ejemplificada en la figura 1.2. n se denomina *orden radial*, ℓ , *grado esférico* y m , *orden azimutal*.

Las estrellas excitarán ciertos modos dependiendo de las características físicas de su interior (aunque el mecanismo de selección modal aún no está completamente entendido). Las propiedades de las vibraciones locales están delimitadas por dos frecuencias características del sistema. Una de ellas es la frecuencia de Lamb, que viene relacionada con la velocidad local del sonido y se halla mediante la siguiente expresión:

$$L_\ell^2 = \frac{\ell(\ell + 1)c^2}{r^2}. \quad (1.9)$$

La otra frecuencia característica es la frecuencia de Brunt-Väissälä denotada por N , con la que una burbuja de gas puede oscilar alrededor de su posición de equilibrio bajo la acción de la gravedad. Está dada por la expresión:

$$N^2 = g \left(\frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln p_0}{dr} - \frac{d \ln \rho_0}{dr} \right), \quad (1.10)$$

donde $\Gamma_1 = (d \ln p / d \ln \rho)_{ad}$.

Para oscilaciones de alta frecuencia ($\omega^2 > L_\ell^2, N^2$), la fuerza restauradora es debida, principalmente, a las variaciones en la presión y la oscilación muestra, localmente, las características de una onda acústica. Para oscilaciones de baja frecuencia ($\omega^2 < L_\ell^2, N^2$), la fuerza restauradora es debida, principalmente, a los efectos de gravedad y la oscilación muestra las características de una onda de gravedad. Es por ello que a los modos con las características de los primeros tipos de frecuencias se les denomine *modos p* y a los segundos, *modos g* (ver figura 1.3, para un ejemplo). En el resto de regiones ($L_\ell^2 > \omega^2 > N^2$ o $L_\ell^2 < \omega^2 < N^2$), las autofunciones no muestran oscilaciones espaciales sino que decrecen exponencialmente con la distancia desde la región de propagación de la onda; los modos quedan, así, *atrapados* en regiones concretas a cierta profundidad del interior estelar: son las cavidades resonantes. La oscilación temporal en esas regiones donde la onda decrece exponencialmente se llama onda evanescente. Entre los espectros correspondientes a los modos p y los modos g ,

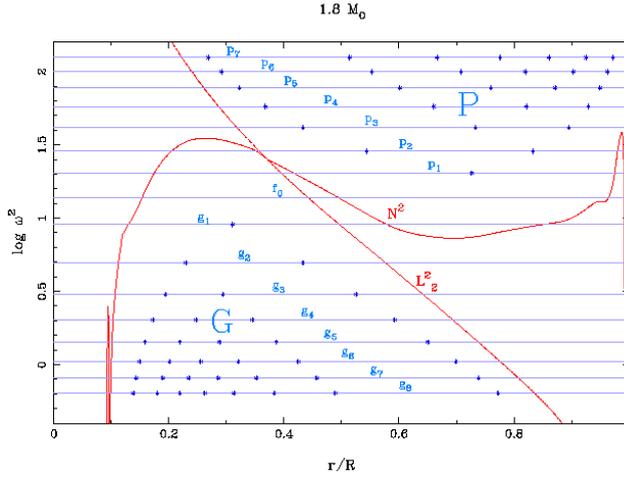


Figura 1.3: Diagrama de propagación con las cavidades resonantes para los modos p , f y g delimitados por las frecuencias de Lamb y Brunt-Väissälä para un modelo de $1.8 M_{\odot}$ durante las primeras etapas de su evolución. Se muestran varios modos ordenados en frecuencia (líneas azules) con la posición de sus nodos (puntos).

existe un modo fundamental, el modo f , cuya frecuencia toma, más o menos, el valor máximo de N , aunque aumenta lentamente con el incremento de ℓ .

A medida que la estrella evoluciona, las cavidades resonantes cambian y, por lo tanto, la autofunciones de los distintos modos también. Este efecto ocurre alrededor del punto de *turn-off* (es el punto donde se agota el hidrógeno en el centro y la traza evolutiva gira fuertemente hacia valores menores de la temperatura) en estrellas con núcleos convectivos, cuando éstos se empiezan a contraer debido a que el hidrógeno en el centro se va agotando. Entonces, la frecuencia de Brunt-Väissälä alcanza valores muy altos y la distinción entre modos p y modos g deja de ser clara. Aparecen los *modos mixtos*, que presentan un comportamiento de ondas de gravedad en la parte más interna de la estrella y de ondas de presión en la zona externa (ver figura 1.4, paneles a la derecha).

Pero, además, como las frecuencias de los modos g crecen rápidamente a medida que la edad de la estrella aumenta mientras que el de los modos de presión permanece prácticamente constante, su valor puede acercarse al del modo f . Según se acerca el modo g_1 al modo f , el modo f se ve desplazado por aquél y empieza a moverse hacia arriba (en frecuencia), mientras el modo g_1 ocupa el lugar que éste tenía. El modo f desplaza, entonces, al modo p_1 y así sucesivamente (ver figura 1.4, gráfica de la derecha). Aizenman et al. (1977) mostró que éste fenómeno es esencialmente el mismo que el *avoided crossing* de los modos de dos osciladores acoplados. Durante el *avoided crossing*, los caracteres de los dos modos se intercambian por la interacción de las dos ondas que ocurre a través del efecto túnel en la zona evanescente. La zona evanescente actúa como una barrera de potencial. A medida que dicha barrera de potencial se vuelve más alta y/o más ancha, el acoplamiento de las oscilaciones en las dos zonas se debilita. Así, el acoplamiento y el *avoided crossing* ocurren sólo cuando las autofrecuencias de los dos modos son muy cercanas entre sí. Estos fenómenos descritos aquí son comunes para los modos no radiales.

Todo lo discutido hasta este punto ha sido sin tener en cuenta los efectos de la rotación. Bajo esta suposición, las frecuencias para los distintos modos están degenerados en el orden azimutal, es decir, para cualquier par de valores de n y ℓ , la frecuencia (teórica) será la misma, independientemente del valor que tome m . La rotación rompe esta degeneración cuando la estrella se observa desde un sistema no rotante. A primer orden, los efectos de la rotación sobre la frecuencia se pueden cuantificar del siguiente modo: $\omega_m = \omega_0 \pm m\Omega$, donde Ω representa la velocidad de rotación, ω_0 es la frecuencia degenerada para cierto par de valores de n y ℓ y ω_m es

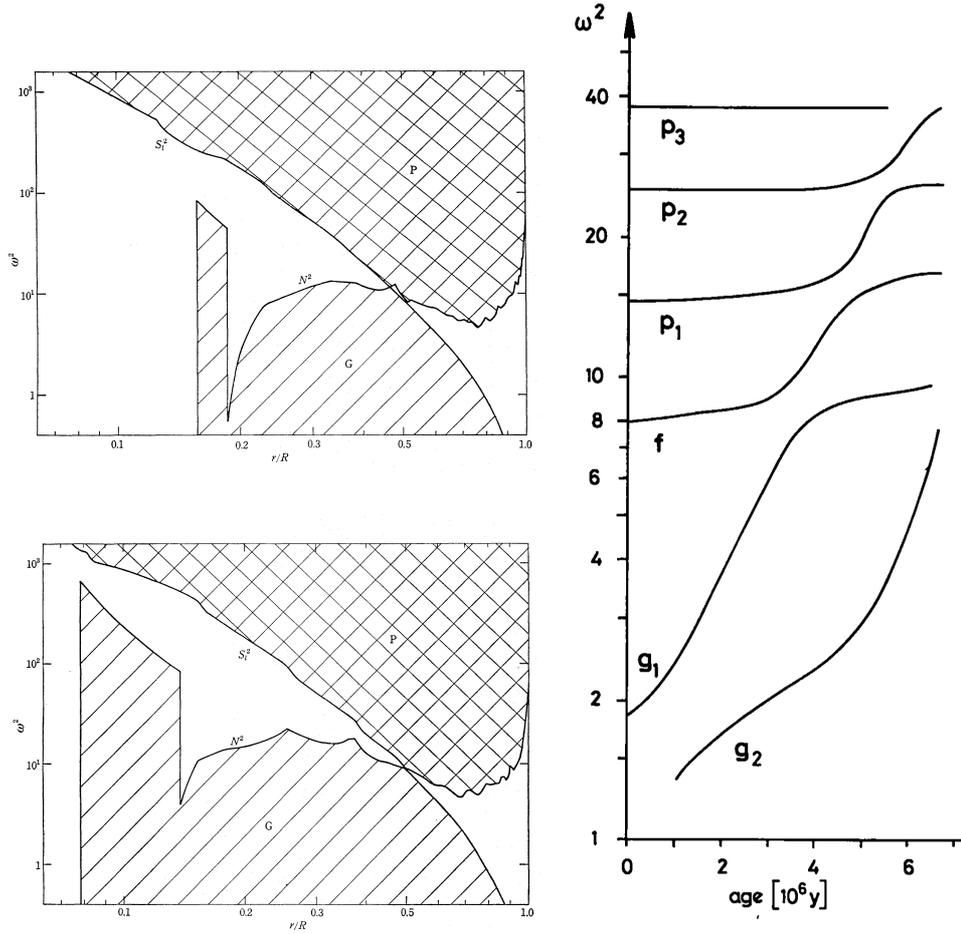


Figura 1.4: Las dos figuras de la izquierda (obtenidas de [Osaki, 1975](#)) muestran la distribución de las cavidades resonantes para dos estados evolutivos diferentes (el panel superior con $X_c = 0.48$ y el inferior con $X_c = 0.07$) de una estrella de $10 M_{\odot}$ y para el modo $\ell = 2$. La figura de la derecha muestra el efecto de *avoided crossing* que se produce a lo largo de la vida de una estrella de $16 M_{\odot}$ (extraído de [Aizenman et al., 1977](#)).

el valor de la frecuencia para un valor de m concreto. Bajo esta aproximación, las frecuencias se desdoblan de manera equiespaciada dando lugar al fenómeno conocido como *splitting* rotacional. Los efectos a segundo orden rompen la simetría entre las frecuencias de orden m positivos y negativos respecto a la frecuencia sin perturbar, y aún cambiarían el valor de ésta.

Las autofunciones también se verían perturbadas cuando consideramos estos efectos. Los modos dejan de ser función exclusiva de un solo armónico esférico para pasar a ser una combinación lineal de dos de ellos (el acoplamiento de más de dos modos podrá tratarse, debido a la propiedad lineal, como combinación de dos en dos de cada pareja). No todos los modos pueden acoplarse, ya que existen ciertas reglas de selección. Los modos podrán acoplarse si su orden azimutal coincide ($m_a = m_b$), y sólo aquellos modos con frecuencias cercanas podrán sufrir de este efecto; además, sólo se producirá acoplamiento si $\ell_a = \ell_b$ o $\ell_a = \ell_{b\pm 2}$. La proporción en que cada modo se mezcla no es al 50%; esta proporción se tiene en cuenta con un factor entre 0 y 1 para cada sumando, denominados coeficientes de contaminación, y están normalizados de manera que cumplen $\alpha_a^2 + \alpha_b^2 = 1$ (Suárez et al., 2007), siendo α dicho coeficiente para cada frecuencia. Para una discusión más profunda sobre los efectos de rotación, sobre todo a segundo orden, consultar, por ejemplo, Suárez (2002).

1.2.c La ecuación de trabajo: mecanismo κ

Hasta este punto hemos discutido sobre la teoría de pulsación, los modos de oscilación que se observan en una estrella, las características de los distintos grupos de pulsantes y las posibilidades de conocer los mecanismos físicos que gobiernan estos objetos a través de la observación y el estudio de las frecuencias de oscilación. Pero, ¿qué es lo que excita los modos? ¿Qué los mantiene? ¿Qué es lo que provoca que ciertos modos aparezcan con mayor amplitud que otros? Ciertamente, son preguntas difíciles de contestar, dada la complejidad del interior estelar, pero podemos empezar a entender los mecanismos que mantienen la pulsación mediante el análisis no adiabático de la misma. Aquí daremos una explicación somera que nos sirva para entender dichos mecanismos, sobre todo los que mantienen las pulsaciones de las estrellas tipo δ -Sct, pero una discusión detallada se puede ver, por ejemplo, en Unno et al. (1989) o Moya (2003).

La estabilidad vibracional, al igual que la estabilidad térmica o dinámica, es el problema del intercambio de un tipo de energía a otro en un determinado sistema. Para estudiar dicha estabilidad deberemos estudiar, por tanto, la ecuación de la energía, que se podría desprender del conjunto de ecuaciones 1.1-1.5. Es útil introducir la integral de trabajo, W , que se define como el incremento de la cantidad total de energía, E , sobre un periodo de oscilación. Para el caso de una oscilación casi estrictamente periódica, W viene dado por (Eddington, 1926):

$$\begin{aligned} W &= \oint \frac{dE}{dt} = \oint dt \int_0^M T \frac{dS}{dt} dM_r = \oint dt \int_0^M \delta T \frac{d\delta S}{dt} dM_r \\ &= \oint dt \int_0^M \frac{\delta T}{T} \delta \left(\varepsilon_N - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{F} \right) dM_r, \end{aligned} \quad (1.11)$$

donde ε_N representa la energía liberada por las reacciones nucleares y \mathbf{F} es el flujo radiativo en toda la estrella. Si W es positiva, la estrella es vibracionalmente inestable, es decir, existe un mecanismo capaz de proporcionar energía a la perturbación y el sistema puede oscilar. El incremento de energía es proporcionado por los fotones,

1. MARCO GENERAL

que son originalmente producidos por las reacciones nucleares en el núcleo. En otras palabras, la oscilación se producirá si la energía de los fotones es convertida de manera eficiente, a través de un cierto mecanismo, en energía cinética. El intercambio de energía descrito por la ecuación 1.11 se asemeja a la producción de energía de un motor de calor de tipo Carnot.

De manera práctica, nos conviene usar una variable basada en la integral de trabajo, denominada *growth rate*, que se define como:

$$\eta = \frac{\int_0^R \frac{dW}{dr} dr}{\int_0^R \left| \frac{dW}{dr} \right| dr}. \quad (1.12)$$

Esta variable puede ser calculada para cada modo de oscilación y permite comprobar cuándo un modo será inestable (excitado dinámicamente). La función dW/dr es positiva en las zonas donde se aporta energía al sistema y es negativa donde se sustrae. Si $\eta > 0$, el modo será inestable y viceversa.

Pero aún nos queda por saber cuál es el mecanismo que aporta energía al sistema. Podemos descomponer la integral de trabajo como:

$$W = W_N + W_F + W_C, \quad (1.13)$$

donde W_N está relacionada con la perturbación producida por la tasa de generación de energía nuclear, W_F con el flujo radiativo y W_C con el convectivo. Se puede comprobar, entonces (ver [Unno et al., 1989](#)), que en el primer sumando la dependencia con la temperatura y la densidad de la tasa de generación de energía nuclear tiene un efecto desestabilizante; esta excitación se llama *mecanismo ε* . El segundo sumando describe los mecanismos κ y δ . La opacidad es el parámetro que rige la excitación en el primero de ellos (a veces también se le conoce como *mecanismo γ*) y el segundo proviene de la difusión radiativa de la energía térmica de un elemento gaseoso oscilante, siendo una región superadiabática la que excita los modos g de orden alto. El último sumando describe la interacción entre la convección y la pulsación, que no trataremos en este trabajo, aunque ya se ha mencionado antes (ver sección 1.1.c).

Ninguno de estos mecanismos es, sin embargo, el responsable de las oscilaciones en el Sol. La excitación de los modos p en nuestra estrella se supone que es debida a un proceso estocástico derivado de la capa convectiva. [Goldreich & Keeley \(1977\)](#) examinaron la posibilidad de obtener excitación estocástica de modos propios de oscilación por convección turbulenta. Este mecanismo es esencialmente similar al fenómeno en el que las oscilaciones de un sistema son excitadas en frecuencias resonantes y mantenidas a cierto nivel por el movimiento Browniano de las partículas individuales que componen el sistema.

A día de hoy se cree que, de todos los mecanismos discutidos anteriormente, el mecanismo κ es el responsable de las oscilaciones en las estrellas δ -Sct, que son las que estudiaremos en este trabajo. En la envoltura más exterior, en equilibrio radiativo, este mecanismo funciona para conducir una oscilación si:

$$\frac{d}{dr} \left(\kappa_T + \frac{\kappa_\rho}{\Gamma_3 - 1} \right) > 0, \quad (1.14)$$

donde $\Gamma_3 = \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln \rho} \right)_S + 1$. Si una región en dicha envoltura estelar satisface esta condición, el flujo radiativo del interior estelar es bloqueado por el efecto de la dependencia de la densidad (κ_ρ) y la temperatura (κ_T) con la opacidad. La energía bloqueada se convierte en energía de oscilación. El valor de κ_T aumenta en la parte interior de una zona de ionización y disminuye en la parte exterior. Así, las zonas de excitación y amortiguamiento debidas al mecanismo κ están localizadas, respectivamente, en las partes interior y exterior de la zona de ionización.

Existen varias zonas de ionización en el interior de la estrella: la zona de ionización de los metales, la zona de ionización del HeII y la zona de ionización del HeI y HI. [Zhevakin \(1953\)](#) ya demostró que éste es el mecanismo de pulsación que mantiene las oscilaciones en la banda de inestabilidad clásica. Aunque el salto máximo en opacidad se produce, típicamente, en la zona de ionización del HeI y HI, la responsable de la excitación de los modos de oscilación en las estrellas δ -Sct es la zona de ionización del HeII, ya que la zona de ionización del HeI y HI se encuentra, en este tipo de pulsantes, demasiado cerca de la superficie con lo que la transferencia de calor no es efectiva para provocar la pulsación.

1. MARCO GENERAL

Estado del arte en las estrellas δ -Scuti

Hasta aquí, hemos presentado un poco la historia del estudio de las pulsaciones estelares, los tipos principales de estrellas pulsantes que se conocen, la teoría que describe la pulsación y los mecanismos que se supone mantienen ésta. También hemos introducido las estrellas δ -Sct, con sus características más importantes y que serán estudiadas en este trabajo a través de dos objetos de este tipo observados con CoRoT. Pero, ¿cómo se estudian este tipo de pulsantes? ¿Cuáles son las técnicas que actualmente se utilizan? ¿Qué posibilidades y mejoras en los datos están ofreciendo las observaciones espaciales para estos objetos? Todo ello es lo que se pretende aclarar en este capítulo.

Aparte de los observables que se pueden medir de (casi) toda estrella, como son la temperatura efectiva, el valor de la gravedad en la superficie y la composición química, lo que hace particularmente interesantes a las pulsantes es la posibilidad de medir sus frecuencias de oscilación. A todo ello, además, se podría añadir la información obtenida si la estrella fuera miembro de un conjunto binario de cualquier tipo o de un cúmulo, pero estos casos no los trataremos aquí.

Tradicionalmente, las observaciones de las estrellas δ -Sct se han venido realizando desde Tierra. Hasta hace unos pocos años, sólo se habían lanzado misiones para observar nuestra estrella más cercana, pero ahora existen varias misiones que se dedican a observar este tipo de objetos y otras pulsantes. Es por ello que este capítulo está dividido en dos grandes secciones: datos obtenidos desde Tierra y datos obtenidos desde el espacio.

Todas las técnicas que se comentarán en este capítulo están basadas en observaciones fotométricas. Aunque existen técnicas espectroscópicas con las que se puede extraer cierta información similar y otra complementaria, con técnicas fotométricas se han obtenido los datos con los que se ha desarrollado el trabajo presentado en esta memoria.

2.1 Observaciones desde Tierra

Las técnicas de análisis en las observaciones desde Tierra, aunque más limitadas en algunos aspectos que las realizadas desde el espacio, se han desarrollado debido a la larga tradición que tienen (si bien es una tradición algo más corta para el caso de las pulsaciones que para otros objetos). Describiremos, seguidamente, las técnicas de

obtención de observables que se han usado en este trabajo. Hay que tener en cuenta que, aunque utilizamos datos espaciales, la técnica de observación de los satélites es la misma que la explicada en la sección 2.1.a.

2.1.a Análisis de frecuencia

Las estrellas pulsantes poseen una variación temporal en sus magnitudes, tal y como vimos en la ecuación 1.7. La parte real de ω es la frecuencia de dicha oscilación y también será observada en la intensidad de la luz que nos llega. Así, si medimos el flujo que nos llega de cierta estrella que observamos durante un periodo de tiempo suficientemente largo, veremos que éste varía. Generalmente, y así es para el caso de las δ -Sct, la variación no corresponderá con un sólo modo de vibración, sino a varios de ellos: la serie temporal tendrá una forma compleja.

El método usado para extraer la información sobre la amplitud, la frecuencia y la fase (ya que en todo movimiento oscilatorio se define un tiempo de referencia) es la transformada de Fourier (FT), típicamente, y la transformación así obtenida se denomina *periodograma*. Existen métodos muy desarrollados y testados que permiten extraer esta información de manera más o menos automatizada y con gran cantidad de parámetros ajustables (ver sección 4.1). El procedimiento ideal para la obtención de las frecuencias de oscilación sería el ajuste de los datos (series temporales o curvas de luz, como se denominan) a una combinación lineal de senos y cosenos representativos de la oscilación y con una amplitud, una frecuencia y una fase para cada término a determinar.

Pero, para ello, se requeriría conocer a priori el número de incógnitas y esto es algo imposible de obtener para las observaciones. Se lleva a cabo el proceso que se conoce como *prewhitening* consistente en ajustar una frecuencia a los datos y extraer dicho ajuste antes de buscar la siguiente frecuencia. En cada iteración de ajuste, antes de buscar los parámetros del siguiente modo, los residuos (la diferencia entre los datos y el modelo teórico) deben ser obtenidos mediante el ajuste del conjunto completo de frecuencias a los datos originales para evitar introducir frecuencias espurias, producto de *prewhitenings* (o sustracciones) previas. Este nuevo ajuste proporcionará valores de las amplitudes, frecuencias y fases más precisas y los valores obtenidos previamente de manera uno a uno servirán como buen punto de partida para llevar a cabo este cálculo.

Puede surgir la duda, ahora, de cuántos *prewhitenings* se pueden llevar a cabo como máximo para que el conjunto de parámetros obtenido se pueda considerar significativo. Este criterio depende de los autores e, incluso, de los datos, pero usualmente diferentes criterios del nivel de significancia de la S/N (señal-ruido) son considerados apropiados y adoptados. El nivel de S/N se calcula como la amplitud media en un periodograma bien muestreado de los residuos finales y para un intervalo apropiado en la región donde el candidato a frecuencia se sitúa. Denotamos a este nivel σ_{res} . El nivel de S/N de una frecuencia particular es, entonces, calculado como la relación entre su amplitud y σ_{res} .

Breger et al. (1993) derivaron empíricamente, de la experiencia con numerosos conjuntos de datos derivados de las campañas de la red de δ -Sct, que una frecuencia puede ser considerada de manera muy segura como significativa cuando su amplitud, calculada tanto en el dominio de frecuencia como de tiempo, cumple $A > 4\sigma_{res}$. Generalmente, el ruido está correlado, es decir, no es ruido blanco. El criterio mencionado se adopta como seguro: es un buen punto de partida antes de que se pueda analizar la problemática individual de cada serie de datos.

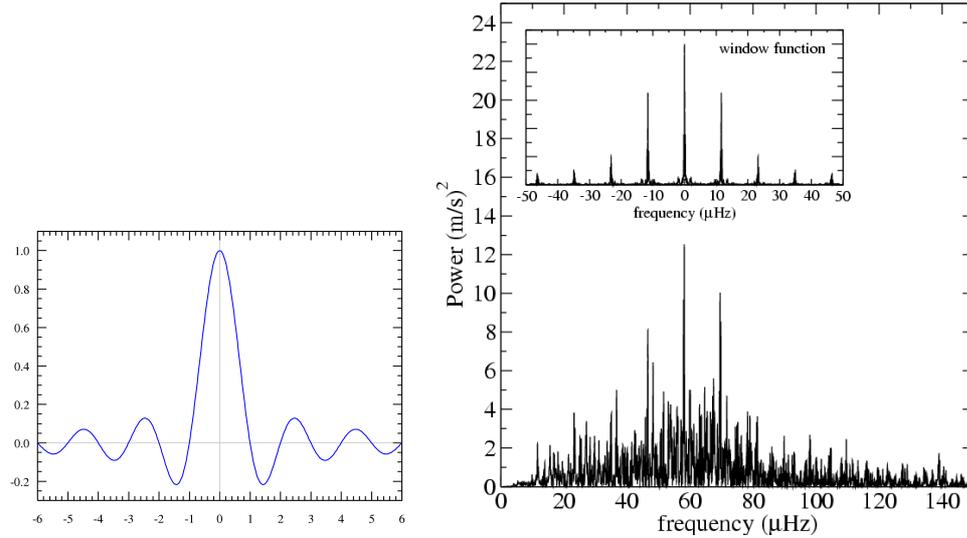


Figura 2.1: A la izquierda, ejemplo de función *sinc*. A la derecha, ejemplo de típico alias producido por una ventana de observación obtenida desde Tierra (extraído de De Ridder et al., 2006).

No obstante, los métodos enfocados en la obtención de los periodogramas deben resolver ciertas dificultades que se derivan de la obtención de los datos desde Tierra, así como de las características de los instrumentos de observación y del propio conjunto de los datos. El primer problema al que el análisis de frecuencia en astrosismología debe enfrentarse es a que la serie temporal de datos es finita; es lo que se denomina como *ventana de observación*. Esta ventana es el tiempo que ha durado la observación (uno, dos, tres o más noches, por ejemplo) y provoca en la transformada de Fourier un efecto característico.

El conjunto de las observaciones se podrían definir, de manera matemática, como una serie temporal por una función escalón. Así, el resultado de la FT será la transformada de nuestra serie convolucionada con la transformada de la función escalón. La FT de la función escalón es una función *sinc*¹, por lo que los picos correspondientes a los distintos modos tendrán la forma de esta función en el espacio de frecuencias (ver figura 2.1, panel izquierdo).

Por otro lado, la función *sinc* posee lóbulos alrededor del máximo. Estos lóbulos pueden combinarse con otras frecuencias o con ruido, creando picos que no son reales; es lo que se conoce como efecto de *alias*. Es muy importante, por tanto, identificar la forma de la ventana de observación en la transformada (lo que se denomina ventana espectral) con el fin de identificar estos picos. Por otro lado, también pueden aparecer picos no reales debidos a combinaciones lineales de los modos reales: son los alias de frecuencias. Estos alias deben intentar identificarse de modo que las frecuencias verdaderas del sistema puedan identificarse claramente. Todos estos efectos debidos a la ventana de observación se ven minimizados cuanto mayor es la misma y pueden ser eliminados mediante un *prewhitening* previo de los datos (sucesivas operaciones de este tipo eliminarían los alias de frecuencias).

Otro problema que puede ser difícil de solucionar en algunas ocasiones es la falta de observaciones continuas, es decir, la presencia de huecos en los datos, que también pudieran venir de medidas no fiables o no realizadas (por problemas con la meteo-

¹La función sinc se define como $\text{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$

rología, por ejemplo, en un momento concreto de la observación). La presencia de estos huecos genera, de nuevo, alias. Este efecto es claramente visible en las observaciones desde Tierra, pues la consecuencia inmediata es el llamado alias de un día, que provoca la repetición de las frecuencias en el periodograma cada intervalo de $\pm 1 \text{ cd}^{-1}$ y sus múltiplos (ver figura 2.1, panel derecho). Este efecto se intenta evitar llevando a cabo campañas de observaciones globales, donde un observatorio empiece la toma de datos cuando otro termina (ver sección 1.1.c).

Además de todo esto, las observaciones pueden no ser homogéneas, habiéndose realizado en diversas épocas a lo largo de un año, lo que genera otras dificultades. Por ejemplo, si las amplitudes de los modos varían con el tiempo, no será posible tomar el conjunto total de la serie de datos como si fuera un conjunto homogéneo de medidas. Esto restringe, en buena medida, el tratamiento de los datos.

Por último, hay que mencionar que la teoría de comunicación impone una frecuencia límite máxima detectable a partir de toda serie de datos temporal, debido a que es discreta y no continua. Ésta se denomina frecuencia de Nyquist y se puede mostrar que $\nu_{Ny} = 1/2\Delta t$, donde Δt es el paso (espaciado entre dos puntos consecutivos) de la muestra en el caso de puntos equiespaciados. En la práctica, sin embargo, la frecuencia de Nyquist puede ser bastante diferente de este valor si grandes y numerosos huecos y/o serios efectos de sobremuestreo o inframuestreo aparecen en el conjunto de los datos. En estos casos, un buen y rápido método para hacer una estimación realista de ν_{Ny} , apropiado cuando la desviación de la equidistancia no es grande, es tomar la inversa de dos veces el valor medio de todas las diferencias en tiempo entre dos medidas consecutivas del conjunto completo de los datos.

2.1.b Identificación modal: fotometría multicolor

Los datos básicos para la astrosismología son las frecuencias de pulsación y ya hemos visto en la sección 2.1.a cómo derivarlas a partir de las observaciones. Pero antes de que las frecuencias puedan ser usadas para un modelado detallado, es imperativo saber qué modo de pulsación se corresponde con cada frecuencia, es decir, asignar valores de números cuánticos de los armónicos esféricos (ℓ, m) a cada frecuencia derivada de los datos, sin preocuparnos por los detalles (desconocidos) de las propiedades del modelo de la estrella. Determinar esta correspondencia es lo que se llama identificación modal.

En astrosismología, la búsqueda de la identificación modal empírica se ha convertido en un campo extenso en sí mismo. Obtener una correcta identificación modal para cada frecuencia de oscilación detectada es, generalmente, imposible. Sin embargo, una sola identificación (ℓ, m) correcta, por ejemplo para el modo dominante, puede implicar una reducción significativa del espacio de parámetros libres en el modelado, mereciendo la pena poner todos los esfuerzos necesarios en intentarlo.

Existen dos métodos básicos para la identificación de los modos de pulsación, relacionados con las técnicas observacionales correspondientes: utilizando fotometría y utilizando espectroscopía. Ambos tienen ventajas e inconvenientes. La principal ventaja de la espectroscopía es la cantidad de información que se puede obtener de los datos, pero su debilidad se basa en la cantidad de tiempo que se necesita para obtener una señal adecuada así como la dificultad para la obtención de los recursos que nos permitan llevar a cabo las observaciones. Por su parte, la virtud de la fotometría radica en la debilidad de la otra técnica, ya que obtener una buena señal requiere menos tiempo, es más fácil encontrar recursos disponibles y las observaciones son menos sensibles a las condiciones meteorológicas. Sin embargo, la información que podemos obtener se traduce en datos relativos a unas pocas longitudes de onda que

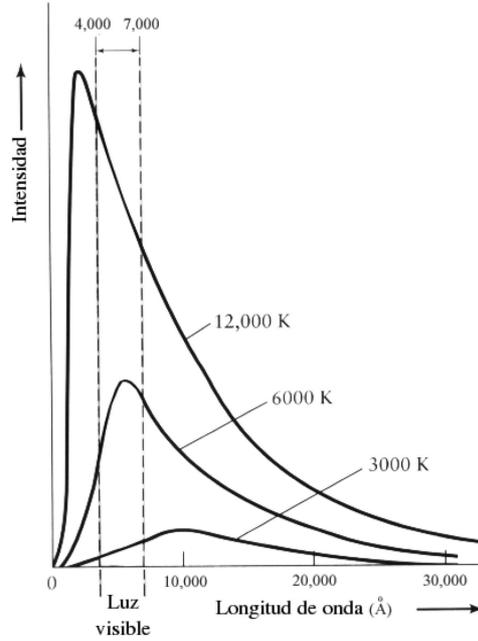


Figura 2.2: La radiación de las estrellas se puede aproximar en primera instancia a la de un cuerpo negro. El comportamiento de la radiación para cuerpos negros a distintas temperaturas se muestra en la gráfica. Se observa la dependencia de la intensidad con la longitud de onda.

nos permitan los filtros utilizados. En este trabajo usaremos datos obtenidos por fotometría Strömngren (que se compone de los filtros u, v, b, y), que nos permiten la identificación del grado esférico, ℓ .

En periodogramas ricos en frecuencias, tales como los del Sol, la identificación modal se puede hacer a través de métodos estadísticos, como la identificación de periodicidades (ver sección 2.1.c). Pero en pulsadores donde las frecuencias que se detectan son escasas, como ocurre con las δ -Sct, o cuando los modos no presentan particularidades como espaciamentos, los valores de la frecuencia por sí solos son, en general, insuficientes para derivar la terna (n, ℓ, m) .

Uno de los pocos métodos que hace uso exclusivamente de las frecuencias para la identificación modal y al que nos referiremos en algunas discusiones a lo largo de esta tesis, fue desarrollado por Moya et al. (2005) y Suárez et al. (2005) para estrellas γ -Dor. Estos autores hallaron un método que denominaron *método de los cocientes entre frecuencias* (FRM) con el que se pueden estimar los valores de n y ℓ para este tipo de pulsadores. Estudiaron el comportamiento de los modos g en el régimen de pulsación de estas estrellas y comprobaron que, suponiendo igual ℓ para dos modos a y b , el cociente de sus respectivas frecuencias ha de cumplir que: $\nu_a/\nu_b \approx (n_2 + 1/2)/(n_1 + 1/2)$. Contrastando estos cocientes entre las frecuencias observadas y las teóricas es posible, de este modo, inferir ciertos valores probables del orden radial y del grado esférico.

No obstante, generalmente es necesario el uso de otro tipo de observables (aparte de las frecuencias) para conseguir la identificación modal. Para muchas clases de osciladores se utiliza la fotometría multicolor. Una estrella pulsante cambia su temperatura efectiva y su sección eficaz geométrica durante su ciclo de pulsación, ambos contribuyendo a variaciones en su luminosidad bolométrica. Las observaciones fotométricas miden la intensidad de la luz que nos llega de la estrella generalmente a través de varios filtros y nunca en todas las longitudes de onda a la vez (ningún fotómetro puede medir el espectro electromagnético entero). Por tanto, en todos los casos observacionales estamos midiendo la luz estelar y sus variaciones sobre algún rango de longitud de onda. Las estrellas tienen una dependencia de la intensidad que

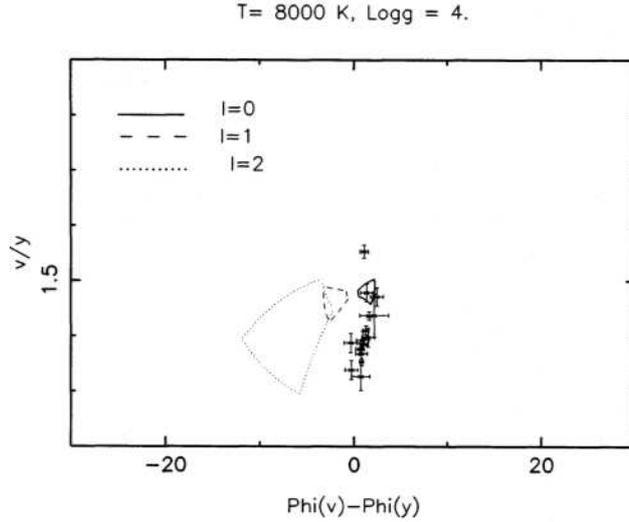


Figura 2.3: Ejemplo de diagrama de diagnóstico (ver texto) extraído de Garrido et al. (1990) para la relación de filtros v e y . Se pueden apreciar las áreas donde cabría cada modo de grado ℓ (trapezios curvos con distintos tipos de línea) y los valores de las medidas con sus errores. En este ejemplo, uno de los modos podría identificarse como $\ell=0$.

emiten con la longitud de onda, mostrando un máximo en su curva (ver figura 2.2). Pero tanto este máximo como el resto de la curva también poseen una variación con la temperatura (a mayor temperatura, mayor intensidad). Puesto que la estrella varía su temperatura efectiva durante un ciclo de pulsación, la intensidad en función de la longitud de onda también cambiará. El cambio en la intensidad es mucho mayor en la parte azul que en la parte roja del espectro.

Por otro lado, las variaciones de luz a diferentes longitudes de onda dependen de la geometría de las variaciones de temperatura (i.e., del armónico esférico del modo de pulsación) y del cambio en la sección eficaz geométrica (también dependiente del modo). Ambos, la amplitud de la pulsación y la fase (o *phase lag*, diferencia de tiempo entre la variación en radio y la variación en temperatura de la superficie estelar debida a la perturbación provocada por la onda de oscilación) como una función de la longitud de onda, se ven afectados por la geometría de los cambios de temperatura y de la sección eficaz; así, las observaciones de las amplitudes y las fases de la pulsación en diferentes filtros fotométricos pueden restringir la identificación del modo. En el mejor de los casos, el grado ℓ puede ser unívocamente determinado, lo que es un importante paso en el estudio astrosismológico.

Originalmente, el método fue sugerido por Stamford & Watson (1981), pero es la forma desarrollada por Watson (1988) la que usualmente se utiliza. La adaptación a la fotometría Strömgren para su aplicación a las estrellas δ -Sct fue elaborada por Garrido et al. (1990) en un trabajo pionero. En dicho trabajo se proponen una serie de diagramas de diagnóstico en los que se representan las diferencias de fase frente a los cocientes de amplitud entre cada uno de los filtros y uno de referencia (usualmente y , ver figura 2.3). En ellos, se dibujan unas *áreas de interés* para cada grado ℓ (donde debería situarse el modo) usando un rango estimado observacionalmente para las δ -Sct de la fase y el parámetro R , que mide el grado de adiabaticidad de la atmósfera. Y se sitúan los valores de las cantidades de las amplitudes y de las fases obtenidas en las observaciones con sus correspondientes incertidumbres en la medida.

Dupret et al. (2003) desarrolló el método teniendo en cuenta los efectos no adiabáticos de la pulsación y la interacción convección-pulsación, que tiene implicaciones directas sobre los observables no adiabáticos¹. Encontró que el diagrama amplitud-

¹Estos observables son la diferencia de fase o $\phi^T \equiv \phi(\xi_r) - \phi(T)$, $\frac{\delta T_{eff}}{T_{eff}}$ y $\frac{\delta g_e}{g_e}$, que, a través de ciertas transformaciones, pueden darnos los valores teóricos de amplitudes y fases para cada filtro.

fase es capaz de discriminar el parámetro α_{ML} de la convección, con lo que se obtiene una estimación de la anchura de la zona convectiva superficial.

Moya et al. (2004) introdujo este formalismo en el código de pulsación que desarrolló para su trabajo de tesis y lo aplicó al caso de estrellas δ -Sct, reduciendo las áreas de interés a puntos (no hacían falta las estimaciones de la fase ni el parámetro R , ya que eran derivados directamente de las ecuaciones). Otro factor importante en este tratamiento, puesto que los resultados muestran que la identificación es dependiente de la convección, fue el introducido por Grigahcène et al. (2005). Estos autores estudiaron la repercusión de la teoría TDC en la identificación modal para estrellas δ -Sct y encontraron que el mejor acuerdo con las observaciones se consigue con un valor de $\alpha_{ML} \sim 1.8$ (el calibrado para el Sol).

A pesar de todos estos esfuerzos, ninguno de los métodos anteriormente descritos tiene en cuenta la rotación. Como hemos dicho, los valores de las amplitudes y los cambios de brillo, así como el valor del modo de pulsación, dependen de la rotación y del ángulo de inclinación de la estrella. Con el método perturbativo hasta segundo orden introducido en el código FILOU por Suárez (2002) y usado ampliamente en el trabajo de Casas et al. (2006), estos autores demostraron que la rotación puede tener efectos importantes a tener en cuenta en el problema de la identificación modal, como su dependencia con el ángulo de inclinación de la estrella y la presencia de modos acoplados (ver sección 1.2.b). En este trabajo de tesis también haremos uso de este código en cierto punto relevante.

2.1.c Búsqueda de un nuevo observable: periodicidades

Como acabamos de ver, la identificación modal es generalmente complicada, excepto para el caso solar, para algunas roAp (que poseen patrones de frecuencia análogos al del sol) y algunos casos de enanas blancas. Ello es gracias a que las frecuencias alcanzan bajo ciertas condiciones un régimen asintótico, lo que genera ciertas características en el periodograma, como patrones o periodicidades, que se pueden estudiar estadísticamente.

Dada la cercanía de nuestra estrella, podemos observar con mucha precisión la luz integrada de toda su superficie, así como la luz de regiones seleccionadas de su disco. Esto nos permite hallar los números (n, l, m) correspondientes a los modos de oscilación propios de cada frecuencia observada, discriminando éstas por la zona en la que se observan (lo que ya es una importante información geométrica).

Pero además, las frecuencias de oscilación propias del Sol poseen otra característica: son frecuencias de alto orden radial. Bajo esta situación, la dependencia de las oscilaciones con las propiedades del sistema se simplifican, pues se llega a un régimen asintótico del que se pueden extraer observables útiles para la identificación modal y que proveen información sobre la física de la estrella. Bajo estas condiciones, las frecuencias de oscilación se pueden escribir de la forma (ver, por ejemplo, Christensen-Dalsgaard, 2003):

$$\nu_{\ell n} \simeq \left(n + \frac{\ell}{2} + \frac{1}{4} + \alpha \right) \Delta\nu, \quad (2.1)$$

donde α es una constante de fase y:

$$\Delta\nu = \left[2 \int_0^R \frac{dr}{c} \right]^{-1} \quad (2.2)$$

es lo que se conoce como *gran separación*. Como se puede ver, está relacionada con la velocidad del sonido en el medio y , por tanto, con la densidad media de la estrella. Esta ecuación predice un espaciamiento uniforme de las frecuencias para dos órdenes radiales consecutivos con igual grado esférico: $\Delta\nu = \nu_{n+1,\ell} - \nu_{n,\ell}$, aproximación que sólo es válida para valores de ℓ bajo, típicamente 0, 1 y 2. También predice que los modos con igual valor de $n + \ell/2$ deben estar casi degenerados: $\nu_{n,\ell} \simeq \nu_{n-1,\ell+2}$ (dando lugar a otro espaciamiento denominado *pequeña separación*: $\delta\nu = \nu_{n,\ell} - \nu_{n-1,\ell+2} \simeq (4\ell + 6)D_0$, donde D_0 viene determinado por las condiciones del núcleo estelar), agrupándose las frecuencias en grupos correspondientes a grados pares e impares uniformemente espaciados con una separación de $\Delta\nu/2$.

Este patrón en frecuencia se observa para los modos solares de cinco minutos de grado bajo y puede ser usado para la búsqueda de oscilaciones de tipo solar en otras estrellas, habiendo sido detectadas tanto en estrellas con características similares a las del Sol (la primera fue para η Boo, [Frandsen et al., 2002](#)) como en gigantes rojas (por primera vez para ξ Hya, [Kjeldsen et al., 1995](#)). Para estos osciladores en el régimen asintótico, la derivación de los espaciamentos es a menudo suficiente para identificar los modos en estrellas poco rotantes.

La gran y pequeña separación son propiedades de los modos p , pero también existe un régimen asintótico para los modos g de grado bajo. En este régimen pulsán, por ejemplo, las enanas blancas, aunque los patrones no se encuentran en el espacio de frecuencias, sino en el de períodos. Aunque este espaciamiento depende del grado ℓ , es posible llevar a cabo una identificación modal de las frecuencias a través de los modelos que mejor ajustan a los multipletes observados. La formación de estos multipletes se debe a la rotación, pero las observaciones llegan a mostrar con claridad su conjunto completo en muchos casos (m sólo puede tomar valores comprendidos entre $-\ell$ y $+\ell$), permitiendo obtener los valores de n , ℓ y m para las frecuencias que los componen así como el periodo de rotación de la estrella (ver, por ejemplo, [Winget et al., 1991](#), para el caso de PG 1159).

Las estrellas del tipo δ -Scuti no pulsán en ningún régimen asintótico, ya que lo hacen alrededor del modo fundamental radial, y no es esperable encontrar ninguna periodicidad, a priori, que no sea por desdoblamiento de las frecuencias por rotación. Sin embargo, muchos esfuerzos se han llevado a cabo para encontrar periodicidades también en este tipo de estrellas y algunos parecen haber mostrado indicios sólidos de que tales espaciamentos se pueden encontrar, aunque es necesario un número grande de frecuencias.

[Handler et al. \(1997\)](#) analizaron los datos de la estrella CD-24 7599, de tipo δ -Sct, obtenidos con el New Whole Earth Telescope, una campaña multisitio a nivel global. En total, encontraron 13 frecuencias significativas derivadas de su curva de luz conjunta, lo cual era un número importante comparado con las encontradas para este tipo de variables en las observaciones usuales. Usaron un análisis de Fourier sobre el espectro de frecuencias resultante de las observaciones y encontraron un pico a unos 26 μHz (ver figura 2.4, panel izquierdo), que atribuyeron a la mitad de un espaciamiento en frecuencias. Para determinar si este pico pudiera ser ficticio o real, elaboraron una serie de espectros de potencia artificiales consistentes en 13 frecuencias aleatorias cada uno entre 310 y 445 μHz y aplicaron el mismo método. En menos de un 3% de todas estas pruebas encontraron un pico de un valor similar a los 26 μHz , por lo que consideraron que su resultado era estadísticamente significativo.

Por su parte, [Breger et al. \(1999b\)](#) estudiaron los modos de pulsación de FG Virginis, una δ -Sct bien conocida para la que derivaron 24 frecuencias de las observaciones llevadas a cabo por el DSN (ver sección 1.1.c). En este trabajo, [Breger et al.](#) bus-

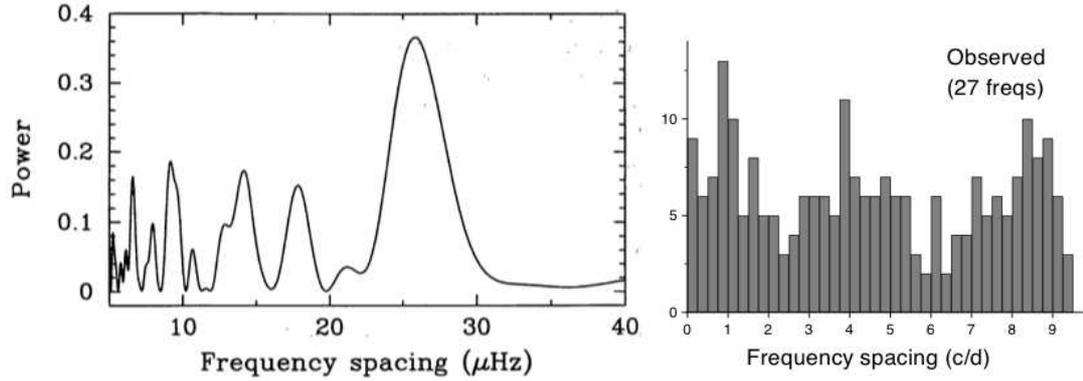


Figura 2.4: A la izquierda, resultado del análisis de Fourier que obtienen [Handler et al. \(1997\)](#) para las 13 frecuencias encontradas para CD-24 7599, donde se observa un pico hacia unos $26 \mu\text{Hz}$ y que ellos identifican como una periodicidad. A la derecha, figura extraída de [Breger et al. \(1999b\)](#), donde se muestra el resultado de los histogramas de diferencias para un total de 27 frecuencias observadas para FG Vir (24 reales y el resto probables, aunque el resultado es independiente de si se seleccionan sólo las reales o todas) y se observa una periodicidad de 4 cd^{-1} ($46 \mu\text{Hz}$).

caron espaciamentos usando histogramas de diferencias entre frecuencias, en vez de un análisis de Fourier. El motivo que argumentaron para ello es que esta estrella está más evolucionada que CD-24 7599 y que dicho método no es óptimo para el estudio de esa δ -Sct, porque no se esperan encontrar frecuencias equidistantes o espaciamentos periódicos estrictos. Con este método, encontraron un espaciamento entre las frecuencias de $\Delta f \approx 4 \text{ cd}^{-1}$ ($\approx 46 \mu\text{Hz}$, ver figura 2.4, panel derecho). Además, aplicaron el método de [Garrido et al. \(1990\)](#) para extraer información sobre el grado esférico de algunos modos a partir de fotometría Strömgren.

Algunos años más tarde, con el comienzo de las observaciones astrosismológicas desde satélites en órbita, se estudió la posibilidad de encontrar espaciamentos en la estrella HD 209775 ([Matthews, 2007](#)). Utilizaron observaciones obtenidas para este objeto con el satélite MOST (ver sección 2.2) durante 45 días de manera ininterumpida. Un total de 88 frecuencias fueron extraídas de su curva de luz, lo que la convertían en la δ -Sct con mayor número de modos detectados hasta la fecha. Buscando el mejor modelo que se ajustaba al periodograma observado mediante un método que se basaba en el uso de histogramas, encontraron que la estrella poseía una periodicidad de alrededor de $50 \mu\text{Hz}$, que los autores identificaron como una especie de gran separación.

[Breger et al. \(2009\)](#), en un estudio más reciente sobre la misma estrella, FG-Vir, con nuevos datos que elevan el número de frecuencias detectadas a 68 y para otro grupo de estrellas δ -Sct seleccionadas, apuntan a que pudiera deberse a un atrapamiento de modos cerca de la envoltura. Además, muestran cómo estas regularidades pueden ser utilizadas para inferir los parámetros fundamentales de las estrellas, si éstos contienen incertidumbres o son desconocidos, a través de un diagrama que llaman $s - f$, donde s representan la media de las separaciones encontradas entre los modos radiales y f es la frecuencia más baja de los modos radiales inestables. Generan una base de datos de modelos teóricos y componen una malla con ellos en el diagrama mencionado. Después, sitúan los valores observados con una estimación de sus incertidumbres y obtienen, por comparación con los modelos, los parámetros físicos característicos de estas estrellas. Deducen que la precisión en la determinación de $\log g$ proporcionada

por estos diagramas es igual o mejor a la obtenida por técnicas fotométricas para estrellas de rotación moderada y cercanas a valores normales en las abundancias.

No obstante, como veremos más adelante, en el capítulo 7, las observaciones con los satélites están mostrando que la frecuencia f que Breger et al. definen no puede tomarse como referencia. Los espectros de frecuencias que se están obteniendo comienzan, en su mayoría, cerca de $0 \mu\text{Hz}$ (un límite superior sí existe).

A pesar de todos estos avances, la búsqueda de espaciamentos en estrellas δ -Sct no ha llegado a resultados concluyentes y ha sido imposible su sistematización debido al escaso número de frecuencias que se puede obtener con observaciones desde Tierra. Las observaciones con satélites espaciales, que proporcionan mucha mejor precisión en los datos y permiten obtener un mayor número de frecuencias para las estrellas pulsantes, podrían ser la clave que favoreciera el desarrollo de esta técnica, abriendo nuevas y prometedoras líneas de estudio sobre estos objetos.

2.2 Observaciones espaciales: CoRoT

Dos misiones fueron las pioneras en el campo de la astrosismología espacial. Una de ellas era la misión de la NASA WIRE (Wide Field Infrared Explorer), ya desconectada, que fue mal planificada y, cuando el objetivo principal falló, D. Buzasi propuso que se utilizara para observar estrellas pulsantes brillantes. Finalmente, acabó dando algunos resultados destacables, como el descubrimiento de pulsaciones δ -Sct en Altair (Buzasi et al., 2005; Suárez et al., 2005).

La otra misión, todavía en funcionamiento, es la canadiense MOST (Microvariability & Oscillations of STars). Ésta ha estudiado algunos tipos de pulsadores con diferente naturaleza y estado evolutivo y ha servido como referente para la misión francesa CoRoT, de la que hemos obtenido las curvas de luz de las estrellas que en este trabajo estudiamos y presentamos.

La misión CoRoT (**C**onvection, **R**otation & planetary **T**ransits) fue lanzada el 27 de diciembre de 2006 y empezó sus operaciones científicas el 2 de febrero de 2007. Incorpora un telescopio de 27 cm con una cámara de 4 CCD que pueden medir el brillo estelar con una precisión de μmag . Está situada en una órbita circular polar a una altitud de 896 km, desde la cual puede tener un campo de visión ecuatorial lejos de la dirección solar de hasta 150 días. El satélite es entonces rotado para mirar hacia un campo intermedio durante unas semanas y, de nuevo, apuntado en la dirección antisolar por otros 150 días de observación. Los periodos largos se denominan *long-runs*, mientras que los cortos son los *short-runs* (Baglin et al., 2006).

Los principales objetivos científicos de CoRoT son la detección de planetas por el método de los tránsitos y la astrosismología. Ambos utilizan la misma técnica (medida de la variación en el brillo de la estrella) y la precisión y la duración de la misión son suficientes como para detectar planetas de tipo terrestre. Es fácil comprobar, haciendo una grosera estimación, que un planeta del tamaño de la Tierra (que tiene un radio de unos $10^{-2} R_{\odot}$) cubrirá un área relativa de 10^{-4} en una estrella del tamaño del Sol, causando así un descenso en su curva de luz de $100 \mu\text{mag}$, lo que supone dos órdenes de magnitud por encima de la precisión del satélite. La duración de dicho tránsito es el tiempo que tarda el planeta en recorrer un diámetro solar durante su órbita, que, para la Tierra a 29.5 km s^{-1} , es de 7 h, con lo que podría ser observado varias veces incluso durante un *short-run*.

Para el objetivo de los tránsitos planetarios, los datos son recogidos por dos CCD con tiempos de integración iniciales de 512 s (tiempo conocido como la *cadencia* observacional) para 12000 estrellas objetivo en el rango de magnitud 11-16; cuando

un tránsito es detectado, la cadencia es recortada a 32 s para cada estrella. Aunque estos datos están siendo recogidos para encontrar planetas, proporcionan una nueva fuente para la astrosismología de las pulsadores de periodo largo: estrellas β Cep, SPB, δ -Sct, γ -Dor, Be, rojas gigantes pulsantes, etc. Estos datos también son una rica fuente de nuevas estrellas binarias eclipsantes que nos permiten determinar masas a lo largo del diagrama HR. Para los objetivos primarios astrosismológicos, CoRoT usa los otros dos CCD con el objetivo de estudiar 150 estrellas brillantes con magnitudes entre 6 y 9 con una cadencia de 2 s. Estos 150 días de curvas de luz con una precisión de μ mag representan un espectacular conjunto de datos para el modelado teórico.

En el momento de escritura de esta tesis, estamos llegando a completar el cuarto año en el análisis de las observaciones de CoRoT. Como una muestra de la eficacia de la misión, se pueden consultar los primeros e impresionantes resultados preliminares basados en el análisis de los datos del primer año (con derechos exclusivos de explotación para los coinvestigadores de la misión). Éstos cubren grandes partes del diagrama HR y fueron presentados en el *Primer Simposium Internacional de CoRoT* celebrado en París en febrero de 2009. Con ellos se elaboró un volumen especial de la revista *Astronomy & Astrophysics* (el 506) llamado *The CoRoT space mission: early results*.

Los datos de los programas sismológicos y de planetas han elevado el número de descubrimientos e investigaciones sobre cientos de pulsadores, con desde decenas hasta centenas de frecuencias de oscilación cada uno. Es ahora evidente por los resultados preliminares que los actuales modelos teóricos difícilmente pueden explicar las frecuencias observadas, i.e., acabamos de alcanzar en nivel de desarrollo de la astrosismología para llegar a ser significativa: estamos obteniendo datos de tal calidad y en tal cantidad que nos estamos viendo forzados a mejorar los modelos de estructura estelar y desarrollar nuevas herramientas de análisis para estar a la altura de lo que está siendo observado.

2.2.a Otras misiones espaciales: *Kepler* y PLATO

No hemos acabado aún de explotar los datos de CoRoT y tomar conciencia de sus sorprendentes resultados, cuando ya existe otra misión que no sólo ampliará el rango de objetivos de aquel satélite sino que, además, mejorará la calidad de las observaciones. Estamos hablando de la misión *Kepler* (NASA), cuyo objetivo principal es la búsqueda de exoplanetas del tamaño de la Tierra en la zona de habitabilidad de la estrella anfitriona. Fue lanzado el 7 de marzo de 2009 y, en el momento de escribir estas líneas, ya ha empezado a proporcionar los primeros resultados. Se trata de un telescopio de apertura 0.95 m y 42 CCD que cubrirán un campo de visión de 105 grados cuadrados. Tendrá una duración de unos 3.5 a 6 años y observará 170000 estrellas de magnitud 9 a 16 con una precisión fotométrica que llegará a la μ mag. El satélite está situado en una órbita solar con cierta deriva que lo aleja de la Tierra desde donde puede observar de manera continuada (con ocasionales huecos debidos a la bajada de datos hasta la Tierra y la reorientación de los paneles solares cada tres meses): no hay oscurecimiento del cielo por la Tierra, dispersión de la luz terrestre ni el paso por la Anomalía del Atlántico Sur (AAS¹) con el incremento del ruido por radiación con el que CoRoT tiene que lidiar.

¹La Anomalía del Atlántico Sur es una región donde los cinturones de Van Allen se encuentran a unos cientos de kilómetros de la superficie terrestre. Se debe a una depresión en el campo magnético de la Tierra provocada por el hecho de que éste está desviado de su centro geográfico. Como consecuencia, en esa región la intensidad de la radiación es más alta que en otras zonas.

Una de las razones para perseguir objetivos astrosismológicos con *Kepler* es inferir los radios, las masas y las edades de las estrellas que alberguen planetas, información importante para determinar con la suficiente precisión aquellos parámetros de los planetas mismos. Para organizar la parte astrosismológica de esta misión, se formó el Consorcio Científico Astrosismológico de *Kepler* (KASC), con más de 250 colaboradores y que está dirigido desde la Universidad de Aarhus en Dinamarca¹.

El futuro de las misiones espaciales para el estudio astrosismológico se refleja en la propuesta de la ESA llamada PLATO (PLANetary Transits and Oscillations of stars²). La principal diferencia de esta misión con las anteriores radica en la *caracterización* (determinación de parámetros físicos como temperatura efectiva, metalicidad, edad, etc.) conjunta de los sistemas planetarios, i.e., estrella más planetas. Para ello, usará una muestra de estrellas brillantes ($m_v \leq 11$) y cercanas, lo que permite, por un lado, la confirmación de las detecciones de planetas usando medidas fiables de velocidad radial y, por otro, el estudio astrosismológico de la estrella que lo alberga apoyándose en observaciones complementarias desde Tierra con una mejor S/N.

Como dato final mencionaremos que en el momento de la redacción de esta tesis han comenzado los estudios de viabilidad de una futura misión que tiene por objetivo poner en órbita una constelación de nanosatélites. Este proyecto es fruto de una colaboración entre el INTA (Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial) y la Universidad de Florida y se prevé que conste de tres satélites que se dedican a estudios científicos de diversos campos. Uno de estos satélites se planea dedicarlos a la caracterización de planetas en el entorno solar, en particular utilizando astrosismología.

¹<http://astro.phys.au.dk/KASC/>

²<http://lesia.obspm.fr/cosmicvision/plato/>

Objetivos y metodología

La identificación modal es el cuello de botella dentro de la astrosismología. Ésta representa el paso último que nos permitiría ajustar una a una las frecuencias teóricas con las observadas, posibilitándonos el entendimiento profundo de los mecanismos de pulsación. El objetivo de este trabajo es continuar con los esfuerzos por alcanzar este hito en estrellas δ -Sct, para lo que seguiremos los pasos de los trabajos de Handler, Breger y colaboradores, pero utilizando datos procedentes de CoRoT y algunas herramientas nuevas desarrolladas específicamente para este cometido.

Así, pretendemos buscar patrones en los espectros de frecuencias de dos estrellas poco estudiadas y observadas por el satélite. Discutiremos la información que nos pueden proporcionar dichas estructuras, así como su origen e intentaremos usar la información física obtenida para reducir la incertidumbre en los observables. Finalmente, queremos completar el estudio mediante la identificación modal por fotometría Strömgren. Con toda esta información pretendemos estudiar las propiedades que nos muestran las estrellas δ -Sct a raíz de las nuevas observaciones, analizar los retos que plantean a la teoría de interior y de pulsación estelar y dar los primeros pasos hacia donde debe encaminarse la astrosismología, al menos para la comprensión de la física que mantiene a este tipo de osciladores.

La metodología usada será la siguiente. Primero detallaremos las características de aquellas herramientas no desarrolladas durante el transcurso de este trabajo (capítulo 4) y explicaremos la necesidad y el manejo de las herramientas desarrolladas por nosotros (capítulo 5): la construcción de una base de datos de modelos teóricos que nos ayudará en el análisis de los resultados, el desarrollo de unas herramientas que nos permitirá trabajar con dicha base de datos y el desarrollo del análisis de Fourier utilizado para la búsqueda de patrones. Después, presentaremos las dos estrellas estudiadas en este trabajo y usaremos estas herramientas para caracterizarlas (capítulo 6). Extraeremos los periodogramas obtenidos a partir de las observaciones con CoRoT y discutiremos sus particularidades (capítulo 7).

Seguidamente, usaremos el desarrollo de Fourier para buscar periodicidades en el conjunto de frecuencias de cada una y compararemos los resultados con los modelos teóricos representativos de cada objeto (capítulo 8). Discutiremos los resultados y, con la información así obtenida, trataremos de reducir las incertidumbres en los observables usuales (capítulo 9).

Para completar el análisis, usaremos medidas de fotometría Strömgren para ambas estrellas con el fin de obtener una identificación modal de los principales modos de pulsación. Y, con estos resultados y la información extraída de los periodogramas,

3. OBJETIVOS Y METODOLOGÍA

trataremos de restringir los modelos representativos de ambas estrellas (capítulo 10).

Finalmente, resumiremos las conclusiones de todo el trabajo expuesto (capítulo 11) y marcaremos los pasos a seguir en el futuro (capítulo 12).

Parte II

Herramientas

Lo que quiere el sabio, lo busca en sí mismo;
el vulgo, lo busca en los demás.

Confucio.

Capítulo 4

Paquetes externos para la extracción de frecuencias y modelado

En esta tesis hemos utilizado varios paquetes desarrollados por diversos grupos de investigación y ampliamente usados por la comunidad científica astrosismológica. Cada uno de estos paquetes son códigos que nos permiten extraer las frecuencias de oscilación, las amplitudes y las fases, el cálculo de modelos de equilibrio estelar y la obtención de las frecuencias teóricas de oscilación teniendo en cuenta fenómenos no adiabáticos, por un lado, y los efectos de rotación, por otro. En este capítulo describimos estos paquetes con sus características y sus particularidades.

4.1 Paquetes para la obtención de periodogramas

Como comentamos en la sección 2.1.a, la extracción de las frecuencias a partir de los periodogramas suele acometerse mediante el ajuste a una serie de senos y cosenos, i.e., mediante un análisis de Fourier. Pero se han desarrollado diversos tipos de análisis, análogos aunque con ciertas diferencias, que se han programado y forman los paquetes usualmente utilizados para estudiar las curvas de luz procedentes de las observaciones.

En este trabajo hemos utilizado dos de estos programas que corresponden a dos métodos distintos cuyas características detallamos en las secciones posteriores. A partir de ahora, cuando queramos referirnos a dichos métodos, que carecen de nombre específico por pertenecer todos ellos al análisis de Fourier, usaremos en su lugar el nombre del paquete en el que están implementados.

Los paquetes que mencionamos son Period04 (Lenz & Breger, 2005) y SigSpec (Reegen, 2007). Aunque ambos tienen sus propias características que lo pueden hacer más útil a la hora de acometer cierto tipo de análisis, suelen ofrecer resultados similares cuando se analiza una determinada serie temporal. Ello permite que puedan ser utilizados para corroborar los parámetros obtenidos en un ajuste (frecuencias, amplitudes y fases). Éste es un punto a tener en cuenta para el análisis de las curvas aportadas por CoRoT, ya que, como veremos, la cantidad de frecuencias que se puede extraer de ellas supera lo que hasta ahora se conseguía con observaciones desde Tierra. Es importante estar seguros de que ambos programas proporcionan los mismos resultados si se quiere abordar la cuestión de si todas las frecuencias derivadas son reales (como veremos, un tema de discusión candente cuando se analizaron las primeras curvas del satélite).

4. PAQUETES EXTERNOS

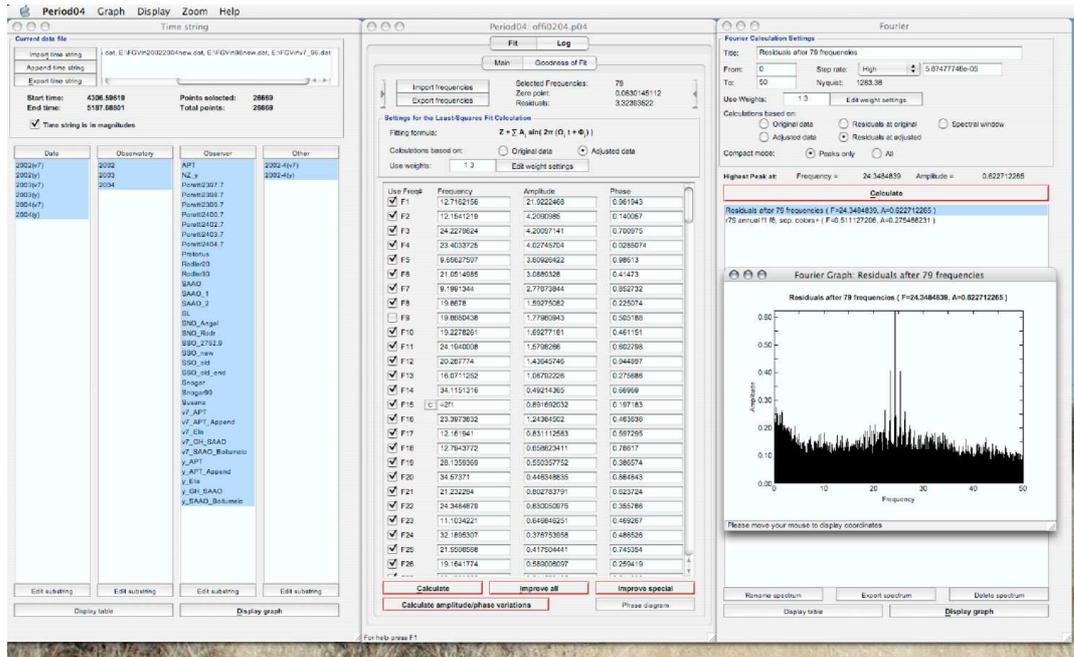


Figura 4.1: Herramientas del programa Period04. Se muestran los tres módulos que pueden ser controlados en la misma pantalla, ofreciendo claridad en el manejo.

4.1.a Period04

Period04¹ es un programa híbrido (escrito en Java y C++) especialmente dedicado al análisis estadístico de grandes series de tiempo astronómicas que presentan huecos. El programa ofrece herramientas para extraer frecuencias individuales del contenido multiperiodico de las series de tiempo y posee una interfaz flexible para realizar los ajustes multiperiodicos.

Fundamentalmente, el programa está compuesto de tres módulos:

- **Módulo de la serie de tiempos:**

En este módulo el usuario administra los datos de la serie de tiempos. El módulo contiene herramientas para dividir una serie en varios conjuntos de datos o viceversa, combinar conjuntos de datos, seleccionar pesos, etc.

- **Módulo de ajuste:**

En este módulo se puede realizar un ajuste por mínimos cuadrados de un número de frecuencias. Aparte de las técnicas básicas de ajuste, Period04 contiene, también, la posibilidad de ajustar las variaciones de amplitud y/o fase o de tener en cuenta un desplazamiento del tiempo periódico. Más aún, están disponibles varias técnicas de cálculo de incertidumbres de los parámetros ajustados, como simulaciones Monte Carlo.

- **Módulo de Fourier:**

Este módulo se proporciona para la extracción de nuevas frecuencias a partir de los datos. El análisis de Fourier de Period04 está basado en el algoritmo de la transformada de Fourier discreta. No se utiliza el algoritmo de *Fast Fourier Transform* (FFT), puesto que las series de datos de tiempos astronómicos usualmente no están equiespaciados.

¹<http://www.univie.ac.at/tops/period04/>

Period04 está orientado para proyectos y guarda todos los datos (los datos de la serie de tiempos, los espectros de Fourier, las frecuencias y un registro) en un archivo de proyecto central. El archivo del proyecto es completamente independiente de la plataforma. Esto permite al usuario exportarlo a distintos sistemas operativos, ya que este programa es multiplataforma. Como el programa también guarda las opciones junto con los datos, es fácil retomar el trabajo de un proyecto.

Todas estas características hacen de Period04 un paquete muy útil por su interfaz gráfica, su carácter multiplataforma y su distribución en módulos claramente diferenciados. No obstante, debido a que el ajuste se debe ir siguiendo frecuencia a frecuencia, el análisis de datos que contienen cientos de frecuencias puede resultar excesivamente tedioso y lento. Además, por los requerimientos de memoria que precisa, a partir de cierto número en el ajuste de los parámetros, Period04 se bloquea y deja de funcionar.

Debido a estas contrariedades y a que nos va a ser útil utilizar otro método para encontrar la significancia (indicador de que una solución es significativa respecto al nivel de ruido), usaremos Period04 para encontrar los valores de las frecuencias de mayor amplitud y, después, usaremos el otro paquete mencionado, SigSpec, para corroborar este resultado y ajustar el resto. Los datos proporcionados por el satélite CoRoT poseen una precisión nunca antes alcanzada, por lo que es de vital importancia comprobar el comportamiento de los paquetes usuales de extracción de frecuencias ante los mismos. Dos tipos distintos de definición de la significancia nos proporcionará, además, una estimación de la fiabilidad de las frecuencias obtenidas. En la siguiente sección, explicaremos en más detalle las diferencias entre los métodos utilizados por los dos paquetes.

4.1.b SigSpec

Por su parte, SigSpec¹ (*Significance Spectrum*) es un programa diseñado, también, para el análisis estadístico de series de tiempo procedentes de observaciones astronómicas, aunque su característica principal es la definición de un nuevo método de ajuste de la señal. El programa computa los niveles de significancia espectral (“sig”) para el espectro de amplitudes de la transformada de Fourier discreta (DFT) de una serie temporal con un muestreo arbitrario dado. Está basado en la solución analítica para la función de densidad de probabilidad (PDF) de un nivel de amplitud, incluyendo las dependencias en frecuencia y fase, y referidas al ruido blanco.

La significancia espectral es una medida logarítmica del número de casos entre los cuales una de las amplitudes obtenidas pudiera ser un artefacto. Otra manera de expresarlo sería como el logaritmo de la inversa de una probabilidad. Si la probabilidad de que cierta amplitud esté generada por ruido blanco es de 0.00001 (1/100000), entonces, la significancia espectral devolverá un 5.

La significancia espectral de todo un espectro será la misma que la del pico más alto. El argumento es similar al de otros estimadores de significancia: si el pico más alto de un espectro se encuentra por debajo de cierto límite a partir del cual consideramos que es ruido, el espectro entero tiene que ser tomado como insignificante.

En el caso de Period04, el parámetro usado comúnmente para considerar un punto de los datos como significativo es la amplitud de la relación señal ruido (cociente entre la potencia de la señal y la potencia del ruido), cuando el valor de ésta es $S/N \geq 4.0$. En el caso de SigSpec, el valor por defecto de la significancia espectral es de $\text{sig} = 5.0$.

¹<http://www.sigspec.org/>

4. PAQUETES EXTERNOS

Una correspondencia entre la relación señal ruido para la amplitud y la significancia espectral se puede expresar como:

$$\text{sig}(A) \approx \frac{k \log e}{4} \left(\frac{A}{\langle A \rangle} \right)^2 \quad (4.1)$$

Donde k representa el número de puntos de la serie de tiempos y $\frac{A}{\langle A \rangle}$ es una expresión para la relación señal ruido.

SigSpec se lanza a través de un comando de igual nombre al del programa seguido de un nombre de la ruta donde se guardarán los ficheros de salida. Además, el usuario deberá proporcionar el nombre del fichero de la serie de tiempos de entrada. Tanto el subdirectorio de salida como el archivo de entrada han de encontrarse en el mismo directorio. Opcionalmente, se podrá aportar un fichero *.ini* en el que se especificará la configuración deseada por el usuario.

SigSpec realiza un proceso iterativo consistente en cuatro pasos:

- Cómputo del espectro de significancia.
- Determinación precisa del pico con máxima sig.
- Ajuste a varios senos de las frecuencias, amplitudes y fases de todos los componentes significativos detectados hasta el momento.
- Extracción de los componentes sinusoidales (*prewhitening*). Los residuos son usados como entrada para la siguiente iteración.

Si SigSpec se ejecuta sin ninguna opción especial, devuelve, por defecto, cuatro archivos: uno contiene el espectro de amplitudes de la DFT de la serie de tiempos original, la fase y el valor de sig; en otro se guarda el espectro de amplitudes de la DFT de la serie de tiempos residual después de la extracción de todos los componentes significativos de la señal y contiene la fase y el valor de sig; en un tercero se encuentra la información de la serie de tiempos residual después de la extracción de los componentes significativos de la señal; y un archivo de resultados contiene la lista de los componentes significativos de la señal. Además, la función MultiSine guarda una serie de archivos, cada uno de los cuales contiene una lista de las frecuencias, amplitudes y fases para una componente sinusoidal única a través de la cascada de extracción (*prewhitening*).

4.2 Código de equilibrio y evolución estelar: CESAM

CESAM¹ (*Code d'Évolution Stellaire Adaptatif et Modulaire*) es un código consistente en una serie de programas y rutinas que llevan a cabo los cálculos de la evolución estelar en equilibrio cuasi estático y en una sola dimensión (suponiendo simetría esférica), incluyendo efectos de difusión y la rotación. Desarrollado originalmente por P. Morel (Morel, 1997; Morel & Lebreton, 2008), CESAM resuelve primero las ecuaciones de la composición química, para luego pasar a resolver el conjunto de ecuaciones de la estructura interna (ver sección 1.2.a). Con un determinado paso temporal, hace evolucionar estas ecuaciones a través de la vida de la estrella hasta el punto que se requiera. Aunque existen varias versiones, de la 1 a la 5, pasando a denominarse a

¹<http://www.obs-nice.fr/cesam/>

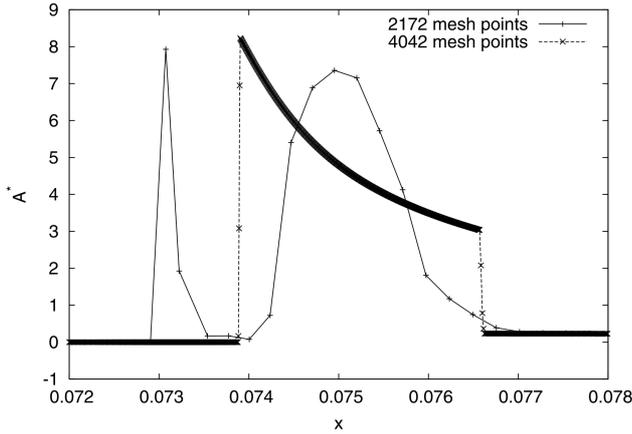


Figura 4.2: Comparación entre dos modelos, uno con 2000 puntos de malla computado con CESAM, y otro con 4000 puntos computado con ASTEC (the Aarhus STellar Evolution Code Christensen-Dalsgaard, 2008), en un diagrama que muestra la relación entre $A^* = rg^{-1}N^2$, siendo N^2 la frecuencia de Brunt-Väisälä, y el radio relativo de un modelo ($x = r/R$). Extraído de (Moya et al., 2008).

partir de 2000 como 2k, esta última es la que utilizaremos, por ser la más completa y estar traducida a Fortran 95 (el resto de versiones están escritas en Fortran 77), con el fin de aprovechar las ventajas que ofrece esta actualización del lenguaje de programación.

CESAM se ha convertido por ciertos méritos en uno de los códigos de equilibrio más extendidos dentro de la comunidad científica. Para empezar, está bastante testado, sobre todo para el caso solar. Es, además, de código abierto, permitiendo que cualquiera pueda modificarlo a conveniencia. Su estructura en dos grandes bloques que agrupan las rutinas con las funciones matemáticas por un lado y aquéllas que contienen las ecuaciones físicas por otro, así como su programación por módulos, proporcionan un marco atractivo para todo aquél que necesite programar sus propios requerimientos.

De este modo, CESAM fue un referente para las comparaciones entre códigos que se hicieron como preparación para el lanzamiento de la misión CoRoT (*Evolution and Seismic Tools Activity*, ESTA¹, Lebreton et al., 2008). Es por todo ello por lo que hemos adoptado este código para nuestros cálculos. Además, ambos códigos que utilizamos para calcular las frecuencias teóricas hacen uso de los archivos de salida de éste (donde se encuentran detallados todos los parámetros físicos a lo largo de la estructura de la estrella para un modelo determinado, es decir, para un momento dado en la evolución de la estrella), manteniendo la coherencia entre todo el conjunto de los cálculos.

La principal característica de CESAM es la resolución de las ecuaciones de equilibrio cuasi estáticas mediante el método de colocación basado en aproximaciones a polinomios proyectados en una base de B-splines. Ello permite un cómputo robusto y estable y la restitución exacta de la solución, no sólo en los puntos de malla. Otra ventaja es la posibilidad de controlar la precisión mediante un sólo parámetro y la mejora en la rapidez de los cálculos debido a la superconvergencia. También se ha diseñado un método que permite el ajuste automático de la malla de puntos de acuerdo con los cambios desconocidos en el comportamiento de los parámetros, siendo desplazado cada límite entre la zona convectiva y radiativa al punto de la malla más cercano. Esto supone una ventaja, pues se evitan algunos pasos que aligeran el tiempo de cálculo.

Pero en esta ventaja reside también su principal inconveniente. Aunque CESAM organiza los puntos de la malla obteniendo, generalmente, una buena descripción de la variación de la mayoría de los parámetros físicos en el interior de la estrella,

¹<http://www.astro.up.pt/corot/models/>

4. PAQUETES EXTERNOS

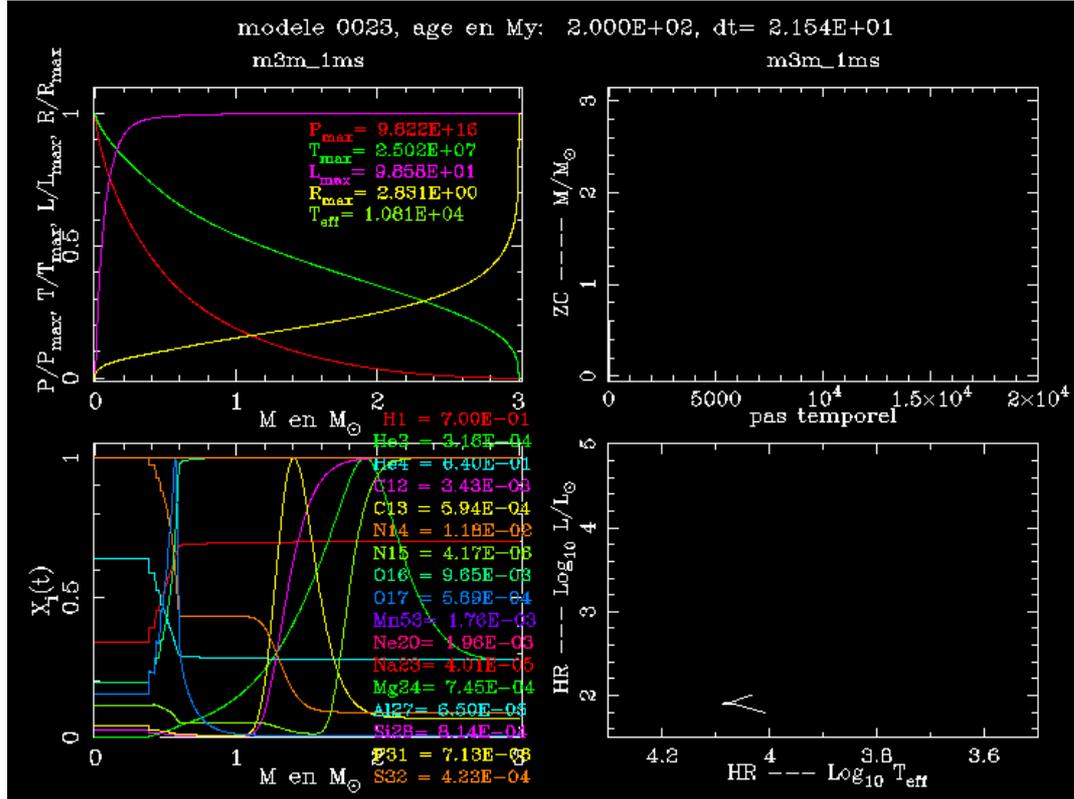


Figura 4.3: Salida gráfica de CESAM. De arriba a abajo y de izquierda a derecha, el código representa la distribución de varios parámetros físicos a lo largo de la estrella, la posición de las zonas convectivas y radiativas, la distribución de los elementos químicos en el interior y su posición en el diagrama HR en los sucesivos pasos temporales del cálculo.

posibilitando la convergencia del modelo de un paso al siguiente, no es capaz de obtener suficiente precisión en algunas zonas concretas como para realizar estudios determinados. Como muestran los ejercicios de comparaciones entre códigos llevados a cabo durante la preparación de la misión CoRoT, un modelo de CESAM de 2000 puntos no obtiene valores correctos, por ejemplo, para la frecuencia de Brunt-Väisälä en ciertas zonas del interior estelar (Moya et al., 2008, ver figura 4.2).

Dada las características de CESAM, para poder conseguir una descripción adecuada de un punto donde se produzca un cambio brusco en alguna de las variables, hay que aumentar el número de puntos global hasta conseguir los necesarios en esa zona que permitan obtener la precisión deseada, en vez de sólo añadir unos cuantos en lugar problemático (método otros códigos usan). Añadir puntos en toda la malla puede, de este modo, traer problemas a la hora de hacer converger el modelo en las zonas donde no se producen cambios o de cambios suaves, así como aumenta el tiempo de cómputo de los mismos.

A pesar de todo ello, CESAM resulta atractivo para la comunidad científica por su versatilidad en la física elegible para los cálculos de los modelos. Permite seleccionar desde una física sencilla, como atmósfera gris, reacciones nucleares tipo pp, ecuación de estado teniendo sólo en cuenta el H y el He o la parametrización de la convección de la MLT; hasta las últimas teorías y tablas, como atmósfera de Kurucz (Kurucz, 1992), difusión microscópica de elementos químicos, las tablas de opacidad de OPAL (Rogers & Nayfonov, 2002) o el formalismo de Canuto & Mazzitelli (1991) para la

convección. Es posible, además, seleccionar otro tipo de opciones menos extendidas y utilizadas en otros códigos de evolución, como la variación de elementos químicos por choque de planetesimales o la pérdida de masa.

El código permite cálculos de estrellas con masas comprendidas entre $0.5 M_{\odot}$ y $10 M_{\odot}$. Los modelos pueden iniciarse desde la ZAMS (Edad Cero de la Secuencia Principal), desde la PMS (Presecuencia Principal) o, bien, continuar desde un modelo calculado anteriormente. En las estrellas de baja masa ($\lesssim 2.5 M_{\odot}$), el cálculo llega hasta el agotamiento del hidrógeno en el centro, la quema en capa y el comienzo de la quema de helio, conocido con *flash* del helio. En estrellas de masa superior, no se produce este fenómeno que crea problemas de convergencia en los cálculos y la quema del helio se inicia sin ningún fenómeno de transición. En estas últimas, CESAM continua con el cálculo del track hasta que la evolución llega al punto del diagrama HR conocido como AGB (Rama Asintótica de las Gigantes).

CESAM ofrece la posibilidad de seguir la evolución de la estrella y los parámetros físicos de su interior a través de una salida gráfica (ver figura 4.3). En este cuadro, se muestran cuatro pares de ejes donde se van representando: la distribución interna de los parámetros físicos más importantes (temperatura, luminosidad, presión y radio), la situación de las distintas zonas convectivas, los cambios en los elementos químicos a lo largo de su estructura interna y la posición de la estrella en el diagrama HR según evoluciona.

Para iniciar el cálculo, se deben proporcionar, como mínimo, dos ficheros de entrada al programa. Uno contiene los principales parámetros configurables y otro es el modelo a partir del cual se comenzará o continuarán los cálculos. Si decidimos comenzar el cálculo desde la ZAMS o desde la PMS, CESAM provee de varios ficheros de modelos homogéneos para poder usarlos como partida. Los parámetros configurables en el fichero de entrada son relativos a la física utilizada, opciones de los ficheros de salida, representación gráfica, número de puntos en la malla y valores límite donde el cálculo se da por terminado.

Al finalizar el cálculo, el programa devuelve una serie de ficheros con toda la información relevante del interior de la estrella en el momento de su evolución en el que se encuentre el modelo. Además, podemos indicarle, a través de los ficheros de entrada, qué otros parámetros nos interesa obtener al finalizar los cálculos. Ciertos ficheros de salida están orientados a proporcionar toda la información necesaria que otros programas utilicen en sus cálculos, como los mencionados códigos de equilibrio o los códigos de inversión (ver sección 1.1.a). Estos últimos por el momento sólo se han utilizado para el caso solar.

4.2.a Inclusión de las atmósferas de Kurucz

Como hemos comentado (ver sección 4.2), el código de evolución estelar CESAM incluye las atmósferas de Kurucz (ATLAS9, Kurucz, 1992) en sus modelos. Estos autores presentan un cómputo mucho más detallado y complejo para el cálculo de una atmósfera estelar que la simple aproximación de Eddington (muy útil en la mayoría de los casos, por el contrario). Son tan costosas de calcular que se presentan en forma de tablas.

No obstante, su inclusión en CESAM es parcial, ya que está referida, tan sólo, al caso solar (y estrellas similares, por tanto). Hemos necesitado la tabla completa y un modo de interpolación de las mismas (generalizado), para el cálculo de algunos de nuestros modelos que exigían una descripción más precisa de la atmósfera (ver sección 10). Esto permite extender el cálculo en CESAM a modelos con una atmósfera alternativa a la de Eddington para un rango amplio de características estelares.

4. PAQUETES EXTERNOS

Así, hemos incluido en el código las tablas ATLAS12 (Kurucz, 1993). Casas et al. (2006) introdujeron estas subrutinas en la versión anterior del código, CESAM5, y obtuvieron buenos resultados. Lo que en este trabajo hemos hecho ha sido adaptarlo a la nueva versión que utilizamos en esta tesis: CESAM2k. Las subrutinas que hemos modificado han sido: `ecrit_ascii.f`, `intkusta.f`, `kurucz.f`, `mod_atm.f`, `osc_adia.f`, `osc_invers.f`, `osc_nadia.f`, `output.f` y `tdetau.f`.

El resultado es la inclusión en el fichero de oscilaciones (`.osc`) los valores para la atmósfera de los parámetros físicos que CESAM calcula para el interior estelar. Además, se añade una lista al final de éste con los valores de la profundidad óptica (τ) para las mismas capas de la atmósfera antes mencionada, ya que lo usaremos en los códigos de pulsación y, aunque calculable, conlleva ciertos problemas numéricos.

4.3 Códigos de oscilaciones estelares

4.3.a GRACO

GRACO (*Granada oscillation Code*, Moya et al., 2004; Moya & Garrido, 2008) es un programa desarrollado para el cómputo de los autovalores y autofunciones correspondientes a las oscilaciones estelares adiabáticas y no adiabáticas. Puede ser usado con modelos estelares de cualquier punto del diagrama HR y ya ha servido para realizar intensos estudios previos con estrellas δ -Sct, γ -Dorado, β -Cefeï, Be, de tipo solar, SdO y SdB (ver, por ejemplo, Suárez et al., 2009; Rodríguez-López et al., 2010). GRACO admite como entrada seis modelos de equilibrio diferentes: CESAM, el desarrollado por Claret (1999), JMSTAR (Lawlor & MacDonald, 2006), GARSTEC (Weiss & Schlattl, 2008), MESA (Paxton et al., 2011), el código desarrollado por Baraffe et al. (1998).

El método de integración usado para la resolución de las ecuaciones es el método de relajación de Henyey como está explicado en Unno et al. (1989). En el marco adiabático, varias combinaciones en los métodos de integración pueden usarse para obtener las autofrecuencias y los autovalores correspondientes: dos condiciones de contorno mecánicas exteriores, dos formas para las autofunciones, dos formas para las variables de integración, el uso o no de la extrapolación de Richardson y el uso, para los modos radiales, de la ecuación diferencial de segundo orden LAWE o del grupo de $\ell = 0$ en el sistema de ecuaciones diferenciales estándares no radiales.

Por otro lado, la principal característica del código es que también puede resolver el conjunto de ecuaciones diferenciales no adiabáticas. Dos tratamientos diferentes de la fotosfera pueden ser usados. El primero considera la atmósfera como una capa de contorno simple, mientras que el segundo describe la interacción de la pulsación con la atmósfera. Ello hace posible obtener los observables no adiabáticos (ϕ^T , $\frac{\delta T_{eff}}{T_{eff}}$ y $\frac{\delta g_e}{g_e}$) con mayor precisión, lo que es crucial para la identificación modal a partir de fotometría multicolor. Asimismo, los trabajos sobre parámetros no adiabáticos también permiten estudiar el balance de energía modal, dando un rango teórico para los modos inestables, i.e. estudio del *growth rate*, η (ver sección 1.2).

Los parámetros de entrada de GRACO consisten, fundamentalmente, en dos ficheros. Uno de ellos contiene la información del modelo en equilibrio a perturbar y el otro contiene algunos parámetros configurables. Los principales de estos parámetros son:

- El nombre del archivo con la información del modelo en equilibrio.
- Los parámetros de búsqueda de frecuencia, como, por ejemplo, el rango de frecuencias y el rango del grado esférico ℓ .

- La física utilizada, como, por ejemplo, elegir entre búsqueda adiabática o no adiabática o interacción atmósfera pulsación.
- La matemática usada, como, por ejemplo, usar Richardson o las ecuaciones LAWE.
- Elección de los ficheros de salida, aparte de los estándares.

La salida básica de GRACO son tres ficheros con la información de las frecuencias en el régimen adiabático, en el régimen no adiabático y la información de la rotación. No obstante, mediante el fichero de entrada que contiene los parámetros configurables se pueden obtener otros ficheros de salida con las autofunciones o con la información de los colores para el cálculo de los observables no adiabáticos, entre otros.

4.3.b FILOU

Por su parte, FILOU es un código desarrollado también para el cómputo de los autovalores y autofunciones correspondientes a las oscilaciones adiabáticas, cuya principal característica es el cálculo de las frecuencias de oscilación radiales y no radiales en presencia de rotación. Originalmente desarrollado por F. Tran Minh y L. Léon en el observatorio de Paris-Meudon (Tran Minh & Léon, 1995), este código ha sufrido numerosos cambios y mejoras con el fin de corregir las frecuencias de oscilación de los efectos de la rotación. En particular, FILOU calcula de manera perturbativa dichas correcciones hasta segundo orden, incluyendo efectos de casi degeneración.

FILOU está principalmente basado en las ecuaciones de oscilación y sus perturbaciones desarrolladas en Dziembowski & Goode (1992) y Soufi et al. (1998). El código trabaja con diferentes escenarios de cálculo: sin rotación, con aproximación de Cowling (en la que se desprecian los términos donde aparece la perturbación Euleriana del potencial gravitacional, que son, generalmente, pequeños para las oscilaciones no radiales, Cowling, 1941) y con rotación (uniforme o diferencial). Este código tiene implementada una rotación por capas (*shellular*, Suárez, 2002), que consiste en una rotación diferencial radio dependiente, es decir, los modelos incluyen un perfil de rotación diferencial radial: $\Omega = \Omega(r)$.

En ese caso, las oscilaciones son calculadas a partir de los así llamados modelos pseudo rotatorios (*pseudo-rotating*), que son construidos modificando las ecuaciones de estructura estelar de modo que incluyan la contribución de simetría esférica de la aceleración centrífuga, a través de una gravedad efectiva $g_{\text{eff}} = g - \mathcal{A}_c$, donde g y $\mathcal{A}_c(r)$ son la componente de la gravedad local y la aceleración centrífuga, respectivamente. Los efectos de los componentes no esféricos de la deformación de la estrella son incluidos mediante una perturbación en las ecuaciones de oscilación.

Desde el punto de vista numérico, FILOU resuelve el conjunto completo de ecuaciones diferenciales ordinarias bajo un problema de condiciones de contorno, usando un método combinado de Galerkin y B-splines que mejora la precisión numérica con que las frecuencias de oscilación son calculadas. Además, es posible modificar fácilmente numerosos parámetros numéricos para ajustar de manera óptima el cálculo del modelo problema.

Los parámetros de entrada de FILOU son, esencialmente, algunas cantidades físicas, que son leídas desde el modelo de equilibrio, más algunos parámetros iniciales. Actualmente, la versión más moderna del código permite el uso de los modelos procedentes de los siguientes códigos de equilibrio: CESAM, para las versiones 3.*, 4.*, 5.* y 2k; y GENEVE (Maeder & Meynet, 1987; Eggenberger et al., 2008).

4. PAQUETES EXTERNOS

Los parámetros iniciales, que son seleccionados por el usuario a través de un fichero de texto ASCII, son leídos por el código cuando es ejecutado. Los principales parámetros son:

- El archivo con el modelo de equilibrio de entrada.
- Tipo de computación. Esta opción permite al usuario seleccionar algún tipo de computación específica (por ejemplo la aproximación de Cowling, sin rotación, rotación uniforme o rotación diferencial). Del mismo modo, el usuario puede elegir el tipo de ficheros de salida requerido (por ejemplo, sólo la lista de frecuencias, incluir o no las correcciones de los efectos de rotación, los efectos de casi degeneración o, incluso, las autofunciones).
- El dominio de frecuencias y el rango de ℓ .
- Tipo de condiciones de contorno.
- Tipo de asignación de nodos.

La salida básica proporcionada por FILOU es la lista de autovalores y autofrecuencias. Sin embargo, es posible obtener ficheros de salida que contengan datos de cálculos intermedios.

Herramientas específicas desarrolladas durante este trabajo

Uno de los principales problemas de la astrofísica en particular y de la ciencia en general en esta época de desarrollo tecnológico creciente es el almacenamiento y manejo de gran cantidad de volúmenes de datos que ya están superando las capacidades informáticas actuales. Existen proyectos de supercomputación que palián en cierta medida estos requerimientos; sin embargo, incluso éstos se quedan pequeños ante la cantidad de información que se espera obtener con las nuevas tecnologías, como los grandes telescopios o las misiones espaciales, en el caso de la astrofísica. Se necesita, por tanto, un cambio de paradigma en la utilización y en la forma de compartir los recursos, del almacenamiento de éstos y un importante desarrollo de las tecnologías, con el objetivo de obtener el avance en la ciencia que está al alcance de los investigadores en esta era.

Es con esta motivación con la que surgió el programa e-Science, en el ámbito internacional, ó e-Ciencia¹, en España. Este programa pretende, aprovechando el desarrollo en la capacidad de las comunicaciones (fundamentalmente internet), crear una red de centros en todo el mundo para permitir la computación, el almacenamiento masivo de datos, su explotación a través de la puesta en común de herramientas de análisis y la implementación de otras que faciliten al usuario diferentes labores, como la observación remota, por ejemplo. Originalmente creado para la física de partículas, pronto se extendió a las ciencias de la tierra y la biología. La astrofísica es una de las ramas de la ciencia donde mejor se pueden aprovechar las ventajas que ofrece la e-Ciencia. No obstante, la e-Ciencia requiere de la inversión en gran cantidad de recursos, tanto humanos como de infraestructura y de software. Es por ello que dentro del programa han surgido varias iniciativas.

A raíz del lanzamiento de las misiones espaciales, como CoRoT o *Kepler*, que nos proveen con enormes cantidades de datos sobre multitud de estrellas, hemos abordado la tarea de crear ciertas herramientas de análisis que actúen sobre una base de datos que contenga el modelado y la información observacional de que disponemos. Pero todo ello requiere grandes capacidades de cómputo y almacenamiento, que permitan el cálculo masivo de los modelos y el registro permanente de gran cantidad de observaciones, así como el desarrollo de las oportunas herramientas que nos permitan llevar a cabo nuestros estudios. Este tipo de necesidades dieron lugar a dos de las iniciativas que hemos usado en esta tesis, por un lado, y que hemos ayudado a desarrollar, por

¹<http://www.e-ciencia.es/>

otro: GRID y VO (Observatorio Virtual), respectivamente.

5.1 Construcción de una base de datos: GRID

La iniciativa GRID nació de la creciente necesidad de enormes capacidades de cálculo que muchas áreas científicas están adquiriendo. Cierta tipo de necesidades pueden ser cubiertas con el desarrollo de grandes computadores. Sin embargo, otro tipo de requerimientos no dependen tanto de la potencia del computador como del número de ellos. Un caso que consista en la repetición de cálculos ligeros, pero de manera masiva, al incluir numerosas combinaciones y variaciones de parámetros iniciales, necesitará menor tiempo de cálculo cuanto mayor sea el número de máquinas que puedan realizar la tarea al mismo tiempo y no tanto por la velocidad de los procesadores involucrados o la memoria RAM disponible.

Así, a diferencia de los supercomputadores que normalmente se componen de enormes máquinas confinadas en una misma habitación o recinto, GRID es un término que se refiere a computación distribuida, bien sea con una red de ordenadores dentro de un mismo centro de investigación, pero no en una misma ubicación, bien un conjunto de máquinas esparcidas geográficamente. La iniciativa EGEE¹ (*Enabling Grids for E-sciencE*) fue la pionera en el intento de conectar diferentes centros para la creación de una infraestructura GRID. Terminado el proyecto en este año, es el proyecto EGI² (*European Grid Infrastructure*) quien ha tomado el relevo. En España, es la iniciativa IRISGrid³ la que coordina a los grupos de investigación interesados en esta tecnología y el CSIC, con un nodo ubicado en el IAA⁴, entre otros, aporta sus propios recursos a la red.

El proyecto GRID se basa en la utilización de recursos compartidos, por lo que cualquier centro o grupo de investigación que quiera utilizarlos debe unirse a una organización virtual (conjunto de usuarios con fines comunes) y aportar recursos a la red o crearla. El nodo ubicado en el IAA posee actualmente 24 procesadores Intel Xeon a 2.93 GHz con 8MB de caché de nivel 2 (L2), proporcionando un total de 512 núcleos (16 nodos con 16 núcleos más 4 con 64), todo conectado mediante InfiniBand, que permite una comunicación entre ellos de 20 Gbps. Tiene, además, una RAM de 640 GB, una capacidad de almacenamiento en disco rígido de 315 TB y una conexión ethernet de 1 Gbps.

Esta tecnología nos ha permitido construir la base de datos semilla sobre la que desarrollaremos el proyecto que nos hemos propuesto, lo que exige grandes capacidades de cálculo y almacenamiento. Este primer modelado masivo se ha construido teniendo en cuenta los parámetros observados (T_{eff} , $\log g$ y $[\text{Fe}/\text{H}]$) de los objetos estudiados en este trabajo, pero se ampliará para que incluya otras estrellas con muy diferentes características físicas.

Para computar los modelos, hemos utilizado las herramientas descritas en el capítulo 4: CESAM y GRACO; a los que, próximamente, se incluirán modelos con rotación calculados con FILOU. Con CESAM, la física que tomamos en los modelos es estándar:

- 2000 puntos de malla (mínima precisión recomendada por las comparaciones entre códigos ESTA).
- Abundancia solar de Grevesse & Noels (1993).

¹<http://www.eu-egee.org/>

²<http://www.egi.eu/>

³<http://www.irisgrid.es/>

⁴<http://grid.iaa.csic.es/wiki/doku.php>

M (0.01)	[Fe/H] (0.2)	α_{ML} (0.5)	d_{ov} (0.1)
[1.25, 2.20] M_{\odot}	[-0.52, 0.08]	[0.5, 1.5]	[0.1, 0.3]

Tabla 5.1: Conjunto de valores utilizados para la construcción de la base de datos. Se indica la variable en la primera fila y, en la segunda, el rango de variación. En la primera fila, entre paréntesis, se detalla el paso para cada parámetro.

- Convección usando la parametrización de la MLT ($\ell_{ML} = \alpha_{ML}H_p$), incluyendo el parámetro de overshooting (d_{ov}).
- Ecuación de estado de Eggleton (Eggleton et al., 1973) con correcciones coulombianas.
- Tablas de opacidad OPAL9 (OPAL+Alexander, Iglesias & Rogers, 1991), con la interpolación introducida por Y. Lebreton.
- Cálculo de reacciones nucleares teniendo en cuenta reacciones PP y CNO con 9 elementos químicos y dejando Fe, H2, Li7 y Be7 en equilibrio. Tabla de reacciones nucleares de la compilación NACRE (Angulo et al., 1999).
- Atmósfera en la aproximación de Eddington (considera la temperatura como una función de la opacidad, exclusivamente).

En toda modelización, además de la física que constituyen sus ecuaciones, existen ciertos parámetros libres, valores que se obtienen de manera empírica o como punto de partida para el comienzo de los cálculos. En el caso de los modelos de equilibrio, con las características que hemos usado para construir nuestra base de datos, los parámetros empíricos son el α_{ML} y el d_{ov} . Las distintas combinaciones de todo el conjunto de ellos, tanto los empíricos como los de punto de partida, se recogen en la tabla 5.1. No hemos tenido en cuenta la difusión de elementos químicos ni la rotación y hemos ajustado el paso en el cálculo de un modelo al siguiente a lo largo de la evolución en el tiempo de la estrella que CESAM utiliza para obtener alrededor de 200 modelos por cada traza evolutiva (camino que recorre por el diagrama HR una estrella a lo largo de su evolución), i.e. tenemos ~ 200 modelos por cada combinación de parámetros de la tabla. De este modo, nuestra base de datos se compone de ~ 600.000 modelos que cubren densamente una parte importante en el diagrama HR (ver figura 5.1).

Por otro lado, a partir de estos modelos de equilibrio y usando GRACO, hemos calculado los modos de oscilación en aproximación adiabática entre $50 \mu\text{Hz}$ y la frecuencia de corte (límite superior de frecuencia en el que el sistema que compone la estrella puede vibrar de manera estable, i.e. presentar modos de oscilación) de cada modelo, para valores de ℓ entre 0 y 3. Para tener una imagen de lo que GRID nos ayuda con este tipo de cálculos, tomemos, a modo de ejemplo, lo que costaría computar las frecuencias de oscilación para los 600.000 modelos con un simple procesador: si el tiempo medio de cómputo de un modelo de tales características con GRACO, que es el cuello de botella para estos cálculos, es de ~ 15 minutos, el de los 600.000 modelos será de aproximadamente 17 años. Pero solamente usando los 512 núcleos del IAA, el cálculo tardaría poco más de 12 días. Esto permite abordar la tarea de ampliar la base de datos en un tiempo razonable.

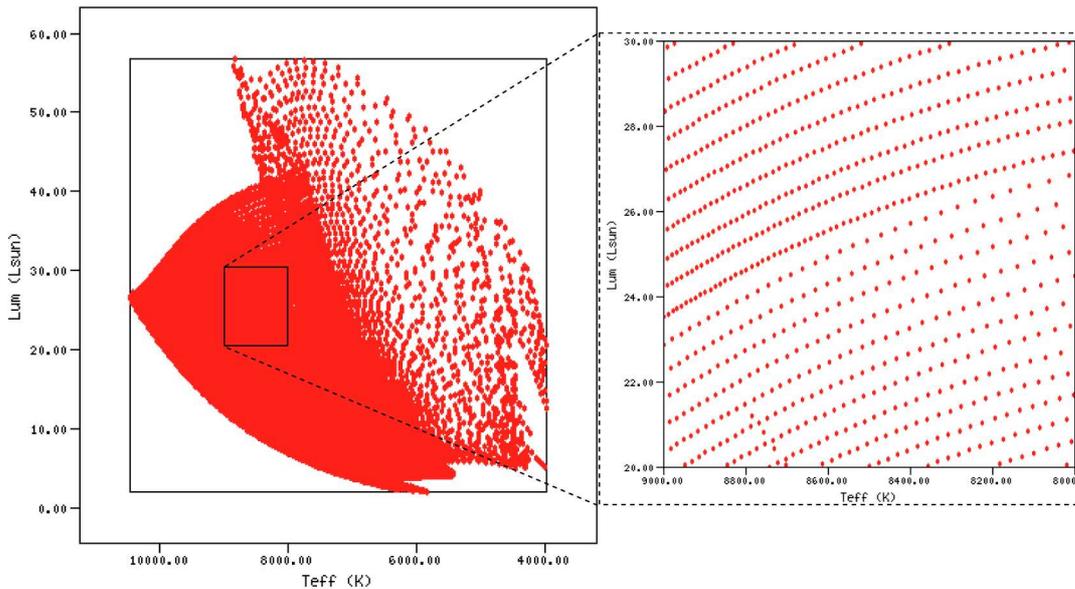


Figura 5.1: Muestra de modelos pertenecientes a la base de datos en el diagrama HR. Se corresponde con los modelos para todas las masas con $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.12$, $\alpha_{ML} = 0.5$ y $d_{ov} = 0.2$. A la derecha, ampliación de una de las zonas de mayor densidad. Los modelos que parecen no seguir las trazas evolutivas en la parte inferior de la gráfica ampliada se corresponden con modelos de edad cero que CESAM utiliza como pasos intermedios para la convergencia del primer modelo. No son modelos necesariamente representativos de la estructura de ninguna estrella.

Aunque aún no es pública (lo que haremos al presentar la herramienta VO, ver sección 5.2), esta gran cantidad de modelos ya ha servido para realizar diversos estudios con otras estrellas que no son sólo las presentadas aquí (véase, por ejemplo, Moya et al., 2010a,b; Grigahcène et al., 2010b).

5.2 Herramienta astrosismológica del VO (VOTA)

Pero todos los cálculos llevados a cabo como hemos descrito en la sección 5.1 no servirían de nada sin las correspondientes herramientas que nos permitiesen su manejo y explotación adecuada.

Ante esta necesidad nace, por parte de la comunidad astronómica internacional, la iniciativa Observatorio Virtual (VO), que tiene como propósito crear un espacio on-line que permita la búsqueda y manipulación de información en una gran cantidad de bases de datos astronómicas provenientes de observaciones desde el espacio y desde tierra, de mapeados del cielo y de cálculos de modelos teóricos. También pretende posibilitar el uso de técnicas de análisis de datos a través de una entidad coordinadora que proveerá de las más recientes herramientas, gran capacidad de ancho de banda para la red y estándares comunes en los archivos.

Aunque ahora la iniciativa VO quiere extenderse hasta llegar a ser una colaboración internacional (IVOA¹, *International VO Alliance*), su origen es únicamente europeo: EURO-VO². El EURO-VO busca conseguir sus objetivos estableciendo tres

¹<http://ivoa.net/>

²<http://www.euro-vo.org>

CESAM2k evolutionary code + GraCo oscillation code

You can search the database in terms of several parameters (move your mouse over the (?) symbol to see a description and the available range of values for each one).

- Please, select a range for each parameter that you want to use in the search and then click the "Search" button to retrieve a list of the available files.
- Take into account that some combinations of values could correspond to no result.

Structure search parameters				Sismology search parameters			
(?)	T_{eff}	4000	- 5000 (K)	(?)	F₀		- (μHz)
(?)	Lum		- (L _{sun})	(?)	F₁		- (μHz)
(?)	Log(g)		-	(?)	F₀/F₁		-
(?)	Density		- (g/cm ³)	(?)	Δ(ν)	25	- 30 (μHz)
(?)	Age		- (Myr)	(?)	δ(ν)		- (μHz)
(?)	[Fe/H]		-	(?)	[ν]		- (μHz)
(?)	Z		-	(?)	[l]		-
(?)	Hcent		-	(?)	[n]		-
(?)	R-		- (R _{sun})	(?)	Sta.	all modes	-
(?)	Mass		- (M _{sun})	(?)	v_{Sta}		- (μHz)
(?)	Vrot		- cm/s				
(?)	Wrot		- rad/s				
(?)	Trot		- sec				
(?)	α_{MLT}		-				
(?)	Over.		-				

Search | **Reset**

Figura 5.2: Captura de pantalla que muestra el formulario donde se explicitan los parámetros de búsqueda en VOTA. A la izquierda se sitúan los parámetros de equilibrio, mientras que a la derecha están los de oscilación.

estructuras interconectadas: la DCA (*Data Centre Alliance*), el VOFC (*VO Facility Center*) y el VOTC (*VO Technology Centre*).

La DCA es una alianza a nivel nacional de comunidades de centros de datos cuyo objetivo es guardar los estándares de VO, recoger las mejores formas de actuación de los proveedores de datos, consolidar los requerimientos operacionales para los sistemas y herramientas permitidas por VO y proporcionar la identificación y promoción de las necesidades científicas a través de programas estratégicos de interés nacional. El VOFC, por su parte, es la cara pública de EURO-VO y pretende, a través del apoyo a proyectos científicos basados en VO, workshops y escuelas, facilitar la amplia difusión y aceptación de las herramientas de VO dentro de la comunidad científica. Finalmente, el VOTC proporciona un mecanismo para coordinar y compartir los desarrollos tecnológicos, un canal hacia donde la DCA y el VOFC puedan dirigir sus necesidades y desde donde los desarrollos tecnológicos puedan ser distribuidos a la comunidad de centros de datos y a los científicos individualmente de una manera coordinada y efectiva.

El Observatorio Virtual Español (SVO¹) se unió a la IVOA en 2004 y está coordinado desde el Departamento de Astrofísica en el CAB (Centro de Astrobiología, INTA-CSIC). En 2008, desarrolló el protocolo S3 (*Simple Self-described Service*) con el fin de proporcionar el acceso a los datos teóricos contenidos en la red del VO. Haciendo uso de este protocolo nuestro grupo (cuyo IP es J. C. Suárez) ha desarrollado una aplicación llamada VOTA² (*VO Tool for Asteroseismology*), para permitir el fácil manejo de las colecciones de modelos astrosismológicos incluidas en el VO. La base

¹<http://svo.laeff.inta.es/>

²<http://svo.cab.inta-csic.es/theory/sisms3/>

5. HERRAMIENTAS ESPECÍFICAS

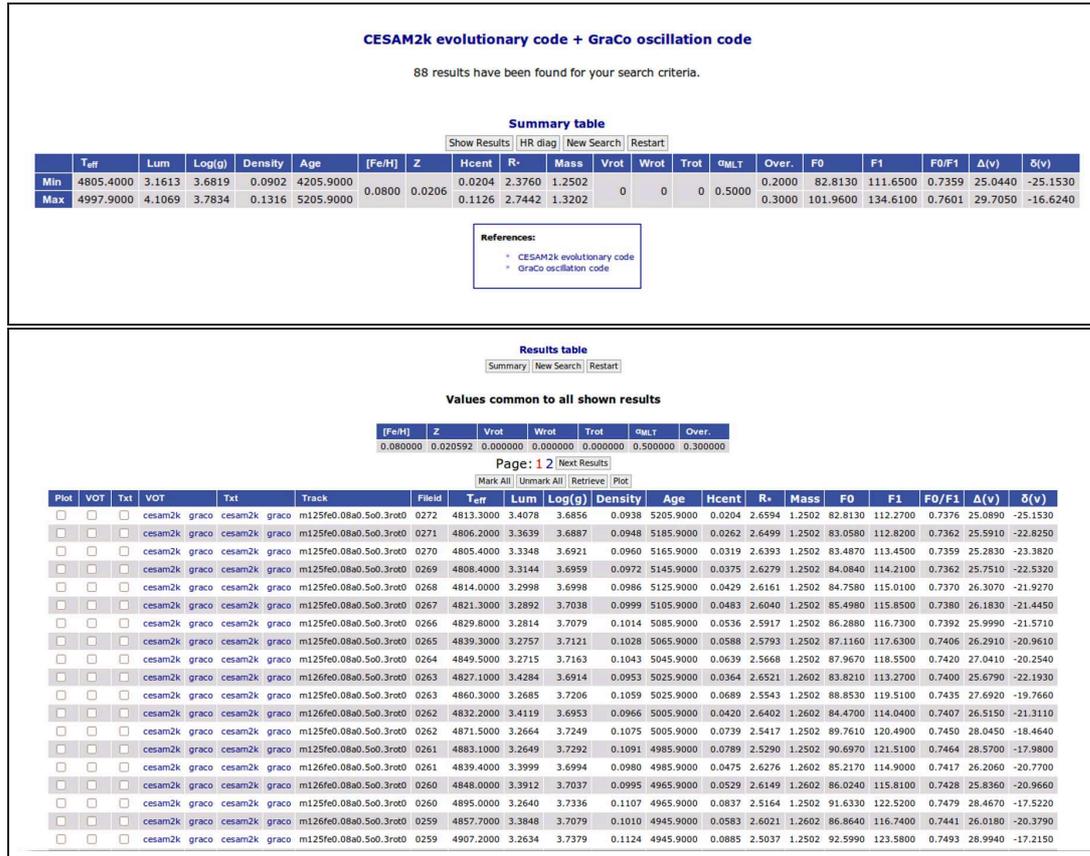


Figura 5.3: La imagen superior muestra cómo se lista, primero, un resumen con los resultados de la búsqueda. En la imagen inferior, se muestra la lista de resultados completa cuando así se solicita.

de datos construida en este trabajo ha servido, así, para el diseño y como primer laboratorio de pruebas de esta herramienta, que presentaremos a través de un caso científico relacionado con los resultados encontrados en esta tesis (Suárez et al., 2010).

La herramienta¹ permite seleccionar entre distintos códigos con los que se han computado los modelos, primero los de equilibrio y, después, si se desea, los de pulsación (se puede acceder de manera independiente a los modelos de equilibrio). El sistema es lo suficientemente flexible como para incorporar, en un futuro, colecciones de modelos calculadas con otros códigos que puedan ser de interés para la comunidad astrosismológica.

Después de seleccionar los modelos computados con los códigos deseados, nos aparecerá una pantalla como la que muestra la figura 5.2, en el caso de que hallamos elegido un código de pulsación, o sólo la parte izquierda de la misma, en el caso de que hayamos escogido únicamente el de equilibrio. La interfaz web ofrece al usuario la posibilidad de buscar los modelos deseados en términos de rangos de valores para algunas variables globales, de capa o sísmicas.

El resultado de la búsqueda es una tabla resumen que muestra los valores mínimos y máximos de cada variable, acorde con los criterios de introducidos en el formulario inicial (ver figura 5.3, panel superior). Desde ahí, el usuario puede elegir diferentes opciones: mostrar todos los resultados (figura 5.3, panel inferior); dibujar los resultados en un diagrama HR (la figura 5.1 está representada con las herramientas del

¹Para usar VOTA, el usuario debe estar registrado.

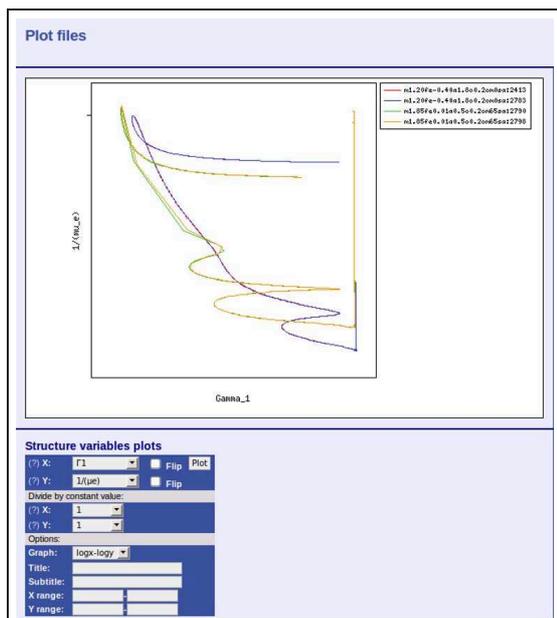


Figura 5.4: Ejemplo que muestra una representación de las variables de estructura interna para varios modelos seleccionados.

VO); dibujar las variables de interés para ciertos modelos (figura 5.4); descargar todos los ficheros o sólo modelos individuales, tanto en formato ASCII como en VOTable (formato propio de VO); seleccionar una nueva búsqueda; o pulsar el botón *Restart*, que permite hacer una nueva selección de los modelos a ser usados. Además, desde la ventana del diagrama HR, el usuario puede seleccionar un modelo simplemente haciendo clic sobre él. Aparecerá una extensión de la ventana donde se mostrarán las variables globales de aquél más cercano al punto donde se situó el puntero.

5.3 Transformada de Fourier para la búsqueda de periodicidades

Como ya comentamos en la sección 2.1.c, han habido intentos previos para la búsqueda de periodicidades en estrellas de tipo δ -Sct. Hasta el momento, no se habían obtenido resultados satisfactorios, debido al limitado número de modos observados con medidas desde tierra. Aprovechando los excelentes datos que CoRoT nos aporta, cogemos el relevo de estos trabajos y buscamos periodicidades en el espectro de frecuencias de las dos estrellas que presentamos en este estudio.

Para la búsqueda de dichas regularidades se han usado tanto histogramas de diferencias entre frecuencias (Breger et al., 1999b) como análisis de Fourier (Handler et al., 1997) de manera prometedora. Ambos métodos poseen ventajas e inconvenientes. En este trabajo hemos usado un método análogo al utilizado por Handler et al. (1997), por las razones que explicaremos más adelante. A continuación, discutiremos el formalismo de la transformada de Fourier que hemos desarrollado y que es menos intuitiva de construir que los histogramas.

El espectro de frecuencias de una estrella, considerando que todas ellas poseen igual amplitud, puede ser descrito matemáticamente como una serie de deltas de Dirac (la función delta, $\delta(x)$, adquiere un valor distinto de cero exclusivamente cuando $x = 0$, siendo éste infinito). Si éstas están separadas periódicamente, formarán lo que se conoce como una *Dirac comb*, función Shah o peine de Dirac, definida del siguiente modo:

5. HERRAMIENTAS ESPECÍFICAS

$$\Delta_T(\nu) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\nu - kT), \quad (5.1)$$

donde T representa la periodicidad. En los datos reales, sin embargo, las frecuencias no van de menos infinito a infinito, sino están confinadas dentro de un rango. Matemáticamente esto se representa como una función rectangular definida del siguiente modo:

$$\text{rect}(\nu) = \Pi(\nu) = \begin{cases} 0 & \text{if } |\nu| > 1/2 \\ 1/2 & \text{if } |\nu| = 1/2 \\ 1 & \text{if } |\nu| < 1/2 \end{cases}. \quad (5.2)$$

Por tanto, un periodograma en el que todas las frecuencias estén equiespaciadas será el producto de ambas funciones:

$$F(\nu) = \Delta_T(\nu) \cdot \Pi(\nu - a), \quad (5.3)$$

donde a representa un desplazamiento de la función rectangular, puesto que las frecuencias no se encuentran en un rango centrado en cero.

Para detectar periodicidades en un espectro de tales características (o de cualesquiera), podemos usar la transformada de Fourier. Siguiendo las reglas de la transformación, al aplicarla a la función 5.3 obtendríamos una convolución de una función Shah, resultado de la transformada de una *Dirac comb*, con una *sinc*, resultado de la FT de una función escalón:

$$\mathcal{F}(t) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(t - \frac{k}{T}\right) * [e^{-2\pi i a t} \cdot \text{sinc}(t)], \quad (5.4)$$

donde $*$ representa la operación de convolución, que resulta de hacer una transformada de la multiplicación de dos funciones. En efecto, la FT de una función peine acotada será otra función peine convolucionada con una *sinc*, en la que la periodicidad será, esta vez, la inversa de la periodicidad de la función generatriz. La exponencial $e^{-2\pi i a t}$ es el resultado de que la función rectangular no esté centrada en cero. Este factor se puede evitar centrando el set de frecuencias (lo que no destruye la periodicidad).

La expresión 5.4 nos da una idea clara de lo que podemos esperar al aplicar nuestra transformada a una función peine ideal. Sin embargo, podemos llegar a otra forma de la misma que nos será más útil a la hora de computar el resultado. Para ello, tan sólo debemos partir de la definición de la FT:

$$\mathcal{F}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta_T(\nu) \cdot \Pi(\nu) \cdot e^{-2\pi i \nu t} dt = \sum_{k=-K}^K e^{-2\pi i k T t}. \quad (5.5)$$

Como la transformada es una integral de una función peine por una exponencial y una función escalón, ésta sólo tomará valores donde la función Shah sea distinta de cero y lo mismo para la función escalón. Así, la integral se reduciría a una suma

de exponenciales que sólo poseen valor en los puntos en los que los tenían la función peine y la función escalón (K representa un valor arbitrario tal que $2KT$ sería la anchura de la función escalón). Esta expresión y la 5.4 son equivalentes. Usaremos una u otra dependiendo de si nos interesa más interpretar los resultados de la misma o de si nos centramos en el cálculo computacional.

En el caso real de una serie de frecuencias observadas, la FT no será un peine perfecto, pero se parecerá a éste tanto más cuanto más parecida sea la función generatriz a una función Shah. Sin embargo, como, al fin y al cabo, la serie es una suma de deltas de Dirac, su transformada se puede calcular usando la expresión encontrada en la relación 5.4, sin más que sustituir el valor k/T por el de nuestras frecuencias:

$$\mathcal{F}(t) \propto \sum_{\nu} e^{-2\pi i \nu t} \quad (5.6)$$

Consideraremos, por tanto, la lista de frecuencias como una serie de deltas de Dirac de igual amplitud, i.e. eliminaremos la información en amplitud, pero con ello evitaremos sesgos debidos a posibles variaciones de la misma inducidas por la inclinación de la estrella respecto al observador, visibilidad de los modos u otros factores. Si tomamos este valor como uno, el factor de normalización para esta relación es el número de frecuencias usadas para calcular la FT.

Entender el comportamiento de esta transformada y del histograma, sobre todo cuando los casos estudiados se alejan de los comportamientos ideales, no es sencillo a priori. Para comprender la respuesta de estas herramientas y poder llevar a cabo una interpretación correcta de los resultados de los análisis que presentaremos, expondremos algunos casos ideales y sencillos a modo de ejemplos en la subsección siguiente.

5.3.a Casos ideales

Todos los casos que expondremos serán sencillos e ideales, pero nos servirán para resaltar las diferencias significativas entre la FT y el histograma. Para todos ellos hemos construido una gráfica con los resultados que se muestran en la figura 5.5. En la columna izquierda de la misma se muestran los resultados de calcular la transformada y en la derecha, el histograma.

El primer ejemplo es un peine de Dirac uniforme de valores comprendidos entre 0 y 1000 en pasos de 50, en unidades arbitrarias (en todos los ejemplos a menos que se indique lo contrario). Al aplicarle el método de la FT y representar la periodicidad frente al módulo obtenemos lo se puede ver en el primer cuadro (de izquierda a derecha y de arriba a abajo) de la figura 5.5. En el eje x , representamos la inversa de t frente a la potencia de la FT resultante. Ya que la FT nos devuelve un espacio de *tiempos*, resulta más cómodo representar su inversa para así obtener los valores directos de las periodicidades en las unidades de la función original: *frecuencias*, que son las que pretendemos encontrar en los datos reales. El histograma se representa a la derecha de esta misma figura.

Podemos ver que aparece un pico en el valor de la periodicidad, en este ejemplo 50; pero también aparecen picos en los submúltiplos de ésta (50/2, 50/3, 50/4, etc). Éste es el patrón que esperamos para el peine construido: otro peine. Como hemos visto en la ecuación 5.4, la función peine resultante posee una periodicidad inversa a la de la función generatriz. Al representar en valores inversos del *tiempo* (espacio donde encontraríamos la función peine), obtenemos la periodicidad y sus submúltiplos, en

5. HERRAMIENTAS ESPECÍFICAS

vez de directamente los múltiplos. La anchura del pico principal dependerá, de manera inversa, del tamaño de la ventana y del número de espaciamentos¹.

Por su parte, en el histograma se observa un pico claro en el valor de la periodicidad, pero además también en sus múltiplos. En efecto, si tenemos una periodicidad de n , también la tendremos de $k \cdot n$, aunque el valor acumulado de cada una en el histograma será menor cuanto mayor sea el valor de k , puesto que la función generatriz es finita.

Sin embargo, bien pudiera ser que exista un espaciamento privilegiado entre frecuencias, pero que éste no sea periódico. Para comprobar el efecto que tendría este caso en la FT y el histograma, hemos construido una serie compuesta por números aleatorios entre 0 y 1000 y estos mismos números más un valor de 50. El resultado de aplicar los dos métodos se muestra en la segunda pareja de cuadros de la figura 5.5. Es claro que la FT no proporciona buenos resultados en este caso, mientras que el histograma sí es capaz de encontrar el espaciamento.

Ello era esperable, ya que la FT se parecerá a un peine cuanto más se parezca a éste la función generatriz (por todo lo que hemos discutido anteriormente). Este resultado es importante, pues, cuando distinguimos claramente un pico y sus submúltiplos, significa que estamos detectando una periodicidad, un patrón.

Los ejemplos anteriores corresponden a casos en que la periodicidad es exacta, pero ésta no suele ser la situación real. ¿Cuál sería el comportamiento de ambas transformaciones cuando la periodicidad no es estricta sino que es un valor cuasi periódico? Para comprobarlo, hemos creado un peine con una estructura cuasi periódica. Éste consiste en valores comprendidos entre 0 y 1000 con un valor aleatorio para cada espaciamento comprendido entre 45 y 55. El resultado de aplicar la FT y el histograma de diferencias a este cuasi peine se muestra en la tercera fila de la figura 5.5.

Como se ve, en la transformada vuelven a aparecer los picos correspondientes a la periodicidad media (~ 50) y a sus submúltiplos, si bien, la potencia de éstos se muestra disminuida cuanto más pequeño es el submúltiplo, hasta llegar, en valores muy pequeños, a confundirse con el bosque de picos que van apareciendo cerca del cero (debido a lóbulos laterales, pseudoperiodicidades creadas por las pequeñas variaciones en torno al valor principal, etc.). La altura de los picos secundarios depende fuertemente de lo alejados que estén los valores de la cuasi periodicidad del valor medio². Así pues, cuanto más picos sean visibles, menor dispersión tendrá el cuasi periodo (valor medio de las separaciones entre valores consecutivos del cuasi peine).

Observemos, también, que la anchura del pico es invariable respecto al caso del peine perfecto (ya que se mantienen tanto el tamaño de la ventana como el mismo número de valores representativos del cuasi periodo) y que los lóbulos laterales de los máximos, que corresponden a los lóbulos de la función *sinc* (ver sección anterior), pierden simetría.

Respecto al histograma para este ejemplo, comprobamos que también este método es capaz de detectar la cuasi periodicidad, mostrando, de manera análoga al caso del peine perfecto, agrupaciones del picos cerca del valor medio de aquélla y de sus múltiplos. Sin embargo, empieza a aparecer una dispersión de acuerdo a los valores de los distintos espaciamentos.

Avanzaremos más en este análisis introduciendo una segunda periodicidad o espa-

¹En un caso real podrían ser visibles sólo algunas de las frecuencias de las que formen el peine y otras no. La FT detectará que se trata de un peine, pero el pico principal aparecería ensanchado.

²Si en vez de un valor de ± 5 respecto a 50, hubiésemos escogido ± 3 , se podrían distinguir hasta seis máximos sobre el bosque de picos, en lugar de los únicos dos visibles en este ejemplo

5.3 Transformada de Fourier para la búsqueda de periodicidades

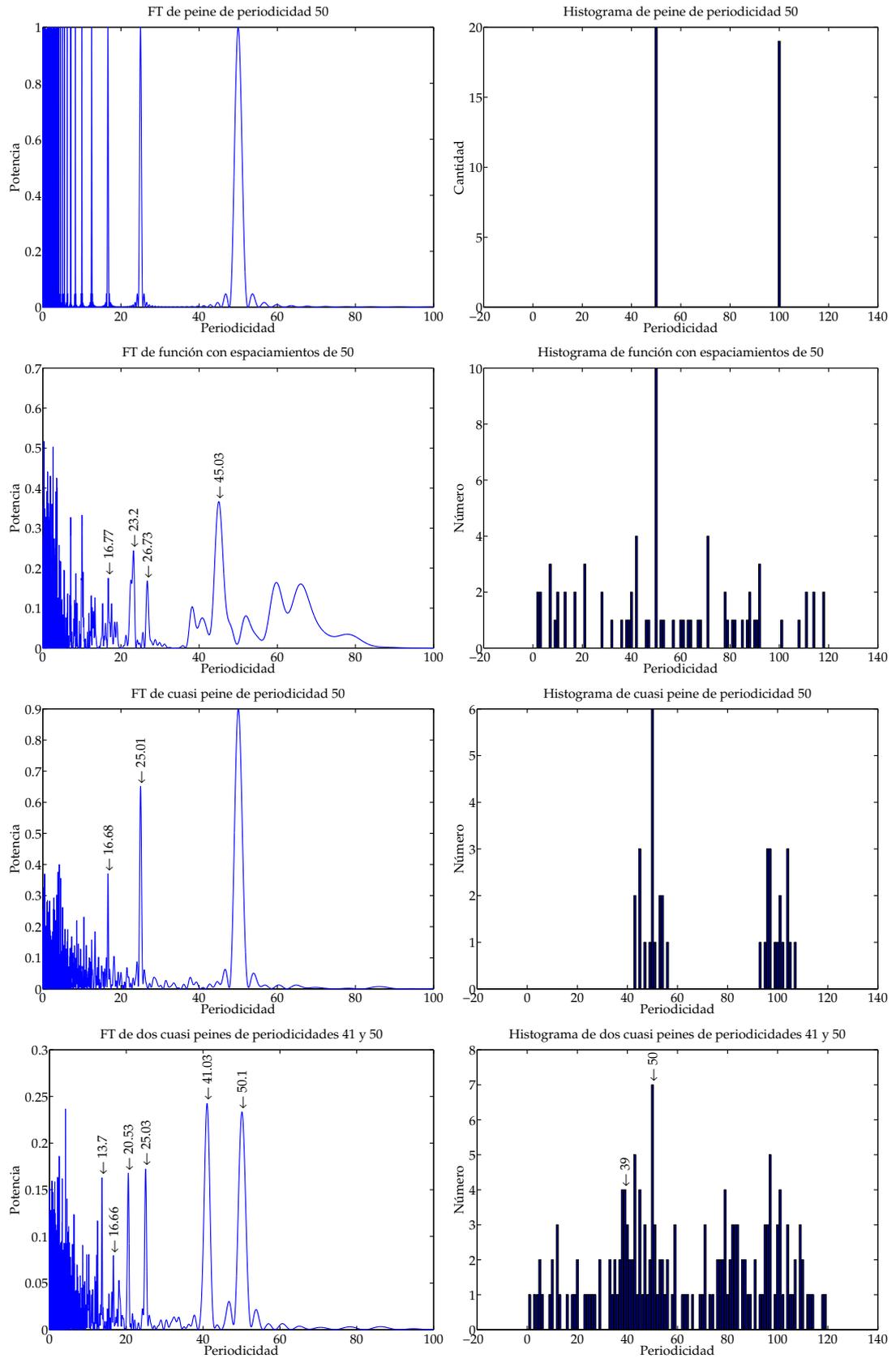


Figura 5.5: Cuadros mostrando los resultados de la transformada de Fourier (columna izquierda) y de los histogramas de diferencias (columna derecha) para los ejemplos sencillos estudiados en la sección. Para una discusión detallada, ver texto.

5. HERRAMIENTAS ESPECÍFICAS

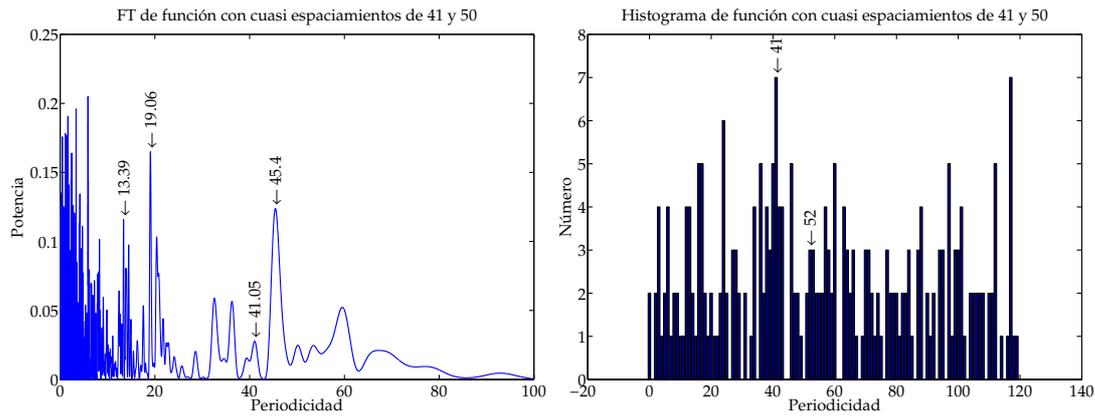


Figura 5.5 cont.: Cuadros mostrando los resultados de la transformada de Fourier (columna izquierda) y de los histogramas de diferencias (columna derecha) para los ejemplos sencillos estudiados en la sección. Para una discusión detallada, ver texto.

ciamiento (dependiendo del ejemplo). Este caso es interesante porque no es descartable que en un periodograma aparezca más de una periodicidad, como ocurre para el caso del Sol, en cuyo espectro de frecuencias se observan la gran y pequeña separación. Así, analizaremos el caso de dos cuasi peines con periodicidades comprendidas entre $[45, 55]$ y $[38, 44]$ y de dos cuasi espaciamentos (no periódicos) con sendos valores.

El caso en que usamos la FT aplicada a los dos cuasi peines se muestra en el cuadro izquierdo de la cuarta línea de la figura 5.5. Vemos cómo este método es capaz de encontrar los valores de sendas cuasi periodicidades, así como el de varios de sus submúltiplos. Además, comprobamos que los picos aparecen bien definidos, más el de 41 (ligeramente) que el de 50, pues existen más espaciados de valor 41 entre 0 y 1000 que de 50. Por su parte, el histograma, que se muestra en el cuadro contiguo, es capaz de distinguir uno con claridad, pero no tanto el otro, ya que la estadística empieza a ser poco clara y los valores de las diferencias se mezclan. Quizás los resultados de los histogramas podrían mejorarse en este caso encontrando un bin para la suma adecuado, pero la elección de éste resulta siempre complicada. La transformada de Fourier se muestra, así, como el método óptimo para detectar patrones en las distribuciones frecuencia.

El ejemplo más desfavorable es aquél en el que tenemos dos cuasi espaciamentos privilegiados, pero no una regularidad o patrón. Este caso viene representado en los dos últimos cuadros de la figura 5.5, a la izquierda la FT y a la derecha el histograma. Aunque con el método de los histogramas se puede detectar uno de los dos valores (41), el otro es difícil de localizar. Utilizando la transformada es más complicado aún. Si este tipo de espaciamentos se diera en los periodogramas de las frecuencias, ninguno de los métodos aportaría resultados concluyentes, a menos que el cuasi espaciamento poseyera muy poca dispersión.

Resumiendo:

- Tanto la transformada de Fourier como el histograma de diferencias sirven para encontrar patrones.
- Con el histograma se puede distinguir claramente entre el caso de un peine y el de un espaciamiento no periódico. Y es el método más adecuado para buscar estos últimos.
- Sin embargo, la FT es el método más óptimo en el caso de que exista una

periodicidad o más, sobre todo cuando éstas no son completamente regulares.

- El panorama menos favorable es aquél en el que existen dos (o más) cuasi espaciamentos no periódicos. En este caso, tanto la FT como el histograma no son capaces de distinguir todos los espaciamentos, sólo algunos de ellos. Además, el segundo de los citados métodos es el que proporciona resultados más satisfactorios.

Hemos elegido el método de la transformada de Fourier como el adecuado para llevar a cabo nuestro estudio, por los siguientes motivos, consecuencia del análisis que hemos desarrollado en esta sección. En primer lugar, por su adecuación al tipo de espaciamentos que hemos buscado en los periodogramas: periodicidades o peines de Dirac, pues las regularidades son las que contienen información sobre la física de la estrella. Además, en los casos reales suele ocurrir que dichas periodicidades no son exactas. Si bien el histograma también permite detectar patrones, cuando existe más de uno y éstos son cuasi periódicos, hemos demostrado que la FT es el método más adecuado para detectarlos. Por último, para mejorar la capacidad del histograma se podría seleccionar otro bin para la suma, pero esta variable libre no es necesaria cuando se usa el método de la FT.

Parte III

Estudio de las estrellas δ -Sct HD 174936 y HD 174966.

Hay que tener aspiraciones elevadas,
expectativas moderadas y necesidades pequeñas.

Heinrich von Stein.

Observaciones desde Tierra. Caracterización

Las estrellas estudiadas en el presente trabajo, HD 174936 y HD 174966, son dos estrellas de masa intermedia de tipo δ -Sct en la secuencia principal: HD 174936 ($\alpha_{2000} = 18^h 52^m 59^s$, $\delta_{2000} = +02^\circ 49' 51''$) o ID7613 (según la nomenclatura usada por CoRoT) es una estrella de magnitud $m_v = 8.58$, contenida en el catálogo Tycho (Hog et al., 1998) y clasificada como de tipo A2. No existen referencias de estudios que clasifiquen esta estrella como δ -Sct hasta el 38th *Liège International Astrophysical Colloquium* (Lefèvre et al., 2009). No existe, tampoco, en la bibliografía ningún análisis de frecuencias, estudio teórico ni modelado hasta el artículo al que dio lugar parte del trabajo que aquí se presenta (García Hernández et al., 2009a).

Los parámetros físicos de este objeto se muestran en la tabla 6.1 y están tomados de la *CoRoT Sky Database* (Charpinet et al., 2006). Los observables T_{eff} , $\log g$ y $[\text{Fe}/\text{H}]$ se obtuvieron por fotometría Strömngren (Hauck & Mermilliod, 1998), mientras que la velocidad de rotación se determinó a partir de espectros de alta resolución. El espectro se tomó el 2 de junio de 2004 usando el espectrógrafo FEROS acoplado al telescopio de 2.2 metros de la ESO en La Silla, en Chile. Fue obtenido en el marco de preparación de la misión CoRoT y está disponible en el archivo GAUDI (Solano et al., 2005).

HD 174966 ($\alpha_{2000} = 18^h 53^m 08^s$, $\delta_{2000} = +01^\circ 45' 20''$) o ID7528, por su parte, es una estrella de magnitud $m_v = 7.72$ y está contenida en el catálogo Hypparcos (Perryman et al., 1997). Está clasificada como de tipo A3 y, aunque existen trabajos publicados sobre ella, ninguno hace referencia a su carácter pulsante. De hecho, la presencia de pulsación sólo se menciona en un artículo reciente preparatorio de la misión CoRoT (Poretti et al., 2003). Tampoco existe ningún análisis teórico previo, siendo este trabajo el primero en modelar esta δ -Sct y obtener el resto de sus propiedades físicas.

Los parámetros físicos de HD 174966 se muestran también en la tabla 6.1 y fueron tomados igualmente de la *CoRoT Sky Database* (Charpinet et al., 2006). Éstos fueron obtenidos mediante fotometría Strömngren (Moon & Dworetzky, 1985), mientras que la velocidad de rotación se determinó, de igual modo que para HD 174936, a partir de espectros de alta resolución en el marco preparativo de la misión CoRoT (archivo GAUDI, Solano et al., 2005).

Algunos estudios han mostrado que la rápida rotación debe ser considerada cuando

6. OBSERVACIONES DESDE TIERRA

Star ID	T_{eff} (K)	$\log g$	[Fe/H]	$v \sin i$ (km s $^{-1}$)
HD 174936	8000 ± 200	4.08 ± 0.2	-0.32 ± 0.2	169.7
HD 174966	7637 ± 200	4.03 ± 0.2	-0.11 ± 0.2	125

Tabla 6.1: Parámetros físicos usados para el cómputo de los modelos y construcción de la caja de incertidumbre de cada estrella (Charpinet et al., 2006).

se obtienen los parámetros físicos a partir de fotometría. Michel et al. (1999) propusieron un método para determinar los efectos de la rotación y el ángulo de inclinación en los parámetros fotométricos M_v y T_{eff} estudiando las estrellas δ -Sct contenidas en un cúmulo. Pérez Hernández et al. (1999) ampliaron los parámetros en los que se debían tener en cuenta estos efectos y los cuantificaron, mostrando que se encuentran incertidumbres de unos 100-150 K en temperatura efectiva y ~ 0.10 dex en $\log g$ para estrellas con rotación moderada. Este resultado fue, más tarde, confirmado por Suárez et al. (2002) para una muestra de 17 δ -Sct en 5 cúmulos abiertos. En el caso que nos ocupa, considerando la ausencia de información adicional sobre el ángulo de inclinación de ambas estrellas, hemos tomado cajas de incertidumbre de ~ 200 K en T_{eff} y de ~ 0.2 dex en $\log g$. También, hemos asumido la incertidumbre observacional estándar para la metalicidad de ~ 0.2 dex.

Para estas dos estrellas, hemos realizado observaciones de fotometría desde Tierra en el sistema *uvby* de Strömgren con la intención de realizar una posible identificación modal (ver sección 2.1.b). Las medidas fueron tomadas con el fotómetro fotoeléctrico multicanal Strömgren acoplado al telescopio de 90cm del Observatorio de Sierra Nevada (OSN). El OSN pertenece al Instituto de Astrofísica de Andalucía (CSIC) y está situado a 2910 metros de altitud en la Loma de Dílar del parque natural de Sierra Nevada.

En total, se obtuvieron 922 puntos para HD 174936 y 953 puntos para HD 174966 en los cuatro filtros *uvby*, simultáneamente, durante 29 noches en el 2007, entre el 15 de mayo y el 23 de agosto, y 7 noches en el 2008, entre el 1 y el 11 de julio. Para realizar la fotometría diferencial (diferencia entre las medidas del objeto problema y otro de referencia de brillo invariable) se tomó como estrella de comparación HD 173369 y la de chequeo HD 181414. Ambas están próximas en el cielo a nuestras estrellas problema y no presentaron ningún signo de variabilidad en campañas de observación de estrellas de CoRoT realizadas hasta la fecha.

Se realizó un análisis de frecuencias para cada objeto utilizando el programa Period04 con la información de los filtros *v* y *b*, ya que la intensidad y, por tanto, la precisión es mayor en estos dos filtros que en *y* y *u*, siendo este último el más ruidoso (Martín & Rodríguez, 2000). Tanto para HD 174936 como para HD 174966, las frecuencias encontradas fueron consistentes en los cuatro filtros. En la tabla 6.2 se muestran los resultados de las amplitudes y las fases para cada frecuencia encontrada en los cuatro filtros y para cada una de las estrellas. Como se puede comprobar, los valores de las frecuencias obtenidas con fotometría multicolor coinciden con aquellas de mayor amplitud detectadas por el satélite CoRoT (ver sección 7).

HD 174936			
Filtro	Frecuencia (cd^{-1})	Amplitud (mmag)	Fase (rad)
<i>u</i>	$f_1 = 32.5980 \pm 0.0003$	2.24 ± 0.59	3.7697 ± 0.2640
	$f_2 = 35.6609 \pm 0.0003$	2.08 ± 0.60	2.1809 ± 0.2859
<i>v</i>	$f_1 = 32.5980 \pm 0.00007$	2.56 ± 0.23	3.7879 ± 0.0911
	$f_2 = 35.6609 \pm 0.00011$	1.48 ± 0.23	2.2934 ± 0.1568
<i>b</i>	$f_1 = 32.5980 \pm 0.0001$	2.41 ± 0.24	3.7389 ± 0.1009
	$f_2 = 35.6609 \pm 0.0009$	1.20 ± 0.24	2.3362 ± 0.2014
<i>y</i>	$f_1 = 32.5980 \pm 0.0001$	2.03 ± 0.34	3.8574 ± 0.1685
	$f_2 = 35.6609 \pm 0.0002$	1.17 ± 0.34	2.3032 ± 0.2908
HD 174966			
Filtro	Frecuencia (cd^{-1})	Amplitud (mmag)	Fase (rad)
<i>u</i>	$f_1 = 23.19481 \pm 0.0004$	8.19 ± 0.64	5.1657 ± 0.0775
	$f_2 = 26.95847 \pm 0.0004$	6.49 ± 0.63	0.4708 ± 0.0980
	$f_3 = 21.42085 \pm 0.00011$	2.70 ± 0.64	1.7244 ± 0.2343
<i>v</i>	$f_1 = 23.19481 \pm 0.0004$	8.68 ± 0.30	4.9597 ± 0.0339
	$f_2 = 26.95847 \pm 0.0004$	7.35 ± 0.29	0.2391 ± 0.0402
	$f_3 = 21.42085 \pm 0.00011$	2.97 ± 0.30	1.1420 ± 0.0990
<i>b</i>	$f_1 = 23.19481 \pm 0.0004$	7.77 ± 0.28	4.9985 ± 0.0356
	$f_2 = 26.95847 \pm 0.0004$	6.75 ± 0.28	0.2554 ± 0.041
	$f_3 = 21.42085 \pm 0.00012$	2.38 ± 0.28	1.2764 ± 0.1159
<i>y</i>	$f_1 = 23.19481 \pm 0.0006$	6.75 ± 0.38	5.0201 ± 0.0566
	$f_2 = 26.95847 \pm 0.0008$	5.01 ± 0.38	0.2913 ± 0.0765
	$f_3 = 21.42085 \pm 0.0002$	2.05 ± 0.38	1.4722 ± 0.1855

Tabla 6.2: Resultado del análisis de Fourier usando las medidas Strömrgren tomadas desde el OSN para las estrellas de este trabajo.

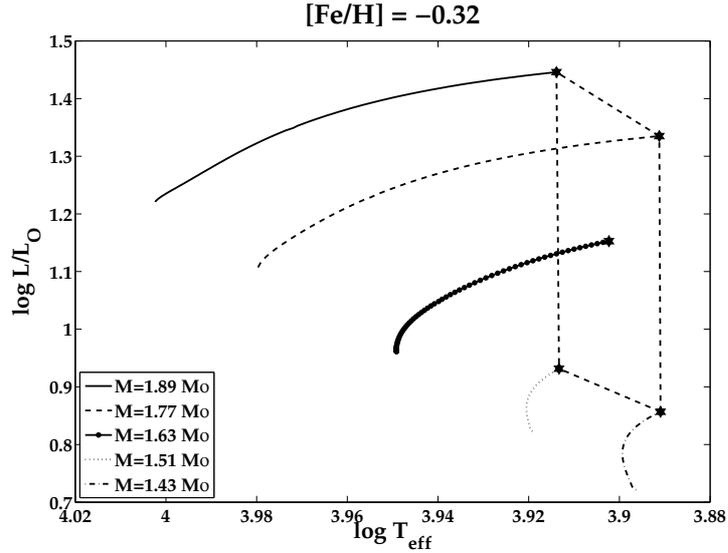


Figura 6.1: Caja de incertidumbre usual calculada para la estrella HD 174936, para la metalicidad medida, $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.32$ y con $\alpha_{ML}=0.5$ y $d_{ov}=0.2$.

6.1 Cálculo de la caja de incertidumbre en el HR usando VOTA

El modelado de una estrella consiste en el cálculo de sus parámetros globales (edad, masa, luminosidad, etc.) y los de estructura interna (presión, temperatura, abundancias, etc.) a partir de los observables. Los observables clásicos, antes del desarrollo de la astrosismología, son la temperatura efectiva, T_{eff} , la luminosidad, L (o, alternatively, el logaritmo de la gravedad, $\log g$), y la metalicidad, $[\text{Fe}/\text{H}]$. El otro observable más utilizado para el modelado de una estrella es la rotación.

Sólo una estrella de masa determinada en un momento dado de su evolución se ajusta exactamente a estos observables, por lo que un sólo modelo será el representativo de la misma. No obstante, toda medida conlleva un error. En vez de un sólo valor para cada observable, tenemos un rango “válido” de ellos (no es que todos sean valores reales de la estrella, sino que no podemos determinar cuál es el que ésta posee). Si pensamos en un diagrama HR, esto supondría que la estrella podría estar en cualquier punto situado dentro de la zona que limitan los observables. Es lo que se llama *caja de incertidumbre*.

El procedimiento usual para la determinación de esta caja es calcular los modelos de equilibrio correspondientes a los vértices que la delimitan, dados por los extremos de los errores de los observables T_{eff} y $\log g$, y el modelo central, i.e. el valor de la medida (ver figura 6.1). Habrá, además, una caja por cada valor de la metalicidad (medida más sus límites de error) y tantas más cuantos más parámetros libres tengamos; en este trabajo, tres valores por cada parámetro de la convección: α_{ML} (0.5, 1.0, 1.5) y d_{ov} (0.1, 0.2, 0.3).

Sin embargo, en este trabajo no calcularemos las cajas de incertidumbre de manera usual. Aprovecharemos las ventajas que nos ofrece haber construido una base de datos (ver sección 5.1) y tener las herramientas que el SVO nos proporciona (ver sección 5.2), para obtener las cajas de incertidumbre de nuestras dos estrellas con un procedimiento alternativo. Las herramientas del SVO nos permiten encontrar, de entre todos los modelos calculados, aquéllos cuyos parámetros físicos de T_{eff} , $\log g$ y $[\text{Fe}/\text{H}]$ se encuentran dentro de los errores de las medidas para la estrella que estamos analizando.

Star ID	M (M_{\odot})	R (R_{\odot})	L (L_{\odot})	$\bar{\rho}$ ($g \cdot cm^{-3}$)	Edad (Ma.)	H _c
HD 174936	[1.32, 2.09]	[1.36, 2.77]	[6.20, 30.95]	[0.14, 0.74]	[523, 2398]	[0, 0.7473]
HD 174966	[1.35, 2.20]	[1.46, 3.02]	[5.87, 30.94]	[0.113, 0.61]	[434, 2244]	[0, 0.7373]

Tabla 6.3: Características límites (masa, radio luminosidad, densidad media, edad e hidrógeno en el centro, respectivamente) de los modelos representativos de las estrellas de estudio, obtenidos de la base de datos computada en este trabajo y haciendo uso de las herramientas que proporciona el SVO. Se obtuvieron 19382 modelos representativos de HD 174936 y 24520, de HD 174966.

Recordemos que esta base de datos está construida sin tener en cuenta efectos de rotación y que éste habría de ser usado como un parámetro más para encontrar la caja de incertidumbre. Pretendemos ampliar la base de datos para incluir ciertos valores de este parámetro en los modelos. No obstante, es difícil obtener un valor fiable de la rotación, ya que su medida viene influenciada por otro, el ángulo de inclinación de la estrella (el ángulo que el eje de rotación forma con la visual), parámetro medible en escasas ocasiones.

Introduciendo, por tanto, los observables como parámetros de búsqueda en el SVO, obtenemos las características límites de los modelos (máxima y mínima) que describen las estrellas y que mostramos en la tabla 6.3. En total, obtenemos 19382 modelos representativos para la estrella HD 174936 y 24520, para HD 174966. Un ejemplo, para sendas estrellas, de cómo se distribuyen estos modelos en el diagrama HR, para una combinación posible de los parámetros de la convección ($\alpha_{ML} = 0.5$ y $d_{ov} = 0.2$) y la metalicidad central, se muestra en la figura 6.2. La tendencia que parece seguir la distribución de los modelos en el diagrama se debe al paso temporal con que CESAM calcula cada traza evolutiva (que puede variar durante la misma). El panel de HD 174936 muestra una serie de modelos en la parte superior que no parecen seguir esta tendencia. Estos son modelos evolucionados más allá del punto de *turn-off* .

Obsérvense las incertidumbre en las variables de la tabla 6.3. En algunos campos de la astrofísica, se utilizan los modelos estelares como si estuviesen perfectamente entendidos y sus parámetros exactamente determinados. Este uso indiscriminado puede provocar una propagación de errores incontrolada. Aún nos queda un gran camino en el desarrollo de las teorías y los modelos de interior y evolución estelar.

6. OBSERVACIONES DESDE TIERRA

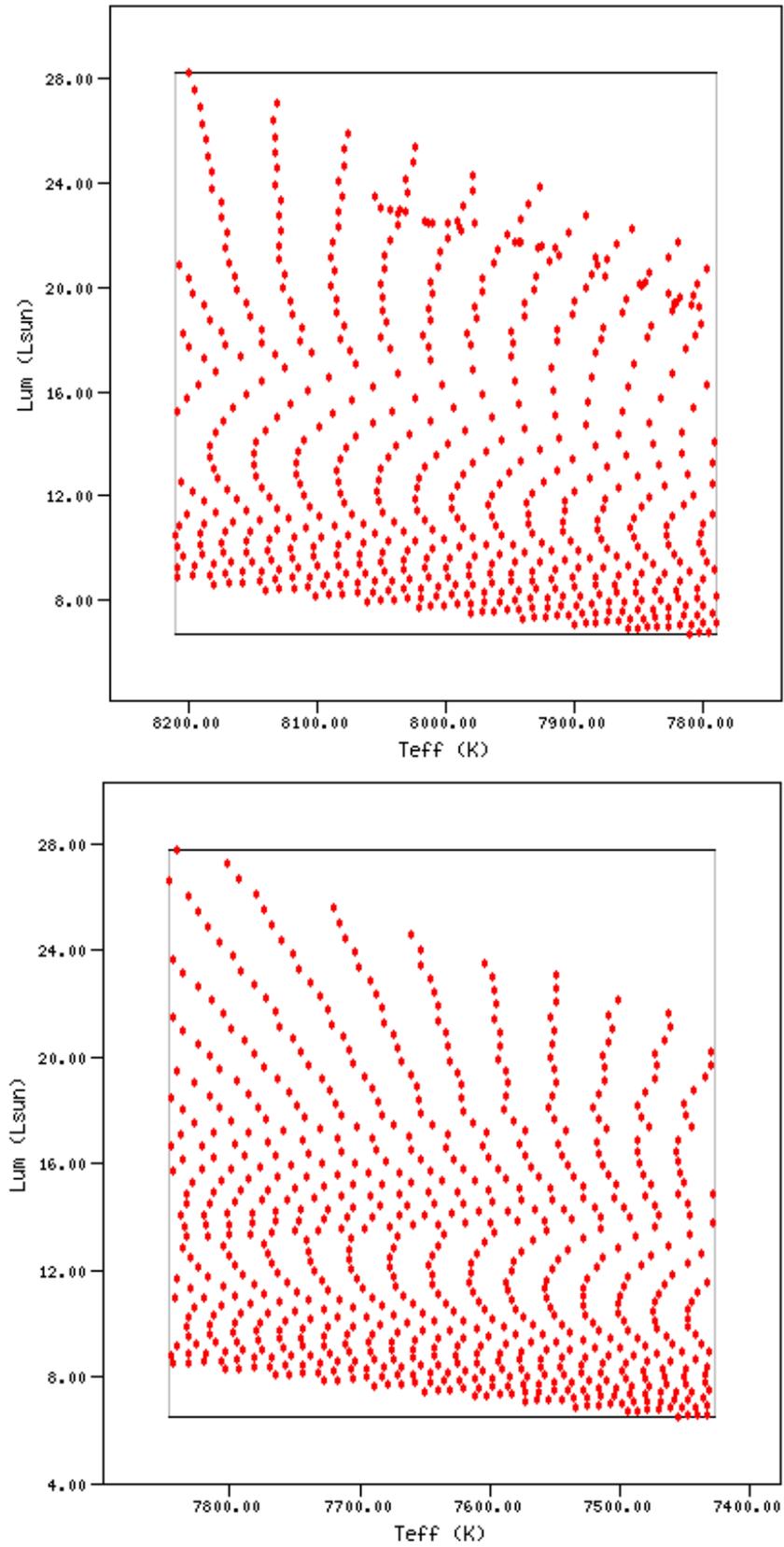


Figura 6.2: Cajas de incertidumbre obtenidas en este trabajo para una sola combinación de parámetros α_{ML} , d_{ov} y metalicidad. La caja superior corresponde a la estrella HD 174936 (580 modelos) y la inferior, a HD 174966 (692 modelos).

Observaciones con el satélite CoRoT

Las estrellas δ -Sct de campo HD 174936 y HD 174966 fueron observadas durante el primer *short run* (SRc01) de 30 días de CoRoT (ver sección 2.2). El tiempo total de las series de datos obtenidas fue de $\Delta T = 27.2$ días, con un muestreo de un punto cada 32 segundos. De esta manera, obtenemos 73440 puntos para cada serie temporal.

Sin embargo, la serie de datos final consistió en 66057 puntos para la primera estrella y en 66481 puntos para la segunda, después de la eliminación de aquellos no fiables (esencialmente los marcados por el *pipeline* de reducción de datos: puntos adquiridos durante el paso sobre la Anomalía del Atlántico Sur, medidas interpoladas, discontinuidades debidas al cambio de máscaras de la CCD, nuevos píxeles calientes detectados, etc.). El resultado se muestra en la figura 7.1.

Con todo ello, la frecuencia de resolución de Rayleigh (frecuencia mínima que puede ser detectada) es de $(1/\Delta T) = 0.037 \text{ cd}^{-1}$. Un sobremuestreo de 20 en la transformada de Fourier (20 veces más de lo necesario para resolver la frecuencia mínima) correspondería a un espaciado en frecuencia de 0.0018 cd^{-1} . Esto es equivalente a la opción de máxima precisión (modo *High*) que el paquete Period04 nos ofrece en la función para la extracción de las frecuencias (ver sección 4.1).

7.1 Obtención de los periodogramas

El procedimiento que hemos seguido para la extracción de las frecuencias a partir de la curva de luz que CoRoT nos proporciona es el siguiente. Primero, los datos han sido corregidos de cualquier tendencia (Auvergne et al., 2009) haciendo un ajuste lineal a las curvas de luz. Segundo, Period04 se usó para una inspección preliminar de los periodogramas. Y, por último, la serie temporal fue analizada usando el paquete SigSpec (ver sección 4.1).

El análisis de las series con los dos programas se debe a lo que ya comentamos en la sección 4.1. Por un lado, es un método para comprobar que las frecuencias se han detectado correctamente. Por otro, Period04 es una herramienta visual que nos permite seguir el proceso paso a paso, mientras que SigSpec nos ofrece un método que detecta adecuadamente los niveles de ruido blanco, además de permitir la extracción de centenares o millares de frecuencias simultáneamente.

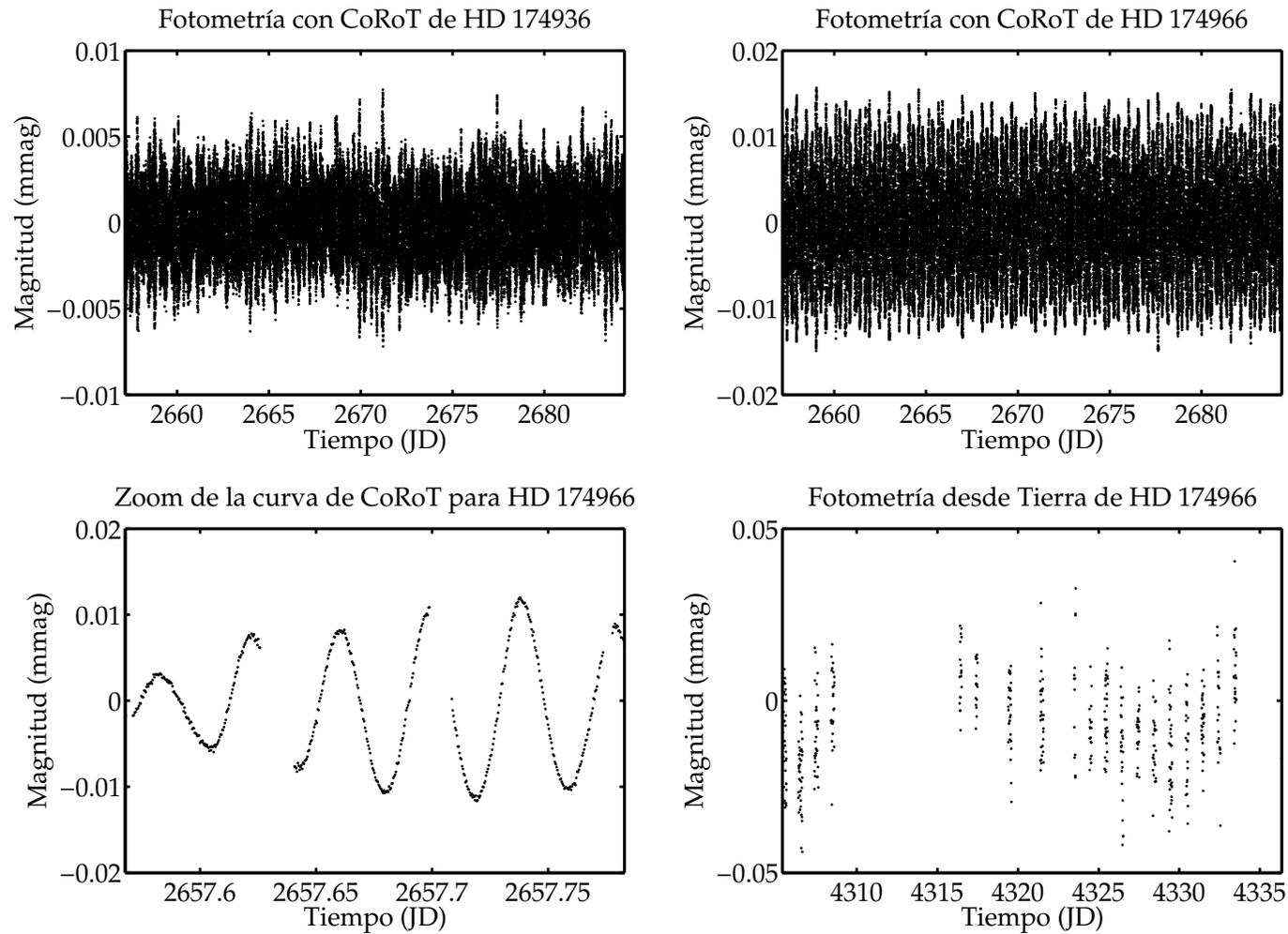


Figura 7.1: Curvas de luz para las estrellas de nuestro estudio, donde se aprecia la densidad de puntos en las medidas. Arriba representamos el total de los puntos obtenidos (una vez sustraídos los no fiables) por CoRoT. Debajo a la izquierda, se muestra un zoom de una de las series. Abajo a la derecha representamos algunos datos obtenidos con observaciones desde Tierra para la misma estrella del zoom, a modo de comparación. Se puede apreciar la calidad de los datos de CoRoT. Para el último cuadro, observamos claramente el espaciado de los datos debido a la sucesión de los días y las noches (otros huecos no periódicos se deben a días en los que no se pudo observar o datos no fiables).

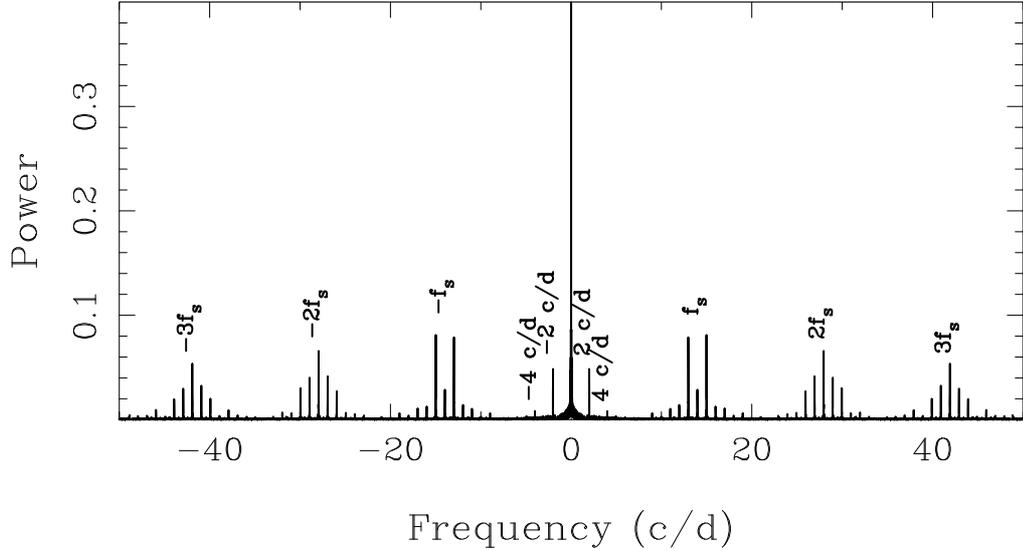


Figura 7.2: Ventana espectral del satélite CoRoT mostrando los distintos alias que habrá que tener en cuenta en la obtención de las frecuencias propias de la estrella problema.

De este modo, la serie temporal fue previamente estudiada con Period04 para los primeros 20 picos. El resultado fue idéntico que aquellos encontrados con SigSpec. Esta prueba también fue realizada satisfactoriamente para otros objetivos de CoRoT con series temporales similares, como HD 50844 (Poretti et al., 2009) con $\Delta T = 56.7$ días y 140016 puntos o HD 49434 (Chapellier et al., 2009) con $\Delta T = 136.9$ días y 331291 puntos. En esos casos, Period04 se usó para investigar los primeros 200 y 500 picos, respectivamente. La concordancia entre los dos métodos aseguraba que se trataba de periodicidades reales en las curvas.

La figura 7.2 muestra la ventana espectral de HD 174936 y HD 174966, que es típica para todos los objetivos observados por el satélite CoRoT en el mismo *run*. Como se puede observar, la figura no muestra el típico *aliasing* a 1 cd^{-1} ni los niveles de potencia que son comunes en los datos obtenidos desde Tierra. Por el contrario, todos los *aliases* están relacionados con efectos producidos por el satélite y su frecuencia orbital ($f_s = 13.972 \text{ cd}^{-1}$), y sus niveles de potencia son mucho menores que los de datos de Tierra. El pico de *alias* en 2 cd^{-1} proviene del paso del satélite por la Anomalía del Atlántico Sur (ver sección 2.2.a), que ocurre dos veces cada día sidéreo. Esto provoca dos picos de *aliasing* en 2.005 y 4.011 cd^{-1} , respectivamente.

Para evitar problemas con las potencias cercanas a frecuencia cero, el análisis se realizó en el rango $0.05\text{-}100 \text{ cd}^{-1}$. En el caso de Period04, la extracción de las frecuencias se detiene cuando se alcanza el valor $S/N = 4.0$, mientras que SigSpec utiliza el valor $\text{sig} = 5.0$ (ver sección 4.1). Sin embargo, en nuestro caso usamos un valor límite más conservativo y nuestros cálculos llegaron a $\text{sig} = 10.0$. Los correspondientes valores de la S/N , determinados usando Period04 sobre los residuos, fueron mucho menores de lo esperado. Ello está causado, probablemente, por un número de picos remanentes en los residuos de toda la región de interés que provocan discrepancias entre las determinaciones de la señal-ruido y el ruido blanco. Este problema, típico de los datos de CoRoT, está explicado con mucho más detalle en trabajos recientes sobre las estrellas HD 50844 (Poretti et al., 2009) y HD 49434 (Chapellier et al., 2009).

El límite $\text{sig} = 10$ se alcanzó después de extraer 422 picos para HD 174936 (García Hernández et al., 2009b) y 185 para HD 174966. Esto significa un nivel de unas

7. OBSERVACIONES CON EL SATÉLITE COROT

ID	ν (μHz)	Pot. ($m\text{mag}$)	Fase (rad)	sig.	S/N	Combinaciones
F1	377.30	2.12	2.40	7225.844	659.008	
F2	412.71	1.02	2.49	3624.781	336.581	
F3	414.62	0.72	-0.41	2155.327	236.220	
F4	360.08	0.57	2.67	1784.588	174.791	
F5	339.22	0.55	1.18	1714.847	169.363	
F6	367.96	0.53	-0.82	1862.847	164.484	
F7	321.92	0.36	-1.36	908.218	111.772	
F8	387.63	0.32	-2.55	825.756	103.085	
F9	359.47	0.30	2.23	713.637	92.766	cerca de F4-F12
F10	385.89	0.29	-0.05	725.392	93.201	
F11	158.01	0.28	-2.44	707.305	85.501	
<hr/>						
F1	268.46	6.29	-0.85	7928.848	3384.993	
F2	312.02	5.10	-2.39	11620.559	2462.0999	
F3	247.93	2.09	-1.89	9997.027	1083.607	
F4	320.78	1.00	3.00	7364.347	482.136	
F5	203.96	0.60	0.11	5757.060	261.153	
F6	580.48	0.31	1.48	2440.658	170.487	cerca de F1+F2
F7	144.43	0.25	1.34	1851.490	111.131	
F8	209.90	0.23	1.67	1828.671	100.461	
F9	589.24	0.15	2.27	878.604	84.535	cerca de F1+F4
F10	64.045	0.14	-2.67	862.550	75.119	cerca de F3-F2
F11	227.09	0.14	0.86	815.144	62.480	

Tabla 7.1: Frecuencias de mayor amplitud para HD 174936 (mitad superior de la tabla) y HD 174966 (mitad inferior). La primera columna define un número identificativo para cada pico obtenido del ajuste; la segunda lista el valor de la frecuencia correspondiente al pico; la tercera muestra la potencia de cada pico; la cuarta son las fases; la quinta el nivel de significancia espectral; la sexta columna contiene los valores de la señal-ruido; y la última describe las posibles combinaciones de frecuencias si las hubiera.

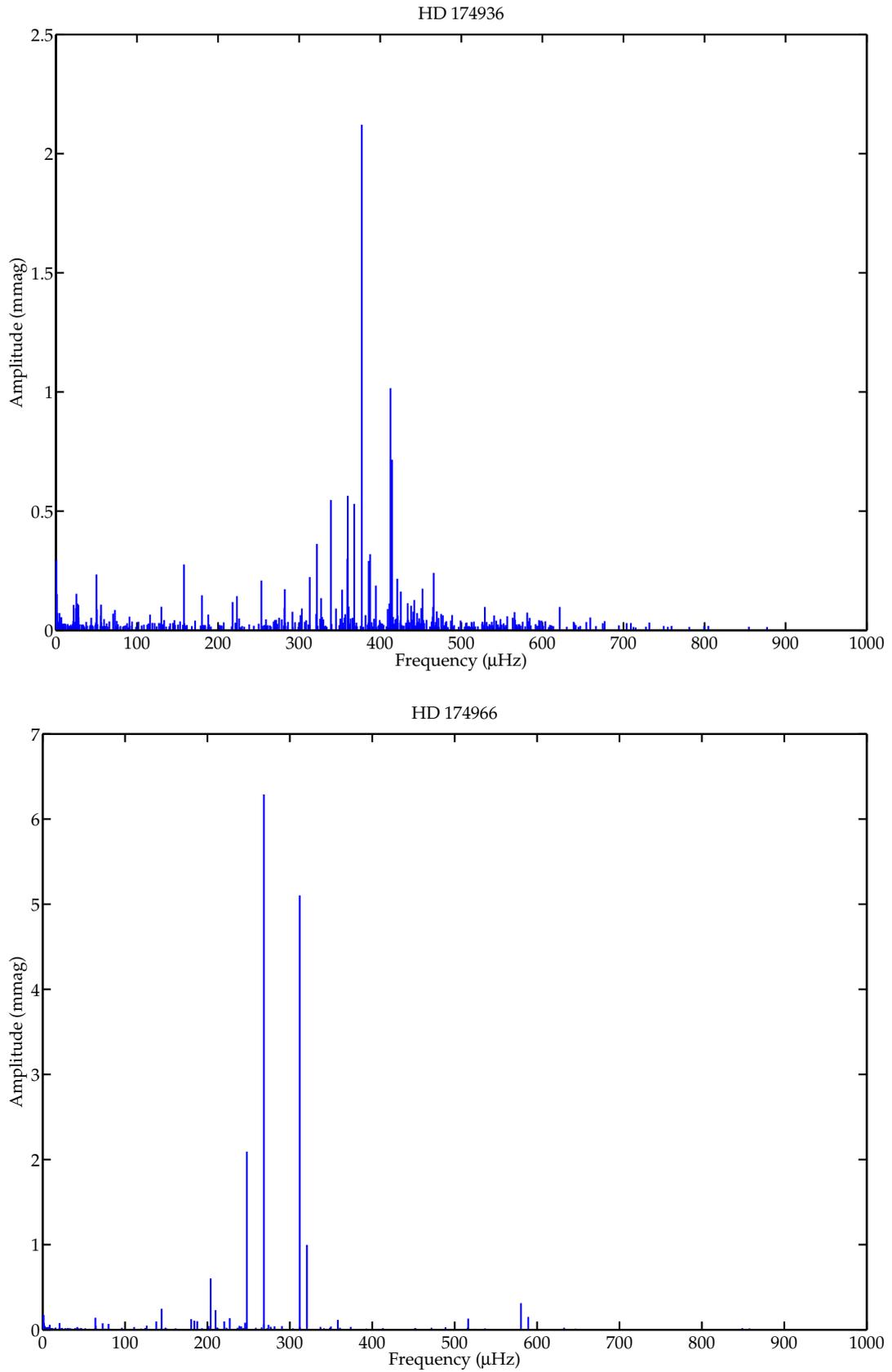


Figura 7.3: Espectro de frecuencias extraído para HD 174936 y para HD 174966. En total, se han encontrado, respectivamente, 422 y 185 frecuencias de oscilación para estas estrellas.

7. OBSERVACIONES CON EL SATÉLITE COROT

14 ppm y 8 ppm, respectivamente, para las amplitudes más pequeñas. Las primeras once frecuencias se listan en la tabla 7.1 junto con los parámetros más relevantes. Las listas completas de frecuencias se muestra en el apéndice A y el apéndice B.

La columna 6 de dicha tabla corresponde a los valores de S/N para cada pico. Están calculados usando Period04 en los residuos proporcionados por SigSpec. Cada valor fue calculado usando una caja de ancho = 5 cd^{-1} centrada en el pico correspondiente, como es usual para la determinación de esta variable (Rodríguez et al., 2006a,b).

La última columna lista la posible determinación de armónicos o combinaciones (lineales) entre los picos principales en un rango de precisión de $\pm 0.010 \text{ cd}^{-1}$ y hasta tercer orden (desde $f_i \pm f_j$, siendo f_i y f_j dos frecuencias distintas, pasando por combinaciones del tipo $3f_i \pm f_j$, hasta $3f_i \pm 3f_j$ y siempre de dos en dos). La posibilidad de encontrar picos relacionados con la frecuencia orbital del satélite, f_s (armónicos, hasta orden 4, y lóbulos secundarios, hasta orden 5), también fue tomada en cuenta, ya que podría tener una contribución importante, sobre todo, para el caso de sus combinaciones con los picos más altos. En total, se estudiaron las posibles coincidencias de hasta 575 combinaciones.

Para HD 174936, los picos principales no son producto de combinaciones creíbles. Por el contrario, para HD 174966, 75 combinaciones posibles fueron detectadas, aunque sólo 37 de estas posibles son identificaciones independientes¹, la mayoría de las cuales parecen ser identificaciones reales (frecuencias producto de combinaciones). Como se puede ver en la tabla 7.1, algunas de las combinaciones de primer orden en los picos principales han sido identificadas, aunque no son significativas en comparación al número total de frecuencias.

La diferencia en la identificación de combinaciones para una y otra estrella se debe a la amplitud de las frecuencias encontradas. El periodograma de HD 174966 muestra algunos picos principales con mucha mayor amplitud que aquéllos en HD 174936: por ejemplo, 6, 5 y 2 mmag para los tres picos de mayor amplitud de la primera estrella frente a 2, 1 y 0.7 mmag para los de la segunda (ver tabla 7.1). Pero, después de que estos picos sean extraídos, el periodograma de HD 174966 es más simple que el de HD 174936 (185 picos significativos frente a 422, respectivamente). Este comportamiento es característico de las δ -Sct del tipo HADS (Rodríguez et al., 2000; Rodríguez & Breger, 2001).

También, a la vista de la forma de los periodogramas, podríamos usar la nueva clasificación de las estrellas pulsantes propuesta por Uytterhoeven et al. (ver sección 1.1.b). Según esta clasificación, HD 174936 sería una δ -Sct híbrida (DSybrid), ya que posee frecuencias de pulsación de amplitud similar en todo el rango observado, desde la zona de los modos g (menos de $100 \mu\text{Hz}$) hasta casi $1000 \mu\text{Hz}$. Por su parte, HD 174966 sería clasificada como δ -Sct (DSCT), pues no hay frecuencias en el rango de los modos g que alcancen un tercio de la amplitud del modo más alto del espectro.

El rango de frecuencias estadísticamente significativas detectado va desde algún valor próximo a cero hasta unos 77 cd^{-1} , esto es $900 \mu\text{Hz}$ ($1 \text{ cd}^{-1} = 11.57 \mu\text{Hz}$). Pero aquéllos con las amplitudes más altas están agrupados alrededor de 35 cd^{-1} ($400 \mu\text{Hz}$) para HD 174936 y alrededor de 26 cd^{-1} ($300 \mu\text{Hz}$), para HD 174966 (ver figura 7.3).

¹De todas las combinaciones posibles, varias podrían dar como resultado un mismo pico (por ejemplo, supongamos que $f_{26} = |f_4 - f_2| = |-f_1 - (2f_s - 4)|$). Llamamos identificaciones independientes a las frecuencias que puedan ser producto de combinaciones, sin tener en cuenta el número de posibilidades que tenga (en el ejemplo anterior, aunque son dos posibles combinaciones, sólo habría una identificación independiente, la de f_{26}).

7.2 Discusión sobre los periodogramas

En este apartado comentaremos el resultado de la extracción de los espectros de frecuencias procedentes de los datos aportados por el satélite CoRoT para las estrellas de nuestro estudio. Es evidente la mejora respecto a los datos desde Tierra, no sólo por la calidad de los datos en sí mismos sino por el elevado número de frecuencias obtenidas. No obstante, también se han encontrado ciertos aspectos que no eran los esperados y pudieran resultar sorprendentes. Esto no hace más que incidir en todo el trabajo que aún queda por hacer, las herramientas que quedan por desarrollar para extraer toda la información posible de los datos que el satélite aporta y el repaso a las teorías de evolución estelar y pulsación que con ellos se pone a prueba.

Aunque, como hemos dicho, se esperaba encontrar un mayor número de frecuencias observando las estrellas desde el espacio, no se apostaba por hallar tal número (hablamos de dos órdenes de magnitud con respecto a las observaciones desde Tierra). Esta tendencia no sólo se observa en las estrellas que se presentan en este trabajo, sino que es la tónica general en todos los objetos estudiados por CoRoT (véase, por ejemplo, los casos de HD 50844, [Poretti et al. 2009](#), y de HD 49434, [Chapellier et al. 2009](#)). En todos los casos, se han ido extrayendo frecuencias sin que el valor de la significancia alcanzara el límite que se toma usualmente (ver sección 7.1).

Surge la duda, por tanto, de si existe un valor de la significancia a partir de la cual las frecuencias derivadas de la señal no son reales sino ficticias, causadas por los residuos consecuencia del proceso de extracción de las de mayor amplitud. Las distintas pruebas realizadas indican que todas ellas parecen ser reales ([Chapellier et al., 2009](#)), lo que lleva la pregunta sobre el elevado número de frecuencias al terreno de la teoría de pulsación: ¿es posible que una estrella tenga energía suficiente como para excitar tal cantidad de frecuencias y mantener su estabilidad (no perder masa)? Un artículo reciente de [Moya & Rodríguez-López \(2010\)](#) muestra que la teoría responde a este interrogante de manera afirmativa.

Por otro lado, destaca el rango de frecuencias excitadas, que va, en el caso de nuestras dos estrellas, de valores cercanos a 0 μHz a unos 800 μHz . Ninguna teoría no adiabática de pulsación, incluida la teoría TDC, que tiene en cuenta la interacción entre la convección y la pulsación, es capaz de predecir un rango de inestabilidad tan amplio de frecuencias excitadas por los mecanismos que rigen las pulsaciones de tipo δ -Sct (ver sección 1.2.c). En la figura 7.4, se puede ver un ejemplo de rango de inestabilidad calculado con GRACO para el caso de HD 174936. Aunque éste predice como inestables las frecuencias centrales de mayor amplitud, no es capaz de abarcar todo el espectro observado.

[Kallinger & Matthews \(2010\)](#) intentan explicar la aparición de las frecuencias de menor amplitud mediante la granulación. Ésta generaría pequeñas variaciones en el brillo superficial de la estrella que pudieran ser confundidas con pulsaciones en estas precisiones en la observación tan elevadas. Suponiendo que las variaciones de luz debidas a este fenómeno siguen una ley de potencias, utilizan esa aproximación para corregir la curva observada.

Al hacer eso, eliminan la contribución en las frecuencias debida a la granulación (frecuencias, por tanto, ficticias) y obtienen 65 frecuencias reales por encima de $S/N \geq 4.0$ para la estrella HD 174936. Éstas coinciden con las primeras 65 frecuencias encontradas en este trabajo, que también ellos identifican como propias de pulsaciones δ -Sct. Lo mismo hacen con la estrella HD 50844, encontrando 105 frecuencias por encima de $S/N \geq 4.0$.

Otros autores ([Campante et al., 2010](#)) han intentado mostrar que las frecuencias

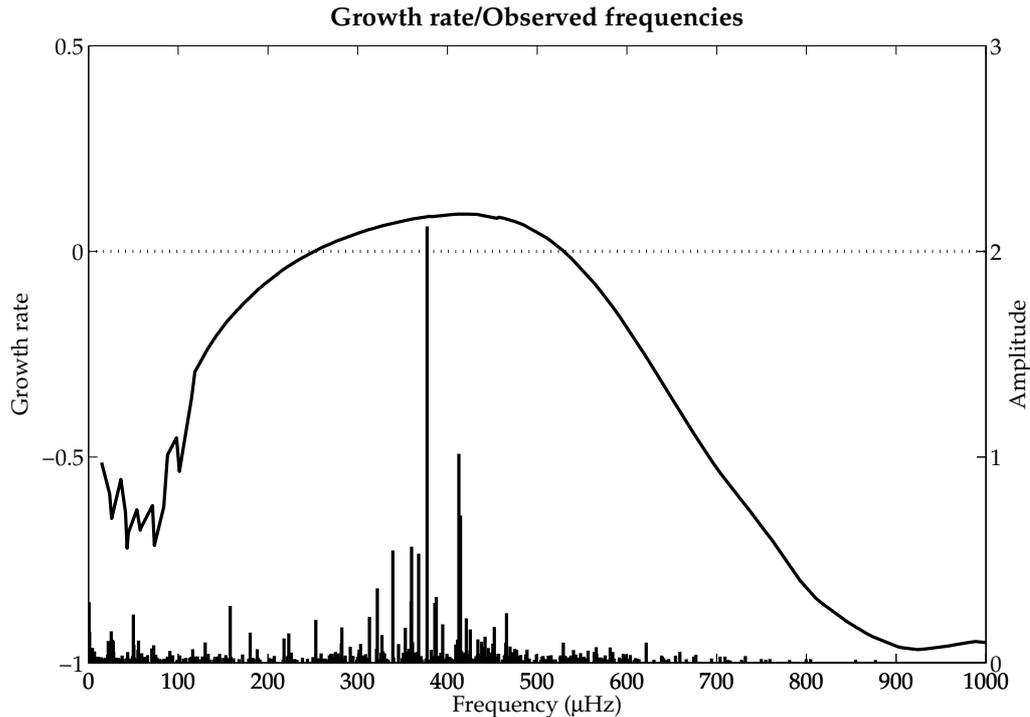


Figura 7.4: Ejemplo de growth rate para la estrella HD 174936.

extraídas de la curva de luz no están excitadas estocásticamente. Sin embargo, de momento estos autores se han centrado en las frecuencias de mayor amplitud, que [Kallinger & Matthews](#) no niegan sean de tipo δ -Sct.

El problema se complica con las estrellas híbridas entre los tipos δ -Sct y γ -Dor. Éstas tienen su régimen de pulsación tanto en la zona de los modos p de grado esférico bajo (a partir de unos $5 \text{ cd}^{-1} \approx 60 \mu\text{Hz}$ hasta unos $100 \text{ cd}^{-1} \approx 1200 \mu\text{Hz}$), como en la zona de los modos g de grado alto (desde unos $0.4 \text{ cd}^{-1} \approx 5 \mu\text{Hz}$ hasta unos $3 \text{ cd}^{-1} \approx 35 \mu\text{Hz}$). Las teorías que tienen en cuenta los mecanismos de excitación relacionados con la opacidad sólo en unos pocos casos son capaces de explicar la extensión del rango observado en estos objetos.

Todas las estrellas híbridas encontradas hasta antes del lanzamiento de CoRoT fueron finalmente interpretadas mediante modelos teóricos ([Bouabid et al., 2009](#)), bien usando cálculos de pulsación no adiabáticos que incluyeran la TDC, que pueden explicar la excitación de modos g y modos p bajos a la vez, aunque separados por un hueco de modos estables; bien suponiendo que los modos p excitados son, en realidad, modos g desdoblados por la rotación de la estrella (recordemos que en primera aproximación, el desdoblamiento o *splitting* de las frecuencias sería producto del orden azimutal, m , y la velocidad de rotación de la estrella, Ω); bien por que las frecuencias mayores son una mezcla de los dos casos anteriores.

No obstante, las nuevas observaciones obtenidas desde satélite (y especialmente con *Kepler*, [Grigahcène et al., 2010a](#)), han ampliado notablemente el número de estrellas híbridas conocidas. Incluso, [Uytterhoeven et al.](#) han propuesto una clasificación alternativa en base a estos resultados, como ya hemos comentado en la sección 1.1.b. La precisión alcanzada en las observaciones muestra una característica aparentemente habitual en este tipo de pulsantes que había pasado desapercibida en los casos anteriores con observaciones desde Tierra y satélites menos potentes.

Hasta ahora, las zonas de pulsación dentro del periodograma de una estrella estaban bien definidas: las frecuencias correspondientes a modos de pulsación típicos de δ -Sct no se mezclaban con las que correspondían a γ -Dor: existía un hueco sin frecuencias entre ambos regímenes. Sin embargo, los nuevos datos muestran que algunas estrellas poseen frecuencias incluso en este hueco.

El hecho de encontrar frecuencias en esa zona invalida el método de Bouabid et al. (2009) con cálculos exclusivamente no adiabáticos y TDC para modelizar los espectros observados con estas características, así como aquella explicación en que se incluía el desdoblamiento de frecuencias por la rotación de la estrella. La primera porque no predice modos visibles en el hueco y la segunda porque, de ser frecuencias provenientes del desdoblamiento, éstas habrían de tener una amplitud menor que en la zona fuera del hueco y eso no se observa siempre así. Por tanto, el único argumento que aún parece plausible, de los expuestos por Bouabid et al., es la combinación de frecuencias desdobladas por rotación más algunos modos p de órdenes bajos predichos por la TDC.

No obstante todo ello, cabe la posibilidad de que existan otros mecanismos de excitación a los tradicionalmente supuestos como responsables de las pulsaciones en δ -Sct y γ -Dor. Ya hay varios grupos que se han puesto en marcha en el estudio de estas alternativas.

Cuasi periodicidades en las distribuciones de frecuencia

8.1 En las observaciones

Empezamos nuestro análisis asumiendo la hipótesis de que, seleccionando un subconjunto con los picos más altos de todo el paquete de frecuencias, estamos tomando, principalmente, los modos de menor ℓ . Esta hipótesis está respaldada por el hecho sabido de que la visibilidad de los modos decrece, aproximadamente, como $\ell^{-2.5}$ o $\ell^{-3.5}$, dependiendo de si ℓ es par o impar, respectivamente (Dziembowski, 1977).

Teniendo esto en mente, aplicamos la transformada de Fourier, definida como lo hicimos en la sección 5.3, a las listas de frecuencias obtenidas para nuestras estrellas. Lo hacemos de tal modo que vamos seleccionando varios subconjuntos de picos con un número arbitrario de frecuencias, pero siempre escogiendo los más altos en cada caso, los de mayor amplitud. En la figura 8.1 se muestran los resultados obtenidos para ambas estrellas. Para HD 174936, hemos ido seleccionando sucesivamente las 50 frecuencias más altas, las 100 de mayor amplitud, las 250 y todas. Para HD 174966, hemos seguido un procedimiento similar, escogiendo para el análisis las 30 frecuencias de mayor amplitud, las 60, las 150 y todo el conjunto.

Se puede ver que, cuantas más frecuencias incluimos en el subconjunto, más baja es la potencia de los picos resultantes, aunque casi todos los máximos locales mantienen la misma posición. Esto indica que, cuando seleccionamos solamente un conjunto adecuado y no muy grande de los picos más altos para calcular la transformada (pero siempre un número estadísticamente significativo de ellos), estamos potenciando las posibles periodicidades correspondientes a los valores de ℓ más bajos.

Mientras que, añadiendo más frecuencias en el análisis, mezclamos todas las estructuras (regularidades o no) que posee el periodograma, contaminando los patrones que pudiera haber en la distribución de las frecuencias de mayor amplitud. La transformada ya no puede diferenciarlos con claridad. Así, para encontrar periodicidades en frecuencias de grados esféricos bajos seleccionaremos un número estadísticamente significativo de los picos más altos.

Cuando seleccionamos 50 frecuencias para el caso de HD 174936 y 30 para el de HD 174966, un patrón de periodicidad se puede distinguir. Más aún, el claro signo de un peine de Dirac está también presente a la vista de los picos en 25.8, 13 y 8 μHz , para HD 174936, y en 64.25, 34.3 y 22.4 μHz , para HD 174966. Esto indica que tenemos

8. CUASI PERIODICIDADES

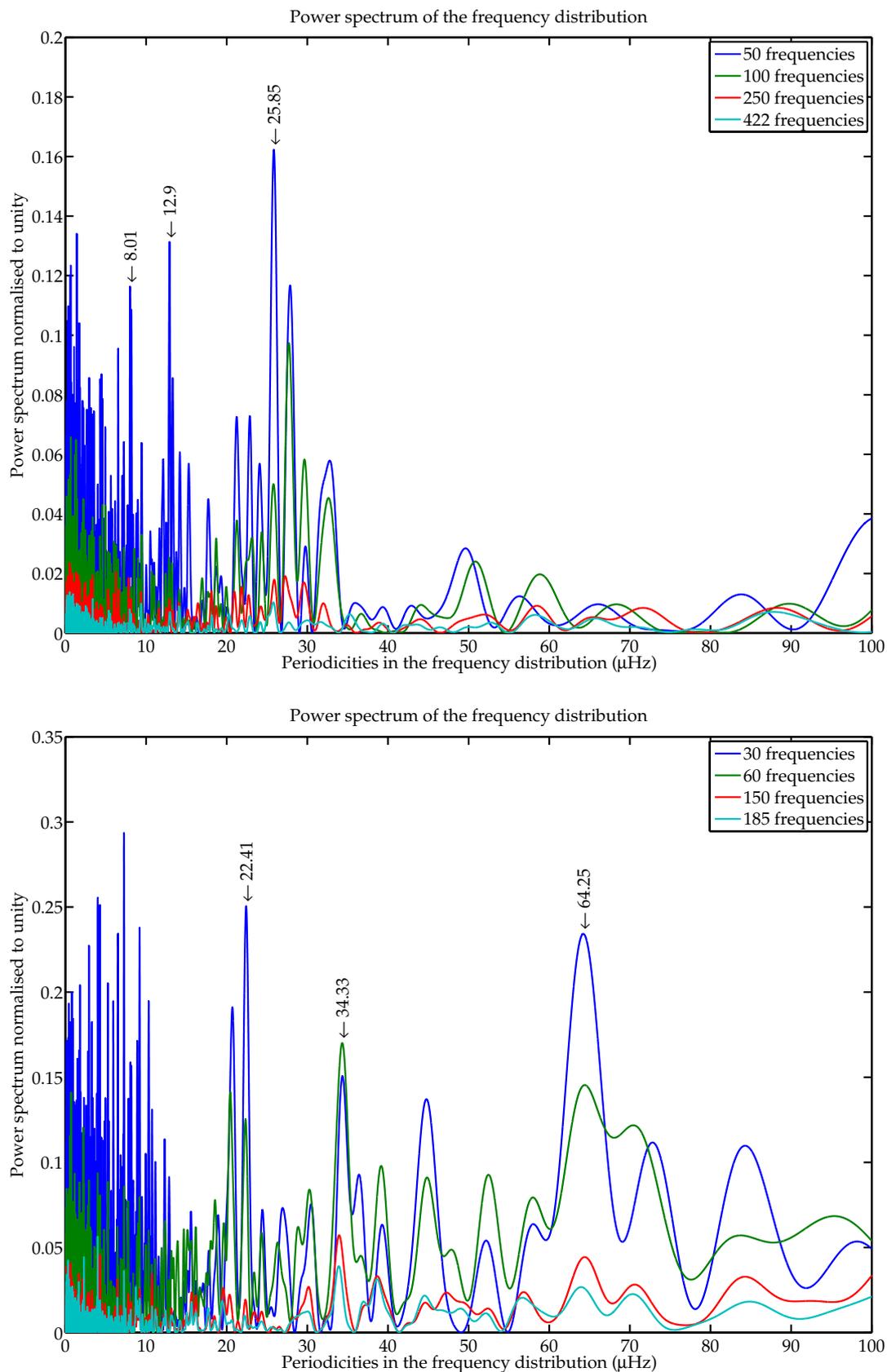


Figura 8.1: Transformadas de las frecuencias observadas para distintos subconjuntos. La figura de arriba muestra el caso de HD 174936, mientras que la de abajo muestra el caso de HD 174966. Los máximos que se observan son a $25.8 \mu\text{Hz}$ y a $64.25 \mu\text{Hz}$, respectivamente.

una periodicidad de $25.8 \mu\text{Hz}$ y de $64.25 \mu\text{Hz}$, respectivamente. La aparición de estos picos es una prueba de que están causados por una estructura periódica en el conjunto de frecuencias, ya que se corresponderían con los submúltiplos de dicho patrón, tal y como discutimos en la sección 5.3. Otros picos visibles alrededor del pico mayor y de sus submúltiplos se deben a que la estructura no es estrictamente periódica, sino *cuasi* periódica, como se puede esperar para estos modos (ver sección 8.2).

Todas estas pruebas son la marca de una estructura similar a la gran separación de alrededor de $52 \mu\text{Hz}$, para HD 174936, y de $64 \mu\text{Hz}$, para HD 174966. A priori somos incapaces de distinguir si el pico máximo en la transformada es la mitad o el propio valor de la gran separación. Sin embargo, veremos en la sección 8.2 que es posible distinguir el valor correcto usando las cajas de incertidumbre fotométricas. La razón de que en la transformada de HD 174936 aparezca la mitad del patrón esperado, mientras que en HD 174966 aparece el valor del mismo, ya fue comentada en el artículo de [Handler et al. \(1997\)](#) para el caso de CD-24 7599. En esta tesis desarrollaremos y discutiremos este punto en la sección 8.2.a.

Las dos estrellas estudiadas en este trabajo son rotadores rápidos ($v \sin i \sim 170 \text{ km s}^{-1}$, para HD 174936 y $v \sin i \sim 125 \text{ km s}^{-1}$, para HD 174966, ver sección 6) dando un *splitting* rotacional mínimo de $14 \mu\text{Hz}$ y de $9.5 \mu\text{Hz}$, respectivamente¹. Cabe la posibilidad, entonces, de que el patrón observado se deba a este fenómeno y no a una especie de gran separación.

La única forma de discriminar definitivamente si la causa del patrón es debida al *splitting* o no sería determinando el ángulo de inclinación de la estrella: un valor del patrón de $52 \mu\text{Hz}$ y $64 \mu\text{Hz}$, como hemos detectado, resultarían en un ángulo de entre 11 y 25 grados (dependiendo del radio del modelo) para ambas estrellas. Sin tener esta información, que se determinaría mediante espectroscopía, nuestra hipótesis de que la cuasi periodicidad no se deba a la rotación cobra más fuerza por varios motivos que pasamos a argumentar.

En primer lugar, el patrón debido a los efectos del *splitting* rotacional debería observarse sólo con $\ell \geq 1$ y un número estadísticamente significativo de valores de $m \neq 0$. Es por ello que seleccionamos, para calcular la transformada, los valores de ℓ más bajos (más altos en amplitud) y así es más probable que estemos observando un patrón debido a estos modos, como es la gran separación, y no el *splitting* rotacional.

En segundo lugar, modelos aun sin rotación muestran este tipo de patrón, como veremos en la sección 8.2.a. Y en tercer lugar, aunque el *splitting* tuviera un valor de unos $25 \mu\text{Hz}$, potenciando este valor en la transformada, el pico esperado alrededor de $50 \mu\text{Hz}$ debería seguir siendo visible aunque con menor amplitud, como se puede comprobar en la figura 8.1 (y aún lo es el correspondiente a $50/3 \approx 17 \mu\text{Hz}$, aunque no está marcado en la gráfica). Discutiremos este caso con más detalle en la sección 8.2.a.

Todo lo dicho en este análisis no queda invalidado por lo propuesto en el artículo de [Kallinger & Matthews \(2010\)](#). En nuestro estudio usamos las frecuencias de mayor amplitud para derivar nuestras conclusiones. Concretamente, para el caso de HD 174936, que es la estrella citada por dichos autores, usamos las primeras 50, que sí identifican como frecuencias reales de pulsación.

El resto de picos que aparecen en la transformada probablemente venga de otras estructuras periódicas, como el mencionado *splitting* y/o una especie de pequeña separación, ocupando principalmente la parte baja del espectro de potencias. Aún queda mucho trabajo por hacer para entender el significado de estos picos.

¹Valores calculados teniendo en cuenta los modelos de la base de datos que se ajustan a los parámetros observados de cada estrella y usando el radio máximo de todas las combinaciones de parámetros libres

8.2 En los modelos

Las estructuras periódicas en los periodogramas son típicas en las oscilaciones de tipo solar, que han alcanzado el régimen asintótico, pero no en las estrellas δ -Sct, que pulsán alrededor del modo fundamental radial. Para entender el origen físico de las recientes observaciones de comportamientos periódicos en este tipo de estrellas, mostrados en la sección 8.1, hemos seleccionado de nuestra base de datos un modelo representativo de cada una de los objetos de nuestro estudio.

Hemos usado los modelos que más se ajustan a los valores centrales de T_{eff} y $\log g$ con parámetros libres estándares para estrellas δ -Sct, i.e. $\alpha_{ML} = 0.5$ y $d_{ov} = 0.2$ (Casas et al., 2006). Así, obtenemos que HD 174936 es una estrella de masa intermedia ($\sim 1.62 M_{\odot}$) en la secuencia principal, cuya abundancia de hidrógeno en el núcleo es de $H_c \sim 0.31$. El modelo central muestra que HD 174966 es de masa algo mayor que la anterior ($\sim 1.70 M_{\odot}$), también en la secuencia principal y similar estado evolutivo: la abundancia del hidrógeno en su núcleo es $H_c \sim 0.32$.

Cogiendo los valores de ℓ de la base de datos (ver sección 5.1), entre 0 y 3, en el rango de las frecuencias observadas (entre 0 y 1000 μHz), hemos calculado la gran separación siguiendo la definición: $\Delta\nu = \nu_{n+1,\ell} - \nu_{n,\ell}$. En la figura 8.2, se muestra la variación de la gran separación calculada de esta manera frente al valor de la frecuencia.

Es bastante evidente que la gran separación no varía demasiado y está contenida en un rango de unos 10 μHz . Encontramos, sin embargo, varios puntos discrepantes con valores mucho menores que el resto y que, por tanto, no aparecen en la gráfica. Esto se debe al efecto de *avoided crossing* que es esperable para algunos modos a estos valores de la frecuencia en estrellas en este estado evolutivo, sobre todo cuanto mayor es el grado esférico ℓ (ver sección 1.2.b).

A pesar de estos puntos discordantes y de que la tendencia general de la gran separación es creciente hacia mayores frecuencias hasta alcanzar la zona asintótica (a unos 700 μHz), es de notar que existe un remanso en el rango [250, 500] μHz en el que esta variable toma valores encerrados en no más de 3 μHz . Este remanso se encuentra, aproximadamente, en la zona de frecuencias de mayor amplitud para las estrellas de estudio y siempre, para los modelos de la caja de incertidumbre, dentro del rango observado¹.

Por otro lado, en la figura 8.3, presentamos un análisis idéntico al realizado para las frecuencias observadas en la sección 8.1, pero en este caso para estos modelos teóricos. Vemos que, para el modelo de HD 174936, la FT nos indica que existe una periodicidad (se aprecian los submúltiplos con claridad) y que ésta vale unos 54.7 μHz . Éste es también el valor de la media de la zona estanca centrada en $\sim 400 \mu\text{Hz}$ que muestra la figura 8.2 (superior) y que posee la estructura de una cuasi periodicidad. Además, es claro identificar que la transformada de Fourier proporciona una medida del valor de la gran separación en dicha zona.

Por último, este valor es muy cercano al encontrado para las frecuencias observadas, de $\sim 52 \mu\text{Hz}$. Todas estas pruebas demuestran que es una gran separación² la que medimos en los periodogramas obtenidos por CoRoT, ya que aparecen incluso en estos modelos sin rotación. Por tanto, concluimos que la técnica de la transformada de Fourier explicada en la sección 8 es el método óptimo para medir esta regularidad.

¹Este remanso, además de que su valor también varía, se desplaza hacia mayores o menores frecuencias dependiendo del estado evolutivo del modelo (ver sección 8.3).

²Definida de la manera usual como $\Delta\nu = \nu_{n+1,\ell} - \nu_{n,\ell}$, aunque no necesariamente con las mismas implicaciones físicas.

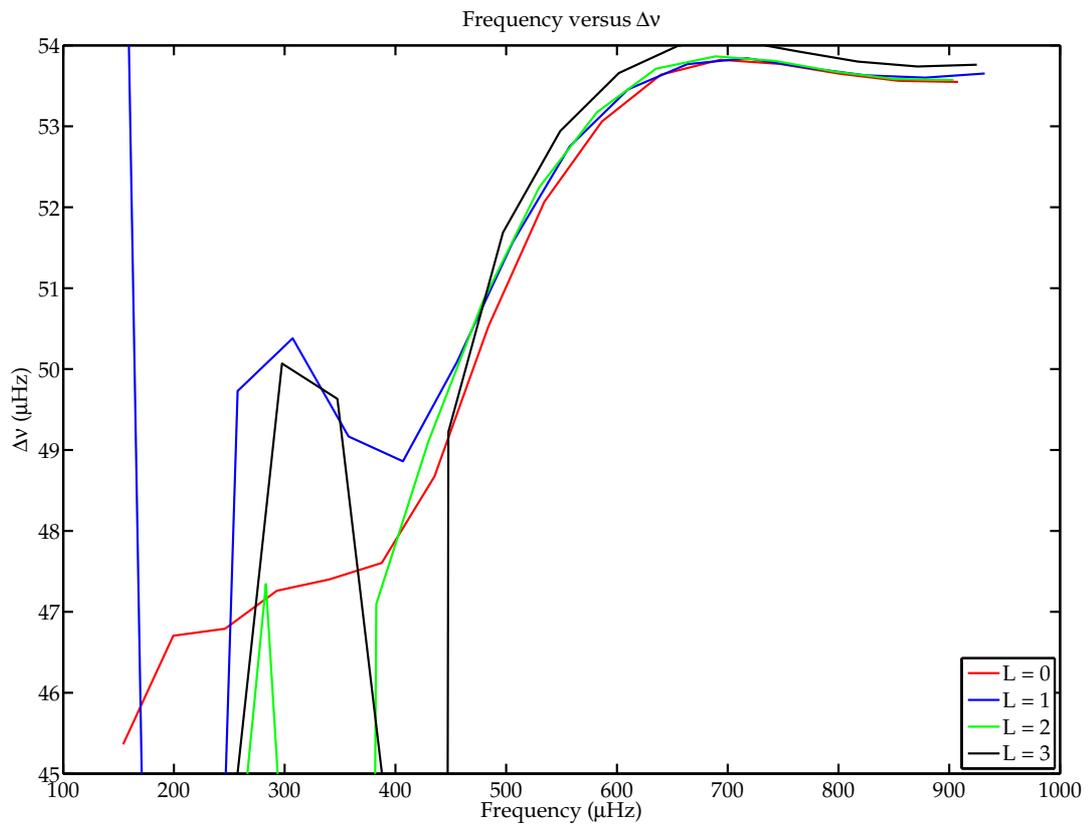
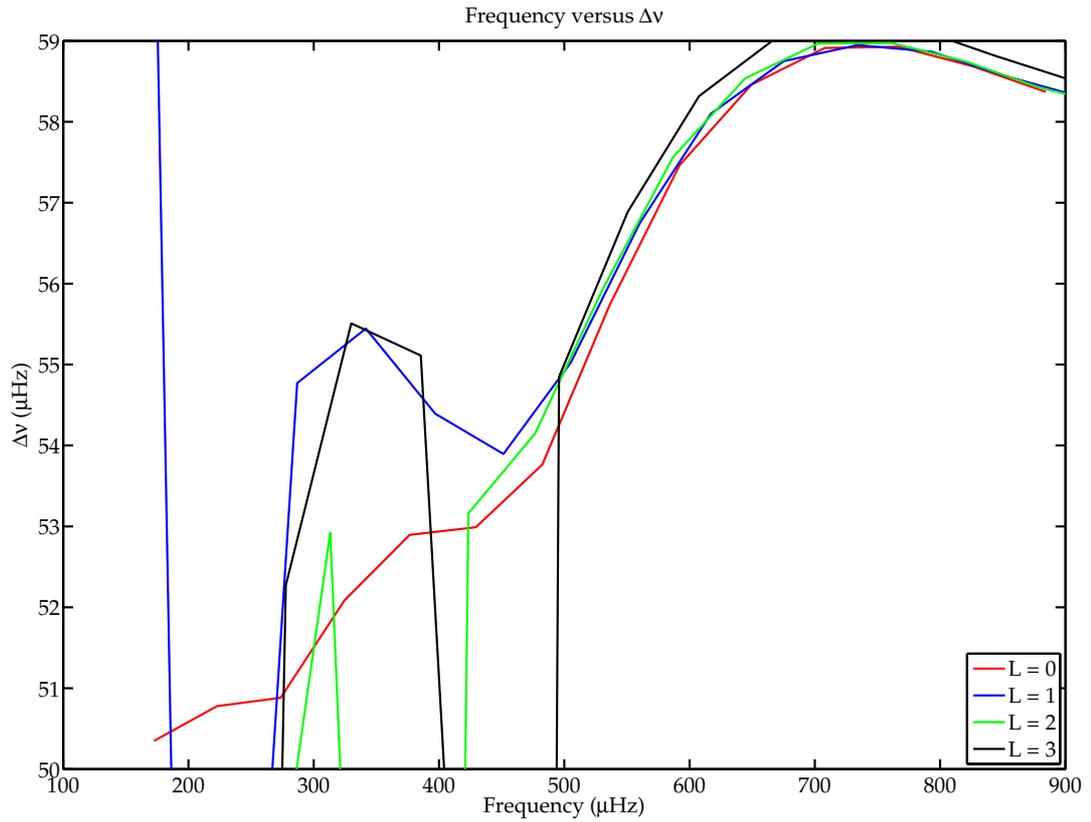


Figura 8.2: Dependencia en frecuencia de la gran separación para los valores de ℓ : 0, 1, 2 y 3. El gráfico superior muestra los resultados para el modelo central de la estrella HD 174936. El gráfico inferior muestra el comportamiento de la gran separación para el modelo central de HD 174966.

8. CUASI PERIODICIDADES

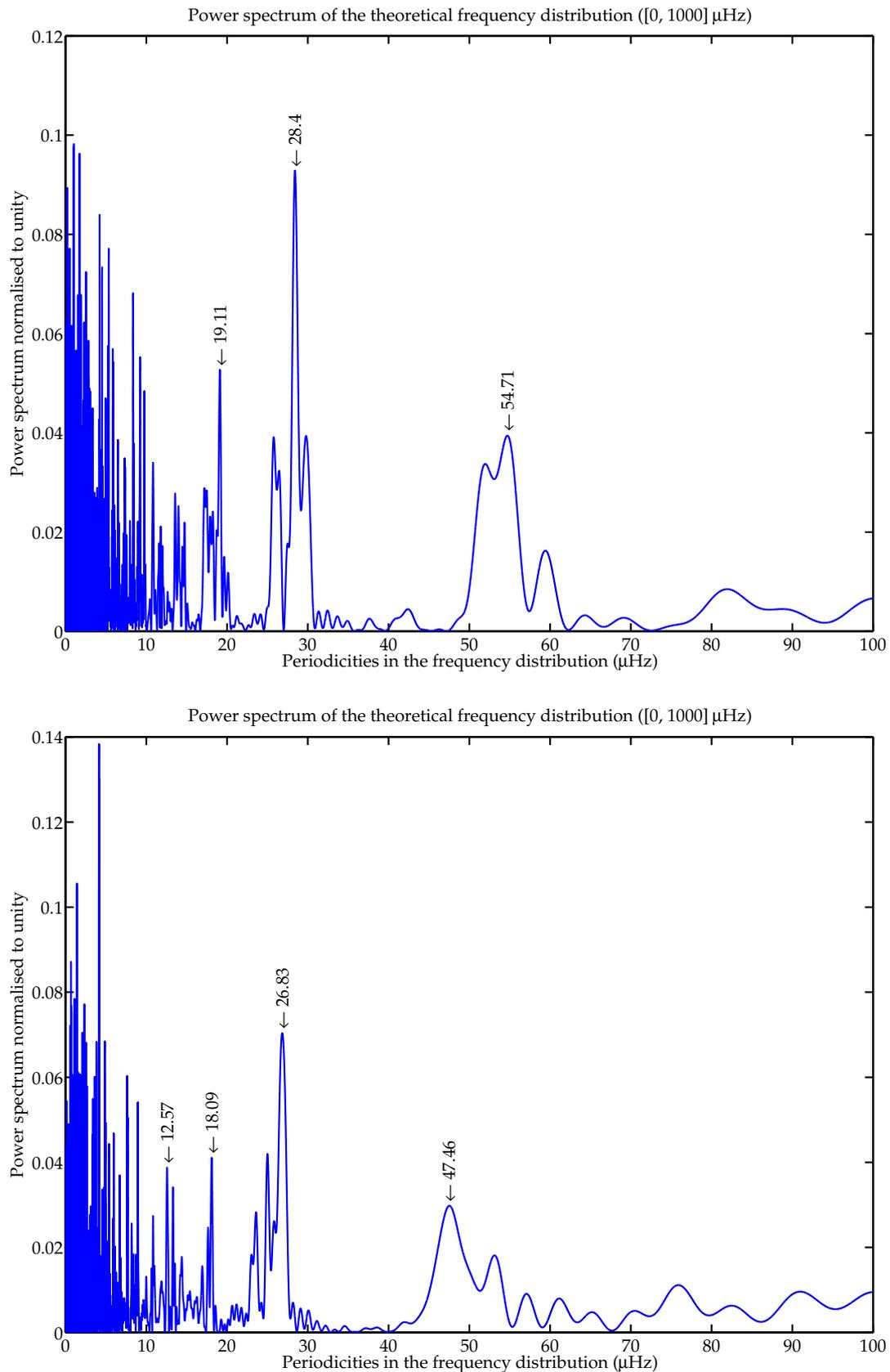


Figura 8.3: Espectro de potencias de las frecuencias de oscilación para los modelos teóricos de sendas estrellas representados en la figura 8.2, usando la técnica descrita en la sección 8. Un pico claro (y sus submúltiplos) se observa para HD 174936 (figura superior) a $\sim 54 \mu\text{Hz}$. Para HD 174966 (figura inferior), se observa un pico a $\sim 47 \mu\text{Hz}$.

Como comentamos en la sección 8.1, en algunos casos la FT de los periodogramas observados nos proporcionará un valor de la cuasi periodicidad que es la mitad del valor real, mientras que, en otros casos, nos dará el valor mismo. Una sencilla medida de la cuasi periodicidad para modelos contenidos en las cajas de incertidumbre fotométricas nos permitirá distinguir cuál es el valor correcto. En el caso de HD 174936, por ejemplo, varias pruebas con los modelos de los extremos de la caja nos permiten comprobar que un valor de la cuasi periodicidad de $\sim 26 \mu\text{Hz}$ no se obtiene dentro de ésta. Lo mismo ocurre para el caso de HD 174966 con un valor de $128 \mu\text{Hz}$.

Volviendo a los modelos, para HD 174966, el valor de la cuasi periodicidad, centrada en $\sim 350 \mu\text{Hz}$, que encontramos para el modelo teórico seleccionado es de $47.46 \mu\text{Hz}$ (ver figura 8.3, cuadro inferior). Es el valor de la zona cuasi regular que muestra la figura 8.2 (inferior), pero no se corresponde con el valor que encontramos al aplicar la transformada a las frecuencias observadas: $64 \mu\text{Hz}$ (ver sección 8.1). Ello se debe a que el modelo calculado no es representativo de la estrella. En efecto, podemos usar la cuasi periodicidad como un nuevo observable, que nos permite discriminar entre modelos válidos y reducir la caja de incertidumbre obtenida con los otros observables: T_{eff} , $\log g$ y $[\text{Fe}/\text{H}]$. Esto es lo que aplicaremos en el capítulo 9.

8.2.a ¿Cuasi periodicidad o su mitad?

Como hemos dicho en la sección 8.1, en algunos casos mediremos, mediante el uso de la FT aplicado a las distribuciones de frecuencias observadas, la mitad de la gran separación, mientras que en otros mediremos el valor correcto. Dos causas pueden ser las responsables de este comportamiento, no excluyentes, pero discriminantes a partir de nuevos datos espectroscópicos.

La primera causa es un comportamiento similar de las frecuencias en este rango al de los modos de pulsación en el régimen asintótico, unido a la visibilidad de los modos. Las frecuencias con $\ell = 0$ y $\ell = 1$, aún no estando en la zona asintótica, empiezan a distribuirse de manera alternada, aproximadamente, en el rango de la cuasi periodicidad. Por su parte, los modos de $\ell = 2$ tienen valores muy cercanos a los de grado 0.

Sería esperable, entonces, que la FT de los modos $\ell = 0$ y $\ell = 1$ en un modelo teórico produjese una función de potencias que marcara la mitad de la cuasi periodicidad. Sin embargo, esto ocurre cuando hacemos la transformada de las frecuencias hasta $\ell = 2$, inclusive. El resultado se puede ver en la figura 8.4, panel superior, donde el modelo utilizado es el mismo que en la figura 8.3, representativo de HD 174936.

Podemos observar que el pico de la gran separación, como hemos comprobado previamente a $54 \mu\text{Hz}$, ha decrecido mucho en comparación con el pico de valor mitad. Ello se debe a las compensaciones de las frecuencias con $\ell = 2$ sobre las desviaciones de la periodicidad (mitad de la gran separación) que forman los modos intercalados $\ell = 0$ y $\ell = 1$. Por tanto, cuando en una observación ocurra esto, significará que la visibilidad de los modos es tal que el conjunto que seleccionamos para hallar la gran separación se agrupan de tal forma que potencian el valor mitad de la gran separación, en vez del valor mismo.

Podemos concluir que, para HD 174936, la visibilidad de los modos es tal que se ve potenciado el valor mitad de la gran separación. Mientras que, para HD 174966, la selección de las frecuencias provoca que se vea el valor de la cuasi periodicidad. No obstante, la FT de HD 174936 cuando escogemos 100 frecuencias, ya posee un valor de la gran separación comparable al resto de picos principales. En el caso de HD 174966, el pico a $64 \mu\text{Hz}$ es siempre uno de los principales independientemente del

8. CUASI PERIODICIDADES

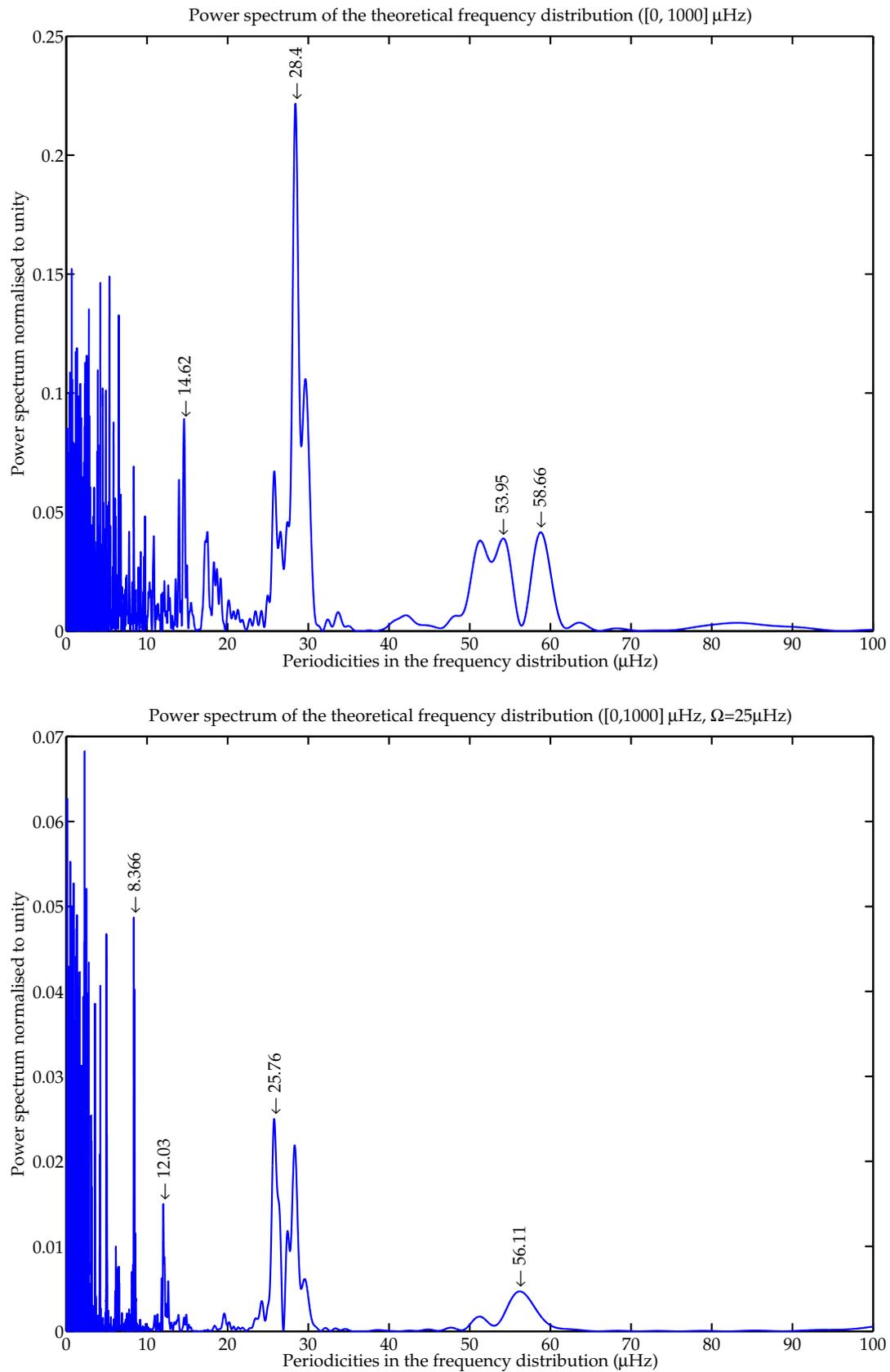


Figura 8.4: Arriba, transformada de Fourier para las frecuencias hasta $\ell = 2$ del modelo central de la caja de incertidumbre de HD 174936. Debajo, la FT del mismo modelo con un desdoblamiento de frecuencias por rotación a primer orden de $25 \mu\text{Hz}$.

número de frecuencias usado para calcularlos. Esta propiedad, tal vez nos está dando información de la manera en que se excitan los modos o de la estructura geométrica de la estrella (que permita aumentar la visibilidad de ciertos modos y no otros). Para comprobar si ése es el caso, habría que estudiar cómo aparece la gran separación en distintas estrellas siguiendo la clasificación de Uytterhoeven et al.

La segunda situación en la que la mitad de la gran separación se vería potenciada frente al valor propio de la misma, es el caso en que la velocidad de rotación de la estrella provoque un desdoblamiento de las frecuencias de valor igual a mitad de la cuasi periodicidad. Éste es el caso que mostramos en la figura 8.4, panel inferior, donde hemos aplicado la transformada de Fourier al espectro de frecuencias del caso anterior (modelo central de la caja de incertidumbre de HD 174936), pero desdoblado por efecto de la rotación, en este caso de $25 \mu\text{Hz}$, a primer orden (es decir, $\nu_m = \nu_0 + m\Omega$).

Obtenemos un espectro de potencias similar al caso anterior, siendo una situación parecida a la que observamos en la transformada de las observaciones. El pico en $26 \mu\text{Hz}$ se ve potenciado respecto al de 54 , así como sus submúltiplos, desapareciendo el de $54/3 = 18 \mu\text{Hz}$. No obstante, el hecho de que la periodicidad debida a la rotación aparezca no implica que la periodicidad debida a la gran separación no exista. Es más, en la gráfica 8.1, en el cuadro donde mostramos la FT del periodograma de HD 174936, se aprecia que, además del máximo en $26 \mu\text{Hz}$, aparece otro pico alrededor de $50 \mu\text{Hz}$, así como uno en $17 \mu\text{Hz}$, un tercio del valor de la gran separación. Esto indica que esta periodicidad existe en las frecuencias.

Hemos favorecido, mediante la selección de la frecuencia de mayor amplitud, elegir los modos de menor grado esférico, que se ven menos afectados por la rotación. A pesar de ello, la única manera de discernir si ése valor potenciado de $26 \mu\text{Hz}$ se debe a la visibilidad de los modos o al *splitting* rotacional es, como ya comentamos en la sección 8.1, encontrando el valor de la rotación a través de la medida del ángulo de inclinación. Las medidas espectroscópicas proporcionarían la información necesaria que nos ayudase a despejar todas estas dudas. Estamos en proceso de obtenerlas para HD 174966, aunque, por las características que hemos comentado, un caso más interesante podría ser el de HD 174936.

8.3 Discusión

Acabamos de comprobar en la sección anterior que las cuasi periodicidades encontradas en los periodogramas de HD 174936 y HD 174966 obtenidos por el satélite CoRoT, son debidas a que la gran separación en los rangos de frecuencias de mayor amplitud para sendas estrellas muestra un estancamiento. Intentaremos comprender en más detalle cómo se comporta este observable y qué información del objeto nos puede proporcionar.

Lo primero que hemos observado es que esta cuasi periodicidad disminuye su valor en estados evolutivos más avanzados de la estrella y se desplaza hacia rangos de frecuencia más bajos. En la figura 8.5, mostramos tres representaciones del comportamiento de la gran separación en estados evolutivos distintos, de menos avanzado a más avanzado. Los modelos corresponden a una estrella de masa $1.61 M_{\odot}$, $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.32$ y parámetros de la convección $\alpha_{ML} = 0.5$ y $d_{ov} = 0.2$.

En la gráfica superior, correspondiente al modelo más joven con $H_c = 0.3821$, se observa una cuasi periodicidad bien marcada a unos $77 \mu\text{Hz}$ y centrada en unos $550 \mu\text{Hz}$ en el periodograma. En el caso de la figura de en medio en el que la estrella posee un $H_c = 0.3229$, se ve que la gran separación en la zona estanca ya ha descendido a un valor de unos $54 \mu\text{Hz}$ y que está centrada en los $350 \mu\text{Hz}$. Además, se van

8. CUASI PERIODICIDADES

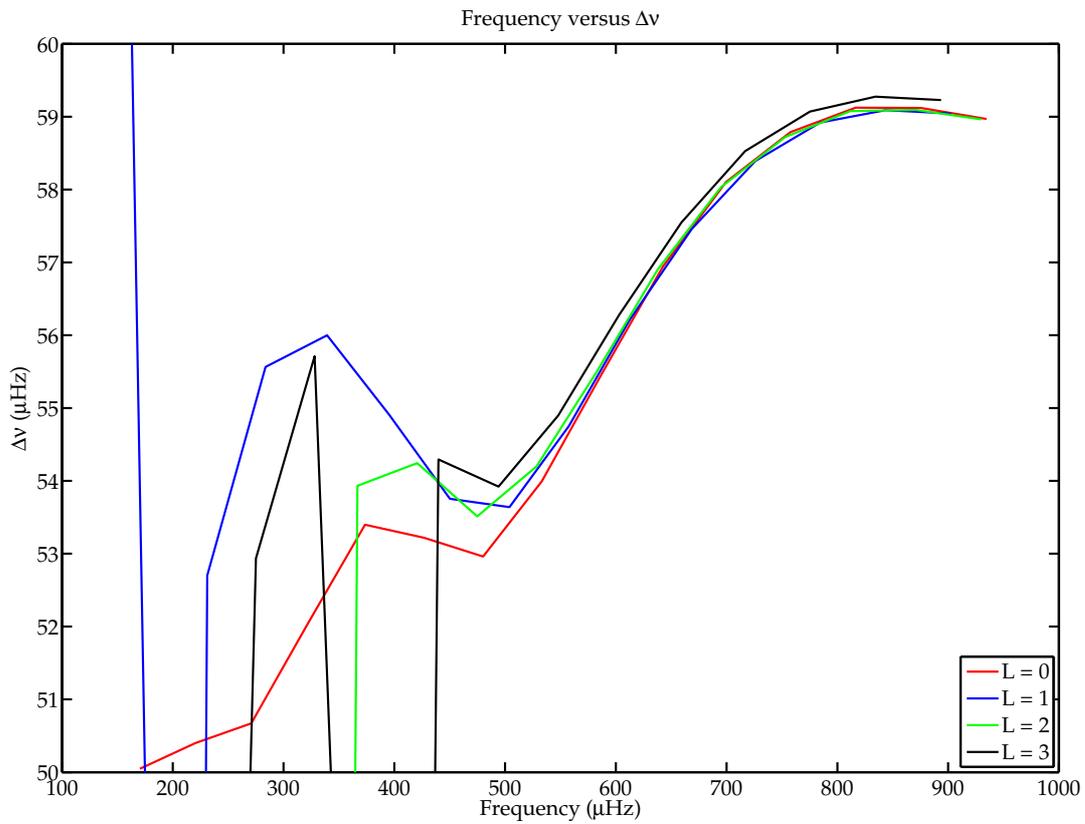
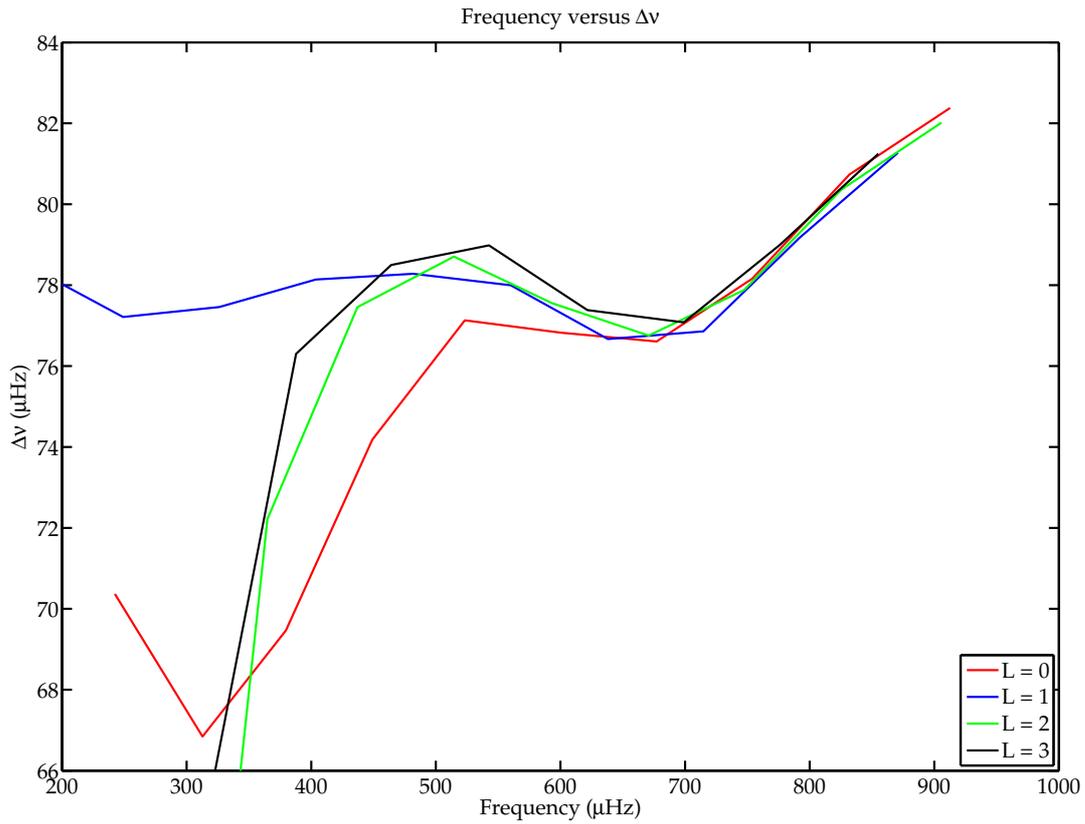


Figura 8.5: Evolución de la gran separación para modelos de una estrella de masa $1.61 M_{\odot}$. El panel superior es para un modelo en la secuencia principal ($H_c = 0.3821$) y el inferior para un modelo poco evolucionado ($H_c = 0.3229$).

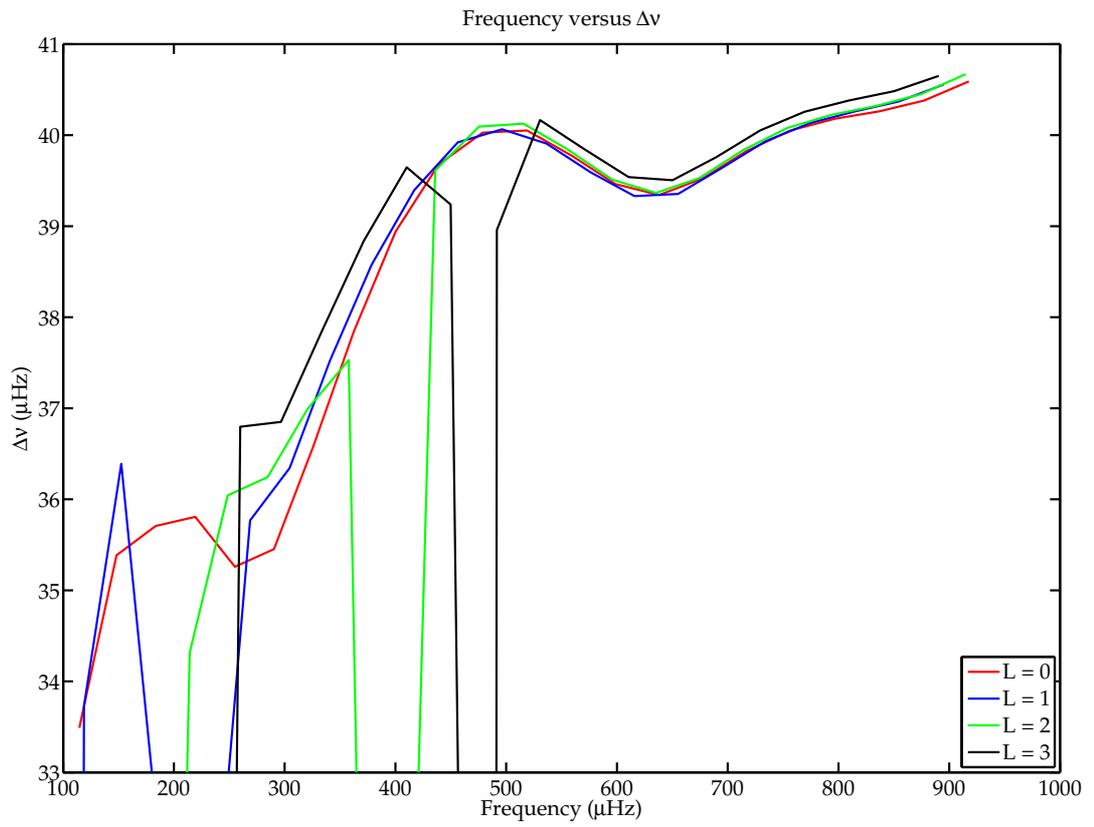


Figura 8.5 cont.: Evolución de la gran separación para modelos de una estrella de masa $1.61 M_{\odot}$. En este panel se muestra el caso un modelo evolucionado ($H_c = 0.2671$).

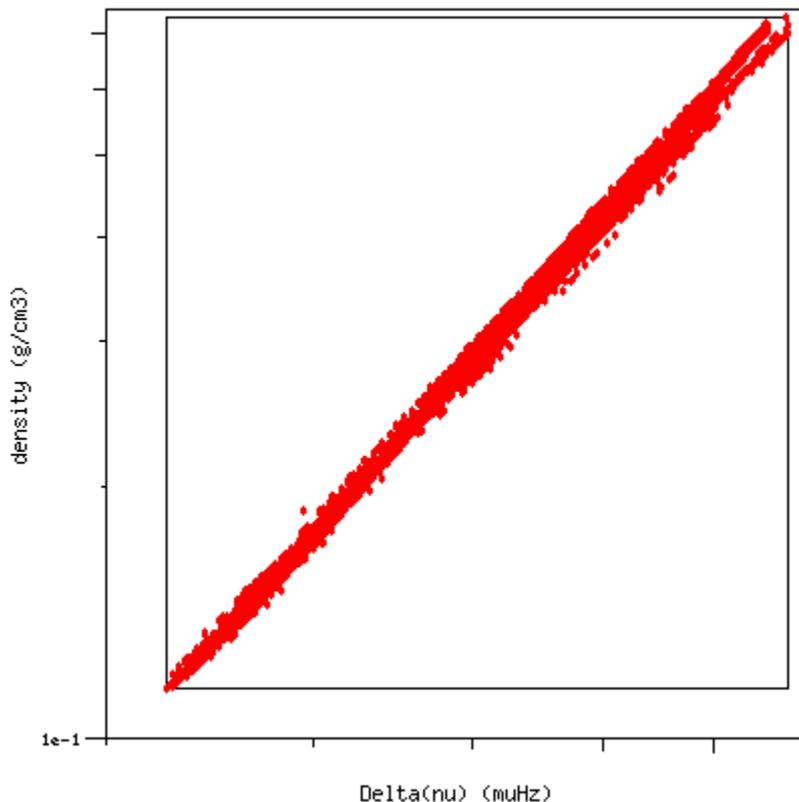


Figura 8.6:

Relación entre la gran separación y la densidad media de los modelos en un diagrama *log-log*. El *eje-x* va desde 30 a 80, mientras que el *eje-y* lo hace desde 0.1 a 0.75.

apreciando los primeros efectos del *avoided crossing*. Finalmente, el último cuadro presenta un modelo evolucionado ($H_c = 0.2671$) afectado fuertemente de *avoided crossing*, debido a lo cual la cuasi periodicidad tan sólo se mantiene en $\ell=0$. En estadios evolucionados, por tanto, podemos tener problemas para detectar la zona estanca. Posee un valor de unos $35.5 \mu\text{Hz}$ y está centrada en los $200 \mu\text{Hz}$. A lo largo de la evolución también se ha podido ver que la zona de modos asintóticos ha ido desplazándose hacia frecuencias más bajas.

No obstante todo ello, el comportamiento de la gran separación también depende de otros factores, como la masa de la estrella o la composición química. ¿Entonces, cuál es la dependencia de esta gran separación con las variables físicas de la estrella, en caso de existir? Ya que la gran separación en el caso de las oscilaciones de tipo solar es una función de la densidad media de la estrella ($\Delta_0 \propto \sqrt{M/R^3}$, Kjeldsen & Bedding, 1995) y, por tanto, de su estado evolutivo (Ulrich, 1986), es plausible pensar que también nuestra cuasi periodicidad lo fuese de algún modo. De hecho, ya Handler et al. (1997) apuntan en su trabajo a que pueda ser una medida de la densidad media y encuentran el mejor valor que se ajusta a sus observaciones.

Para comprobar la dependencia de nuestra cuasi periodicidad con los parámetros físicos de la estrella, hemos incluido esta variable en el SVO. Hemos descartado la posibilidad de calcular el máximo de la transformada o el histograma, ya que puede haber problemas en la identificación automática de este valor, mucho más aún con el histograma, ya que dependerá en cierta medida del bin escogido. Por otro lado, ya hemos argumentado que en la medida de la gran separación nos puede salir el valor de la misma o la mitad, por lo que hemos tomado una solución más estable a la hora de calcularla. El SVO permite calcular la media de la gran separación dentro de los parámetros que deseemos (rango en frecuencia, en orden radial, grado esférico, etc).

De este modo, hemos representado el comportamiento de la densidad media frente

al valor de la cuasi periodicidad dentro de la caja de incertidumbre de las estrellas observadas. En la figura 8.6 se muestra el resultado de dicha comparación en un diagrama *log-log*. En esta representación están contenidos los modelos de cualquier metalicidad y parámetros α_{ML} y d_{ov} , pero hemos obviado modelos evolucionados, pues estos no se ajustan a la misma dependencia. Se observa que existe una relación de potencia entre el estancamiento de la gran separación y la densidad media de las estrellas en esta zona del diagrama HR. La posible dispersión y la división en dos tendencias hacia el final de la curva se debe a que hemos usado unas pocas metalicidades (cuatro valores).

La cuasi periodicidad, por tanto, es una medida directa de la densidad media de la estrella. La precisión en la determinación de ésta, dependerá de la precisión con que hallemos la gran separación y no tanto en otros factores. Es una conclusión importante, porque elimina la dependencia con los parámetros libres, como son los de la convección. Estos resultados que aquí hemos expuesto se presentarán en un artículo que estamos preparando para dar a conocer de la herramienta SVO (Suárez et al., 2010).

La medida directa de la densidad media para estrellas de tipo A-F es un método que resulta de gran utilidad en los trabajos que busquen sistemas planetarios por el método de los tránsitos. A la hora de caracterizarlos, esta medida permitiría derivar la densidad de ambos objetos, estrella y planeta, ya que el tránsito proporciona la densidad media del planeta en relación a la estrella. Así, la cuasi periodicidad se convierte en una medida útil en las futuras misiones espaciales, como PLATO, como potente herramienta de caracterización de los sistemas planetarios.

Una pregunta nos queda por plantearnos en toda esta discusión. ¿Qué es lo que provoca que la gran separación posea un estancamiento? ¿Cuál es el origen de la cuasi periodicidad? Hemos estudiado de manera analítica el problema, pero por ahora no hemos obtenido resultados. No obstante, durante el transcurso de nuestras investigaciones hemos hecho una observación.

La figura 8.7 muestra la variación del *growth rate* en el rango de frecuencias observado. El panel superior muestra el caso de HD 174936, mientras que el panel inferior representa la estrella HD 174966, ambos calculados para el modelo central de sendas cajas de incertidumbre. Esta variable, aunque no es capaz de predecir el rango de frecuencias excitadas que se han detectado, muestra un máximo en la zona de frecuencias de mayor amplitud. Esta zona coincide, además, con el estancamiento de la gran separación (ver figura 8.2) y esto ocurre así en todos los modelos que hemos representado. Parece existir una relación entre el balance de energía que proporciona el *growth rate* y la periodicidad en la gran separación.

Breger et al. (2009) apuntan a que esta cuasi periodicidad puede deberse a un atrapamiento de modos en las últimas capas de la estrella, la envoltura (*envelope*). En estas capas se crearían unas zonas de mínima energía donde el cociente entre la energía gravitatoria y cinética es mínimo. Los modos con bajo grado esférico pueden quedar atrapados en dichas zonas, teniendo una mayor probabilidad de ser excitados que otros modos. Dichos modos atrapados son las contrapartidas no radiales de los modos radiales acústicos y, para grados esféricos bajos, sus frecuencias son cercanas a aquéllas de los modos radiales.

Se crearían, así, paquetes de frecuencias alrededor de los modos radiales, generando la cuasi periodicidad observada. En este trabajo, aunque estudian muchas estrellas, sólo contemplan un modelo de $1.8 M_{\odot}$ y evalúan un rango en frecuencia de entre 6 y 16 cd^{-1} , es decir, de entre 69 y $185 \mu\text{Hz}$, alrededor y en la zona inferior al modo radial fundamental.

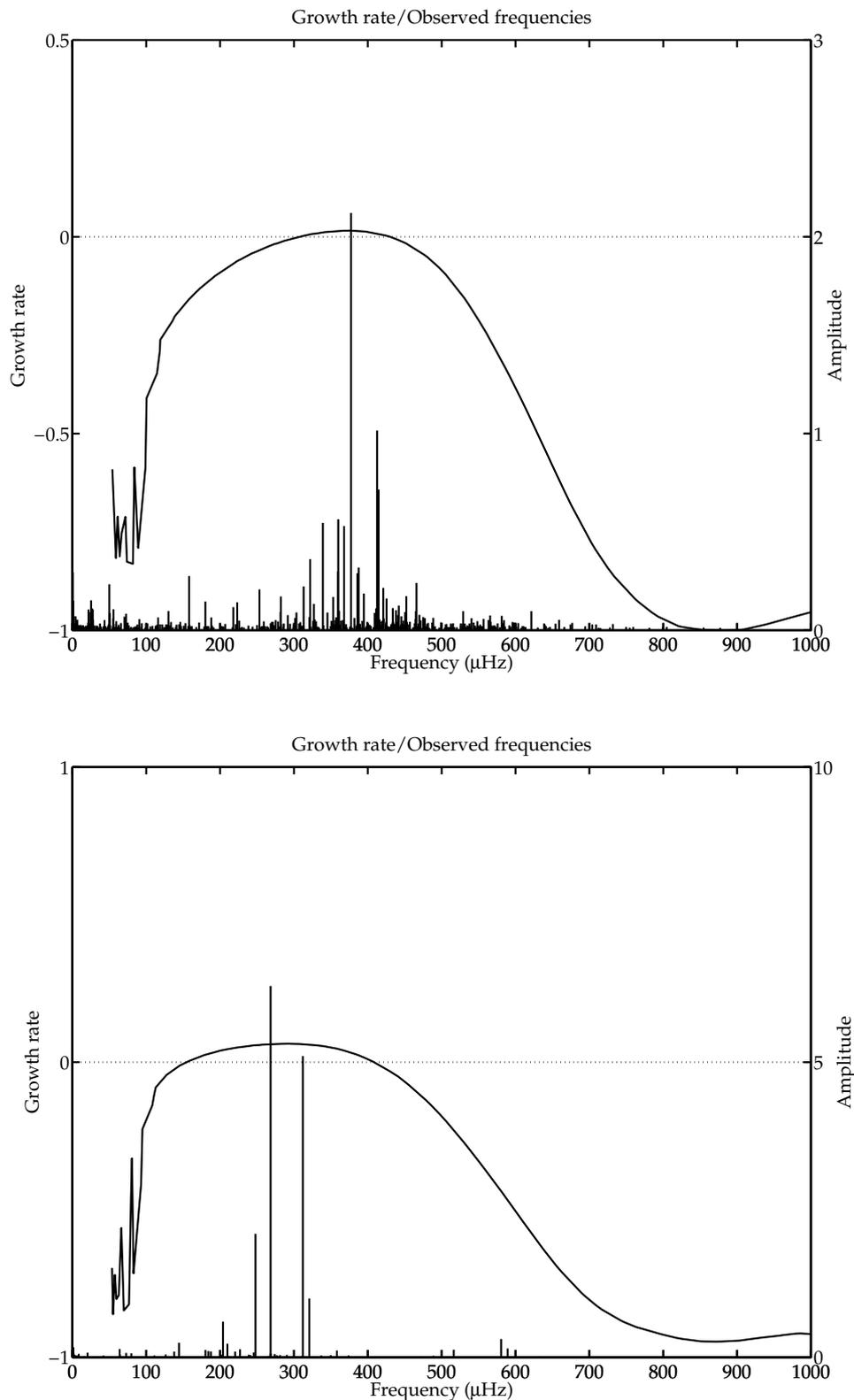


Figura 8.7: En el panel superior se muestra el espectro de frecuencias de HD 174936 con el balance de *growth rate* correspondiente al modelo central de su caja de incertidumbre. Debajo, lo mismo para HD 174966. Recordemos que los modos son inestables (excitados) cuando $\eta > 0$. Compárese esta figura con la 8.2.

Sin embargo, en el estudio que nosotros presentamos hemos encontrado los siguientes resultados que contradicen los argumentos aducidos por estos autores. En primer lugar, los rangos en los que encontramos la cuasi periodicidad se sitúan siempre por encima del modo fundamental radial (ver sección 9.1) y a mayores frecuencias que el límite que Breger et al. contemplan. Por otro lado, no tenemos, en la zona donde encontramos la cuasi periodicidad para HD 174936, paquetes de modos, sino, más bien, que se intercalan los de grado $\ell = 0$ con los de $\ell = 1$. También hemos observado que tanto los modos radiales como los no radiales marcan la cuasi periodicidad.

Finalmente, el posible atrapamiento del que hablan ocurre más claramente cuanto más evolucionado es el modelo. Sin embargo, hemos visto en este capítulo que tanto en modelos poco evolucionados como cerca del *turn-off* la cuasi periodicidad aparece. Es más, resulta más difícil detectarla en modelos evolucionados debido a la aparición del efecto de *avoided crossing*. La explicación de Breger et al. a la aparición de la cuasi periodicidad sería sólo válida en modelos evolucionados, donde el atrapamiento es efectivo, pero no sería adecuada para nuestras observaciones de la gran separación en modelos jóvenes, donde este comportamiento no es eficiente.

Discriminación entre modelos usando

$$\Delta\nu$$

A cabamos de presentar en el capítulo anterior un nuevo observable que nos proporciona una medida directa de la densidad media de la estrella observada. Sin embargo, toda medida conlleva un error al tomarla, por lo que lo primero que debemos hacer es estimar esa incertidumbre.

Además en el caso de la gran separación encontrada en este trabajo, no estamos buscando un valor concreto, sino un rango de valores. Ya que no es una periodicidad estricta, sino una cuasi periodicidad, el valor que puede adquirir fluctúa dentro de unos valores límites. Por tanto, antes de poder usar este observable, deberemos llevar a cabo algunas consideraciones previas con el fin de encontrar un valor útil de la medida.

9.1 Consideraciones para la obtención del observable

Para obtener el rango en el que la cuasi periodicidad fluctúa volvamos a echar un vistazo de nuevo a la figura 8.1. Hemos comentado ya que lo que vemos es un máximo en el valor de la cuasi periodicidad (o de su mitad, dependiendo del caso) y sus submúltiplos. En muchos casos, debido a que la gran separación sufre pequeñas variaciones en el rango donde es estable, aparecen picos ensanchados o con lóbulos que impiden reconocer si el pico correcto es éste o el de al lado.

Fijémonos primero en el caso de la FT del periodograma de HD 174936. En este espectro de potencias el patrón que se distingue principalmente es el correspondiente al valor mitad de la gran separación, como ya hemos comentado en el capítulo anterior. Pero el pico de mayor amplitud no es único y bien definido. A ambos lados existen lóbulos de una altura importante; es más, si en vez de fijarnos en la gráficas de la FT para 50 frecuencias observamos la de 100, veremos que el lóbulo situado a unos 28 μHz es mayor que el de 26. Así pues, estos dos picos nos están indicando el rango de variación de la cuasi periodicidad.

Para el caso de la transformada del periodograma de HD 174966, encontramos en ella el pico máximo correspondiente al valor de la gran separación. Sin embargo, este pico se ve ensanchando por la dispersión que posee la cuasi periodicidad (también observamos el desdoblamiento de los submúltiplos, sobre todo aquellos por debajo de unos 30 μHz). Este ensanchamiento será una estimación del rango de variación de la gran separación.

Y existe un factor aún más a tener en cuenta para estimar el rango de la cuasi periodicidad. Los submúltiplos resultado del patrón que observamos no poseen el valor exacto de las correspondientes fracciones, una muestra más de que lo que buscamos no es una periodicidad estricta y también producto del ruido en el periodograma, esas frecuencias que no siguen la estructura periódica y que crean picos espurios en la FT o ligeros desplazamientos en la posición de los picos principales.

Teniendo en cuenta las anteriores consideraciones, hemos estimado que la cuasi periodicidad o gran separación para HD 174936 se encuentra contenida en el rango $[45, 60] \mu\text{Hz}$. Mientras que, para el caso de HD 174966, hemos estimado un rango de $[60, 80] \mu\text{Hz}$.

Esto es en cuanto a las observaciones. Sin embargo, debemos obtener un valor teórico contrastable de la gran separación procedente de los modelos. En ese caso sí asignaremos un único valor de la cuasi periodicidad que se corresponderá con el valor medio, ya que este valor está contenido en no más de $\pm 2 \mu\text{Hz}$. Esta dispersión es pequeña y es más fácil incluirla en la estimación del valor de la medida, como hemos hecho en este trabajo.

Cuando usamos la FT en los modelos, el valor que obtenemos de la cuasi periodicidad es bastante estable, independientemente del rango en frecuencias en que se busque (siempre que esté contenida en él). Si bien, es recomendable centrarse en el rango observado, por consistencia. Al calcular la gran separación tomando todos los valores de la frecuencia computados para el modelo central de la caja de incertidumbre de la estrella HD 174936, obtenemos lo que mostramos en la figura 9.1, cuadro superior. El resultado de hacer su transformada se puede ver en el cuadro inferior.

El cuadro en que se representa el comportamiento de la gran separación con la frecuencia muestra la cuasi periodicidad dentro del rango de frecuencias observadas de la estrella. Pero, más allá de los $1000 \mu\text{Hz}$, empieza la zona asintótica, donde aparece otra periodicidad, mucho más estable. Al hacer la transformada de Fourier, el espectro de potencias mostrará el aspecto que esperaríamos de un doble cuasi peine. El pico más alto corresponde a la mitad del valor de la gran separación en la región asintótica, ya que la periodicidad es más estable y en esta zona las frecuencias con $\ell = 0$ se intercalan a media distancia del valor de la gran separación con $\ell = 1$. También, aunque más pequeño, aparece el pico correspondiente a $59 \mu\text{Hz}$, el valor de la gran separación en esta región.

Sin embargo, el pico con el valor de la cuasi periodicidad que ocurre en la región de las frecuencias observadas de máxima amplitud, también aparece ($53.84 \mu\text{Hz}$). El valor mitad también se puede apreciar, aunque, dada su cercanía con el pico más alto, éste se ve perturbado y, en consecuencia, mermado. No obstante, la conclusión es que, aunque con algo más de dificultad, la gran separación correspondiente al medido en las observaciones puede ser identificado. Pero, para evitar equivocaciones, es recomendable ajustarse al rango de frecuencias observado.

9.2 Correcciones a la $\Delta\nu$ calculada con VOTA

Ahora bien, como hemos comentado antes, la herramienta VOTA no utiliza la transformada de Fourier para calcular la gran separación, debido a las dificultades que pueden surgir a la hora de identificar el pico máximo y de reconocer si éste corresponde al valor de la cuasi periodicidad o a su mitad. Así, utilizando la definición de $\Delta\nu$, VOTA calcula una media de todos los valores contenidos en el rango especificado. Es por ello y por la dependencia de una media con los valores utilizados para su cálculo que la selección adecuada de este rango es importante.

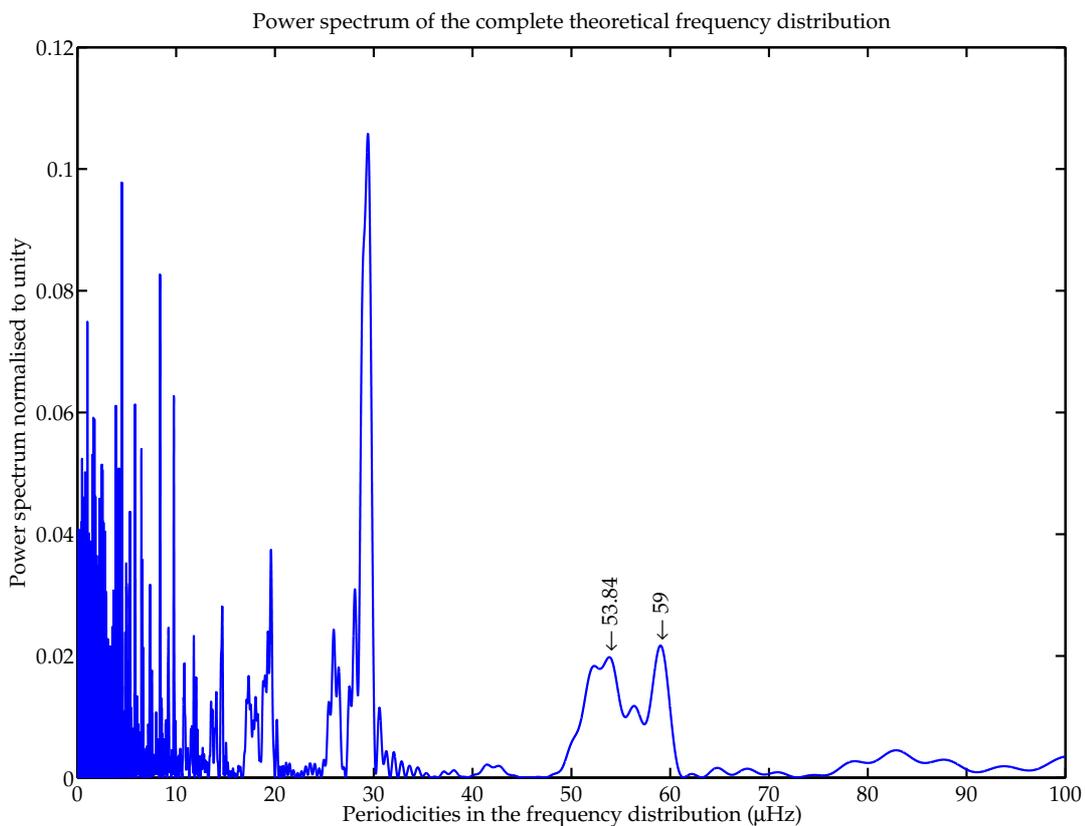
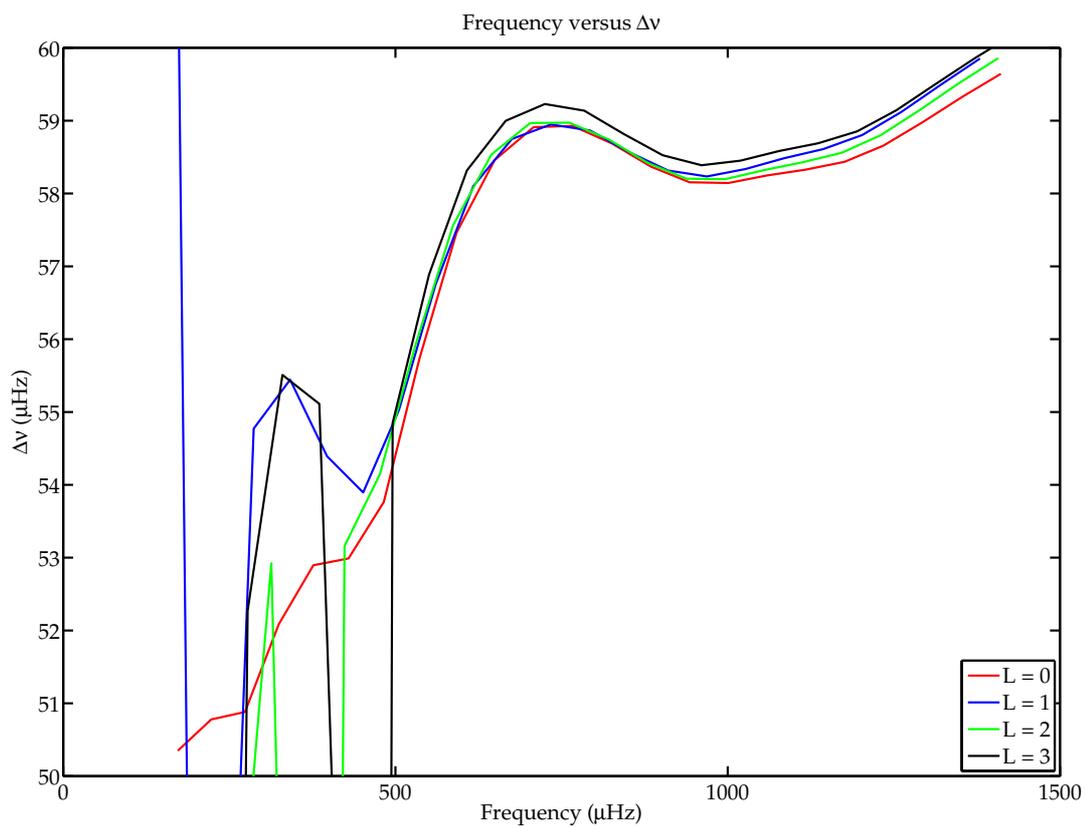


Figura 9.1: Cuadro superior, gran separación en función de la frecuencia para todos los valores computados del modelo central de la caja de incertidumbre de HD 174936. Debajo, FT de las frecuencias de dicho modelo. Se observa cómo la transformada es capaz de detectar la $\Delta\nu$ de la zona asintótica ($\sim 59 \mu\text{Hz}$) a la vez que la de la zona estanca ($\sim 54 \mu\text{Hz}$).

9. DISCRIMINACIÓN USANDO LA PERIODICIDAD

En las observaciones presentadas en este trabajo, lo primero que apreciamos es el rango en el que se detectan frecuencias, que va de 0 a 1000 μHz . Pero, además, será necesario seleccionar un rango adecuado del orden radial para que la aproximación usada en el Observatorio Virtual se corresponda con lo que se encontraría con la FT.

Para estudiar las diferencias entre los dos métodos, seleccionamos las cajas de incertidumbre de ambas estrellas con distintas combinaciones de $[\text{Fe}/\text{H}]$, α_{ML} y d_{ov} . Muestreamos toda la caja seleccionando cinco modelos repartidos en la dirección de $\log g$ y a lo largo de otras cinco secciones con T_{eff} constante. Recogemos el valor de $\Delta\nu$ que nos proporciona el observatorio virtual, calculado en el rango $[0, 1000]$ μHz , el observado, y utilizamos la FT en los espectros de frecuencias calculados para esos mismos modelos, obteniendo la gran separación. Utilizaremos un valor medio y no un rango para simplificar el proceso.

Representamos los resultados de un método frente al otro y obtenemos lo que mostramos en el cuadro superior de la figura 9.2. Claramente la tendencia que los relaciona es lineal, aunque su pendiente no es uno (los métodos no son equivalentes). Los valores con $\alpha_{ML} = 1.5$ se dispersan un poco respecto al resto de puntos. Ello se debe a que estos modelos no representan tan bien la convección de las δ -Sct, como hemos señalado anteriormente y como corroboraremos en el capítulo siguiente.

Sin embargo, podemos obtener una relación equivalente si, además de seleccionar el rango de frecuencias visibles $[0, 1000]$ μHz , elegimos los modos con $n \geq 1$ para el cálculo de la media de la gran separación con VOTA. Seleccionar estos modos se debe a que la relación de la gran separación es exclusiva de los modos p y así evitamos coger modos g . Evitar el modo fundamental es por la estrecha relación que guardan éste y el primer armónico: $f_0/f_1 = 0.77$. Este cociente, constante en toda δ -Sct, aporta valores a la media que no siguen la relación buscada.

Si representamos de nuevo $\Delta\nu$ obtenida con la FT frente a $\Delta\nu$ obtenido mediante la media de VOTA, pero en los rangos comentados, obtenemos lo que representamos en el recuadro inferior de la figura 9.2. Podemos comprobar que ahora sí obtenemos una relación lineal con pendiente uno. Es decir, conseguimos que los métodos sean suficientemente equivalentes.

Es de vital importancia, como hemos demostrado, que un análisis como éste es necesario para cualquier estudio que se lleve a cabo usando la gran separación en la herramienta VOTA. En nuestro caso, usar sólo el rango de frecuencias observadas producía desviaciones de entre 5 y 20 μHz , lo que podría ser una fuente de error importante.

9.3 Aplicación de la cuasi periodicidad

Podemos usar los rangos de la cuasi periodicidad medidos, teniendo en cuenta todas las consideraciones discutidas en las secciones anteriores, para mejorar las medidas tomadas con otros métodos. En primer lugar, podemos reducir la densidad media que obtenemos a partir de las medidas de T_{eff} , $\log g$ y $[\text{Fe}/\text{H}]$, pues ya hemos visto la relación entre ambos (ver sección 8.3).

La herramienta VOTA nos permite hallar $\bar{\rho}$ añadiendo a los parámetros de búsqueda el rango de valores de $\Delta\nu$. Obtenemos así que la densidad para HD 174936, que con los observables usuales estaba comprendida entre $[0.14, 0.74]$ $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$, usando la cuasi periodicidad se reduce a $[0.23, 0.44]$ $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$. Esto supone una reducción del 65 %. Para el caso de HD 174966, obtenemos una reducción desde $[0.113, 0.61]$ $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ a $[0.39, 0.61]$ $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$, lo que supone un 56 %.

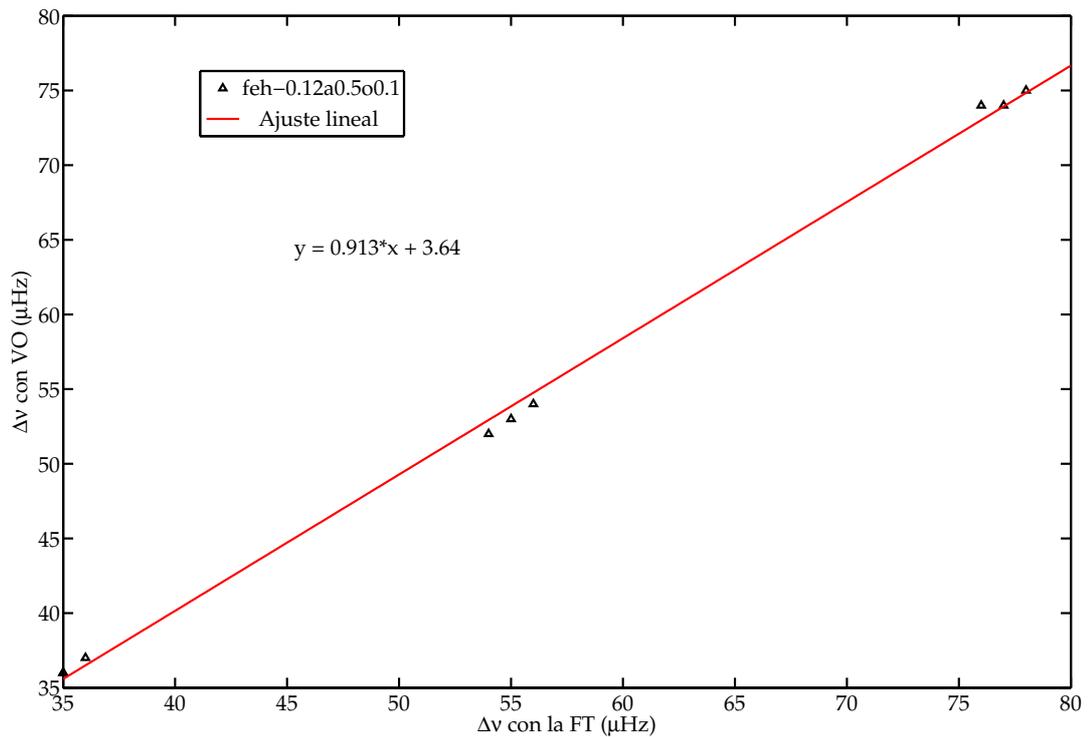
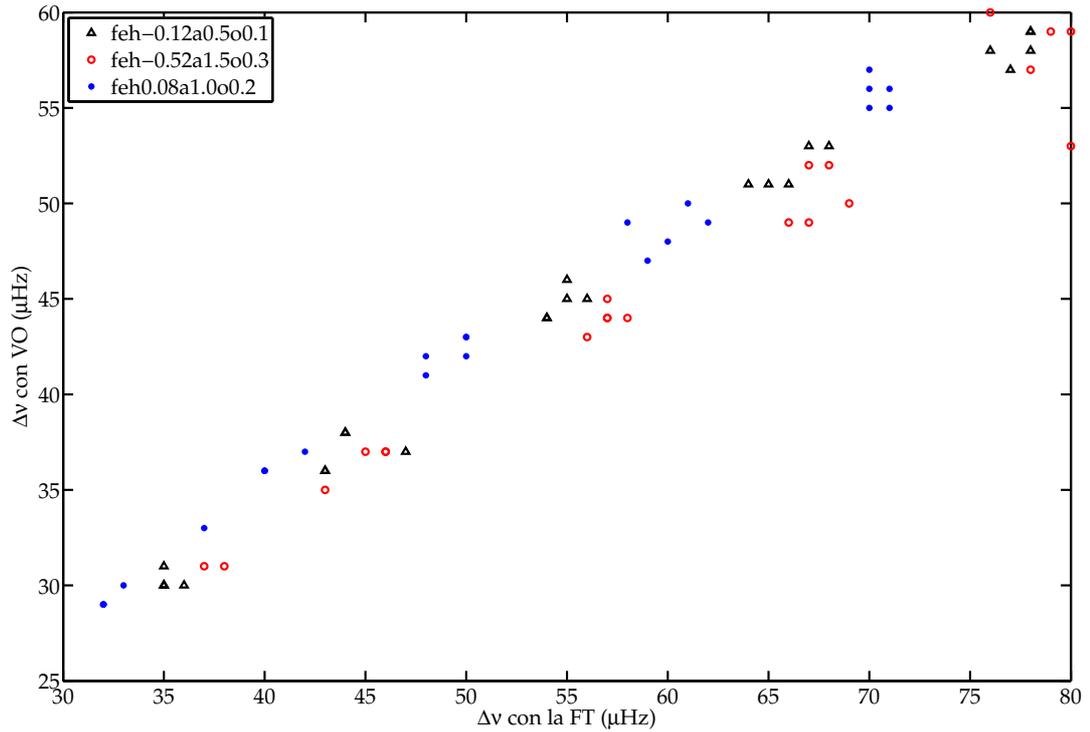


Figura 9.2: El cuadro superior muestra la relación entre la gran separación calculada con la FT y la calculada con VOTA en el rango observado, $[0, 1000] \mu\text{Hz}$. Se aprecia claramente la tendencia lineal. La representación inferior muestra la misma relación, pero, en este caso además, los datos de VOTA han sido obtenidos con $n \geq 1$. La equivalencia de los dos métodos es clara.

9. DISCRIMINACIÓN USANDO LA PERIODICIDAD

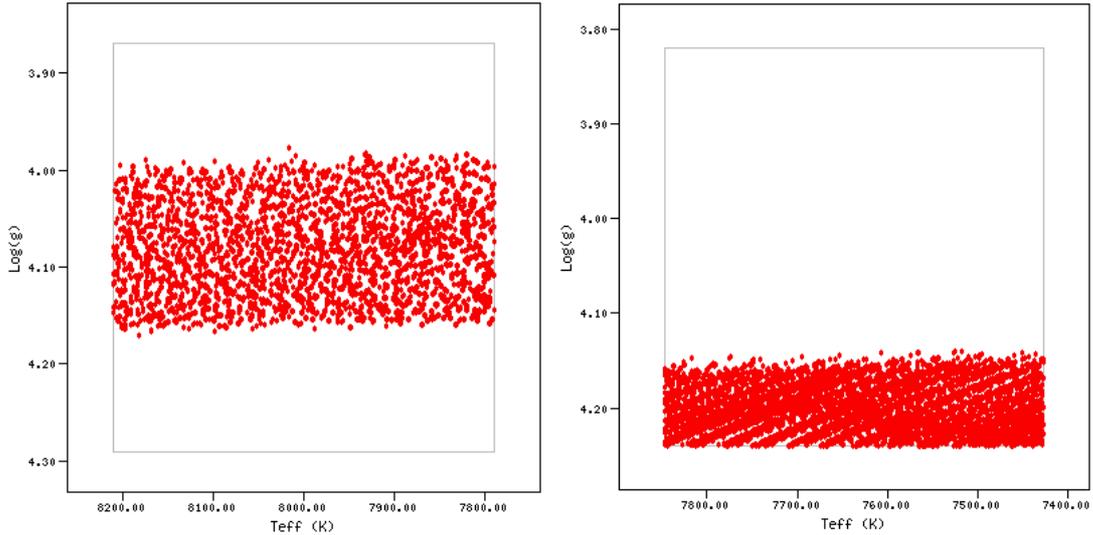


Figura 9.3: A la izquierda, caja de incertidumbre reducida de HD 174936 (5876 modelos) para todas las combinaciones de los parámetros $[\text{Fe}/\text{H}]$, α_{ML} y d_{ov} . A la derecha, el resultado del mismo procedimiento para HD 174966 (5838 modelos).

Pero VOTA reduce no sólo una variable, sino en todos los modelos, dejando aquellos que se encuentran en el rango de las variables que hallamos puesto como límites. Así, como todo observable, la cuasi periodicidad nos permite discriminar entre modelos para encontrar los más representativos de la estrella. Si representamos en un diagrama T_{eff} vs. $\log g$ cuáles serían los modelos que estarían dentro de la nueva caja de incertidumbre una vez que usamos el nuevo observable encontrado en este trabajo, obtendríamos lo que mostramos en la figura 9.3.

En estas figuras se representa el cuadro que contiene la caja de incertidumbre obtenida a partir de las observaciones desde tierra. Los puntos rojos muestran la distribución de modelos que restan una vez que aplicamos la gran separación. Para todas las combinaciones de parámetros, las cajas de incertidumbre se reducen de manera similar. Esto se debe a que la gran separación es dependiente de $\bar{\rho}$. Por este motivo, también es fácil entender que la reducción de las cajas sea sólo en observable $\log g$ y no afecte a T_{eff} .

Los modelos representativos de cada estrella se ven reducidos de la siguiente manera. Para HD 174936 y todas las combinaciones de $[\text{Fe}/\text{H}]$, α_{ML} y d_{ov} que hemos tenido en cuenta, obteníamos originalmente 19382 modelos y con la gran separación se reducen a 5876. Para el caso de HD 174966 es algo mayor, pues pasamos de 24520 a 5838. Esto supone que para la primera estrella conseguimos una reducción de un 70 % y para la segunda un 76 %. La disminución para esta última se produce en la zona en la que los modelos van siendo más jóvenes (a menores valores de $\log g$, en rasgos generales). En esta zona también deberían encontrarse estrellas PMS (*Pre-Main Sequence*), que, en la base de datos utilizada en este trabajo, no están incluidas. Ampliar los modelos calculando estos objetos, podría hacer que la reducción fuese menos drástica.

Pero, al reducir el número de modelos representativos de cada estrellas, también se reducen los parámetros físicos que con ellos se calculan. La tabla 9.1 muestra el resultado de la reducción de todos estos parámetros: la masa, el radio, la luminosidad, la densidad media, la edad y el hidrógeno en el centro. La reducción en un 32 y 44 % en masa, de un 55 y 77 % en radio, de un 70 y 75 % en densidad y de un 36 y 18 %

Star ID	M (M_{\odot})	R (R_{\odot})	L (L_{\odot})	$\bar{\rho}$ ($g \cdot cm^{-3}$)	Edad (Ma.)	H _c
HD 174936	[1.32, 2.09]	[1.36, 2.77]	[6.20, 30.95]	[0.14, 0.74]	[523, 2398]	[0, 0.7473]
HD 174966	[1.35, 2.20]	[1.46, 3.02]	[5.87, 30.94]	[0.113, 0.61]	[434, 2244]	[0, 0.7373]
HD 174936	[1.39, 1.91]	[1.65, 2.28]	[9.13, 20.68]	[0.23, 0.44]	[769, 2155]	[0.1202, 0.7473]
HD 174966	[1.35, 1.78]	[1.46, 1.85]	[5.87, 11.36]	[0.39, 0.61]	[434, 1913]	[0.3099, 0.7373]

Tabla 9.1: Resultado de usar el nuevo observable encontrado en este trabajo para hallar la nueva caja de incertidumbre de las estrellas δ -Sct. Los valores superiores son los que encontramos cuando construimos las cajas de incertidumbre usuales. Los inferiores son los resultantes de aplicar el valor de la gran separación encontrada durante este trabajo.

en edad, para HD 174936 y HD 174966, respectivamente, convierten este análisis en el más preciso hecho para estrellas δ -Sct sin compañeras hasta la fecha.

El observable $\log g$ sólo se ve reducido en su valor mínimo, quedando el máximo inalterable. Para HD 174936, pasamos de tener un valor $\log g = [3.87, 4.29]$ a $[3.98, 4.17]$, mientras que para HD 174966 teníamos originalmente $\log g = 3.83$ y, usando la gran separación, se reduce hasta 4.14 (el límite inferior de la caja, el de $\log g = 4.24$, no se reduce porque coincide con la medida por fotometría Strömgren).

Este parámetro se ha obtenido a partir de fotometría Strömgren (Moon & Dworetzsky, 1985). Sin embargo, las calibraciones fotométricas para este sistema de estrellas con alta rotación, como los casos que nos ocupan, no son muy precisas. Mantegazza, L. (comunicación interna) utilizando varios métodos obtiene un valor de $\log g = 4.16$. Este valor concuerda bien con la reducción que nosotros hemos conseguido usando la gran separación. Esta es la primera corroboración del método presentado en esta tesis.

Breger et al. (2009) también utilizan la cuasi periodicidad que encuentran en su trabajo para reducir las incertidumbres de los parámetros físicos. El reducido número de frecuencias observadas, en comparación con las obtenidas en este trabajo, provoca inevitables limitaciones en los resultados. No obstante, la imprecisión más fuerte está impuesta por el método que proponen, pues ya adolece de ciertas suposiciones que en este trabajo desmentimos.

En primer lugar, para aplicar su método es necesario identificar el primer modo radial en el espectro de frecuencias. Puesto que suponen que los modos se agrupan en paquetes alrededor de los radiales, el primer radial estará alrededor (o será) de la primera frecuencia detectada. Sin embargo, a la vista de la cantidad y variedad de estrellas con espectros de frecuencias que cubren los rangos de δ -Sct y γ -Dor, mostrando frecuencias cercanas a $0 \mu\text{Hz}$, esta identificación ya no es posible.

En segundo lugar, afirman que la gran separación se debe tan sólo a los modos radiales. Sin embargo, hemos visto a lo largo de este capítulo que la cuasi periodicidad la determina la zona estanca que aparece para todos los grados esféricos bajos (al menos, hasta $\ell = 3$). A la vista de estos resultados, el método que presentan Breger et al. queda invalidado.

9. DISCRIMINACIÓN USANDO LA PERIODICIDAD

Capítulo 10

Discriminación entre modelos usando fotometría Strömgren

10.1 Cocientes de amplitud y diferencias de fase de las observaciones

La fotometría Strömgren nos proporciona los valores en los filtros *ubvy* de la amplitud y de la fase de algunas frecuencias (las de mayor amplitud) para sendas estrellas de nuestro trabajo. No obstante, las magnitudes que nos servirán para discriminar entre valores de ℓ válidos serán, como vimos en la sección 2.1.b, los cocientes entre las amplitudes y las diferencias entre las fases.

Tomando como referencia el filtro *y*, el resultado del cálculo de dichos cocientes y de las diferencias se recoge en la tabla 10.1. Los errores para estos valores se han calculado usando la fórmula de dispersión de errores más usual¹.

10.2 Cálculo de nuevos modelos para la obtención de los valores teóricos de los filtros Strömgren

Para la obtención de los observables teóricos que se compararán con los valores de la fotometría Strömgren medidos es necesario el cálculo de modelos de oscilación no adiabáticos que tengan en cuenta la interacción pulsación-atmósfera. Es necesaria una atmósfera más detallada para dar cuenta de la energía que se intercambia en esta interacción. El modelo de atmósfera que deberemos utilizar debe ser dependiente de la longitud de onda y no ser puramente radiativa.

En los modelos de equilibrio de nuestra base de datos, la aproximación utilizada para calcular los parámetros de la atmósfera es la aproximación de Eddington², que considera la atmósfera puramente radiativa con la temperatura como una función exclusiva de la opacidad. Por tanto, esta aproximación no resulta útil para computar

¹Sea $\mathcal{F} = \mathcal{F}(x_n)$ una función que depende de las variables x_n con $n = [1, N]$. Si Δx_n es el error de cada una de ellas, el error en el valor de la función será:

$$\Delta \mathcal{F} = \sum_n \left| \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x_n} \right| \cdot \Delta x_n.$$

²También conocida como atmósfera de Eddington

10. DISCRIMINACIÓN USANDO FOTOMETRÍA STRÖMGREN

HD 174936			
Filtro	Frecuencia (cd^{-1})	Cocientes amplitud (mmag)	Diferencias fase (rad)
<i>uy</i>	$f_1 = 32.5980$	1.10 ± 0.48	-0.0877 ± 0.4325
	$f_2 = 35.6609$	1.48 ± 0.76	-0.1778 ± 0.5134
<i>vy</i>	f_1	1.26 ± 0.33	-0.0695 ± 0.2596
	f_2	1.27 ± 0.56	-0.0098 ± 0.4476
<i>by</i>	f_1	1.19 ± 0.32	-0.1185 ± 0.2694
	f_2	1.03 ± 0.50	0.033 ± 0.492
HD 174966			
Filtro	Frecuencia (cd^{-1})	Cocientes amplitud (mmag)	Diferencias fase (rad)
<i>uy</i>	$f_1 = 23.19481$	1.21 ± 0.16	0.1456 ± 0.1341
	$f_2 = 26.95847$	1.30 ± 0.22	0.1795 ± 0.1745
	$f_3 = 21.42085$	1.32 ± 0.56	0.2522 ± 0.4197
<i>vy</i>	f_1	1.29 ± 0.12	-0.0604 ± 0.0905
	f_2	1.47 ± 0.17	-0.0522 ± 0.1167
	f_3	1.45 ± 0.42	-0.3302 ± 0.2845
<i>by</i>	f_1	1.15 ± 0.11	-0.0216 ± 0.0922
	f_2	1.35 ± 0.16	-0.0359 ± 0.1175
	f_3	1.16 ± 0.35	-0.1958 ± 0.3014

Tabla 10.1: Resultado del cálculo del cociente de amplitudes y diferencias de fase, tomando como referencia el filtro *y*, para las dos estrellas estudiadas en este trabajo.

los observables no adiabáticos. La atmósfera que usaremos en esta sección será la denominada atmósfera de Kurucz (ver sección 4.2).

Por otro lado, ya hemos comentado en la sección 4.2 que los modelos computados con el código CESAM pueden no ser demasiado precisos en su descripción de ciertas variables cuanto poseen 2000 puntos de malla, como son los de nuestra base de datos. Según las comparaciones de ESTA preparativas para el lanzamiento de la misión CoRoT (Moya et al., 2008), son necesarios 4000 puntos para asegurar la correcta distribución de todas las variables.

Necesitamos tener en cuenta todos estos detalles para poder calcular el valor teórico de los observables no adiabáticos. Este cálculo lo llevaremos a cabo utilizando el código GRACO. Los modelos recorren el rango $[0, 3]$ en grado esférico, pues, como supusimos en la sección 7.1, las frecuencias de mayor amplitud son las de menor ℓ . Con las observaciones fotométricas desde Tierra hemos conseguido detectar dos frecuencias para HD 174936 y 3 para HD 174966, que corresponden a las de mayor amplitud obtenidas por CoRoT.

Así, hemos calculado, para la estrella HD 174936, cinco modelos para cada combinación de parámetros $[\text{Fe}/\text{H}]$, α_{ML} y d_{ov} . Estos cinco modelos corresponden a las cuatro esquinas más el centro de la caja de incertidumbre reducida tal y como resultó de usar la cuasi periodicidad en la sección 9.3. Hemos computado los modelos para cada combinación de parámetros tal que, fijando dos de ellos, variamos el tercero. Obtenemos un total de treinta y cinco modelos.

Como veremos en la sección 10.3, todas las combinaciones de parámetros dan resultados idénticos en la identificación del grado ℓ . Sólo hay discrepancias para los valores de $\alpha_{ML} = 1.5$, donde las medidas de fotometría Strömgren muestran que, en el caso de las estrellas δ -Sct, $\alpha_{ML} < 1.5$. Teniendo en cuenta este resultado obtenido para HD 174936, no es necesario computar tal cantidad de modelos para las distintas combinaciones de parámetros de HD 174966, para la que sólo hemos calculado el modelo central con $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.12$, $\alpha_{ML} = 0.5$ y $d_{ov} = 0.2$.

10.3 Identificación del grado ℓ

Una vez que tenemos las medidas de la fotometría en los filtros *uvby* y los modelos representativos de nuestras estrellas, podemos identificar el grado ℓ de cada frecuencia construyendo un diagrama de diferencias de fase versus cociente de amplitudes, tal y como describíamos en la sección 2.1.b. En las figuras 10.1, 10.2, 10.3 y 10.3, se muestran los resultados de dichas representaciones para ciertas combinaciones de parámetros que comentaremos a continuación. Los diagramas para el resto de combinaciones se muestran en el apéndice C.

En las gráficas, cada pareja de filtros tiene un color y cada valor de ℓ calculado en los modelos teóricos tiene un símbolo distinto. Así, la medida con su error se representa como una caja y cada modelo calculado (recordemos que son las cuatro esquinas y el centro de la caja de incertidumbre reducida utilizando la gran separación) está representado por una serie de puntos, uno para cada valor de ℓ , unidos por líneas de distintos tipos; también los valores que no están unidos por ninguna línea corresponden al mismo modelo. En el título de cada gráfica podemos leer, además, la frecuencia a la que corresponden los valores representados, la ID de CoRoT de la estrella estudiada y la combinación de parámetros usada para el cálculo de los modelos de referencia en dicho caso.

Las figuras 10.1 y 10.2 muestran los diagramas de identificación modal obtenidos para las dos frecuencias de mayor amplitud observadas de HD 174936, una de 32 cd^{-1}

10. DISCRIMINACIÓN USANDO FOTOMETRÍA STRÖMGREN

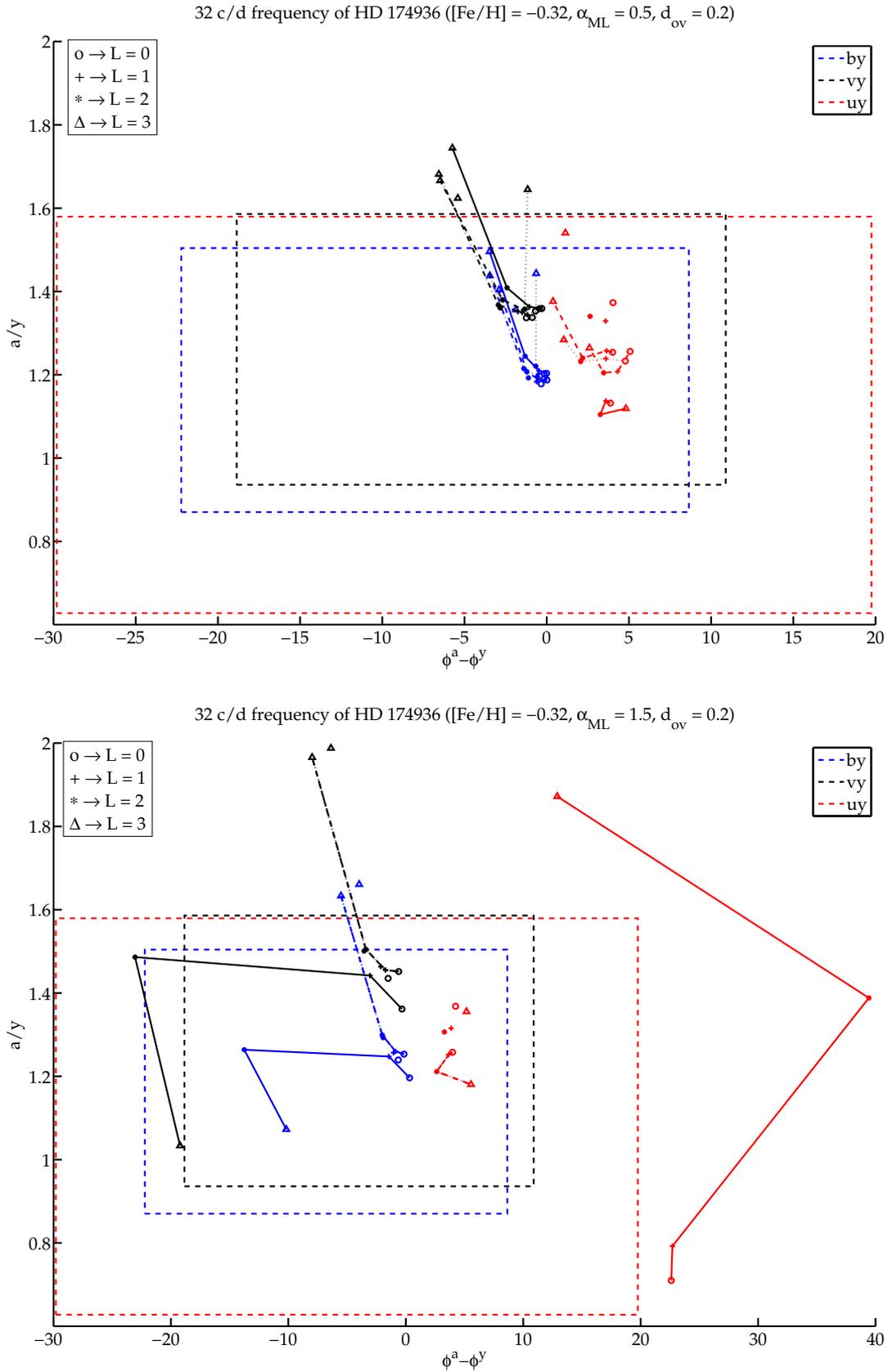


Figura 10.1: Gráficas para la identificación modal por fotometría Strömgen de la estrella HD 174936. En el cuadro superior, resultados de las medidas en los distintos filtros y del cálculo de los modelos para la frecuencia de mayor amplitud, 32 cd^{-1} , con la combinación de parámetros $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.32$, $\alpha_{ML} = 0.5$ y un d_{ov} de 0.2. En el cuadro inferior, lo mismo pero con $\alpha_{ML} = 1.5$.

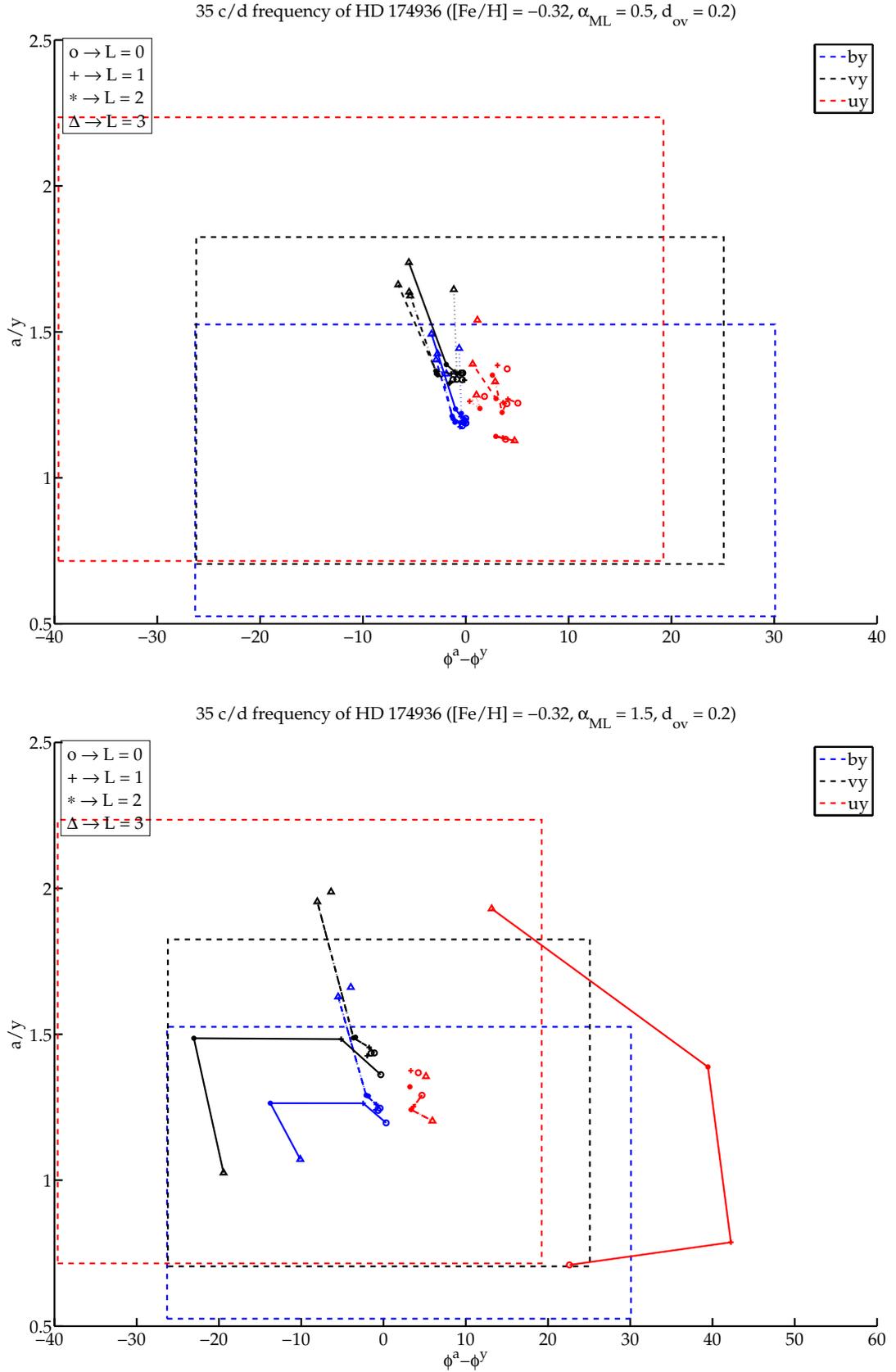


Figura 10.2: Gráficas para la identificación modal por fotometría Strömgren de la estrella HD 174936. En el cuadro superior, resultados de las medidas en los distintos filtros y del cálculo de los modelos para la frecuencia de 35 cd^{-1} , con la combinación de parámetros $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.32, \alpha_{\text{ML}} = 0.5$ y un d_{ov} de 0.2. En el cuadro inferior, lo mismo pero con $\alpha_{\text{ML}} = 1.5$.

($\sim 377 \mu\text{Hz}$), la mayor de las dos, y otra de 35 cd^{-1} ($\sim 413 \mu\text{Hz}$), respectivamente. Las dos corresponden a la combinación de parámetros $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.32$, $\alpha_{ML} = 0.5$ y $d_{ov} = 0.2$, para las gráficas superiores, y los mismos, pero cambiando $\alpha_{ML} = 1.5$.

Para el caso de la frecuencia de mayor amplitud (32 cd^{-1}) y $\alpha_{ML} = 0.5$ (cuadro superior), la gráfica muestra que los valores $\ell = 3$ caen fuera de la caja de error sólo para el filtro v , aunque para cualesquiera de los modelos calculados. Esto es suficiente para descartar ese valor como el propio de esta frecuencia en toda la caja de incertidumbre de la estrella.

Para esta misma frecuencia, pero para los modelos con $\alpha_{ML} = 1.5$ (cuadro inferior), el comportamiento teórico, sobre todo del filtro u de los cocientes de amplitudes y diferencias de frecuencia se vuelve algo caótico, provocando incongruencias entre los resultados. Este comportamiento se debe a que, para nuestras estrellas de estudio, la eficiencia convectiva es menor que la que se obtiene con valores tan altos del parámetro de la longitud de mezcla, produciendo valores incontrolados de los parámetros físicos que dependen de la atmósfera.

Este comportamiento ya fue predicho por los trabajos de Dupret et al. (2003) y Moya et al. (2004), y corroborado observacionalmente por Casas et al. (2006). Recientes estudios hechos con simulaciones 3D muestran que la eficiencia convectiva disminuye con el aumento de T_{eff} (Weiss, 2011).

En cuanto a las gráficas en que mostramos los resultados de la frecuencia de 35 cd^{-1} , figura 10.2, obtenemos conclusiones similares que para la otra frecuencia. En el caso de $\alpha_{ML} = 0.5$, ninguno de los valores del grado esférico es descartable, con lo que tomaremos esta frecuencia como correspondiente a un $\ell \leq 3$. Por su parte, el caso con $\alpha_{ML} = 1.5$, muestra valores incongruentes parecidos al caso de la frecuencia de 32 cd^{-1} .

Para el caso de la estrella HD 174966, la figura 10.3 muestra los casos de las tres frecuencias observadas. Como ya dijimos anteriormente, para esta estrella sólo hemos calculado modelos para la combinación de parámetros central, $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.12$, $\alpha_{ML} = 0.5$ y d_{ov} de 0.2, ya que, como hemos visto para el caso de HD 174936, el resultado para el resto de combinaciones no cambia. Así, también asumimos el resultado discutido anteriormente: $\alpha_{ML} \leq 1.0$.

De manera análoga al caso anterior de nuestra primera estrella, podemos concluir que los órdenes válidos para las distintas frecuencias son los siguientes: para la frecuencia de mayor amplitud, 23 cd^{-1} , $\ell = 0$ ó 1; para la de 27 cd^{-1} , $\ell \leq 2$; y, para el caso de 21 cd^{-1} , tenemos una situación especial en la que un filtro parece indicar que *no* es un $\ell = 3$ y otro que *sí* lo es (de hecho, parece mostrar que ése es el grado esférico del modo en cuestión). Este conflicto podría ser un indicativo de que se trata de un modo acoplado por rotación.

La elevada rotación de HD 174966 (125 km s^{-1}) invalida la aproximación de segundo orden con acoplamiento que utilizan los códigos más avanzados de pulsación como FILOU. Aunque no podemos hacer un modelo lo suficientemente representativo, sí podemos comprobar, al menos, si éste pudiera ser un modo acoplado.

Para ello, hemos generado un modelo con rotación hasta un grado $\ell = 3$. El resultado indica que se trata de un modo acoplado entre un $\ell = 0$ y un $\ell = 2$, con lo que podemos descartar que se trate de un $\ell = 3$. Los coeficientes de acoplamiento son 0.2 y 0.8, respectivamente. En Suárez et al. (2006) y Suárez et al. (2007), los autores muestran que los coeficientes de acoplamiento no dependen de la velocidad de rotación, aunque sí el valor de la frecuencia. Ello implicaría que, de ser un modo acoplado con esos valores del grado angular, el nivel de acoplamiento es el correcto, a pesar de estar utilizando una aproximación de segundo orden.

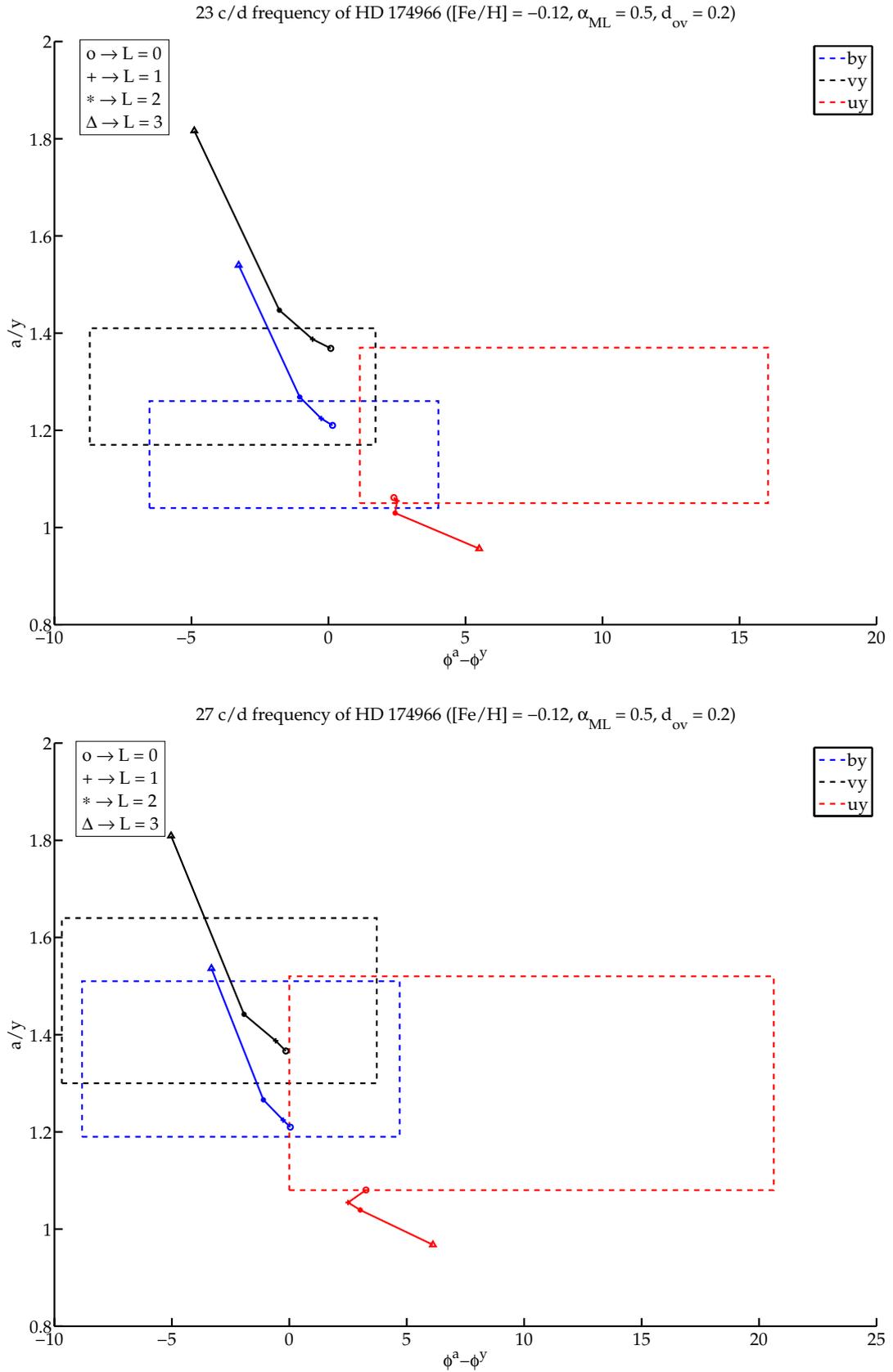


Figura 10.3: Gráficas para la identificación modal por fotometría Strömgren de la estrella HD 174966. En el cuadro superior, resultados de las medidas en los distintos filtros y del cálculo de los modelos para la frecuencia de mayor amplitud, 23 cd^{-1} , con la combinación de parámetros $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.12$, $\alpha_{\text{ML}} = 0.5$ y un d_{ov} de 0.2. En el cuadro inferior, la misma representación para la frecuencia de 27 cd^{-1} .

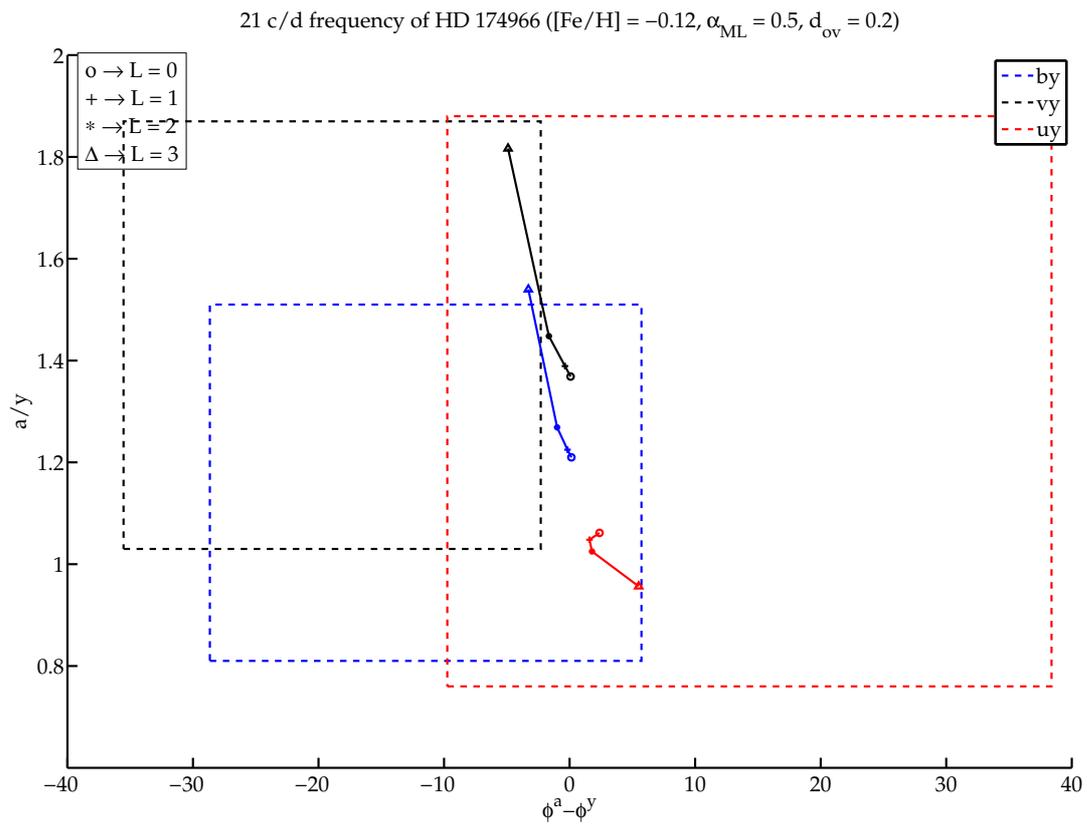


Figura 10.3 cont.: Gráfica para la identificación modal por fotometría Strömgren de la estrella HD 174966. Resultados de las medidas en los distintos filtros y del cálculo de los modelos para la frecuencia de 21 cd^{-1} , con la combinación de parámetros $[Fe/H] = -0.12$, $\alpha_{ML} = 0.5$ y un d_{ov} de 0.2.

HD	174936		174966		
f (cd^{-1})	32.5980	35.6609	23.19481	26.95847	21.42085
ℓ	0, 1, 2	0, 1, 2, 3	0, 1	0, 1, 2	0 & 2

Tabla 10.2: Resumen de la identificación modal por Strömgren para las frecuencias de mayor amplitud observadas. La primera fila muestra el nombre de la estrella, la segunda la frecuencia detectada y la tercera la identificación del grado esférico.

10.4 Discriminación de modelos con órdenes válidos

Utilizando la información obtenida en la sección anterior y que resumimos en el cuadro 10.2, procedemos a la discriminación de modelos representativos de la manera que explicamos a continuación.

Buscamos los modelos cuyas frecuencias más cercanas a los valores observados poseen grados ℓ del valor que hemos identificado. Así, buscamos las frecuencias que se encuentran en el rango $f_{\text{obs}} \pm 2.5\%$, donde f_{obs} es la frecuencia observada. Este rango corresponde al de la máxima corrección que podría aplicarse a las frecuencias si se tuviesen en consideración todos los factores que la afectan (Casas et al., 2006).

Si el valor de ℓ correspondiente a esa frecuencia es uno de los identificados en la sección anterior para la frecuencia observada y esto ocurre para todas las frecuencias observadas, seleccionaremos éste como representativo de la estrella. Hemos descartado la información del modo acoplado, ya que los modelos de la base de datos no tienen en cuenta la rotación. Discriminaremos sólo los modelos que quedaron después de usar la cuasi periodicidad.

El resultado de aplicar la identificación modal por fotometría Strömgren, se muestra en la figura 10.4. En esta figura representamos las sucesivas discriminaciones que hemos ido aplicando a lo largo de este trabajo. El cuadro izquierdo corresponde a la estrella HD 174936, mientras que el derecho es el de HD 174966. Los puntos negros son los modelos representativos de sendas estrellas contenidas dentro de los rangos de error de los observables usuales. Los puntos rojos son los modelos que cumplen la gran separación observada. Y los verdes son los que resultan de discriminar a los restantes de la operación anterior la identificación modal.

De los 19382 modelos representativos de HD 174936 que teníamos al principio, hemos pasado a tener 2792. En el caso de HD 174966, hemos pasado de tener 24520 a 751. Esto supone una reducción del 86 % para la primera estrella y de un 97 % para la segunda. Esta drástica reducción demuestra el potencial del procedimiento presentado en esta tesis. No obstante, la reducción en los parámetros físicos no ha sido tan pronunciada.

La reducción final en estos parámetros se muestra en la tabla 10.3. En esta tabla se resume el proceso llevado a cabo durante todo el trabajo. Las dos primeras filas, justo debajo de donde se indican las variables listadas, corresponden a la caja de incertidumbre original, obtenida por fotometría. Las dos siguientes muestran el resultado de la reducción al aplicar el valor de la gran separación. Y las dos últimas son el resultado del proceso combinado de todos los métodos, incluido el último de identificación modal.

Se observa claramente cómo afecta cada observable a la determinación de la física de la estrella. La gran separación es función de la densidad media y por eso su

10. DISCRIMINACIÓN USANDO FOTOMETRÍA STRÖMGREN

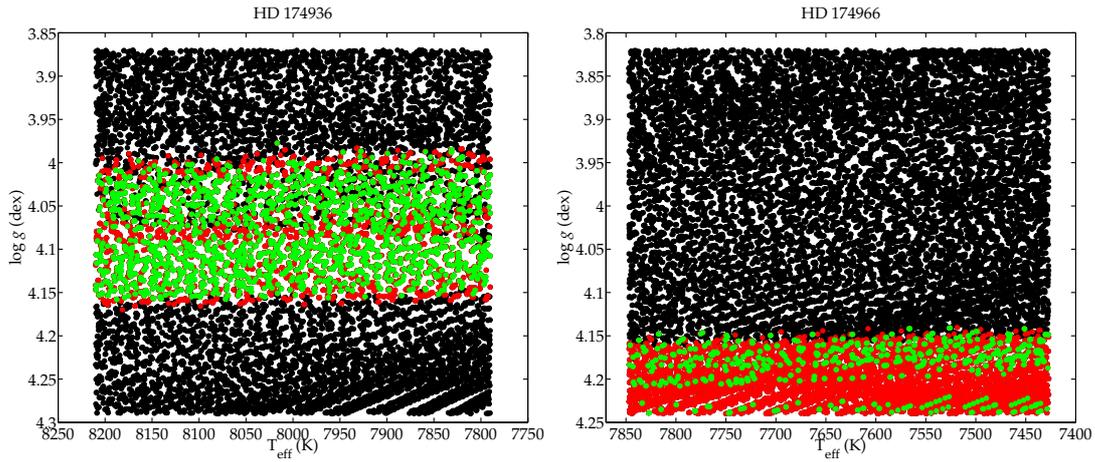


Figura 10.4: Diagramas T_{eff} vs. $\log g$ que muestran cómo se hemos ido reduciendo el número de modelos con los observables utilizados para discriminar. En negro están representados los modelos originales según la caja de incertidumbre, en rojo se muestran los modelos que restan luego de eliminar aquellos que no mostraban la periodicidad observada y en verde están dibujados los que quedan después de usar la identificación modal por fotometría Strömgren.

medida también reduce otras variables relacionadas con ella, pero no T_{eff} , $[\text{Fe}/\text{H}]$, α_{ML} ni d_{ov} . Por su parte, la identificación modal por fotometría Strömgren depende de los parámetros convectivos y, sobre todo, de la eficiencia, por lo que se refleja en α_{ML} . Ninguno de los dos procedimientos es capaz de discriminar en T_{eff} ni en $[\text{Fe}/\text{H}]$.

Para ninguna otra δ -Sct observada desde Tierra se había conseguido llevar a cabo un análisis tan detallado, ni para FG Vir ni para 44 Tau, las estrellas con más frecuencias detectadas hasta ahora. Esto supone un paso importante no sólo en la comprensión de la física, sino en la manera de estudiarlas debido a las innovadoras herramientas que en este trabajo presentamos.

Star ID	T_{eff} (K)	$\log g$	[Fe/H]	α_{ML}	d_{ov}	M (M_{\odot})	R (R_{\odot})	L (L_{\odot})	$\bar{\rho}$ ($\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$)	Edad (Ma.)	H_c
HD 174936	[7790, 8210]	[3.87, 4.29]	[-0.52, -0.12]	[0.5, 1.5]	[0.1, 0.3]	[1.32, 2.09]	[1.36, 2.77]	[6.20, 30.95]	[0.14, 0.74]	[523, 2398]	[0, 0.7473]
HD 174966	[7427, 7847]	[3.82, 4.24]	[-0.32, 0.08]	[0.5, 1.5]	[0.1, 0.3]	[1.35, 2.20]	[1.46, 3.02]	[5.87, 30.94]	[0.113, 0.61]	[434, 2244]	[0, 0.7373]
HD 174936	[7790, 8210]	[3.98, 4.17]	[-0.52, -0.12]	[0.5, 1.5]	[0.1, 0.3]	[1.39, 1.91]	[1.65, 2.28]	[9.13, 20.68]	[0.23, 0.44]	[769, 2155]	[0.1202, 0.7473]
HD 174966	[7427, 7847]	[4.14, 4.24]	[-0.32, 0.08]	[0.5, 1.5]	[0.1, 0.3]	[1.35, 1.78]	[1.46, 1.85]	[5.87, 11.36]	[0.39, 0.61]	[434, 1913]	[0.3099, 0.7373]
HD 174936	[7790, 8210]	[3.98, 4.16]	[-0.52, -0.12]	[0.5, 1.0]	[0.1, 0.3]	[1.39, 1.89]	[1.66, 2.26]	[9.43, 19.80]	[0.23, 0.44]	[779, 2154]	[0.1202, 0.7473]
HD 174966	[7427, 7847]	[4.14, 4.24]	[-0.32, 0.08]	[0.5, 1.0]	[0.1, 0.3]	[1.36, 1.76]	[1.47, 1.85]	[5.99, 11.65]	[0.39, 0.61]	[539, 1906]	[0.3254, 0.5634]

Tabla 10.3: Tabla que muestra la evolución de los distintos parámetros físicos durante la aplicación de los métodos expuestos en esta tesis. Las dos primeras filas, por debajo de la fila con la identificación de las variables, corresponden a los valores originales obtenidos con la caja de incertidumbre fotométrica. Las dos siguientes son valores obtenidos una vez aplicada la discriminación usando el valor de la gran separación. Mientras que las dos últimas filas son el resultado final de aplicar, a los valores previos, la identificación modal encontrada en este capítulo. Los parámetros físicos listados son la temperatura efectiva, el logaritmo de la gravedad, la metalicidad, el parámetro de escala de la MLT, el *overshooting*, la masa, el radio, la luminosidad, la densidad media, la edad y el hidrógeno en el centro de la estrella.

10. DISCRIMINACIÓN USANDO FOTOMETRÍA STRÖMGREN

Parte IV

Conclusiones y trabajo futuro

El mundo aplasta el polvo bajo sus pies,
pero el que busca la verdad ha de ser tan humilde
que incluso el polvo pueda aplastarlo.

Mohandas Karamchand Gandhi

Conclusiones

Este capítulo resumimos las conclusiones que hemos encontrado a lo largo de todo el trabajo desarrollado y aquí expuesto. Éstas son:

- Hemos portado un código de evolución estelar, CESAM, y un código de pulsación, GRACO, al GRID y hemos creado una base de datos que, de momento, contiene ~ 600.000 modelos de cada código para una combinación de parámetros que cubren los rangos usuales en los que se encuentran las δ -Sct: $M = [1.25, 2.20] M_{\odot}$, $[Fe/H] = [0.08, -0.52]$, $\alpha_{ML} = [0.5, 1.5]$, $d_{ov} = [0.1, 0.3]$ y $\ell = [0, 3]$. La importancia de esta migración no sólo se debe a que hallamos computado tal cantidad de modelos, sino a que podemos ampliarla según las necesidades en un tiempo razonable. El cómputo, por ejemplo, de otros 600.000 modelos, sólo con los procesadores del nodo del IAA (CSIC) que suman 512 núcleos, llevaría no más de 2 semanas.
- Hemos desarrollado una aplicación para el observatorio virtual español, VOTA, que proporciona las herramientas necesarias para la explotación de bases de datos de modelos, como la que hemos descrito en el punto anterior, y que sirvió como prueba durante el testeo de la misma. Esta aplicación permitirá incluir cualquier modelo de evolución estelar y de pulsación de otros códigos o ampliar las ya existentes y proporciona herramientas de análisis como la representación gráfica de las distintas variables, así como la posibilidad de descargar aquéllos que puedan ser de interés para el usuario.
- Hemos obtenido los espectros de frecuencias de HD 174936 y HD 174966 observadas durante el primer *short-run* de 27 días de CoRoT. HD 174936 muestra 422 frecuencias, convirtiéndose en la δ -Sct con mayor número de modos observados, después de HD 50844, mientras que para HD 174966 hemos detectado 185. Ambas cubren un rango de frecuencias amplio, entre 0 y 1000 μHz , que ninguna teoría de pulsación basada en la opacidad es capaz de explicar, ni siquiera la TDC, hecho que está siendo cada vez más usual en las estrellas observadas por los satélites. Hemos aplicado la nueva clasificación propuesta por Uytterhoeven et al. en base a estos resultados y concluimos que HD 174936 es una estrella híbrida (δ -Sct- γ -Dor) y HD 174966 es una δ -Sct pura, HADS en la clasificación usual.

11. CONCLUSIONES

- Hemos mostrado que el análisis de Fourier es el adecuado para la búsqueda de patrones en los periodogramas. Usando este análisis hemos encontrado patrones cuasi periódicos en las frecuencias de mayor amplitud de dos estrellas δ -Sct observadas con CoRoT, HD 174936 y HD 174966, con unos valores de $\sim 26 \mu\text{Hz}$ y de $\sim 64 \mu\text{Hz}$, respectivamente. Puesto que son las frecuencias de mayor amplitud, corresponderán, en su mayor parte, a ℓ bajos, por lo que es difícil que la cuasi periodicidad observada pueda deberse a desdoblamiento por rotación. Además, también encontramos esta cuasi periodicidad en los modelos sin rotación representativos de sendas estrellas y con valores idénticos, lo que refuerza la suposición anterior.
- Hemos comprobado que la cuasi periodicidad se encuentra también en los modelos teóricos sin rotación y la hemos identificado como un estancamiento en el crecimiento de la gran separación (definida en el sentido usual $\Delta\nu_\ell = \nu_{n+1,\ell} - \nu_{n,\ell}$). Además, hemos mostrado que existe una relación potencial entre $\Delta\nu$ y $\bar{\rho}$ de la estrella. Si bien se observa una pequeña dispersión, la relación es muy compacta, no dependiente de $[\text{Fe}/\text{H}]$ ni de los parámetros de la convección, α_{ML} y d_{ov} , y permite obtener valores precisos de la densidad a partir de la gran separación. Con esta identificación y los modelos, hemos llegado a la conclusión de que HD 174936 posee una $\Delta\nu = [45, 60] \mu\text{Hz}$ y para HD 174966, por su parte, $\Delta\nu = [60, 80] \mu\text{Hz}$.
- Hemos encontrado la corrección necesaria para poder contrastar la $\Delta\nu$ medida usando la FT en las observaciones, con la teórica calculada mediante VO. Ambos métodos son equivalentes cuando se elige para su cálculo en el Observatorio Virtual el rango de frecuencias observado más los modos con $n \geq 1$. El rango de frecuencias observado es necesario por consistencia, mientras que la elección del orden radial permite evitar los modos g (la gran separación es una relación exclusiva de los modos p). El modo fundamental también lo evitamos, porque puede modificar el resultado de la media, ya que su imperante relación con el primer armónico, $f_0/f_1 = 0.77$, no tiene por qué corresponderse con los valores de $\Delta\nu$.
- Haciendo uso de los valores de $\Delta\nu$ encontrados, hemos constreñido la incertidumbre inicial en el valor de $\bar{\rho}$. Así, para HD 174936 hemos obtenido una reducción del 65 %, mientras que para HD 174966 conseguimos una reducción del 56 %. Así también, utilizando la base datos podemos aplicar este valor de la gran separación para discriminar entre los modelos representativos de cada estrella contenidos en las cajas de incertidumbre usuales. De este modo, pasamos de los 19382 modelos representativos de HD 174936 a 5876, después de usar el valor mencionado; y, para HD 174966, reducimos los 24520 modelos iniciales a 5838. Esto supone un 70 % y un 76 %, respectivamente, reducción que, aunque no en la misma medida, se refleja en el resto de las variables físicas de la estrella. Las únicas variables que no se ven afectadas de reducción son T_{eff} , $[\text{Fe}/\text{H}]$ y los parámetros relativos a la convección, α_{ML} y d_{ov} .
- Hemos llevado a cabo una identificación modal por fotometría Strömgren de algunas de las frecuencias de mayor amplitud para las estrellas de nuestro estudio. Para HD 174936, hemos detectado con los datos desde Tierra, las frecuencias en $f_{a,1} = 32 \text{cd}^{-1} = 377 \mu\text{Hz}$ y en $f_{a,2} = 35 \text{cd}^{-1} = 413 \mu\text{Hz}$ (la primera y la segunda de mayor amplitud, respectivamente), mientras que para HD 174966 hemos detectados las tres primeras de mayor amplitud: $f_{b,1} = 23 \text{cd}^{-1} = 268 \mu\text{Hz}$,

$f_{b,2} = 27 \text{ cd}^{-1} = 312 \text{ } \mu\text{Hz}$ y $f_{b,3} = 21 \text{ cd}^{-1} = 248 \text{ } \mu\text{Hz}$. Los valores de ℓ identificados para cada una de las frecuencias son: $f_{a,1}$ sería un $\ell = [0, 2]$, $f_{a,2}$ estaría comprendido en el rango $\ell = [0, 3]$, y para la otra estrella $f_{b,1}$ estaría comprendida entre $\ell = [0, 1]$ y para $f_{b,2}$ obtenemos $\ell = [0, 2]$, pero $f_{b,3}$ parece ser un modo acoplado entre $\ell = 0$ y $\ell = 2$ con coeficientes de acoplamiento 0.2 y 0.8, respectivamente.

- Usamos esta identificación para seguir discriminando entre modelos representativos de la estrella, pero a partir de la primera discriminación que hicimos con $\Delta\nu$. De los diagramas diferencias de fase vs. cocientes de amplitudes, también se desprende que eficiencias convectivas altas no ajustan bien a las observaciones, i.e., para estas estrellas $\alpha \leq 1.0$. Así, la reducción total dejaría en 2790 los modelos representativos de HD 174936 y en 751 los de HD 174966. Esto supone un 86 % y un 97 % de reducción, respectivamente. Esta reducción no afecta a los parámetros físicos de la estrella, como en el caso de $\Delta\nu$, que no varían respecto a la anterior discriminación, así como tampoco T_{eff} ni $[\text{Fe}/\text{H}]$. Pero sí es capaz de discriminar en los parámetros relativos a la convección, como es α_{ML} .

11. CONCLUSIONES

Trabajo futuro

Los resultados obtenidos en este trabajo muestran que nuestra comprensión de las pulsaciones en estrellas tipo δ -Sct es muy limitada. Las nuevas observaciones con satélites están arrojando gran cantidad de datos y están poniendo a prueba lo que hasta ahora dábamos por supuesto. En este sentido, mucho queda aún por hacer, pero, a raíz del estudio presentado en esta tesis, varias líneas se pueden proseguir para avanzar en este camino. Expondremos aquí las líneas de trabajo que hay que desarrollar para responder a las cuestiones que se han planteado durante todo el estudio.

- El futuro inmediato es ampliar la base de datos, sobre todo en valores de la metalicidad, pero también en el rango de masa, hasta llegar a las estrellas de tipo solar. Este tipo de pulsadores es el principal objetivo de *Kepler* y es determinante tener listas las herramientas que permitan estudiarlos. Además, se debería ampliar la base de datos de VOTA con modelos computados con otro código que permita la comparación y que rellene el hueco que CESAM no puede abordar: la rama AGB y post-flash de helio. Todo ello formaría el paquete de trabajo de caracterización de sistemas planetarios que ya se está desarrollando para la futura misión PLATO.
- Realizar un estudio utilizando la cuasi periodicidad de la muestra que Uytterhoeven et al. presentarán como base de su nueva clasificación. Quizás ello pueda arrojar luz sobre las diferencias entre los distintos tipos, siendo capaces, así, de conseguir una clasificación más cuantitativa que cualitativa y, del mismo modo, ayudarnos a comprender el comportamiento del estancamiento de la gran separación con los distintos tipos de pulsadores.
- Hemos visto que la gran separación tiene que ver con la densidad media, pero no tanto con los parámetros de la convección. Aunque no es descartable esta relación, hemos visto que podría estar relacionada con el mecanismo de excitación de los modos (ya que la cuasi periodicidad aparece en la zona de máximo η). Con el ánimo de comprender el origen de la gran separación en las estrellas δ -Sct, habría que realizar un estudio con modelos que contuvieran otra física, como una parametrización de la convección distinta, distinta opacidad, etc. Esto podría proporcionar indicios de cuáles son los motivos que la provocan.
- Hemos comprobado que la identificación modal es de gran utilidad a la hora de discriminar entre modelos representativos de las estrellas estudiadas y, por

12. TRABAJO FUTURO

tanto, de la física de sus interiores. Así, serían muy útiles nuevas observaciones, como espectroscópicas o fotométricas con Strömgren más precisas, o métodos complementarios, como el FRM para las bajas frecuencias en estrellas híbridas como HD 174936 o el estudio de un sistema binario separado (para evitar posibles excitaciones debidas a efectos de marea).

- La rotación tiene efectos no despreciables tanto en los modelos de equilibrio como en los de pulsación. Es importante, por tanto, ampliar la base de datos para tener en cuenta estos efectos y ver cómo influyen en el valor de la cuasi periodicidad. Además, la determinación del ángulo de inclinación a partir de espectroscopía permitiría diferenciar, en los casos de dudas, entre una cuasi periodicidad debida a la gran separación o a efectos de rotación. Estudios de δ -Sct poco rotantes, como 44 Tau, también ayudarían a encontrar las características de cada uno de estos patrones.

Parte V
Apéndices

Pon tu corazón, tu mente, tu intelecto y tu alma
incluso en tus más pequeños actos.
En esto reside el secreto del éxito.

Swami Sivananda.

Apéndice A

Frecuencias encontradas para HD 174936

En este apéndice listamos todas las frecuencias encontradas para la estrella HD 174936.

i	freq (c/d)	Ampl (mmag)	Phase (rad)	sig	rms (mmag)
1	32.59856949	2.1216	2.395288	7225.844	2.122
2	35.65822312	1.0158	2.486353	3624.781	1.495
3	35.82316189	0.7157	-0.411712	2155.327	1.292
4	31.11058413	0.5646	2.665134	1784.588	1.191
5	29.30857423	0.5463	1.184620	1714.847	1.114
6	31.79201646	0.5303	-0.817776	1862.847	1.046
7	27.81356301	0.3623	-1.359836	908.218	0.975
8	33.49080418	0.3193	-2.553090	825.756	0.944
9	31.05789316	0.2997	2.229602	713.637	0.916
10	33.34080444	0.2906	-0.047517	725.392	0.893
11	13.65217685	0.2759	-2.436939	707.305	0.870
12	0.05703166	0.2947	-0.003129	658.681	0.848
13	40.25335199	0.2407	-0.773566	618.914	0.829
14	36.37860618	0.2162	-2.052278	547.504	0.810
15	27.05351826	0.2232	-3.136989	522.735	0.795
16	4.32305059	0.2343	-1.333121	542.166	0.780
17	21.89159010	0.2081	2.162397	530.202	0.765
18	34.10273802	0.1873	3.014044	425.376	0.751
19	24.39438984	0.1722	0.855631	384.367	0.740
20	39.07015345	0.1740	0.189109	382.240	0.730
21	36.75409664	0.1624	-2.492405	382.404	0.720
22	30.50386759	0.1701	0.684364	386.192	0.710
23	2.19027978	0.1529	0.992449	319.051	0.701
24	15.56429237	0.1464	0.358885	324.508	0.693
25	19.29104143	0.1428	1.955893	330.123	0.685
26	38.18628638	0.1265	0.543354	275.504	0.677

A. FRECUENCIAS ENCONTRADAS PARA HD 174936

27	28.25829334	0.1349	-0.936464	279.043	0.671
28	35.52946280	0.1123	-2.605288	234.027	0.664
29	18.82635651	0.1183	2.375951	228.656	0.659
30	40.18442027	0.0976	0.832807	230.627	0.653
31	1.89881897	0.1059	2.960284	224.509	0.648
32	0.10902264	0.1512	-1.348554	215.163	0.643
33	35.62455049	0.0964	1.679482	218.065	0.638
34	2.30263739	0.1120	-0.547070	210.700	0.633
35	37.85748889	0.1027	-0.541969	211.290	0.628
36	31.20382877	0.0997	2.461095	209.198	0.624
37	37.48735055	0.1134	0.741962	209.237	0.619
38	2.39270087	0.1061	1.065636	210.058	0.614
39	53.68998252	0.0978	-0.447769	198.966	0.610
40	4.81579927	0.1075	-1.163954	200.008	0.606
41	45.71460589	0.0978	-1.037892	190.809	0.601
42	35.36087443	0.0888	1.989262	177.545	0.597
43	38.93299170	0.0928	-1.371586	176.997	0.594
44	11.23851905	0.0985	0.578710	171.763	0.590
45	26.20918771	0.0912	2.614639	181.165	0.586
46	29.84734370	0.0909	1.160434	172.152	0.583
47	48.87780781	0.0758	-0.041618	166.172	0.579
48	24.34752268	0.0942	-0.055864	163.649	0.576
49	2.13465952	0.0928	2.769601	165.110	0.572
50	4.37191456	0.0875	2.381713	159.124	0.569
51	6.29013331	0.0850	1.462066	159.366	0.566
52	38.07365051	0.0778	-1.081689	146.181	0.563
53	38.48860993	0.0720	0.153327	134.991	0.560
54	40.59004463	0.0789	0.592985	137.418	0.557
55	0.37960775	0.0719	1.531740	131.097	0.554
56	33.44726791	0.0689	-2.950146	129.025	0.552
57	27.73621021	0.0679	-0.391533	129.849	0.549
58	25.20384823	0.0774	-0.834411	128.070	0.547
59	50.22698677	0.0741	-1.716880	126.212	0.544
60	6.10566555	0.0697	-1.129806	125.334	0.542
61	26.06490374	0.0634	-2.145859	122.792	0.540
62	10.03619651	0.0656	-0.129214	121.128	0.537
63	16.24700410	0.0657	1.974438	117.064	0.535
64	7.84113775	0.0570	-1.089379	117.121	0.533
65	32.99264014	0.0635	0.401876	114.587	0.531
66	30.83172176	0.0669	-1.463586	110.701	0.528
67	41.04971441	0.0679	2.706280	109.189	0.526
68	0.16419220	0.0720	0.159032	108.998	0.524
69	41.22735821	0.0626	2.389551	108.499	0.522
70	48.09854526	0.0586	-0.016056	101.207	0.520
71	40.15315003	0.0573	2.780491	99.704	0.518
72	36.43077314	0.0606	-3.124804	97.429	0.517
73	42.21909874	0.0638	-2.393092	95.197	0.515
74	28.36758813	0.0554	2.755275	95.595	0.513
75	4.77197379	0.0618	-1.279558	92.096	0.511
76	46.69939475	0.0619	-1.116902	97.899	0.510

77	48.68323978	0.0526	-1.406293	88.928	0.508
78	19.51828711	0.0496	-0.588994	85.928	0.506
79	2.42414737	0.0538	2.186534	85.668	0.505
80	31.62717415	0.0522	-0.354469	86.079	0.503
81	31.11522055	0.0595	-2.803925	86.107	0.502
82	30.76565662	0.0524	0.587393	87.404	0.500
83	56.94332318	0.0537	1.051998	86.097	0.499
84	40.76132372	0.0513	-2.472037	84.112	0.497
85	35.93324368	0.0557	-1.397619	83.207	0.496
86	50.48251722	0.0518	1.302144	79.519	0.494
87	0.46127255	0.0529	1.748758	77.844	0.493
88	36.26570742	0.0493	2.887000	76.650	0.492
89	47.37494387	0.0467	-1.049930	75.180	0.490
90	23.78889328	0.0523	-2.431661	74.641	0.489
91	3.76698183	0.0523	-2.299578	74.842	0.488
92	33.91481428	0.0481	-1.595789	74.403	0.486
93	23.47233781	0.0434	-2.342276	73.659	0.485
94	22.39345450	0.0458	-0.049777	73.399	0.484
95	30.30921126	0.0487	-0.517175	69.045	0.483
96	36.17432074	0.0449	0.719269	69.065	0.482
97	39.14659119	0.0431	1.175593	69.280	0.480
98	33.42077878	0.0432	0.103302	67.724	0.479
99	35.72861099	0.0520	0.349168	68.153	0.478
100	23.32747973	0.0429	-1.469480	67.576	0.477
101	39.49333914	0.0433	2.505167	67.414	0.476
102	34.50350787	0.0429	-1.715499	67.153	0.475
103	24.06280924	0.0455	-3.053096	66.498	0.474
104	46.92511864	0.0399	2.671391	66.174	0.472
105	26.67584245	0.0417	-2.387130	66.333	0.471
106	28.15601832	0.0483	1.981874	67.820	0.470
107	31.41715219	0.0492	2.992995	63.806	0.469
108	38.71240387	0.0498	-1.929818	63.026	0.468
109	5.13778857	0.0464	0.248306	63.124	0.467
110	0.58234846	0.0546	2.857270	62.311	0.466
111	28.50062287	0.0457	2.104582	62.187	0.465
112	51.76653222	0.0400	-1.434439	62.357	0.464
113	51.49054980	0.0426	-0.417211	62.067	0.463
114	36.70568402	0.0419	-2.285429	61.971	0.462
115	48.92434357	0.0441	-0.142042	61.139	0.461
116	44.28489439	0.0346	-2.937372	59.842	0.460
117	12.62475935	0.0426	-0.832230	60.540	0.459
118	42.08852600	0.0403	1.182113	59.543	0.458
119	37.45566336	0.0401	1.695007	57.757	0.457
120	1.85389496	0.0392	0.216080	57.553	0.456
121	40.04716864	0.0364	-1.319672	58.151	0.455
122	43.12689758	0.0408	0.115235	58.008	0.454
123	37.53458747	0.0436	2.202100	57.660	0.453
124	50.33181836	0.0376	-3.131327	57.517	0.452
125	11.53180631	0.0427	-1.973994	57.598	0.451
126	35.78632735	0.0427	2.284734	57.571	0.451

A. FRECUENCIAS ENCONTRADAS PARA HD 174936

127	38.02143222	0.0447	-1.508804	57.201	0.450
128	26.12759745	0.0396	-2.740923	56.858	0.449
129	51.56396238	0.0393	1.938416	56.196	0.448
130	4.28449786	0.0336	-2.166586	56.312	0.447
131	6.47802818	0.0391	-2.074577	54.072	0.446
132	0.21086318	0.0366	-2.214570	51.998	0.445
133	38.90492657	0.0303	-2.498653	51.389	0.444
134	52.15097574	0.0374	0.459104	49.526	0.443
135	23.19964618	0.0364	-2.354808	49.820	0.443
136	30.61437024	0.0316	-1.006111	49.397	0.442
137	41.61193555	0.0375	0.224682	49.406	0.441
138	40.21744757	0.0326	2.419281	49.555	0.440
139	45.45278321	0.0355	-2.773568	49.405	0.440
140	8.11895206	0.0365	0.445747	49.072	0.439
141	33.31033588	0.0322	3.109838	49.131	0.438
142	3.23552755	0.0349	0.138870	48.865	0.437
143	5.69232861	0.0371	0.361017	49.377	0.437
144	24.73208126	0.0348	-2.114744	49.172	0.436
145	45.90307095	0.0345	1.881675	49.330	0.435
146	14.83322425	0.0403	-0.321362	48.334	0.434
147	43.76514326	0.0323	2.174568	48.132	0.434
148	58.47670918	0.0380	-0.809887	48.323	0.433
149	26.52368773	0.0353	2.556585	48.419	0.432
150	41.50367682	0.0331	-2.260548	53.124	0.431
151	13.22974757	0.0369	2.967993	47.988	0.431
152	49.74709854	0.0357	0.844174	47.306	0.430
153	4.84839437	0.0324	0.261933	45.732	0.429
154	44.53707826	0.0365	1.530066	45.606	0.428
155	8.79524957	0.0357	-2.595397	45.548	0.428
156	0.52570537	0.0358	2.243124	45.238	0.427
157	38.62859509	0.0354	0.202640	45.026	0.426
158	46.45291513	0.0353	-0.373537	44.219	0.426
159	55.17823291	0.0353	-0.164953	44.205	0.425
160	17.88434129	0.0330	-1.890275	42.829	0.424
161	2.01486634	0.0353	-2.517249	42.831	0.424
162	13.69923689	0.0289	0.510808	42.471	0.423
163	44.32878232	0.0297	1.194334	40.869	0.423
164	56.51711310	0.0341	-0.342200	40.680	0.422
165	58.27430915	0.0295	-0.035760	40.176	0.421
166	36.05789688	0.0278	1.287806	39.450	0.421
167	36.67390619	0.0316	0.078256	39.749	0.420
168	24.42192366	0.0320	-2.415058	39.704	0.420
169	34.63580156	0.0280	0.085160	39.206	0.419
170	39.26071411	0.0299	2.509769	38.664	0.418
171	37.69724826	0.0337	1.611301	38.755	0.418
172	33.66150867	0.0334	-0.999951	38.582	0.417
173	19.11779147	0.0318	-1.687977	38.132	0.417
174	7.60033172	0.0295	0.415850	38.259	0.416
175	9.87495714	0.0284	2.500786	37.744	0.415
176	63.23952216	0.0324	2.737423	37.123	0.415

177	45.67825563	0.0339	2.491176	37.131	0.414
178	47.70567810	0.0291	-0.223235	38.179	0.414
179	5.41083929	0.0284	-1.663588	36.941	0.413
180	25.91971889	0.0287	1.846791	36.152	0.413
181	42.15811918	0.0306	-2.281039	36.028	0.412
182	55.25492370	0.0300	0.946512	36.409	0.412
183	61.27644569	0.0301	2.808906	36.128	0.411
184	32.01589969	0.0322	1.238967	36.095	0.411
185	10.96520949	0.0302	-1.364207	36.334	0.410
186	12.17568150	0.0289	-2.880064	35.604	0.410
187	12.47614164	0.0304	-2.002981	35.415	0.409
188	37.30516554	0.0315	2.882361	35.416	0.409
189	11.14986292	0.0295	-1.729942	34.915	0.408
190	43.68152020	0.0300	-0.657439	34.969	0.408
191	21.61268162	0.0271	-0.758973	34.692	0.407
192	60.81656231	0.0298	-2.210853	34.150	0.407
193	25.47577701	0.0337	2.338720	34.055	0.406
194	10.51278615	0.0303	2.195203	37.643	0.406
195	38.44516163	0.0297	2.085052	38.335	0.405
196	37.90879512	0.0278	0.872650	34.141	0.405
197	4.24602914	0.0271	1.552413	33.667	0.404
198	6.60640905	0.0250	-2.497777	33.831	0.404
199	2.22803936	0.0231	0.934580	33.755	0.403
200	34.77483191	0.0284	-0.019018	33.437	0.403
201	23.60578754	0.0268	-0.721766	32.861	0.402
202	40.48746018	0.0346	-2.473575	32.897	0.402
203	31.31954160	0.0285	1.680319	32.055	0.401
204	9.73388470	0.0231	-1.551966	31.283	0.401
205	10.26674767	0.0305	1.554474	31.367	0.400
206	4.43593333	0.0250	0.664560	30.582	0.400
207	17.41546457	0.0226	0.784288	33.923	0.399
208	27.02680823	0.0229	2.773578	31.104	0.399
209	0.92843265	0.0203	-2.385784	31.533	0.399
210	0.25852330	0.0298	0.479602	31.517	0.398
211	30.55622185	0.0317	-1.073374	30.997	0.398
212	1.80182955	0.0264	1.183121	30.850	0.397
213	2.55259236	0.0249	-0.806780	31.749	0.397
214	49.39830590	0.0244	-2.073897	30.364	0.396
215	2.89122995	0.0234	-1.876855	29.926	0.396
216	29.37828961	0.0261	1.102983	29.327	0.395
217	49.31755681	0.0257	2.039290	29.303	0.395
218	1.25267119	0.0263	0.882847	29.314	0.395
219	45.41346734	0.0274	-1.133920	29.020	0.394
220	0.73589147	0.0270	-1.903306	28.980	0.394
221	0.97396956	0.0282	-0.308956	29.083	0.393
222	51.11186060	0.0256	1.584946	28.711	0.393
223	3.67314486	0.0220	-0.456523	28.577	0.393
224	38.76855344	0.0253	-1.653969	28.591	0.392
225	38.11952261	0.0257	1.120183	28.302	0.392
226	33.21972321	0.0233	3.131852	27.978	0.391

A. FRECUENCIAS ENCONTRADAS PARA HD 174936

227	46.20322170	0.0257	0.320434	28.139	0.391
228	20.60112567	0.0243	-1.378156	27.820	0.391
229	4.74495875	0.0188	2.058356	27.698	0.390
230	0.35391741	0.0208	-0.019539	27.900	0.390
231	2.76733466	0.0235	-0.127770	26.980	0.389
232	6.53365834	0.0227	-2.487343	26.909	0.389
233	0.64062788	0.0269	0.310362	26.778	0.389
234	9.37051190	0.0233	-2.107967	26.927	0.388
235	1.02834033	0.0244	1.647138	26.482	0.388
236	26.89064078	0.0239	-3.122176	26.398	0.388
237	3.87769001	0.0211	0.040501	26.334	0.387
238	7.43070769	0.0203	0.630492	25.747	0.387
239	34.42866631	0.0222	2.460142	24.702	0.387
240	40.43962692	0.0216	-1.060249	24.527	0.386
241	22.57624701	0.0208	0.065856	24.397	0.386
242	36.82872074	0.0230	-1.503019	24.518	0.386
243	16.33777178	0.0240	-1.131172	24.328	0.385
244	31.16891776	0.0215	1.767504	24.087	0.385
245	11.42359171	0.0252	1.199352	24.080	0.385
246	47.13341369	0.0236	-0.124016	24.083	0.384
247	13.54322314	0.0229	2.658390	24.085	0.384
248	35.55563092	0.0196	-2.123409	23.651	0.384
249	13.02077984	0.0235	1.663568	23.703	0.383
250	13.96438535	0.0220	-2.280912	22.880	0.383
251	41.40289345	0.0209	3.137951	22.953	0.383
252	49.07673843	0.0244	-2.456199	22.807	0.382
253	30.20553192	0.0217	0.537286	22.761	0.382
254	34.91030872	0.0226	-0.734782	22.770	0.382
255	47.03581973	0.0234	-2.563703	22.363	0.381
256	47.41705697	0.0242	2.839846	22.221	0.381
257	47.50847960	0.0226	1.559252	24.089	0.381
258	4.20329889	0.0213	-1.265431	22.256	0.380
259	12.70072469	0.0224	2.389245	22.209	0.380
260	31.81995282	0.0219	-1.054143	22.228	0.380
261	31.71950759	0.0214	0.950026	22.701	0.380
262	0.85682733	0.0266	-3.059122	22.096	0.379
263	0.80601584	0.0261	-0.790590	23.090	0.379
264	22.21667112	0.0221	-0.385565	21.879	0.379
265	52.75383913	0.0209	0.498135	21.968	0.378
266	52.65080795	0.0222	2.350239	23.095	0.378
267	50.60683837	0.0200	2.855248	22.167	0.378
268	55.38957610	0.0219	-2.763173	22.256	0.377
269	42.43013180	0.0209	2.238324	22.567	0.377
270	51.28967512	0.0193	2.887068	22.102	0.377
271	6.87467892	0.0180	-2.239736	22.285	0.377
272	27.89154287	0.0190	-1.099087	21.705	0.376
273	15.69482867	0.0217	0.795538	21.361	0.376
274	59.99175555	0.0204	2.068109	21.403	0.376
275	1.43060743	0.0193	1.389329	21.419	0.375
276	7.88269093	0.0190	3.014362	21.152	0.375

277	28.72512485	0.0193	-0.178885	20.720	0.375
278	36.12227881	0.0229	-2.118113	20.561	0.375
279	22.81504783	0.0199	-3.039617	20.542	0.374
280	6.37550952	0.0187	-0.925882	20.477	0.374
281	46.54387003	0.0211	2.218654	20.190	0.374
282	24.37388109	0.0152	-2.214723	20.149	0.373
283	33.46123131	0.0235	-2.294139	20.087	0.373
284	49.17370621	0.0189	0.228564	20.128	0.373
285	41.08737047	0.0170	0.628864	20.109	0.373
286	13.78391171	0.0197	3.009144	20.960	0.372
287	21.08967262	0.0190	-1.634411	19.843	0.372
288	11.22290930	0.0210	1.054803	19.715	0.372
289	39.03995700	0.0198	-2.285503	19.470	0.372
290	17.58185336	0.0201	-2.966942	19.133	0.371
291	28.31088805	0.0223	2.359881	19.120	0.371
292	45.53528683	0.0223	-1.372049	19.211	0.371
293	32.56773731	0.0215	-1.834505	19.279	0.370
294	33.71421295	0.0161	-2.366747	19.426	0.370
295	49.53520923	0.0191	-0.048301	19.374	0.370
296	36.92969185	0.0190	0.765084	19.023	0.370
297	51.92504430	0.0185	2.000188	19.647	0.369
298	37.09041444	0.0193	-0.912555	19.703	0.369
299	1.58875692	0.0234	2.477377	19.055	0.369
300	46.30228789	0.0201	-0.111051	18.831	0.369
301	64.76952591	0.0180	1.460333	18.665	0.368
302	4.94139856	0.0174	3.021744	18.593	0.368
303	69.52448337	0.0179	1.158067	18.323	0.368
304	65.60429839	0.0181	-1.870447	18.058	0.368
305	55.87356818	0.0180	1.522024	17.912	0.367
306	23.24070728	0.0199	1.130720	17.878	0.367
307	38.26334650	0.0202	-1.300505	17.911	0.367
308	35.23205999	0.0164	1.324203	17.733	0.367
309	2.17423288	0.0184	0.214956	17.689	0.367
310	1.06601412	0.0201	-2.193267	17.615	0.366
311	1.49209731	0.0163	-2.614920	17.677	0.366
312	15.42536557	0.0197	-1.571963	17.575	0.366
313	32.08779021	0.0160	-1.301439	17.417	0.366
314	41.55419542	0.0177	1.992369	17.508	0.365
315	22.05346220	0.0189	1.805139	17.391	0.365
316	3.33128418	0.0190	-1.616468	17.280	0.365
317	9.13993025	0.0198	0.351504	17.163	0.365
318	52.84569787	0.0184	-2.892128	16.965	0.365
319	47.92432708	0.0218	-0.409497	16.920	0.364
320	2.93845789	0.0202	0.167279	16.744	0.364
321	37.60168092	0.0176	-1.441600	16.705	0.364
322	15.91355504	0.0207	0.818654	16.774	0.364
323	15.82883266	0.0224	2.150792	19.238	0.363
324	14.49430797	0.0174	2.767318	16.776	0.363
325	24.67637757	0.0183	2.793292	16.604	0.363
326	57.55096367	0.0174	1.340847	16.483	0.363

A. FRECUENCIAS ENCONTRADAS PARA HD 174936

327	44.68086307	0.0161	1.721715	16.492	0.363
328	48.04040895	0.0187	1.378533	16.404	0.362
329	2.97576117	0.0177	2.778881	16.368	0.362
330	34.53134738	0.0199	-0.329297	16.477	0.362
331	31.85577350	0.0183	-1.425177	16.265	0.362
332	41.28378219	0.0163	-2.321179	16.071	0.361
333	40.72048412	0.0159	2.922533	15.933	0.361
334	37.34721442	0.0169	-3.131749	15.905	0.361
335	17.50622538	0.0146	3.020353	16.174	0.361
336	22.51943332	0.0179	-0.320962	16.008	0.361
337	17.68634512	0.0191	0.035997	15.639	0.360
338	19.65449493	0.0134	2.289039	15.637	0.360
339	33.38526803	0.0175	-1.578484	15.382	0.360
340	0.08593340	0.0260	-1.567199	15.340	0.360
341	0.29614400	0.0227	1.780499	18.501	0.360
342	1.71194338	0.0173	3.042561	16.271	0.359
343	28.64029137	0.0169	0.694251	17.063	0.359
344	10.73219611	0.0162	2.133028	15.592	0.359
345	5.26200780	0.0180	1.694909	15.356	0.359
346	3.62893039	0.0167	1.333323	15.478	0.358
347	24.28085285	0.0199	1.749537	15.745	0.358
348	3.95924680	0.0159	-2.027911	15.325	0.358
349	0.49775826	0.0170	-3.083819	15.238	0.358
350	34.36562097	0.0180	-1.272494	15.227	0.358
351	12.08824309	0.0162	-1.801078	15.210	0.357
352	7.27842467	0.0183	1.440943	14.785	0.357
353	53.00615946	0.0171	2.303060	14.751	0.357
354	5.07421352	0.0154	-1.212868	14.634	0.357
355	19.84195266	0.0177	2.293922	14.380	0.357
356	50.01744568	0.0161	1.607906	14.852	0.357
357	38.32517005	0.0148	0.350198	14.328	0.356
358	43.90520024	0.0167	-0.758602	14.229	0.356
359	44.96127819	0.0161	-0.432356	14.120	0.356
360	22.32739276	0.0175	1.914778	14.103	0.356
361	25.83254943	0.0144	-1.053530	13.965	0.356
362	44.02595340	0.0174	-2.894150	14.280	0.355
363	46.04480505	0.0169	-0.141644	14.221	0.355
364	42.35860469	0.0150	2.536977	13.967	0.355
365	54.43833630	0.0147	-2.364340	13.901	0.355
366	42.26389417	0.0158	1.048433	13.827	0.355
367	69.08995101	0.0174	0.237397	13.835	0.355
368	18.73735687	0.0160	2.027512	13.840	0.354
369	39.85240727	0.0157	-0.737068	13.810	0.354
370	49.03599440	0.0157	2.160349	13.743	0.354
371	20.06620956	0.0149	-1.096903	13.567	0.354
372	7.22115364	0.0162	0.517558	13.441	0.354
373	5.52400962	0.0156	0.662165	13.442	0.354
374	22.91981331	0.0156	2.250552	13.472	0.353
375	28.85893255	0.0149	-0.583522	13.083	0.353
376	41.14620409	0.0164	-1.335090	13.007	0.353

377	39.96591003	0.0145	-1.772352	12.962	0.353
378	31.93572041	0.0152	-2.947156	12.764	0.353
379	32.47292059	0.0178	-1.258549	12.990	0.353
380	41.35539824	0.0156	2.289849	12.700	0.352
381	1.34116403	0.0172	2.204284	12.709	0.352
382	1.39373258	0.0168	-0.383386	13.866	0.352
383	43.56535529	0.0152	-0.162861	12.630	0.352
384	36.34612091	0.0131	-2.801031	12.620	0.352
385	15.50393611	0.0170	-0.244055	12.671	0.352
386	11.74174196	0.0154	-2.540324	12.554	0.351
387	73.84492309	0.0143	-1.521523	12.499	0.351
388	42.92931628	0.0144	2.381718	12.505	0.351
389	34.13968637	0.0132	0.589049	12.408	0.351
390	62.88081781	0.0148	1.615627	12.454	0.351
391	7.13162133	0.0144	-2.295258	11.964	0.351
392	75.77703476	0.0132	0.995923	11.808	0.351
393	16.19971157	0.0141	1.256298	11.735	0.350
394	61.55205593	0.0133	-2.942733	11.781	0.350
395	8.53083206	0.0141	-2.458618	11.721	0.350
396	47.87850693	0.0140	-3.008153	11.607	0.350
397	44.15335185	0.0136	-0.863868	11.546	0.350
398	35.89942169	0.0133	1.331731	11.596	0.350
399	44.40764999	0.0145	-1.256015	11.391	0.349
400	6.64786572	0.0129	2.621019	11.366	0.349
401	40.30153657	0.0148	-2.042881	11.378	0.349
402	65.20356702	0.0141	-1.824293	11.416	0.349
403	17.53948560	0.0131	0.564995	11.413	0.349
404	41.78170642	0.0129	-1.311824	11.338	0.349
405	38.21651648	0.0159	-2.832188	11.316	0.349
406	25.24126823	0.0138	0.260769	11.601	0.349
407	47.27601831	0.0136	3.010413	10.946	0.348
408	67.49609155	0.0136	-1.251254	10.761	0.348
409	15.74277005	0.0137	-0.287807	10.752	0.348
410	40.79990509	0.0130	-2.390346	10.620	0.348
411	32.76257739	0.0140	-2.473844	10.604	0.348
412	3.05082261	0.0128	-1.020382	10.584	0.348
413	61.77524811	0.0115	-3.023425	10.578	0.348
414	35.47856190	0.0119	-2.625553	10.329	0.347
415	42.11584038	0.0127	-1.394619	10.342	0.347
416	2.04837625	0.0151	-1.272800	10.351	0.347
417	16.51599651	0.0155	-0.969405	10.323	0.347
418	46.61339418	0.0126	-2.832866	10.309	0.347
419	7.72698342	0.0128	-2.044961	10.079	0.347
420	52.51674496	0.0131	2.847469	10.064	0.347
421	43.82732531	0.0146	-2.842375	10.088	0.347
422	55.66919870	0.0137	-0.647782	10.082	0.346

Apéndice B

Frecuencias encontradas para HD 174966

En este apéndice listamos todas las frecuencias encontradas para la estrella HD 174966.

i	freq (c/d)	Ampl (mmag)	Phase (rad)	sig	rms (mmag)
1	23.19481516	6.2902	-0.849284	7928.848	6.000
2	26.95851157	5.1034	-2.388499	11620.559	4.029
3	21.42080448	2.0929	-1.891001	9997.027	1.779
4	27.71548633	0.9973	3.001985	7364.347	0.987
5	17.62250520	0.6038	0.109671	5757.060	0.691
6	50.15324453	0.3111	1.475902	2440.658	0.535
7	12.47882154	0.2462	1.336730	1851.490	0.488
8	18.13525291	0.2308	1.666664	1828.671	0.456
9	50.91071289	0.1497	2.265424	878.604	0.426
10	5.53344382	0.1406	-2.669389	862.550	0.413
11	19.62083260	0.1361	0.861799	815.144	0.400
12	44.61829076	0.1301	-2.113708	829.737	0.389
13	15.57686071	0.1238	-1.512670	796.042	0.377
14	30.95009515	0.1157	-2.092364	693.349	0.367
15	15.91208339	0.1057	1.134954	629.656	0.358
16	0.10569453	0.1694	-3.129712	642.924	0.350
17	16.21017689	0.1002	-2.305530	588.781	0.342
18	19.04660919	0.0978	-2.266460	590.737	0.335
19	11.91308048	0.0975	2.411291	614.601	0.328
20	1.77854494	0.0783	2.976526	485.494	0.321
21	0.04950000	0.0878	1.224443	502.250	0.316
22	21.22309483	0.0821	-1.580787	477.953	0.310
23	6.30246373	0.0748	-2.750323	442.737	0.305
24	0.07030513	0.1720	2.908728	373.807	0.300
25	6.91300419	0.0687	0.306557	363.045	0.296
26	0.75789031	0.0591	2.852021	360.599	0.293

B. FRECUENCIAS ENCONTRADAS PARA HD 174966

27	23.68167050	0.0562	1.538126	270.901	0.289
28	23.19771104	0.0631	-0.145173	269.311	0.286
29	10.91275821	0.0475	0.591506	216.755	0.283
30	0.21222393	0.0463	-2.831574	213.580	0.281
31	0.04950000	0.1506	2.639740	211.093	0.279
32	0.13230194	0.0782	0.210334	271.230	0.276
33	5.57944634	0.0469	-0.151677	194.272	0.273
34	20.62812578	0.0442	2.505928	193.343	0.271
35	25.09353708	0.0429	1.706041	193.911	0.269
36	0.16338575	0.0422	-2.425021	177.171	0.267
37	17.40844864	0.0432	-0.981306	163.984	0.265
38	30.22708013	0.0376	-1.169072	145.903	0.264
39	24.30838825	0.0398	-0.936718	145.147	0.262
40	20.82386719	0.0379	0.066842	138.480	0.261
41	26.96164077	0.0312	-1.737481	123.479	0.260
42	32.30995611	0.0329	-0.302779	121.875	0.259
43	29.12558839	0.0333	1.289939	118.944	0.257
44	0.58249741	0.0320	2.144857	120.189	0.256
45	23.91587645	0.0338	0.590532	115.371	0.255
46	9.59168569	0.0312	1.377771	111.205	0.254
47	3.63662438	0.0313	-1.004361	111.255	0.253
48	0.36376517	0.0302	1.374926	110.052	0.252
49	42.24100060	0.0294	1.643477	109.374	0.251
50	1.36354572	0.0242	-0.330595	91.479	0.250
51	0.41617785	0.0260	2.820054	90.144	0.250
52	22.95911847	0.0264	1.952668	81.622	0.249
53	0.24471237	0.0284	-1.947200	75.106	0.248
54	0.31320148	0.0252	-1.220967	74.575	0.247
55	18.30458632	0.0255	1.799541	73.060	0.247
56	8.30369928	0.0227	-0.051413	72.904	0.246
57	31.17806501	0.0228	-0.926264	67.132	0.246
58	54.67358315	0.0235	1.603004	67.210	0.245
59	0.94348034	0.0205	-2.703999	66.462	0.244
60	39.04696532	0.0205	3.140335	66.281	0.244
61	22.35691285	0.0224	0.357326	62.086	0.243
62	19.28011307	0.0224	-1.483738	62.321	0.243
63	40.76861850	0.0229	-2.199140	61.527	0.242
64	12.88803792	0.0234	-1.038664	61.580	0.242
65	30.10087732	0.0221	-0.099391	60.380	0.241
66	2.37078328	0.0186	0.485547	60.491	0.241
67	2.05854402	0.0207	-2.465342	61.757	0.240
68	0.46002294	0.0238	-1.076702	58.745	0.240
69	0.09711605	0.0242	2.173746	58.178	0.239
70	21.03494376	0.0208	1.040570	58.329	0.239
71	44.57310699	0.0226	-3.074872	56.192	0.238
72	20.43961128	0.0226	1.850489	56.059	0.238
73	10.74579542	0.0201	1.211200	52.970	0.237
74	1.05584533	0.0176	1.147004	50.886	0.237
75	73.34900827	0.0187	2.746396	48.045	0.236
76	0.52026749	0.0171	-1.078609	44.941	0.236

77	35.67436320	0.0188	0.352304	44.944	0.236
78	17.58344762	0.0170	2.093304	43.612	0.235
79	3.82440934	0.0134	0.107205	41.085	0.235
80	1.71864575	0.0133	1.650717	40.104	0.235
81	1.98394206	0.0196	-0.268125	39.689	0.234
82	2.81910280	0.0169	-2.016622	38.789	0.234
83	4.00612857	0.0197	2.371894	38.221	0.234
84	3.43134450	0.0179	2.663824	38.244	0.233
85	23.52240437	0.0166	-0.637167	38.482	0.233
86	12.43714381	0.0172	2.192470	38.347	0.233
87	29.49149898	0.0170	0.387899	36.719	0.232
88	0.83834417	0.0140	1.721829	36.110	0.232
89	4.48353272	0.0171	1.396498	35.246	0.232
90	46.39072710	0.0156	1.065446	35.404	0.231
91	26.24254096	0.0163	-0.863525	34.826	0.231
92	74.10369900	0.0163	0.674149	34.191	0.231
93	16.70625116	0.0178	-2.211483	34.359	0.231
94	1.32311799	0.0168	1.632080	32.436	0.230
95	13.97322552	0.0151	1.685932	31.510	0.230
96	2.66034510	0.0195	-1.313930	31.584	0.230
97	2.60847701	0.0175	0.964653	36.655	0.230
98	18.40634356	0.0146	1.815735	31.241	0.229
99	39.10668701	0.0153	-2.816861	31.105	0.229
100	2.92331854	0.0151	-2.032027	28.201	0.229
101	0.78925321	0.0131	-0.848981	27.994	0.229
102	3.08936928	0.0119	-1.952075	26.652	0.228
103	6.53716334	0.0123	-0.985970	26.305	0.228
104	55.87350659	0.0133	0.096320	26.045	0.228
105	33.93961239	0.0142	-1.003648	25.604	0.228
106	18.44121465	0.0130	0.654725	24.834	0.227
107	17.34769248	0.0156	2.971839	25.013	0.227
108	3.59792050	0.0141	0.890996	24.443	0.227
109	3.35451512	0.0135	-3.086635	25.423	0.227
110	23.99394046	0.0130	0.495965	24.178	0.227
111	0.71687726	0.0145	1.003059	24.122	0.227
112	10.31034280	0.0132	-2.692719	24.181	0.226
113	8.66891336	0.0119	-0.066407	22.631	0.226
114	2.41645708	0.0136	-2.238347	22.102	0.226
115	4.91267546	0.0120	-2.091984	22.180	0.226
116	16.16730049	0.0102	-0.102074	21.805	0.226
117	1.86348084	0.0104	1.750111	21.843	0.225
118	13.04219953	0.0133	0.690720	21.964	0.225
119	13.90034928	0.0130	1.915312	21.210	0.225
120	12.72649895	0.0112	1.343973	21.147	0.225
121	0.63821495	0.0120	2.866061	21.136	0.225
122	45.33911424	0.0120	2.528940	20.934	0.225
123	3.76893138	0.0146	2.297928	20.403	0.224
124	4.18827462	0.0117	1.301563	21.061	0.224
125	1.40500206	0.0098	2.857122	19.623	0.224
126	5.64844220	0.0128	1.569196	18.969	0.224

B. FRECUENCIAS ENCONTRADAS PARA HD 174966

127	5.50678746	0.0153	-0.802806	19.545	0.224
128	24.44140111	0.0116	2.391592	19.542	0.224
129	29.73277094	0.0112	-0.997927	18.911	0.223
130	20.66945300	0.0100	-1.533839	18.367	0.223
131	1.20769558	0.0114	-2.505965	17.608	0.223
132	20.08700073	0.0098	-1.737436	17.520	0.223
133	6.69913366	0.0113	1.850589	17.228	0.223
134	0.68045850	0.0107	-2.714287	16.457	0.223
135	8.46481556	0.0106	1.370288	16.303	0.223
136	22.25355905	0.0092	-3.023989	16.081	0.222
137	20.59919711	0.0102	1.446652	15.919	0.222
138	6.96190564	0.0091	-0.416621	15.430	0.222
139	4.14961906	0.0116	1.356282	15.410	0.222
140	9.91965206	0.0099	-2.807014	15.277	0.222
141	5.00271925	0.0091	1.946201	15.582	0.222
142	21.32516980	0.0107	-0.402614	15.042	0.222
143	44.64713003	0.0100	1.077860	14.975	0.222
144	5.76096350	0.0109	1.626688	14.980	0.222
145	5.86223447	0.0093	2.657392	15.653	0.221
146	37.13909417	0.0108	-0.501252	15.577	0.221
147	4.44616498	0.0105	-1.607998	14.933	0.221
148	53.91162686	0.0090	-2.851348	14.794	0.221
149	1.91360282	0.0104	-2.446205	14.663	0.221
150	1.09075738	0.0099	-2.355359	14.356	0.221
151	7.10435095	0.0113	-2.522423	13.857	0.221
152	17.67261130	0.0100	2.190449	13.729	0.221
153	77.11154776	0.0097	0.450388	13.760	0.220
154	2.51597517	0.0095	-1.185370	13.451	0.220
155	41.90406828	0.0086	2.813660	13.461	0.220
156	1.57644071	0.0103	-3.011026	13.248	0.220
157	30.78308015	0.0090	0.156005	13.169	0.220
158	3.18700342	0.0098	2.655300	12.945	0.220
159	16.04781699	0.0092	3.068271	12.863	0.220
160	23.64060416	0.0090	-2.911154	12.709	0.220
161	20.75096791	0.0092	2.828348	12.722	0.220
162	1.01791003	0.0087	-2.590007	12.584	0.220
163	27.54276876	0.0088	-3.074756	12.391	0.219
164	6.89104994	0.0075	-1.963425	12.359	0.219
165	4.09702140	0.0100	-2.524618	12.271	0.219
166	7.92103996	0.0090	-3.112071	12.309	0.219
167	4.52185708	0.0088	1.697481	12.264	0.219
168	55.42265028	0.0087	-2.551254	12.137	0.219
169	15.23802225	0.0096	-0.764538	12.062	0.219
170	17.25862435	0.0094	0.524618	12.223	0.219
171	43.17248765	0.0086	1.134945	12.086	0.219
172	32.12354221	0.0092	-2.960043	11.757	0.219
173	2.74254775	0.0103	-0.737218	11.727	0.219
174	35.63619272	0.0086	2.335994	11.604	0.218
175	3.90847606	0.0096	-0.571953	11.325	0.218
176	4.74184873	0.0098	0.851773	11.463	0.218

177	1.16922524	0.0072	-2.669974	11.228	0.218
178	11.04068947	0.0095	1.441655	11.006	0.218
179	26.02614520	0.0090	1.891671	11.541	0.218
180	17.55457608	0.0083	2.916636	11.037	0.218
181	20.03642245	0.0088	0.287594	10.894	0.218
182	5.14520856	0.0083	-3.123164	10.649	0.218
183	67.81148413	0.0082	-0.671316	10.398	0.218
184	1.46282547	0.0101	2.627791	10.269	0.218
185	44.02196057	0.0081	-2.603082	10.060	0.218

Apéndice **C**

Gráficas de identificación modal por
fotometría Strömngren

C. GRÁFICAS IDENTIFICACIÓN MODAL

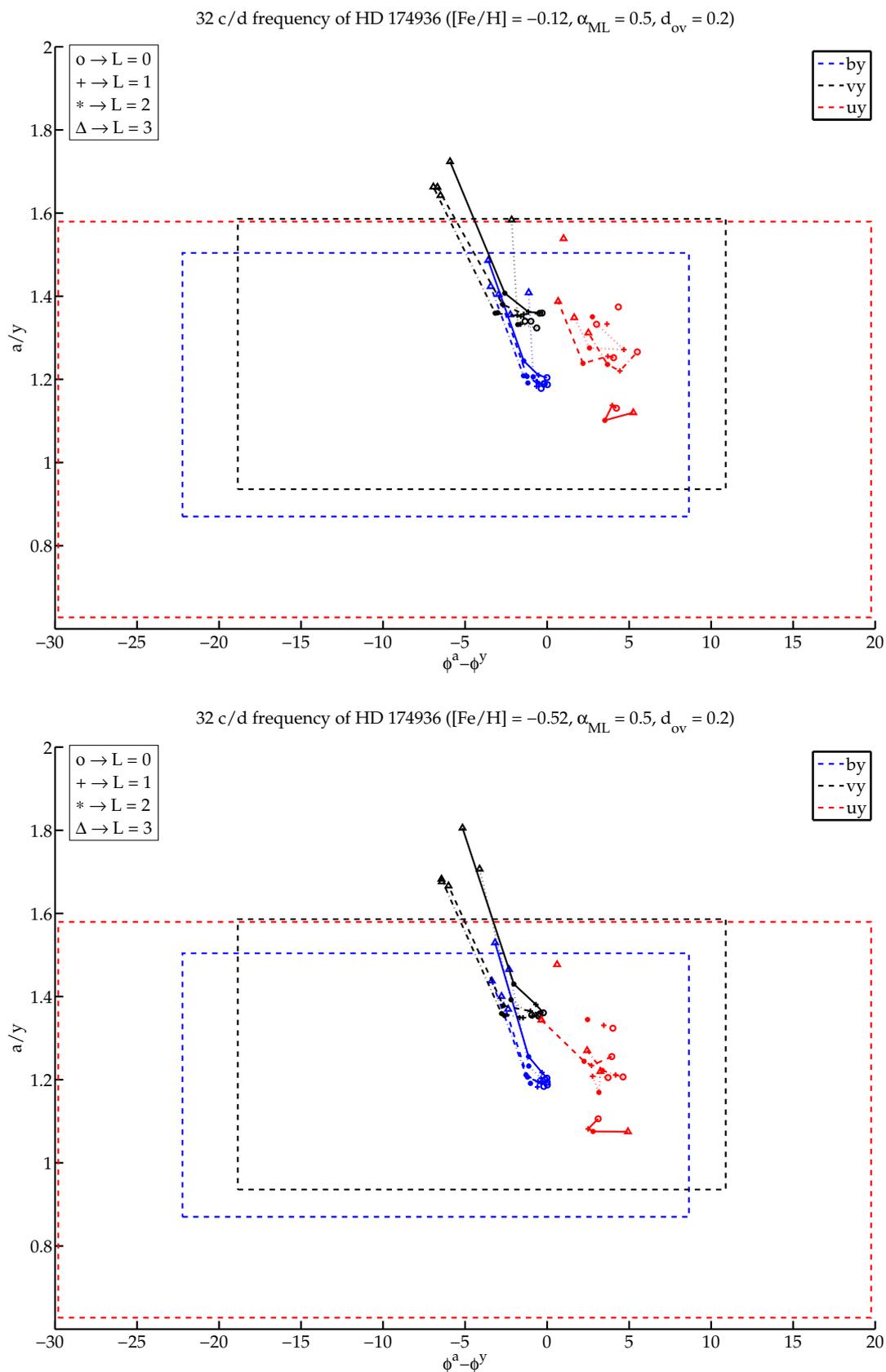


Figura C.1: Gráfica para la identificación modal por fotometría Strömgren de la estrella HD 174936. Se muestra el caso para la frecuencia de mayor amplitud, 32 cd^{-1} y distintas combinaciones de parámetros.

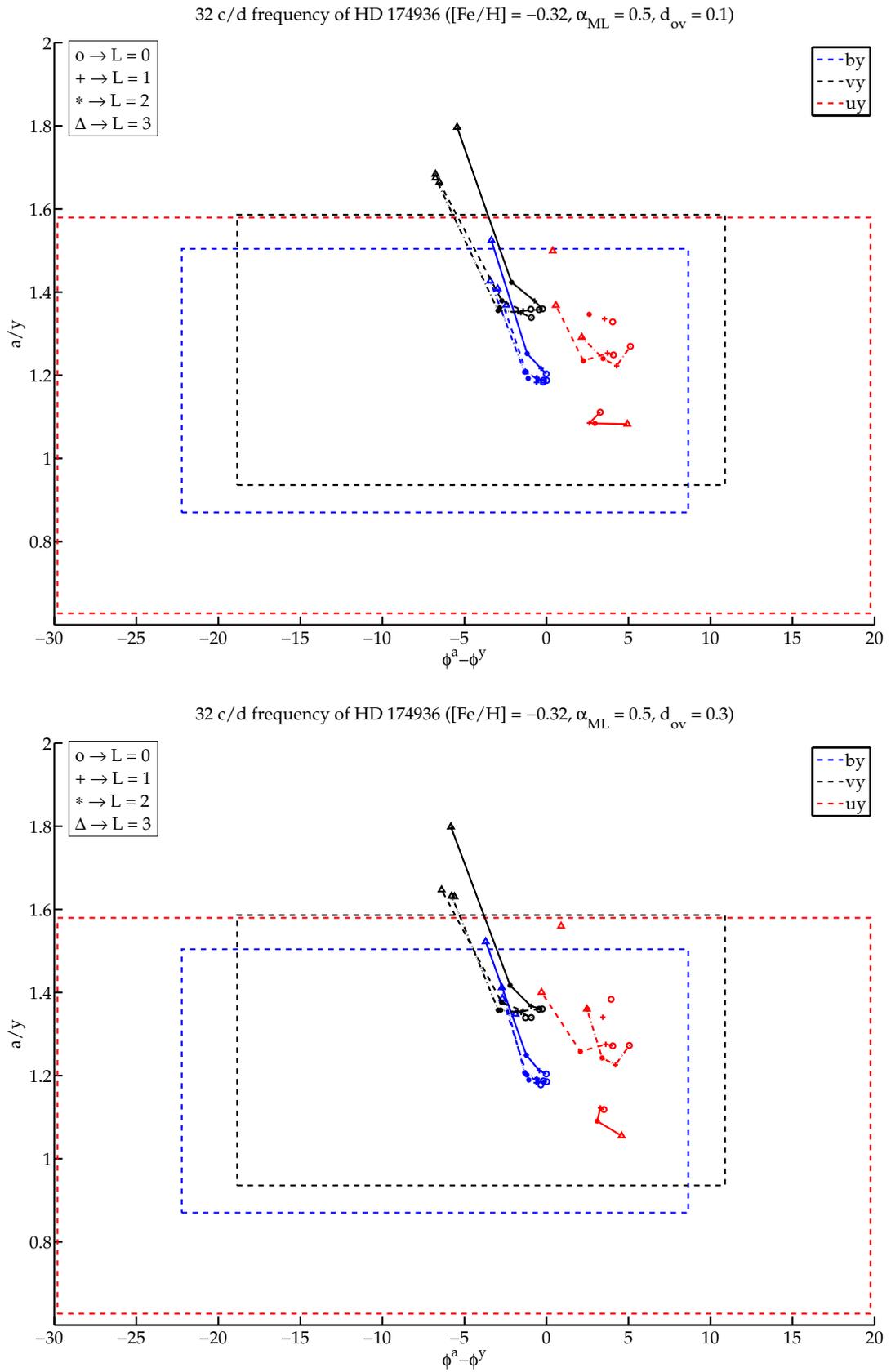


Figura C.2: Gráfica para la identificación modal por fotometría Strömgren de la estrella HD 174936. Se muestra el caso para la frecuencia de mayor amplitud, 32 cd^{-1} y distintas combinaciones de parámetros.

C. GRÁFICAS IDENTIFICACIÓN MODAL

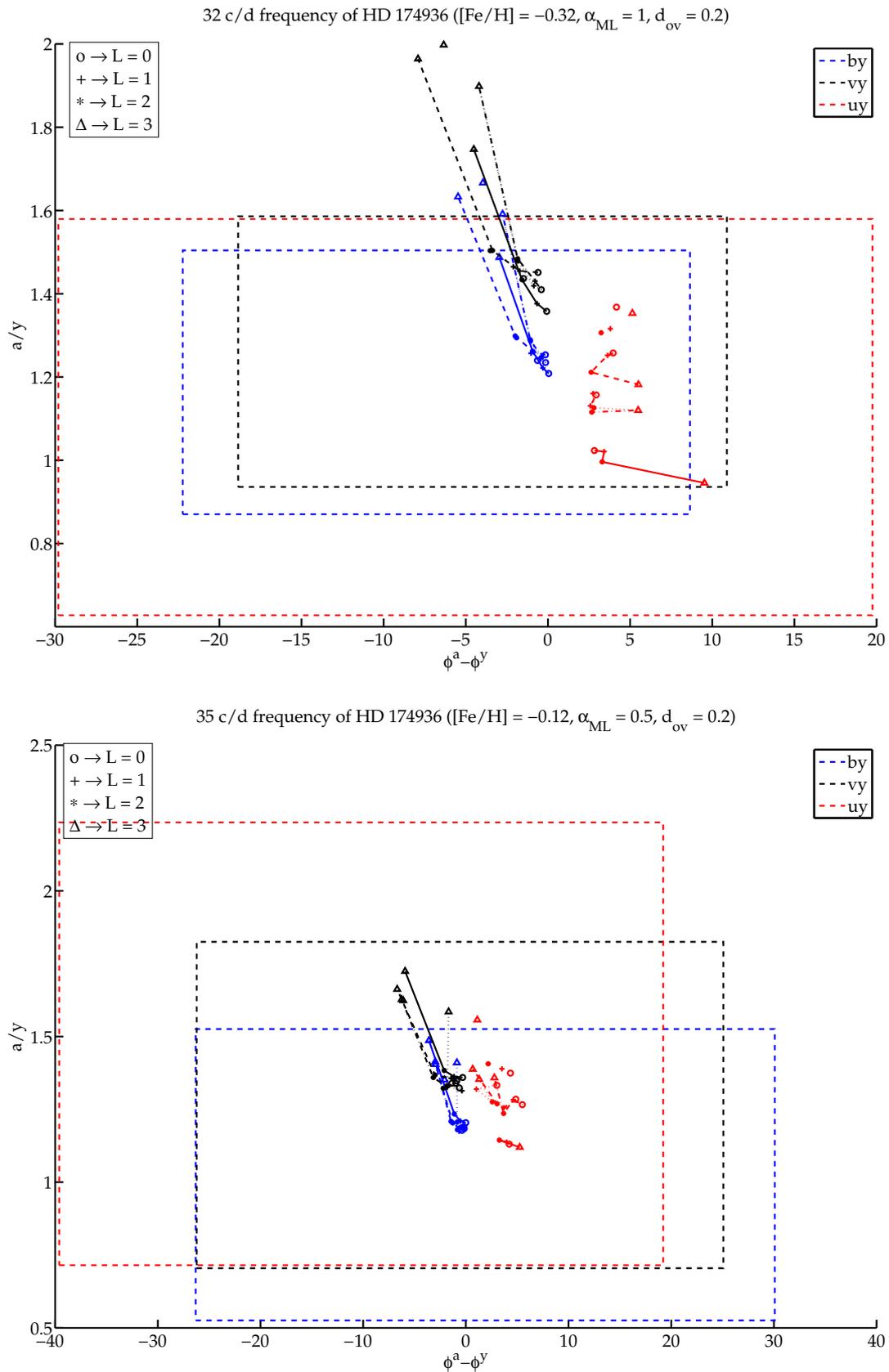


Figura C.3: Gráfica para la identificación modal por fotometría Strömgen de la estrella HD 174936. El cuadro superior muestra el caso para la frecuencia de mayor amplitud, 32 cd^{-1} y una combinación de parámetros. El cuadro inferior muestra el caso de la segunda frecuencia de mayor amplitud, 35 cd^{-1} , y otra combinación de parámetros.

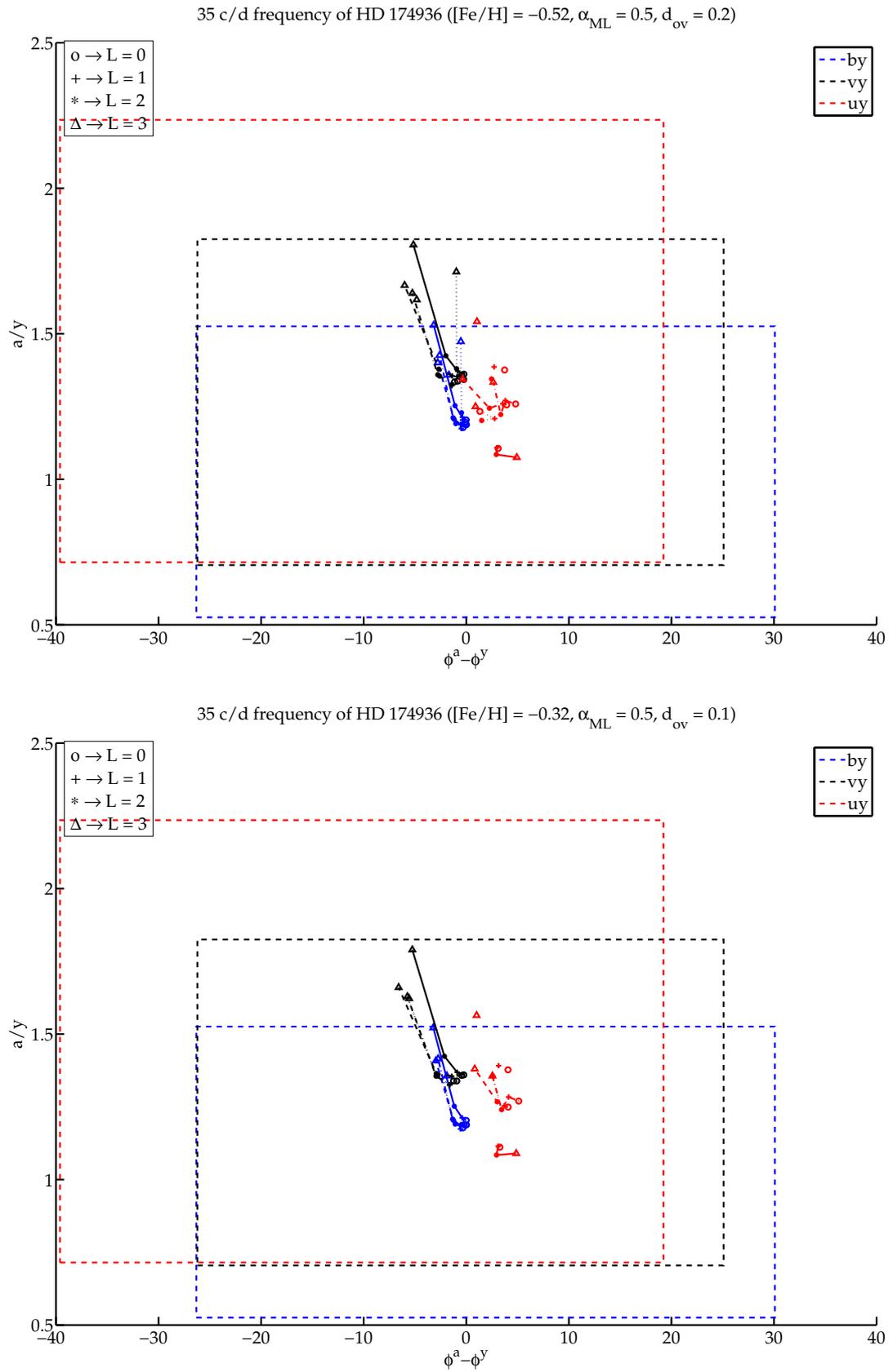


Figura C.4: Gráfica para la identificación modal por fotometría Strömgen de la estrella HD 174936. Se muestra el caso para la segunda frecuencia de mayor amplitud, 35 cd^{-1} y distintas combinaciones de parámetros.

C. GRÁFICAS IDENTIFICACIÓN MODAL

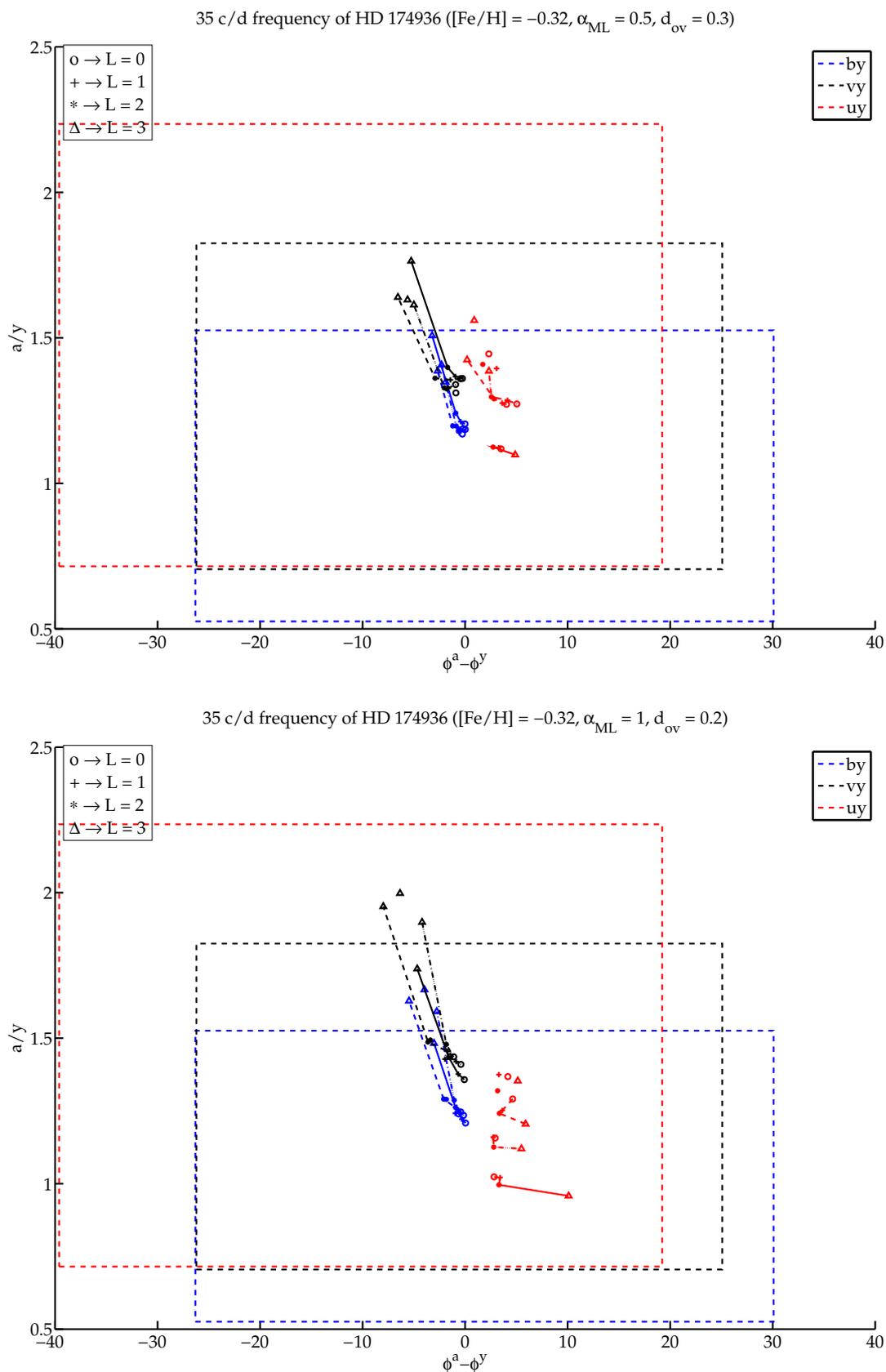


Figura C.5: Gráfica para la identificación modal por fotometría Strömgen de la estrella HD 174936. Se muestra el caso para la segunda frecuencia de mayor amplitud, 35 cd^{-1} y distintas combinaciones de parámetros.

Índice de figuras

1.1	Diagrama esquemático de Hertzsprung-Russell que muestra la localización de varias clases de estrellas pulsantes. La línea discontinua que recorre el diagrama desde la parte superior, pasando por las β Cep, hasta las <i>Solar-like</i> indica el comienzo de la secuencia principal o ZAMS (<i>zero-age main sequence</i>); las curvas en línea continua son secuencias evolutivas (los caminos que recorren las estrellas a lo largo de su “vida”) seleccionadas para las masas 1, 2, 3, 4, 7, 12 y 20 M_{\odot} ; la línea de puntos y rayas es la rama horizontal, donde tiene lugar la quema de He en el centro y de H en capa; y la curva de puntos muestra la curva de enfriamiento de las enanas blancas (figura obtenida de Christensen-Dalsgaard, 2003).	9
1.2	Representación artística de una pulsación estelar, con el desplazamiento exagerado, para una combinación de números n, ℓ y m dados.	16
1.3	Diagrama de propagación con las cavidades resonantes para los modos p, f y g delimitados por las frecuencias de Lamb y Brunt-Väissälä para un modelo de 1.8 M_{\odot} durante las primeras etapas de su evolución. Se muestran varios modos ordenados en frecuencia (líneas azules) con la posición de sus nodos (puntos).	17
1.4	Las dos figuras de la izquierda (obtenidas de Osaki, 1975) muestran la distribución de las cavidades resonantes para dos estados evolutivos diferentes (el panel superior con $X_c = 0.48$ y el inferior con $X_c = 0.07$) de una estrella de 10 M_{\odot} y para el modo $\ell = 2$. La figura de la derecha muestra el efecto de <i>avoided crossing</i> que se produce a lo largo de la vida de una estrella de 16 M_{\odot} (extraído de Aizenman et al., 1977). . .	18
2.1	A la izquierda, ejemplo de función <i>sinc</i> . A la derecha, ejemplo de típico alias producido por una ventana de observación obtenida desde Tierra (extraído de De Ridder et al., 2006).	25
2.2	La radiación de las estrellas se puede aproximar en primera instancia a la de un cuerpo negro. El comportamiento de la radiación para cuerpos negros a distintas temperaturas se muestra en la gráfica. Se observa la dependencia de la intensidad con la longitud de onda.	27
2.3	Ejemplo de diagrama de diagnóstico (ver texto) extraído de Garrido et al. (1990) para la relación de filtros v e y . Se pueden apreciar las áreas donde cabría cada modo de grado ℓ (trapezios curvos con distintos tipos de línea) y los valores de las medidas con sus errores. En este ejemplo, uno de los modos podría identificarse como $\ell=0$	28

2.4	A la izquierda, resultado del análisis de Fourier que obtienen Handler et al. (1997) para las 13 frecuencias encontradas para CD-24 7599, donde se observa un pico hacia unos $26 \mu\text{Hz}$ y que ellos identifican como una periodicidad. A la derecha, figura extraída de Breger et al. (1999b) , donde se muestra el resultado de los histogramas de diferencias para un total de 27 frecuencias observadas para FG Vir (24 reales y el resto probables, aunque el resultado es independiente de si se seleccionan sólo las reales o todas) y se observa una periodicidad de 4 cd^{-1} ($46 \mu\text{Hz}$).	31
4.1	Herramientas del programa Period04. Se muestran los tres módulos que pueden ser controlados en la misma pantalla, ofreciendo claridad en el manejo.	42
4.2	Comparación entre dos modelos, uno con 2000 puntos de malla computado con CESAM, y otro con 4000 puntos computado con ASTEC (the Aarhus STellar Evolution Code Christensen-Dalsgaard, 2008), en un diagrama que muestra la relación entre $A* = rg^{-1}N^2$, siendo N^2 la frecuencia de Brunt-Väisälä, y el radio relativo de un modelo ($x = r/R$). Extraído de (Moya et al., 2008).	45
4.3	Salida gráfica de CESAM. De arriba a abajo y de izquierda a derecha, el código representa la distribución de varios parámetros físicos a lo largo de la estrella, la posición de las zonas convectivas y radiativas, la distribución de los elementos químicos en el interior y su posición en el diagrama HR en los sucesivos pasos temporales del cálculo.	46
5.1	Muestra de modelos pertenecientes a la base de datos en el diagrama HR. Se corresponde con los modelos para todas las masas con $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.12$, $\alpha_{ML} = 0.5$ y $d_{ov} = 0.2$. A la derecha, ampliación de una de las zonas de mayor densidad. Los modelos que parecen no seguir las trazas evolutivas en la parte inferior de la gráfica ampliada se corresponden con modelos de edad cero que CESAM utiliza como pasos intermedios para la convergencia del primer modelo. No son modelos necesariamente representativos de la estructura de ninguna estrella. . .	54
5.2	Captura de pantalla que muestra el formulario donde se explicitan los parámetros de búsqueda en VOTA. A la izquierda se sitúan los parámetros de equilibrio, mientras que a la derecha están los de oscilación.	55
5.3	La imagen superior muestra cómo se lista, primero, un resumen con los resultados de la búsqueda. En la imagen inferior, se muestra la lista de resultados completa cuando así se solicita.	56
5.4	Ejemplo que muestra una representación de las variables de estructura interna para varios modelos seleccionados.	57
5.5	Cuadros mostrando los resultados de la transformada de Fourier (columna izquierda) y de los histogramas de diferencias (columna derecha) para los ejemplos sencillos estudiados en la sección. Para una discusión detallada, ver texto.	61
5.5	(Continuación)	62
6.1	Caja de incertidumbre usual calculada para la estrella HD 174936, para la metalicidad medida, $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.32$ y con $\alpha_{ML}=0.5$ y $d_{ov}=0.2$	72

6.2	Cajas de incertidumbre obtenidas en este trabajo para una sola combinación de parámetros α_{ML} , d_{ov} y metalicidad. La caja superior corresponde a la estrella HD 174936 (580 modelos) y la inferior, a HD 174966 (692 modelos).	74
7.1	Curvas de luz para las estrellas de nuestro estudio, donde se aprecia la densidad de puntos en las medidas. Arriba representamos el total de los puntos obtenidos (una vez sustraídos los no fiables) por CoRoT. Debajo a la izquierda, se muestra un zoom de una de las series. Abajo a la derecha representamos algunos datos obtenidos con observaciones desde Tierra para la misma estrella del zoom, a modo de comparación. Se puede apreciar la calidad de los datos de CoRoT. Para el último cuadro, observamos claramente el espaciado de los datos debido a la sucesión de los días y las noches (otros huecos no periódicos se deben a días en los que no se pudo observar o datos no fiables).	76
7.2	Ventana espectral del satélite CoRoT mostrando los distintos aliases que habrá que tener en cuenta en la obtención de las frecuencias propias de la estrella problema.	77
7.3	Espectro de frecuencias extraído para HD 174936 y para HD 174966. En total, se han encontrado, respectivamente, 422 y 185 frecuencias de oscilación para estas estrellas.	79
7.4	Ejemplo de growth rate para la estrella HD 174936.	82
8.1	Transformadas de las frecuencias observadas para distintos subconjuntos. La figura de arriba muestra el caso de HD 174936, mientras que la de abajo muestra el caso de HD 174966. Los máximos que se observan son a $25.8 \mu\text{Hz}$ y a $64.25 \mu\text{Hz}$, respectivamente.	86
8.2	Dependencia en frecuencia de la gran separación para los valores de ℓ : 0, 1, 2 y 3. El gráfico superior muestra los resultados para el modelo central de la estrella HD 174936. El gráfico inferior muestra el comportamiento de la gran separación para el modelo central de HD 174966.	89
8.3	Espectro de potencias de las frecuencias de oscilación para los modelos teóricos de sendas estrellas representados en la figura 8.2, usando la técnica descrita en la sección 8. Un pico claro (y sus submúltiplos) se observa para HD 174936 (figura superior) a $\sim 54 \mu\text{Hz}$. Para HD 174966 (figura inferior), se observa un pico a $\sim 47 \mu\text{Hz}$	90
8.4	Arriba, transformada de Fourier para las frecuencias hasta $\ell = 2$ del modelo central de la caja de incertidumbre de HD 174936. Debajo, la FT del mismo modelo con un desdoblamiento de frecuencias por rotación a primer orden de $25 \mu\text{Hz}$	92
8.5	Evolución de la gran separación para modelos de una estrella de masa $1.61 M_{\odot}$. El panel superior es para un modelo en la secuencia principal ($H_c = 0.3821$) y el inferior para un modelo poco evolucionado ($H_c = 0.3229$).	94
8.5	(Continuación)	95
8.6	Relación entre la gran separación y la densidad media de los modelos en un diagrama <i>log-log</i> . El <i>eje-x</i> va desde 30 a 80, mientras que el <i>eje-y</i> lo hace desde 0.1 a 0.75.	96

8.7	En el panel superior se muestra el espectro de frecuencias de HD 174936 con el balance de <i>growth rate</i> correspondiente al modelo central de su caja de incertidumbre. Debajo, lo mismo para HD 174966. Recordemos que los modos son inestables (excitados) cuando $\eta > 0$. Compárese esta figura con la 8.2.	98
9.1	Cuadro superior, gran separación en función de la frecuencia para todos los valores computados del modelo central de la caja de incertidumbre de HD 174936. Debajo, FT de las frecuencias de dicho modelo. Se observa cómo la transformada es capaz de detectar la $\Delta\nu$ de la zona asintótica ($\sim 59 \mu\text{Hz}$) a la vez que la de la zona estanca ($\sim 54 \mu\text{Hz}$).	103
9.2	El cuadro superior muestra la relación entre la gran separación calculada con la FT y la calculada con VOTA en el rango observado, $[0, 1000] \mu\text{Hz}$. Se aprecia claramente la tendencia lineal. La representación inferior muestra la misma relación, pero, en este caso además, los datos de VOTA han sido obtenidos con $n \geq 1$. La equivalencia de los dos métodos es clara.	105
9.3	A la izquierda, caja de incertidumbre reducida de HD 174936 (5876 modelos) para todas las combinaciones de los parámetros $[\text{Fe}/\text{H}]$, α_{ML} y d_{ov} . A la derecha, el resultado del mismo procedimiento para HD 174966 (5838 modelos).	106
10.1	Gráficas para la identificación modal por fotometría Strömgren de la estrella HD 174936. En el cuadro superior, resultados de las medidas en los distintos filtros y del cálculo de los modelos para la frecuencia de mayor amplitud, 32cd^{-1} , con la combinación de parámetros $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.32$, $\alpha_{ML} = 0.5$ y un d_{ov} de 0.2. En el cuadro inferior, lo mismo pero con $\alpha_{ML} = 1.5$	112
10.2	Gráficas para la identificación modal por fotometría Strömgren de la estrella HD 174936. En el cuadro superior, resultados de las medidas en los distintos filtros y del cálculo de los modelos para la frecuencia de 35cd^{-1} , con la combinación de parámetros $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.32$, $\alpha_{ML} = 0.5$ y un d_{ov} de 0.2. En el cuadro inferior, lo mismo pero con $\alpha_{ML} = 1.5$	113
10.3	Gráficas para la identificación modal por fotometría Strömgren de la estrella HD 174966. En el cuadro superior, resultados de las medidas en los distintos filtros y del cálculo de los modelos para la frecuencia de mayor amplitud, 23cd^{-1} , con la combinación de parámetros $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.12$, $\alpha_{ML} = 0.5$ y un d_{ov} de 0.2. En el cuadro inferior, la misma representación para la frecuencia de 27cd^{-1}	115
10.3	Gráfica para la identificación modal por fotometría Strömgren de la estrella HD 174966. Resultados de las medidas en los distintos filtros y del cálculo de los modelos para la frecuencia de 21cd^{-1} , con la combinación de parámetros $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.12$, $\alpha_{ML} = 0.5$ y un d_{ov} de 0.2.	116
10.4	Diagramas T_{eff} vs. $\log g$ que muestran cómo se hemos ido reduciendo el número de modelos con los observables utilizados para discriminar. En negro están representados los modelos originales según la caja de incertidumbre, en rojo se muestran los modelos que restan luego de eliminar aquellos que no mostraban la periodicidad observada y en verde están dibujados los que quedan después de usar la identificación modal por fotometría Strömgren.	118

C.1	Gráfica para la identificación modal por fotometría Strömgren de la estrella HD 174936. Se muestra el caso para la frecuencia de mayor amplitud, 32 cd^{-1} y distintas combinaciones de parámetros.	152
C.2	Gráfica para la identificación modal por fotometría Strömgren de la estrella HD 174936. Se muestra el caso para la frecuencia de mayor amplitud, 32 cd^{-1} y distintas combinaciones de parámetros.	153
C.3	Gráfica para la identificación modal por fotometría Strömgren de la estrella HD 174936. El cuadro superior muestra el caso para la frecuencia de mayor amplitud, 32 cd^{-1} y una combinación de parámetros. El cuadro inferior muestra el caso de la segunda frecuencia de mayor amplitud, 35 cd^{-1} , y otra combinación de parámetros.	154
C.4	Gráfica para la identificación modal por fotometría Strömgren de la estrella HD 174936. Se muestra el caso para la segunda frecuencia de mayor amplitud, 35 cd^{-1} y distintas combinaciones de parámetros. . .	155
C.5	Gráfica para la identificación modal por fotometría Strömgren de la estrella HD 174936. Se muestra el caso para la segunda frecuencia de mayor amplitud, 35 cd^{-1} y distintas combinaciones de parámetros. . .	156

Índice de tablas

5.1	Conjunto de valores utilizados para la construcción de la base de datos. Se indica la variable en la primera fila y, en la segunda, el rango de variación. En la primera fila, entre paréntesis, se detalla el paso para cada parámetro.	53
6.1	Parámetros físicos usados para el cómputo de los modelos y construcción de la caja de incertidumbre de cada estrella (Charpinet et al., 2006).	70
6.2	Resultado del análisis de Fourier usando las medidas Strömgren tomadas desde el OSN para las estrellas de este trabajo.	71
6.3	Características límites (masa, radio luminosidad, densidad media, edad e hidrógeno en el centro, respectivamente) de los modelos representativos de las estrellas de estudio, obtenidos de la base de datos computada en este trabajo y haciendo uso de las herramientas que proporciona el SVO. Se obtuvieron 19382 modelos representativos de HD 174936 y 24520, de HD 174966.	73
7.1	Frecuencias de mayor amplitud para HD 174936 (mitad superior de la tabla) y HD 174966 (mitad inferior). La primera columna define un número identificativo para cada pico obtenido del ajuste; la segunda lista el valor de la frecuencia correspondiente al pico; la tercera muestra la potencia de cada pico; la cuarta son las fases; la quinta el nivel de significancia espectral; la sexta columna contiene los valores de la señal-ruido; y la última describe las posibles combinaciones de frecuencias si las hubiera.	78
9.1	Resultado de usar el nuevo observable encontrado en este trabajo para hallar la nueva caja de incertidumbre de las estrellas δ -Sct. Los valores superiores son los que encontramos cuando construimos las cajas de incertidumbre usuales. Los inferiores son los resultantes de aplicar el valor de la gran separación encontrada durante este trabajo.	107
10.1	Resultado del cálculo del cociente de amplitudes y diferencias de fase, tomando como referencia el filtro y , para las dos estrellas estudiadas en este trabajo.	110

10.2	Resumen de la identificación modal por Strömgren para las frecuencias de mayor amplitud observadas. La primera fila muestra el nombre de la estrella, la segunda la frecuencia detectada y la tercera la identificación del grado esférico.	117
10.3	Tabla que muestra la evolución de los distintos parámetros físicos durante la aplicación de los métodos expuestos en esta tesis. Las dos primeras filas, por debajo de la fila con la identificación de las variables, corresponden a los valores originales obtenidos con la caja de incertidumbre fotométrica. Las dos siguientes son valores obtenidos una vez aplicada la discriminación usando el valor de la gran separación. Mientras que las dos últimas filas son el resultado final de aplicar, a los valores previos, la identificación modal encontrada en este capítulo. Los parámetros físicos listados son la temperatura efectiva, el logaritmo de la gravedad, la metalicidad, el parámetro de escala de la MLT, el <i>overshooting</i> , la masa, el radio, la luminosidad, la densidad media, la edad y el hidrógeno en el centro de la estrella.	119

Referencias y bibliografía

- Aerts, C., Christensen-Dalsgaard, J., & Kurtz, D. W. 2010, *Asteroseismology*, ed. Aerts, C., Christensen-Dalsgaard, J., & Kurtz, D. W. (Springer-Verlag) [11](#)
- Aizenman, M., Smeyers, P., & Weigert, A. 1977, *A&A*, 58, 41 [17](#), [18](#), [157](#)
- Angulo, C., Arnould, M., Rayet, M., et al. 1999, *Nuclear Physics A*, 656, 3 [53](#)
- Auvergne, M., Bodin, P., Boissard, L., et al. 2009, *A&A*, in press [75](#)
- Baglin, A., Auvergne, M., Barge, P., et al. 2006, in *ESA Special Publication*, Vol. 1306, *ESA Special Publication*, ed. M. Fridlund, A. Baglin, J. Lochard, & L. Conroy, [33](#) [32](#)
- Baraffe, I., Chabrier, G., Allard, F., & Hauschildt, P. H. 1998, *A&A*, 337, 403 [48](#)
- Böhm-Vitense, E. 1958, *Zeitschrift Astrophysics*, 46, 108 [14](#)
- Bouabid, M., Montalbán, J., Miglio, A., et al. 2009, in *American Institute of Physics Conference Series*, Vol. 1170, *American Institute of Physics Conference Series*, ed. J. A. Guzik & P. A. Bradley, 477–479 [82](#), [83](#)
- Breger, M. 2000, *MNRAS*, 313, 129 [11](#)
- Breger, M., Handler, G., Garrido, R., et al. 1999a, *A&A*, 349, 225 [12](#)
- Breger, M., Lenz, P., Antoci, V., et al. 2005, *A&A*, 435, 955 [11](#)
- Breger, M., Lenz, P., & Pamyatnykh, A. A. 2009, *MNRAS*, 396, 291 [31](#), [32](#), [97](#), [99](#), [107](#)
- Breger, M. & Pamyatnykh, A. A. 2006, *MNRAS*, 368, 571 [12](#)
- Breger, M., Pamyatnykh, A. A., Pikall, H., & Garrido, R. 1999b, *A&A*, 341, 151 [30](#), [31](#), [57](#), [158](#)
- Breger, M., Stich, J., Garrido, R., et al. 1993, *A&A*, 271, 482 [24](#)
- Buzasi, D. L., Bruntt, H., Bedding, T. R., et al. 2005, *ApJ*, 619, 1072 [32](#)
- Campante, T. L., Grigahcène, A., Suárez, J. C., & Monteiro, M. J. P. F. G. 2010, *ArXiv e-prints* [81](#)
- Canuto, V. M. & Mazzitelli, I. 1991, *ApJ*, 370, 295 [46](#)

REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

- Casas, R., Suárez, J. C., Moya, A., & Garrido, R. 2006, *A&A*, 455, 1019 [29](#), [48](#), [88](#), [114](#), [117](#)
- Chapellier, E., Bouabid, M., Le Contel, D., Rodriguez, E., & Mathias, P. 2009, in *American Institute of Physics Conference Series*, Vol. 1170, American Institute of Physics Conference Series, ed. J. A. Guzik & P. A. Bradley, 472–473 [77](#), [81](#)
- Charpinet, S., Cuvilo, J., Platzter, J., et al. 2006, in *ESA Special Publication*, Vol. 1306, ESA Special Publication, ed. M. Fridlund, A. Baglin, J. Lochard, & L. Conroy, 353 [69](#), [70](#), [163](#)
- Christensen-Dalsgaard, J. 2003, *Lecture notes on Stellar Oscillations*, 5th edn. (Institut for Fysik og Astronomi, Aarhus Universitet) [8](#), [9](#), [29](#), [157](#)
- Christensen-Dalsgaard, J. 2008, *Astrophysics and Space Science*, 316, 13, 10.1007/s10509-007-9675-5 [45](#), [158](#)
- Christensen-Dalsgaard, J., Duvall, T. L., Gough, D. O., Harvey, J. W., & Rhodes, E. J. 1985, *Nature*, 315, 378 [8](#)
- Claret, A. 1999, *A&A*, 350, 56 [48](#)
- Cowling, T. G. 1941, *MNRAS*, 101, 367 [49](#)
- De Ridder, J., Barban, C., Carrier, F., et al. 2006, *A&A*, 448, 689 [25](#), [157](#)
- Dupret, M., De Ridder, J., De Cat, P., et al. 2003, *A&A*, 398, 677 [28](#), [114](#)
- Dupret, M.-A., Grigahcène, A., Garrido, R., Gabriel, M., & Scuflaire, R. 2005, *A&A*, 435, 927 [12](#)
- Dziembowski, W. 1977, *Acta Astronomica*, 27, 203 [85](#)
- Dziembowski, W. A. & Goode, P. R. 1992, *ApJ*, 394, 670 [49](#)
- Dziembowski, W. A. & Pamyatnykh, A. A. 1991, *A&A*, 248, L11 [12](#)
- Eddington, A. S. 1919, *MNRAS*, 79, 177 [7](#)
- Eddington, A. S. 1926, *The Internal Constitution of the Stars*, ed. Eddington, A. S. (Cambridge: University Press) [19](#)
- Eggenberger, P., Meynet, G., Maeder, A., et al. 2008, *Ap&SS*, 316, 43 [49](#)
- Eggleton, P. P., Faulkner, J., & Flannery, B. P. 1973, *A&A*, 23, 325 [53](#)
- Frandsen, S., Carrier, F., Aerts, C., et al. 2002, *A&A*, 394, L5 [30](#)
- García Hernández, A., Moya, A., Michel, E., et al. 2009a, *A&A*, 506, 79 [11](#), [12](#), [69](#)
- García Hernández, A., Moya, A., Michel, E., et al. 2009b, *VizieR Online Data Catalog*, 350, 60079 [77](#)
- Garrido, R., Garcia-Lobo, E., & Rodriguez, E. 1990, *A&A*, 234, 262 [28](#), [31](#), [157](#)
- Goldreich, P. & Keeley, D. A. 1977, *ApJ*, 212, 243 [20](#)
- Gough, D. O. 1977a, *ApJ*, 214, 196 [12](#)

- Gough, D. O. 1977b, in IAU Colloq. 36: The Energy Balance and Hydrodynamics of the Solar Chromosphere and Corona, ed. B. Bonnet & P. Delache, 3–36 8
- Grevesse, N. & Noels, A. 1993, Origin and Evolution of the Elements (N. Prantzos, E. Vangini-Flam, M. Cassé. Cambridge University Press, 14 GN93) 52
- Grigahcène, A., Antoci, V., Balona, L., et al. 2010a, ApJ, 713, L192 10, 82
- Grigahcène, A., Dupret, M.-A., Gabriel, M., Garrido, R., & Scuflaire, R. 2005, A&A, 434, 1055 29
- Grigahcène, A., Moya, A., Suárez, J., Martín-Ruiz, S., & García Hernández, A. 2010b, ArXiv e-prints 54
- Handler, G., Arentoft, T., Shobbrook, R. R., et al. 2000, MNRAS, 318, 511 11
- Handler, G., Balona, L. A., Shobbrook, R. R., et al. 2002, MNRAS, 333, 262 8
- Handler, G., Pamyatnykh, A. A., Zima, W., et al. 1998, MNRAS, 295, 377 11
- Handler, G., Pikall, H., O’Donoghue, D., et al. 1997, MNRAS, 286, 303 30, 31, 57, 87, 96, 158
- Handler, G. & Shobbrook, R. R. 2002, MNRAS, 333, 251 8
- Hauck, B. & Mermilliod, M. 1998, A&AS, 129, 431 69
- Henry, G. W. & Fekel, F. C. 2005, AJ, 129, 2026 8
- Hog, E., Kuzmin, A., Bastian, U., et al. 1998, A&A, 335, L65 69
- Houdek, G. 2000, in Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 210, Delta Scuti and Related Stars, ed. M. Breger & M. Montgomery, 454–+ 12
- Hubble, E. P. 1925, Popular Astronomy, 33, 252 7
- Iglesias, C. A. & Rogers, F. J. 1991, in Presented at the International Workshop on Radiative Properties of Hot Dense Matter, Sarasota, FL, 22-26 Oct. 1990, 22–26 53
- Iglesias, C. A. & Rogers, F. J. 1996, ApJ, 464, 943 12
- Kallinger, T. & Matthews, J. M. 2010, ApJ, 711, L35 81, 82, 87
- King, H., Matthews, J. M., Row, J. F., et al. 2006, Communications in Asteroseismology, 148, 28 8
- Kjeldsen, H. & Bedding, T. R. 1995, A&A, 293, 87 96
- Kjeldsen, H., Bedding, T. R., Viskum, M., & Frandsen, S. 1995, AJ, 109, 1313 30
- Kurucz, R. L. 1992, Rev. Mexicana Astron. Astrofis., 23, 45 46, 47
- Kurucz, R. L. 1993, in Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 44, IAU Colloq. 138: Peculiar versus Normal Phenomena in A-type and Related Stars, ed. M. M. Dworetzky, F. Castelli, & R. Faraggiana, 87–+ 48
- Lawlor, T. M. & MacDonald, J. 2006, MNRAS, 371, 263 48

REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

- Leavitt, H. S. 1908, *Annals of Harvard College Observatory*, 60, 87 [7](#)
- Leavitt, H. S. & Pickering, E. C. 1912, *Harvard College Observatory Circular*, 173, 1 [7](#)
- Lebreton, Y., Montalbán, J., Christensen-Dalsgaard, J., Roxburgh, I. W., & Weiss, A. 2008, *Ap&SS*, 316, 187 [45](#)
- Lefèvre, L., Michel, E., Aerts, C., et al. 2009, *Communications in Asteroseismology*, 158, 189 [69](#)
- Leighton, R. B., Noyes, R. W., & Simon, G. W. 1962, *ApJ*, 135, 474 [7](#)
- Lenz, P. & Breger, M. 2005, *Communications in Asteroseismology*, 146, 53 [41](#)
- Maeder, A. & Meynet, G. 1987, *A&A*, 182, 243 [49](#)
- Martín, S. & Rodríguez, E. 2000, *A&A*, 358, 287 [70](#)
- Matthews, J. M. 2007, *Communications in Asteroseismology*, 150, 333 [31](#)
- Michel, E., Hernández, M. M., Houdek, G., et al. 1999, *A&A*, 342, 153 [70](#)
- Moon, T. T. & Dwojetsky, M. M. 1985, *MNRAS*, 217, 305 [69](#), [107](#)
- Morel, P. 1997, *A&AS*, 124, 597 [44](#)
- Morel, P. & Lebreton, Y. 2008, *Ap&SS*, 316, 61 [44](#)
- Moya, A. 2003, Ph.D. Thesis [19](#)
- Moya, A., Amado, P. J., Barrado, D., et al. 2010a, *MNRAS*, 405, L81 [54](#)
- Moya, A., Amado, P. J., Barrado, D., et al. 2010b, *MNRAS*, 406, 566 [54](#)
- Moya, A., Christensen-Dalsgaard, J., Charpinet, S., et al. 2008, *Ap&SS*, 316, 231 [45](#), [46](#), [111](#), [158](#)
- Moya, A. & Garrido, R. 2008, *Ap&SS*, 316, 129 [48](#)
- Moya, A., Garrido, R., & Dupret, M. A. 2004, *A&A*, 414, 1081 [29](#), [48](#), [114](#)
- Moya, A. & Rodríguez-López, C. 2010, *ApJ*, 710, L7 [81](#)
- Moya, A., Suárez, J. C., Amado, P. J., Martín-Ruiz, S., & Garrido, R. 2005, *A&A*, 432, 189 [27](#)
- Osaki, J. 1975, *PASJ*, 27, 237 [18](#), [157](#)
- Pamyatnykh, A. A. 1999, *Acta Astronomica*, 49, 119 [12](#)
- Paxton, B., Bildsten, L., Dotter, A., et al. 2011, *ApJS*, 192, 3 [48](#)
- Pérez Hernández, F., Claret, A., Hernández, M. M., & Michel, E. 1999, *A&A*, 346, 586 [70](#)
- Perryman, M. A. C., Lindegren, L., Kovalevsky, J., et al. 1997, *A&A*, 323, L49 [69](#)
- Poretti, E., Garrido, R., Amado, P. J., et al. 2003, *A&A*, 406, 203 [69](#)

- Poretti, E., Michel, E., Garrido, R., et al. 2009, *A&A*, 506, 85 [12](#), [77](#), [81](#)
- Reegen, P. 2007, *A&A*, 467, 1353 [41](#)
- Rodríguez, E., Amado, P. J., Suárez, J. C., et al. 2006a, *A&A*, 450, 715 [80](#)
- Rodríguez, E. & Breger, M. 2001, *A&A*, 366, 178 [11](#), [12](#), [80](#)
- Rodríguez, E., Costa, V., Zhou, A.-Y., et al. 2006b, *A&A*, 456, 261 [80](#)
- Rodríguez, E., López-González, M. J., & López de Coca, P. 2000, *A&AS*, 144, 469 [11](#), [80](#)
- Rodríguez-López, C., Moya, A., Garrido, R., et al. 2010, *Ap&SS*, 329, 205 [48](#)
- Rodríguez-López, C., Ulla, A., & Garrido, R. 2007, *MNRAS*, 379, 1123 [11](#)
- Rogers, F. J. & Nayfonov, A. 2002, *ApJ*, 576, 1064 [46](#)
- Rowe, J. F., Matthews, J. M., Cameron, C., et al. 2006, *Communications in Asteroseismology*, 148, 34 [8](#)
- Samadi, R., Goupil, M.-J., & Houdek, G. 2002, *A&A*, 395, 563 [13](#)
- Seaton, M. J. 1996, *MNRAS*, 279, 95 [12](#)
- Solano, E., Catala, C., Garrido, R., et al. 2005, *AJ*, 129, 547 [69](#)
- Soufi, F., Goupil, M. J., & Dziembowski, W. A. 1998, *A&A*, 334, 911 [49](#)
- Stamford, P. A. & Watson, R. D. 1981, *Ap&SS*, 77, 131 [28](#)
- Suárez, J. C. 2002, Ph.D. Thesis, ISBN 84-689-3851-3, ID 02/PA07/7178 [19](#), [29](#), [49](#)
- Suárez, J. C., Bruntt, H., & Buzasi, D. 2005, *A&A*, 438, 633 [32](#)
- Suárez, J. C., Garrido, R., & Moya, A. 2007, *A&A*, 474, 961 [19](#), [114](#)
- Suárez, J. C., Goupil, M. J., & Morel, P. 2006, *A&A*, 449, 673 [114](#)
- Suárez, J.-C., Michel, E., Pérez Hernández, F., et al. 2002, *A&A*, 390, 523 [70](#)
- Suárez, J. C., Moya, A., Amado, P. J., et al. 2009, *ApJ*, 690, 1401 [48](#)
- Suárez, J. C., Moya, A., Amado, P. J., Martín-Ruiz, S., & Garrido, R. 2005, *A&A*, 443, 271 [27](#)
- Suárez, J. C., Solano, E., Rodrigo, C., Moya, A., & García-Hernández, A. 2010, *ArXiv e-prints* [56](#), [97](#)
- Tran Minh, F. & Léon, L. 1995, in *Physical Processes in Astrophysics*, ed. I. W. Roxburgh & J.-L. Masnou, 219–221 [49](#)
- Ulrich, R. K. 1986, *ApJ*, 306, L37 [96](#)
- Unno, W., Osaki, Y., Ando, H., Saio, H., & Shibahashi, H. 1989, *Nonradial oscillations of stars*, 2nd edn. (University of Tokyo Press) [15](#), [19](#), [20](#), [48](#)
- Uytterhoeven, K., Mathias, P., Poretti, E., et al. 2008, *A&A*, 489, 1213 [10](#)

REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

Watson, R. D. 1988, *Ap&SS*, 140, 255 [28](#)

Weiss, A. 2011, Comunicación privada [114](#)

Weiss, A., Hillebrandt, W., Thomas, H., & Ritter, H. 2004, *Cox and Giuli's Principles of Stellar Structure*, ed. Weiss, A., Hillebrandt, W., Thomas, H.-C., & Ritter, H. (Cambridge: University Press) [13](#)

Weiss, A. & Schlattl, H. 2008, *Ap&SS*, 316, 99 [48](#)

Winget, D. E., Nather, R. E., Clemens, J. C., et al. 1991, *ApJ*, 378, 326 [30](#)

Zhevakin, S. A. 1953, *Astronomicheskii Zhurnal*, 30, 161 [21](#)