DEPARTAMENTO DE PSICOLOGIA EVOLUTIVA Y DE LA EDUCACION

FACULTAD DE PSICOLOGIA
UNIVERSIDAD DE GRANADA

TESIS DOCTORAL

EVALUACIÓN DE LAS HABILIDADES BÁSICAS EN MATEMATICAS

Autora: Elvira Pérez-Santamarina Picón
Director: Dr. Miguel Moreno Moreno

Granada, Septiembre 1997

Quiero manifestar mi agradecimiento a todas las personas que directa o indirectamente han contribuido a la realización de este trabajo.

Entre una larga lista de amigos, compañeros y profesionales de la Educación, vaya mi mención hacia algunos de ellos:

A Miguel Moreno Moreno por motivarme hacia la problemática de la Evaluación Psicopedagógica, y por su ayuda y disponibilidad en todas las ocasiones que las he requerido.

A los Alumnos, Directores, Jefes de Estudio, Profesores y Personal Administrativo de los Colegios: Caja de Ahorros, Ave María-San Isidro, Fuentenueva, Luz M. Casanova, Primo de Rivera y Reyes Católicos de Granada, C.P. Sanchez Velallos de Ugijar y C.P. Cristo de la Yedra de Válor por su excelente acogida y colaboración.

A José Luis Padilla y Andrés González por su tiempo y por la atención que me han dedicado ante cada uno de los aspectos técnicos puntuales que les he ido formulando.

A los compañeros que han sabido estimularme en momentos dificiles, especialmente a M. Dolores Villuendas.

A Mª Carmen Martinez y Jose Fco. Fernández por su labor entrañable en la retaguardia informática.

A mis padres, por su paciencia, su apoyo, su estímulo y su ejemplo continuo de calidad personal. También a los miembros de mi familia y a los amigos a quienes no he podido dedicar el tiempo que se merecen.

ÍNDICE

PARTE III: RESULTADOS.

PARTE IV: DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES.

Introducción

INTRODUCCION.

La investigación que sigue a esta Introducción tiene su origen en tres ámbitos diferentes de mi experiencia profesional: docencia teórica, docencia práctica e investigaciones previas.

Unos contenidos teóricos que preparen al estudiante de Psicología para ejercer como Psicólogo escolar y como Orientador necesitan aportar una explicación coherente de los procesos de enseñanza-aprendizaje, que soporte los diferentes cambios, reflexiones, modas y a veces arbitrariedades que afectan al sistema educativo. ¿Qué papel van a desempeñar en el centro educativo?. ¿Para qué, o en función de qué asesoran al profesor, al alumno o a sus padres?.

La Orientación se presenta en la LOGSE como un elemento dirigido a mejorar la calidad de la Enseñanza.

El Orientador o Psicopedagogo desarrolla sus funciones dentro del centro educativo, y atiende a las necesidades que desde ese centro concreto se hayan considerado como prioritarias para atender a alumnos, profesores, familia y/o comunidad.

La especialidad en Psicopedagogía (en Educación Secundaria) o la pertenencia a un equipo multidisciplinar (en Enseñanza Primaria), no sirve para nada si no conecta con el profesorado, se hace uno más entre ellos, y aporta prudentemente los conocimientos que desde la Psicología y la Pedagogía puedan complementar y mejorar la actividad docente y tutorial, y como consecuencia de ello favorecer el desarrollo del alumnado, prevenir la aparición de dificultades, y reducirlas en caso de que ya existan.

El desempeño de estas funciones exige:

a) Un sólido conocimiento de los procesos de enseñanza-aprendizaje, de sus componentes y de sus factores intervinientes.

b) Una progresiva familiarización con el currículo de las diferentes áreas educativas. Dichos currículos constituyen el referente para cualquier tipo de evaluación.

Entre los diversos modelos de sistematización de los procesos de enseñanza-aprendizaje, nos parece especialmente interesante el propuesto por Coll (1980, 1988), por su compatibilidad con cualquier concepción psicoeducativa del proceso de enseñanza y aprendizaje.

La propuesta de sistematización de los procesos de enseñanza-aprendizaje formulada por Coll (1980), presenta dicho proceso como un sistema en el que intervienen una serie de elementos que interactúan entre sí, y que a su vez están condicionados por unas coordenadas institucionales, sociales, políticas, económicas y espacio-temporales. El punto de partida del modelo es la elección, definición y planificación de los objetivos educativos.

Dada la complejidad que suelen presentar los objetivos, resulta imprescindible analizar las tareas y los contenidos que aparecen en los objetivos terminales del proceso de enseñanza-aprendizaje para realizar una planificación correcta de ese proceso y para elaborar instrumentos que informen sobre el lugar donde se encuentra el alumno en relación con el logro de los objetivos.

La identificación del estado inicial de los alumnos en todos los aspectos que pueden influir sobre el logro de los objetivos, el análisis de los factores que puedan facilitar o inhibir la consecución de los objetivos, la decisión sobre los métodos de enseñanza y la elaboración de un sistema de evaluación coherente con las decisiones previas, constituyen los restantes elementos del sistema. Si no se hubieran alcanzado los objetivos se procedería al análisis de las deficiencias del proceso y de sus causas.

En relación directa con las teóricas, las clases prácticas obligan a plantearse críticamente qué aspectos del alumno o del proceso de enseñanza son los que estamos evaluando, para qué los evaluamos y qué técnicas e instrumentos podríamos utilizar.

La evaluación en el ámbito escolar se caracteriza por ser una actividad intencional dirigida a unos objetivos y por facilitar una información relevante para el proceso educativo (Rivas 1989).

Desde un modelo de intervención por servicios, en la escuela se han venido aplicando tests de aptitudes y tests de rendimiento sin ofrecer una interpretación adecuada de los resultados que permita al profesor utilizar estos resultados para mejorar el proceso de enseñanza.

Para Juan - Espinosa (1977), la aptitud es una capacidad o potencial que puede o no ser actualizado, mientras que el rendimiento representa el logro de algo para lo cual la aptitud es condición necesaria. No se puede adquirir conocimiento si no hay capacidad para aprender, sin embargo, alguien con capacidad para aprender puede no adquirir conocimientos por diversas razones. Las medidas de aptitudes deben apoyarse en una relación causal con las medidas de rendimiento.

Por otra parte la mayoría de los instrumentos que se utilizan en evaluación psicoeducativa son pruebas normativas que dan una idea global de la realización del sujeto, pero no permiten establecer estrategias individuales de intervención.

¿Qué tipo de información podemos facilitar al profesor para que conozca mejor el nivel de desarrollo y de conocimiento conceptual y procedimental de sus alumnos?: ¿Una puntuación expresada en centiles?. ¿Una estrategia observacional?. ¿Una relación detallada de las habilidades adquiridas y de las que quedan por conseguir?. ¿Un diagrama de flujo que represente los procesos de pensamiento de quienes realizan correctamente una suma o solucionan un problema de forma oral o escrita?. ¿O quizás un poco de todo lo anterior suficientemente estructurado, fundamentado y unido a una invitación a la reflexión sobre la propia práctica y a la acción conjunta?

La tercera fuente que ha favorecido el interés por la evaluación psicoeducativa se sitúa en el campo de la investigación.

Los elogios que numerosas publicaciones del área psicoeducativa hacían sobre el KeyMath Diagnostic Arithmetic Test (Connolly, Natchman y Prittchet, 1976), a mediados de la década de los ochenta, fomentó el deseo de conocer ese instrumento de forma más cercana que las que ofrecían las páginas de libros y artículos de revistas. Fue entonces cuando se pidió a su distribuidora en E.E.U.U. A los pocos meses se inició una investigación cuyos objetivos fueron estimar el parámetro dificultad de los elementos y analizar el grado de ajuste de cada elemento al Modelo de Rasch según el cual se había construido la prueba. Dicha investigación terminó convirtiéndose en una memoria de licenciatura (Pérez-Santamarina, 1986).

El carácter técnico de ese trabajo respondía más a una investigación puramente metodológica que a una investigación psicoeducativa que sin desdeñar ni abandonar estos aspectos situara la evaluación en el contexto donde se realiza, es decir el marco educativo. Estas reflexiones llevaron a presentar en el I Simposium INFAD, una justificación del estudio del KeyMath en el ámbito de la Psicología de la Educación (Pérez-Santamarina, 1991).

Dicha justificación proponía la utilidad del KeyMath como un instrumento para analizar el estado inicial del alumno antes de comenzar un proceso de enseñanza-aprendizaje.

La flexibilidad que caracteriza al currículo propuesto en la Reforma Educativa no es un obstáculo para que se admitan algunos objetivos mínimos para cada materia, que hagan homogénea la enseñanza en todo nuestro país sin menoscabo de la atención a las peculiaridades en el desarrollo de los individuos y en la organización de los centros educativos.

La consecución de los objetivos mínimos requiere que el alumno posea unas competencias o habilidades básicas.

De la Orden et al (1995), consideran que las habilidades son conocimientos o destrezas requeridos para llevar a cabo ciertas tareas específicas. Una habilidad es necesaria para realizar una tarea y puede tener dos valores: presente o ausente. Una tarea compleja puede exigir la presencia de varias habilidades. También es posible que una habilidad permita realizar varias tareas.

De acuerdo con Pérez-Gómez y Gimeno (1994), los objetivos básicos y comunes no han de entenderse como conductas terminales, sino como parámetros de referencia sobre formas de actuar y seleccionar las experiencias educativas en las escuelas. La idea es excelente, no obstante consideramos que su puesta en práctica es compleja y etérea; requiere una preparación, una reflexión y un asesoramiento del profesorado que frecuentemente no se tienen; conlleva el riesgo de modelar alumnos a la medida de las limitaciones o de las excelencias de su profesor.

La elaboración adecuada de los Proyectos de Centro y las concreciones que en él se expliciten puede eliminar o reducir las limitaciones referidas. A pesar de ello, en un mismo centro pueden y deben adoptarse diferentes formas de evaluación psicopedagógica.

Los diferentes aspectos que se han ido exponiendo en esta introducción han impulsado nuestro interés por profundizar en el proceso de la evaluación de las habilidades matemáticas básicas en Primaria hasta convertirlo en el objetivo fundamental de nuestra investigación. En el aprendizaje de las matemáticas se necesita más que en otras materias, el dominio de determinadas habilidades para poder adquirir las siguientes.

En el capítulo I, de la Parte Primera, encontraremos una revisión sobre cuales son las habilidades matemáticas básicas, cómo se adquieren, cómo se desarrollan y qué información aportan estos conocimientos al ámbito instruccional.

El capítulo II, de la Parte Primera, se centra en la evaluación de las habilidades matemáticas básicas. Revisa los planteamientos teóricos actuales en evaluación educativa. Atiende al curriculum oficial vigente en nuestra Comunidad Autónoma y a las orientaciones que en él se ofrecen sobre los objetivos educativos, sobre los contenidos para conseguir dichos objetivos y sobre los criterios para evaluar el logro de los objetivos. Repasa diversas técnicas psicopedagógicas de evaluación en matemáticas y enfatiza la utilidad de la evaluación criterial. Recoge los conceptos básicos de la Teoría de Respuesta al Item (TRI) por su contribución a la mejora en la objetividad de la medida.

Ante las múltiples formas de evaluación posibles, deseables y complementarias, el capítulo III, de la Parte Primera, se dedica a describir un instrumento concreto, el KeyMath Diagnostic Arithmetic Test, y a revisar las investigaciones realizadas sobre dicho instrumento, durante los últimos veinte años.

El capítulo IV, de la Parte Primera, concreta **los objetivos de la parte empírica (Cuarta) de nuestra investigación, en el estudio de las características psicométricas y educativas del instrumento presentado en el capítulo anterior y en sus posibilidades de utilización en nuestro contexto**.

En los capítulos que conforman la parte metodológica, el primero se dedica a la descripción de la muestra utilizada y a los criterios con los que se seleccionó.

El capítulo sobre procedimiento, describe el instrumento utilizado, pero no en su versión original americana, sino en la revisión española resultante de una serie de modificaciones realizadas en una investigación anterior a la actual (Pérez-Santamarina, 1986).

En el tercer capítulo de metodología se describen los análisis cuantitativos realizados y los programas informáticos utilizados. También recoge los análisis cualitativos realizados por jueces o expertos en la docencia de las matemáticas.

El apartado tercero se dedica a presentar los resultados obtenidos tras el desarrollo de los análisis.

En el apartado cuarto se dan interpretaciones que pueden explicar los resultados obtenidos.

Las conclusiones que aparecen en el último capítulo del bloque dedicado a la discusión, resumen los aspectos más importantes recogidos en cada uno de los capítulos y apartados anteriores y plantean la utilidad de los resultados de la investigación para posteriores estudios.

PARTE I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Capitulo I: Habilidades Matemáticas Básicas. Desarrollo e Implicaciones Educativas.

Capítulo I: HABILIDADES MATEMÁTICAS BÁSICAS. Desarrollo e Implicaciones Educativas.

1. MARCO TEÓRICO.

La Psicología de la Instrucción Matemática se ocupa de la interacción entre la estructura del contenido matemático y la naturaleza holística del ser humano.

La definición de la estructura básica de las matemáticas y del contenido de su campo de estudio es tarea de los matemáticos. Los psicólogos tomamos esa estructura del contenido como dato. Nuestra tarea consiste en analizar cómo se aprenden y cómo se utilizan los contenidos matemáticos; qué características de los procesos de pensamiento de los alumnos les permiten aprender las estructuras matemáticas. El resultado de ese análisis permitirá diseñar métodos adecuados para su enseñanza.

1.1. PRINCIPALES MODELOS TEÓRICOS.

En este apartado haremos referencia a algunos modelos que se han ocupado del aprendizaje de las matemáticas. Los dos primeros están relacionados con habilidades para el cálculo, los restantes intentan explicar, además, las estructuras psicológicas que intervienen en las habilidades de resolución de problemas.

1.1.1. Modelo clásico-experimental de Thorndike.

Thorndike (1922), considera que los objetivos de la enseñanza consisten en la producción de cambios en la naturaleza humana. El alumno piensa, siente y actúa de un modo determinado como respuesta a las situaciones que la escuela ha planteado, en las que se han establecido conexiones o vínculos, que le llevan a actuar de la misma forma cuando se le presentan situaciones similares fuera de la escuela.

La misión de la enseñanza es descubrir y formular los vínculos y los hábitos necesarios para la aritmética, que permitan al alumno hacer cálculos y resolver problemas.

Un buen sistema de ejercicios y de práctica requiere presentar los vínculos de forma cuidadosamente programada, para que los vínculos más importantes se practiquen con más frecuencia, y los menores con menos frecuencia. Los vínculos empleados para facilitar el aprendizaje de conceptos nuevos, se practicarían de forma temporal abandonándose posteriormente por falta de uso.

Desde esta teoría la multiplicación se trata como una combinación de capacidades (capacidad de multiplicar números de dos cifras, conocimiento de las tablas de multiplicar, tener en cuenta las llevadas, etc). El ejercicio con cada capacidad establece hábitos y conexiones mentales. Cuanto más se presenten los ejercicios en un contexto práctico interesante, más fuertes serán las conexiones.

La recompensa se consigue cuando los problemas aritméticos se hacen interesantes, divertidos y próximos a sus aplicaciones prácticas.

1.1.2. Modelo de jerarquías de transferencia de Gagné.

Gagné (1962), partiendo de la teoría del aprendizaje acumulativo defiende que las tareas matemáticas se pueden dividir en jerarquías de habilidades componentes, que a medida que se van acumulando muestran una transferencia positiva a las habilidades de mayor nivel de la jerarquía.

Una jerarquía se forma considerando la tarea objetivo y planteándose qué subtareas tendría que saber hacer el alumno para realizar dicha tarea.

Las jerarquías sirven como mapas individuales para la enseñanza, ya que el profesor puede ayudar a cada niño a adquirir los conocimientos específicos que necesite para dominar la habilidad objetivo. Constituyen una secuencia estructurada para el profesor y para el estudiante, pero sin una determinación absoluta; es decir, dejando sitio para el juicio y para la adaptación a los intereses del niño y del profesor. El análisis de los procesos subyacentes a las tareas de una jerarquía ayuda a comprender el aprendizaje.

1.1.3. Teoría de la Gestalt.

Según esta teoría, la percepción humana no se puede explicar solamente por la suma de todos los estímulos que inciden en los sentidos.

La persona que percibe aporta algo único a la experiencia de la percepción, algo que hace que la experiencia sea algo más que la suma de los estímulos que la conforman.

Resnick (1990), destaca la insistencia de los psicólogos de la Gestalt en que la mente humana interpreta todas las sensaciones y las experiencias de entrada según ciertos principios organizativos, de forma que, en lugar de recibir simplemente información, se consigue algún tipo de comprensión.

Los estudios iniciales sobre percepción en fenómenos de la vida diaria (por ejemplo la música, donde la melodía está compuesta por muchas notas individuales; pero lo que percibe el oyente es la interrelación entre las notas, su formación, y no los tonos individuales), fueron dejando paso al estudio de la resolución de problemas y del fenómeno del "insight".

La comprensión o insight de la naturaleza del problema y su solución, suelen suceder de forma repentina y simultánea, después de un largo período de actividades. Esta comprensión procede de una reorganización de los elementos del problema, vistos en un nuevo contexto, más que de una suma de asociaciones de estímulos y respuestas.

Max Wertheimer fue el psicólogo de la Gestalt que más se ocupó del aprendizaje y de la enseñanza de las matemáticas. Wertheimer llamaba "pensamiento productivo" al pensamiento basado en una apreciación de la estructura del problema.

A través del ya clásico "paralelograma problemático" (Wertheimer, 1959), quiso demostrar que los niños que aprendían el algoritmo (medir la altura y multiplicar por la base) para calcular el área del paralelograma sin comprender los principios estructurales en los que se basaba (equivalencia entre el paralelogramo y el rectángulo), se limitaban a aplicar el algoritmo de una forma mecánica carente de sentido, que reprime la tendencia que tienen los humanos de ver las cosas como bloques estructurados.

El pensamiento productivo es el resultado de un aprendizaje significativo, basado en la comprensión de la estructura del problema que lleva a soluciones "elegantes y limpias". El pensamiento no productivo tiene en su origen un aprendizaje repetitivo y mecánico que lleva a soluciones calificadas por Wertheimer como "feas y estúpidas".

Dunker (1945), estudió las estrategias generales en la resolución de problemas. Pretendió explicar la resolución de problemas analizando los eventos que ocurren desde que se reconoce un problema hasta que se descubre la solución. Una estrategia para resolver problemas de arriba-abajo es el análisis de objetivos (centrarse en lo que exige verdaderamente el problema).

Un problema se puede analizar de abajo-arriba utilizando como estrategia el análisis de los materiales (advertir lo que se tiene). En sus estudios ya utilizaba protocolos de pensar en voz alta.

En la visión guestaltica de la resolución de problemas se considera que el insight surge de una comprensión del problema como un todo y de la relación de las partes con el todo.

1.1.4. La teoría genético-cognitiva de Piaget.

Desde esta teoría se considera el aprendizaje como un proceso de reorganización y reestructuración cognitiva. Se trata de un proceso básicamente interno ya que lo que determina las interacciones con el medio en el que vive, son las actividades cognitivas del sujeto. La interacción social favorece el aprendizaje por los desequilibrios que produce entre los conceptos propios y los ajenos.

Las fases en la evolución de la inteligencia son universales en su orden de aparición y cada una se construye a una edad determinada: el período sensomotor entre 0 y 2 años, el intuitivo o preoperatorio de 2 a 7; el operatorio concreto de 7 a 11, y el operatorio formal entre los 11 y los 14/15 años. Cada etapa supone una estructura intelectual que permite unas determinadas posibilidades de razonamiento (BarcaLozano, 1996).

Jean Piaget a lo largo de su carrera estudió el desarrollo de los sistemas de clasificación lógica (Piaget, 1967), el desarrollo de los conceptos numéricos (Piaget y Szeminska, 1941), geométricos (Piaget, Inhelder y Szeminska, 1960), de tiempo (Piaget, 1946), de movimiento y de velocidad (Piaget e Inhelder, 1946).

El conocimiento lógico-matemático es una abstracción a partir de las acciones sobre los objetos, los cuales tienen el papel de servir de soportes de la acción. Este conocimiento requiere una actividad mental interna realizada reflexivamente; no se adquiere por transmisión verbal ni está en la apariencia de los objetos. Aporta al niño la estructura mental sobre la que asentar el conocimiento físico (características externas de los objetos tales como forma, color, textura), y el conocimiento social (normas establecidas por la sociedad y que se adquieren por transmisión verbal, oral o escrita, de los adultos).

Las aportaciones más significativas de Piaget sobre el desarrollo de diversos aspectos del conocimiento matemático aparecen a lo largo del punto 2 del presente capítulo junto a la habilidad matemática correspondiente.

1.1.5. Teoría cognitiva de Bruner.

Bruner mostró interés por los procesos cognoscitivos humanos, considerándolos como "los medios por los que los organismos consiguen, retienen y transforman la información". Bruner (1964), describe tres modos de representación de las experiencias en la memoria: enactiva, icónica y simbólica.

a) Enactiva. Es un modo de representar eventos pasados mediante una respuesta motriz adecuada.

b) Icónica. Es lo que sucede cuando un niño "se imagina" una operación o una manipulación, como forma no solo de recordar el acto sino también de recrearlo mentalmente cuando sea preciso.

c) Simbólica. Esta representación se posibilita sobre todo por la aparición de la competencia lingüística . Un símbolo es una palabra o marca que representa alguna cosa, pero que no tiene porqué parecerse a dicha cosa.

Los modos de representación enactiva, icónica y simbólica se relacionan entre sí evolutivamente. Se desarrollan en ese orden y cada modo depende del anterior, exige mucha práctica en el mismo antes de que se pueda llevar a cabo la transición al modo siguiente.

Esta formulación de los modos de representación equivale, según Bruner a una teoría de las etapas de desarrollo del intelecto. Es similar en muchos sentidos a la teoría de Piaget, y se inspiró en la labor del mismo en Ginebra.

Los trabajos de los dos teóricos han recibido interpretaciones diferentes en el aula. Algunos intérpretes de Piaget hacen hincapié en la necesidad de esperar hasta que un niño esté preparado antes de intentar enseñarle conceptos que dependen de que el niño posea operaciones concretas, operaciones formales o capacidades similares. Bruner ha afirmado lo contrario: "Toda idea o problema o cuerpo de conocimientos se puede presentar de una forma lo suficientemente sencilla como para que cualquier estudiante determinado la pueda comprender de forma reconocible". (Bruner, 1966, pg 44).

Ampliando su trabajo sobre el desarrollo con sugerencias para la enseñanza en el aula, Bruner considera que si el intelecto se desarrolla en el orden enactivo-icónico-simbólico, entonces lo lógico es enseñar los conceptos en dicho orden. La clave para la enseñanza es presentar los conceptos de forma que respondan a los modos de representación.

1.1.6. Teoría del procesamiento de la información.

Explora la naturaleza de las representaciones conceptuales, y del desarrollo de la comprensión necesaria para construirlas y utilizarlas.

Los modelos del procesamiento de la información diferencian entre memoria de trabajo, donde se almacena temporalmente la información codificada para su uso inmediato y donde se produce el procesamiento activo de la información, y memoria a largo plazo o semántica en donde se almacena todo lo que sabe el individuo. El almacenamiento y recuperación del conocimiento está organizado y estructurado, es algo más que una colección desordenada de elementos de información.

Los modelos de estructura de red reflejan el supuesto de que la mente humana puede elaborar conocimiento, además de recibir conocimiento de los sucesos del entorno.

Con el desarrollo de los modelos de memoria semántica se intenta explicar el pensamiento humano atendiendo a dos particularidades:

a) La de adaptarse al contenido del campo del conocimiento que se estudia.

b) La de poder incluir a la vez reglas de acción y relaciones conceptuales dentro de las mismas redes.

Debido a estas características los modelos de memoria semántica permiten la asociación teórica de los procedimientos de cálculo y los principios que subyacen a dichos procedimientos. Gran parte de lo que llamamos estructura en el pensamiento matemático se puede explicar en los términos neoasociacionistas de las redes semánticas.

Para Greeno (1976), la utilidad que tienen para la enseñanza las representaciones de redes semánticas está en que nos permiten determinar objetivos concretos de la enseñanza en un nivel que tiene en cuenta lo que el alumno sabe en relación con lo que hace. Esos objetivos son denominados por Greeno como "objetivos cognitivos" a diferencia de los objetivos puramente conductuales. Al definir los objetivos cognitivos en términos de redes semánticas, se pueden indicar los tipos de estructuras del conocimiento, tanto conceptuales como de procedimiento en las que se debe centrar la enseñanza.

La delimitación de objetivos cognitivos no rechaza el empleo del rendimiento o de la conducta como criterios que sirvan para determinar el grado de éxito de la enseñanza, lo que se hace es ampliar el concepto de objetivos educativos formales para incluir en el mismo la estructura de conocimiento que produce la conducta, además de la conducta en sí (Resnick, 1990).

En la definición de objetivos cognitivos matemáticos es necesario combinar conceptos de la estructura del contenido, información sobre las estructuras de conocimiento de las personas expertas en un campo, y pautas generales del conocimiento bien estructurado.

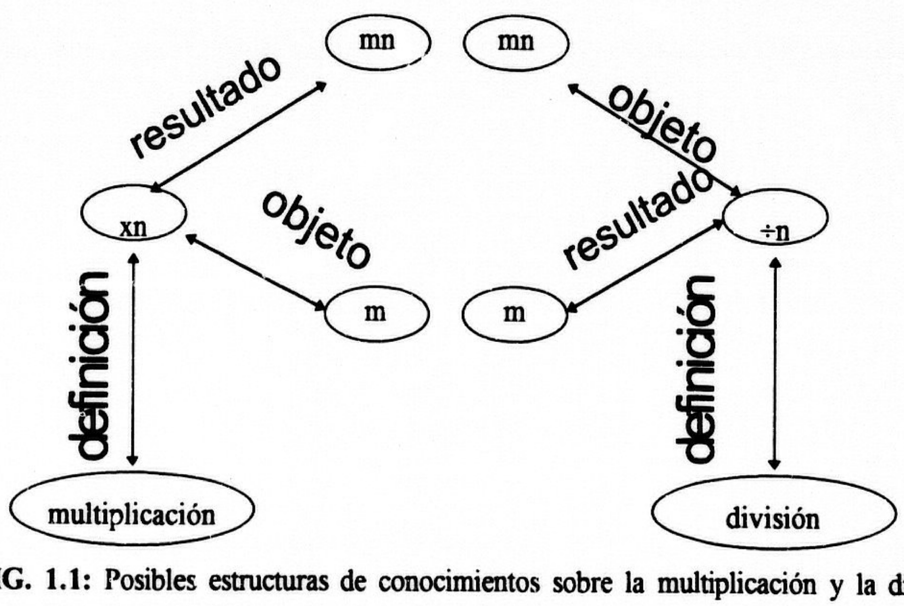


FIG. 1.1: Posibles estructuras de conocimientos sobre la multiplicación y la división. Su separación pone de manifiesto la falta de comprensión de la relación inversa que existe entre ambas operaciones. ***Tomado de Resnick (1990).***

La figura 1.1. representa una estructura posible para la multiplicación y para la división de una persona que conoce la multiplicación y la división, pero no comprende su relación inversa.

Según las estructuras que se ilustran en la figura, la multiplicación se define como operación de "n-veces" (x n). La operación x n tiene un objeto (la cosa sobre la que se ejecuta la operación), en este caso la cantidad (m), y un resultado, la cantidad (m n). Las flechas entre los módulos llevan los nombres que describen la relación. La dirección de la flecha indica la dirección de la relación, pero no indica una dirección de procesamiento; los vínculos se pueden recorrer en cualquiera de los dos sentidos durante el trabajo con la memoria. La división también se define como una operación: "÷n" ; y esta operación también tiene un objeto y un resultado.

La figura 1.2. representa la estructura de conocimiento de alguien que conoce la multiplicación, la división y comprende su relación inversa.

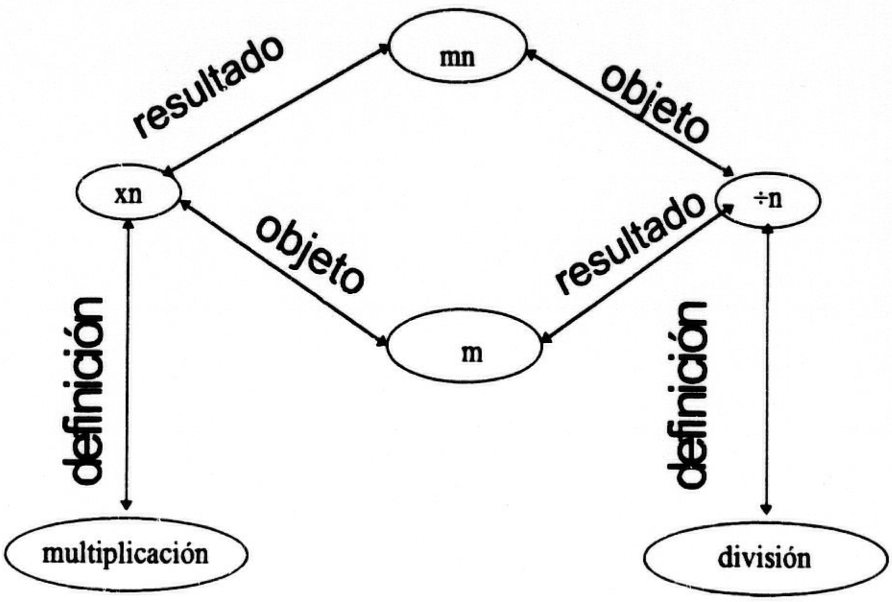


FIG. 1.2: Estructura del conocimiento que pone de manifiesto la comprensión de la relación inversa entre la multiplicación y la división. Esto supone una unión y simplificación de las estructuras de la figura 1.1. ***Tomado de Resnick (1990).***

El conocimiento de esta persona es superior a la representada en la figura 1.1., sin embargo la estructura de esta segunda persona es más sencilla porque su conocimiento mayor le ha permitido que los mismos elementos de información (nódulos) funcionen a la vez en los sistemas de conocimiento de la multiplicación y de la división. Como puede observarse en la figura 1.2. la cantidad resultado de una operación, se representa como cantidad objeto en la otra.

Para conocer las estructuras de conocimiento de las personas, se utilizan métodos tales como el análisis de los protocolos de actuación y de pensamiento en voz alta, el estudio sobre la formación de errores y las medidas del tiempo de reacción.

Para explicar la resolución de los problemas matemáticos tenemos que considerar tanto los tipos de estructuras matemáticas que poseen las personas (incluidos los tipos de rutinas algorítmicas que son capaces de ejercitar), como las estrategias que poseen para: **a)** acceder a sus conocimientos previos, **b)** detectar relaciones con el entorno de la tarea, **c)** elegir entre las acciones disponibles.

En la resolución de problemas se consideran especialmente importantes los siguientes aspectos:

a) Representación del problema. Advertir las características del problema y codificarlas. Que sean interpretables por el sistema de procesamiento de la información.

b) El entorno de una tarea. Se refiere a los datos de la tarea que están disponibles (físicos, gráficos, verbales), que son percibidos por la persona y que le suministran información específica y procedimientos determinados.

c) Instrucción de la tarea. Por su poder para generar representaciones, las instrucciones pueden facilitar la resolución del problema.

Desde los modelos de redes del conocimiento, el aprendizaje puede consistir en construir nuevas interconexiones y relaciones, así como en recibir nuevos elementos de información.

1.1.7. El constructivismo como marco psicológico global de referencia.

Coll (1993), afirma que "la Psicología no ha podido ofrecer una explicación global de los procesos de enseñanza y aprendizaje suficientemente sólida y que goce de consenso y aceptación más allá de los diversas tradiciones, enfoques y escuelas de pensamiento" (Coll, 1993, pg 246).

Ante esta situación, se viene adoptando el "constructivismo" como marco psicológico global de referencia. Más que una teoría de los procesos de enseñanza-aprendizaje es una integración convergente de principios educativos procedentes de diferentes enfoques teóricos. Posiblemente el principal denominador común a todos ellos es el principio de que el conocimiento debe utilizar como punto de partida la propia experiencia del alumno.

El constructivismo surgió como resultado de la convergencia entre aprendizaje y enseñanza, entendiendo el aprendizaje como un proceso de construcción de un nuevo conocimiento sobre la base del conocimiento actual(Glaser, 1991), y la enseñanza como una intervención en un proceso continuo de construcción del conocimiento. (Resnick, 1989).

Coll (1990), describe la concepción constructivista del aprendizaje como un " esquema de conjunto, elaborado a partir de una serie de tomas de postura jerarquizadas sobre algunos aspectos cruciales de los procesos de enseñanza y aprendizaje, que aspira a facilitar una lectura y una utilización crítica de los conocimientos actuales de la Psicología de la Educación, y del que es posible derivar tanto implicaciones para la práctica como desafíos para la investigación y la elaboración teóricas" (pag. 437-438).

El proceso de construcción del conocimiento se sitúa entre dos coordenadas fundamentales: la naturaleza social de la educación y las relaciones entre el desarrollo personal y el proceso de socialización.

La primera coordenada puede entender partiendo de tres conceptos:

a) La función prioritaria de la educación escolar es la de promover el desarrollo y el crecimiento personal de los alumnos.

b) Se facilita el desarrollo en la medida que se permita a los alumnos construir una identidad personal en el marco de un contexto social y cultural concreto.

c) El aprendizaje implica un proceso de construcción o reconstrucción del alumno en la realización de los aprendizajes escolares. Dicho proceso es intrínseco al funcionamiento psicológico de los seres humanos.

La segunda coordenada, relaciones entre el desarrollo personal y el proceso de socialización, puede definirse a través de tres enunciados:

a) La incidencia de la enseñanza sobre los resultados del aprendizaje está totalmente mediatizada por la actividad mental constructiva del alumno. Es él quien construye el conocimiento. Construye significados y atribuye sentido a lo que aprende y nadie puede sustituirle en esta tarea.

b) La actividad mental constructiva de los alumnos se aplica a contenidos que poseen ya, un grado considerable de elaboración. Para que la actividad mental conduzca al aprendizaje, es necesario un proceso de construcción compartido por profesores y alumnos, sobre lo que significan y representan los contenidos y formas culturales existentes y dados antes del proceso individual de construcción.

c) El papel del profesor es el de un guía que encadena los procesos de construcción de los alumnos con los significados culturales seleccionados como contenidos de aprendizaje. Ejerce su tarea desde un planteamiento curricular abierto y flexible.

Los procesos psicológicos que intervienen en la construcción de significados ante un nuevo contenido incluyen componentes afectivos, motivacionales y relacionales, además de los cognitivos y de las capacidades previas (Coll, 1988).

El constructivismo como marco psicológico global de referencia, se ha adoptado en el planteamiento curricular de la Reforma Educativa española para todas las áreas del currículo. Las condiciones para cada área curricular serán el resultado de integrar las aportaciones del constructivismo con la naturaleza del conocimiento de cada área específica.

1.2. CONSTRUCTIVISMO Y CONOCIMIENTO MATEMÁTICO.

En el ámbito escolar el proceso de construcción del conocimiento matemático, se inicia partiendo de la experiencia práctica de los alumnos, y de su conocimiento intuitivo sobre las propiedades de los objetos. La comprensión intuitiva de nociones, relaciones y propiedades matemáticas se va enriqueciendo progresivamente con formas de representación (dibujos, esquemas, etc) que permitan avanzar hasta el manejo adecuado de notaciones y operaciones simbólicas de tipo numérico, algebraico o geométrico. (DCB, 1989).

La propia estructura jerárquica de las matemáticas y la interdependencia entre sus conocimientos requiere un orden para su comprensión. La adquisición de un nuevo conocimiento toma como base otros conocimientos matemáticos anteriores. La falta de comprensión de un concepto probablemente provocará incomprensión de los conceptos relacionados jerárquicamente con dicho concepto (Martí, 1996).

Según Baroody (1988), la enseñanza formal debe basarse el conocimiento matemático informal de los niños. Considera también que la aritmética informal está basada en la habilidad de contar, y que la aritmética formal se basa en la notación posicional.

Distingue entre dos tipos de destrezas aritméticas:

a) Asociaciones sencillas tales como relaciones numéricas, tablas de sumar, restar, multiplicar, etc, que se han estudiado de memoria (aspectos que explicaba la teoría conexionista de Thorndike).

b) Procedimientos complejos o algoritmos, en los que se debe realizar una secuencia fija de operaciones, para lo cual el alumno habrá de conocer qué pasos debe dar, en qué orden, y cómo controlar su ejecución (aspectos que se explican mejor desde la teoría del procesamiento de la información y desde la metacognición).

Resnick (1990), señala la necesidad de estudiar las interacciones entre habilidad de cálculo y comprensión matemática, insistiendo en que el aprendizaje no se da solo en función de la práctica; los procesos mentales que realizan las personas les permiten modificar su comprensión de los conceptos matemáticos.

Hiebert (1984), diferencia dos tipos de conocimiento matemático:

a) Conocimiento de la forma. Implica aprender los nombres y las formas de los símbolos (p.ej: leer y escribir números), las reglas para el empleo de estos símbolos (p.ej: el número mayor se coloca junto al extremo abierto del símbolo), y las reglas para manipularlos en la resolución de problemas (p.ej: el algoritmo para sumar números de varias cifras con acarreo).

b) Comprensión. Implica construir conceptos (p.e: llegar al concepto de adición como proceso aumentativo, a partir de su experiencia informal) y encontrar relaciones (p.ej: asignar significado de adición al símbolo +).

El avance progresivo desde el conocimiento intuitivo e informal hasta llegar a un conocimiento matemático de carácter formal, abstracto y deductivo implica el desarrollo de procesos de pensamiento.

Martí (1996), sitúa el proceso de abstracción en la base de la construcción del conocimiento matemático. El paso de las representaciones sensibles a las representaciones abstractas entraña dificultad, especialmente cuando la habilidad de contar no está bien adquirida. Un proceso muy ligado al de la abstracciones el proceso de generalización, ya que toda generalización supone la abstracción de las propiedades comunes a los casos que se generalizan.

La concepción constructivista del aprendizaje matemático no solo da importancia a los procesos cognitivos sino también a los afectivos y motivacionales.

En este ámbito De Corte (1993) se refiere a creencias erróneas de los alumnos como creer que solucionar un problema solo lleva un momento, considerar que las matemáticas consisten solamente en un conjunto de reglas, o asumir que solo hay una forma correcta de solucionar un problema.

De Corte (1997) defiende una concepción del aprendizaje de las matemáticas como construcción social y contextualizada del significado y de la comprensión. Señala el impacto de las actividades de grupo en el aprendizaje de los estudiantes. Distingue cuatro componentes esenciales en una teoría del aprendizaje de las matemáticas desde la instrucción:

a) Adquisición de una disposición matemática como último objetivo.

b) Procesos de aprendizaje constructivo como camino hacia el objetivo.

c) Un contexto potente de enseñanza-aprendizaje como soporte.

d) Evaluación como base para el control y la retro alimentación.

2. LAS HABILIDADES MATEMÁTICAS BÁSICAS Y SU DESARROLLO.

El pensamiento matemático intuitivo es el que se desarrolla sin una instrucción formal. Esos conocimientos numéricos que se van manifestando durante los primeros seis años de vida, son imprescindibles para que el niño pueda adaptarse a las exigencias del entorno en el que vive, tanto el del interior de su casa y su familia, como el del exterior físico y social. Todos estos conocimientos informales constituyen la base sobre la que posteriormente se apoyará la instrucción matemática formal.

Martí (1996), ofrece nueve características del conocimiento matemático intuitivo. Entre ellas destacamos las siguientes: **a)** se adquieren en contextos informales, **b)** son conocimientos implícitos y difíciles de expresar verbalmente, **c)** son conocimientos básicos que no requieren justificar su relación con otros conocimientos, **d)** están asociados en la memoria con una variada gama de situaciones específicas, **e)** tienen un alto valor adaptativo.

2.1. EL CONOCIMIENTO DEL NÚMERO.

Según Gelman, Cohen y Hartnett (1989), la primera teoría que los niños tiene sobre el número es que los números son lo que se obtiene al contar. Por lo tanto el cero y las fracciones no se consideran como números. Para Carey (1985), el primer paso en un cambio teórico sobre el número es conceder estatus de numerosidad a las fracciones y al cero.

Wellman y Miller (1986), han demostrado tres estadios en la comprensión del cero: **a)** familiarización con el nombre y la notación escrita, **b)** comprensión de que cero se refiere a ninguno o nada, **c)** comprender que el cero es el número más pequeño de la serie de enteros no negativos.

2.1.1. Perspectiva nativista de la numerosidad.

Starkey et al (1980), en un estudio con bebés de seis a nueve meses encontraron una habituación de la atención continuada a la aparición de diapositivas con tres elementos y una deshabituación a la aparición de diapositivas que contenían dos elementos. Ello sugiere que los niños probablemente han discriminado perceptivamente entre los dos tipos de muestras.

Strauss y Curtis (1981), también encontraron que los bebés miraban durante más tiempo a los estímulos nuevos.

Starkey et al (1981), siguiendo un método que valora la detección de semejanzas entre modalidades sensoriales, informaron de una tendencia débil pero estadísticamente significativa en bebés de seis a ocho meses a mirar durante más tiempo a la muestra de tres items que a la de dos items cuando sonaban tres golpes de tambor y a mirar durante más tiempo a la muestra de dos items cuando sonaban dos golpes de tambor. Actuaban, pues, como si detectaran algún tipo de equivalencia entre series de estímulos visuales y auditivos. Los autores del estudio se plantean la proximidad, si no identidad, entre esa equivalencia abstracta en un proceso neurológico.

Estos estudios sugieren que el desarrollo de las habilidades numéricas básicas puede construirse sobre habilidades cognitivas que ya están presentes en los bebés, y que probablemente son universales.

2.1.2. El concepto numérico en Piaget.

Según Piaget y Szeminska (1941), todos los aspectos del número forman parte del desarrollo cognitivo y se construyen como resultado de la inteligencia sensoriomotriz coordinada posteriormente con la seriación y la clasificación.

La comprensión del número se basa en dos conceptos: **a)** la conservación; **b)** la correspondencia uno a uno.

a) La conservación. Consiste en centrarse específicamente sobre las transformaciones y razonar sobre ellas. Cuando un niño admite que existe el mismo número de objetos en dos filas que tienen diferente longitud o densidad puede afirmarse que ese niño conserva el número. El número es inteligible en la medida que permanece idéntico a sí mismo, es decir, en la medida que se conserva.

Para que se dé la conservación es necesario que el niño pueda representar el orden lineal. También es necesaria la seriación o capacidad de representar objetos de distinta magnitud en secuencias correctamente ordenadas. Y por último se necesita un sistema de clasificación jerárquica de relaciones inclusivas, que ayude a entender que 1 está incluido en (1+1); (1+1) lo está en (1+1+1), etc.

b) La correspondencia uno a uno. Es el procedimiento más simple para determinar la equivalencia de los conjuntos.

2.1.2.1. Etapas en la evolución de los conceptos de conservación y de equivalencia.

La primera etapa se caracteriza por la ausencia de comprensión de ambos conceptos. Finaliza en torno a los cinco años.

La segunda etapa se caracteriza por la presencia de respuestas intermedias. Responden correctamente cuando las diferencias entre los dos conjuntos son poco pronunciadas y responden incorrectamente cuando las diferencias se acentúan. Esta etapa tiene lugar entre los cinco y los seis años y medio.

La tercera etapa se sitúa a partir de seis años y medio o siete. En esta etapa hay conservación y equivalencia independientemente de la situación que se le plantee. Siguiendo a Bermejo, Lago y Rodríguez (1994), los niños utilizan tres tipos de argumentos para justificar la conservación: **a)** argumentos de identidad simple o aditiva (ej.: "son las mismas fichas" o "no se ha quitado ni añadido nada"), **b)** argumentos de reversibilidad, cuando señalan que puede volverse a la situación inicial, **c)** argumentos de compensación (ej.: "es más largo, pero las fichas están más separadas").

2.1.3. Investigaciones discrepantes con la conservación piagetiana.

Gelman (1982), se ha ocupado de las habilidades numéricas que aparecen en el período preescolar. Los frutos de esas investigaciones han demostrado que los preescolares poseen más conocimientos y destrezas en el campo del número del que las investigaciones pioneras de Piaget habían sugerido. Según los estudios de Gelman cuando se les pregunta a los niños de tres o cuatro años sobre el valor numérico comparativo de filas de objetos, estos niños conceptualizan las filas ganadoras y perdedoras en términos de números más que de longitud o de densidad (Flavell, 1993).

Gelman explica la discrepancia entre los resultados de sus estudios y los estudios clásicos sobre conservación argumentando que esta tarea requiere además del conocimiento del número, otros procesos y destrezas cognitivas (Gelman, 1972). Estos procesos se vieron concretados años más tarde (Gelman y Gallistell, 1978), con los nombres de "habilidades de abstracción del número" y "principios de razonamiento numérico".

Las habilidades de abstracción del número se refieren a los procesos mediante los cuales el niño abstrae y representa el valor numérico de una serie de objetos. Para representar dicho valor numérico los niños suelen realizar la actividad de contar, a la que dedicamos atención en el apartado 2.2.

Los principios del razonamiento numérico ayudan a hacer inferencias sobre los valores numéricos establecidos, a operar después con ellos. Gelman (1982) y Siegler y Robinson (1982), consideran que hacia el final de los cinco años los niños han aprendido principios tales como:

a) Las transformaciones del color, de la identidad o de la colocación de los items no modifica el número de items de la serie.

b) El valor numérico de la serie aumenta cuando se añaden elementos, disminuye cuando se quitan, y se mantiene invariable cuando primero se añade un ítem y luego se quita.

c) Igualdad y desigualdad numérica entre dos series.

Además los niños pueden realizar problemas de suma hasta seis elementos y problemas de resta hasta cuatro items.

Las habilidades numéricas de los niños continúan mejorando en los años posteriores con la ayuda de la enseñanza formal de la escuela. No obstante una parte del avance en el aprendizaje continua siendo informal y espontáneo.

Se van haciendo más explícitos los principios de abstracción y razonamiento numérico contados anteriormente, teniendo pleno significado hacia los diez años (Flavell, 1993).

Mc Garrigle y Donaldson (1975), informan de que los niños resuelven la tarea de conservación a una edad más temprana si se modifica el paradigma experimental culpando de la transformación de las líneas a un osito malo, en lugar de que sea el experimentador quien las transforme, de espaldas al niño.

Markman (1979), encontró que los niños conservan mejor el número cuando se utiliza un término que denota colección (ej.: bosque) que con un término que denota clase (ej.: árbol).

Siegler (1968), comprobó que los niños menores de cinco años pueden pasar la tarea de conservación si se utilizan tres o cuatro objetos, es decir, son capaces de mostrar conservación de números pequeños, pero no pueden aplicar los operadores lógicos de la conservación a números mayores de cinco.

2.1.4. Importancia de la notación en el desarrollo del número.

Según Bialystok (1993), las notaciones externas ayudan al niño a comprender la naturaleza simbólica del número. En una tarea de empaquetado de juguetes en cajas se pidió a los niños que escribieran en las tapaderas cuántos juguetes llevaba cada caja. Los niños que hicieron notaciones numéricas (aunque fueran erróneas) recordaban mejor el número que los niños que hacían dibujos o representaciones analógicas (líneas o cuadros).

Los estudios de Petitto (1978), y Carraher (1985), con grupos culturales que carecen de sistemas de notación numérica y sin embargo hacen cálculos numéricos siguiendo operaciones aritméticas aditivas conducen a la afirmación de que la notación numérica no es una condición necesaria para que se desarrollen los principios aritméticos.

Para Karmiloff-Smith (1994), la existencia de un sistema externo de notación numérica no es universal. Sin embargo si parecen ser universales la actividad de contar, las operaciones aritméticas aditivas y la conservación del número. Según Tolchinsky y Karmiloff-Smith (1993), los niños de edad preescolar conocen cualidades formales de la notación numérica, tales como su mayor proporción de elementos repetidos y la separación de las unidades, a diferencia de las letras que son más y van generalmente unidas.

En sus estudios sobre las relaciones entre diferentes componentes del conocimiento numérico tales como la flexibilidad en el cálculo, la representación lingüística y la estimación, Gil y Tolchinsky (1997), encontraron que cuando se les pide a los prescolares que generen e interpreten numerales los niños muestran un dominio de la notación decimal, superior al nivel esperado.

2.2. LA HABILIDAD DE CONTAR.

El conteo es uno de los procedimientos de cuantificación. También son medios cuantificadores la percepción inmediata o subitización, la correspondencia uno a uno y la estimación. La selección que hace el niño del procedimiento depende de su edad, de la tarea y del contexto en el que actúa (Bermejo y Lago, 1992).

Las numerosas explicaciones sobre el desarrollo del conteo pueden agruparse en dos bloques: El primero considera que el conteo consiste en un aprendizaje mecánico y memorístico, carente de sentido, que aparece tempranamente. La comprensión de su significado y la generalización se produce más tardíamente. Para Piaget y Szeminska el conteo operatorio aparece después de la conservación. Desde este primer planteamiento el proceso de aprendizaje del conteo se produce a través de **a)** la creación de hábitos, **b)** el refuerzo por parte de los adultos y **c)** la abstracción de generalizaciones a diversas situaciones. Sophian (1987), y Saxe (1977), son autores representativos de este primer bloque.

El segundo bloque de investigaciones considera que el conteo es un proceso cognitivo complejo, que prepara la adquisición de habilidades numéricas más tardías. La habilidad de contar pasa a entenderse como uno de los pilares del desarrollo matemático posterior (Bermejo, 1994). Trabajos representativos de este enfoque son los de Greeno et al (1984), Gelman y Greeno (1989), y Gelman y Gallistel (1978).

2.2.1. Principios en la habilidad de contar.

Gelman y Gallistel (1978), propusieron un modelo de aprendizaje del conteo constituido por cinco principios que dirigen la actividad de contar. Estos principios no son estáticos, se van elaborando y precisando de forma gradualmente mayor.

1°. El principio uno a uno: Al contar se debe asignar sucesivamente un único nombre de número a todos y cada uno de los elementos que se cuentan. Según Gelman (1982), niños con tres años conocen tácitamente el principio uno a uno y pueden detectar sus errores y los errores deliberados de otros. Este principio conlleva la coordinación de los procesos de partición y de etiquetación. El proceso de partición facilita la diferenciación entre los elementos que ya se han contado y los que quedan todavía sin contar. El proceso de etiquetación se refiere a la asignación de etiquetas o establecimiento de correspondencia entre un nombre y un objeto.

2°. El principio de orden estable: Al contar los elementos, los nombres de los números se recitan siempre en el mismo orden. En la adquisición de la secuencia convencional de los numerales se distinguen dos fases. La primera fase funciona de forma similar a un esquema piagetiano, como una estructura global unidireccional.

La segunda fase de la adquisición se denomina elaboración, y en ella se distinguen cinco niveles: **a)** solamente se pueden contar los numerales empezando por el uno, **b)** se van diferenciando los elementos de la secuencia, **c)** se emiten fragmentos aislados de la secuencia (pueden empezar por 6,7,8, sin necesidad de empezar por el 1), **d)** se pueden contar los numerales, **e)** emisión de secuencias crecientes o decrecientes (Bermejo, Lago y Rodríguez, 1994).

3°. El principio cardinal o de cardinalidad: El nombre que se asigna al último número de la secuencia de cuenta, ofrece el valor cardinal de la serie. Por ejemplo, un niño cuenta, uno, dos, tres; y dice "hay tres". Gelman y Gallistel (1978), consideran que incluso los niños de dos años y medio pueden aplicar este principio, aunque no lo comprendan plenamente. Entendiendo que la comprensión del principio de cardinalidad implica un proceso evolutivo, Bermejo y Lago (1990), identifican seis niveles o etapas: **a)** incomprensión de la situación y respuesta al azar, **b)** repetición de la secuencia de conteo utilizada, **c)** volver a contar, ante la pregunta sobre cuántos objetos hay, **d)** aplicación de la regla del "cuántos", respondiendo mecánicamente con el último numeral de la secuencia empleada en el conteo, **e)** dar como respuesta el numeral mayor de la secuencia, **f)** respuesta correcta del cardinal.

Los tres principios comentados dicen al niño cómo contar.

4°. El principio de abstracción: dice al niño qué se puede contar. Este principio establece que todas las "cosas" son potencialmente contables. Los niños cuentan los objetos de una habitación sin preocuparse de su heterogeneidad, ni de que sean reales o imaginarias.

5°. Principio de irrelevancia del orden: Establece que no importa el orden en que se enumeran los objetos que se están contando. Según Gelman (1982), los niños de cinco años tienen un cierto conocimiento explícito de ese principio, ya que son capaces de contar los objetos en cualquier orden que se les pida; es decir, mueven los nombres numéricos de los objetos. Sin embargo se oponen a mover los nombres no numéricos de los objetos. Por ejemplo, a un muñeco no se le puede llamar perro, ni a un perro muñeco. Resumiendo, se obtendrá el mismo cardinal con independencia del orden en que sean contados los items.

2.2.1.1. Funciones de los principios.

Karmiloff-Smith (1994), recoge tres de las funciones que se atribuyen a los principios:

1ª. Dirigir los procesos de atención y el almacenaje coherente y organizado de los datos.

2ª. Propiciar actividades de aprendizaje autogeneradas.

3ª. Convertir los procedimientos correctos en entradas de información relevantes para desarrollar una competencia conceptual más avanzada.

2.2.1.2. Discrepancias con respecto al principio de cardinalidad.

Wynn (1990), demostró que los niños ignoran que el recuento produce una cardinalidad determinada cada vez que se cuenta, incluso un año después de que sepan contar. Wynn sitúa la adquisición del principio de cardinalidad en los 3 años.

Siegler (1989), argumenta que los niños no consiguen el principio de cardinalidad, porque no se dan cuenta de forma automática de que una estrategia practicada en una situación también es relevante para otra.

La propia Gelman (Gelman y Meck, 1986), también cuestiona el principio de cardinalidad. Encontraron que los niños de tres años, cuentan en voz alta en el primer ensayo, pero en los ensayos posteriores con el mismo conjunto de elementos solo repiten la última etiqueta de su recuento anterior, a diferencia de los niños de dos años que vuelven a contar los objetos en cada ensayo.

Frydman y Bryant (1988), retrasan aún más la edad en la que los niños llegan a comprender la cardinalidad, situándola en los cinco años. Comprobaron que niños de cuatro y cinco años distribuyen equitativamente un montón de caramelos a un grupo de muñecas, pero solamente los niños de cinco infirieron espontáneamente que el valor cardinal era el mismo para cada muñeca sin tener que volver a contar los caramelos después de realizar la distribución.

Karmiloff - Smith (1994), sugiere que posiblemente el principio de cardinalidad no se encuentre innatamente especificado, como suponen Gelman y Gallistel, sino que surja de la coordinación de principios más simples, como el de orden estable y el de correspondencia biunívoca.

2.2.2. La Subitización.

La subitización se conoce como un proceso rápido de recuento. Pero no está claro cuál es el mecanismo por el que se produce.

Mandler y Shebo (1982), y Gallistel y Gelman (1991), consideran que es resultado de procesos de recuento numérico. Sin embargo Glaserfeld (1982), opina que es una operación puramente perceptiva que no implica procedimientos numéricos. Este autor sostiene que la subitización es la capacidad de recitar la palabra correspondiente a un número en asociación a un patrón visual concreto, prácticamente similar a la asociación que hacemos entre los objetos y sus nombres.

Para Karmiloff - Smith (1994), independientemente de cuál pueda ser el procedimiento de la subitización, lo que está claro es que los cambios numéricos de las presentaciones estimulares captan la atención de los bebés. Defienden que en la arquitectura de la mente humana hay implantada una predisposición hacia datos numéricamente relevantes. Es esta predisposición, la que dirige la atención del bebé y hace posible que se almacenen representaciones numéricas susceptibles de posterior "redescripción representacional" (representación iterativa en formatos de representación diferentes de lo que se encuentra representado por las representaciones internas; convierte la información implícita en conocimiento explícito).

Sinclair (1997), informa de la aparición de la subitización a los 38 meses de edad, contando en principio hasta tres elementos. También encontró que los niños de 36 a 48 meses utilizan ampliamente palabras numéricas de la vida diaria (veces, años de edad, etc.), que identifican numerales en el teléfono, en el reloj y en juegos, y que se interesan por el incremento y decremento de las cantidades.

2.2.3. El lenguaje del recuento numérico.

Gelman, Cohen y Hartnett (1989), llegan a la conclusión de que los niños infieren que los números que oyen, son etiquetas para contar y no son los nombres de los objetos. Los principios de irrelevancia del objeto y de ordenación estable favorecen que esto ocurra. Los principios de dominio específico o capacidades precoces que guían el aprendizaje, hacen que determinados aspectos de la estimulación lingüística destaquen para los números y su recuento, mientras que otros aspectos de la estimulación lingüística quedan unidos a la actividad de nombrar. Posterior y progresivamente los niños tienen que aprender a aplicar el lenguaje matemático a los principios que gobiernan la habilidad de contar. Este paso es fundamental para la comprensión adecuada del dominio numérico.

Gelman (1990), y Resnick (1986), encontraron altas correlaciones positivas entre uso del lenguaje matemático abstracto y la comprensión matemática de niños matemáticamente bien dotados. Sin embargo los niños menos dotados para las matemáticas tienden a comprender el lenguaje matemático como si fuese lenguaje cotidiano.

2.3. LA OPERACIÓN DE SUMAR.

Según Bermejo, Lago y Rodríguez (1994), desde que los niños empiezan a realizar acciones aditivas acompañadas del uso del conteo, hasta que llegan a comprenderlas, pasan por dos concepciones amplias y diferentes de la suma:

La primera es una concepción "unaria", un conjunto inicial se hace mayor por un proceso aumentativo. La interpretación de 3+2 es que a un conjunto inicial de tres elementos, se le añaden sucesivamente dos elementos más. Para el niño de tres años esta operación es psicológicamente diferente a la de la suma 2+3, puesto que esta última significa que a un conjunto inicial de dos elementos se le añaden sucesivamente tres elementos más.

La segunda concepción es la "binaria" en el sentido de que los niños entienden la operación como una combinación de dos conjuntos disjuntos. Bajo esta concepción la suma 5+2 se interpreta como la combinación de dos cardinales, 5 y 2, y se espera obtener en ella el mismo resultado que en la combinación de el 2 y el 5, (2+5).

Progresivamente van descubriendo las propiedades de la suma: **a)** propiedad de identidad, según la cual, cualquier número más el cero da lugar a ese mismo número, **b)** la propiedad conmutativa enseña que el orden en el que sean adicionados los sumandos no altera el resultado de la suma, **c)** la propiedad asociativa se refiere a los diferentes agrupamientos que pueden realizarse para resolver una adicción que tenga más de dos sumandos.

Bermejo y Rodríguez (1993), han estudiado cómo se adquiere la propiedad conmutativa. Estos autores proponen un modelo de cinco niveles de compensación:

Nivel 1: No equivalencia. El niño no acepta que los resultados de los pares conmutados sean equivalentes. 4+2 es diferente 2+4.

Nivel 2: Equivalencia perceptiva. Se acepta la equivalencia si los números uno a uno son iguales.

Nivel 3: Equivalencia basada en el resultado. Mientras no calculan el resultado de una suma no pueden afirmar que el otro par conmutado sea equivalente.

Nivel 4: Equivalencia práctica. En este nivel los niños pueden decir que los resultados son los mismos, o que los sumandos son los mismos, pero no coordinan los sumandos y los resultados.

Nivel 5: Conmutatividad formal. Ya coordinan explícitamente sumandos y resultados.

2.3.1. Tipos de estrategias de suma.

Se entiende por "estrategia" a cualquier proceso mental o procedimiento en la corriente de las actividades del procesamiento de la información que sea útil a un propósito relacionado con la meta, (Schoenfeld, 1985).

Carpenter y Moser (1983), dividen el desarrollo normal de las sumas en tres tipos de estrategias:

1ª. Estrategia de modelado o de contar a través de los modelos. Este tipo de estrategias incluye el uso directo de modelos para contar, empleando objetos físicos o los dedos.

2ª. **Estrategia basada en el conteo.** Este tipo se compone de tres estrategias. La primera se denomina "suma" y supone contar todo sin modelos que sean objetos físicos; suelen utilizarse símbolos tales como círculos o cruces. La segunda estrategia se denomina contando desde el principio. El niño utiliza el nombre del primer sumando como punto de salida de la secuencia, y después suma el segundo sumando. En la suma 2+3 el niño dice "dos" y después cuenta 3, 4 y 5.

La tercera estrategia de este segundo nivel se llama "contando desde la mayor cantidad". Es similar a la anterior, excepto en que lo primero que el niño determina es cuál de los sumandos es mayor, y a partir de él cuenta los sumandos más pequeños. También se la conoce como estrategia "mim" porque es la estrategia que requiere el menor número de pasos.

3ª. **Estrategias de hechos numéricos.** Utilizan datos numéricos conocidos. Según exponen Bermejo, Lago y Rodríguez (1994), se basan en:

a) La utilización de reglas. Realizan una composición y descomposición de los números para hallar la suma total (ej.: ante la suma 5+4 un niño de cinco años y medio puede responder "como sé que cinco y cinco son diez, le quito uno y son nueve".

b) La numeración de resultados. Los niños recuperan la información a largo plazo sin necesidad de realizar ningún cálculo. (ej.: al ver 5+4 dirá nueve directamente).

La selección de una estrategia depende de las características de la suma presentada, y de la edad de los niños. Durante la etapa preescolar los niños suelen emplear estrategias de modelado y conteo. En el primer curso de primaria se utilizan las estrategias de conteo y en menor medida las de los hechos numéricos. Hacia el segundo curso de primaria se impone el uso de la estrategia de los hechos numéricos.

2.4. LA OPERACIÓN DE RESTAR.

Piaget y Szeminska (1941), consideran que comprender las operaciones de suma y resta requiere un determinado nivel de desarrollo de habilidades de razonamiento lógico, tales como la conservación del número, la relación parte-todo, y el razonamiento transitivo. Sin embargo algunos trabajos (Bermejo y Lago, 1988), y Bermejo y Rodriguez (1987), han cuestionado la relación de estas habilidades de razonamiento lógico con la realización correcta de problemas de adición y sustracción. Proponen como posible razón, que los procesos que el niño usa para resolver las tareas piagetianas no parecen implicarse directamente en la solución de problemas aditivos o subtractivos (Bermejo, 1990).

Luceño (1993), presenta la concepción operativa de la resta como "una forma de deshacer lo que hace la suma" (pg. 103). Como operación inversa de la suma, los verbos de acción que se emplean para referirse a la resta son: quitar, gastar, sacar, disminuir, cortar, faltar, sobrar, restar.

Una completa comprensión de la resta implica conocer su utilidad en tres situaciones diferentes:

a) Encontrar un resto (situación de quitar).

b) Búsqueda de un complemento, (qué falta a una cantidad para igualarse a otra).

c) Comparar dos magnitudes.

La dificultad aumenta cuando en la resta hay que tener en cuenta la compensación de órdenes.

2.4.1. Principios fundamentales de la sustracción.

Según Resnick y Omason (1987), hay cuatro principios que son básicos para comprender la operación de restar, que veremos seguidamente.

El primer principio es la composición aditiva de las cantidades. Esto significa que toda cantidad (y todo número) está compuesta por otras cantidades . No se puede entender que 8 - 3 son cinco, si ocho no se pudiera descomponer en cinco y tres.

El segundo principio trata sobre el valor posicional de los dígitos. En aritmética escrita los valores de los símbolos dependen de sus posiciones espaciales, siguiendo la notación decimal. Así, cada uno de los cincos que aparece en 505 adopta un valor diferente (el último como cinco unidades y el primero como cinco centenas).

El Tercer principio: Realización de cálculos con las partes. La descomposición de minuendo y sustraendo en unidades, decenas, centenas, etc, permite restar las unidades de las unidades, las decenas de las decenas, etc, de forma que todas las partes del substraendo tienen que ser restadas de las partes del minuendo.

El Cuarto principio establece la recomposición del minuendo siempre que alguno de sus términos sea menor que el correspondiente en el substraendo.

Resnick y Omanson (1987) afirman rotundamente que los errores se producen porque los niños no siguen esos principios, ya sea por desconocimiento de los mismos, por fallo en el acceso o por fallo en su aplicación concreta.

2.4.2.- Estrategias utilizadas en tareas de resta.

Bermejo, Lago y Rodriguez (1994), recogen las estrategias más frecuentes que utilizan los niños para resolver las tareas que implican la operación de restar. Estas estrategias informan sobre los procesos cognitivos que emplean los niños en la realización de las referidas tareas. A su vez demuestran que hay una progresiva elaboración de los procedimientos de cómputo.

La estrategia más básica es conocida como "separar de" y consiste en representar con los dedos la cantidad mayor, quitarle la cantidad menor y contar posteriormente los que quedan. Una estrategia semejante a la anterior es la de "contar hacia atrás a partir de"; la única diferencia estriba en que no se utilizan los dedos.

En la estrategia "separar a" el niño que la utiliza, separa tantos elementos del conjunto mayor, como indique el conjunto menor, y después cuenta los elementos separados. Cuando la estrategia elegida es "contar hacia atrás" la respuesta viene dada por el número de pasos hacia atrás que se han dado desde el conjunto mayor hasta llegar al menor.

Una forma de resolver las tareas de resta es representar con objetos el conjunto mayor y el conjunto menor, e ir añadiendo objetos a este hasta que tenga tantos como el mayor. Esta estrategia se llama "añadir a" porque el niño alcanza la respuesta contando los elementos que ha ido añadiendo.

También se basa en el conteo la estrategia de "contar a partir de lo dado": dados los números menor mayor, se parte del menor hasta alcanzar el mayor. Se ha dado el nombre de "emparejamiento" a la estrategia de establecer una correspondencia uno a uno entre objetos del minuendo y del substraendo, y contar los elementos no emparejados.

Igual que en la adición, la estrategia "hecho numérico" consiste en recordar un dato conocido tal como, cinco menos tres son dos. Cuando además de un dato, lo que se conoce y recuerda son implicaciones de ese hecho la estrategia se llama "hecho derivado".

Generalmente los niños utilizan primero alguna de las estrategias basadas en el empleo de ayudas y después hacen uso de las estrategias basadas en el conteo. Las estrategias basadas en el conocimiento y recuerdo de hechos numéricos son los últimas en manifestarse.

2.5. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS VERBALES.

Carpenter y Moser (1984), indican que antes de la enseñanza formal, los niños son capaces de aplicar su conocimiento aritmético informal para resolver problemas de adición y sustracción de enunciado verbal. Niños que no contestan a un problema escrito de adición como ¿Cuanto es 5 + 1 en total?, responden correctamente cuando el problema se les plantea con un enunciado verbal como ¿cuantos caramelos son cinco caramelos y un caramelo?.

Para muchas promociones de estudiantes la instrucción aritmética se ha centrado en el dominio mecánico de las cuatro reglas, es decir en el aprendizaje del algoritmo. En el intento actual de acercar las matemáticas a la vida extraescolar de los niños se considera más importante que los alumnos sean capaces de comprender qué situación está representando un problema, plantearse como podría resolverse y solamente después de eso resolver el algoritmo o el heurístico elegido.

2.5.1. Tipos de problemas verbales.

De Corte y Verschaffell (1987) distinguen cuatro tipos de problemas verbales atendiendo a diferentes categorías en la estructura semántica de los mismos. Estos tipos de problemas son comunes a tareas de adición y sustracción:

a) Problemas de cambio. En ellos una acción explícita o implícita modifica una cantidad inicial. (Ej.: Pedro tiene 8, María le da 4. ¿Cuantos tiene ahora Pedro?).

b) Problemas de combinación. Se proponen dos cantidades disjuntas que pueden considerarse aisladamente o como partes de un todo (Ej.: Pedro tiene 8, María tiene 4 ¿Cuantos tienen entre los dos?).

c) Problemas de comparación. Presentan la relación entre dos cantidades para establecer la diferencia existente entre ellas o para encontrar una cantidad desconocida a partir de otra conocida (Ej.: Pedro tiene 8, María tiene 4 ¿Cuantos tiene más Pedro que María?).

d) Problemas de igualación. En ellos se presenta una acción implícita basada en la comparación de dos conjuntos disjuntos. Contienen elementos de los problemas de cambio y de comparación (Ej.: Pedro tiene 8, María tiene 4 ¿Cuantos hay que dar a María para que tenga los mismos que Pedro?).

La comprensión de la semántica que subyace a un problema se denomina "conocimiento de ámbito específico".

Baroody (1988), distingue entre problemas rutinarios y problemas no rutinarios. En los problemas rutinarios la tarea requerida para solucionarlos es identificar la operación adecuada. Los problemas no rutinarios son aquellos en los que la incógnita, el procedimiento para llegar a la solución y la respuesta no son evidentes. El formato de estos problemas requiere más que la identificación y aplicación de una operación aritmética conocida. Se necesita comprensión del problema, conocimiento de técnicas para su resolución, motivación (interés, autoconfianza y perseverancia) y flexibilidad para adaptarse a los recursos disponibles para satisfacer las demandas del problema.

Según Carpenter et al (1984), es en estos problemas no rutinarios, donde la mayoría de los estudiantes de todas las edades encuentran dificultades.

2.5.2. Modelos de simulación.

Se han propuesto diversos modelos para explicar el proceso de solución que siguen los sujetos en tareas de sustracción (Resnick, 1982 y Mayer, 1985). De Corte y Verschaffell (1985), proponen un modelo para explicar el proceso seguido por los niños en la resolución de problemas aditivos. Este modelo se compone de cinco pasos:

1°. Representación global del problema.

2°. Selección de una operación aritmética formal o de una estrategia informal de conteo para encontrar el elemento desconocido.

3°. Ejecución de la operación.

4ª. Reactivación de la representación inicial del problema para sustituir el elemento desconocido por el resultado de la operación realizada.

5°. Verificación de la solución.

2.5.3. Las estrategias en resolución de problemas.

Los investigadores admiten en general dos tipos de estrategias: la heurística y el algoritmo (Prieto, 1993).

Los métodos heurísticos son estrategias sistemáticas de búsqueda para el análisis y transformación del problema (Polya 1973). No siempre solucionan el problema pero ayudan a un abordaje sistemático y planificado de la tarea. Tienen un carácter general, lo cual permite su aplicación a múltiples problemas.

La heurística potencia el uso del análisis de tareas como técnica que ayuda a secuenciar la tarea principal en subtareas más manejables (Prieto, 1993).

De ahí que se hayan propuesto como técnicas heurísticas: **a)** el análisis cuidadoso de un problema especificando los elementos conocidos y los desconocidos, **b)** descomponer un problema en varias submetas, **c)** encontrar problemas semejantes más fáciles, **d)** visualizar el problema (por ejemplo haciendo un dibujo que ayude a definir el problema y a definir un procedimiento para llegar a la solución), trabajar hacia atrás partiendo de la meta perseguida, excluir provisionalmente una de las soluciones pedidas e incluirla después. (De Corte, 1993).

El conocimiento de las estrategias heurísticas es especialmente relevante para resolver problemas no rutinarios.

Para Mayer (1985) el algoritmo es un procedimiento bien definido que lleva automáticamente a la solución del problema.

2.5.4. Otros factores importantes en la resolución de problemas verbales.

Bermejo y Rodriguez. (1990), señalan que el lugar que ocupa la incógnita en los problemas es un factor importante, incluso más significativo que la estructura semántica para la resolución de los problemas. Los niños encuentran mayor dificultad cuando la incógnita se presenta en el primer sumando (o en el minuendo) que cuando se presenta en el segundo sumando o en el resultado.

En niños recién incorporados a la escuela, la disponibilidad de objetos concretos es muy importante para la resolución de problemas (Riley, Greeno y Heller, 1982). Carpenter y Moser (1984), informan sobre una mayor competencia en problemas de adición, cuando los niños pueden disponer de objetos concretos, que cuando carecen de estos medios.

Bermejo, Lago y Rodriguez (1994) señalan la formulación verbal del problema como un factor que puede facilitar o dificultar la resolución del problema, e informan sobre estudios en los que la reformulación del problema mejora el rendimiento de niños de 6 a 8 años así como de niños menores.

Köller y Baumert (1997), encontraron que la inteligencia fluida y la inteligencia cristalizada tienen una influencia más fuerte sobre problemas verbales difíciles que sobre tareas aritméticas simples en alumnos de Primaria y de Secundaria. Manifiestan que no está claro si las relaciones entre las dimensiones de la inteligencia y el rendimiento matemático, son moderadas por la variable género.

2.6. MULTIPLICACIÓN.

Según la concepción piagetiana, la multiplicación no es una operación aritmética distinta de la suma (ya que resuelve las mismas situaciones problemáticas), sino una técnica operatoria más cómoda.

Luceño (1993), presenta la multiplicación como una suma de sumandos iguales; una suma abreviada de sumandos repetidos. Entre los verbos de acción que se relacionan con la multiplicación están: juntar tantas veces, repetir tantas veces, añadir tantas veces, reunir tantas veces etc.

Baroody (1988), indica la secuencia que debe preceder al concepto y la representación escrita de la multiplicación, a través de un problema de enunciado verbal como el siguiente: En una tienda venden bolsas con ocho caramelos: Juan compra cuatro bolsas. ¿Cuantos caramelos tendrá?.

Si un niño dibuja cuatro hileras de palos, puede resolver el problema contando. Algunos descubren que el problema puede resolverse mediante una adición repetida 8 + 8 + 8 + 8. En estos momentos se puede ayudar a los niños a ver que la adición repetida de términos iguales puede representarse por 4 x 8, es decir como cuatro grupos (paquetes) de ocho cosas (caramelos). En definitiva, se trata de darle más sentido a la matemática formal partiendo de las relaciones entre el simbolismo y los objetos reales.

Gómez- Granell (1985) informa que la multiplicación aritmética entraña dificultades cognitivas tanto en el plano manipulativo, como en el plano de la representación gráfica. Observó que ante situaciones en las que se les pide a los niños que averigüen cuantas pesetas necesitarían para comprar una cantidad concreta de alguna clase de objetos, (ej.: cuatro caramelos, cada uno de los cuales valía tres pesetas), se encuentran dos tipos de procedimientos de resolución:

a) Un procedimiento aditivo sin tomar conciencia del número de grupos. El niño coge un caramelo y pone junto a él las pesetas que cuesta, y va haciéndolo mismo con todos los caramelos; después cuenta el número total de pesetas. Si tapamos los caramelos no sabe cuantos grupos de pesetas ha hecho.

b) Un procedimiento que anticipa y conserva el número de grupos. Ante la tarea propuesta, cuenta el número de caramelos y hace tantos grupos de tres pesetas como caramelos haya; después cuenta el número total de pesetas. En este segundo procedimiento, ha construido un "operador multiplicativo"; es decir, el número de veces que se repite un determinado conjunto.

Otra diferencia con el procedimiento aditivo, es que maneja simultáneamente dos variables diferentes, el número de elementos de cada grupo y el número de grupos.

En el plano de la representación gráfica, la multiplicación también ofrece cierta dificultad. Saber sumar dos cantidades de objetos, pertenece a un plano conceptual diferente de saber representar gráficamente dicha operación mediante un sistema de signos. Y sin embargo la escuela tiende a identificar ambos planos. Gómez-Granell (1985), insiste en que las operaciones solo se pueden construir en estrecha relación con los contenidos y con los contextos particulares en los que aparecen. Habrá que reconstruir la operación en nuevos contextos para alcanzar progresivamente un mayor nivel de generalización y abstracción.

2.7. DIVISIÓN.

Según Luceño (1993), la división tiene el significado de partición de una magnitud en partes iguales. Es preciso que antes de realizar esta operación aritmética, el alumno haya realizado la acción de repartir en partes iguales.

En la psicogénesis de la división se puede obtener respuesta de tres formas diferentes:

a) Un enfoque intuitivo. El niño reparte de una forma global, perceptivo-visual. Al cambiar la posición de los objetos varía el resultado.

b) Un enfoque espacial. Coloca los objetos a repartir siguiendo una correspondencia de uno a uno.

c) Un enfoque lógico. El niño reparte uno o más objetos alternativamente a cada persona.

Dividir conlleva significados psicológicos diferentes, con distinta dificultad:

a) Repartir en partes iguales.

b) Determinar cuantas veces está contenido un número en otro.

c) Hallar el factor que falta. Desde este enfoque la división se presenta como una operación inversa a la multiplicación. Es una situación en la que se determina el factor desconocido, conociendo el producto total y uno de los factores.

2.8. ARITMÉTICA MENTAL.

Para Baroody (1988), la aritmética mental incluye la determinación de respuestas exactas (cálculo mental) y la realización de cálculos aproximados (estimaciones). Su utilización resulta útil para estimular el pensamiento cuantitativo, comprobar cálculos escritos y resolver problemas cotidianos.

2.8.1. El cálculo mental.

El cálculo mental con números de varias cifras requiere manejar con soltura las combinaciones numéricas básicas, ya que la producción automática de combinaciones de números grandes (ej.: 300 + 200 = 500) depende del dominio de combinaciones básicas (ej.: 3+2= 5).

Entre los estrategias para el cálculo mental están: contar de diez en diez hasta cien, y contar de diez en diez a partir de cien. La primera estrategia proporciona una base psicológica para sumar y restar automáticamente 10 a decenas múltiplos de 10 y a otros números de dos cifras. La segunda estrategia proporciona la base para sumar y restar 10 con números de tres cifras.

Kuriyama y Yoshida (1997), estudiaron la estructura representacional de los números en la adición mental. Niños de primer curso tenían que resolver mentalmente problemas de adición en los que la suma era menor de diez. Los datos en tiempo de reacción muestran que los niños resuelven los problemas que incluyen el número 5 en cualquiera de los dos sumandos con más rapidez que cuando los problemas no incluyen ese número. Los tiempos de reacción también mostraron que los problemas cuya suma era 10, llevaban menos tiempo para resolverlos que cuando las sumas eran superiores a 10. Estos resultados en cálculo mental, sugieren que los niños adquieren la estructura representacional del número 5 como un ancla privilegiada.

Aubrey et al (1997), informan sobre la comparación de niños entre 6 y 12 años procedentes de dos culturas (Reino Unido y Slovenia) respecto al desarrollo de habilidades matemáticas tempranas. La ausencia de métodos de cálculo mental encontrada en la muestra del Reino Unido sugiere que es necesario poner un mayor énfasis en métodos de enseñanza orales y mentales, así como en la instrucción específica en el uso de estrategias.

2.8.2. Estimaciones.

Reys (1984), considera que las estimaciones son importantes en situaciones cotidianas en las que no hacen falta respuestas exactas, o en las que es difícil obtenerlas. Para poder hacer estimaciones se necesita un buen desarrollo del cálculo mental.

El redondeo se utiliza como estrategia para realizar estimaciones. Es una forma de hacer que los términos sean manejables para el cálculo mental. La estimación por redondeo implica decidir como redondear. Un procedimiento normal es tomar como referencia el punto medio.

La compatibilidad es otra estrategia para hacer estimaciones. Conlleva pasar problemas que resultan difíciles, a una forma que sea compatible con conocimientos más familiares.

2.9. LAS FRACCIONES.

Lovell (1982), considera dos etapas en la comprensión de las fracciones. En la primera el papel de las fracciones en las operaciones es el mismo que el de los números enteros. En la segunda etapa los números que aparecen en la notación de fracciones implican la división de una representación numérica por otra distinta.

Smith y Rivera (1991) enfocan el conocimiento y desarrollo de las fracciones como una comprensión progresiva de las relaciones entre las partes y el todo, y de una equivalencia entre fracciones y decimales.

Stafilidou y Vosniadow (1977), intentan conocer las representaciones mentales que tienen los niños sobre las fracciones. Para ello describen los intentos que van haciendo los niños para traducir problemas gráficos y verbales en representaciones simbólicas y a la inversa. Encuentran que el conocimiento de los números naturales entorpece la adquisición del concepto de fracción en diferentes aspectos tales como naturaleza, símbolo, orden, y operaciones.

2.10. GEOMETRÍA.

Según el enfoque piagetiano (Piaget, 1956), la representación de las relaciones espaciales se debe a actividades intelectuales realizadas durante varios años. El niño pequeño adquiere imágenes a través de su actividad perceptiva (exploraciones visuales y táctiles) y solo puede representarse relaciones topológicas como la diferencia entre figuras abiertas y cerradas, la distinción entre lejos-cerca y entre elementos externos e internos de una figura. Llegará a entender el sistema de relaciones en el espacio a través del manejo de objetos y figuras. Los niños no pueden visualizar los resultados de las acciones hasta que las han visto realizadas.

2.11. CONCEPTO DE TIEMPO.

Para Lovell (1982), es el propio ritmo de la vida lo que más ayuda al niño a formar un concepto de tiempo. El día sigue a la noche, todas las mañanas va a la escuela después del desayuno, juega a determinadas horas etc. A través de estas rutinas diarias, el niño va relacionando la sucesión de los acontecimientos con los intervalos que los separan.

Además del vocabulario de términos temporales y del conocimiento de la hora los alumnos necesitan una comprensión correcta del tiempo que les prepare para estudiar los conceptos de velocidad y aceleración que necesitarán posteriormente.

Para Piaget, (1946) el concepto de tiempo depende de que el niño sea capaz de elaborar sistemas coherentes de pensamiento lógico. En una primera etapa (entre 6 y 7 años) las nociones sobre el tiempo se mezclan con las nociones de espacio. Hasta los siete u ocho años los niños no intelectualizan el tiempo, es decir no coordinan los puntos del espacio y el período de tiempo.

2.12. CONCEPTO DE PESO.

Lovell (1982), define el peso, como "Cantidad o proporción de materia medida por el valor de su empuje hacia abajo debido a la gravedad" (pag 85).

El concepto de peso empieza a desarrollarse a través del sentido muscular, levantando objetos, sosteniendo cargas y haciendo comparaciones entre ellos.

La comprensión del peso se obtiene cuando el niño aprende por experiencia que comprimir, alargar, calentar o enfriar una materia no altera su peso.

Lovell considera que los experimentos realizados por Piaget pueden emplearse para comprobar el desenvolvimiento del concepto, y pueden dar lugar a situaciones de aprendizaje.

El concepto de conservación de la materia surge dos años antes que el de la conservación del peso, ya que la cantidad se percibe con la vista y el peso no.

Smedslund (1964) estudió la transitividad del peso en alumnos de 7 a 9 años concluyendo que la transitividad resulta de la reorganización interna de los esquemas a través de incertidumbres o "conflictos" cognitivos que se repitan más que de la observación repetida de que si A pesa más que B y B más que C entonces A pesa más que C. Para Smedslund la conservación del peso se desarrolla antes que la transitividad.

2.13. CONCEPTOS DE LONGITUD Y MEDIDA.

El niño llega a entender la cualidad de longitud o largura (la extensión del principio al fin, o de un extremo a otro en el campo visual) partiendo de las percepciones visuales, auditivas y cinestésicas y a través de la actividad (Lovell 1982).

Piaget, Inhelder y Szeminska (1960) encontraron reiteradamente que hasta los cinco años los niños no pueden alcanzar la idea de unidad de medida ni las de distancia y longitud. Posteriormente consiguen algunos logros mediante ensayo y error. Solamente a partir de los siete años entienden la medición.

3. IMPLICACIONES EDUCATIVAS.

Las habilidades básicas sirven como guía para la planificación de los contenidos de la instrucción, y para diseñar una intervención educativa adaptada al nivel de desarrollo del niño (Defior, 1996).

Del mismo modo, el conocimiento de la naturaleza específica de las matemáticas y de las características psicológicas de su adquisición y desarrollo, resultan útiles para diseñar estrategias de instrucción adecuadas a las características de los alumnos. Con ello se favorece el desarrollo del alumno. Además se puede prevenir la aparición de dificultades y contribuir a su comprensión y solución en el caso de que estas ya hubieran surgido.

Para Coll (1993), desde una concepción constructivista no se puede hablar de una metodología didáctica particular, sino de una estrategia didáctica general de naturaleza constructivista, que se rige por el principio de ajuste de la ayuda pedagógica, y que puede concretarse en múltiples metodologías didácticas particulares según el caso.

Martí (1996), propone algunas sugerencias instruccionales con respecto a la materia de matemáticas, a la organización de la clase y a los alumnos.

a) Respecto a la materia señala la necesidad de lograr un equilibrio entre el lenguaje formal y el significado, teniendo como punto de partida los conocimientos implícitos de los alumnos. El planteamiento de situaciones de resolución de problemas que resultan significativos para el alumno, vinculando conceptos y procedimientos, es una forma de conseguir el referido equilibrio.

b) En cuanto a la organización de la clase, propone el trabajo en pequeños grupos sobre diferentes situaciones, con objeto de fomentar la interacción entre los alumnos. También recomienda la utilización de instrumentos que reduzcan la carga mental del alumno, y que le permitan concentrarse en aspectos significativos, sin dedicar demasiado tiempo ni atención a tareas rutinarias y mecánicas que ya conocía con anterioridad.

c) Las sugerencias con respecto a los alumnos se dirigen hacia los aspectos motivacionales y metacognitivos. Los motivacionales animan a un acercamiento hacia los intereses de los alumnos. Los metacognitivos señalan la importancia de que el alumno tome conciencia de los procedimientos que utiliza y de que planifique los pasos de las tareas que va a realizar.

Baroody (1988), diferencia entre las implicaciones educativas sobre la aritmética y las implicaciones sobre la resolución de problemas. En cuanto a instrucción aritmética hace, entre otras, las siguientes recomendaciones:

a) Presentar los procedimientos de sumar y restar con acarreo de una manera informal.

b) Enlazar los procedimientos formales con los modelos concretos.

c) Practicar algoritmos sobre contextos significativos.

d) Estimular la comprobación de los cálculos escritos comparando los resultados obtenidos en ellos, con los obtenidos siguiendo procedimientos informales.

e) Buscar la comprensión de los procedimientos y no solo de la forma de ejecutarlos.

Sobre la resolución de problemas Baroody (1988), coincide con Carpenter y Moser (1984), en la conveniencia instructiva de integrar los problemas de enunciado verbal en el currículo de matemáticas sin esperar a que los alumnos dominen las técnicas básicas; las operaciones, sus definiciones y sus signos se pueden introducir y representar apoyándose en problemas de enunciado verbal. Es recomendable ir introduciendo problemas verbales no rutinarios, es decir que requieran analizar la incógnita, que presenten datos en exceso o en defecto, que requieran resolverse en varias etapas, que se puedan resolver de más de una forma, que puedan tener más de una respuesta correcta,....etc.

Para Meyer y Sallee (1983), el aprendizaje de la resolución de problemas también se verá reforzado si se trabajan problemas que impliquen más de un tipo de operación, y si se combinan varios problemas (p.e. problemas simples de adición, con problemas de sumando ausente). La práctica sobre estimaciones puede presentarse como un proceso de resolución de problemas en los que el resultado de la estimación se compara con el resultado de la medida real.

La enseñanza de heurísticos tales como la realización de dibujos para ayudar a definir y a comprender el problema, y la determinación de la familiaridad de un problema, favorecen el desarrollo de la resolución de problemas.

Según Bermejo (1990), debe concederse igual importancia a la realización de operaciones matemáticas (procedimientos) que a la reflexión y comprensión sobre el significado de dichos procedimientos. La interacción entre ambos aspectos podrá disminuir los fracasos y hacer que la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas resulte más atractiva.

3.1. *UTILIZACIÓN DE MÉTODOS Y TÉCNICAS DE ENSEÑANZA EFICACES.*

De Corte (1993), hace referencia a siete métodos:

a) Modelado. Conlleva la observación por parte del alumno, de un experto que está ejecutando una determinada tarea. Esto le ayuda a construir un modelo mental apropiado de las actividades que se requieren para una ejecución habilidosa.

b) Adiestramiento. El maestro observa la ejecución de la tarea por parte del alumno para proporcionarle retroalimentación e indicaciones que mejoren su ejecución.

c) Andamiaje. Consiste en proporcionar un apoyo directo al alumno mientras que está realizando la tarea, ayudándole a llegar hasta donde él solo no llega.

Con la utilización de estas tres técnicas se pretende que el alumno adquiera un conjunto integrado de habilidades cognitivas y metacognitivas.

d) Articulación. Es un método que incluye cualquier técnica que ayude a los alumnos a hacer explícito su conocimiento y sus procedimientos de resolución de problemas.

e) Reflexión. Los alumnos comparan sus estrategias cognitivas con los procedimientos seguidos por los expertos, y con los otros compañeros no expertos.

La articulación y la reflexión pretenden que el alumno se percate de sus actividades cognitivas y metacognitivas.

f) Exploración. Pretende incrementar la autonomía del alumno en la resolución de problemas y en el descubrimiento e identificación de nuevos problemas.

g) Generalización. Consiste en mostrar explícitamente a los alumnos que las estrategias cognitivas adquiridas en un ámbito pueden utilizarse para resolver problemas en otros ámbitos.

3.2. *VÍAS PARA FAVORECER EL APRENDIZAJE.*

Este apartado sintetiza y concreta lo expuesto en los dos apartados anteriores.

a) Ofrecer a los alumnos tareas y problemas que correspondan a situaciones en las que tendrán que aplicar después su conocimiento y habilidades.

b) Organizar situaciones para que los alumnos puedan relacionarse con los expertos y observar su comportamiento.

c) Incrementar la motivación intrínseca para el aprendizaje.

d) Fomentar el aprendizaje cooperativo, planteando problemas para resolverlos en pequeños grupos.

e) Organizar los diálogos en el aula de manera que los alumnos identifiquen, analicen y discutan las estrategias y los procesos de resolución de problemas de los alumnos.

Un análisis más profundo de los aspectos didácticos puede conseguirse con la revisión de: Moreno y Sastre (1983), Orton (1988), Aebli(1988), Maza y Gómez (1989), Román Sanchez (1990), National Council of Teachers of Matehmatics (1991), Luceño (1993), Bermejo (1993), De Corte (1993), Prieto (1993), Fernández Bravo (1995) y Puig y Calderón (1996).

Los aspectos instruccionales a los que venimos refiriéndonos no tienen sentido ni pueden resultar eficaces sin un proceso de evaluación previo, que ayude de una forma objetiva a valorar la situación particular y las necesidades instructivas de los alumnos.

4. RESUMEN Y CONCLUSIONES.

4.1. SOBRE EL MARCO TEÓRICO.

La Psicología no ha podido ofrecer una explicación global de los procesos de enseñanza y aprendizaje que goce de consenso más allá de los diversos enfoques y escuelas de pensamiento. Ante esta situación se viene adoptando el "constructivismo" como marco psicológico global de referencia.

El constructivismo más que una teoría de los procesos de enseñanza-aprendizaje, es una integración convergente de principios educativos procedentes de diferentes enfoques teóricos. El aprendizaje se entiende como un proceso de construcción de un nuevo conocimiento sobre la base del conocimiento actual. La enseñanza se considera como una intervención en un proceso continuo de construcción del conocimiento.

Dentro del marco constructivista, la construcción del conocimiento matemático se inicia partiendo de la experiencia práctica de los alumnos, y de su conocimiento intuitivo sobre las propiedades de los objetos y se va enriqueciendo con formas de representación que conduzcan hacia el manejo adecuado de notaciones y operaciones simbólicas de tipo numérico, algebraico o geométrico.

El avance desde el conocimiento intuitivo e informal hasta el conocimiento matemático de carácter formal, abstracto y deductivo implica el desarrollo de procesos de pensamiento. Entre esos procesos están el de abstracción y el de generalización.

La estructura jerárquica de las matemáticas y la interdependencia entre sus conocimientos condiciona, que la adquisición de un nuevo conocimiento tome como base otros conocimientos matemáticos anteriores. La falta de comprensión de un concepto, provocará la incomprensión de los conceptos relacionados jerárquicamente con el.

Desde la concepción constructivista del aprendizaje matemático, no solo son importantes los procesos cognitivos, sino también los afectivos y motivacionales.

Las aportaciones más recientes a la teoría del andamiaje de las matemáticas desde la instrucción, indican cuatro componentes: **a)** Adquisición de una disposición matemática como último objetivo; Procesos de aprendizaje constructivo como camino hacia el objetivo; **c)** Un contexto de enseñanza-aprendizaje como soporte, **d)** La evaluación como base para el control y la retroalimentación.

4.2. SOBRE LAS HABILIDADES MATEMÁTICAS BÁSICAS Y SU DESARROLLO.

El pensamiento matemático intuitivo es el que se desarrolla sin una instrucción formal durante los primeros seis años de vida. Constituye la base sobre la que posteriormente se apoyará la instrucción matemática formal.

Para algunos autores las habilidades numéricas ya están presentes en los bebés y apuntan incluso a su carácter innato. Para otros el desarrollo numérico forma parte del desarrollo cognitivo, aunque no estén unánimemente de acuerdo sobre como se produce ese desarrollo, ni a qué edades ocurren los avances más notorios.

J. Piaget ha ocupado durante años un papel protagonista en el estudio de diferentes aspectos del desarrollo matemático de los niños. Para él y para sus seguidores la comprensión del número se basa en el concepto de conservación y en el de la correspondencia uno a uno; ambos conceptos terminan de adquirirse entre los seis años y medio a los siete. Sin embargo, los estudios de las dos últimas décadas indican una anticipación en la edad de adquisición de estos conceptos; argumentan que en la comprensión del número intervienen, además de la conservación y de la correspondencia, las habilidades de abstracción del número y los principios de pensamiento numérico.

La actividad de contar, las operaciones aritméticas aditivas y la conservación del número son universales; sin embargo la notación numérica no es una condición necesaria para que se desarrollen los principios aritméticos.

La habilidad de contar es considerada por unos autores como un aprendizaje mecánico y memorístico. Para otros, el conteo es un proceso cognitivo complejo y básico para adquirir otras habilidades numéricas posteriores. Hay cinco principios que se van desarrollando gradualmente y que rigen la actividad de contar: Principio uno a uno, principio de orden estable, principio de cardinalidad, principio de abstracción y principio de irrelevancia del orden.

Para que un alumno llegue a comprender la suma necesita tener desarrollada la habilidad de contar. Desde la concepción unaria de la suma, un conjunto inicial se hace mayor por un proceso aumentativo. La concepción binaria se adquiere posteriormente y permite entender la operación de sumar como una combinación de dos conjuntos disjuntos. De forma progresiva se van descubriendo las propiedades de la suma, de identidad, asociativa y conmutativa.

Las estrategias son procedimientos que ayudan a conseguir una meta. Las estrategias de modelado, las que se basan en el conteo y las que utilizan hechos numéricos representan diferentes tipos de estrategias. La selección de un tipo de estrategia depende de las características de la suma presentada y de la edad de los niños. Los preescolares suelen emplear estrategias de modelado y de conteo. En el primer curso se emplean las de conteo y se empiezan a utilizar las de hechos numéricos. Hacia el segundo curso de Primaria debería utilizarse la estrategia de hechos numéricos.

La operación de restar se puede definir como una operación inversa de la suma. La realización correcta de esta operación exige el dominio de cuatro principios: Composición aditiva de las cantidades, valor posicional de los dígitos, realización de cálculos con las partes y recomposición del minuendo. Los errores están siempre relacionados con alguno de estos principios. Entre las estrategias de resta utilizada por los niños están: "Separar de", "separar a", "añadir a", "contar a partir de lo dado" y "hechos numéricos". Cada uno de ellos tiene una complejidad superior que la anterior.

La resolución de problemas verbales da más importancia a la comprensión de la situación problemática y al planteamiento de posibles soluciones que a la realización correcta del algoritmo.

Las sumas y las restas que ofrecen el resultado final de un problema pueden estar respondiendo a problemas con estructura semántica diferente; no se plantea lo mismo en un problema de cambio, que en uno de combinación, de comparación o de igualación. Son frecuentes las dificultades en problemas no rutinarios cuyas exigencias van más allá de la mera identificación y realización de la operación adecuada. Las estrategias heurísticas ayudan a un abordaje planificado en la resolución de los problemas. Además de las diferencias en la estructura semántica, el orden que ocupen las incógnitas, y la formulación verbal del problema son factores que pueden facilitar o dificultar la resolución de un problema.

La multiplicación resuelve las mismas situaciones problemáticas que la suma, pero de una forma abreviada. Es fundamental que el alumno entienda y aplique el concepto de "número de veces". La multiplicación presenta dificultades cognitivas en el plano manipulativo y en el plano de la representación gráfica. Para llegar a la abstracción y a la generalización hay que partir de contextos particulares en los que aparecen las operaciones.

Dividir significa repartir una magnitud en partes iguales, determinar cuantas veces está contenido un número en otro, y hallar el factor que falta. La comprensión adecuada de una operación requiere haber realizado previamente la acción de repartir en partes iguales.

La aritmética mental estimula el pensamiento cuantitativo y ayuda a resolver problemas cotidianos. Incluye el cálculo mental y las estimaciones. Una estrategia de cálculo mental es contar de diez en diez. El redondeo y la compatibilidad son dos estrategias utilizadas frecuentemente en las estimaciones. Entender el significado de las fracciones conlleva relacionar las partes con el todo, dividir una representación numérica por otra, y encontrar la equivalencia entre fracciones y decimales.

Las relaciones de las figuras en el espacio comienzan a adquirirse a través de exploraciones visuales y táctiles, seguidas de diferenciaciones entre figuras.

El concepto de tiempo se va formando a través de las rutinas diarias y está en relación con las nociones de espacio. Pasados los siete años los niños son capaces de intelectualizar el tiempo.

La comprensión del peso se obtiene cuando el niño aprende por experiencia que comprimir, alargar, calentar o enfriar una materia no altera su peso.

La idea de unidad de medida de longitud no suele entenderse antes de los siete años, y requiere un aprendizaje activo previo.

4.3. SOBRE LAS IMPLICACIONES EDUCATIVAS.

El conocimiento de la naturaleza de las habilidades matemáticas y de los procesos de desarrollo de dichas habilidades facilitan la planificación de los diseños de instrucción, adecuando los objetivos, contenidos, metodología y evaluación a las características del alumnado. Por ello y retomando de nuevo el marco teórico constructivista no se puede hablar de una evaluación ni de una metodología didáctica general, sino más bien de metodologías particulares según el caso.

La literatura revisada tiene en común algunas **sugerencias instruccionales** que resumimos de forma breve:

- Plantear situaciones de resolución de problemas que resulten significativas para el alumno.

- Vincular conceptos y procedimientos.

- Organizar la clase en grupos de trabajo pequeños que favorezcan la interacción y el aprendizaje.

- Considerar los aspectos motivacionales (atribuciones, intereses y motivación intrínseca).

- Desarrollar la metacognición del alumno para que sea él quien planifique y controle la realización de sus tareas.

En este aspecto es fundamental tener en cuenta todas las estrategias ya referidas de suma, resta, resolución de problemas etc, que emplean los alumnos expertos, para enseñarlas a otros alumnos cuyo repertorio de estrategias sea más reducido, haciéndoles conscientes de la utilidad y adecuación de cada una de ellas.

- Considerar la utilización de las técnicas de modelado, adiestramiento y andamiaje para que los alumnos adquieran habilidades cognitivas y metacognitivas.

- Las técnicas de articulación y reflexión ayudan a que el alumno se de cuenta de sus habilidades cognitivas y metacognitivas. La exploración y la generalización ayudan a resolver problemas en situaciones diferentes.

- Buscar la comprensión de los procedimientos y no solo la forma de ejecutarlos.

- Introducir las operaciones, sus definiciones y sus signos en problemas de enunciado verbal, sin esperar a que aquellas se dominen totalmente.

- Trabajar problemas que impliquen más de un tipo de operación.

La aplicación de los aspectos instruccionales que acabamos de referir resultaría absurda, inadecuada y por lo tanto ineficaz sin un proceso de evaluación previo que determine de la forma más objetiva posible la situación real de cada alumno.

PARTE I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Capitulo II: Evaluación de las Habilidades Matemáticas Básicas

Capitulo II: EVALUACIÓN DE L... HABILIDADES MATEMÁTICAS BÁSICAS.

1. EL ESCEPTICISMO ACTUAL EN EVALUACIÓN.

Según Stufflebeam y Shinkfield (1985), muchos estudiosos actuales de los métodos y técnicas de evaluación, se decantan por una opción ecléctica. Dicha opción implica que el evaluador debe conocer múltiples técnicas evaluativas y elegir las más adecuadas a la situación concreta y a los objetivos particulares de la evaluación que le ocupe.

Forns (1993), explica la tendencia hacia múltiples métodos y técnicas en un mismo acto evaluador como resultado del intento de dar rigor a los análisis de conducta. La utilización de técnicas de evaluación procedentes de diferentes enfoques psicológicos conlleva un conflicto teórico, que necesita una reflexiva y estudiada respuesta, pero mientras llega esa respuesta, permite usar dichas técnicas complementariamente e interpretar cada una en su contexto teórico correspondiente, obteniendo como resultado final de la evaluación respuestas múltiples.

La práctica de la evaluación ha seguido, de forma más o menos consciente, lo que Kazdin (1983), propone con la denominación de "multiaxialidad"; llegando a afirmar que la solución adecuada para un buen análisis psicológico no está en utilizar con carácter único y aislado un solo método de evaluación.

Estas tendencias al eclecticismo responden al deseo de evitar sesgos derivados de la de la utilización de un único paradigma, y también a la indagación sobre el acuerdo entre las informaciones obtenidas (Forns, 1993).

La evaluación educativa no es ajena a estos planteamientos eclécticos, ya que ha seguido los mismos pasos que marcaba la Evaluación Psicológica, empezando con una perspectiva psicométrica, siguiendo con una perspectiva conductual y adoptando posteriormente los planteamientos del procesamiento de la información (Coll y Onrubia, 1990; Verdugo, 1995), sin que se hayan abandonado los planteamientos anteriores ni desde la teoría ni desde la práctica.

Desde una perspectiva constructivista del aprendizaje escolar y de la enseñanza, la evaluación es un elemento indisociable de la ayuda pedagógica que han de prestar los profesores para favorecer la significatividad del aprendizaje.

2. EL CARÁCTER COMPLEMENTARIO DE LA EVALUACIÓN DIAGNOSTICA O INICIAL.

Bloom, Hastings y Madaus (1971, 1981), tras profundizar en la distinción entre evaluación formativa y evaluación sumativa, introdujeron la evaluación diagnóstica o inicial como un nuevo tipo de evaluación, cuya relación con las anteriores es de complementariedad..

Glaser (1981), señala la utilidad de la evaluación diagnóstica para facilitar las adaptaciones constructivas de los programas educativos a los individuos.

Coll (1988), considera que son competencia de la identificación del estado inicial del alumno, los aspectos cognitivos, los comportamentales y todas las informaciones sobre los rasgos psicológicos del alumno que puedan influir en el proceso de aprendizaje.

Según Miras y Solé (1990), la evaluación diagnóstica o inicial es la que proporciona información sobre las capacidades (aptitudes, conocimientos previos, potencial de aprendizaje, habilidades, etc) del alumno antes de iniciar un proceso de enseñanza-aprendizaje. Este tipo de evaluación tiene como misión informar al profesor sobre el bagaje que poseen sus alumnos; dicha información se convierte en el punto de partida para organizar la enseñanza de ese alumno.

Forns (1993), subraya las características específicas personales y sociales del alumno como las principales variables que son analizadas a través de la evaluación diagnóstica. Este tipo de evaluación pretende detectar las áreas de consistencia y de fragilidad de los alumnos con respecto a los objetivos de un programa educativo antes de que este se inicie. ``la evaluación diagnóstica determina el grado de preparación con que los alumnos abordan un determinado aprendizaje y predice los resultados del mismo" (pg 159).

La evaluación diagnóstica se puede utilizar en dos situaciones diferentes:

a) Al iniciarse una secuencia de aprendizaje. En este caso su finalidad es conocer el punto de partida de cada alumno. Desde este estado inicial se organizará el proceso de enseñanza-aprendizaje y los progresos realizados serán analizados en función de dicho estado inicial.

b) A lo largo del proceso de aprendizaje cuando se observe que un alumno no progresa adecuadamente, siendo adecuados los elementos docentes y organizativos.

De acuerdo con Miras y Solé (1990), es discutible la utilización de la evaluación diagnóstica o inicial como única fuente de evaluación educativa y resulta imprescindible recordar su carácter de complementariedad con la evaluación formativa y con la sumativa. A su vez, los tres tipos de evaluación están referidos a unos objetivos concretos aunque los utilicen con distinta funcionalidad, como contraste de congruencia entre los objetivos previstos y la situación de partida de un alumno, en la evaluación inicial; como contraste de proceso en la evaluación formativa y como contraste sincrónico en la evaluación sumativa. (Forns, 1993).

2.1. EL CURRICULUM DE MATEMÁTICAS DE ENSEÑANZA PRIMARIA PARA LA COMUNIDAD AUTÓNOMA ANDALUZA.

2.1.1. Los objetivos.

`` La finalidad que se le atribuye a la formación matemática es la de favorecer, fomentar y desarrollar en los alumnos la capacidad para explorar, formar hipótesis y razonar lógicamente, así como la facultad de usar de forma efectiva diversas estrategias y procedimientos matemáticos para plantearse y resolver problemas relacionados con la vida cultural, social y laboral." (Decreto 105/1992 de 9 de Junio por el que se establecen las enseñanzas correspondientes a la Educación Primaria en Andalucía. BOJA 20 de Junio).

Los objetivos del Área de Matemáticas en la Educación Primaria vienen expresados en términos de capacidades. En el Decreto 105/1992, aparecen las siguientes capacidades:

a) Utilizar los códigos y conocimientos matemáticos para apreciar, interpretar y producir informaciones sobre hechos o fenómenos conocidos, susceptibles de ser matematizados.

b) Identificar, analizar y resolver situaciones y problemas de su medio, para cuyo tratamiento se requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, la utilización de fórmulas sencillas y la realización de los algoritmos correspondientes.

c) Utilizar instrumentos sencillos de cálculo y medida, decidiendo en cada caso sobre la posible pertinencia y ventajas que implica su uso y sometiendo los resultados a una revisión sistemática.

d) Elaborar estrategias personales de estimación, de cálculo y de orientación en el espacio y aplicarlas a la resolución de problemas sencillos.

e) Identificar formas geométricas en su entorno inmediato, utilizando el conocimiento de sus elementos y propiedades para incrementar su comprensión y desarrollar nuevas posibilidades de acción en dicho entorno.

f) Utilizar técnicas elementales de recogida de datos para obtener información sobre fenómenos y situaciones de su entorno; representarla de forma gráfica y numérica y formarse un juicio sobre la misma.

g) Apreciar la importancia de la actividad matemática en la vida cotidiana, disfrutar con su uso y desarrollar actitudes y hábitos de confianza, perseverancia, orden, precisión y sistematicidad.

h) Identificar en la vida cotidiana situaciones y problemas susceptibles de ser analizados con la ayuda de códigos y sistemas de numeración, utilizando las propiedades y características de estos para lograr una mejor comprensión y resolución de dichos problemas.

i) Comprender y valorar las nociones matemáticas básicas, establecer las oportunas relaciones entre ellas y utilizar adecuadamente los términos, convenciones y notaciones más usuales.

2.1.2. Los contenidos.

El establecimiento de los objetivos por parte de la Administración va delimitando los contenidos que han de enseñarse en el Área de Matemáticas en la Etapa de Primaria.

La selección de los contenidos gira en torno a tres criterios, a saber: un criterio disciplinar, un criterio formativo y un criterio de funcionalidad.

El criterio disciplinar procede de la consideración de las Matemáticas como una disciplina, con un cuerpo de conocimiento propio y con una estructura interna organizada, jerarquizada e interconexionada.

El criterio formativo tiene que ver con la contribución de los contenidos al desarrollo de las capacidades expresadas en los objetivos, y con la consideración de las características cognitivas de los alumnos en la Etapa de Primaria.

El criterio de funcionalidad alude a la utilidad de los conocimientos para otras áreas del currículum y para las actividades de la vida cotidiana.

Los criterios anteriores conducen a un desarrollo cíclico de los contenidos con diferentes grados de profundización y extensión.

El Decreto 105/1992 presenta los contenidos del Área de Matemáticas para Primaria agrupados en seis núcleos, en función del ámbito del saber matemático al que se refieren los conceptos, procedimientos y actitudes de cada uno de ellos.

Estos núcleos informan al profesor sobre los contenidos que debe trabajar, pero dejando flexibilidad en la organización, secueciación y concreción de los mismos. Los seis núcleos de contenidos propuestos son los que siguen:

a) Números. Incluye diversos contenidos relacionados con la noción de número tales como:

* La cuantificación como sistema para estimar cantidades. Utilización de diferentes estrategias para contar de manera exacta y aproximada.

* Comparación de números. Igualdad y desigualdad numérica.

* El número natural como expresión de cantidad y de orden.

* Elaboración y utilización de estrategias de cálculo.

* Nociones, funciones y usos de los números fraccionarios y decimales.

b) Sistemas de numeración. Este núcleo está formado por contenidos sobre:

* Sistemas de numeración. Los agrupamientos de elementos como estrategias comunes a los distintos sistemas.

* Conocimiento y uso de las notaciones convencionales.

* El sistema decimal como estructura numérica. Detección y análisis de las relaciones entre los números.

c) Operaciones. Agrupa contenidos referentes a :

* Representación matemática de situaciones utilizando diferentes signos.

* Las operaciones de sumar, restar, multiplicar y dividir.

* Conocimiento y utilización de los algoritmos para efectuar las cuatro operaciones con números naturales.

* Identificación, formulación y resolución de problemas relacionados con las operaciones.

d) Medidas. Este núcleo integra aspectos sobre:

* Elaboración, conocimiento y utilización de estrategias de medida como sistema para estimar magnitudes continuas.

* Necesidad y funciones de la medida. Noción y características de la misma.

* Detección de propiedades básicas en el proceso de medición, conservación y transitividad.

* Conocimiento y uso de sistemas de medida con unidades convencionales y no convencionales.

e) Magnitudes:

* Magnitudes como propiedades físicas susceptibles de cuantificación, sobre las que pueden realizarse operaciones matemáticas.

* Reconocimiento e identificación de magnitudes; longitud, superficie, capacidad, peso y tiempo,

f) Conocimiento: orientación y representación espacial. Este apartado reúne los contenidos que versan sobre:

* Percepción, conocimiento y generalización de nociones topológicas básicas y aplicación de las mismas al conocimiento del medio.

* Coordinación de las diversas perspectivas desde las que se puede contemplar una realidad espacial.

* Desarrollo de sistemas de referencia-localización de objetos en el espacio.

* Las formas en el espacio. Detección de regularidades y conocimiento de cuerpos y formas geométricas sencillas.

2.1.3. La evaluación.

2.1.3.1. Aspectos generales sobre la evaluación.

El Decreto 105/1992 por el que se establecen las enseñanzas correspondientes a la Educación Primaria en Andalucía presenta la evaluación como una actividad valorativa, investigadora y facilitadora del cambio educativo y del desarrollo profesional docente. Concierne a los procesos de aprendizaje de los alumnos, a los procesos de enseñanza desarrollados por los profesores.

Desde este planteamiento la evaluación constituye el elemento clave para orientar las decisiones curriculares, definir los problemas educativos y emprender actuaciones concretas.

Para tomar decisiones respecto a la evaluación, se han establecido una serie de principios. Entre ellos figuran:

a) La evaluación ha de adoptar un carácter procesual y continuo.

b) La evaluación debe adaptarse a las necesidades e intereses de cada contexto educativo.

c) La actividad evaluadora debe considerar todos los elementos que forman parte del hecho educativo, y todos los ámbitos de la persona.

d) Se ha de tener en cuenta la singularidad de cada individuo, analizando su propio proceso de aprendizaje, sus características y sus necesidades específicas.

e) Hacer un uso deontologicamente correcto sobre la información obtenida en la evaluación.

f) La naturaleza del proceso evaluador es fundamentalmente cualitativa y explicativa, ofreciendo datos e interpretaciones significativas que permitan atender los procesos seguidos por los participantes.

Los criterios de evaluación aportan información sobre los aspectos a considerar para determinar el grado de aprendizaje que alcancen los alumnos en cada uno de los momentos del proceso tomando como referencia las capacidades establecidas en el currículum.

El nivel de logro de los objetivos no establece de manera rígida o mecánica, si no con la flexibilidad derivada de la observación minuciosa de los diversos contextos socio-culturales y personales en los que ocurren los procesos de enseñanza-aprendizaje.

La flexibilidad de los criterios de evaluación ante la diversidad de contextos de enseñanza-aprendizaje conlleva la diversificación de técnicas de evaluación: observación, entrevista, cuestionarios, diarios de clase etc.. Estas técnicas se adoptan como elementos habituales de la acción didáctica.

2.1.3.2. Criterios de evaluación.

Para el área de las matemáticas se ha propuesto una evaluación global de las adquisiciones y progresos de los alumnos. Desde la Administración Educativa Andaluza, se ofrecen algunos criterios que ayudan a valorar el desarrollo de las capacidades propuestas en los objetivos (referidos al comienzo del apartado 2.1).

El primer criterio es detectar si los alumnos utilizan los conocimientos matemáticos para resolver problemas que se presentan en situaciones cotidianas y en situaciones académicas del área de matemáticas o relacionados con otras áreas del conocimiento.

Una forma de detección, es hacer preguntas tales como ¿dónde hay más?, ¿cuántos hay?, ¿cómo repartiremos?, ¿qué cantidad se necesitaría para?. Otras formas de evaluación pueden ser presentar problemas que requieran reflexionar sobre la situación problemática y sobre las operaciones y estrategias que tendrá que realizar el alumno; observar si se reconocen los elementos geométricos en un entorno, y los elementos de regularidad en una situación.

Un segundo criterio de valoración es la adquisición de contenidos matemáticos considerando, entre otras, la capacidad, razonamiento y la atribución de versatilidad de algunas nociones matemáticas.

El tercer criterio gira en torno al lenguaje matemático y señala algunos aspectos evaluables tales como la simbolización de situaciones utilizando expresiones orales, pictóricas, gráficas, etc.

El cuarto criterio propuesto afecta a la utilización de estrategias de resolución de problemas por parte del alumno. Incluye evaluaciones sobre:

a) la capacidad para hacer preguntas oportunas.

b) el uso que hace de las informaciones obtenidas.

c) la capacidad para tantear, aproximarse y experimentar posibles soluciones.

d) la reconstrucción de estrategias.

El quinto y último criterio se refiere a la evaluación de las actitudes deseables en el aprendizaje. Se puede estimar la actitud de los alumnos ante los conocimientos matemáticos observando la confianza y la seguridad con la que trabajan, la satisfacción que les producen las tareas, así como el interés y la constancia en las mismas.

3. TÉCNICAS DE EVALUACIÓN.

Según Miras y Solé (1990), no existe consenso sobre la forma de llevar a cabo la evaluación diagnóstica. La existencia de diversos marcos de referencia psicoeducativos favorece la polémica.

De forma breve pasamos a plantear dos marcos.

a) Desde una óptica conductual la evaluación exige:

* Análisis de la estructura interna de los conocimientos.

* División y secuenciación de dichos conocimientos.

* Formulación de objetivos parciales de aprendizaje.

* Análisis del avance en el proceso de aprendizaje según éxitos y fracasos.

b) Desde una óptica cognitiva la evaluación se centra en:

* Interpretar los factores, mecanismos cognitivos o estrategias que mejor expliquen las fases de adquisición de un conocimiento.

* Analizar el nivel de organización del conocimiento y de las habilidades del alumno.

De la Orden et al (1993), intentan poner fin a estas polémicas argumentando que ``el proceso de evaluación diagnóstica consiste en establecer cual es la arquitectura cognitiva del sujeto que aprende, a partir de las observaciones realizadas ya sea a través de un test, de una recopilación de realizaciones personales, de un contexto de ejecución efectiva de una tarea, o de una simulación. Diagnosticar supone construir hipótesis sobre estados cognitivos latentes del sujeto, y por ende no observables a partir de realizaciones observables. De esta forma la evaluación es un proceso de inferencia en el sentido que le daba Mislevy en 1993, (razonar desde lo que conocemos y observamos hasta explicaciones, conclusiones o predicciones)" pág. 12.

Baroody (1988), también entiende el diagnóstico como una elaboración de hipótesis sobre el conocimiento matemático del alumno. Para que esa elaboración sea completa y precisa es necesario recopilar datos sobre su conocimiento informal, sus puntos fuertes y débiles concretos, sus errores y también sobre la precisión y eficacia de sus técnicas, conceptos y estrategias.

Los conocimientos formales se empiezan a adquirir apoyándose en los informales; pero el conocimiento informal con el que llegan los niños a la Escuela es muy diferente de unos a otros. Es importante detectar las deficiencias informales antes de empezar la enseñanza formal.

El conocimiento de los puntos fuertes y débiles específicos proporciona al profesor una concreción de los aspectos que necesitan mayor atención.

El desarrollo del currículum de matemáticas requiere el dominio de técnicas y habilidades básicas por parte del alumno. La automatización y combinación de estas técnicas facilita la adquisición de habilidades más complejas. (Ej.: la realización de una multiplicación requiere recordar las combinaciones básicas de la multiplicación y sumar con acarreo).

La observación de la conducta y de las estrategias seguidas por el alumno muestran su forma de comprender los problemas y los procedimientos que sigue, y puede revelar un paso específico desconocido o mal aprendido.

3.1. EL ANÁLISIS DE LOS ERRORES.

Desde el enfoque cognitivo los errores se consideran como ventanas que permiten ver las mentes de los sujetos y los conocimientos de los que carecen (Riviere, 1990).

Numerosos trabajos recientes se han basado en la "teoría de la reparación" (Brown y Burton, 1978) según la cual, cuando los sujetos llegan a un punto donde no saben como seguir, no se quedan bloqueados sino que utilizan reparaciones (construcciones activas del conocimiento para buscar orden y significado a las tareas). Para ello inventan procedimientos incorrectos, pero no por ello incoherentes. Muestra de esa coherencia es la existencia de pautas sistemáticas de error.

El análisis de los errores sistemáticos y de los procesos responsables de los errores, es un medio valioso para determinar en que paso de un algoritmo se produce una dificultad y qué sería necesario enseñar o volver a enseñar (Baroody, 1988).

Los errores constituyen una fuente de información relevante para conocer la competencia cognitiva y los procesos que sigue el niño en la solución de una tarea determinada. Los errores se deben tanto a la carencia de conocimiento sintáctico como a desconocimiento de los aspectos semánticos (Bermejo, Lago y Rodriguez, 1994).

3.1.1. Errores en la resolución de algoritmos de suma.

a) Sintácticos. Surgen ante el desconocimiento de alguna regla aditiva. (Ej.: Se debe comenzar por la columna de la derecha, o solo puede escribirse una cifra por columna hasta llegar a la última de la izquierda).

b) Semánticas. Se refiere a la comprensión del valor posicional de los números.(Ej.: diferenciar, las unidades de las decenas, las centenas, etc).

3.1.2. Errores en la operación de restar:

Igual que ocurre en la suma, en el aprendizaje de la operación de restar resulta imprescindible la integración del conocimiento semántico y del sintáctico.

Entre los errores más frecuentes están los siguientes:

a) Sustraer el número menor del mayor sin tener en cuenta su pertenencia al minuendo o al sustraendo.

b) Cuando nos llevamos 1 de una columna del minuendo ocupado por el 0, el niño escribe 9, pero no se lleva otra unidad de la columna inmediatamente a su izquierda.

c) Cuando el minuendo contiene un 0, se anota como resultado el mismo 0, o el número que figura en el sustraendo.

d) Si el 0 se encuentra en el sustraendo los niños tienden a anotar como resultado directamente el 0.

e) En caso de que el valor del sustraendo supere al del minuendo anotan 0 como respuesta.

3.1.3. Errores en la solución de los problemas verbales.

Según Bermejo, Lago y Rodriguez (1994), se distinguen dos modalidades:

a) Errores de representación: surgen cuando los niños construyen una representación inapropiada del problema verbal planteado. Incluye varios tipos de errores:

* Inventar la respuesta: aparece cuando los niños no comprenden el problema, o se encuentran cansados para intentar resolverlo.

* Seleccionar una operación inadecuada: Suele producirse cuando los niños aplican la forma A + B = ? a problemas en los que la incógnita se sitúa en uno de los sumandos.

* Repetir una de las cantidades dadas en el problema: Aparece especialmente en los problemas de comparación, cambio y combinación.
Es frecuente que alumnos de 2° y 3° de Primaria interpreten una proposición relacional como si fuera una proposición de asignación.

b) Errores de ejecución: se manifiestan en la resolución de la operación aritmética. Pueden ser: Sintácticas y Semánticas como se comentó en el punto 4.1.1.

3.1.4. Los errores en aritmética mental.

Baroody (1988) distingue entre errores en cálculo mental y errores en estimación:

a) Los errores en el cálculo mental aparecen cuando los niños no han dominado las combinaciones básicas. Si no conocen las combinaciones básicas (por ejemplo: 2+9=11) pero tienen que calcular sumas parciales, la memoria de trabajo se sobrecarga enseguida y produce errores y confusiones.

b) Los errores en la realización de estimaciones indican carencia de:
* Conceptos básicos necesarios.
* Estrategias para realizar estimaciones.
* Flexibilidad para emprender un proceso de resolución de problemas inexacto pero detallado.

3.2. EVALUACIÓN DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ESCRITOS.

Rico et al (1997), proponen la evaluación a través de la resolución de problemas como la mejor via para llegar al conocimiento que tienen los alumnos. Entre los criterios que deben reunir las tareas a resolver se encuentran los siguientes:

a) Relevancia práctica, es decir, que las tareas planteen situaciones cercanas al estudiante.

b) Amplitud en el rango de formas de realización y de respuestas posibles.

c) Extensión. En una tarea extensa, se puede valorar mejor el pensamiento.

d) Métodos de trabajo individual y cooperativo.

Los resultados de una encuesta realizada para sondear la opinión de los profesores sobre la fiabilidad de la forma de evaluación, indicó que los profesores consideran los exámenes orales menos fiables (12 %) que la observación (30 %) y que las pruebas escritas (58 %).

Rico et al (1997), hacen referencia a dos procedimientos de evaluación:

a) El análisis de error de Newman. Cuando el estudiante empieza a desarrollar el problema, el profesor le va pidiendo que lea el problema, que identifique qué es lo que se pregunta en él, que le diga cómo va a resolverlo, que cuente lo que piensa mientras lo está resolviendo, que escriba la respuesta y que la compruebe. De esta forma el profesor recibe información sobre el proceso de pensamiento del alumno, a través de las estrategias que este utiliza y de los errores que comete.

b) Las escalas de puntuación analítica de Charles Lester y O`Daffer. Evalúan el proceso de resolución del problema por parte del estudiante, puntuando en una escala de 0 a 5 previamente establecida, en la que cada puntuación va unida a la presencia de unas características concretas en la realización del problema.

3.3. TÉCNICAS NORMATIVAS.

La evaluación normativa se dedica a determinar la posición relativa de un sujeto dentro de un grupo. Los tests referidos a norma dan una información de carácter global que se interpreta en función de la ejecución del grupo. Es una interpretación relativa y comparativa (Cabrera y Espin, 1986).

Según Baroody (1988), las pruebas normalizadas son instrumentos de evaluación que se administran de una manera muy prescrita. Evalúan cuánto ha llegado a dominar un niño en comparación con los niños del resto de la población a la que pertenece. Proporcionan una comparación generalmente en percentiles. Ofrecen una puntuación total que resume el rendimiento de un niño en el área evaluada.

No proporcionan una visión detallada de los puntos fuertes y débiles de un alumno, es decir, no ofrece un perfil de los conceptos específicos que un niño domina. Por lo tanto no proporcionan la información diagnóstica nacesaria para una planificación educativa individualizada.

En nuestro contexto educativo se vienen utilizando las siguientes técnicas estandarizadas normativas en la evaluación de habilidad matemática:

a) Pruebas intelectuales de inteligencia y desarrollo:
* WPPSI. Escala de inteligencia para preescolar y primaria (Wechsler, 1976).
* WISC. Escala de inteligencia de Weschler para niños. (Weschler, 1974).

b) Pruebas colectivas de inteligencia y desarrollo:
* FACTOR G (escalas 1, 2 y 3), (Catell, 1977).
* PRIMARIA. Test de aptitudes cognoscitivas 1 y 2.
(Thorndike, Hagen y Lorge).

c) Baterías generales de aptitudes que incluyen subtests de cálculo y/o de razonamiento numérico:
* APT. Test de pronóstico académico (Bennett y col. 1985. 3ª Ed).
* DAT. Test de aptitudes diferenciales (Bennett, Seashore y Wesman 1992, 11ª Ed).
* IGF. Inteligencia general factorial (Yuste, 1991).
* PMA. Aptitudes mentales primarias (Thurstone, 1975)
* TEA. Test de aptitudes escolares (Thurstone y Thurstone 1991, 7ª Ed).

* BADYG. Batería general (Yuste 1988).

d) Pruebas especificas de aptitudes:
* MAI. Memoria auditiva inmediata (Cordero 1992).
* MONEDAS. Aptitudes numéricas (Seidedos 1984).

e) Tests pedagógicos de rendimiento:
* BAPAE. Batería de aptitudes para el aprendizaje escolar (De la Cruz 1992, 2ª Ed).

3.4. TÉCNICAS CRITERIALES.

Pretenden ubicar a cada alumno en relación al grado de consecución de un objetivo previamente fijado, e informa de lo que el alumno sabe o no sabe, puede o no puede hacer (Miras y Solé 1990).

La característica fundamental de la evaluación criterial reside en que la apreciación del grado en que han sido cubiertos los objetivos de la enseñanza se hace en función de las realizaciones de cada alumno, sin compararle con las de sus compañeros (Gómez Arbeo, 1990).

Siguiendo a Rodriguez Lajo (1985), la evaluación criterial surge a consecuencia de una serie de hechos tales como la difusión de la enseñanza programada, el desarrollo de las teorías del aprendizaje y el auge de la enseñanza basada en objetivos. Todo ello fue generando la necesidad de nuevos instrumentos que aportasen información sobre lo que un alumno es capaz de hacer. Glaser fué el primer autor en proponer el término "tests referidos a criterio" (TRC) en 1966, definiéndolos como "aquellos que dependen del estatus absoluto de cualidades del estudiante".

Glaser y Nitko (1971), definen los (TRC) como "aquellos que han sido deliberadamente construidos para proporcionar mediciones que son directamente interpretables en términos de stándares específicos de ejecución. Los estándares de ejecución son generalmente especificados definiendo una clase o dominio de tareas que el estudiante debería realizar. Muestras representativas de ese dominio se organizan dentro de las mediciones del test y se utilizan para determinar el estado de la ejecución de cada individuo en relación con dicho dominio" (pg 653).

El interés suscitado por los TRC se evidencia en más de las 600 referencias bibliográficas encontradas por Hmbleton et al (1978). Tal producción bibliográfica conlleva un confusionismo terminológico, al que Nitko (1980), intenta poner solución, argumentando que no hay un prototipo de test referido al criterio, puesto que el concepto se ha desarrollado desde múltiples facetas pero todas ellas con el propósito común de emplear un dominio que esté previamente bien definido, como referente para la interpretación de las puntuaciones.

Hambleton (1980), aporta algunas aclaraciones más, entre las que se encuentran las siguientes:

a) Los términos "objetivos", ``competencia" y "destrezas" pueden usarse indistintamente.

b) La definición del dominio no tiene que incluir necesariamente una referencia respecto a una puntuación de corte o estándar.

c) Cuando en un test se mide más de un objetivo, los items que corresponden a cada objetivo, están agrupados en subtests.

d) Rodriguez Lajo (1985), añade una nueva aclaración a las anteriores. Concretamente: El concepto de "criterio" en las TRC se refiere a un dominio de contenido y de comportamiento hacia el cual se refiere la puntuación del test. (pg 306).

Baroody (1988), señala la utilidad de las pruebas referidas a criterio, para evaluar el rendimiento de un alumno en función de un conjunto de objetivos educativos. Estas pruebas proporcionan unas directrices claras para la planificación educativa, dado que detallan los puntos fuertes y débiles del alumno evaluado. Baroody considera que los TRC son especialmente útiles para evaluar una materia como las matemáticas en la que se pueden delimitar aptitudes específicas, y en la que las técnicas complejas se basan claramente en técnicas más elementales.

3.4.1. Algunas investigaciones sobre evaluación criterial en matemáticas.

El "Proyecto Valencia" es una investigación realizada en la Comunidad Autónoma de Valencia por Rivas et al (1985), quienes aplicando los aspectos fundamentales de una metodología de Evaluación Referida al Criterio, analizaron y concretaron los objetivos de aprendizaje que tienen un papel de condicionamiento o que son básicos para el aprendizaje escolar interciclos de la E.G.B.

Se estudiaron las áreas de Matemáticas y Lenguaje. Sus resultados se utilizaron como base para otras investigaciones como la que referimos seguidamente.

Rivas y Alcantud (1988) realizaron una investigación patrocinada y premiada por el CIDE, sobre la evaluación criterial en la Educación Primaria.

El objetivo de la investigación fué poner a disposición de la escuela un conjunto de pruebas de nivel mínimo que asegurasen una medida criterial del grado de suficiencia de los aprendizajes terminales básicos que sean capaces de determinar la situación del escolar en cada ciclo y área de la EGB.

Para la obtención de objetivos utilizaron como fuentes:

a) Las disposiciones legales del Ministerio de Educación y Ciencia, especialmente las que señalan los niveles de enseñanza mínimos.

b) Informes del M.E.C. sobre evaluación.

c) Proyecto Valencia.

d) Manuales escolares de diferentes editoriales.

Una vez confeccionado el listado de objetivos se realizó la revisión de cada uno de ellos para comprobar su ajuste a las tres condiciones que según Mage (1980) definen un objetivo operativo:

a) Realización. Un objetivo debe decir siempre que esperamos que el alumno sea capaz de hacer.

b) Condiciones. Un objetivo describirá siempre las condiciones, si las hay, bajo las cuales deberá darse la realización.

c) Criterio. Cuando sea posible, el objetivo describirá el criterio de realización aceptable, indicando el grado de perfección que se espera de la actividad del alumno para que se considere adecuada o satisfactoria.

En el área de Matemáticas obtuvieron un total de 57 objetivos para el Ciclo Inicial, y 102 para el Ciclo Medio. Para cada uno de estos objetivos de aprendizaje se construyó un item. Para los Sectores curriculares (Conjuntos y relaciones, Operaciones, Resolución de problemas, Geometría - Topología y Medida) cuyo número de objetivos no llegase a diez, se elaboraron dos items por cada objetivo.

Las pruebas resultantes son de ejecución típica, es decir, evalúan lo que un escolar conoce sabe o aplica normalmente sin agobio de tiempo y sin presiones ambientales.

La aplicación la realizó el profesor como una actividad escolar más del área de matemáticas que puede realizarse en varias sesiones, y se presentan a los alumnos como ejercicios de clase y no como exámenes o situaciones de prueba.

Bordas (1983), informa sobre un estudio dirigido a controlar a través de un instrumento las diferencias existentes entre los grupos control y experimental en cuanto a:

a) El proceso global de aprendizaje en matemáticas.

b) Los niveles didácticos, concepto, habilidad mecánica y razonamiento.

c) Aprendizaje de las distintas áreas de la materia.

Para conseguir estos objetivos se construyeron tres pruebas, una para cada ciclo de E.G.B.. En la construcción se tuvieron en cuenta la estructura del área de matemáticas (dividida en diferentes subáreas de aprendizaje, tales como Sistema de numeración, Geometría, Lógica y Medidas) y los objetivos mínimos obligatorios de cada ciclo del área (siguiendo las directrices del MEC, Consejería de Enseñanza de la Generalitat y los textos vigentes en el año en que se desarrolló la investigación.

La prueba para el Ciclo Inicial constó de 45 elementos, de los cuales un 62 % correspondían a la subárea de numeración.

La prueba para el Ciclo Medio contenía 60 elementos, el 53 % de los cuales representaban la subárea de numeración.

Para el ciclo Superior se elaboraron 60 elementos de los cuales el 45% correspondía al subárea de numeración.

Tras un estudio piloto que señaló la modificación de 15 items del Ciclo Inicial y 17 del C.Medio se administraron las pruebas a una muestra de 1264 alumnos de nueve centros públicos de Barcelona y su provincia.

Los análisis de las pruebas mostraron:

* Elevados coeficientes de fiabilidad (. 89, . 91 y .89) para los ciclos Inicial, Medio y Superior respectivamente.

* Validez de contenido por representar los objetivos de la secuencia didáctica establecida en las orientaciones del M.E.C. y la Generalitat.

* Validez de constructo tras el análisis de cada item por parte de cinco jueces.

* Correlaciones significativas entre la respuesta a cada item y la puntuación global obtenida en la prueba con la excepción de tres elementos.

Una vez que los análisis señalaron su idoneidad para ser utilizados como instrumento de evaluación, las pruebas construidas se emplearon como instrumento externo para detectar diferencias de aprendizaje entre un grupo experimental que seguía el Proyecto EAO-TOAM y un grupo control, en cada uno de los ciclos. Los resultados mostraron:

* Mejores puntuaciones en el grupo experimental que en el de control.

* Ausencia de diferencias significativas entre los grupos en cuanto al factor tiempo.

* Menor dispersión respecto al valor medio en los grupos experimentales.

* La media de puntuaciones obtenidas en cada cada ciclo y nivel didáctico era significativamente más elevado en los grupos experimentales.

* El grupo experimental mostró mayor grado de asimilación de conceptos y vocabulario matemático; mayor calidad en los mecanismos de operatividad y mayor

efectividad en la resolución de situaciones problema.

* Se encontraron diferencias significativas entre los grupos en las áreas de Lógica, Numeración, Medida y Geometría en los tres ciclos, con la excepción del área de Lógica en el Ciclo Inicial.

4. LA VALIDEZ EN LOS TESTS EDUCATIVOS REFERIDOS AL CRITERIO.

En este tipo de tests el énfasis se pone en la validez de contenido cuyos aspectos centrales son la relevancia y representatividad de los items (Messick, 1975). La evaluación de ambos aspectos es más cualitativa que cuantitativa, aunque se han propuesto algunos índices numéricos de los mismos.

Los items de un test de rendimiento se consideran como una muestra del dominio que interesa evaluar, así pues, lo que interesa es comprender que son todos los que están (revelancia de los items) y que están todos los que son (representatividad del test).

La relevancia de los items es juzgada por expertos mediante un procedimiento estructurado que permite emparejar estos con el dominio. Ello requiere una previa definición del dominio, es decir, una especificación de las áreas de contenido que debe cubrir el test, así como los objetivos instruccionales.

4.1. CUANTIFICACIÓN.

Para cuantificar la relevancia de cada item, Hambleton (1980), propone utilizar una escala de 1 a 5 donde el 5 representa un ajuste perfecto del item a su especificación correspondiente y 1 a la falta de ajuste, y utilizar para definir la relevancia de cada item la media o la mediana de las puntuaciones dadas por varios jueces.

La representatividad del test se define como el grado en que sus especificaciones (contenidos y objetivos) quedan cubiertas por los items y de forma proporcional a las ponderaciones establecidas a priori.

La representatividad del test vendría dada por la concordancia entre la tabla de especificaciones propuesta y la obtenida después de rechazar los items inapropiados.

5. APORTACIONES DE LA TEORÍA DE RESPUESTA AL ITEM (TRI) A LA EVALUACIÓN EDUCATIVA.

5.1.1. Modelos de Respuesta al Item.

Los modelos de rasgo latente tienen una naturaleza probabilística y suponen asociado a cada individuo un parámetro inobservable que expresa su capacidad, aptitud o actitud en una tarea o en un contexto experimental dado.

Cuando los modelos de rasgo latente se aplican a los tests, su denominación más correcta y popularmente utilizada es la de "Modelos de Respuesta al Item". (Hambleton y Swaminathan, 1985).

El punto central de los Modelos de Respuesta al Item es la ecuación que expresa la relación existente entre la respuesta a un estímulo (observable) y el nivel de rasgo subyacente (inobservable) como una función de las características de la variable estímulo.

Así, dado un grupo de respuestas a los items de un test de características conocidas, los modelos de respuesta al item posibilitan inferir el nivel del rasgo de la persona a partir de las respuestas a aquellos items.

La asunción básica de la TRI es: Existe una relación matemática que conecta la competencia de los sujetos con la probabilidad de que estos respondan correctamente a los items. Es decir que dada la competencia de una persona cuando a esta se le presenta un item, conocemos la probabilidad que tiene de acertarlo.

5.2. CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE LA TRI.

5.2.1. La Curva característica del Item. (CCI).

Se denomina Curva Característica del Item a la función matemática asumida, que une los niveles de competencia de los sujetos con las probabilidades de que acierten un item.

En el eje de las abcisas aparecen los valores de la variable medida (θ) en una escala que va de - & a + &. En el eje de las ordenadas aparece la probabilidad de acertar el item. De esta forma, conocido el valor de θ, sabemos la probabilidad que tiene el sujeto de superar el item. Véase la figura 3.1.

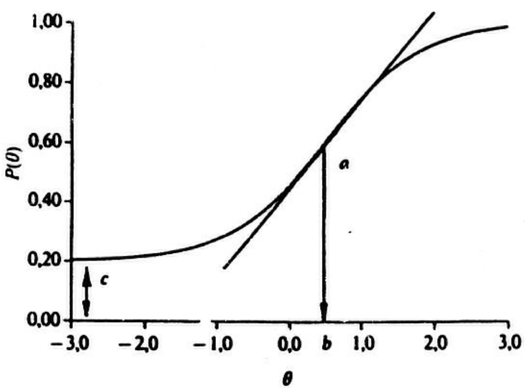


Figura 3.1. Parámetros de las curvas características de los items. (Tomada de Muñiz,1990).

Es conveniente aclarar que las puntuaciones θ no son las puntuaciones de los alumnos en el test, sino una estimación hecha a partir de ellas.

5.2.1.1. Descripción de los parámetros:

a) Parámetro ***a***: Se denomina índice de discriminación. Su cuantía numérica es proporcional a la pendiente de la recta tangente a la CCI en su punto de máxima pendiente. Indica la capacidad discriminativa del item, aunque su valor numérico no es el mismo. Cuanto mayor sea la pendiente mayor será el índice de discriminación.

b) Parámetro ***b***: Es el índice de dificultad del item y viene dado por el valor de θ para el punto de máxima pendiente de la CCI. Indica la dificultad del item, pero no es numéricamente equivalente. Cuanto más a la derecha se situen las CCI más difícil es el item; mayor es ***b***.

c) Parámetro ***c***: Expresa la probabilidad de acertar un item cuando se desconoce la respuesta correcta, es decir, expresa la probabilidad de acertar al azar.

5.2.2. Unidimensionalidad.

Los modelos de la TRI asumen que solo es necesaria una habilidad o rasgo para explicar la ejecución de un test.

Rasgo o habilidad son definidos por Rentz y Bashow (1977) como una variable aptitudinal que no debe ser interpretada como innata, inevitable o inmutable. La puntuación en la habilidad puede cambiar a lo largo del tiempo o a través de la instrucción.

El supuesto de unidimensionalidad no puede satisfacerse estrictamente porque siempre hay otros factores cognitivos, de personalidad y relacionados con la aplicación que influyen en el rendimiento en el test. Lo que requiere el supuesto de unidimensionalidad es la existencia de un componente o factor "dominante" que influye en el rendimiento en el test. Este factor dominante subraya la habilidad medida por el test.

5.2.3. Independencia local.

Los modelos de la TRI asumen que la respuesta a un item no debe influir en la respuesta a los otros. De ahí que el contenido de un item no deba proporcionar pistas para contestar a otros items del test.

El supuesto de independencia local establece que las respuestas de un sujeto a diferentes items de un test, son estadísticamente independientes.

5.2.4. Factor de velocidad.

Un supuesto implícito en todos los modelos TRI es que los tests para los que los modelos son ajustados no son administrados bajo condiciones de velocidad. Se interpreta que un sujeto falla en la respuesta a los item de un test porque tiene una habilidad limitada, y no porque no haya tenido tiempo de alcanzar dichos items.

5.3. CLASIFICACIÓN DE LOS MODELOS.

Los distintos tipos de modelos que se han elaborado en el marco de la TRI se diferencian por el tipo de curva que adoptan (normal, acumulada, poissoniana, función logística), y por el número de parámetros que adoptan (uno, dos o tres parámetros).

5.3.1. Modelo logístico de un parámetro.

En este modelo la curva característica adoptada es la función logística y el único parámetro de los items que se tiene en cuenta es el índice de dificultad. Coincide con el modelo formulado por Rasch (1960).

La clave del modelo está en que conocida la competencia del sujeto (θ) y la dificultad del item (b), se estima la probabilidad de superar el item. Esta probabilidad viene dada por la expresión siguiente:

$$P_i(\theta) = \frac{e^{D(\theta - b_i)}}{1 + e^{D(\theta - b_i)}}$$

donde:

$P_i(\theta)$: Probabilidad de acertar el item i a determinado nivel de θ.

θ: Valores de la variable medida.

b_i: Índice de dificultad del item i.

e: Base de los logaritmos neperianos (2,72).

D: Constante.

5.3.2. Modelo logístico de dos parámetros.

Asume la función logística para la CCI. Tiene en cuenta dos parámetros de los items: el índice de dificultad ***b*** y el de discriminación ***a***.

5.3.3. Modelo logístico de tres parámetros.

Añade el parámetro *c*, al de dificultad y al de discriminación. Recordemos que el parámetro *c* es la probabilidad de acertar un item cuando se desconoce la respuesta correcta.

5.4. ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS.

La lógica subyacente a esta estimación es la de elegir como valores para los parámetros, aquellos que maximicen la probabilidad de que ocurran los datos empíricos obtenidos, razón por la cual estos procedimientos de estimación se denominan de máxima verosimilitud.

La estimación se va haciendo por aproximaciones sucesivas (interacciones), y su cálculo es muy laborioso por lo que son necesarios los ordenadores. El proceso de iteraciones se detiene cuando tras una iteración no se producen cambios significativos en los valores estimados.

BICAL y RASCAL, son programas de ordenador para modelos logísticos de un parámetro. BILOG, y LOGIST son programas para modelos logísticos de uno, dos o tres parámetros. Todos estos programas ofrecen como salida fundamental los valores estimados de los parámetros de cada item y el valor de θ para cada sujeto.

5.5. AJUSTE DEL MODELO.

Un modelo ajusta a los datos si no hay diferencias importantes entre los resultados pronosticados por el modelo y los obtenidos empíricamente. Si un modelo TRI ajusta a los datos se cumplirán los objetivos de la TRI:

a) Estimar las puntuaciones de los sujetos sin que importe el instrumento utilizado. En dos tests que midan la misma variable, un sujeto debe obtener puntuaciones semejantes.

b) Estimar los parámetros de los items independientemente de la muestra empleada (dificultad objetiva, absoluta, no depende ni está en función de los sujetos a quienes se aplique).

Existen varios procedimientos estadísticos para la comprobación del ajuste de los modelos. Entre los más utilizados está el propuesto por Wright y Panchapakesan (1969) cuya distribución se aproxima a la de χ^2.

5.6. *APORTACIONES DE LA TRI A LA EVALUACIÓN EDUCATIVA.*

Las principales aportaciones de la TRI se sitúan en el intento de mejorar algunas de las limitaciones que presenta la Teoría Clásica (TC) de construcción de tests:

a) Respecto a la fiabilidad. En la Teoría Clásica, la fiabilidad de un test se estima a través de la correlación lineal entre dos formas paralelas. Pero los alumnos no son nunca exactamente iguales en una segunda administración del test, desarrollan nuevas habilidades, cambia su nivel motivacional, etc.

En la TRI, al estimar la puntuación de θ de cada sujeto cometeremos algún error. La precisión en la estimación de θ para cada nivel de la variable medida es lo que representa la fiabilidad. Se cuantifica como el error típico de medida y puede variar de un sujeto a otro.

La Función de Información (FI) es otra forma de expresar el error típico de medida. Se cuantifica como la inversa de la varianza del error de medida para ese valor.

La FI de los items constituye un poderoso instrumento para el análisis de los items, indicando no solo la cantidad de información que el item aporta a la medida de θ, sino también a qué nivel de θ aporta dicha información (Muñiz, 1990).

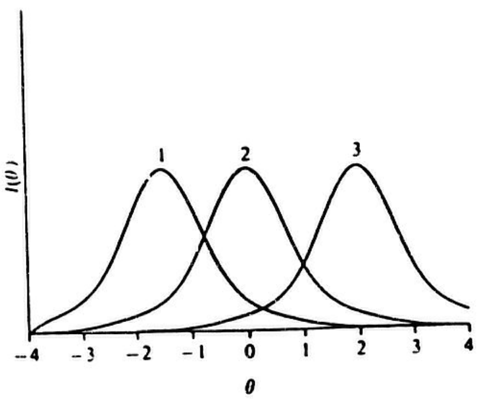


Figura 3.2. Funciones de información de tres items. (Tomada de Muñiz, 1990).

En la figura 3.2. el item 1 aporta información máxima en torno a valores de θ => -1.5, el item 2 en torno a valores de θ => 0, el item 3 para θ => 2.

La función de información de un test es la suma de las funciones de información de todos los items que lo componen.

b) Respecto a la variación de los parámetros del item: En la Teoría Clásica las propiedades de los instrumentos de medida dependen de los sujetos a los que se aplican los tests. Así el índice de dificultad de los items está en función de la competencia de las personas a las que se les aplica el test; el índice de discriminación de los items y el coeficiente de fiabilidad dependen de la variabilidad de la muestra.

La TRI ofrece la ventaja de que los parámetros del test (índices de dificultad y de discriminación) son independientes de la muestra particular de sujetos utilizada.

c) Respecto a la predicción: La Teoría Clásica no aporta bases para predecir como actuará un sujeto cuando se encuentre con un item de un test. No es predictiva.

La TRI predice la actuación de un sujeto en una prueba. Una vez que el modelo se ajuste a unos datos, es posible predecir el comportamiento de un sujeto ante cualquier item del test.

d) Respecto a la varianza de los errores de medida. En la Teoría Clásica se asigna igual varianza para todos los errores de medida.

Los modelos de la TRI permiten calcular unos errores standard para cada item, que vienen dados por la diferencia existente entre la probabilidad de acierto de un elemento para un nivel de habilidad dado y la probabilidad real.

e) Respecto a la detección de items sesgados: En la T.C. un item malo es aquel que resulta demasiado fácil, demasiado difícil o no discriminante en la población de sujetos para los que se diseñó el test.

En la TRI, la evaluación de items se realiza en términos de su bondad o ajuste al modelo utilizando alguna prueba estadística. Un item es malo cuando el modelo elegido no se ajusta a los datos.

f) Respecto a la varianza de las mediciones: En la Teoría Clásica las mediciones varían en función del instrumento utilizado. Ello explica que tras aplicar a un mismo alumno dos pruebas que miden inteligencia, los resultados obtenidos en cada una de ellas sean diferentes.

En la TRI, La estimación de la habilidad es independiente del grupo particular de items elegidos ya analizados.

6. RESUMEN Y CONCLUSIONES.

6.1. SOBRE EL ESCEPTICISMO ACTUAL EN EVALUACIÓN.

La Evaluación Educativa está siguiendo los mismos planteamientos eclécticos que la Evaluación Psicológica, es decir, la tendencia hacia múltiples métodos y técnicas en un mismo proceso evaluador.

Desde una perspectiva constructivista del aprendizaje, la evaluación es un elemento indisociable de la ayuda pedagógica que han de prestar los profesores para favorecer la significatividad del aprendizaje.

La evaluación diagnóstica o inicial en Matemáticas es la que aporta información sobre las habilidades del alumno antes de iniciar un proceso de enseñanza-aprendizaje, o cuando se observa que un alumno no progresa adecuadamente. Este tipo de evaluación es complementaria a la evaluación formativa y a la sumativa.

6.2. SOBRE LOS ELEMENTOS BÁSICOS DEL CURRICULO EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS.

Los objetivos. La finalidad de la formación matemática es desarrollar en los alumnos la capacidad para explorar, formar hipótesis y razonar lógicamente, así como la habilidad de utilizar estrategias y procedimientos matemáticos en la resolución de problemas similares a los de la vida cotidiana.

Los contenidos. El conjunto de los contenidos seleccionados para llegar a conseguir los objetivos responden a tres criterios: **a)** criterio disciplinar, procedente de la consideración de las matemáticas como una disciplina; **b)** criterio formativo que contribuye a desarrollar las capacidades expresadas en los objetivos, teniendo en cuenta las características cognitivas de los alumnos; **c)** criterio de funcionalidad de los conocimientos matemáticos para otras áreas

En la TRI, La estimación de la habilidad es independiente del grupo particular de items elegidos ya analizados.

6. RESUMEN Y CONCLUSIONES.

6.1. SOBRE EL ESCEPTICISMO ACTUAL EN EVALUACIÓN.

La Evaluación Educativa está siguiendo los mismos planteamientos eclécticos que la Evaluación Psicológica, es decir, la tendencia hacia múltiples métodos y técnicas en un mismo proceso evaluador.

Desde una perspectiva constructivista del aprendizaje, la evaluación es un elemento indisociable de la ayuda pedagógica que han de prestar los profesores para favorecer la significatividad del aprendizaje.

La evaluación diagnóstica o inicial en Matemáticas es la que aporta información sobre las habilidades del alumno antes de iniciar un proceso de enseñanza-aprendizaje, o cuando se observa que un alumno no progresa adecuadamente. Este tipo de evaluación es complementaria a la evaluación formativa y a la sumativa.

6.2. SOBRE LOS ELEMENTOS BÁSICOS DEL CURRICULO EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS.

Los objetivos. La finalidad de la formación matemática es desarrollar en los alumnos la capacidad para explorar, formar hipótesis y razonar lógicamente, así como la habilidad de utilizar estrategias y procedimientos matemáticos en la resolución de problemas similares a los de la vida cotidiana.

Los contenidos. El conjunto de los contenidos seleccionados para llegar a conseguir los objetivos responden a tres criterios: **a)** criterio disciplinar, procedente de la consideración de las matemáticas como una disciplina; **b)** criterio formativo que contribuye a desarrollar las capacidades expresadas en los objetivos, teniendo en cuenta las características cognitivas de los alumnos; **c)** criterio de funcionalidad de los conocimientos matemáticos para otras áreas del curriculo y para actividades diarias.

Los seis núcleos de contenidos propuestos por la Administración Educativa son: **a)** Números, **b)** Sistemas de numeración, **c)** Operaciones, **d)** Medidas, **e)** Magnitudes, y **f)** Orientación y representación espacial..

La metodología. Los contenidos se desarrollan de forma cíclica, con diferentes grados de profundización. Los aspectos formales tienen que ser conectados con los informales. El trabajo en grupos cooperativos favorece la interacción y el aprendizaje.

La evaluación. Atañe a los procesos de aprendizaje de los alumnos, a los procesos de enseñanza desarrollados por los profesores y a los proyectos curriculares de centro. Por lo tanto la evaluación constituye el elemento clave para orientar las decisiones curriculares, definir los problemas educativos y emprender actuaciones concretas.

La naturaleza del proceso evaluador es fundamentalmente cualitativa y explicativa. La flexibilidad de los criterios de evaluación ante la diversidad de contextos de enseñanza-aprendizaje conlleva la utilización de técnicas de evaluación diversas.

Entre los criterios que ayudan a valorar el desarrollo de las habilidades matemáticas básicas están: **a)** detectar si los alumnos utilizan los conocimientos matemáticos para resolver problemas en situaciones académicas y en situaciones ordinarias, **b)** valorar la adquisición de contenidos considerando la capacidad y el razonamiento, **c)** evaluar la simbolización, **d)** utilización de estrategias de resolución de problemas, **e)** evaluar actitudes tales como seguridad con la que el alumno trabaja, gusto por las tareas e interés en las mismas.

6.3. SOBRE LAS TÉCNICAS DE EVALUACIÓN.

No existe consenso sobre la forma de llevar a cabo la evaluación diagnóstica. Para unos tendría que centrarse en la estructura de los conocimientos, en su secuenciación y en el análisis del avance en el aprendizaje atendiendo a los éxitos y fracasos. Para otros la evaluación debería dar prioridad a las estrategias utilizadas por el alumno en la adquisición del conocimiento y en su aplicación a situaciones concretas.

Una postura intermedia es establecer la arquitectura cognitiva del alumno, a partir de las observaciones realizadas ya sea a través de un test, de la ejecución de una tarea, o de una simulación. Desde este planteamiento la evaluación se entiende como la inferencia de explicaciones a partir de lo que observamos. En ese proceso de elaboración de hipótesis sobre el conocimiento matemático que posee un alumno se necesita información sobre su conocimiento informal, sus aspectos más fuertes y más débiles, así como sobre la naturaleza de sus errores, y la eficacia de sus estrategias.

Los puntos débiles indican los aspectos que necesitan mayor atención. Los puntos fuertes presentan entre otras la utilidad de servir de apoyo para recuperar los débiles.

El análisis de los errores ayuda a comprender los procesos que sigue el alumno en la solución de una tarea. Los errores que surgen ante el desconocimiento de alguna regla se denominan sintácticos. Los errores semánticos aparecen en la comprensión incorrecta del valor posicional de los números. Hay errores de representación cuando los alumnos no representan adecuadamente el problema que se les plantea.

Los profesores consideran las pruebas escritas y la explicación por parte del alumno de lo que va haciendo en ellos, como una forma de evaluación más fiable que la observación y que los exámenes orales.

6.4. RESPECTO A LAS TÉCNICAS NORMATIVAS.

La evaluación normativa indica la posición relativa de un sujeto dentro de un grupo. Proporcionan una puntuación total y no ofrecen una visión detallada de los puntos fuertes y débiles de un alumno. Este tipo de evaluación es la que tradicionalmente se viene utilizando en la evaluación psicopedagógica de la habilidad matemática.

En nuestro país disponemos de algunos instrumentos referidos a la norma que incluyen la evaluación del cálculo o del razonamiento numérico en alguno de sus subtests, ya sean pruebas generales de inteligencia y desarrollo, o baterías generales de aptitudes. En su mayoría son adaptaciones antiguas de pruebas extranjeras a su vez más antiguas. Generalmente las nuevas ediciones incluyen escasas (o ningunas) modificaciones sobre la primera edición en castellano.

La única prueba que menciona en su título las aptitudes numéricas es el test de Monedas.

6.5. RESPECTO A LAS TÉCNICAS CRITERIALES.

Surgieron ante la necesidad de obtener información sobre lo que un alumno es capaz de hacer, sin compararle con sus compañeros. Las pruebas referidas al criterio indican la ejecución de cada alumno en relación con unos objetivos, competencias o destrezas previamente definidos/as. Esta información proporciona directrices concretas para la planificación instruccional.

El carácter jerárquico del conocimiento matemático favorece la utilización de las pruebas criteriales para su evaluación. Prueba de ello son las numerosas investigaciones realizadas en esta línea.

6.6. RESPECTO A LAS APORTACIONES DE LA TRI.

Las principales aportaciones de la TRI responden a un intento de mejorar las limitaciones que presenta la Teoría Clásica de los Tests (TC). La TRI ofrece ventajas respecto a la fiabilidad, respecto a la dependencia de los parámetros, respecto a la predicción de la actuación del sujeto en una prueba, y respecto a la invarianza de las mediciones.

La fiabilidad viene representada por la precisión en la estimación de O para cada nivel de la variable medida. Se cuantifica como el error típico de medida. La función de Información del item es otra forma de expresar el error típico de medida. La Función de Información de un test es la suma de las funciones de información de todos los items que lo componen.

Uno de los conceptos básicos de la TRI es el de Curva Característica del item (CCI). Se denomina así a la función matemática que une los niveles de competencia de los sujetos con las probabilidades de que acierten un item. En el eje de las abcisas aparecen los valores de la variable medida. En el eje de las ordenadas aparece la probabilidad de acertar el item. Ello permite que conocido el valor de la variable sepamos la probabilidad que tiene el sujeto de superar el item.

En el marco de la TRI se han desarrollado distintos tipos de modelos. Las diferencias entre ellos estriban en el tipo de curva y en el número de parámetros que adoptan.

PARTE I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Capitulo III:
Un instrumento para la evaluación de la Habilidad Aritmética. KeyMath Diagnostic Arithmetic Test.

Capitulo III: UN INSTRUMENTO PARA LA EVALUACIÓN DE LA HABILIDAD ARITMÉTICA. KeyMath Diagnostic Arithmetic Test.

1. DESCRIPCIÓN DEL TEST KMDAT.

1.1. FICHA DESCRIPTIVA.

- Finalidad: Establecer un diagnóstico de habilidad aritmética.
- Autores: Austin J. Connolly, William Natchman y E. Milo Prittchet.
- Publicado por: American Guidance Service Inc.
- Fecha de publicación: 1971 y 1976.
- Alcance: Desde preescolar a 6° curso y sin límite superior para la clínica individual.
- Forma de administración: Individual.
- Tiempo de administración: Aproximadamente 40 minutos, aunque no tiene un tiempo fijo.
- Puede ser administrado por profesores, orientadores y psicólogos.
- Traducción española y primera fase de la adaptación: Pérez-Santamarina (1986)

1.2. - CARACTERÍSTICAS.

El KeyMath Diagnostic Arithmetic Test (KMDAT) es una prueba de administración individual, diseñada para suministrar una valoración diagnóstica de la habilidad o destreza en aritmética.

Es un test que se basa en la secuencia de desarrollo de la adquisición de habilidades y en el pensamiento lógico del niño.

Consta de 14 Subtests clasificados en tres áreas: Contenidos, Operaciones y Aplicaciones.

Reúne un total de 209 elementos. Su Manual incluye un Apéndice en el que se define el objetivo que se pretende evaluar en cada uno de los items. Este Apéndice proporciona al profesor, un análisis escrito de las tareas que realiza el alumno y de las que no realiza.

Al identificar los aspectos fuertes y los más bajos del alumno, aporta una base para elaborar programas instruccionales adecuados a las necesidades de cada alumno. Minimiza los requisitos de lectura y escritura. Es una prueba referida a criterio, aunque también puede utilizarse como prueba referida a la norma.

Los materiales que componen el test son: El Manual, las hojas de registro diagnóstico y una carpeta de anillas en la que cada una de sus páginas, contiene un elemento. Los elementos se presentan en su mayoría mediante atractivos dibujos de color que aumentan la motivación del alumno.

1.3. ÁREAS Y SUBTESTS.

Aunque la división sistemática de una materia en áreas no es nunca totalmente posible ni deseable ya que siempre existirán aspectos comunes entre ellas, los 14 subtests de KeyMath quedaron agrupados en tres áreas.

1.3.1. Área de Contenidos:

Permite evaluar el conocimiento de los conceptos matemáticos básicos y su nivel de comprensión. Los subtests que incluye son:

a) Subtest A: NUMERACIÓN. (24 Elementos). Los elementos agrupados en este subtest utilizan los conceptos más importantes en el conocimiento básico de nuestro sistema numérico. Incluye la identificación de la cantidad, series de valores, reconocimiento de los numerales (cardinal, ordinal y romano), el reconocimiento de un decimal en un valor dado, el redondeo de números, la identificación de números ausentes y el uso de enteros.

b) Subtest B: FRACCIONES: (11 elementos). Las fracciones, lógicamente deberían incluirse en el subtes de Numeración. Sin embargo, los números fraccionarios son fuente de muchos problemas educativos, lo cual justifica el tratamiento separado en una prueba diagnóstica. Los elementos agrupados en este subtest, valoran conceptos básicos sobre fracciones. Incluyen el reconocimiento de números fraccionarios, operaciones con ellos (impresas y en forma de cálculo mental).

c) Subtest C: GEOMETRÍA Y SÍMBOLOS. (11 Elementos)
Los elementos de este subtest contienen muchos conceptos aislados, pero importantes. Se agrupan juntos porque todos ellos requieren el conocimiento de determinadas figuras o símbolos. Incluyen abreviaturas y símbolos que representan términos aritméticos. Otros items tratan figuras geométricas y relaciones entre líneas.

1.3.2. Área de Operaciones:

Normalmente solo se han considerado como operaciones numéricas los cuatro procesos de cálculo (adición, sustracción, multiplicación y división). Sin embargo, las prácticas educativas actuales sugieren que el campo de las operaciones debe ampliarse y abarcar cuestiones referentes al cálculo mental y al razonamiento numérico. Los subtests incluidos en esta otra área son:

a) Subtest D: ADICCIÓN. (15 elementos). La adición es el principal proceso de cálculo. Si un alumno tiene dificultad en este proceso, es poco probable que sea capaz de efectuar otros procesos. Los items más fáciles, valoran la habilidad del sujeto para sumar objetos sin tener que simbolizarlos mediante números. Los elementos de mayor dificultad sí requieren la realización de cálculo escrito: dado el tiempo que lleva la realización de esta forma de cálculo, los elementos se han seleccionado cuidadosamente de manera que representen avances progresivos en el proceso de aprendizaje de la adición. Los elementos de este subtest requieren combinar pequeños objetos y realizar sumas de pequeños planteamientos: con cifras de un dígito, con cifras de dos dígitos que en algunos casos requieran reagrupar, con decimales, con números fraccionarios y con números mixtos.

b) Subtest E: SUSTRACCIÓN. (14 elementos). Los elementos de este subtest son paralelos a los desarrollados en el subtest de Adición, pero con restas. Requieren sustraer objetos de un grupo, resolver restas que presentan cifras de uno o varios dígitos, unas sin reagrupar y otras requiriendo reagrupar; restar números decimales fracciones y números mixtos.

c) Subtest C: F: MULTIPLICACIÓN. (11 elementos). Los elementos de menor dificultad se preguntan oralmente por el examinador; requieren combinar varios grupos equivalentes. ej.: ¿Cuantas son dos veces tres?. Otros requieren multiplicadores de uno o dos dígitos y multiplicandos que contienen varios dígitos, enteros ,decimales y fracciones. No se incluyen elementos con más de dos dígitos en el multiplicador, porque consumen mucho tiempo, redundan en procesos simples y son poco corrientes en matemáticas funcionales.

d) Subtest G: DIVISIÓN. (10 elementos). La división representa un problema inverso a la multiplicación. Los elementos de menor dificultad requieren la partición de objetos en grupos más pequeños de igual tamaño. Otros incluyen divisores con dos o más dígitos, decimales o fracciones. Los elementos que requieren divisiones largas son pocos, dado que consumen demasiado tiempo y redundan en procesos simples.

e) Subtest H: CALCULO MENTAL. (10 elementos). Todos los elementos de este subtest, se administran verbalmente por el examinador, quien habrá de leerlos lentamente, aproximadamente a una velocidad de un cómputo por segundo; no podrá repetir la pregunta. El nivel de Cálculo requerido es relativamente fácil; la dificultad de este subtest se encuentra en el número creciente de procesos de cálculo requeridos y su manejo. Los items abarcan una dificultad que comprende desde cálculos simples hasta items que requieren cinco cálculos sucesivos para su solución. La memoria es un determinante del éxito en la realización de estos items.

f) Subtest I: RAZONAMIENTO NUMÉRICO. (12 elementos). Los elementos de este subtest, requieren la solución de problemas de cálculo que contienen un número ausente. Al sujeto no se le permite realizar cálculos escritos, En los elementos de menor dificultad, el número ausente puede ser un sumando en una suma o un substraendo en una resta; los elementos de mayor dificultad, requieren resolver problemas en los que al sujeto se le presentan dos ecuaciones, la primera de las cuales suministra el valor del símbolo usado en la segunda ecuación.

1.3.3. Área de Aplicaciones.

Es muy importante para el uso funcional de las matemáticas, aunque ha recibido una atención superficial en la mayoría de los test de habilidad aritmética. El KeyMath, da a esta área, igual estatus que a la de Contenidos y Operaciones. Incluye los cinco subtests siguientes:

a) Subtest J: PROBLEMAS. (14 elementos). Los problemas verbales. también se conocen como "historia problema" y constituyen un componente bastante común en instrucción aritmética. En los elementos de menor dificultad, se muestra al sujeto una lámina que contiene la información esencial de la historia problema. En los elementos de mayor dificultad, se presenta al sujeto el problema completo en forma impresa. En este subtest, se incluyen tres tipos fundamentales de problemas: los que requieren una sola operación mental, los que requieren más de un proceso simple de cálculo, y los que requieren diferenciar la información importante de la información irrelevante para resolver el problema.

b) Subtest K: ELEMENTOS AUSENTES. (7 elementos). La característica de los elementos que componen este subtest es la carencia de cierta información imprescindible para dar una respuesta al problema planteado. El alumno tiene que detectar que información es la que falta.

c) Subtest L: DINERO. (15 elementos). Los elementos incluidos en este subtest, requieren que el sujeto identifique monedas, conozca su valor, cuente dinero, devuelva el cambio, haga juicios valorativos respecto a las compras, interprete un presupuesto expresado en un sector, y reconozca determinados valores en un cheque y en una cuenta corriente.

d) Subtest M: MEDIDA. (37 elementos). Los elementos de este subtest se agrupan en cuatro bloques relacionados entre sí, uno de ellos requiere reconocer instrumentos de medida: los otros grupos, se refieren a cuestiones prácticas sobre medidas de longitud, peso y temperatura.

e) Subtest N: TIEMPO. (19 elementos). Los elementos de este subtest, requieren conocer la hora que marca un reloj, identificar intervalos de tiempo, descubrir la hora en que sonará el despertador, reconocer los días festivos y distinguir las estaciones del año. Se enfatiza en el uso funcional del calendario.

1.4. INFORMACIÓN SOBRE LA HABILIDAD DEL SUJETO.

El test KeyMath, facilita información para el diagnóstico de la habilidad, en cuatro niveles:

1.4.1. Rendimiento total.

La puntuación total obtenida por el sujeto en la prueba, le sitúa en una escala donde podemos localizar el curso y el momento concreto del mismo en el que se encuentra un alumno. Esta localización se señaliza en la hoja de registro mediante una línea vertical de color con la que compararemos la posición de otra línea vertical de diferente color trazada exactamente en el punto correspondiente al curso en que el alumno está matriculado.

1.4.2. Rendimiento por áreas.

Viene dado por un perfil general que nos mostrará si el alumno destaca ya sea por déficit o por exceso, en alguna de las tres áreas en que están agrupados los subtests.

1.4.3. Rendimientos por subtests.

Uniendo mediante trazos de un mismo color la puntuación obtenida en cada uno de los subtests, resulta un perfil que describe el desempeño del sujeto en cada uno de los subtests. De este modo resulta fácil y rápido localizar aquellos aspectos en los que el sujeto tiene un buen nivel, así como aquellos en los que presenta dificultades y que requerirán una atención prioritaria en cuanto a su reeducación.

1.4.4. Rendimiento por items.

La descripción de la habilidad que debe mostrarse en cada item, proporciona al evaluador una escala referida a criterio, con la que podrá comparar la realización del sujeto en cada item de los diferentes subtest.

La información obtenida con estos niveles de rendimiento, hace posible que el psicólogo pueda proporcionar al profesor más que meros índices, un análisis escrito de las conductas y habilidades concretas que el alumno realiza con mayor o menor dificultad, así como de las tareas que no puede realizar

1.5. HOJA PARA EL REGISTRO DIAGNÓSTICO.

1.5.1. Breve descripción.

En la portada, la hoja doblada deja espacio para rellenar los datos del sujeto (nombre, edad, curso). En la contraportada, el examinador puede anotar sus observaciones y hacer recomendaciones educativas. Entre la portada y la contraportada, están impresas las operaciones que el alumno resolverá en un espacio reservado para ello.

Lo más característico del Registro Diagnóstico, es el perfil localizado en el reverso de la hoja cuando esta se abre en toda su extensión. Los 14 subtests están ordenados verticalmente a lo largo de la parte izquierda de la hoja; y los items que comprenden cada subtest están situados según su dificultad en la parte superior de los ejes horizontales.

1.5.2. Funcionalidad.

La hoja para el registro diagnóstico, hace posible la interpretación objetiva y ordenada de la habilidad del sujeto. Su diseño permite que a medida que se va administrando la prueba, se anoten en el lugar adecuado de la hoja los aciertos y los errores que el sujeto vaya cometiendo.

La funcionalidad de la hoja de registro, en la interpretación de los resultados del test se centra fundamentalmente en señalar el rendimiento del alumno en cada uno de los subtest, mediante a simple observación del perfil resultante al unir mediante trazos las puntuaciones obtenidas en cada subtest. Tal observación detecta rápidamente los aspectos matemáticos en los que el alumno presenta dificultades.

1.6. SOBRE LA ADMINISTRACIÓN DE LA PRUEBA.

El KeyMath, puede incluirse en el grupo de las "escalas y pruebas de nivel" que se iniciaron con los trabajos de Binet y como es sabido, incluyen un nivel de base y otro de techo. Estos niveles varían de unas pruebas a otras.

En el KeyMath para encontrar el nivel base, se empieza la aplicación del subtest

Numeración con un item que se considera dentro de la habilidad del sujeto según sus datos educativos básicos. Se continua el subtest, hasta que el sujeto cometa el primer error. Si el sujeto comete un error antes de acertar tres, el examinador debe volver al punto de partida y continuar hacia atrás lámina por lámina hasta que se establezca un nivel base de tres respuestas correctas consecutivas.

Para establecer el nivel techo, se empieza con el item en el que el sujeto comete el primer error, y se continua aplicando el test hacia adelante hasta que el sujeto alcance un nivel de techo sobre el criterio de tres errores consecutivos.

El mismo procedimiento para el establecimiento de los niveles de base y techo, se usará en todos los subtests.

La puntuación se registra dicotómicamente. Las respuestas correctas se registran señalando con una raya vertical dentro del círculo que contiene el número correspondiente al item de que se trate y las respuestas incorrectas o falladas se registran rellenando el círculo.

La localización de los elementos del nivel de base de un subtest, indica el punto de arranque del subtest siguiente. Por ejemplo, el subtest Fracciones, debería empezar a administrarse con un elemento que tenga aproximadamente el mismo nivel de dificultad que el primer elemento del nivel base del subtest A. Este método reduce el tiempo dedicado a la aplicación del test. El examinador no administrará items superfluos, bien porque sean demasiado sencillos o bien porque sean demasiado difíciles, dependiendo de los niveles de base y techo que va alcanzando el sujeto.

2. PROCESO SEGUIDO EN LA CONSTRUCCIÓN.

El desarrollo del KMDAT puede dividirse en cuatro etapas:

2.1. PRIMEROS TESTS PILOTOS.

La combinación de las tesis doctorales, de Connolly (1968), Nachtman (1962), y Pritchett (1965), y el trabajo conjunto de estos tres autores acumuló un extenso número de elementos. Estos fueron cuidadosamente evaluados siguiendo los criterios establecidos tradicionalmente para ello. Con los elementos que quedaron de tal análisis, se construyó la base inicial de items de una prueba piloto.

En esta etapa también se realizaron estudios sobre la fiabilidad y validez de este primer test, obteniéndose coeficientes superiores a .97.

2.2. BASE FINAL DE ELEMENTOS.

El estudio de los diez programas mejor considerados en EE..UU. indicó las áreas de énfasis educativo y la secuencia de desarrollo de cada ciclo evolutivo. Toda esta información se amplió con el estudio de los trabajos teóricos de Piaget tratados por Lovell (1961) y Flavell (1963); Gagné (1965); Guilford (1967), y textos como "La enseñanza de las matemáticas de escuela elemental" de Kramer (1966). La información resultante, proporcionó el fundamento para el desarrollo de nuevos items que ampliaron la base inicial.

En la elaboración y selección de los elementos se tuvieron en cuenta los siguientes criterios:

a) La base de items debe poseer un amplio rango de dificultad.

b) Los items deben minimizar la lectura y la escritura, y deben contestarse oralmente siempre que sea posible.

c) Deben centrarse en matemáticas funcionales, esenciales para la vida diaria.

d) La base de items, debe suministrar información útil a efectos educativos.

Se había llegado a la elaboración de un instrumento piloto que contenía más de 400 items. Tal instrumento se administró a niños, divididos en cuatro grupos de 80, pertenecientes a los cursos primero, tercero y quinto de Primaria, y Jardín de infancia.

Tras la administración del test, los elementos se analizaron siguiendo los procedimientos de Rasch (1960) y Wright (1968). Una vez seleccionados los items que se ajustaban al modelo de Rasch, se estudió la correlación entre cada item y la puntuación total en el subtest correspondiente, así como la correlación con la puntuación total obtenida en el test. Como resultado de este análisis correlacional se efectuaron cambios en la asignación de items a los subtests con lo cual, la base final de items, estaba terminada, y preparada para su calibración.

2.3. CALIBRACIÓN.

La calibración es el proceso en el que se estiman los parámetros de los items (dificultad, discriminación etc).

El resultado es un grupo de valores que caracterizan a los elementos de acuerdo con el modelo utilizado. Se aplicó el test individualmente a 951 sujetos, matriculados desde preescolar hasta octavo curso.

Los resultados sobre la dificultad de los items, procedentes del estudio se de calibración siguiendo el modelo Rasch-Wrigth aportaron la información necesaria para la disposición final de los items.

2.4. NORMALIZACIÓN.

El mayor interés de la interpretación del test, reside en la información que aporta sobre el rendimiento del sujeto en los subtests o en items concretos, ya que se trata de un test de diagnóstico. No obstante, también facilita información sobre el rendimiento total en el test, relacionándolo con 7 cursos y con determinados momentos de los mismos,

El método de muestreo simple para la normalización, permite subdividir la serie entera de items del test en varios subgrupos, y luego administrar solo un subgrupo de items, a cualquier grupo de sujetos.

La muestra normalizada del KeyMath, constó de 1.222 sujetos, extraídos de los cursos preescolar hasta séptimo. Estos estudios de normalización requirieron la cooperación de 42 escuelas de ocho estados. Las escuelas se seleccionaron al azar, y también los sujetos, tomando 6 de cada curso. La muestra comprendía un ámbito amplio de representación geográfica (y racial) procedente de zonas urbanas, suburbanas y rurales.

2.5. FIABILIDAD.

Durante la construcción del KeyMath, se puso especial interés en conseguir un instrumento fácil de administrar y con unas normas sistemáticas para el registro de los resultados, con el fin de favorecer la fiabilidad.

Se adoptó el método de pares-impares, por razones de heterogeneidad dentro del KMDAT.

Los coeficientes de fiabilidad obtenidos para el rendimiento, en el test total según los diferentes sujetos son consistentemente altos en todos los cursos. Oscilan entre .94 y .97. Estos coeficientes, son más altos que los coeficientes obtenidos para los subtests.

Los errores standard de medida calculados para el KMDAT entero y para sus subtests, proporcionan los parámetros dentro de lo que se espera que puede variar el rendimiento del sujeto.

2.6. VALIDEZ.

Los estudios realizados sobre la validez del KMDAT, utilizaron precedentes del instrumento final, y no su forma definitiva.

2.6.1. Validez de contenido.

En el caso del KeyMath, es particularmente importante, puesto que el test se diseñó para proporcionar un diagnóstico sobre habilidades matemáticas básicas. Una de las finalidades del proceso de elaboración de los elementos fue que el KMDAT incorporase una muestra representativa del material matemático más utilizado.

Aproximadamente 3.000 jóvenes fueron examinados con partes del KeyMath, mientras se iba elaborando, y antes de su normalización. Los datos de estos estudios, sirvieron para hacer una revisión de los items y una valoración de la eficacia de las instrucciones, la forma de presentación y otros factores que pudieran influir en la validez del test.

2.6.2. Validez aparente.

Entre los factores que favorecen este tipo de validez en el KeyMath están: la inclusión de material de color, la variedad de las tareas requeridas, y el control por parte del examinador de los niveles de base y de techo, puesto que todos estos factores contribuyen a maximizar el interés y la cooperación del sujeto.

2.6.3. Validez concurrente.

La comparación del rendimiento en un test con otros criterios, es un aspecto importante para cualquier test.

Connolly (1968), correlacionó el rendimiento de 28 estudiantes normales, matriculados en 5° curso, en un precedente del KeyMath, con el rendimiento en la parte aritmética del test Iowa completo. Estas correlaciones fueron significativas a un nivel de .05.

3. REVISIÓN DE INVESTIGACIONES SOBRE EL KMDAT.

Resulta difícil hacer una clasificación de las investigaciones realizadas sobre el KeyMath Diagnostic Arithmetic test (KMDAT), fundamentalmente por dos razones :

a)La primera es que el seguimiento cronológico de los trabajos informados en la literatura, denota interés por múltiples aspectos que han tenido cierta continuidad en su estudio, desde que se editó el instrumento hasta la actualidad, pero que no se concentran en períodos concretos como si de una moda se tratase.

c) La segunda razón se refiere a los aspectos comunes que aparecen en la mayoría de los estudios. Prácticamente en todos los trabajos figuran, además de una descripción más o menos exhaustiva de la prueba, aproximaciones a la fiabilidad y a la validez, la consideración del KMDAT como un instrumento diagnóstico y la valoración de la utilidad instruccional que proporciona la descripción de los objetivos a los que corresponde cada item.

Una vez hechas tales consideraciones, revisaremos las investigaciones agrupándolas en torno al objetivo fundamental para el que fueron diseñadas. De esta forma nos referiremos a: Estudios sobre validez, estudios sobre poblaciones especiales, estudios sobre evaluación pre y post tests en programas (dirigidos a Primaria y Secundaria), estudios en relación con el desarrollo de operaciones concretas, estudios relacionados con programas informáticos para profesores, estudios que enfatizan la evaluación del rendimiento, estudios sobre versiones revisadas y estudios sobre adaptaciones. Veamos cada uno de ellos:

3.1. ESTUDIOS SOBRE VALIDEZ.

3.1.1. Sobre validez concurrente.

Slate (1996), investigó las relaciones entre medidas de rendimiento que se utilizan frecuentemente para evaluar dificultades de aprendizaje específicas. Los instrumentos de medida utilizados en esta investigación fueron el Wesdrler Individual Achierement Test (Wisc; Weschler 1990) el KeyMath Revisado (KMR; Connnolly, 1988), el Woodcock Reading Mastery Test Revisado (WRMTR; Woodcock, 1987), y el Peabody Individual Achierement Test (PIAT; Dunn y Markward, 1970).

Se utilizó una muestra de 202 estudiantes con dificultades de aprendizaje (con una media de edad de 11 años y 4 meses).

La relación entre los subtests que pretendían medir el mismo constructo académico se extendió desde moderada a fuerte. Aunque se obtuvieron correlaciones significativas entre las medidas, no parece que puedan utilizarse como medidas intercambiables.

3.1.1.1. Eaves, Williams, Winchester y Darch (1994).

Diseñaron un estudio para determinar el grado en el que el juicio del profesor y el Slosson Full Range Intelligence Test (SFRIT; Algozine, Eaves, Mann, y Vance, 1993) aportan precisión en la estimación del logro en matemáticas y en lectura de un grupo de estudiantes que participaban en un programa de recuperación de verano.

El KeyMath Revisado (KMR; Connnolly, 1988), se utilizó como prueba estandarizada de matemáticas para juzgar la validez concurrente, y el Woodcock Reading Mastery Test Revised (WRMTR; Woodcock, 1987), como medida de lectura. Se encontraron los siguientes resultados:

a) Los juicios de los profesores sobre logro matemático correlacionaron con el logro en el test de matemáticas (r media = .48).

b) La correlación media entre el SFRIT y la puntuación total del KMR fue muy alta (r = .83), superior a la encontrada con el WRMTR (r = .70). Ambas correlaciones fueron más altas que las encontradas en investigaciones previas (Eaves y Subotnik, 1989), en las que la estimación del CI (Subtest de índice cognitivo del SFRIT) sobre el logro académico son moderadas en magnitud (r media para matemáticas = .58 y r media para lectura = .56).

c) Los análisis de componentes apoyaron fuertemente al SFRIT como un estimador de logro en matemáticas y en lectura al recoger sustancialmente más varianza de la distribución del KeyMath Revisado (KMR) y del Woodcock Reading Mastery Test revisado (WMTR), que los juicios de los profesores.

Los análisis de varianza mostraron diferencias significativas entre las medias de los tres tests, probablemente debidos a la inclusión en la investigación de estudiantes con dificultades de aprendizaje.

3.1.1.2. El Cognitive Levels Test (CLT; Algozzine, Eaves, Mann y Vance, 1988).

Es un instrumento diseñado para calcular la Inteligencia General (Índice Cognitivo, CI) y medir Razonamiento verbal, (VR) Razonamiento abstracto (AR), Razonamiento cuantitativo (QR) y Memoria (MEM). Es intencionadamente similar al Stanford-Binet 4ª Edición (Thorndike, Hagen y Sattler, 1986).

Eaves et al (1990) realizaron una investigación sobre el CLT con dos objetivos:

a) Estimar el grado de relación entre el CLT y dos tests de rendimiento, el KeyMath Revisado, (KMR; Connolly, 1988) y el Woodcock Reading Mastery Test Revised (WRMT-R; Woodcock, 1987).

Basándose en los resúmenes generales de Sattler, se esperaba un coeficiente de correlación (r) entre .52 y .76 para la relación CLT y KMR. Además se contaba con que los resultados del CLT-QR y AR compartirían la mayor proporción de la varianza con el KMR.

b) El segundo objetivo pretendía comparar el resultado de las medias del CLT, del KMR y del WRMT-R para determinar si existían algunas diferencias significativas. Si las hubiera, afectarían de manera desfavorable a la utilidad del CLT para calcular el rendimiento en Matemáticas y en Lectura tal y como fue medido por el KMR y el WRMT-R.

La muestra estuvo formada por los 38 alumnos matriculados en un colegio privado, con una edad media de 10 años y una desviación standard de 3 años y cuatro meses.

Las pruebas fueron aplicadas por educadores entrenados para su administración y la aplicación se realizó durante dos semanas.

Las correlaciones entre CLT y KMR fueron sustancialmente más altas que las correlaciones entre CLT y WRMT-R. Variaron de .70 a .87 (mediana = .80). Entre los subtest del CLT, la puntuación del AR (Razonamiento abstracto) mostraba la mayor relación con el rendimiento en el test de matemáticas (variación entre .80 y .87; mediana =.82). La puntuación del QR (Razonamiento Cuantitativo) alcanzó una relación muy similar con el KMR (variación entre .78 y .83; mediana = .81). Dado este alto grado de relación, se abogó por combinar las puntuaciones del AR y del QR para calcular el rendimiento en matemáticas. Esta propuesta no es extraña si se recuerda el análisis de componentes principales realizado en el Stanford Binet: 4 Edic. por Sattler (1988). Este análisis mostró que los subtest de Razonamiento Abstracto-Visual y Razonamiento Cuantitativo no eran factores separados, sino que se combinaban para formar un factor único que Sattler denominó "Razonamiento no verbal/ Visualización".

Las diferencias entre las medias CLT y KMR se calcularon mediante Análisis de la varianza. El ANOVA tuvo como resultado un efecto no significativo para los tests. La mayor diferencia de las medias entre las puntuaciones del CLT y el KMR se encontraba dentro del mismo KMR (entre Conceptos básicos y Operaciones).

La implicación de estos descubrimientos es que en muestras como la que se utilizó en el estudio, el CLT puede calcular el rendimiento en matemáticas de un modo muy similar al proporcionado por el KMR.

3.1.1.3. Eaves y Simpson (1984).

Estudiaron la validez concurrente del KMDAT en relación con el Peabody Individual Achievement test (PIAT; Dunn y Markward, 1970). El PIAT ofrece una puntuación total de rendimiento y una puntuación para cada uno de sus cinco subtests: Matemáticas, Reconocimiento lector, comprensión lectora, Ortografía e Información general. Se suele utilizar para determinar si debería hacerse un diagnóstico más preciso en alguna de sus cinco áreas.

Los sujetos fueron 171 adolescentes(con una edad media de 14 años). Este grupo estaba formado por 103 chicos y 68 chicas; 115 blancos y 56 de color.

Se calcularon coeficientes de correlación parcial entre la puntuación directa del subtest de matemáticas del PIAT y cada una de las 15 puntuaciones directas del KMDAT (14 subtest y la total). Los subtest del KMDAT que mostraron mayor relación con el subtest "Matemáticas " del PIAT fueron: Numeración, Geometría y Símbolos, Cálculo mental, Razonamiento numérico, Problemas de palabra y Medida. Las correlaciones fueron superiores a .70. Los subtest del KMDAT que correlacionaron por debajo de .70 fueron Fracciones, Sustracción, Multiplicación, División y Elementos ausentes.

Los resultados apoyan la validez concurrente del PIAT y del KMDAT para el uso en jóvenes adolescentes. Permiten argumentar que el subtest "Matemáticas" del PIAT puede utilizarse para estimar si un alumno necesita un diagnóstico más detallado, tal y como lo proporciona el KMDAT.

3.1.1.4. Breen, Lehzman y Carlson (1984).

Buscaron la validez concurrente existente entre el KMDAT, y el subtest de Matemáticas de la Woodcock-Jonhson Psycho-Educational Battery (WJ; Woodcock y Johnson, 1977).

Dado que ambos test son comúnmente empleados como ayuda en la identificación de dificultades de aprendizaje, es importante conocer sus semejanzas y diferencias, para que el usuario profesional pueda seleccionar el instrumento más adecuado que evite solapamientos y redundancias.

La muestra estuvo formada por 32 estudiantes (23 chicos y 9 chicas) con dificultades de aprendizaje, de edades comprendidas entre los 8 y los 12 años, (media = 10 años y 4 meses; SD = 15 años y 9 meses). Todos ellos pertenecían a tres centros de enseñanza primaria.

Los test referidos (KMDAT y WJ) fueron administrados y corregidos por profesores entrenados.

El cálculo de los coeficientes de correlación indicó que las dos medidas de matemáticas correlacionaban significativamente con una r=.93.

Estos resultados sugieren un alto grado de varianza compartida y un núcleo de habilidades comunes estimadas.

3.1.1.5. Tinney (1975).

Diseñó una investigación para comparar el KMDAT con el California Arithmetic Test (CAT; Tiegs y Clark, 1963).

El CAT es de administración colectiva y tiene limitación de tiempo. Aporta puntuaciones del nivel del curso para tres áreas: Razonamiento Numérico (que incluye los subtest de Significados y Problemas), Aritmética básica (subtest de Operaciones básicas) y Total de Aritmética. Tiene dos formas, Primaria inferior y Primaria superior; la primera se presenta de forma oral y la segunda en forma escrita.

El KMDAT es de administración individual y no tiene limitación de tiempo. Consta de 14 subtest divididos en tres áreas: Contenidos, Aplicaciones y Operaciones. Además de aportar una información total y otra por áreas, ofrece un objetivo conductual en relación con cada elemento. En su mayor parte se presenta en forma oral.

Ambos instrumentos se administraron como pre-test y como pos-test al comienzo y al final del curso a 56 niños que formaban parte de un programa para alumnos con dificultades de aprendizaje específicas, matriculados entre los cursos 1° a 3°.

Tras calcular coeficientes de correlación entre ambas pruebas, los resultados indican que existe una correlación significativa entre CAT y KMDAT para la población con dificultades de aprendizaje en la que se realizó el estudio.

El KMDAT ofrece ventajas sobre el CAT para la evaluación educativa; está más actualizado en currículo, no requiere leer ni escribir, ofrece una presentación visual sencilla permite al examinador experimentado observar ampliamente la conducta durante la administración individual, y proporciona una indicación global del funcionamiento aritmético del niño.

Tinney anima a realizar más investigaciones sobre la fiabilidad y la validez del KMDAT en alumnos con dificultades de aprendizaje en general y con alumnos que presentan dificultades específicas.

3.1.2. Sobre validez de constructo.

Mc-Cullough y Zaremba (1979) estudiaron las características del KMDAT, del Woodkock Reading Mastery Test (WRMT, Woodcock, 1973) y compararon estas características entre muestras de adolescentes con dificultades de aprendizaje y adolescentes sin dificultades.

Se recogieron datos 1699 chicos que asistían a escuelas públicas, que tenían entre 12 y 17 años, con una edad media de 14,2 años. Fueron eliminados los que presentaban retraso mental, trastorno emocional severo, inglés como segundo idioma y/o minusvalías físicas.

A los restantes se les aplicó una batería de tests compuesta por el WISC-R, el KMDAT y el WRMT. Los dos últimos son considerados por los autores como test estandarizados de rendimiento. La evaluación ofreció como resultado 384 alumnos con problemas de aprendizaje y 603 sin dificultades.

Se realizaron estudios de la fiabilidad y de la validez de las pruebas en los dos grupos de alumnos. La fiabilidad de los tests se estudió a través del coeficiente alfa, y la validez por medio del análisis factorial.

Los resultados mostraron para el KMDAT una fiabilidad de .94 en el grupo con dificultades y de .97 en el grupo sin dificultades. Estos resultados son prácticamente similares a .96 obtenido por los autores del test.

En el estudio de la validez, el análisis factorial mostró la existencia de un solo factor para la muestra de alumnos sin dificultades de aprendizaje y dos factores para la muestra de alumnos con dificultades.

Aparecen dos dimensiones distintas en este grupo. Los subtets que más claramente definen la primera dimensión son Numeración, Fracciones, Geometría y Símbolos, Problemas de palabras, Elementos ausentes, Dinero ,Medida y Tiempo. La segunda dimensión es definida por los subtests Adición, Sustracción, Multiplicación y División.

Estos resultados indican que se pueden distinguir alumnos con dificultades de aprendizaje, y alumnos sin ellas por sus patrones de puntuación en los subtest del KMDAT. Mientras que los niños sin dificultades tienden a puntuar en un mismo nivel (bueno o malo) en todos los subtests del KMDAT, las puntuaciones de los niños con dificultades tienden a agruparse en dos áreas: **a)** Operaciones y **b)** Contenidos y Aplicaciones. Se encuentra, pues, mayor unidimensionalidad en el rendimiento en matemáticas de los niños sin dificultades que en el de los alumnos con dificultades.

La fiabilidad del Woodcock fue ligeramente inferior a la del KMDAT (.88 en el grupo de alumnos con dificultades y .92 para el grupo sin dificultades). En el estudio de la validez solo se encontró un factor para ambos grupos.

Las implicaciones educativas que McCullough y Zaremba concluyen son los siguientes:

a) El KMDAT y el WRMT pueden utilizarse con confianza para detectar y evaluar dificultades de aprendizaje.

b) El KeyMath dividido en dos áreas se puede utilizar para distinguir niños con dificultades de aquellos que no las tienen.

3.1.3. Sobre validez predictiva.

Kratochwill, (1976) informó sobre la aceptación que estaba teniendo el KeyMath como instrumento individual de diagnóstico, útil para psicólogos escolares que deseen involucrar a profesores y profesionales de la enseñanza en cuestiones de evaluación.

Basándose en la poca información existente hasta ese momento sobre la validez predictiva del test, diseñó una investigación para determinar dicha validez. En su estudio examinó la relación existente entre el KMDAT y el subtest de aritmética del Wide Range Achievement Test (WRAT; Jastak y Bijou 1965) así como validez predictiva de los dos instrumentos en relación con una medida del rendimiento de clase.

Los sujetos de la investigación fueron 37 alumnos con una media de edad de 6 años y 6 meses, y un nivel de inteligencia medio (rango de 87 a 116, media de 97), que estaban un año por debajo del nivel de su curso en rendimiento en lectura y/o en matemáticas.

El procedimiento seguido fue administrar a principios de curso y por parte de profesionales experimentados el KMDAT y el WRAT, y en la primavera siguiente el profesor de la clase administraría el Metropolitan Achievement Test.

Una vez calculadas las correlaciones entre los tres test, los resultados mostraron que el KMDAT correlacionaba escasamente con el WRAT (r = .32) señalando que ambos test están midiendo diferentes áreas de la ejecución matemática. La correlación entre el KMDAT y el Metropolitan fue de .63. Las correlaciones entre el WRAT y el Metropolitan fueron bajas (r = .17).

El estudio de Kratochwill (1976) aportó la consideración del KMDAT como un predictor moderado del rendimiento de los niños en el colegio, explicando aproximadamente el 40 % de la varianza en las puntuaciones del Metropolitan.

3.2. ESTUDIOS SOBRE POBLACIONES ESPECIALES.

3.2.1. Síndrome de Turner.

Una de las principales dificultades en la investigación sobre niños con problemas en aritmética ha sido la falta de poblaciones que no presentasen a la vez otros problemas tales como los de lectura, escritura, lenguaje, lesiones, etc.

Dado que los niños con Síndrome de Turner (que como se recordará es un trastorno genético que implica la reducción de material cromosómico "X") presentan un perfil neuropsicológico alto en aspectos verbales y lectores y bajo en aspectos visuales-espaciales y en procesamiento aritmético, podría considerarse que ofrecen unas buenas condiciones para estudiar las dificultades en el procesamiento aritmético "puro" (sin otros problemas asociados) y también para probar si este es independiente de las habilidades viso-espaciales.

Con estos planteamientos, Rovet, Szekely y Hockenberry (1994), utilizaron el KeyMath Diagnostic Arithmetic Test (KMDAT; Connolly, Nachtman y Pritchet, 1976), para identificar la naturaleza de los desórdenes de procesamiento en sujetos con Síndrome de Turner (TS). Los autores mencionados consideran que el KMDAT proporciona puntuaciones sobre múltiples aspectos del procesamiento aritmético y que contribuye a la evaluación de los dos subsistemas propuestos en el modelo de McCloseky (1985), esto es, Procesamiento numérico y Cálculo.

La muestra estaba formada por 10 sujetos con TS cuyo rango de edad oscilaba entre 8 años y 8 meses y 15 años y 2 meses (media = 11 años y dos meses), la media del curso en el que estaban matriculados tenía un nivel de 6° curso y 5 meses. El grupo control lo componían 31 sujetos con un rango de edad de 9 a 13 años (media = 10 años y 8 meses) y el promedio del curso estudiado era 5 años y 6 meses. Los sujetos fueron evaluados con el KMDAT y además con el WISC-R y con el WRAT-R.

Se seleccionaron 53 preguntas del KMDAT para analizar los errores. Estas preguntas (items del test) provenían en su mayoría de los subtest Geometría y Símbolos, Adición, Sustracción Multiplicación y División. Para su estudio se dividieron en dos bloques: Recuperación de hechos y Conocimiento procedimental.

Los resultados mostraron que el grupo con TS puntuó significativamente más bajo que el grupo control en todos los tests aritméticos. Los miembros del grupo obtuvieron una puntuación de dos cursos y cuatro meses por debajo del nivel del curso en el que estaban matriculados, en comparación con los controles que puntuaron dos meses por encima del curso en el que estaban situados.

La comparación entre los tipos de errores cometidos por ambos grupos sugieren que los sujetos TS tienen mayores dificultades que los controles en aspectos prácticos y organizacionales del cálculo aritmético, especialmente cuando la realización de la tarea exige seguir varios pasos.

El subtest del KMDAT en el que mejor puntuaron los TS fue Geometría y Símbolos, el cual requiere reconocimiento simbólico-abstracto y percepción parte-todo; además puede ser considerado el más espacial.

Tras una amplia discusión de los resultados los autores concluyen que las dificultades aritméticas en las chicas con TS no son solamente resultado de su habilidad viso-espacial débil, sino que están asociadas con bajas habilidades organizacionales en procedimientos aritméticos.

En condiciones de tiempo limitado estas alumnas son poco hábiles para resolver problemas que requieran acceder a la memoria a largo plazo para recordar "Hechos aritméticos. Esto sugiere que no tienen suficientemente automatizada esta habilidad.

Señalamos como lo más importante del trabajo de Rovet, Szekely y Hockenberry (1994), en el tema que nos ocupa, su consideración del KMDAT como un instrumento útil para evaluar procesos de pensamiento aritmético, especialmente, recuperación de hechos y conocimiento procedimental.

3.2.2. Deficiencias auditivas.

Rodda (1988), calificó el KMDAT como un instrumento útil en la evaluación de adultos sordos.

3.2.3. Ubicación de alumnos en grupos especiales.

Sapp, Chison y Horton (1984) utilizaron el KMDAT en una investigación sobre el papel de los instrumentos psicoeducativos en la toma de decisiones sobre el emplazamiento de alumnos en clases especiales.

Las decisiones sobre el emplazamiento pueden estar afectadas por numerosos factores, entre los que se incluyen: competencia del personal docente, características de los alumnos (raza, sexo, clase social, atractivo físico), tipo de información (académica, conductual) y datos de evaluación (puntuaciones en test de inteligencia, nivel de rendimiento en clase, indicadores de ansiedad) ,(Berk, Bridges y Shik, 1981). Cuando la evaluación inicial no es correcta, la modalidad educativa a la que se asigne a un alumno puede resultar errónea e inadecuada (Salvia e Ysseldyke 1988).

El KMDAT, el Wisc-R y la escala de valoración de los profesores, se aplicaron a 90 niños excepcionales divididos en tres grupos de 30 diagnosticados previamente como:

a) Grupo con trastornos emocionales (EH).
b) Grupo con dificultades de aprendizaje (LD).
c) Grupo con retraso mental recuperable (EMR).

Los resultados de un MANOVA indicaron diferencias significativas entre el grupo EMR y los grupos LD y EH. Sin embargo estos grupos no fueron significativamente diferentes entre sí.

Los test estandarizados en combinación con las evaluaciones de los profesores resultaron eficaces solamente en la asignación al grupo con retraso mental. 28 de los 30 niños que componían el grupo fueron diagnosticados correctamente. Tanto en el grupo LD como en el grupo EH hubo 11 niños de los 30 que componían cada grupo que fueron mal diagnosticados. Así 11 niños con LD se asignaron al grupo EH.

Sapp, Chisson y Horton (1984) también encontraron que para tomar decisiones sobre le ubicación de estudiantes en el grupo con retraso mental, la utilización de un test que proporcione CI (p.e: Wisc-R), es tan eficiente como su utilización conjunta con otros test de rendimiento. (Por ej.: KMDAT).

3.2.4. Evaluación de alumnos con retraso mental.

Goodstein, Kahn, y Cawley (1974), informan sobre diversos aspectos en relación con la aplicación del KMDAT a una población de niños con retraso mental (EMR). La muestra que utilizaron estaba formada por 227 alumnos de centros privados de la zona Este de Texas. Todos los niños tenían un cociente intelectual inferior a 85. El CI medio era 65.8 (5 D = 8.9). La edad cronológica era de 11 años y 4 meses (SD = 5 años y 1 mes), la edad mental se estimó en 7 años y 6 meses (SD = 4 años). Esta población muestral era racialmente mixta (negros y caucásicos) pero todos hablaban inglés.

Los examinadores (profesores de educación especial) recibieron un curso preparatorio sobre el KeyMath, su administración y corrección, acorde con los contenidos del Manual.

a) El primer aspecto que estudiaron fue si la escala de items dentro de cada subtest es adecuada para niños con retraso mental (EMR). La precisión de la escala fue determinada calculando el porcentaje de los 227 niños que superó cada item, y examinando las distribuciones que tuvieron más de cinco puntos de dificultad en el porcentaje que el siguiente item de cada subtest. Entre los 14 subtests, 6 contenían tales items. La proporción de estos items (de 205 se eliminaron 13), apoyó la hipótesis de que los items estaban escalados con bastante precisión atendiendo a la secuencia de incremento de dificultad. Los subtests Geometría y Símbolos y Dinero tuvieron dificultades contradictorias, encontrándose una amplia distancia entre algunos de los items.

b) El segundo objetivo era evaluar la relación entre cada elemento con su subtest y con el test total. Para ello se realizó un análisis de correlación biserial. Las magnitudes de los coeficientes obtenidos .40 a .70 indicaron que la mayor parte de los items están contribuyendo a las puntuaciones de los subtest y del test total. Solo tres items obtuvieron correlaciones inferiores a .40 y negativas: el item nº 12 de Geometría y Símbolos, y los items nº5 y nº8 del subtest Dinero.

c) Para determinar si los subtest representan una única dimensión, las puntuaciones obtenidas en los subtests por los 227 niños fueron analizados utilizando el método de componentes (técnica de rotación varimax). Se obtuvieron 14 subtest, siendo identificado cada uno con un peso superior a = + 60.

Sin embargo se obtuvo poco fundamento para concluir que el KMDAT pueda interpretarse por áreas, ya que solo se encontró validez factorial para el Área de Operaciones, entre los subtests de Sustracción, Multiplicación y División; y en el área de Aplicaciones, entre los subtests Medida y Elementos ausentes.

d) ¿Presenta la población EMR un perfil considerablemente " débil" a través de los 14 subtests?. Si la interpretación implícita del perfil del KMDAT es la asunción basada en procedimientos de estandarización y escalamiento para conseguir un perfil del rendimiento del niño "promedio", las desviaciones respecto a ese promedio (puntuaciones obtenidas fuera de un error standard estimado), pueden asumirse con un significado diagnóstico. Partiendo de ese supuesto, afirman que según sus datos será razonable extender la asunción arriba indicada a la población con retraso mental, con la excepción de dos subtest: Elementos Ausentes y Dinero,

e) También se estudió el efecto del aumento de la edad mental sobre el rendimiento de los niños EMR en el KMDAT, en relación con el curso esperado (en el que deberían estar según su edad).

En los seis grupos de edad mental que se formaron, los resultados mostraron un aumento del déficit en el rendimiento en el test, a medida que los niños avanzan a través de los cursos escolares.

f) Por último, se plantearon en qué curso puede esperarse que el 50 % de los niños EMR superen los items de los subtests.

Los resultados obtenidos indicaron que en 2° curso podrían superarse 64 items (prácticamente igual que los niños sin retraso); en 3° podían superar 86 Items (91 en los niños de 3° sin retraso); en 4° curso 94 items (126 en niños sin retraso) y en 5° curso, 98 items, frente a los 148 que contestarían el 50 % de los niños sin retraso). Se observa, pues, que el menor incremento en dominio ocurre entre los cursos 3° y 5° (1° y 3° en nuestro sistema educativo).

Los autores del artículo terminan recomendando la utilización del KeyMath como instrumento preliminar en la evaluación de aspectos fuertes y débiles del alumno en el conocimiento matemático.

Sin embargo su uso para el diagnóstico de dificultades de aprendizaje matemático y para la prescripción de técnicas específicas de intervención resulta limitado.

3.3. ESTUDIOS SOBRE EVALUACIÓN ANTERIOR Y POSTERIOR AL DESARROLLO DE PROGRAMAS INSTRUCCIONALES DIRIGIDOS A ALUMNOS DE PRIMARIA Y/O SECUNDARIA CON DIFICULTADES DE APRENDIZAJE.

3.3.1. Hill y Minifie (1984).

Se plantearon si una profunda evaluación diagnóstica en lectura y en aritmética, y la posterior enseñanza de estas dos áreas, podría incrementar el rendimiento académico en estas materias.

Trabajaron con 31 estudiantes presos de Carolina del Sur, diagnosticados con algún tipo de dificultades (9 con dificultades de aprendizaje, 5 con dificultades emocionales, 5 disminuidos psíquicos y 12 en espera de ubicación en clases de educación especial.)

A estos alumnos se les administraron tres pretests: Wide Range Achievement Test (WRAT;, Jastak, B.F. et al 1976), KeyMath (KMDAT; Connolly Natchman y Pritchet, 1976) y Analitical Reading Inventory (ARI; Woods y Moe, 1977).

Con los resultados obtenidos en estos test se elaboraron planes educativos individuales. Más concretamente, con las respuestas dadas ante los items del KMDAT, se trazaron perfiles individuales que permitieron señalar los objetivos de conducta que tendrían que considerarse en la planificación de la instrucción de cada sujeto. Los estudiantes recibieron enseñanza individual dos veces a la semana durante una hora, en un período total de 18 semanas, y a la vez continuaban asistiendo a sus clases regulares.

Al final del período de instrucción todos los sujetos fueron evaluados nuevamente con los test WRAT, KMDAT y ARI. encontrándose que:

a) La comparación pretest y postest en el KMDAT mostró diferencias significativas.

b) Las diferencias fueron superiores a las encontradas en el WRAT, aunque estas también fueran significativas.

c) No hubo avances significativos en el ARI.

El mayor avance en el rendimiento en aritmética puede deberse al hecho de que se empleó un instrumento diagnóstico (KMDAT) que posee objetivos de conducta para la recuperación de cada item del test, mientras que el instrumento para la evaluación lectora (WRAT) carece de estos objetivos. Parece que por muy eficaz que sea un instrumento diagnóstico de evaluación, si no explícita objetivos instruccionales puede resultar poco eficaz para planificar y desarrollar la instrucción.

Se requiere más investigación para establecer el efecto de instrumentos diagnósticos que proporcionen objetivos instrumentales tanto a los profesores de educación especial como a los profesores de enseñanza ordinaria.

3.3.2. Price (1984).

Intenta determinar si un test de rendimiento en Matemáticas tal como el incluido en el área de Matemáticas del California Achievement Test (CAT; 1977) es tan útil en la evaluación de alumnos con retraso en Enseñanza Secundaria como el popular test individual KMDAT.

The California Achievement Test es una batería que incluye las áreas siguientes: Lectura, escritura, lenguaje, matemáticas y habilidades de relación. La sección de matemáticas se aplica aproximadamente en una hora y ofrece tres puntuaciones: Cálculo matemático, Conceptos matemáticos y Aplicaciones, y una puntuación total en matemáticas.

Tiene varios niveles. Los rangos de curso recomendados para cada nivel son los que aparecen en la Tabla 3.1 siguiente:

abla 3.1. Equivalencias entre niveles del CAT y rango de curso en el sistema educativo americano.

Nivel	*Rango de curso*
Nivel 10	K.O - K.9
Nivel 11	K.6 - 1.9
Nivel 12	1.6 - 2.9
Nivel 13	2.6 - 3.9
Nivel 14	3.6 - 4.9
Nivel 15	4.6 - 5.9
Nivel 16	5.6 - 6.9
Nivel 17	6.6 - 7.9
Nivel 18	7.6 - 9.9
Nivel 19	9.6 -12.9

Los sujetos fueron 36 estudiantes de Secundaria matriculados en los cursos 7 a 12 (equivalente a 5° de Primaria a 4° de ESO) e incluidos en programas para retrasados en aprendizaje. Se consideraron retrasados en aprendizaje (Learning handicaped, LH), los alumnos ligeramente retrasados con dificultades de aprendizaje, desórdenes de conducta y/o retraso mental ligero.

16 alumnos estaban incluidos en un programa a tiempo completo. Los 20 alumnos restantes estaban incluidos en un programa a tiempo parcial.

La edad de la muestra osciló entre 11.6 a 17.8 años, con una media de 14.5 años de edad.

Los materiales utilizados fueron el KMDAT y la parte dedicada a Matemáticas del California Achievement Test (CAT 1977)

La aplicación de ambos test se realizó durante las primeras seis semanas del curso. La mitad de la muestra fue evaluada con el KMDAT primero y con el CAT después. el resto de la muestra recibió el CAT primero y el KMDAT después.

Se efectuaron dos tipos de análisis cualitativo y cuantitativo.

Análisis Cualitativo. Los aspectos que se compararon en este tipo de análisis fueron: Contenidos, calidad, eficacia en tiempo, relevancia para la instrucción, coste y facilidad de administración.

a) En cuanto al contenido, los dos test contienen elementos que cubren básicamente las mismas áreas de contenido. Aunque están divididos en áreas diferentes (tres en el KMDAT; Contenidos, Operaciones y Aplicaciones, y dos en el CAT: Cálculo y Conceptos y aplicaciones) un análisis de estos subtest muestra que cubren las mismas habilidades básicas en matemáticas incluyendo cálculo (adición, sustracción, multiplicación división y fracciones) y solución de problemas así como aplicaciones (geometría, tiempo, dinero y medida).

b) La calidad de un test es juzgada por su fiabilidad y su validez.

* La fiabilidad total del KMDAT fue de .96, obtenida por el procedimiento de división en dos mitades. La fiabilidad del CAT fue de .86. obtenida por la fórmula 20 de Kuder-Richardson.

* La validez concurrente del KMDAT muestra su relación con otras medidas matemáticas (con el WRAT, .32; con el Metropolitan, .63 ; con el CAT positiva y significativa), pero los coeficientes de correlación no son altos.

La validez de contenido del CAT se calculó correlacionando la versión del CAT de 1976 con la de 1970. Los coeficientes de correlación fueron de .81 a .91, con una media de .86.

La comparación que se hace respecto a calidad deja en mejor situación al CAT argumentando la existencia de datos estadísticos y de investigaciones realizadas . Sin embargo estos datos no aparecen de forma explícita en el artículo.

c) Eficacia en tiempo. El KMDAT es una prueba de administración individual que requiere alrededor de 40 minutos. Así para evaluar una clase de 15 alumnos se necesitarían un mínimo de 8 horas. El CAT ofrece la ventaja de que se puede administrar de forma individual y colectiva. Con lo cual en los 70 minutos que dura una aplicación se podría evaluar a una clase entera. Se trata de una indudable ventaja respecto al ahorro de tiempo.

d) Relevancia para la instrucción. EL KMDAT y el CAT **coinciden** en varios aspectos:

* Ambos son tests estandarizados diseñados para aportar una evaluación diagnóstica de habilidades en matemáticas.

* Son tests referidos a criterio que incluyen objetivos conductuales enlazados con sus items.

* Los dos test son útiles para identificar aspectos fuertes y débiles en varias áreas de habilidad matemática.

* Facilitan directrices a los equipos multidisciplinares para la elaboración de informes.

Ambos tests **se diferencian** instruccionalmente en:

* En el KMDAT cada objetivo está relacionado con un solo item del test. Esto hace difícil determinar si la habilidad específica en un item es realmente una necesidad académica. Con el CAT cada objetivo es medido por varios items del test; de esta forma incluye mayor información sobre la ejecución de un estudiante particular en cada objetivo.

* El CAT tiene mejor de muestra para la estandarización (200.000 estudiantes) de Kindergarten hasta el nivel de grado 12, frente a los 1.222 de Kindergarten hasta el nivel de grado 7 que se utilizan para la estandarización del KMDAT.

e) Coste inicial. Llama la atención de quién escribe este resumen referente al artículo de Price, encontrar en mitad del mismo los precios iniciales de los dos tests que venimos comparando, así como los de las hojas de respuestas y cuadernillos. Sin entrar en el número exacto de dólares (que por otra parte son del año 1984), diremos que el coste del CAT es significativamente mayor, dado que se trata de una batería de test, que además de medir habilidades matemáticas mide las de lectura, escritura, lenguaje, etc, y hay que comprarlo entero.

f) La dificultad de administración del KMDAT y CAT puede considerarse igual. El CAT ofrece un rango más amplio de técnicas de puntuación y registro.

Análisis cuantitativo. El test KMDAT y el subtest de matemáticas del CAT fueron administrados a estudiantes de un Instituto y de un centro de Primaria. Se compararon las puntuaciones equivalentes de grado de ambos test para comprobar si estas medidas mostraban resultados significativamente diferentes. Las puntuaciones obtenidas fueron bastante estables a través de todos los subtests con una puntuación media cayendo aproximadamente en el nivel de grado 5° (equivalente a tercer curso de primaria en nuestro contexto).

El rendimiento de los estudiantes se comparó entre varios grupos de puntuaciones:

* Subtest de cálculo del CAT y área de Operaciones del KMDAT.

* Puntuación media de las áreas de Contenidos y Aplicaciones del KMDAT con la puntuación media de los subtests Conceptos matemáticos y Aplicaciones del CAT.

* La puntuación total en el área de Matemáticas del CAT y la puntuación total del KMDAT.

Se realizaron pruebas "t" para determinar si había diferencias significativas entre los dos tests. También se calcularon las correlaciones Producto-Momento de Pearson para determinar si había correlación entre las puntuaciones. Los resultados obtenidos de estos estudios muestran que:

* En Primaria se encontraron diferencias significativas entre cada subtest del CAT y la puntuación correspondiente en el KMDAT. En todos los casos el KMDAT arrojó puntuaciones más altas que en el CAT.

* En Secundaria no se encontraron diferencias significativas en la comparación entre subtests.

* La comparación entre puntuaciones totales también arroja ausencia de diferencias significativas.

* Se encontró una significativa correlación al comparar las puntuaciones totales de ambos tests entre el Centro de Primaria y el de Secundaria.

A pesar de las diferencias encontradas en la comparación cuantitativa de los tests la autora del artículo considera que las diferencias fueron mínimas y que las puntuaciones entre el KMDAT y el subtest de matemáticas del CAT pueden considerarse equivalentes.

Sin embargo tras la comparación cualitativa anteriormente expuesta, Pamela Price llega a la conclusión de que el CAT es un instrumento superior al KMDAT fundamentalmente porque aporta una evaluación diagnóstica más completa para la elaboración de programas instruccionales.

3.3.3. Ferrara y Redemer (1979).

Informaron que durante el curso 1978-79 se concedieron fondos a las escuelas públicas de Springfield para que llevaran a cabo programas dirigidos a superar deficiencias educativas relacionadas con la segregación racial existente. El Título VII del acta incluía la aplicación de tres programas distintos:

a) Especialista en Relaciones Estudiantiles (SRS). El programa está diseñado para ayudar a estudiantes que experimentan problemas sociales o personales que afecten a su rendimiento académico.

b) Especialista en Diagnóstico-Prescripción (DPS). Es un programa diseñado para proporcionar refuerzo a los alumnos de Primaria que presentan retraso escolar y que han sido seleccionados por sus profesores o por los directores de sus centros para recibir el programa. Se trataron principalmente la lectura y las matemáticas.

c) Centro Multicultural de Formación del Profesorado. Es un programa diseñado para que los profesores elaboren unidades didácticas que enfaticen en la sensibilización ante las diferencias culturales.

En el programa "Especialista en Diagnóstico y prescripción" (DPS) se utilizó el KMDAT. De ahí que dediquemos un espacio a dicho programa. Participaron ocho especialistas en diagnóstico cuyo trabajo consistía en visitar las escuelas que les habían sido asignadas para evaluar las necesidades y estilos de aprendizaje de los alumnos, prescribir actividades y materiales didácticos para esos alumnos y trabajar con los profesores de aula y con los profesores de apoyo para mejorar el rendimiento académico de los alumnos seleccionados.

En total 148 profesores remitieron a 500 alumnos al especialista.

Se trabajó en lectura y matemáticas, dada la influencia de estas áreas instrumentales en el resto del currículum. Se utilizó el sistema pre y post-test.

Para evaluar lectura se emplearon dos subtests del Peabody Individual Achievement Test (PIAT; Dunn y Markuward, 1970) el subtest de Reconocimiento lector y el subtest de Comprensión lectora en los cursos primero y segundo; desde el tercero hasta el sexto curso se utilizó el Woodcock Reading Mastery Test (WRMT). En matemáticas, todos los cursos (de primero a sexto) fueron evaluados con el KMDAT.

Para la evaluación del programa se tuvieron en cuenta dos criterios:

1°. Determinar el progreso académico de los alumnos sometidos a tratamiento. En Matemáticas se encontró que antes de participar en el programa los alumnos estaban por debajo del nivel de su curso y que en todos los casos los cambios fueron positivos. El algunos cursos (2°,3° y 4°) al terminar el tratamiento los alumnos estaban, incluso, por encima del nivel de su curso. En 5° y en 6° cursos a pesar de haber presentado los mayores avances, no se llegó al nivel de su curso, ya que el punto de partida estaba muy por debajo de ese nivel.

2°. El segundo criterio para evaluar el programa fue recoger las percepciones e impresiones de los profesores que participaron en el programa.

De los 148 cuestionarios anónimos enviados, se recibieron 102 (un 70 %). Ante la pregunta "¿Como de preciso cree que fue el diagnostico de los problemas de aprendizaje de sus alumnos?", un 67 % de los profesores contestaron que "muy preciso" y un 22 % respondieron "bastante preciso". Ante la pregunta, ¿Como de adecuados eran los programas prescritos para las necesidades de los alumnos?, un 76 % de los profesores contestó que "muy adecuados" y un 16,5 % los valoró como "bastante adecuados".

Los profesores hicieron propuestas de mejora del programa que ampliaban el tiempo de permanencia del profesor de apoyo en cada centro (los profesores de apoyo proporcionaban ayuda individual y/o en pequeños grupos). El programa en su conjunto fue valorado positivamente por todos los que participaron en él.

De este estudio se destaca la utilidad del KeyMath como instrumento de diagnóstico, que permite elaborar un programa reeducativo posterior que, llevado a la práctica manifiesta cambios positivos.

3.3.4 Bonsness (1977).

Informa de la utilización del KMDAT como instrumento de evaluación en un programa denominado Developer/Demostrator Project. Este programa va dirigido a alumnos de enseñanza Primaria con dificultades de aprendizaje. También se utilizaron como instrumentos de evaluación el Wide Range Achievement Test (WRAT) y el Weschler Intelligence Scale for Children (WISC). La principal característica del programa es el desarrollo de la instrucción basada en secuencias.

3.4. ESTUDIOS EN RELACIÓN CON EL DESARROLLO DE OPERACIONES CONCRETAS:

3.4.1. Krakow y Curcio (1978).

Emplearon un diseño de panel para determinar la relación causal entre los progresos en matemáticas y dos factores: Desarrollo de operaciones concretas y habilidad figurativa viso-espacial.

El pensamiento figurativo incluye áreas cognitivas ya relacionadas con dificultades de aprendizaje: percepción visual, imágenes visuales e imitación gráfica. El pensamiento de operaciones concretas incluye habilidades que normalmente se consideran necesarias para la aritmética elemental: conservación, clasificación y seriación.

Los sujetos fueron 28 niños con dificultades de aprendizaje, de edades comprendidas entre 9 y 12 años. Se administraron de forma individual, a principio y a final de curso, siete tareas operacionales, cinco test figurativos y un test de diagnóstico aritmético. El nivel en aritmética se evaluó con el KMDAT.

Los resultados indicaron que el nivel de operaciones concretas a principio de curso predecía los progresos en aritmética durante el curso. Por el contrario, la habilidad figurativa a principio del curso, aunque estaba asociada a un nivel en aritmética simultáneo, no tenía relación causal con los progresos aritméticos.

La implicación educativa que conlleva este estudio es que una forma de intervención eficaz puede consistir en favorecer el desarrollo de operaciones concretas. Este pensamiento puede tener un efecto causal en el rendimiento aritmético mayor que muchas medidas tradicionales usadas en programas de diagnóstico para niños con dificultades de aprendizaje. Sin embargo solo un estudio experimental puede demostrar estas conclusiones.

Por otra parte no se puede afirmar que mejorar un déficit perceptual-visual contribuya a un mejor rendimiento en aritmética.

3.4.2. Greenstein y Strain (1977).

Informaron sobre un estudio descriptivo y analítico que pretende determinar si el KMDAT podría ser un instrumento para trabajar con adolescentes que presenten dificultades de aprendizaje (LD).

Utilizaron una muestra de 82 adolescentes con LD procedentes de cuatro cursos de educación especial de una zona suburbana de Washington, D.C. La edad de los sujetos variaba desde 12 a 17 años. Habían sido diagnosticados por un psicólogo como alumnos con retraso en el aprendizaje. La evaluación se había hecho utilizando el WISC-R o WAIS, el test de Bender, y varios instrumentos de diagnóstico educativo. Todos los alumnos estaban cursando al menos dos años por debajo del curso esperado en matemáticas.

Tras la aplicación del KMDAT por parte de expertos, se obtuvieron los siguientes resultados:

a) El rendimiento medio de los estudiantes se situó aproximadamente en un nivel de cuarto curso, (2° de Primaria en nuestro contexto educativo). Una posible explicación es que a partir de ese nivel se requiere mayor abstracción.

b) Los items que la población LD no pudo ejecutar requerían reagrupar operaciones, (ej.: Multiplicación con más de un número en el multiplicador) y usar simbolizaciones. (ej.: coordinar el valor de dos ecuaciones).

c) El análisis factorial usando una rotación Varimax, indicó que el KMDAT estaba midiendo dos factores para la población LD. Un factor agrupó a los subtest Multiplicación, División, Sustracción, Geometría, Razonamiento numérico y Cálculo mental, y un segundo factor agrupó los subtest Elementos ausentes, Problemas de palabra, Medida, Tiempo, Dinero y Fracciones. El orden expuesto viene determinado por los pesos encontrados de mayores a menores.

d) Se encontraron 5 categorías de errores que ocurren con más frecuencia en alumnos con LD que en alumnos normales según los análisis X.

* Algoritmos defectuosos o violaciones de la lógica numérica. Por ejemplo:

42	66
+2	+4
49	**10 10**

* Errores de cálculo. Por ejemplo:

86	94
+23	-42
119	**42**

* Errores espaciales. Son característicos de la ejecución académica de niños LD. Escriben los números en una alineación, por ejemplo:

```
 34
+31
 --
  5
  6
```

* Detalles. Un ejemplo de detalles en el KMDAT son las operaciones que requieren poner en la respuesta el signo "Pts" además de los números que correspondan.

* La inversión en las operaciones de resta, como es restar del minuendo. Por ejemplo,

$$\begin{array}{r} 14 \\ -6 \\ \hline \mathbf{12} \end{array}$$

así como la aplicación de algoritmos erróneos, como entre otros, aplicar la suma a un problema de resta. Por ejemplo,

$$\begin{array}{rr} 76 & 9 \\ -\ 12 & +\ 7 \\ \hline \mathbf{88} & \mathbf{2} \end{array}$$

no son significativamente más frecuentes que en alumnos sin retraso.

Greenstein y Straus (1977) resumen su información en cuatro conclusiones sobre las características del rendimiento de los adolescentes en el KMDAT:

a) Alto nivel de funcionamiento cognitivo concreto.

b) Inhabilidad para realizar numerosas operaciones matemáticas.

c) Tipos específicos de errores de cálculo.

d) El uso del KMDAT como medida diagnóstica del funcionamiento matemático está claramente justificada dado que permite un comprensivo y fino análisis del tipo de errores y proporciona información para desarrollar técnicas instruccionales que puedan remediar déficits específicos.

3.5. ESTUDIOS RELACIONADOS CON PROGRAMAS INFORMÁTICOS PARA PROFESORES.

3.5.1- Rees y Coyle (1986).

Elaboraron un programa de ordenador que aporta un listado con la descripción de los items a los que el alumno ha respondido incorrectamente tras la aplicación del KMDAT.

3.5.2. Lubke (1985)

Diseñó un programa de ordenador que combina los resultados obtenidos en el KMDAT (como datos referidos al criterio), con prescripciones instruccionales en matemáticas para programas de educación individualizados. El programa se denomina Math Test Interpreter (MTI), e incluye dos videodiscos. Lubke insiste en lo importante que es establecer claramente los objetivos en la enseñanza de alumnos con necesidades educativas especiales.

3.6. ESTUDIOS QUE ENFATIZAN LA UTILIDAD DEL KMDAT COMO INSTRUMENTO PARA LA EVALUACIÓN DEL RENDIMIENTO.

3.6.1. Simner (1988)

Incluyó al KMDAT como test estandarizado de rendimiento en matemáticas en una investigación longitudinal que intentaba predecir el rendimiento en primer curso partiendo de los errores en la impresión de letras y números al comienzo de "Kindergarten". La predicción se confirmó tras comparar los resultados de una prueba de preparación para la impresión, y los resultados del KMDAT en los subtest Adición, Sustracción, Razonamiento numérico, Problemas de palabra y Tiempo. Efectivamente los errores iniciales al escribir letras y números se mantenían estables, y estaban bastante vinculados con el rendimiento en primer curso.

3.6.2.. White y Carcelli (1982).

Se utilizó junto a otras pruebas de rendimiento en matemáticas para valorar el efecto del formato de los items sobre el rendimiento. White y Carcelli (1982), encontraron que items con contenidos similares producían un rendimiento significativamente diferente según la forma de presentación.

3.6.3. Bannatyne (1973).

Presenta el KeyMath (KMDAT) en la sección de "Programas, materiales y técnicas" del Journal of Learning Disabilities.

Tras hacer una detallada descripción del test valora positivamente varios aspectos del mismo, tales como fiabilidad, validez, claridad en las instrucciones, información sobre el procedimiento con el que fue construido, y utilidad de los objetivos conductuales, También elogia su capacidad diagnóstica para especificar de manera considerable las áreas a las que se refieren los déficits, facilitando de esta forma la concreción de prescripciones educativas.

Termina su comentario recomendando que el KMDAT llegue a convertirse en una parte estandarizada de la batería de tests disponible para todos aquellos a quienes concierna la evaluación y tratamiento de niños con dificultades de aprendizaje. Para mejorar el test, anima a sus autores a que construyan una versión grupal con finalidad de "criba" (Screening).

3.7. ESTUDIOS SOBRE REVISIONES DEL KMDAT.

Bachor (1990), analiza la revisión del KeyMath Diagnostic Arithmetic Test (KMR) realizada por Connolly (1988).

El instrumento ha sido ideado como un test de potencia (rendimiento) para ser utilizado con jóvenes matriculados en cualquier grado desde Preescolar a 9° grado. Consta de dos formas alternativas: A y B.

El test está dividido en tres áreas: Conceptos básicos, Operaciones y Aplicaciones. Cada una de estas áreas está dividida en diferentes subtests. Los subtest incluidos en Conceptos básicos son: Numeración, Números racionales y Geometría. El área de Operaciones abarca los subtest Adición, Multiplicación, División y Cálculo Mental. Por último, los subtest de Medida, Tiempo y Dinero, Estimación, Interpretación de datos y Resolución de problemas componen el área de Aplicaciones.

Según Connolly (1988) todas las áreas y subtest tienen la misma importancia instruccional. No obstante, establece que el subtest Numeración es el núcleo más importante en un currículum de Matemáticas y que consecuentemente, el rendimiento en los demás subtest depende de la comprensión del estudiante de los conceptos de numeración y número racional.

Los datos que ofrece el test pueden interpretarse según la finalidad que pretenda el usuario del mismo. Estos datos permiten tres tipos de interpretación:

a) Referida a norma. Permite hacer comparaciones a través de las áreas y de los subtests.

b) Referida a dominio cuando el objetivo es cribar los conocimientos matemáticos de los alumnos.

c) Referida a criterio.

Nos parece especialmente importante hacer referencia a este trabajo porque lo que se mantiene del test original puede considerarse como una confirmación de su adecuación, pues de lo contrario lo habrían eliminado. Por otra parte, lo que se ha modificado o renovado marca directrices para posibles trabajos futuros. Por todo lo anterior, consideraremos con cierto detenimiento algunos aspectos.

a) Administración. Hay 258 items en cada forma del test (A y B). Al tener niveles de base y de techo no hay que aplicar los 258 items a cada uno de los alumnos, por lo que el tiempo requerido para la administración oscila entre 30 y 50 minutos.

Presenta un formato estructurado de entrevista. Una característica atractiva es que la mayoría de las preguntas son leidas al estudiante, lo cual reduce la probabilidad de considerar como fallos en matemáticas lo que en realidad son errores de lectura (Cawley, 1985). Los únicos subtest en los que los estudiantes necesitan utilizar papel y lápiz son los de Adición, Sustracción, Multiplicación y División. La diferencia con el KMDAT está en el mayor número de items por subtest (18 en cada uno).

Se empieza la aplicación del test con el subtest Numeración. El examinador determina el punto de comienzo emparejando el curso en que está matriculado el alumno con el nivel de curso que proporciona la hoja de registro. Las respuestas correctas se marcan con 1 y los errores con 0.

Los niveles de base y de techo se calculan de la misma forma que en el KMDAT.

El autor del KMR recomienda que las personas que apliquen el test tengan conocimientos sobre el curriculum de matemáticas y estén familiarizados con los patrones de respuesta de los niños. Deben ser personas cualificadas con experiencia en evaluación e interpretación de los datos del test.

b) Tipos de puntuaciones disponibles. Las puntuaciones derivadas recomendadas son las puntuaciones standard y rango de percentiles. También se pueden obtener: *

Intervalos confidenciales. * Curvas normales equivalentes. * Cursos y edades equivalentes para las tres áreas y para todos los subtests. * Puntuaciones de dominio.

Estas puntuaciones (igual que las demás) deben utilizarse con precaución debido al limitado número de items en cualquiera de los niveles de dificultad.

Bachor (1990 a), considera que la información sobre aspectos fuertes y débiles del alumno a través de un rango de dominio cuando se combina con una interpretación referida a criterio proporciona una importante información diagnóstica para tomar decisiones sobre programaciones y ubicaciones, especialmente si se complementa con otras formas de recogida de información y de procedimientos de toma de decisiones.

c) Interpretación de las puntuaciones.

* Para hacer comparaciones de áreas hay que examinar las diferencias en puntuación standard sobre las tres dimensiones o áreas del KMR y determinar si hay diferencias significativas con el área de conocimiento nuclear (la que incluye al subtest Numeración). Una diferencia entre dos áreas refleja un desequilibrio en el rendimiento del estudiante.

* Los análisis de perfil requieren trazar e interpretar intervalos de confianza. Hay que recordar que el KMR está basado en la distribución normal y que las muestras normativas no parecen haber incluido estudiantes que no estuvieran en la enseñanza regular (ordinaria). Ambas características podrían restringir la aplicación del ámbito del perfil en alumnos con condiciones deficitarias y tipos de enseñanza no incluidos en la muestra.

* El análisis de ejecución en el dominio es útil para aportar a los usuarios del test información instruccional relevante. Pueden anotarse las puntuaciones fuertes y débiles y ser comparadas con las de los estudiantes en la muestra estandarizada.

* El análisis de elementos y el análisis de los items de cálculo escrito son los más útiles para propósitos de evaluación y planificación de programas. Aporta al usuario una interpretación referida a criterio de los resultados de cualquier estudiante.

d) Estandarización. Se pretendía que la muestra fuera representativa de la población estudiantil de Estados Unidos. Se obtuvieron dos muestras, una de 873 alumnos de bajo rendimiento, y otra de 925 formada por alumnos de buen rendimiento. Se utilizó un muestreo estratificado (por zona geográfica, edad, curso, raza, sexo y nivel cultural de los padres) para seleccionar el grupo normativo.

Bachor en el desarrollo del análisis que estamos comentando critica algunos aspectos del muestreo tales como la representación excesiva de algunos estados, la ausencia de comentarios sobre la cualificación de los examinadores y el que no se aporten tablas normativas para cada una de las formas (A y B), del test.

Además, se acometieron un programa piloto y un estudio de calibración . Utilizando una muestra de 600 estudiantes de seis estados se probaron aspectos de los items, tales como la dificultad y la claridad de las directrices. Posteriormente se seleccionó una muestra de 1637 estudiantes de 14 estados para determinar si las dos formas eran paralelas, determinar la dificultad de los items y hacer algunas revisiones adicionales de los items. Bachor apostilla que en el manual no aparece el modo de obtención de esta muestra.

e) **Fiabilidad.** La adecuación de los datos de fiabilidad depende del uso que se pretenda hacer del test. En el Manual del (KMR) aparecen tres estimaciones de fiabilidad.

* Mediante formas paralelas. El 70 % de los estudiantes de los cursos K. 2, 4, 6, y 8 que participaron en la estandarización en el grupo de bajo rendimiento, recibió un retest. Se controlaron los efectos del orden de la administración. Para los cursos se obtuvo un coeficiente de fiabilidad de 90. Para las edades fue de 91.

* Por el método de las dos mitades. Se utiliza este procedimiento para tomar decisiones educativas importantes, tales como diagnóstico de dificultades de aprendizaje en matemáticas, o seguir el progreso de un estudiante. Según Salvia e Ysseldyke (1988), se requiere un mínimo de 90.

* Fiabilidad según la Teoría de respuesta al item. Aplicando el procedimiento de Rasch para los cursos K a 9° y para las edades de 5 a 15 años la fiabilidad total del test osciló entre .92 y .99. Por áreas los valores fueron mejores de 4° a 8° (entre .90 y .98) que de K a 3° (entre .73 y .75).

f) Validez. Según informa Bachor en el manual del KMR no se ofrece evidencia de la validez de contenido y de la validez de constructo.

Actualmente se considera que la validez de contenido debe juzgarse por el usuario del test, valorando si los contenidos del test encajan en los contenidos del curriculum específico que se está enseñando. En este sentido la validez del KMR supera a la del KMDAT, por haber añadido subtests tales como "Estimación" y "Resolución de problemas" que no figuraban en la forma original (Connolly, 1971) ni en las adaptaciones canadienses (Connolly, 1976, 1981). Existen pocas evidencias de la validez de constructo.

Una excepción es el artículo de Bores, Vance y Mann (1990), que informa sobre altas correlaciones con el "Cognitive Levels Test" (Algozzine, Eaves, Mann y Vance, (1988).

g) Resumen del estudio de Bachor (1990). El KMR supone una mejora sustancial del KMDAT y una aportación de novedades, dado que:

* Se ha ampliado la base de elementos (258 en lugar de 209). También ha habido modificaciones en los subtests; Ahora son 13 en lugar de 14; Algunos han cambiado de nombre (además de añadirles más items) y otros dos son nuevos: "Estimación e interpretación de datos" y "Solución de Problemas".

* El antiguo subtest "Fracciones" ha dejado de ser subtest y sus items se han incluido en el subtest denominado "Números racionales".

* Con todo lo anterior el rango de los items del KMR representa de forma más completa el conjunto de conocimientos matemáticos necesarios actualmente.

* También ha habido ampliaciones respecto a las puntuaciones facilitadas por el test y respecto a su interpretación.

* Es importante que el examinador pueda hacer uso de su juicio profesional para determinar la aceptabilidad de la respuesta de un estudiante.

* El KMR es técnicamente más sólido, sobre todo para evaluar a alumnos de 4° curso (2° curso en nuestro sistema educativo).

Además de las novedades, también hay que tener en cuenta algunas limitaciones:

* No ofrece muchas oportunidades para demostrar como construye el alumno sus

respuestas.

* Hay algunos items que presentan dificultad por el dibujo que se presenta al alumno o por la terminología utilizada en la redacción de la pregunta.

Bachor concluye su análisis del KMR afirmando que en términos generales el test es una revisión bien pensada sobre el KMDAT.

3.8. ESTUDIO SOBRE ADAPTACIONES DEL KMDAT.

Pérez-Santamarina (1986), estudió el ajuste de los elementos del KMDAT al modelo de Rasch (Rasch 1960), la dificultad de los elementos que quedaron tras el ajuste y el orden en que deberían presentarse a los alumnos. Estos estudios formaron parte de la primera fase de la adaptación del KMDAT a la población andaluza.

Se utilizó una muestra de 278 alumnos de 2° curso de E.G.B., pertenecientes a seis colegios de Granada capital, y uno de la provincia. Tres centros eran privados y cuatro públicos.

El instrumento utilizado fue el KMIDAT traducido al castellano como requisito previo al estudio que estamos refiriendo.

Para adaptar los elementos al contexto educativo español se revisaron los programas Renovados del Ciclo Inicial de E.G.B., se analizaron textos de matemáticas de diferentes editoriales españolas y se desarrollaron entrevistas con profesores de matemáticas.

Se procuró mantener la estructura y el tipo de formulación de los elementos del test original, excepto en aquellos casos en que las diferencias culturales, (pesos, medidas, etc), lingüísticas y educativas exigían alguna modificación.

Para calcular el ajuste de los elementos se utilizó el estadístico chi cuadrado (χ^2) . La estimación del parámetro dificultad también se obtuvo con la aplicación del programa BICAL (Wright y Mead, 1976).

Los resultados mostraron que 22 elementos no se ajustaban al modelo. En su mayor parte procedían de los subtests Problemas Verbales, Elementos ausentes, y Medida (probablemente los elementos que no se ajustan están midiendo aspectos diferentes a los demás).

Por otra parte, el orden de dificultad obtenido presenta pocas variaciones con respecto al orden establecido en la prueba original. Los subtests Geometría, Medida y Tiempo son los que ofrecen mayores cambios respecto al orden inicial (lo cual puede deberse a influencias familiares y a diferencias en la importancia concedida a los contenidos según las programaciones y los propios maestros). En los restantes subtests el orden de dificultad obtenido es similar al de la prueba original americana.

Dado que el estudio se realizó en 2° curso, los resultados del ajuste y de la dificultad no pueden considerarse definitivos mientras no se estudien en el resto de los cursos que componen la Enseñanza Primaria.

4. RESUMEN Y CONCLUSIONES.

La primera parte del capítulo se dedica a la descripción del KeyMath en su forma original americana. Se trata de una prueba de administración individual construida para aportar una valoración diagnóstica de la habilidad o destreza en Aritmética.

Está compuesta por tres áreas: Contenidos, Operaciones y Aplicaciones. Cada área incluye varios subtest. Al área de contenidos pertenecen los subtests Numeración, Fracciones. Geometría y Símbolos. En el área de operaciones están los subtests Adición, Sustracción, Multiplicación, División, Cálculo mental y Razonamiento Numérico. El área de aplicaciones agrupa subtests cuyos items están en relación con actividades de la vida cotidiana: dinero, medida, tiempo, problemas verbales y elementos ausentes. Los catorce subtests suman un total de 209 elementos. Cada uno de esos elementos corresponde a un objetivo previamente definido y explícito.

Se trata fundamentalmente de una prueba referida a criterio y su mayor utilidad está en la información que aporta al profesor sobre los aspectos que el alumno domina y sobre los que no domina. Esta información contribuye a que la instrucción del alumno se haga acorde con su nivel de habilidad.

Se repasa de forma breve el proceso seguido en la construcción de la prueba: Tests pilotos iniciales, criterios para seleccionar la base final de elementos, calibración, normalización, fiabilidad y validez. Quizás lo más peculiar de todo este proceso fue la estimación de los parámetros de los items siguiendo el Modelo de Rasch-Wright, el cual coincide básicamente con el modelo de un parámetro de la Teoría de Respuesta al Item (TRI).

La segunda parte del capítulo revisa las investigaciones realizadas sobre el KMDAT desde la fecha de su construcción hasta la actualidad. Después de considerar que una revisión que siguiera el orden cronológico, podría resultar larga poco ilustrativa y zigzagueante de unos temas a otros, decidimos agruparlos tomando como criterio el objetivo fundamental para el que fueron diseñados.

Sobre la validez se han realizado numerosos estudios. Unos se dedican a la validez concurrente encontrándose correlaciones significativas entre las medidas facilitadas por otros instrumentos y la aportada por el KMDAT. Wisc, Woodcock y PIAT (Slate, 1996); SFRIT (Eaves, Williams, Winchester y Darch 1994); CLT (Eaves et al 1990); subtest de matemáticas del PIAT (Eaves y Simpson 1984); Subtest de matemáticas de la Batería Psicoeducativa Woodcock (Breen, LehzMan y Carlson (1984); CAT (Tinney 1975).

Los estudios sobre la validez de constructo mostraron la existencia de un solo factor para la muestra de alumnos sin dificultades de aprendizaje y dos factores para la muestra de alumnos con dificultades (Mc Cullough y Zaremba, 1979). Una de las implicaciones educativas encontradas por estos autores indica que el KMDAT dividido en dos áreas puede distinguir a adolescentes con dificultades de aprendizaje de aquellos que no las tienen.

Las investigaciones sobre validez predictiva (Kratochwill, 1976) presentan al KMDAT como un predictor moderado del rendimiento de los niños en el colegio.

El KMDAT se ha utilizado también en investigaciones sobre poblaciones especiales, resultando útil en la evaluación de adultos sordos (Rodda 1988) y en la evaluación previa a la toma de decisiones sobre la ubicación de los alumnos en clases especiales (Sapp, Chison y Horton 1984).

Rovet, Szekely y Hockenberry (1994). informaron sobre la utilidad del KMDAT como instrumento para evaluar procesos de pensamiento aritmético, especialmente recuperación de hechos y conocimiento procedimental, tras realizar una investigación en la que la muestra estuvo formada por sujetos con Síndrome de Turner.

El KMDAT se ha utilizado como instrumento de evaluación anterior y posterior al desarrollo de programas instruccionales encontrándose diferencias significativas entre ambas fases (Hill y Minifi, 1984)

Ferrara y Redemer (1979), destacan la utilidad del KMDAT como instrumento diagnóstico que permite elaborar un programa reeducativo posterior eficaz.

Krakow y Curcio (1978), eligieron el KMDAT como instrumento para evaluar el nivel en aritmética en un estudio que determinaba la relación causal entre el nivel de operaciones concretas a principios de curso y el progreso en aritmética durante el curso.

El uso del KMDAT como medida diagnóstica del funcionamiento matemático queda justificado al permitir un análisis comprensivo y fino del tipo de errores que comete el alumno; proporciona información para desarrollar técnicas instruccionales que puedan remediar déficits específicos (Greenstein y Strain, 1977).

Tomando como punto de partida la importancia de la formulación de los objetivos en los programas instruccionales individualizados, Lubke (1985), Rees y Coyle (1986), elaboraron programas informáticos que permiten al profesor combinar los resultados obtenidos en el KMDAT con prescripciones instruccionales.

Otro grupo de investigaciones señala la utilidad del KMDAT como instrumento para la evaluación. Entre ellas están las de Simner (1988) y White y Carcelli (1982). Bannatyne (1973), daba publicidad al test, con la convicción de que llegaría a formar parte de una batería estandarizada para evaluar a alumnos con dificultades de aprendizaje, y planificar su tratamiento.

Connolly (1988),realizó una revisión del KMDAT. Esta revisión fue analizada por Bachor (1990). Según dicha revisión el KMDAT mantiene las tres áreas que presentaba la versión original, aunque en la primera sustituye el título de Contenidos por el de Conceptos básicos, y se suprime el subtest de fracciones. El número de elementos se amplió de 209 a 258. Es importante señalar las recomendaciones sobre la conveniencia de que las personas que apliquen el test conozcan el curriculum de matemáticas, y puedan hacer uso de su juicio profesional para determinar si la respuesta del estudiante es aceptable.

Bachor (1990), considera que la interpretación referida a criterio en matemáticas proporciona una importante información diagnóstica para tomar decisiones sobre programaciones, especialmente si se completa con otras formas de recogida de información. Señala el análisis de los items y en particular de los items de cálculo escrito como el procedimiento más útil para propósitos de evaluación y de planificación de programas.

En una investigación sobre la adaptación del KMDAT a la población andaluza (Pérez-Santamarina 1986), se analizaron el ajuste de los items y su dificultad en una población de alumnos de 2° curso de E.G.B. Dicha investigación aportó también la traducción del test, la adaptación de varios items a las características culturales y educativas españolas, y el desarrollo de un estudio piloto previo. Los resultados obtenidos señalaban como un interesante campo de investigación la continuación de la adaptación iniciada.

Todas las investigaciones revisadas sobre el KMDAT tienen en común una descripción de las características del test, y la valoración del mismo como un instrumento diagnóstico de gran utilidad instruccional.

PARTE I:
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Capitulo IV: Objetivos de la Investigación.

Capitulo IV: OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN.

Los capítulos precedentes han contribuido a delimitar y profundizar en la evaluación de las habilidades matemáticas básicas, dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje. Dicho proceso requiere procedimientos objetivos de evaluación psicoeducativa que ayuden al profesor a planificar la instrucción de sus alumnos de forma personalizada. La evaluación referida al criterio, la medición siguiendo los modelos propuestos por la Teoría de Respuesta al Item (TRI), y un buen conocimiento del currículo educativo son elementos que, entre otros, contribuyen a la mejora de la evaluación.

La revisión de la literatura ha mostrado que el desarrollo del conocimiento matemático ha de fundamentarse en unas habilidades básicas sin las cuales el alumno no podría avanzar en el área de Matemáticas ni en otras áreas del currículo. Un instrumento para evaluar las habilidades matemáticas básicas, que cuenta con un consistente respaldo en el campo de la investigación y en el de la práctica es el Key Math Diagnostic Arithmetic Test. Este instrumento ha resultado útil en otros contextos socioeducativos para conectar la evaluación con la planificación instructiva.

La inquietud por avanzar en el desarrollo de la evaluación psicoeducativa nos lleva a plantear la posibilidad de reunir en una misma investigación las habilidades matemáticas básicas, el currículo en matemáticas para nuestro contexto educativo, la evaluación referida al criterio y las aportaciones de la TRI. Este planteamiento conduce a formular los siguientes objetivos:

OBJETIVO GENERAL: Estudiar las características psicométricas del Key Math Diagnostic Arithmetic Test y sus posibilidades de adaptación al contexto escolar granadino.

La hipótesis que subyace a este objetivo es la de que una mejor evaluación de las habilidades matemáticas básicas contribuirá a una mejor instrucción en este área curricular.

El objetivo general incluye los siguientes objetivos específicos:

1°. Calibrar los items del KeyMath. La calibración consiste en estimar los parámetros de los items. Dado que en la calibración de los items de la prueba original se utilizó el modelo de Rasch (1960), adoptaremos
también ese modelo. Al tratarse de un modelo de un parámetro, el parámetro que se pretende estimar es "b", es decir el índice de dificultad de los items.

La estimación de los parámetros es previa y necesaria para comprobar el ajuste del modelo a los datos.

2°. Estudiar la bondad del ajuste del modelo a los datos. Es decir, comprobar en qué grado los resultados pronosticados con unos valores paramétricos, coinciden con los obtenidos de hecho.

La importancia de realizar el estudio del ajuste del modelo a las respuestas dadas por los sujetos se debe a que de él se deriva la signación de las ventajas asociadas al uso de Modelos de Respuesta al Item (MRI) sobre el conjunto de items que componen el test, así como su utilización práctica con propiedad (López Pina e Hidalgo Montesinos, 1996).

La hipótesis de trabajo común a los dos objetivos precedentes es la siguiente: Se espera que el modelo ajuste a los datos.

Un buen ajuste indicaría que los valores de P (θ), no difieren de los valores obtenidos empíricamente. Dicho de otra forma: la probabilidad estimada de la habilidad matemática no difiere de la proporción de sujetos que de hecho aciertan el item.

La comprobación del ajuste del Modelo de Respuesta al Item de un parámetro a los datos requiere un estudio estadístico individual de cada item.

3° Obtener la fiabilidad o precisión con la que cada item estima la habilidad de un sujeto, La fiabilidad en la Teoría de Respuesta al Item (TRI) representa la precisión en la estimación de θ.

Los items objeto de estudio serán aquellos que tras su calibración hayan presentado un buen ajuste.

Para cada item se calculará la Función de Información (FI). Los valores de error y la curva característica del item.

La ventaja que aporta la TRI a los tests referidos a criterio es que si los items que componen un test se han calibrado según un modelo TRI, se pueden utilizar los valores conocidos de los parámetros de los items para componer un test dirigido a evaluar la habilidad que pretendemos, con mas precisión que si se eligieran los items al azar, y para ello la TRI se vale de la Función de Información (FI). No obstante también calcularemos la fiabilidad por uno de los procedimientos clásicos como es el Coeficiente Alfa.

Hipótesis de trabajo: Se espera que los items permitan medir con precisión, es decir, que sean fiables.

4º Estudiar la validez. Este objetivo se desglosa en otros tres:

a) Estudio de la validez empírica.

Hipótesis de trabajo: Se espera que los subtests se agrupen en las mismas áreas que en la versión original.

b) Estudio de la validez de contenido.

Hipótesis: Se espera que los items sean relevantes y representativos.

c) Estudio de la validez predictiva.

Hipótesis: La puntuación obtenida en el test predice el éxito académico en el área de Matemáticas.

5º Si los objetivos anteriores se cumplen de forma aceptable, el quinto objetivo será **aportar una primera versión adaptada del Key Math Diagnostic Arithmetic Test** compuesta por los items que tengan un buen ajuste y que sean fiables y válidos. Dicha versión servirá de base para investigaciones posteriores.

PARTE II: METODOLOGÍA.

Capitulo I: Selección de la Muestra.

Capítulo I: SELECCIÓN DE LA MUESTRA.

1. DESCRIPCIÓN DE LA MUESTRA .

La muestra estuvo formada por 517 alumnos de E.G.B.; 76 de ellos estaban matriculados en primer curso, 65 en segundo curso, 90 en tercero, 100 en cuarto, otros 100 cursaban quinto y 86 estudiaban sexto curso. 263 eran niños y 254 eran niñas. 202 pertenecían a tres colegios públicos de enseñanza y 315 a tres centros de enseñanza privada. Las tablas 1, 2 y 3 que aparecen a continuación resumen esta información.

TABLA 1. Distribución de la muestra por cursos y modalidades de enseñanza.

	CURSOS						
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	TOTAL
Privada	30	25	35	40	38	34	202
Pública	46	40	55	60	62	52	315
TOTAL	76	65	90	100	100	86	517

TABLA 2. Distribución de la muestra de Enseñanza Publica por sexos.

SEXO	Niños	Niñas	Total
Curso 1°	17	13	30
Curso 2°	14	11	25
Curso 3°	21	14	35
Curso 4°	21	19	40
Curso 5°	16	22	38
Curso 6°	13	21	34
TOTAL	102	100	202

TABLA 3. Distribución de la muestra de Enseñanza Privada por sexos.

SEXO	Niños	Niñas	Total
Curso 1°	24	22	46
Curso 2°	21	19	40
Curso 3°	29	26	55
Curso 4°	30	30	60
Curso 5°	31	31	62
Curso 6°	26	26	52
TOTAL	161	154	315

La muestra seleccionada es representativa de la población granadina matriculada en los cursos 1°, 2°, 3°, 4°, 5° y 6° de E.G.B., en el curso académico 1986/87 según los datos facilitados por la Delegación Provincial de Educación, en Octubre de 1987.

Según la misma fuente, un tercio de la población pertenecía a centros de enseñanza pública y dos tercios a centros de enseñanza privada. De ahí que la muestra seleccionada guarde la misma proporción.

Al nivel de confianza del 95 % trabajamos con un margen de error del 5 %.

2. CRITERIOS DE SELECCIÓN.

La selección de los centros educativos se realizó atendiendo a dos criterios:

a) Que tuviesen un número suficiente de alumnos matriculados en cada curso.

b) Que las zonas de ubicación de los centros fueran representativas de las cinco zonas de Granada capital: Este, Sur, Centro, Norte y Oeste, de forma que la muestra recogiese alumnos representativos de los diferentes contextos sociales, económicos y culturales.

Los centros que accedieron a nuestra solicitud de colaboración fueron:

* C.P. Reyes Católicos (Zona Este-Zaidín).

* C.P. Fuentenueva (Zona Sur).

* C.P. Primo de Rivera (Zona Centro).

* C. Caja de Ahorros (Zona Centro).

* C. Ave María-San Isidro (Zona Norte).

* C. Luz M.Casanova (Zona Oeste).

PARTE II:
METODOLOGÍA.

Capitulo II:
Procedimiento.

Capitulo II: PROCEDIMIENTO.

1. NATURALEZA DEL INSTRUMENTO.

Se utilizó el KeyMath Diagnostic Arithmetic Test, en su versión traducida y parcialmente adaptada a la población andaluza (Pérez-Santamarina, 1986).

1.1. ASPECTOS COMUNES CON LA PRUEBA ORIGINAL.

Las características del instrumento son similares a las de la prueba original americana (Connolly, Natchman y Prittchet, 1976), descrita en el apartado 1 del Capítulo 3 de la presente memoria.

De forma breve, recordemos que se trata de una prueba elaborada para evaluar las habilidades aritméticas básicas en alumnos de los seis primeros cursos de Enseñanza Primaria (Elementary School). Su forma de administración es individual. El tiempo de administración es variable, situándose en torno a los cuarenta minutos. Reduce al mínimo los requisitos de lectura y escritura. Puede ser administrado por profesores, orientadores y psicólogos.

Está formado por 14 subtests, clasificados en tres áreas: Contenidos, Operaciones y Aplicaciones.

El área de Contenidos incluye tres subtests: A -Numeración, B - Fracciones, y C - Geometría y Símbolos.

El área de Operaciones incluye seis subtests: D- Adición, E - Sustracción, F - Multiplicación, G - División, H - Cálculo Mental e I - Razonamiento Numérico.

El área de Aplicaciones incluye cinco subtests: J - Problemas verbales, K - Elementos ausentes, L- Dinero, M - Medida y N - Tiempo.

El número total de elementos incluidos en el test asciende a 209.

La mayor parte de las investigaciones sobre el KeyMath revisadas en el capítulo 3 corroboran la alta fiabilidad y validez de la prueba.

El KeyMath, al tratarse de un test de diagnóstico, se centra en los aspectos básicos de la conducta que se pretende diagnosticar (o evaluar), es decir , la habilidad aritmética en un orden de dificultad progresiva. Así, una vez localizado el grado de habilidad de un alumno en distintas áreas, subtests y elementos, se partirá de esa habilidad para comenzar la instrucción y en su caso, la reeducación de los aspectos que lo requiriesen.

Los profesores saben muy bien cuales son las tareas en las que falla un alumno, pero no siempre conocen porqué falla, ni en que momento del desarrollo de una materia dejó de comprenderla adecuadamente. El interés del test KeyMath, se centra más en aportar esta información, que en evaluar la totalidad de los conocimientos requeridos por una materia.

1.2. ASPECTOS PECULIARES DE LA VERSIÓN QUE SE APLICÓ A LA MUESTRA.

En este apartado se hará referencia a los elementos de cada subtest que han sufrido modificaciones sustanciales y a aquellos en los que las modificaciones fueron ligeras. Los subtests y los elementos que no se mencionan son aquellos que no han sufrido modificación alguna, que vaya más allá de la traducción.

1.2.1. En el subtest A - Numeración.

* Elementos que han sufrido modificaciones ligeras:

A - 19. Hacer una lámina similar a la original, cambiando el punto indicador de decimales en ámbitos anglosajones colocado en la parte inferior, por una coma en la parte superior (. por `).

A - 20. Cambiar coma por punto.

A - 21. Cambiar coma por punto.

A - 23. Cambiar tres puntos por tres comas.

1.2.2. En el subtest B - Fracciones.

* Elementos que han sufrido modificaciones sustanciales:

B - 3. Fotografiar una jarra con cierta cantidad de líquido sustituyendo las medidas de capacidad americanas por las españolas.

1.2.3. En el subtest C - Geometría y Símbolos.

* Elementos que han sufrido modificaciones sustanciales:

C - 13. Sustituir las medidas de longitud americanas (yardas pies e inchies), por las utilizadas en España pertenecientes al sistema métrico decimal (metro, decímetro y centímetro).

C - 16. Sustituir las abreviaturas de semanas, días y horas, por las de horas, minutos y segundos.

C - 17. Sustituir las medidas de peso (libras y onzas) por las de kilos y gramos.

* Elementos que han sufrido modificaciones ligeras:

C - 11. Sustituir el símbolo & por la abreviatura Pts.

C - 15. Sustituir el signo americano de la división por el español.

1.2.4. En el subtest D - Adición.

* Elementos que han sufrido modificaciones ligeras:

D - 10. Sustituir coma por punto.

D - 11. Sustituir punto por coma decimal.

D - 13. Sustituir el símbolo y el lugar representativo de dólares por el de pesetas.

1.2.5. En el subtest E - Sustracción:

* Elementos que han sufrido ligeras modificaciones:

E - 11. Sustituir coma por punto.

E - 12. Sustituir coma por punto y el signo dólar por el de pesetas.

1.2.6. En el subtest F - Multiplicación.

* Elemento que ha sufrido ligera modificación:

F - 9 Sustituir el símbolo dólares por el de pesetas y el punto por la coma decimal.

1.2.7. En el Subtest G - División.

* Elementos que han sufrido modificaciones ligeras:

G - 3 Sustituir el signo de dividir americano por el español y cambiar punto por coma decimal.

G - 4 a G- 10. Sustituir puntos por comas y cambiar signos de dividir.

1.2.8. En el Subtest I - Razonamiento numérico.

* Elemento que ha sufrido modificación ligera:

I - 10. Sustitución del signo de división por el usado en España.

1.2.9. En el Subtest J - Problemas de palabras.

* Elementos que han sufrido ligeras modificaciones:

J-6, J-7, J-8, J-11, J-12, J-13 y J-14. Se han sustituido dólares por pesetas.

En la J-11 se sustituyó la palabra bayas por la de fresas dado lo poco corriente que es este fruto en nuestro país.

1.2.10. En el Subtest K - Elementos ausentes:

* Elemento que ha sufrido ligera modificación.

K - 6. Cambiar el letrero del autobús

1.2.11. En el Subtest L - Dinero.

* Elementos que han sufrido modificaciones importantes:

L-1. Sustituir la lamina original por una fotografía de cajas de diferente tamaño y del mismo material de un producto comercial conocido en España.

L-2 Fotografiar diferentes monedas españolas de tamaño real. manteniendo la misma posición que tenían las monedas americanas en la lámina original.

L-3. Fotografiar juntas cinco monedas del mismo valor utilizando monedas de color similar a las utilizadas en la lámina original. (Cuando se presentan monedas iguales ocurren frecuentes errores debido a la confusión en el tamaño por los niños de 4° y 5° curso que en la vida cotidiana sabemos con certeza manejan bien el dinero. Lo mismo dicen cinco duros que un duro, por lo que se decidió dar la vuelta a las monedas a fin de que observasen su valor).

L-4. Fotografiar dos monedas españolas iguales.

L-5. Traducción del sector que se presenta al alumno y cambio del apellido de la familia por otro más conocido.

L-6. Rellenar un cheque en blanco, de una conocida entidad española de acuerdo con la forma de hacerlo en nuestro país.

L-7. Fotografiar varias monedas españolas manteniendo la misma colocación que las de la lámina original.

L-8. Fotografiar monedas españolas y un bolígrafo del mismo tamaño, color y colocación que el de la lámina original.

L-9. Fotografiar dinero español, manteniendo su colocación original.

L-10. Fotografiar tres latas de un producto y marca muy conocido, seleccionado por ofrecer colores y caracteres muy parecidos al producto presentado en la lámina original.

L-11. Fotografiar varias monedas españolas y la navaja cambiando su precio de centavos por pesetas.

L-12. Hacer lámina nueva cambiando el talón y la cuenta por sus equivalentes españoles.

L-13. Fotografiar monedas en la misma situación que las de la lámina original y cambiar su precio en centavos por el precio en pesetas.

L-14. Hacer lámina nueva sustituyendo las cantidades originales por cantidades en pesetas.

L-15. Hacer lámina nueva para adaptar la cuenta corriente, al formato utilizado comúnmente en España.

1.2.12. En el Subtest M - Medida.

* Elementos que han sufrido modificaciones sustanciales:

M-1. Hacer lámina nueva cambiando las medidas americanas por las españolas.

M-2. Hacer lámina nueva cambiando las medidas americanas por centímetros.

M-15. Fotografiar una taza y una lata de un producto conocido, similares a las presentadas en la lámina original.

* Elementos que han sufrido ligeras modificaciones:

M-3. Cambiar pulgadas por centímetros.

M-16. Cambiar pulgadas por centímetros.

M-26. Sustitución de grados Fahrenheit por grados centígrados.

M-26 y M-27. Dibujar un cuadrado de dos centímetros de lado, sustituyendo al cuadrado de dos pulgadas de lado de la lámina original.

1.2.13. En el Subtest N - Tiempo.

* Elementos que han sufrido modificaciones sustanciales:

N-4. Hacer lámina nueva, sustituyendo el almanaque americano en el que el primer día de la semana es el domingo, y en el que viene señalado el Día de Acción de Gracias, por otro en el que la semana empieza en lunes, y se señala como fiesta para todos el 25 de Diciembre Navidad.

N-6, N-7, N-8, N-9, N-15, y N-16, igual a N-4.

1.3. MODIFICACIONES POSTERIORES REALIZADAS A PARTIR DE LA INFORMACIÓN OBTENIDA EN UN ESTUDIO PILOTO.

El estudio piloto pretendía probar los elementos y depurarlos para conseguir una mejor adaptación a nuestro ámbito cultural y educativo.

En el estudio participaron todos los alumnos matriculados en un colegio público en los cursos primero a séptimo de E.G.B.

Los resultados de ese estudio se enriquecieron con la revisión de cada uno de los elementos por parte de todos los profesores que impartían Matemáticas en dicho centro. Posteriormente fué posible obtener los juicios de otros diez profesores en matemáticas de otros centros.

Como resultado de los análisis referidos se han realizado tres tipos de modificaciones:

a) Modificaciones en cuanto al planteamiento léxico de los elementos; **b)** Modificaciones en las láminas estímulo que ve el sujeto. **c)** Modificaciones en las respuestas. Veamos cada una de ellas:

a) Modificaciones en cuanto a la formulación léxica.

Se han modificado un total de 45 items por considerar que posiblemente ha sido la forma de hacer algunas preguntas, la que ha determinado un gran porcentaje de errores y no la falta de habilidad del sujeto para contestar.

Los items modificados han sido los siguientes:

(*Nota*: Se utilizará el signo "-" para la forma expresada durante la aplicación y el signo "&" para la forma modificada).

A-8 - ¿Cuantos gatitos hay?.
& ¿Cuantos gatos pequeños hay?.

A-11 - Este es el número 19. ¿Cual es el número que va justo delante de este?.
& Este es el número 19. ¿Cual es el número que va justo antes de este?.

A-13 - Contando los patos, si digo: 1°, 2°, 3°. ¿Cual sería el nombre del pato marrón?
& Si contamos los patos y decimos: 1°, 2°, 3°. ¿Que lugar ocupa el pato marrón?.

A-14 - El grupo más largo, ¿Cuantas cosas tiene más que el grupo más pequeño?.
& ¿Cuantas figuras tiene más el grupo de las estrellas que el grupo de los círculos?.

A-17 - Este es el número 79. ¿Cuantas veintenas hay en 79?.
& Este es el número 79 ¿Cuantas veces 20 hay en el número 79?.

A-20 - Lee este número redondeando hasta la unidad de millar más próxima?.
& Redondea este número hasta la unidad de millar más próxima.

A-21 - Lee este número y redondea hasta la centena más próxima.
& Redondea este número hasta la centena más próxima.

A-22 - ¿Cual es el valor de este número?.
& ¿Cual es el valor de esta expresión?.

A-24 - ¿Cual es proporción de 4 a 20 en sus términos más bajos?.
& ¿Que proporción existe entre los números 4 y 20?.

B- 1 - Aquí hay una manzana. ¿Que parte de la manzana es esta?.
& Aquí hay una manzana. ¿Cuanto es esto?.

B- 2 - Si la mitad de estos conejos se fueran, ¿Cuantos quedan?.
& Si la mitad de estos conejos se fueran. ¿Cuantos quedarían?.

B- 3 - ¿Como de llena está esta jarra?.
& ¿Qué cantidad de líquido contiene esta jarra?.

B- 4 - La mitad del círculo es azul. ¿Que parte del círculo es amarilla?.
& La parte azul representa la mitad del círculo. ¿Que fracción del círculo representa la parte amarilla?.

B- 5 - ¿Que número es este?.
& Lee este número.

B- 6 - ¿Que parte del círculo forman las secciones azul y amarillas juntas?.
& ¿Que fracción del círculo representan las partes azul y amarilla juntas?.

B- 7 - Los tres bloques azules ¿Que fracción del total forman?.
& Aquí tienes 5 bloques amarillos y tres azules. ¿Que fracción del total representan los tres bloques azules?.

B- 8 - ¿Cuantos árboles forman un tercio de este grupo?.
& ¿Cuantos árboles son un tercio de este grupo?.

B-10 - ¿Cuantos patos forman tres cuartos de este grupo?.
& ¿Cuantos patos son tres cuartos de este grupo?.

B-1 - ¿Cuanto es esta fracción convirtiéndola en un número mixto?.
& ¿Cual es el número mixto que equivale a esta fracción?.

C- 2 - ¿Cuales de estas cosas encajan juntas para hacer esto?.

& ¿Cuales de estas cosas tenemos que juntar para hacer una figura igual a esta?.

C- 3 - ¿Cuales de estas cosas encajan juntas para hacer esto?.

& ¿Cuales de estas cosas tenemos que juntar para hacer una figura igual a esta?.

C- 7 - ¿Cuales de estas cosas encajan juntas para formar esto?.

& ¿Cuales de estas cosas tenemos que juntar para hacer una figura igual que esta?.

C-1 - ¿Que significa el símbolo rojo?.

& ¿Que significa la abreviatura en rojo?.

C-19 - El ángulo Y y el ángulo Z, son iguales. ¿Que relación hay entre las líneas AB y CD?.

& ¿Como tiene que ser las líneas AB y CD entre sí, si sabemos que los dos ángulos son iguales?. (Señalar los ángulos).

C-20- ¿Que relación hay entre las líneas AB y CD?.

& ¿Como son las líneas AB y CD entre si?.

D-1 - Una cerilla y dos cerillas, ¿Cuantas cerillas son?.

& ¿Cuantas cerillas son una cerilla y dos cerillas?.

D-3 - Cuatro ranas se reunieron con dos ranas más. ¿Cuántas ranas hay ahora?.

& Si cuatro ranas se reúnen con dos ranas más. ¿Cuántas ranas hay en total?.

G-1 - ¿Cuantas naranjas cogerían en cada vasija si las naranjas estuvieran separadas en grupos iguales?.

& ¿Cuantas naranjas meterías en cada vasija si tuvieras que repartir las cuatro naranjas en partes iguales?.

G-2 - ¿Cuantas naranjas cogerían en cada vasija si las ocho naranjas estuvieran separadas en grupos iguales?.

& ¿Cuantas naranjas meterías en cada vasija si tuvieras que repartir las ocho naranjas en grupos iguales?.

J-3 - Tomás fue a la tienda una vez. Natacha fué a la tienda dos veces. ¿Cuantas veces fueron a la tienda?.

& Tomás fue a la tienda una vez. Natacha fue a la tienda dos veces. ¿Cuantas veces fueron a la tienda entre los dos?.

J-4 - Luisa está haciendo un montón de cajas. Ha puesto una de su madre encima. Hay 9 cajas en el montón. ¿Cuántas cajas suyas puso en el montón?.

& Luisa ha hecho un montón con 9 cajas. La de arriba es de su madre, el resto son suyas, ¿Cuantas cajas suyas puso en el montón?.

J-8 - Ana compró un abrigo que cuesta 2.000 pesetas. Ana paga 500 pesetas cada mes hasta que la factura del abrigo esté pagada. ¿Cuantos meses tendrá que estar pagando?.

& Ana compró un abrigo de muñeca que costaba 20 pesetas. Ana paga 5 pesetas cada mes hasta que la factura del abrigo esté pagada. ¿Cuantos meses tendrá que estar pagando?.

J-1 - Una caja de fresas pesa 1 y medio kilos. ¿Cuanto pesará un cajón de fresas si hay 12 cajas de fresas en el cajón?.

& Una bolsa de fresas pesa kilo y medio. ¿Cuanto pesará una caja en la que caben 12 bolsas de fresas?.

J-12 - El Sr. Martín gana 40.000 pesetas al mes. En su presupuesto destina el 25% de su sueldo para comida. ¿Cuanto dinero gasta el Sr. Martín en comida cada mes?.

& El Sr. Martín gana 40.000 pesetas al mes. Si gasta el 25% de su sueldo en comida, ¿Cuanto dinero gasta el Sr. Martín en comida cada mes?.

J-13 - Susana envuelve paquetes para el Sr. López. El le paga 50 pesetas por cada paquete que envuelve. En dos horas de trabajo como término medio, Susana envuelve 9 paquetes marrones, 5 verdes y 6 rojos. ¿Cuánto dinero gana Susana en una hora?.

J-14 - El Sr. Martín compró una mesa de 2.000 pesetas pagando 200 pesetas cada mes durante 12 meses. ¿Cuanto habría ahorrado el Sr. Martín si hubiera pagado la mesa al contado?.

& El Sr. Martín compró una mesa que valía 2.000 pesetas, y la pagó en 12 meses entregando 200 pesetas cada mes. ¿Cuanto dinero habría ahorrado el Sr. Martín si hubiese pagado la mesa al contado?.

K-(1 a 7) - Modificación en la forma de redactar la introducción en cada uno de los items, para una mejor comprensión de la tarea a realizar:

- Los problemas que te voy a poner no puedes contestarlos porque falta algo que tu tienes que saber. Quiero que me digas que otra información se necesita para contestar el problema.

& Los problemas que te voy a poner, no se pueden hacer, porque falta algo que necesitamos saber. ¿Que es lo que falta para que podamos resolver el problema?.

L- 7 - ¿Cual es el valor de este dinero?.

& ¿Cuantas pesetas vale todo este dinero junto?.

L- 9 - ¿Cual es el valor de este dinero?.

& ¿Cuanto vale todo este dinero junto?.

M- 4 - ¿Que es esto?.

& Si el sujeto no responde a la pregunta: ¿Que es esto? añadiremos a la pregunta: ¿Para que sirve?.

M- 5 - ¿Cuantos zapatos tendrías si tuvieras un par?.

& ¿Cuantos zapatos hay en un par de zapatos?.

M-13 - ¿Como sabemos la distancia que hay de una ciudad a otra?.

& En qué se mide la distancia de una ciudad a otra?.

M-14 - ¿Como sabemos cuanta tela compramos?.

& ¿En qué se mide la tela que compramos?.

M-24 - ¿Cuantos sacos de 100 kilos hay en un quintal métrico?.

& ¿Cuantos sacos de trigo de quintal métrico, necesitamos para tener un tonelada métrica?.

N-14 - Estas trabajando y te pagan cada dos semanas. Cobraste la última vez, el día 9 martes. ¿Cuando cobrarás otra vez?.

& Imagínate que estas trabajando y te pagan cada dos semanas. La última vez que cobraste fué el dia 9 martes. ¿Que día cobrarás otra vez?.

b) Modificaciones en las láminas que ve el sujeto.

Se ha modificado la forma de presentación de los items que requieren realizar operaciones con números mixtos. Los niños manifestaban su extrañeza al ver operaciones de este tipo.

$$\begin{array}{rr} & 3\frac{1}{4} \\ + & 2\frac{1}{8} \\ \hline & \ldots\ldots \end{array}$$

Sin embargo al ponerles $3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{8}$ dicen ¡ah bueno! y aunque normalmente no lo resuelven correctamente, al menos lo intentan.

En el subtest G, se ha sustituido el signo ``÷`` por el signo de división `$\llcorner$". Además se han modificado las láminas siguientes, por las razones que se exponen a continuación en cada una de ellas.

C-16. Cambio de la abreviatura roja "seg." (segundos) que el sujeto había de identificar, por la abreviatura roja ``h" (Horas). Tal cambio se debió al bajo rendimiento de los sujetos en este item, y a la observación de que la abreviatura a identificar en el test original, es igualmente ``h".

En principio habíamos preferido utilizar "seg." para mantener la pregunta al final de la lámina-estímulo como ocurre en el test original, donde se utilizan las abreviaturas: wk. da. y hr. de las palabras semanas, días y horas.

J- 8 - Ana compró un abrigo que cuesta 2.000 pesetas. Ana paga 500 pesetas cada mes....

& Ana compró un abrigo para su muñeca que valía 20 Pesetas. Ana paga 5 pts cada mes....

<u>Razón</u>: El valor asignado a la primera traducción equivalía al valor asignado al abrigo en el test original, pero después de observar el alto índice de errores en los sujetos y de repasar el Apéndice A, que contiene los objetivos de conducta, se comprobó que lo que se pretendía era que el sujeto fuese capaz de resolver un problema que incluye una división en la que hay un divisor de un dígito.

c) Modificaciones en las preguntas.

Se ha cambiado la forma de redacción del texto a leer por el sujeto, en las siguientes láminas para su mayor comprensión:

J-1 - Una caja de fresas pesa un kilo y medio. ¿Cuanto pesará un cajón en el que caben 12 cajas de fresas?.

& Una bolsa de fresas pesa un kilo y medio. ¿Cuanto pesará una caja en la que caben 12 bolsas de fresas.

Razón: Durante la aplicación se ha observado que las palabras cajón y caja confundían a los alumnos.

J-12 - El Sr. Martín gana 40.000 pts al mes. en su presupuesto destina......

& Eliminación de la palabra "presupuesto".

Razón: Desconocimiento de muchos alumnos de la palabra presupuesto así como de su significado.

J-13.- Susana envuelve paquetes.....En dos horas, como término medio, envuelve.......

& Susana envuelve paquetes..... En dos horas envuelve....

Razón: Se ha eliminado "Como término medio" por la dificultad que presentaba a algunos alumnos y por no estar incluido como dato a tener en cuenta en el objetivo de conducta de dicho item.

J-14.- El Sr. Martín compró una mesa de 2.000 pesetas pagando 200 pesetas al mes durante doce meses. Cuanto habría ahorrado.......

& El Sr. Martín compró una mesa que valía 2.000 pesetas, y la pagó en doce meses entregando 200 pts cada mes. ¿Cuanto habría ahorrado........

Razón: Búsqueda de mayor claridad.

L-14.- Se sustituyó la estructura inicial que seguía el modelo original en horizontal, por una estructura vertical con letras y números que permitiese una mayor discriminación.

d) Modificaciones en las respuestas:

C-16 - Lógicamente al cambiar el contenido de la pregunta cambia también la respuesta correcta.

- segundos.

& Horas.

Por considerar las soluciones aportadas en el test original, poco ajustadas al estímulo visual en la lámina, se han modificado las siguientes:

M-15 - Peso aceptable de la lata desde 200 a 1500 gramos.

& Peso aceptable de la lata desde 250 a 1.000 gramos.

M-19 - Peso aceptable del hombre entre 70 y 80 kilos.

& Peso aceptable del hombre entre 60 y 75 kilos.

M-25 - Altura aceptable del árbol entre 10 y 12 metros.

& Altura aceptable del árbol entre 4 y 7 metros.

2. PREPARACIÓN DE COLABORADORES.

La aplicación del instrumento a la muestra seleccionada contó con la participación de colaboradores. Dichos colaboradores eran alumnos de 5° curso de Psicología, que eligieron una práctica de carácter voluntario, sobre Evaluación referida al criterio. Dicha práctica constaba de cinco sesiones preparatorias de dos horas cada una, impartidas en la Facultad.

La primera sesión se dedicó al repaso de los aspectos básicos sobre Evaluación referida al criterio. En la segunda se estudiaron las características del KeyMath. La tercera se dedicó a practicar sobre la forma de aplicación. Tras una explicación oral, los alumnos de prácticas observaron a través de un cristal unidireccional la aplicación que realizaba un modelo experto a un alumno de tercer curso de E.G.B.. Posteriormente iban pasando por la sala, un alumno de prácticas que hacía de examinador y otro que hacía de alumno. En la sala contigua comentábamos los aspectos correctos e incorrectos de la aplicación que íbamos observando a través del cristal. En el plazo de una semana cada alumno tenía que aplicar la prueba a algún niño (vecino, sobrino, hijo de amigos, etc.) que estuviese matriculado entre los cursos primero a sexto.

La cuarta sesión preparatoria se dedicó a la corrección e interpretación de la prueba y la quinta sesión a las normas concretas para la asistencia a los centros, y el sorteo de los mismos.

2.1. APLICACIÓN DE LA PRUEBA.

Participaron un total de 45 alumnos. Los que pertenecían al grupo de mañana iban a los colegios por la tarde; y los de la tarde iban a los centros por la mañana. Cada alumno de prácticas tenía que aplicar un mínimo de tres pruebas y un máximo de cinco y entregarlas corregidas a la semana siguiente de su aplicación.

La aplicación de las restantes pruebas, el repaso de todas las correcciones y los informes dirigidos a los profesores fueron realizados por la doctoranda, y entregados en un breve plazo, tras su aplicación según contemplaba un acuerdo verbal previo con los profesores.

Los lugares de aplicación fueron las dependencias asignadas para ello en cada colegio. Todas ellas reunían condiciones parecidas de luminosidad, ruido, mobiliario y dimensiones (generalmente nos asignaban la Biblioteca, la Sala de profesores o alguna de las escasos espacios libres que les van quedando a los centros).

Los alumnos eran enviados por su profesor respectivo al lugar de aplicación asignado en cada centro, de uno en uno por orden de lista. Cuando el primer alumno llegaba a su clase, salía el segundo, y así sucesivamente hasta que se aplicaba la prueba a todos los alumnos de una clase.

La aplicación se realizó entre los meses de Enero y Mayo de 1988. Contábamos con cinco ejemplares (elaborados artesanalmente) del instrumento que pretendíamos probar.

En los colegios públicos las aplicaciones se realizaron empezando por los cursos inferiores; en los colegios privados, empezamos por los cursos superiores.

2.2. SOBRE LA FORMA DE ADMINISTRACIÓN.

En el KeyMath para encontrar el nivel de base, se empieza la aplicación del subtest A-Numeración con un item que se considere dentro de la habilidad del sujeto según sus datos educativos básicos. Se continua el subtest hasta que el sujeto cometa el primer error. Si el sujeto no es capaz de acertar tres items consecutivos antes de cometer un error, el examinador debe volver al punto de partida y continuar hacia atrás lámina por lámina hasta que se establezca un nivel básico de tres respuestas correctas consecutivas.

Para establecer el nivel techo, se empieza con el item en el que el sujeto comete el primer error, y se continua pasando el test hacia adelante hasta que el sujeto alcance un nivel de techo sobre el criterio de tres errores consecutivos.

El mismo procedimiento para el establecimiento de los niveles de base y techo, se usará en todos los subtests.

La puntuación se registra dicotómicamente. Las respuestas correctas se registran señalando con un (1) dentro del círculo que contiene el número correspondiente al item de que se trate y las respuestas incorrectas o falladas se registran rellenando el círculo.

La localización de los elementos del nivel de base de un subtest, indica el punto de arranque del subtest siguiente. Por ejemplo, el subtest B-Fracciones, debería empezar a administrarse con un elemento que tenga aproximadamente el mismo nivel de dificultad que el primer elemento del nivel base del subtest A-Numeración. Este método reduce el tiempo dedicado a la aplicación del test. El examinador no administrará items superfluos, bien porque sean demasiado sencillos o bien porque sean demasiado difíciles, dependiendo de los niveles de base y techo que va alcanzando el sujeto.

PARTE II:
METODOLOGÍA.

Capitulo III:
Análisis de Datos.

Capitulo III: ANÁLISIS DE DATOS.

1. ANÁLISIS SOBRE LA CALIBRACIÓN.

Para calibrar los items se ha utilizado el PC-BILOG V1.1. Este programa ofrece como salidas fundamentales los valores estimados del parámetro b (índice de dificultad) para cada uno de los items del test, y del valor de θ (competencia del sujeto en la variable medida , es decir en la habilidad matemática), para cada sujeto. Ambos valores paramétricos son necesarios para estudiar el ajuste del modelo a los datos.

2. ANÁLISIS SOBRE LA BONDAD DEL AJUSTE DEL MODELO.

La bondad del ajuste se efectuó con procedimientos estadísticos basados en chi-cuadrado (χ^2). Dichos procedimientos van también implementados en el programa BILOG.

El criterio adoptado para determinar cuales son los items que presentan un buen ajuste entre los 209 valores aportados por la salida del programa, fué seleccionar todos los que tuviesen un valor inferior a 0.06.

Rost y von Davier (1994), recogen numerosas investigaciones, las cuales tienen en común la utilización de los índices estadísticos basados en chi-cuadrado como procedimiento para comprobar el ajuste.

3. ANÁLISIS SOBRE LA FIABILIDAD

Para obtener la precisión con la que cada item estima la habilidad, se han calculado las respectivas funciones de información, valores de error y curvas características para cada item. Los análisis estadísticos correspondientes se ejecutaron a través del PC- BILOG V1.1.

El cálculo del coeficiente alfa se realizó con el MicroCAT-ITEMAN.

4. ANÁLISIS SOBRE LA VALIDEZ .

La validez empírica se ha estudiado a partir de una matriz de correlaciones entre los diferentes subtests que componen la prueba. La matriz es el resultado de aplicar a los datos el BMDP8D.

La validez de contenido se ha obtenido a través del juicio de expertos. Concretamente la *relevancia* de los items ha sido juzgada por 25 profesores de matemáticas con docencia en colegios de Granada, Motril, Salobreña y Guadix. Sus valoraciones han sido cuantificadas (siguiendo la propuesta de Hambleton 1980), en una escala de 1 a 5, en la que 1 representa la falta de ajuste entre un item del test y el objetivo instruccional al que corresponde; el 5 representa un ajuste perfecto. Para definir la relevancia se utilizó la media de las puntuaciones dadas por los jueces. El cuestionario utilizado aparece en el Anexo N° 1.

La *representatividad* del test se ha valorado cualitativamente contrastando los núcleos de contenidos establecidos por la Administración Educativa Andaluza para la Etapa de Primaria y los items que quedaron después del ajuste. (Estos núcleos se expusieron ampliamente en el apartado 3 del capítulo 2 dedicado a la evaluación y aparecen resumidos en la figura 5 de Resultados).

El estudio de la representatividad se ha completado realizando una asignación de cada item, al ciclo y al curso en el que generalmente se incluyen sus contenidos en los Proyectos Curriculares de Centro de los 10 colegios que nos han permitido consultar sus Proyectos.

PARTE III: RESULTADOS.

Capitulo I: Resultados sobre el Análisis de Elementos.

Capitulo I: RESULTADOS SOBRE EL ANÁLISIS DE ELEMENTOS.

En las tablas 4 a 19 aparecen en la primera columna los items de cada subtest que han presentado un buen ajuste. La segunda columna recoge el valor del ajuste correspondiente a cada item. La tercera columna ofrece los índices de dificultad. A medida que los valores se van haciendo mas altos, la dificultad del item al que representan es mayor. Las representaciones gráficas que aparecen en las figuras 2.1 a 2.24 ilustran (entre otros aspectos que comentaremos posteriormente) la dificultad de cada item; cuanto más a la derecha esté, mas difícil será el item.

La cuarta y última columna de las tablas indica el orden en el que deberían ir colocados los items en el subtest al que pertenecen. Este orden viene dado por los valores de dificultad reflejados en la columna precedente.

Los items que no aparecen en las tablas se consideran items "malos" por sus valores de ajuste, y se prescindirá de ellos durante el resto de la investigación.

La tabla 4 muestra que en el subtest A- Numeración, de los 24 items que lo componen solo han obtenido un buen ajuste 7. Entre ellos el mas fácil es el A - 9, y el mas difícil el A-19. El orden en el que deben aparecer no ofrece la misma secuencia que la versión original del KeyMath.

Tabla 4. Relación de items del Subtest A: Numeración, grado de ajuste y orden de presentación

Nº ITEM	AJUSTE	DIFICULTAD	ORDEN
9	.0020	-2.364	1º
11	.0145	-1.979	2º
12	.0007	-1.573	4º
13	.0006	-1.938	3º
14	.0503	-.518	5º
16	.0380	-.278	6º
19	.0020	-.099	7º

En el subtest B- Fracciones, solamente hay tres items que presenten un buen ajuste. El item mas fácil es el B-2 y el mas difícil el B-10. El rango de dificultad es mayor que el ofrecido por el subtest A-Numeración, pero la distancia entre los valores deja huecos que habría que rellenar con otros items si se pretendiera mantener este subtest (véase la tabla 5).

Tabla 5. Relación de items del Subtest B: Fracciones, grado de ajuste y orden de presentación.

Nº ITEM	AJUSTE	DIFICULTAD	ORDEN
2	.0450	-2.106	1º
3	.0000	.092	2º
10	.0521	1.416	3º

La tabla 6 muestra los cuatro elementos que tienen un buen ajuste en el subtest C-Geometría y Símbolos. Como puede observarse en la tercera columna el item C-19 resulta mas fácil que el item C-18. Esta diferencia en dificultad implica una alteración en el orden de colocación de los items en el test. Es también el segundo cambio que se produce con respecto al orden del test original.

Tabla 6. Relación de items del Subtest C: Geometría y Símbolos ajuste y orden de presentación.

Nº ITEM	AJUSTE	DIFICULTAD	ORDEN
13	.0113	- .224	1º
16	.0001	.514	2º
18	.0559	1.687	4º
19	.0469	1.354	3º

La tabla 7 sobre el subtest D-Adición resume los resultados de la calibración y del ajuste para los items que pertenecen a dicho subtest. Entre ellos solamente hay cuatro con un buen ajuste. El item 13 es el más difícil.

Tabla 7. Relación de items del Subtest D: Adición, grado de ajuste y orden de presentación.

Nº ITEM	AJUSTE	DIFICULTAD	ORDEN
9	.0025	- .756	1º
10	.0010	- .471	2º
11	.0003	- .039	3º
13	.0236	.241	4º

La tabla 8 presenta los cinco elementos que han ajustado entre un total original de 14. Igual que en los subtest anteriores, los índices de dificultad son bajos.

Tabla 8. Relación de items del Subtest E: Sustracción, grado de ajuste y orden de presentación.

Nº ITEM	AJUSTE	DIFICULTAD	ORDEN
6	.0010	-1.319	1º
7	.0299	- .812	2º
9	.0045	- .346	4º
10	.0189	- .357	3º
12	.0190	.235	5º

En el subtest F-Multiplicación, de los once items estudiados tienen un buen ajuste 7. Este subtest junto con el G-División son los que proporcionalmente al número inicial de items, mantienen un mayor número de ellos.

Tabla 9. Relación de items del Subtest F: Multiplicación, grado de ajuste y orden de presentación.

Nº ITEM	AJUSTE	DIFICULTAD	ORDEN
1	.0001	-1.473	1º
2	.0001	-1.111	2º
5	.0002	- .655	3º
6	.0571	- .373	4º
7	.0011	-.112	5º
8	.0085	.011	6º
10	.0327	.538	7º

El subtest G-División conserva seis de los diez items iniciales. El mas fácil es el G-3 y el mas difícil el G-10. El rango de las puntuaciones de dificultad presenta unos valores mejor distribuidos que la observada en otros subtest, lo cual anticipa su utilidad práctica para la evaluación. El item G-8 resulta mas fácil que el G-7.

Tabla 10. Relación de items del Subtest G: División, grado de ajuste y orden de presentación.

N° ITEM	AJUSTE	DIFICULTAD	ORDEN
3	.0564	- .959	1°
5	.0601	- .554	2°
7	.0041	.463	4°
8	.0009	.186	3°
9	.0473	.593	5°
10	.0110	1.158	6°

La tabla 11 muestra los dos únicos items cuyo ajuste es aceptable en el subtest H-Cálculo mental.

Tabla 11. Relación de items del Subtest H: Cálculo Mental, grado de ajuste y orden de presentación.

N° ITEM	AJUSTE	DIFICULTAD	ORDEN
5	.0150	- .521	1°
8	.0191	.730	2°

En la tabla 12 podemos observar el ajuste y la dificultad de los cinco items que han superado el criterio establecido para el ajuste. Llama la atención el hecho de que el item I-9 resulte mas fácil que el I-5.

Tabla 12. Relación de items del Subtest I: Razonamiento numérico, grado de ajuste y orden de presentación.

Nº ITEM	AJUSTE	DIFICULTAD	ORDEN
5	.0558	-1.582	2º
9	.0078	-2.64	1º
10	.0035	1.397	3º
11	.0007	1.397	4º
12	.0242	1.822	5º

La tabla 13 incluye los cuatro elementos que se ajustan en el subtest J-Problemas verbales. El problema mas fácil es el representado en el item J-4, y el mas difícil el que se formula en el item J-13. La observación de los índices de dificultad muestra que los tres primeros items son bastante mas fáciles que el item J-13.

Tabla 13. Relación de items del Subtest J; Problemas verbales, grado de ajuste y orden de presentación.

Nº ITEM	AJUSTE	DIFICULTAD	ORDEN
4	.0522	-2.186	1º
7	.0563	- .332	3º
10	.5253	-1.144	2º
13	.0564	1.545	4º

En el subtest K-Elementos Ausentes solamente se ajustan 3 de los 7 elementos que lo componen. El mas fácil es el K-1 y el mas difícil el K-7. Como puede observarse en la tabla 14, los valores de los tres índices de dificultad están muy próximos entre si, lo cual indica una dificultad bastante similar.

Tabla 14. Relación de items del Subtest K: Elementos ausentes, grado de ajuste y orden de presentación.

Nº ITEM	AJUSTE	DIFICULTAD	ORDEN
1	.0012	-1.085	1º
2	.0289	- .660	3º
7	.0022	- .419	2º

La bondad del ajuste y la dificultad de los tres items seleccionados del subtest L-Dinero, figuran en la tabla 15. El elemento mas fácil es el L-4 y el mas difícil el L-13.

Tabla 15. Relación de items del Subtest L: Dinero, grado de ajuste y orden de presentación.

Nº ITEM	AJUSTE	DIFICULTAD	ORDEN
4	.0387	-1.600	1º
8	.0228	- .878	2º
13	.0299	.688	3º

De los 27 elementos que componen el subtest M-Medida, solamente hay dos con un buen ajuste. El M-18 resulta mas fácil que el M-22. Aunque de entrada parecen unos resultados muy extraños, las características de los items de este subtest ofrecen una posible explicación, que comentaremos en el capítulo destinado a la discusión.

Tabla 16. Relación de items del Subtest M: Medida. grado de ajuste y orden de presentación.

Nº ITEM	**AJUSTE**	**DIFICULTAD**	**ORDEN**
18	.0552	- .005	1º
22	.0407	.584	2º

Por último el subtest N-Tiempo presenta resultados muy similares a los del subtest M-Medida. Hay un solo elemento que presente un ajuste adecuado.

Tabla 17. Relación de items del Subtest N: Tiempo , grado de ajuste y orden de presentación.

Nº ITEM	**AJUSTE**	**DIFICULTAD**	**ORDEN**
15	.0558	- .023	1º

PARTE III: RESULTADOS.

Capitulo II: Resultados sobre la Fiabilidad.

Capitulo II: RESULTADOS SOBRE LA FIABILIDAD.

La fiabilidad de la TRI representa la precisión en la estimación de θ (habilidad). De ahí que los resultados obtenidos tras el análisis de los datos hagan referencia a la precisión con la que estimamos la habilidad matemática del alumno.

Al estimar empíricamente esta habilidad, siempre habrá alguna diferencia con la habilidad verdadera. Esa diferencia varía de unos sujetos a otros y se cuantifica como el error típico de medida.

Dado que el error típico de medida se puede expresar también en forma de Función de Información (FI), cuantificándose esta como la inversa de la varianza del error de medida y considerando que la representación gráfica de la FI resulta bastante ilustrativa, hemos optado por presentar la fiabilidad en forma de FI.

En las páginas siguientes encontraremos las figuras que muestran la FI y la curva característica del item (CCI), para cada uno de los items que superaron el ajuste.

A la derecha de la curva (en forma de campana) que ilustra la FI de un item, podemos observar la cantidad de información que aporta este item, con unos valores que oscilan generalmente entre 0 y 2.

En el eje de las abcisas aparecen diferentes niveles de habilidad que puede presentar el sujeto en una escala que va desde menos infinito a mas infinito, pero que en la gráfica aparece entre los valores -4 y +4. La FI señala en esa escala el punto en el que la información aportada por el item es máxima.

En la parte izquierda de la gráfica el eje de ordenadas muestra la probabilidad de acertar un item. La CCI resulta de una función matemática que une el nivel de competencia de los sujetos con la probabilidad de que acierten un item. Por lo tanto esta curva nos proporciona la probabilidad que tienen los sujetos con determinado valor en θ, de acertar el item.

La CCI proporciona también el índice de dificultad del item (parámetro b). Este índice viene dado por el valor θ para el punto de máxima pendiente de la CCI.

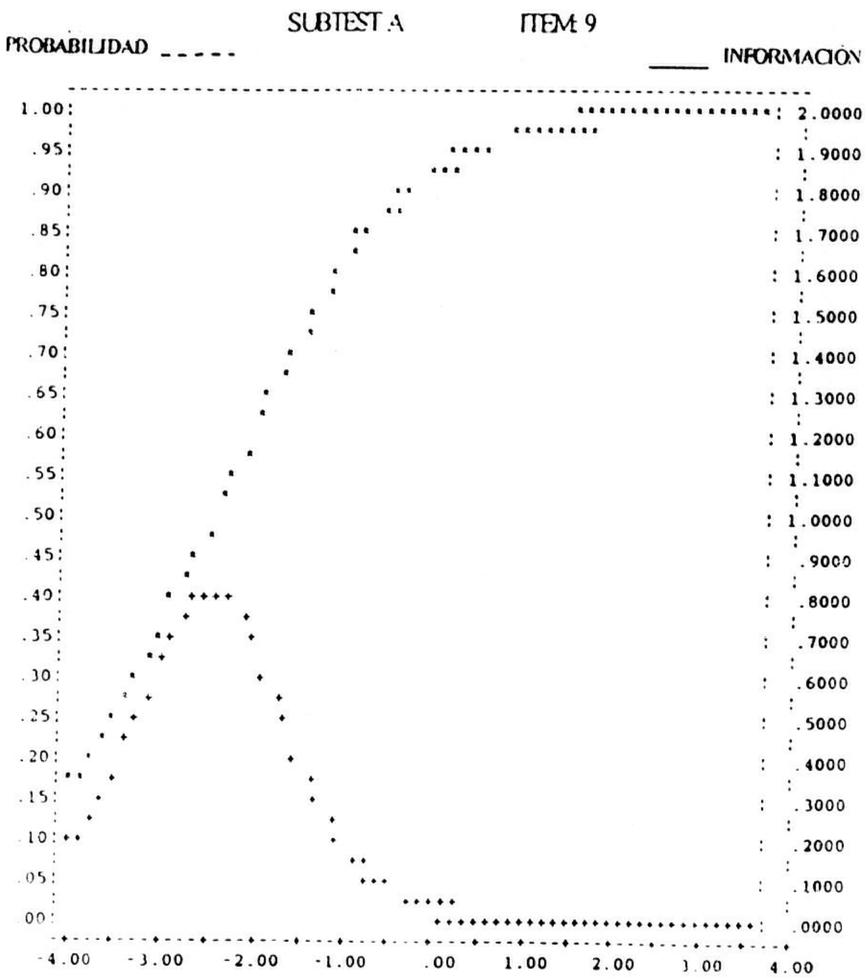
Detrás de las figuras que representan las FI de cada uno de los items que pertenecen a un subtest, aparece una tabla que resume la fiabilidad de todos los item pertenecientes a ese subtest. En la primera columna de las tablas aparece el nº del item. En la segunda columna aparece la información máxima que proporciona el item y el nivel de θ (habilidad del sujeto) para el que esa información es mas precisa. En la tercera columna aparecen los errores para cada valor de máxima información y para cada punto de máxima información.

El conocimiento del valor de los errores de cada punto de máxima información, permite establecer intervalos confidenciales en torno a la estimación de la habilidad empírica.

En la figura 2.1 podemos observar que la información que proporciona el item A-9 es de .8004. El punto en la escala de habilidad del sujeto para el que esa información es máxima es el -2.4444. Es decir, que este item mide con mayor precisión a los sujetos cuya habilidad gire en torno al valor -2.4444.

La CCI nos muestra la probabilidad que tiene el alumno de superar este item. Si el alumno tiene una habilidad cercana al valor: −2.4444, su probabilidad de acertar este item es de .40.

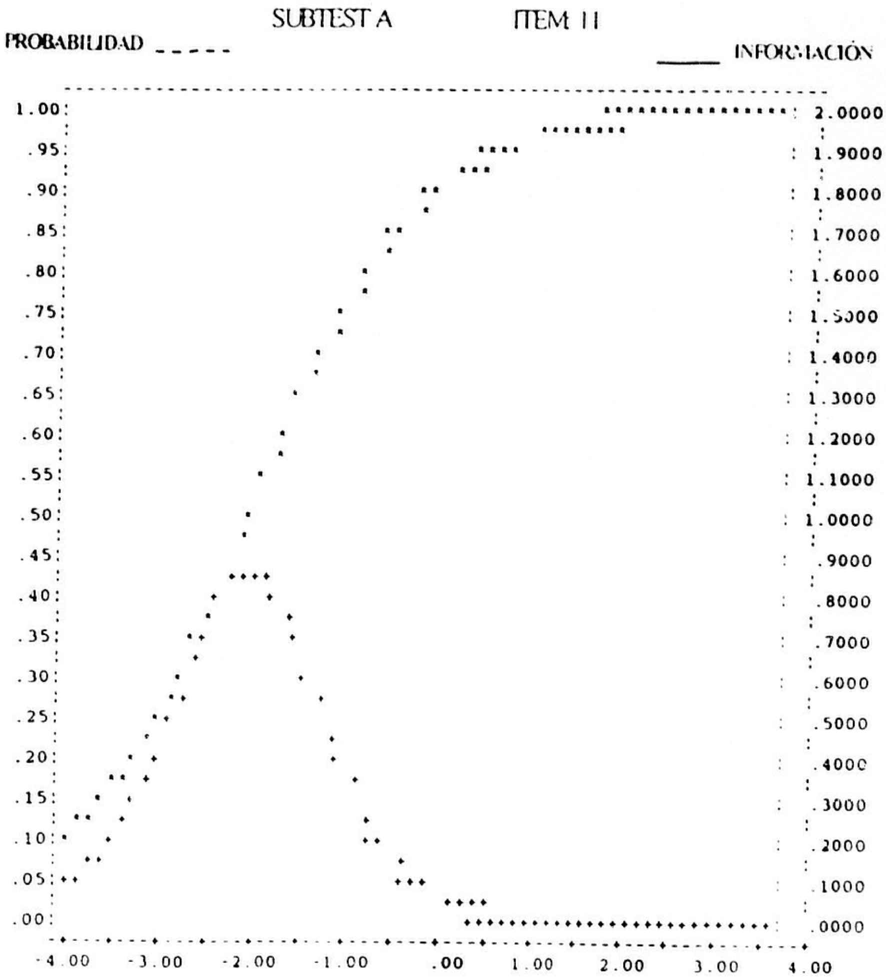
Lógicamente, a mayor habilidad del sujeto, mayor probabilidad de superar el item. Como podrá observarse en la figura, no se requiere un nivel de habilidad alto para acertar este item. Se trata por tanto de un item fácil.



Punto de máxima información y error estándar: -2,4444 (0,1033)

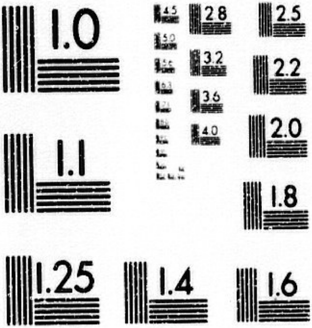
Figura 2.1. Función de información y curva característica del item A9 (Numeración)

Si comparamos la figura 2.1 sobre el item A-9 y la figura 2.2 sobre el item A-11, encontraremos pequeñas diferencias entre estos dos items. La información que proporciona el item A-11 (ligeramente superior a la proporcionada por el item A-9), es máxima para un nivel de habilidad de -2.0200, que es un poco mas alto que el punto de máxima información para el item A-9. Además su error es mas pequeño y su probabilidad de acierto es mayor. Podríamos decir que es un item ligeramente mas fiable que el anterior; mide con mas precisión.



Punto de maxima informacion y error estándar -2.0200 (0.0826)

Figura 2.2. Función de información y curva caracteristica del item A11 (Numeración)



MICROCOPY RESOLUTION TEST CHART
NATIONAL BUREAU OF STANDARDS
STANDARD REFERENCE MATERIAL 1010a
(ANSI and ISO TEST CHART No. 2)

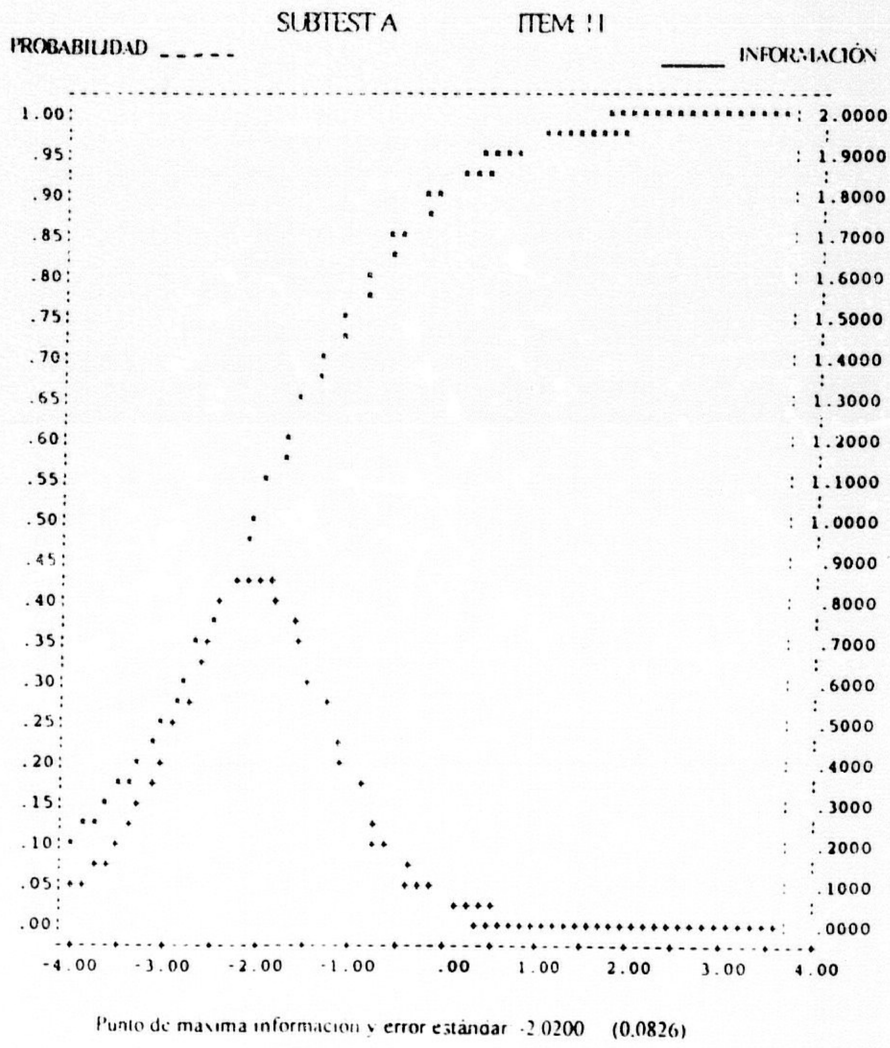
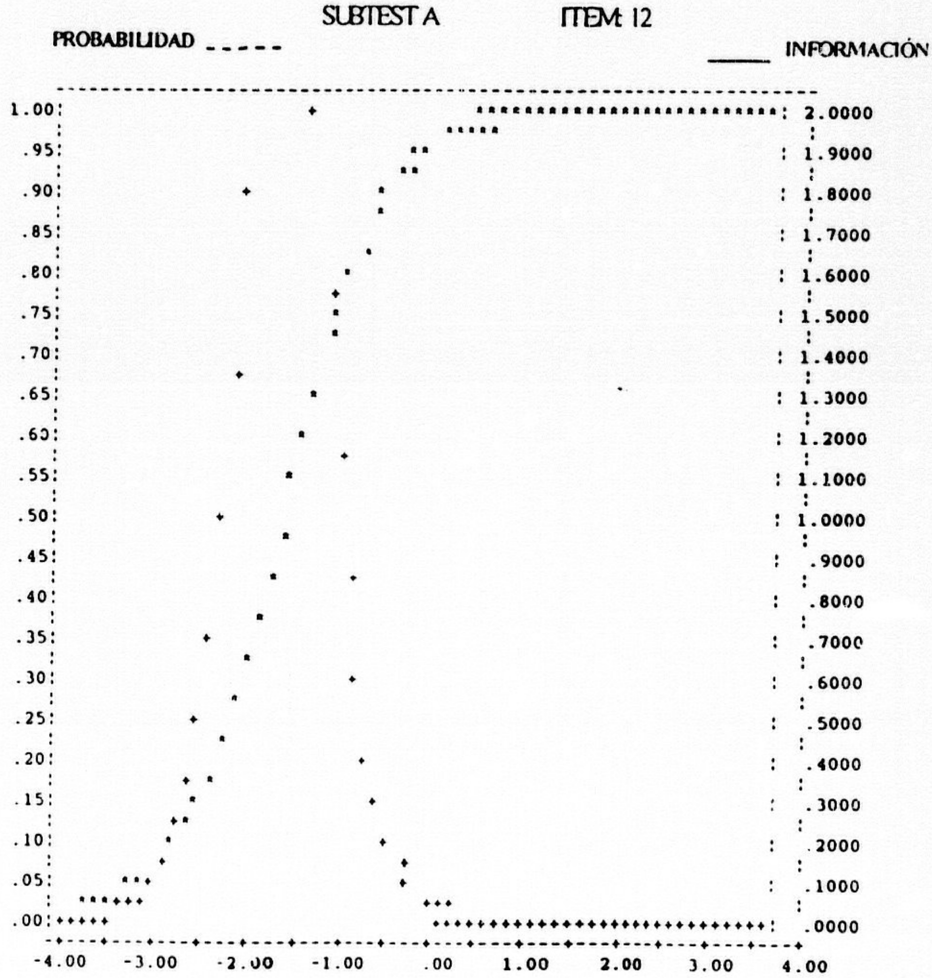
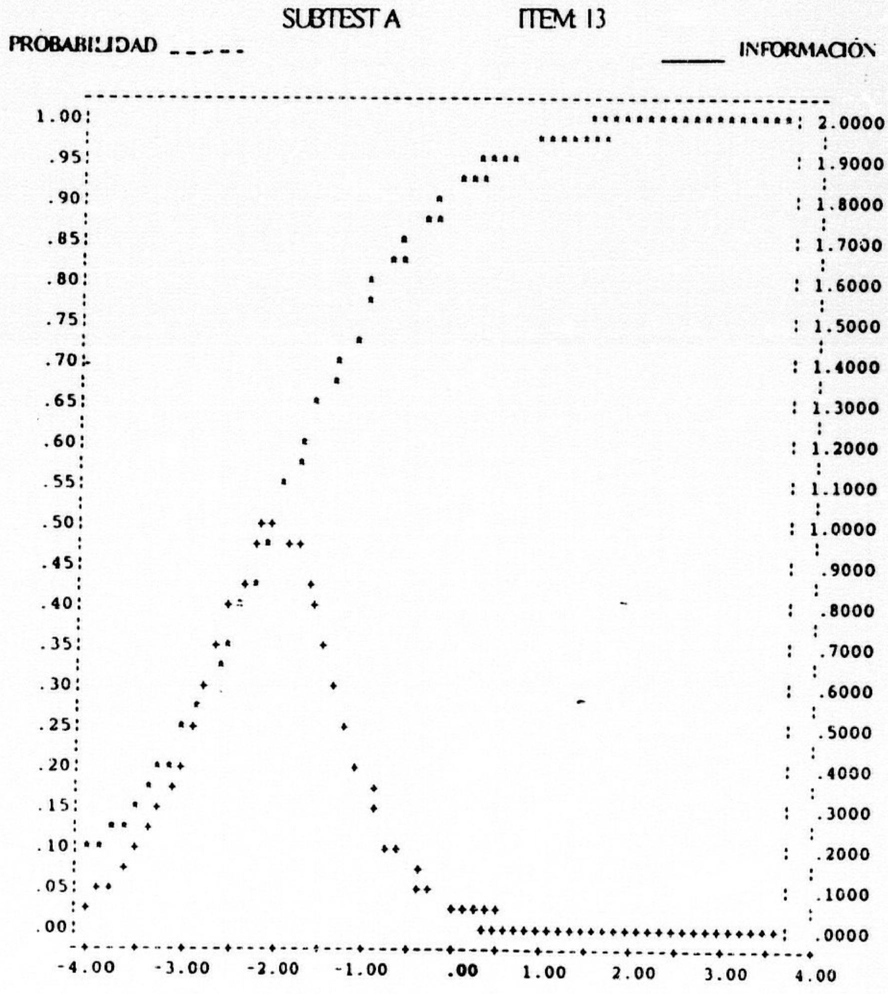


Figura 2.2. Funcion de información y curva caracteristica del item A11 (Numeracion)



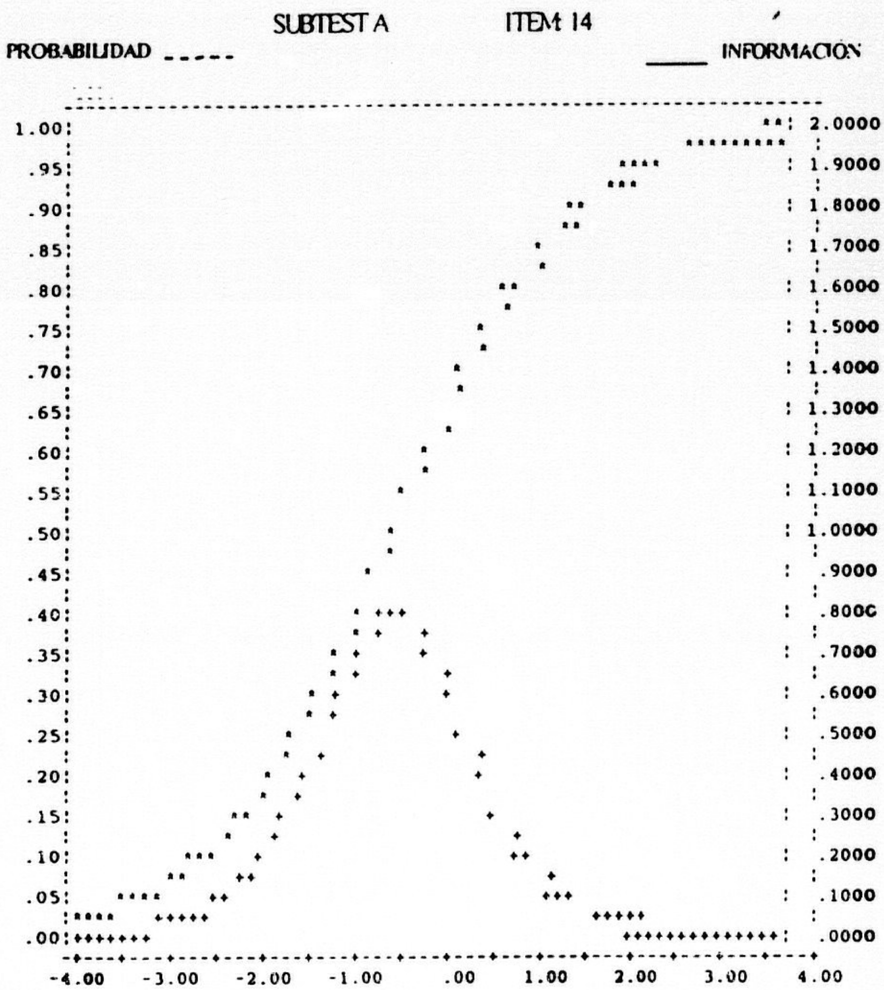
Punto de máxima información y error estándar: -1.5966 (0.0462)

Figura 2.3. Función de información y curva característica del item A12 (Numeración)



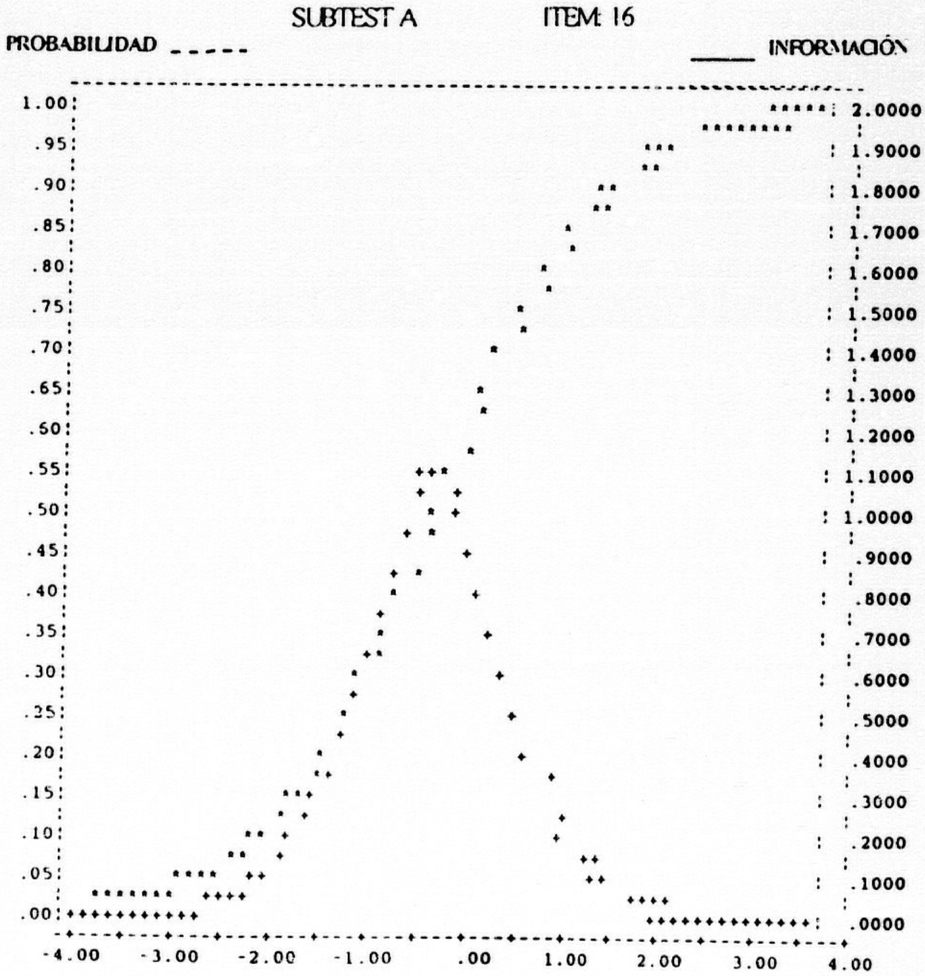
Punto de máxima información y error estándar: -2.0055 (0.0784)

Figura 2.4. Función de información y curva característica del item A12 (Numeración)



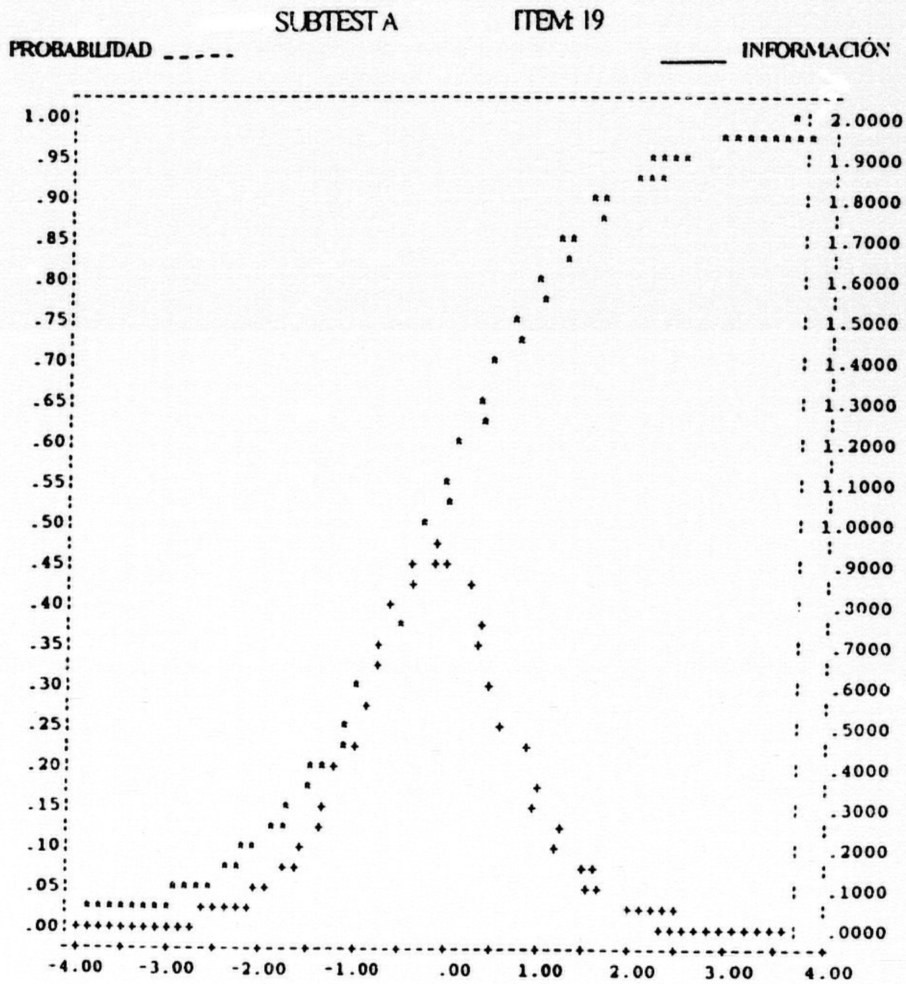
Punto de máxima información y error estándar: -0.5218 (0.0372)

Figura 2.5. Función de información y curva característica del item A14 (Numeración)



Punto de máxima información y error estándar: -0,2801 (0,0293)

Figura 2.6. Función de información y curva característica del item A16 (Numeración)



Punto de máxima información y error estándar: -0,0843 (0,0281)

Figura 2.7. Función de información y curva característica del item A19 (Numeración)

Podemos observar diferencias más notables si observamos la figura 2.6 en la que aparece la función de información para el item A-16. Este item proporciona una información de 1.0908. Esta información es máxima cuando la fiabilidad del alumno está próxima a -.2801, concretamente cuando está comprendida entre -.2508 y -.3094 (al sumar y restar el error al punto de máxima información).

Cualquier alumno cuya habilidad esté comprendida entre estos valores, tiene una probabilidad de .58. de superar este item. Se trata, por tanto, de un item que en todos los aspectos es mas fiable que los dos items que comentamos anteriormente. No obstante, tendríamos que descartar su utilización, si tuviéramos la certeza de que la habilidad del alumno al que se vaya a aplicar, esté muy lejana (por arriba o por abajo) a los valores citados.

Tabla N° 18 Fiabilidad de los items del subtest A Numeración.

N° de ITEM	*INFORMACIÓN*		*ERROR*	
	Valor de máxima.	*Punto de máxima.*	*Valor*	*Punto*
A-9	.8004	-2.4444	.0631	.1033
A-11	.8685	-2.0220	.646	.0826
A-12	2.6929	-1.5966	.1374	.0462
A-13	.9900	-2.0055	.0748	.0700
A-14	.7938	-.5218	.0691	.0372
A-16	1.0908	-.2801	.0901	.0293
A-19	.9268	-.0843	.0906	.0281

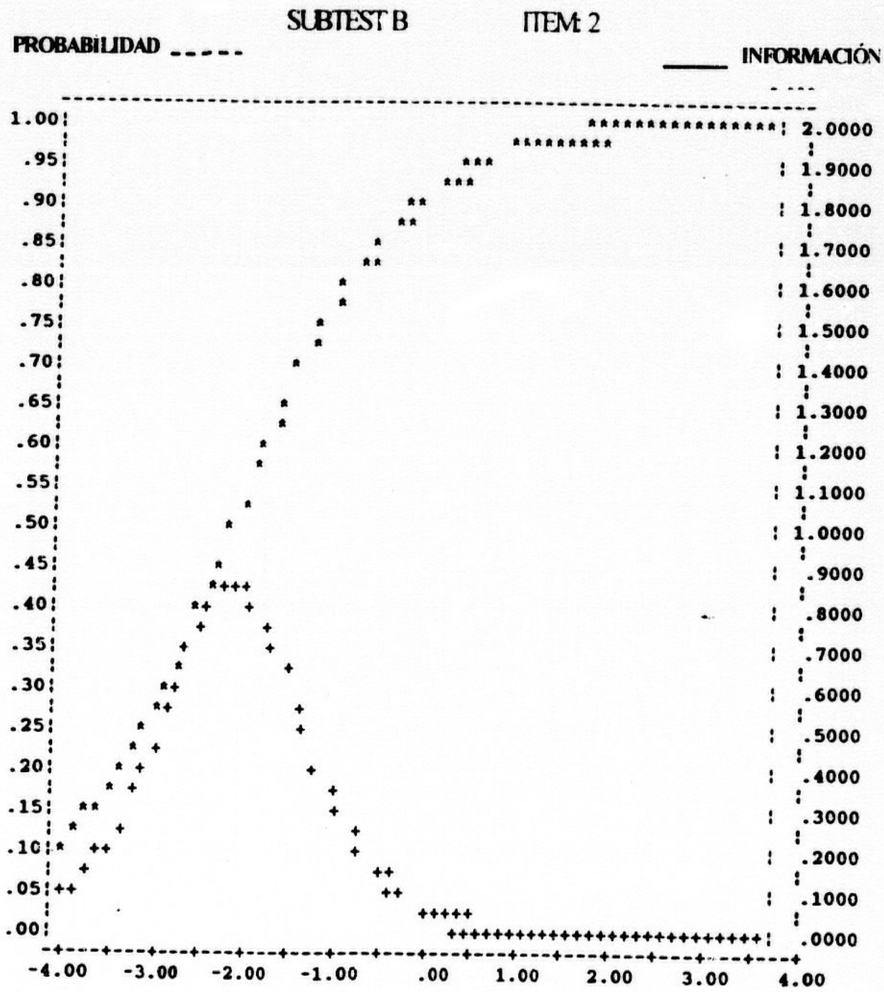
La tabla 18 recoge los valores de información y los niveles de error para todos los items del subtest A-Numeración.

Los items que mayor información aportan son: A-12 (2.69) y A-16 (1.09), siendo su información máxima para unos niveles de habilidad de -1.5 y de -.2. El item que aporta menor información es el A-14 (.7938), siendo máxima esta información para una habilidad de -.5.

Todos los items del subtest A-Numeración son adecuados para incluirlos en un test dirigido a alumnos con un nivel de habilidad bajo.

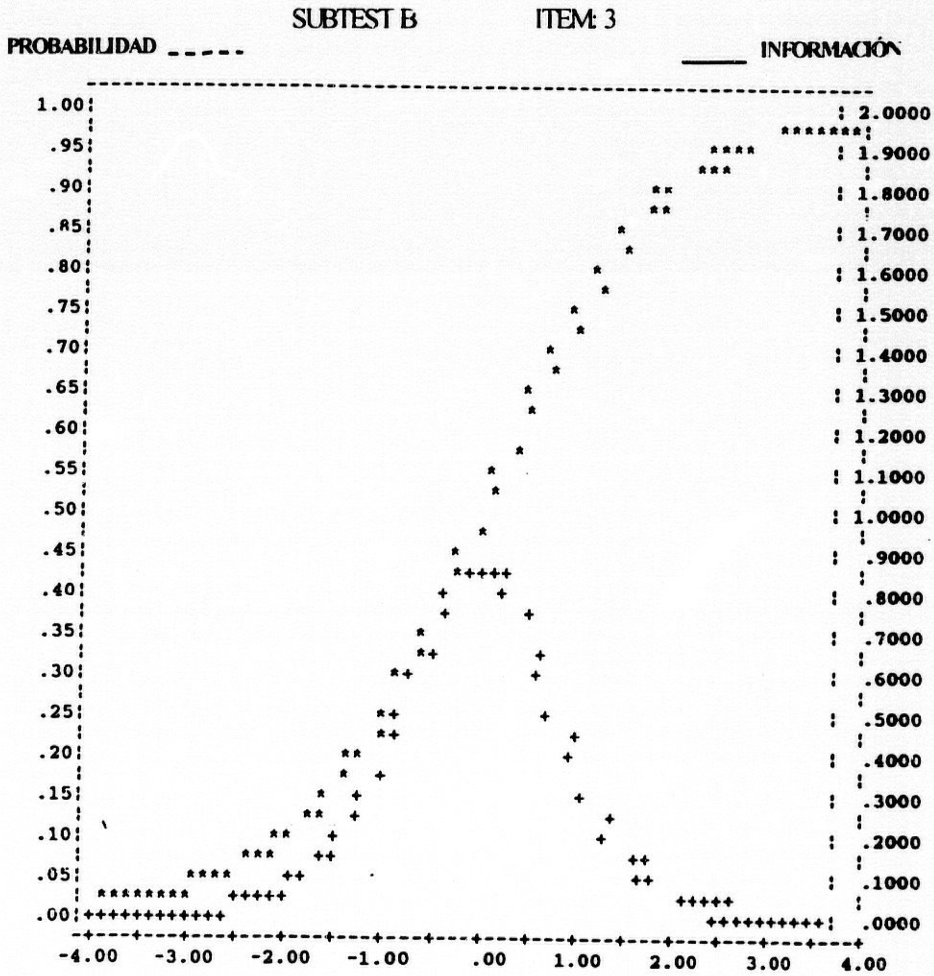
Para los restantes subtests hemos seguido el mismo procedimiento. En primer lugar las figuras con la FI de cada item. Cuando se acaban los items correspondientes a este subtest aparece la tabla resumen del mismo y así sucesivamente.

En todos los casos la información que aporta el item es el primer dato importante, pero la adecuación o no de su uso dependerá de los niveles de habilidad del sujeto que pretendamos evaluar. En general los resultados muestran niveles de información medios y adecuados para medir con precisión a alumnos cuya habilidad esté comprendida entre valores medios y medios bajos.



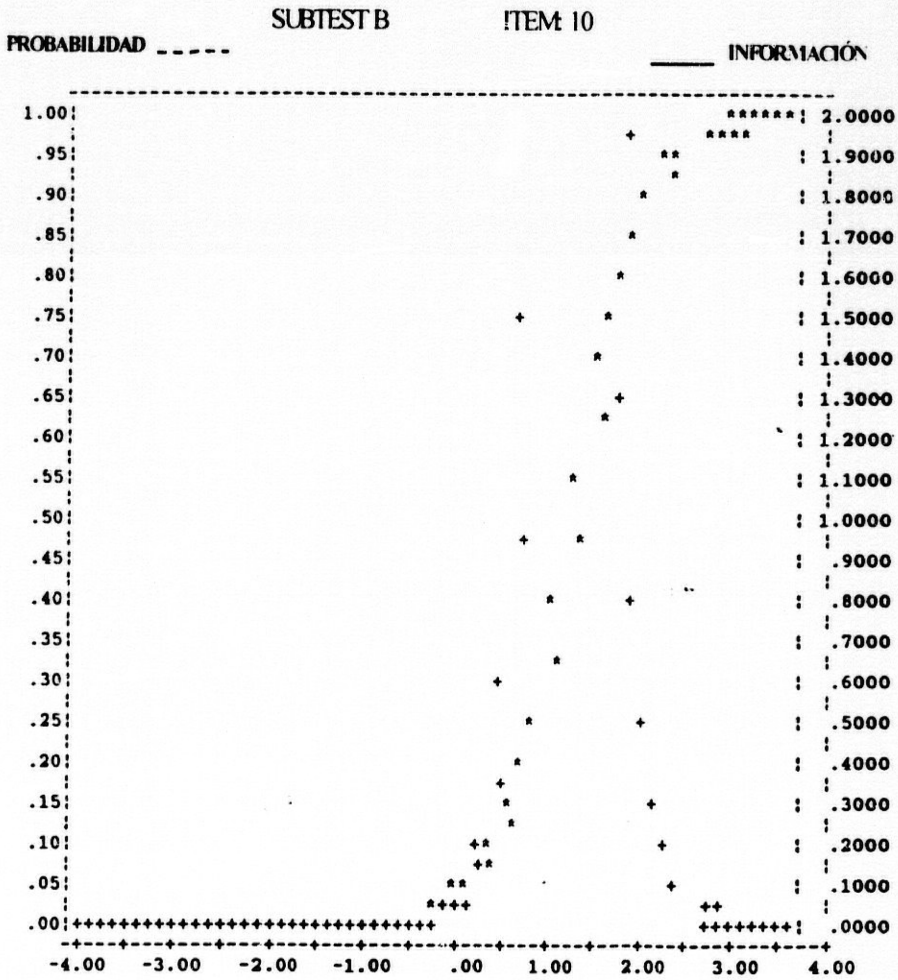
Punto de máxima información y error estándar: -2.1056 (0,0955)

Figura 2.8. Función de información y curva característica del item B2 (Fracciones)



Punto de máxima información y error estándar: 0,0722 (0,0285)

Figura 2.9. Función de información y curva característica del item B3 (Fracciones)

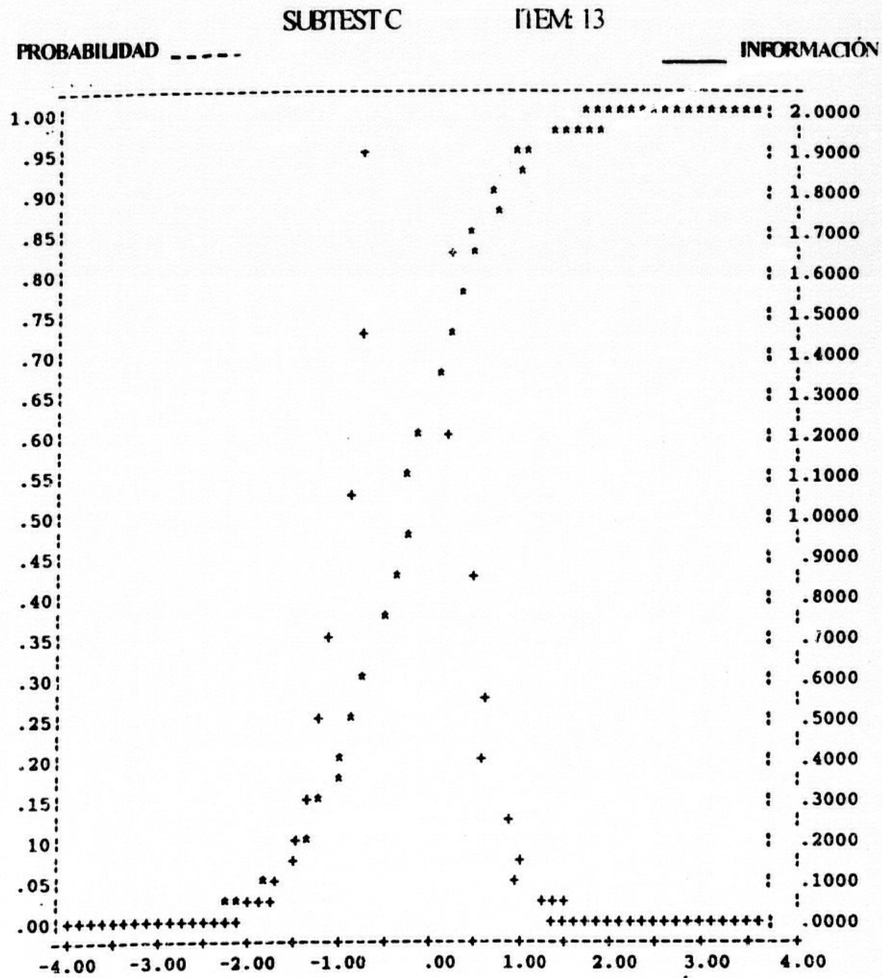


Punto de máxima información y error estándar: 1.4160 (0.0354)

Figura 2.10. Función de información y curva característica del item B10 (Fracciones)

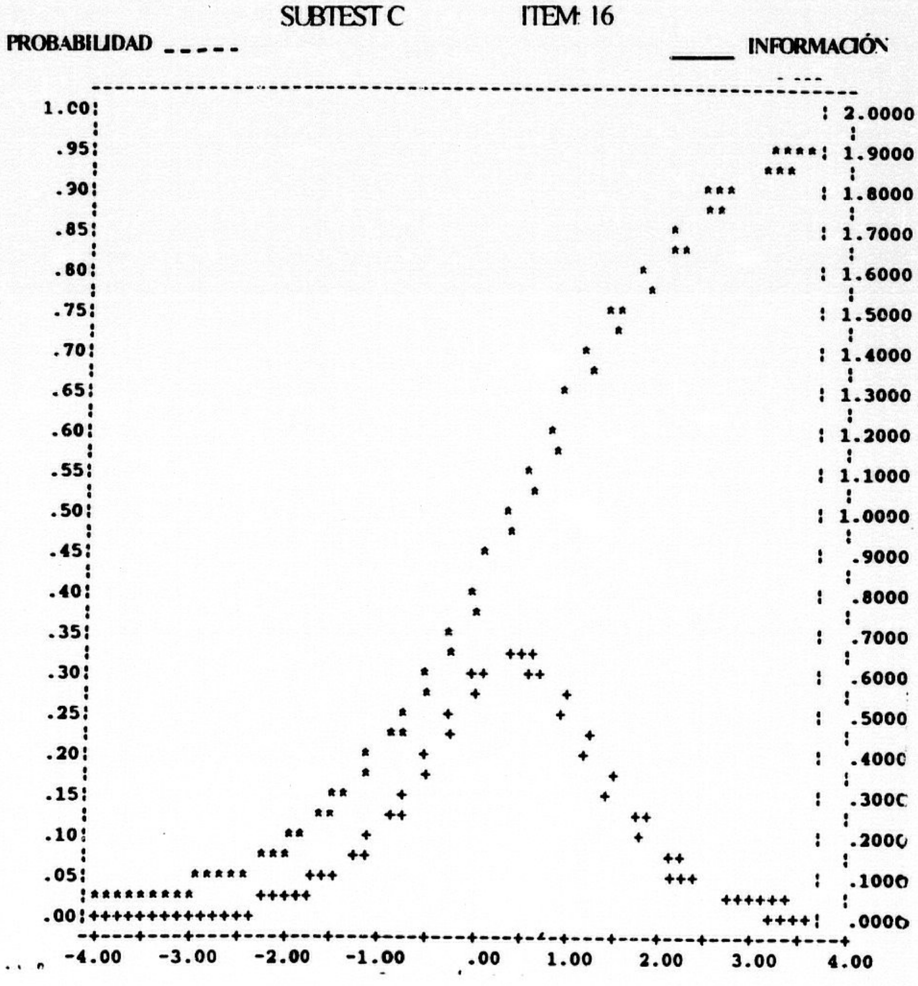
Tabla N° 19 Fiabilidad de los items del subtest B Fracciones.

Nª de ITEM	*INFORMACIÓN*		*ERROR*	
	Valor de máxima.	*Punto de máxima.*	*Valor*	*Punto*
B-2	.8605	-2.1056	.0727	.0955
B-3	.8698	.0722	.0757	.0285
B-10	4.5120	1.4160	.1867	.0354



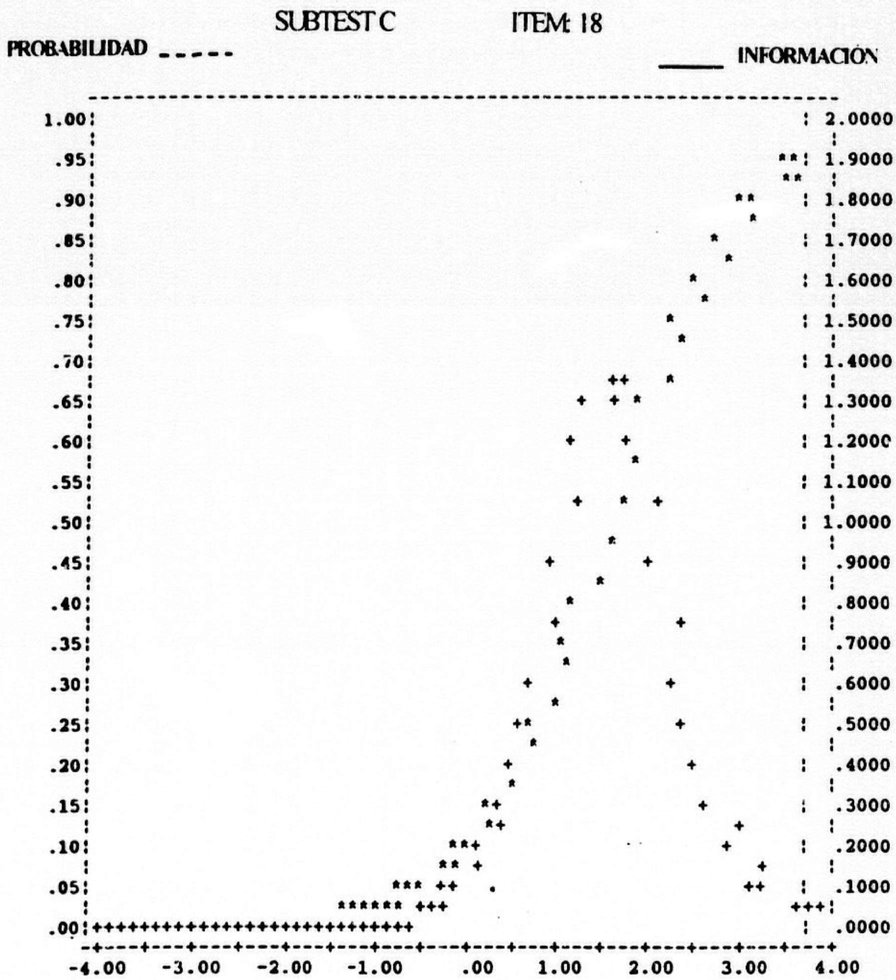
Punto de máxima información y error estándar: -0.2243 (0.0238)

Figura 2.11. Función de información y curva característica del item C13 (Geometría y Símbolos)



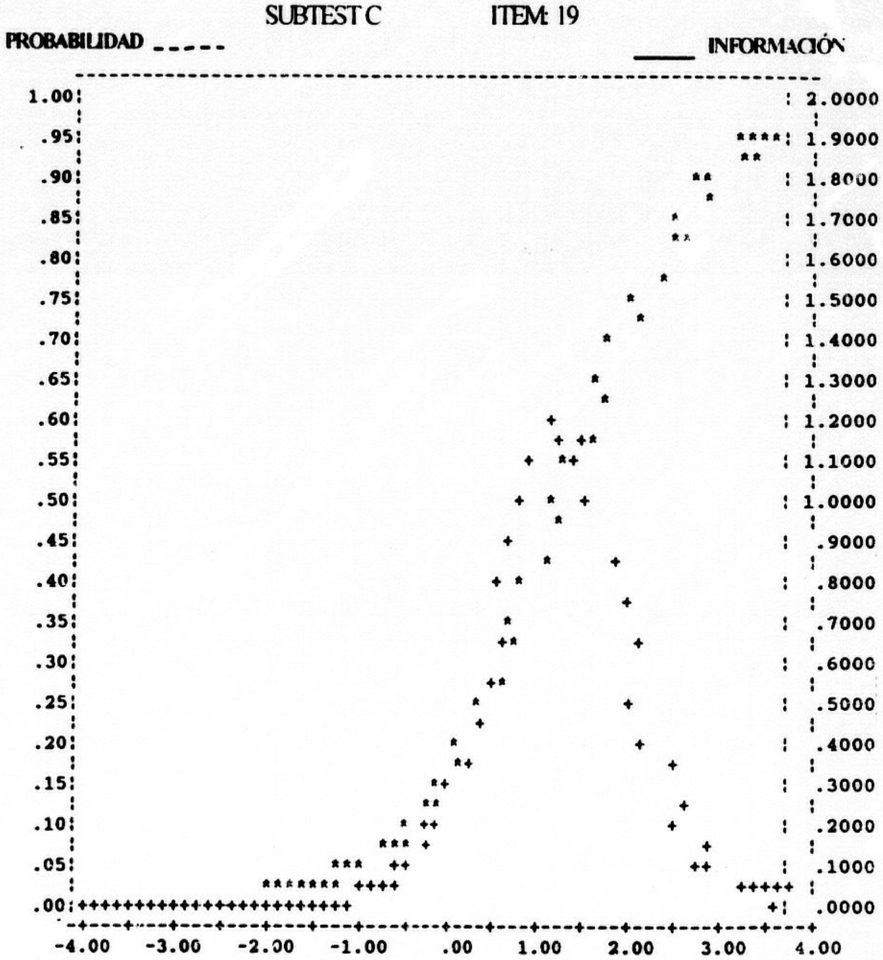
Punto de máxima información y error estándar: 0.5144 (0.0378)

Figura 2.12. Función de información y curva característica del item C16 (Geometría y Símbolos)



Punto de máxima información y error estándar: 1,6868 (0,0632)

Figura 2.13. Función de información y curva característica del item C18 (Geometría y Símbolos)

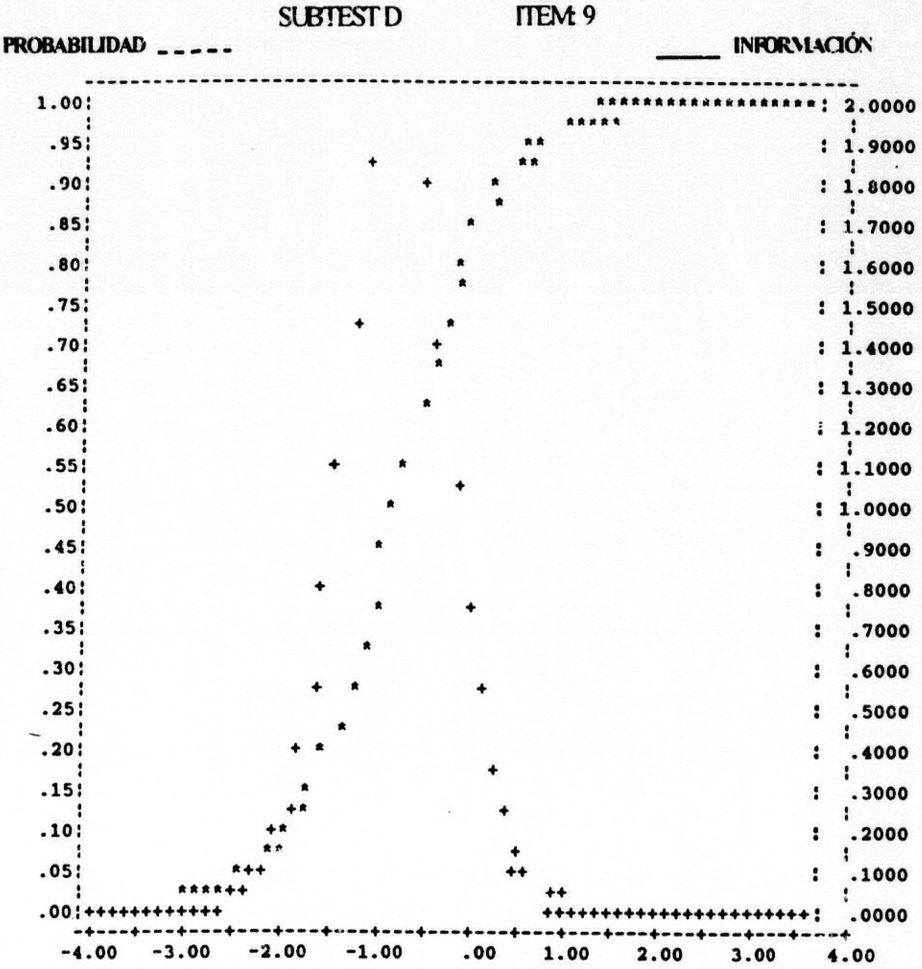


Punto de máxima información y error estándar: 1.3543 (0.0541)

Figura 2.14. Función de información y curva característica del item C19 (Geometría y Símbolos)

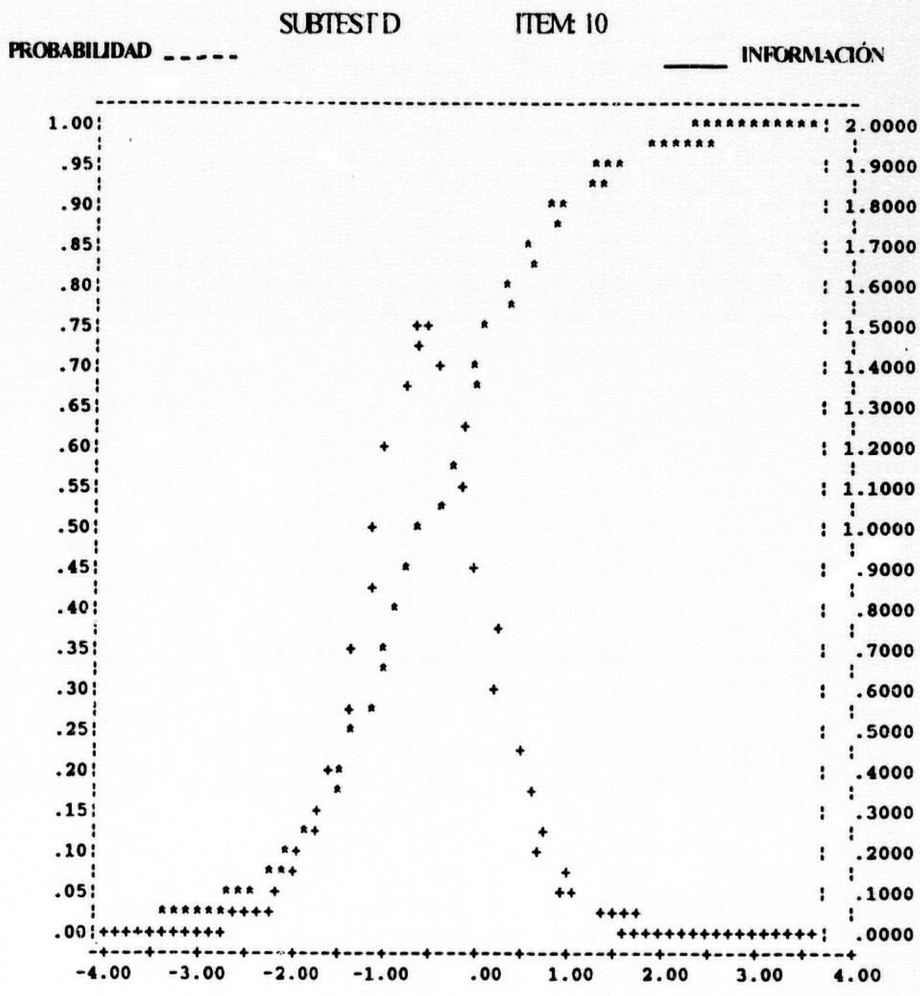
Tabla N° 20 Fiabilidad de los items del subtest C Geometría y Símbolos.

Nª de ITEM	*INFORMACIÓN*		*ERROR*	
	Valor de máxima.	*Punto de máxima.*	*Valor*	*Punto*
C-13	2.9964	-.2243	.3543	.0238
C-16	.6398	.5144	.0619	.0378
C-18	1.3642	1.6868	.0931	.0632
C-19	1.1845	1.3543	.0846	.0541



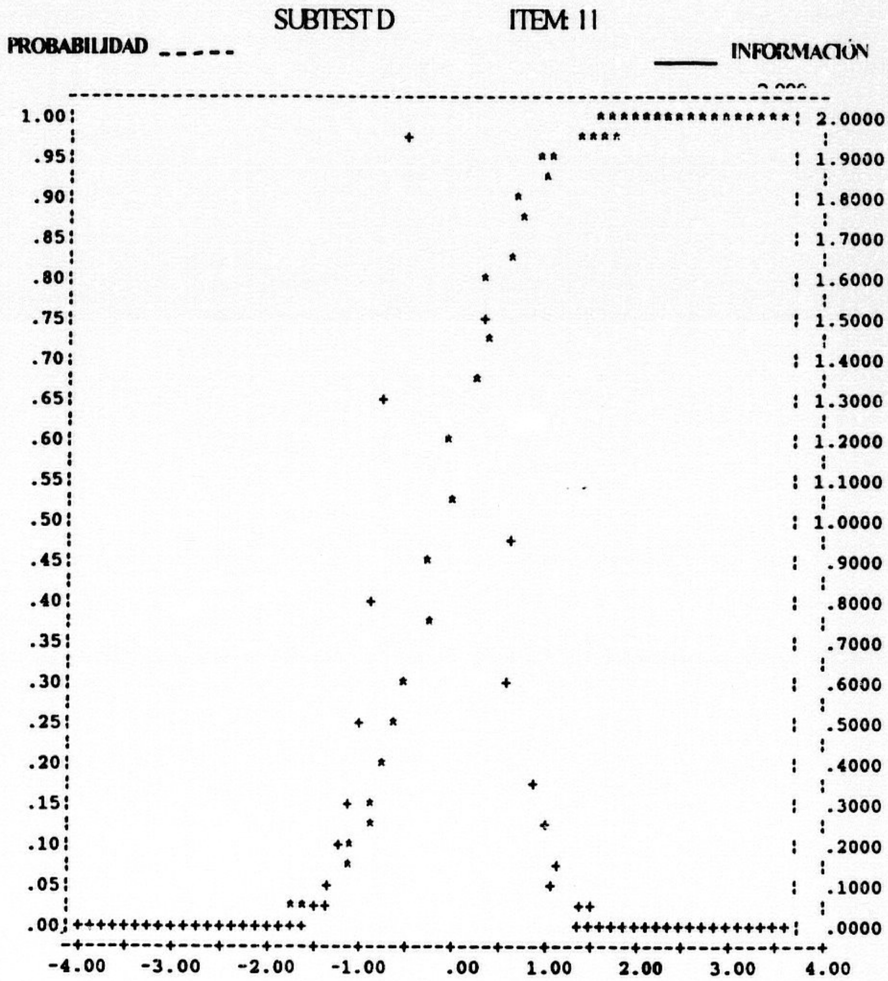
Punto de máxima información y error estándar: -0,7562 (0,0377)

Figura 2.15. Función de información y curva característica del ítem D9 (Adición)



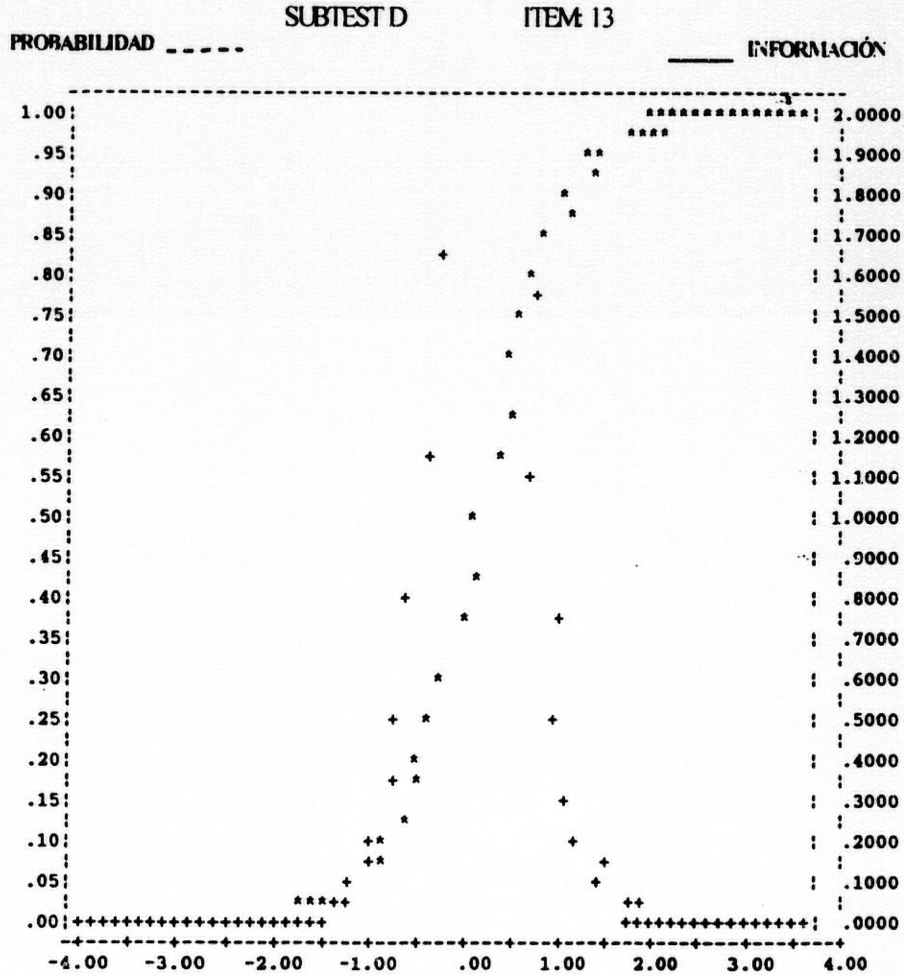
Punto de máxima información y error estándar: -0,4714 (0,0323)

Figura 2.16. Función de información y curva característica del item D10 (Adición)



Punto de máxima información y error estándar: -0.0389 (0.0200)

Figura 2.17. Función de información y curva característica del item D11 (Adición)

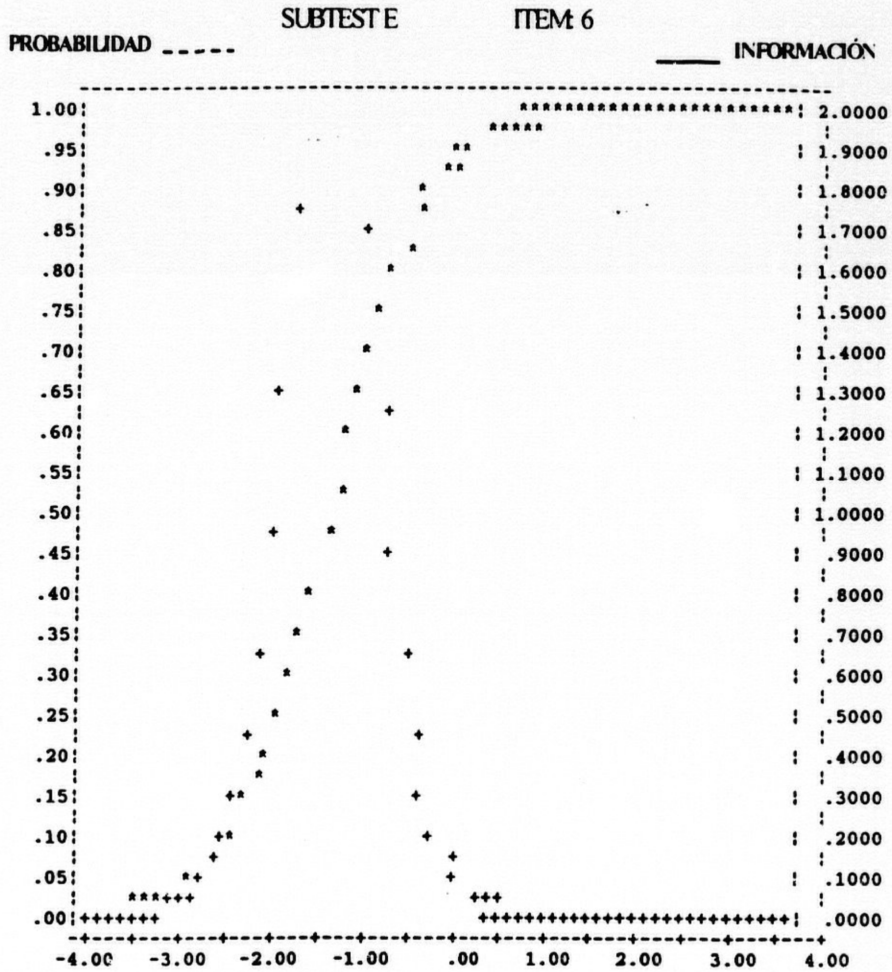


Punto de máxima información y error estándar: 0.2411 (0.0201)

Figura 2.18. Función de información y curva característica del item D13 (Adición)

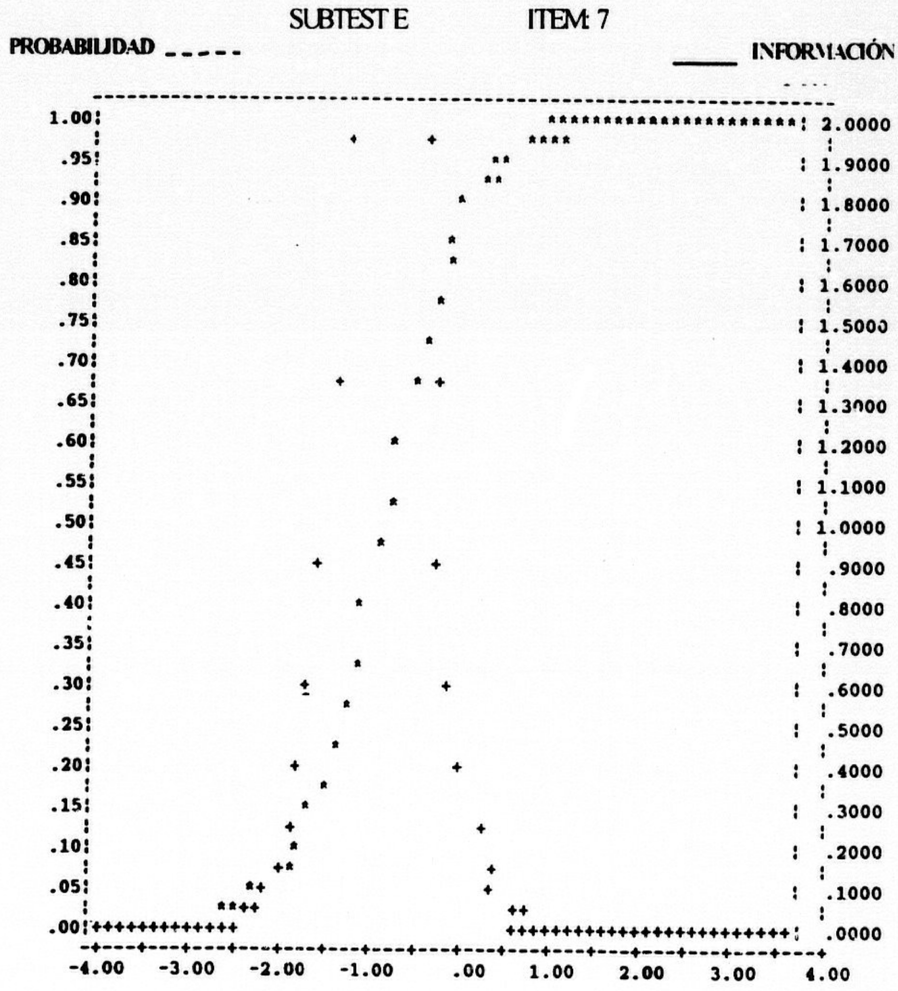
Tabla N° 21 Fiabilidad de los items del subtest D Adición.

Nª de ITEM	*INFORMACIÓN*		*ERROR*	
	Valor de máxima.	*Punto de máxima.*	*Valor*	*Punto*
D-9	2.6069	-.7562	.2246	.0377
D-10	1.5218	-.4714	.1484	.0323
D-11	4.2796	-.0389	.4237	.0200
D-13	3.4336	.2411	.2952	.201



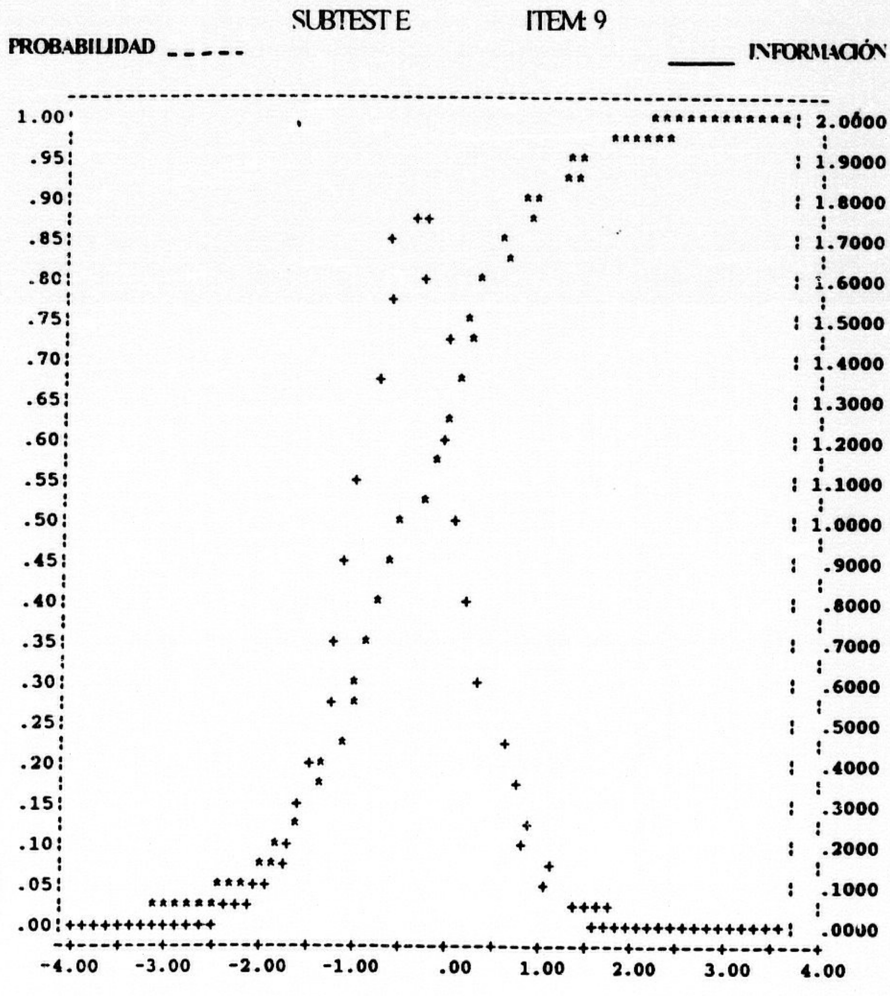
Punto de máxima información y error estándar: -1.3185 (0.0350)

Figura 2.19. Función de información y curva característica del item E6 (Sustracción)



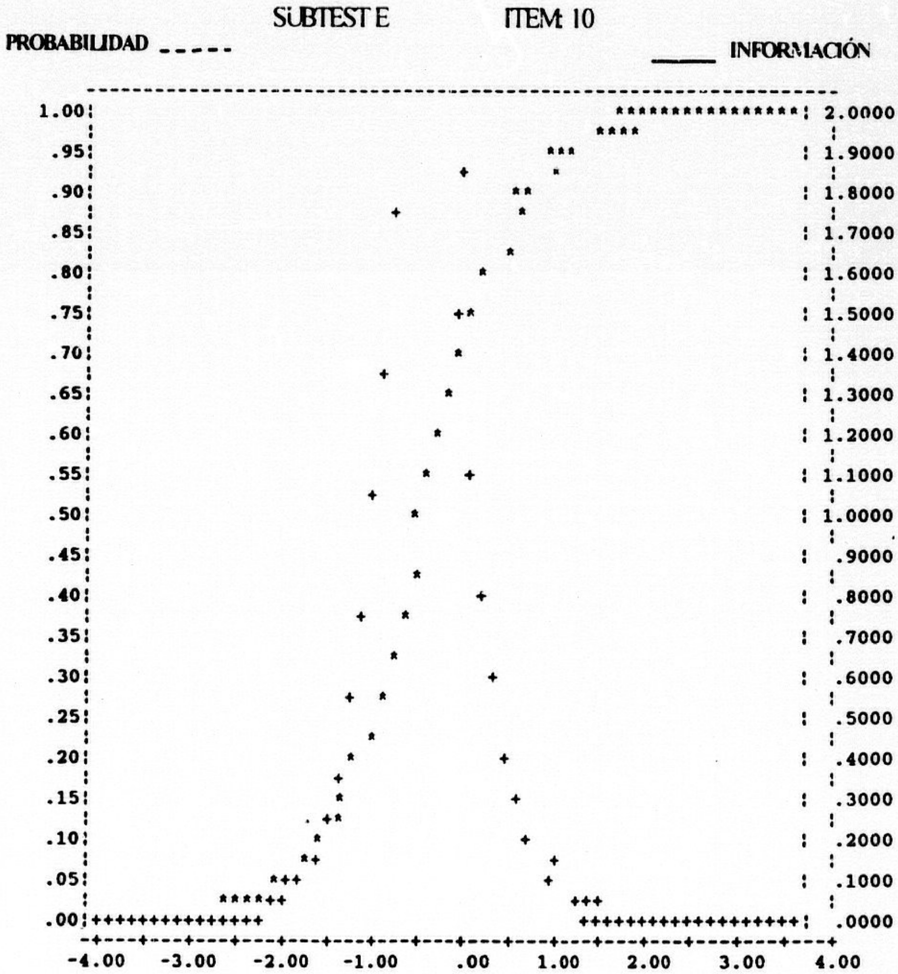
Punto de máxima información y error estándar: -0,8120 (0,0332)

Figura 2.20. Función de información y curva característica del item E7 (Sustracción)



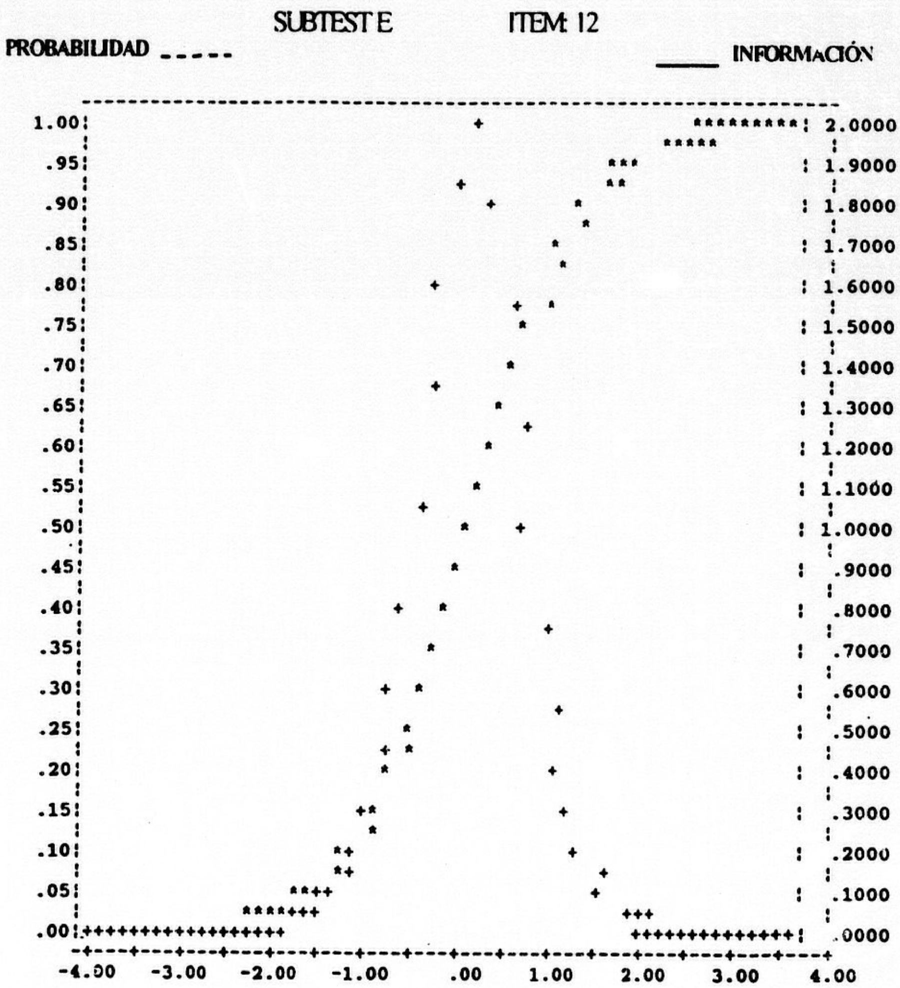
Punto de máxima información y error estándar: -0,3460 (0,0283)

Figura 2.21. Función de información y curva característica del item E9 (Sustracción)



Punto de máxima información y error estándar: -0.3575 (0.0263)

Figura 2.22. Función de información y curva característica del item E10 (Sustracción)

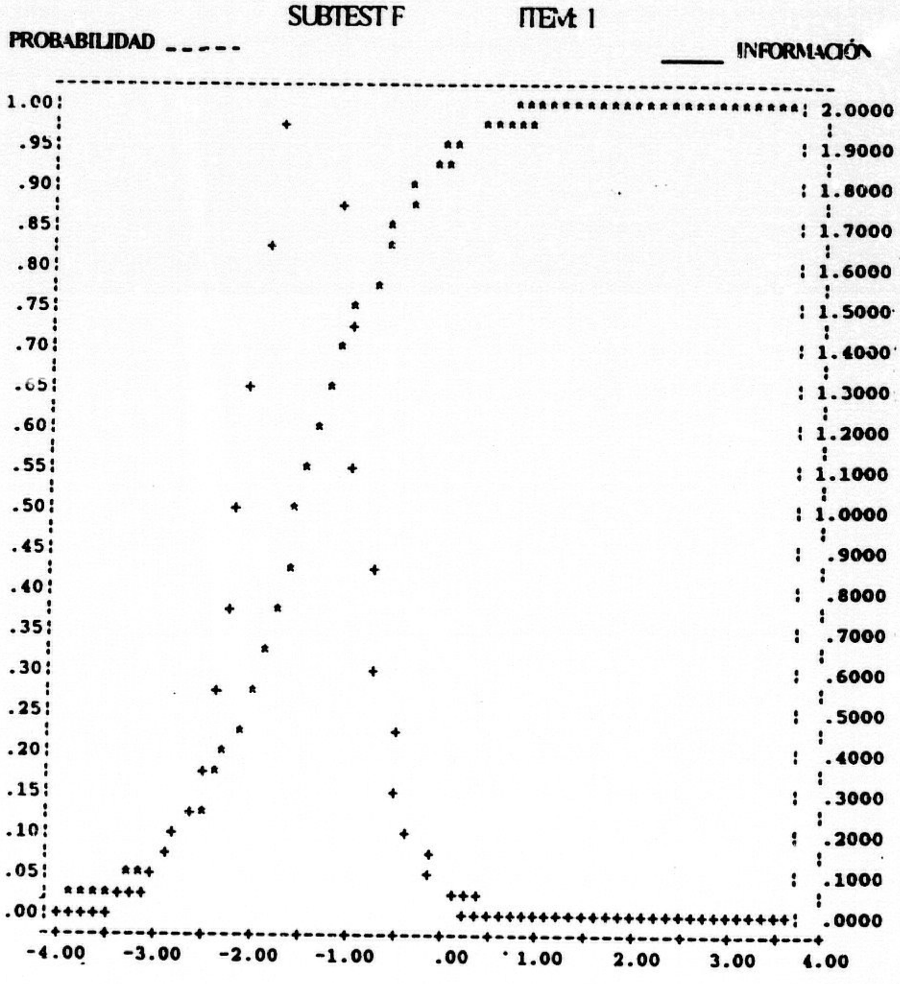


Punto de máxima información y error estándar: 0.2348 (0.0255)

Figura [illegible]3.Función de información y curva característica del item E12 (Sustracción)

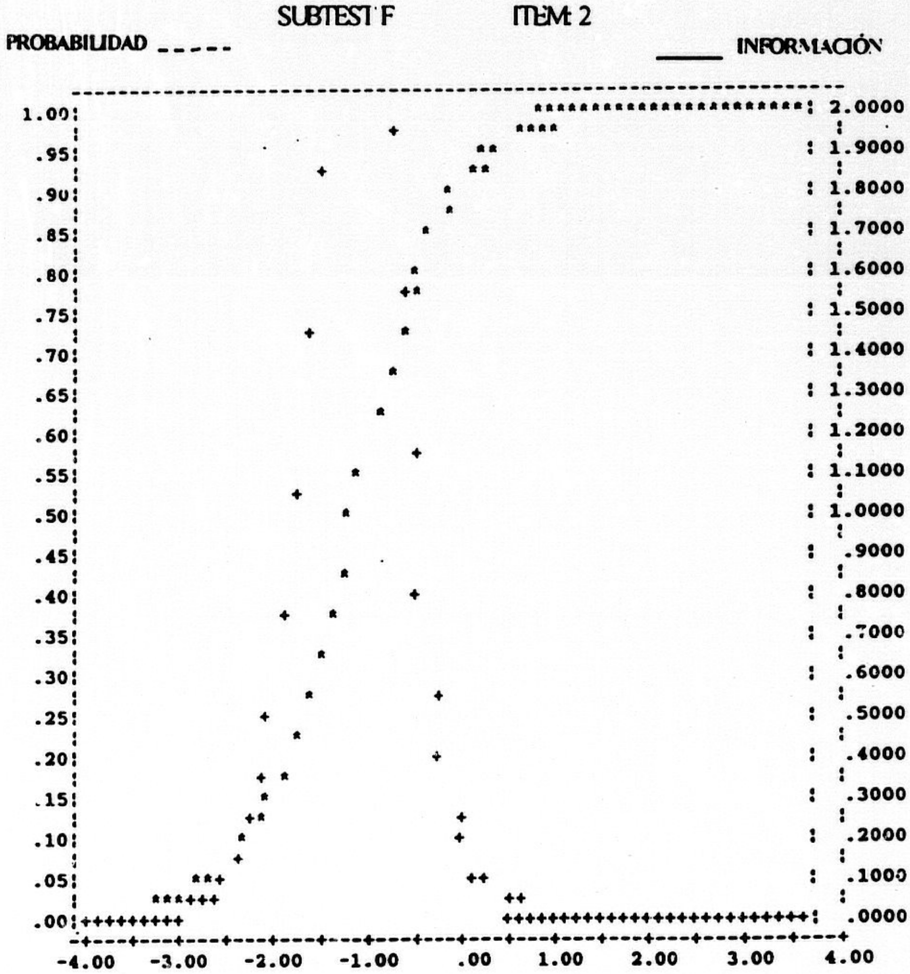
Tabla N° 22 Fiabilidad de los items del subtest E Sustracción.

N° de ITEM	*INFORMACIÓN*		*ERROR*	
	Valor de máxima.	*Punto de máxima.*	*Valor*	*Punto*
E-6	2.7980	-1.3185	.1227	.0350
E-7	3.6739	-.8120	.2501	.0332
E-9	1.7687	-.3460	.1818	.0283
E-10	2.5295	-.3575	.2517	.0263
E-12	2.0902	.2348	.2380	.0255



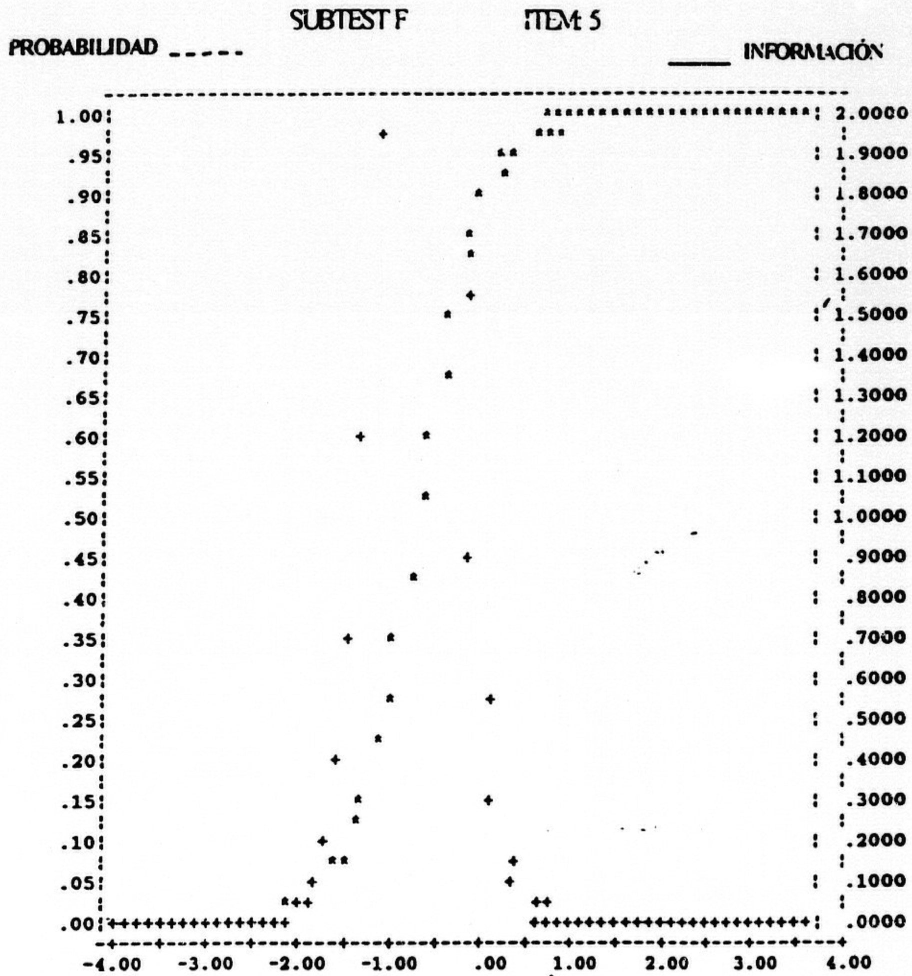
Punto de máxima información y error estándar: -1.4732 (0.0485)

Figura 2.24. Función de información y curva característica del item F1 (Multiplicación)



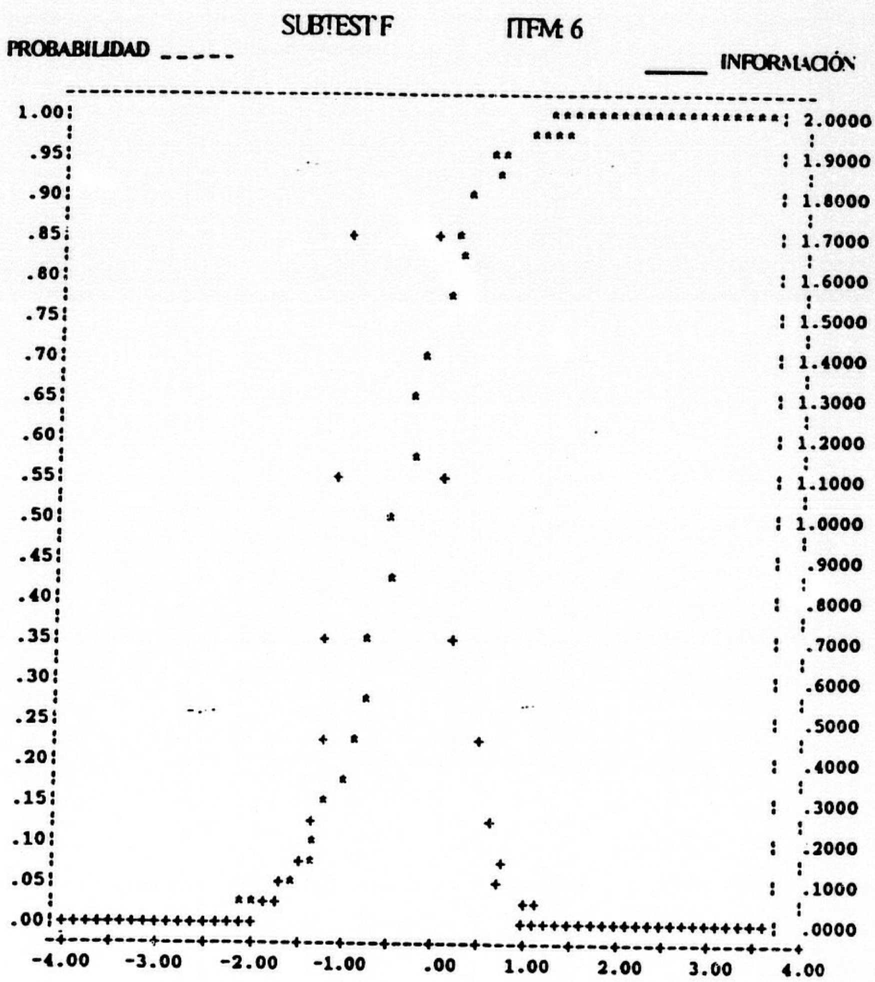
Punto de máxima información y error estándar: -1,1113 (0.0369)

Figura 2.25. Función de información y curva característica del item F2 (Multiplicación)



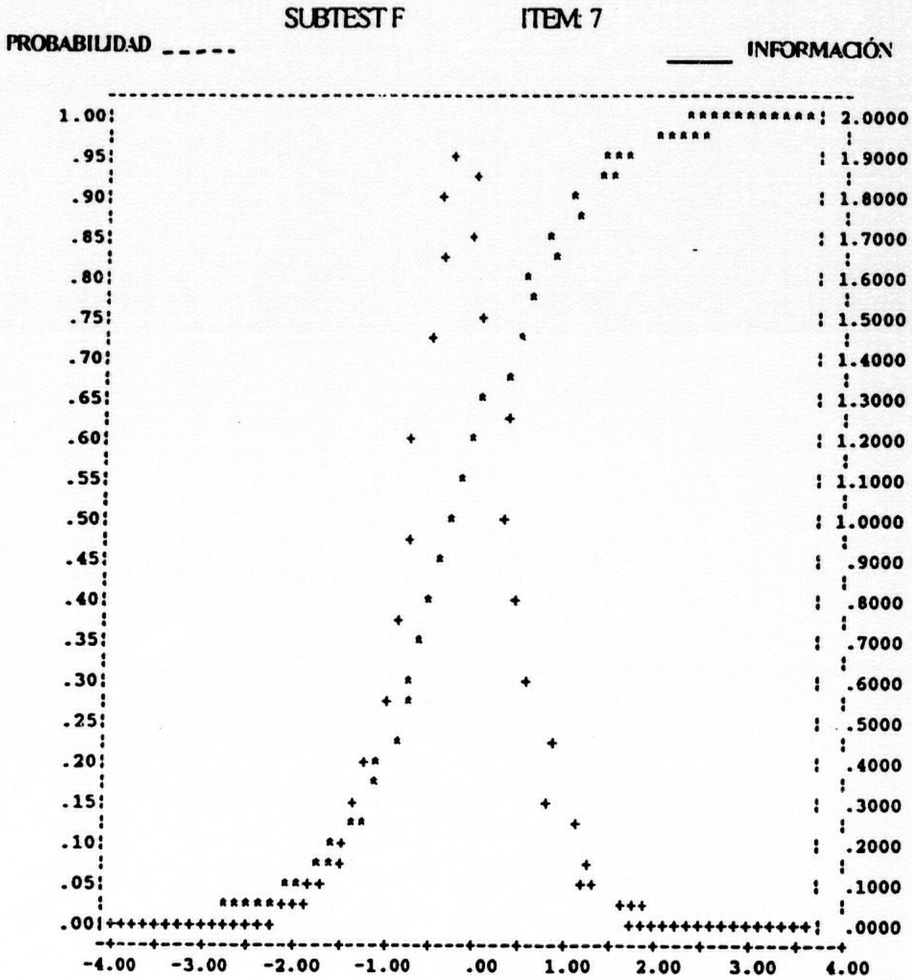
Punto de máxima información y error estándar: -0.6550 (0.0299)

Figura 2.26. Función de información y curva característica del item F5 (Multiplicación)



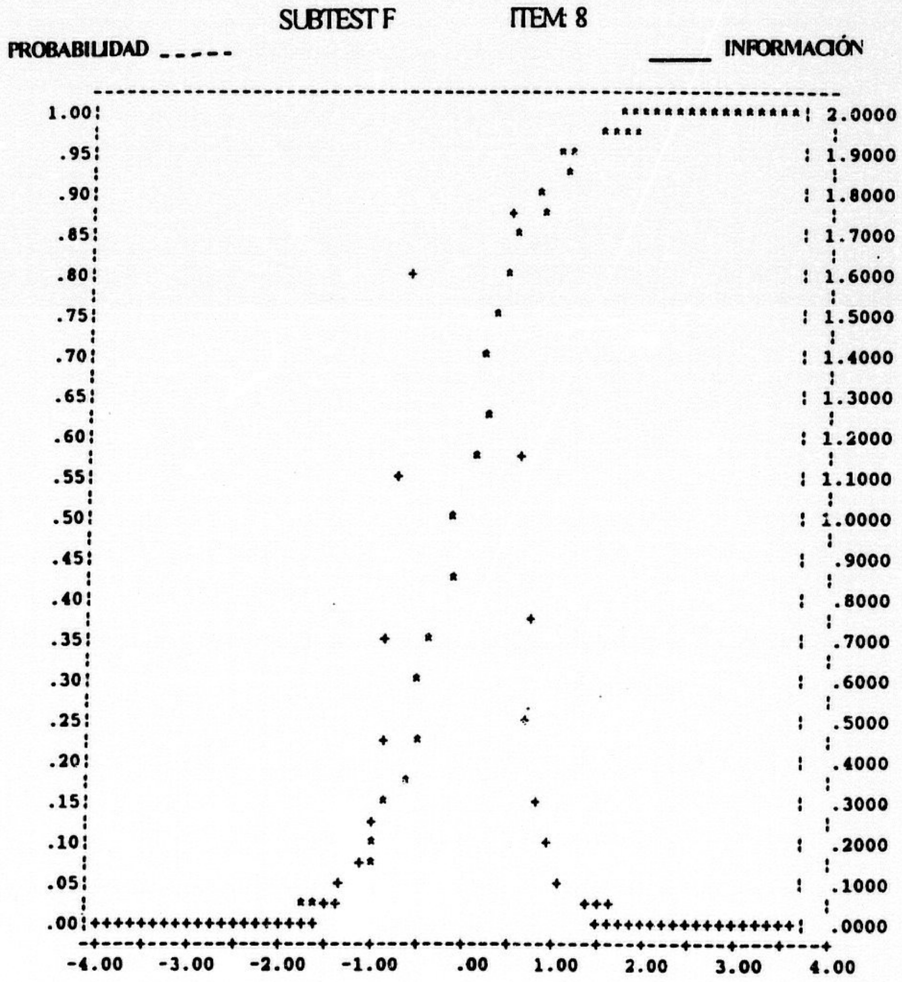
Punto de máxima información y error estándar: -0.3734 (0.0241)

Figura 2.27. Función de información y curva característica del item F6 (Multiplicación)



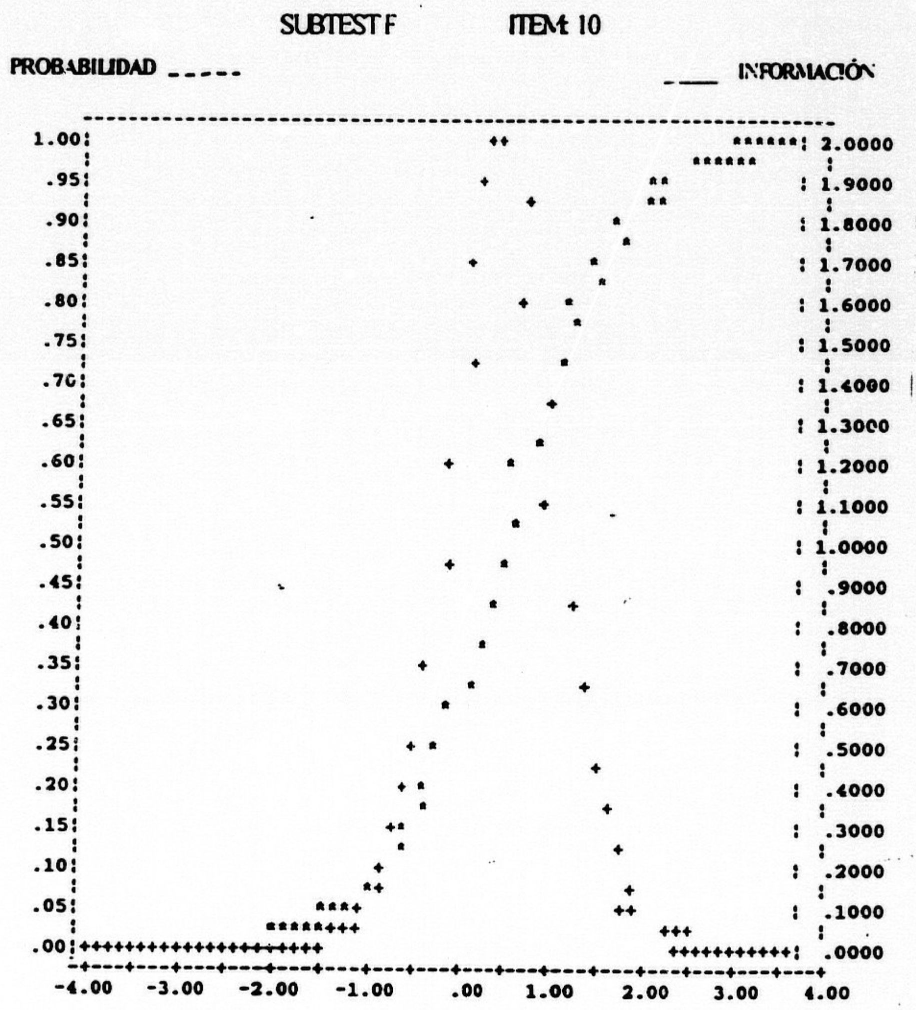
Punto de máxima información y error estándar: -0,1118 (0.0231)

Figura 2.28. Función de información y curva característica del item F7 (Multiplicación)



Punto de máxima información y error estándar: 0.0108 (0.0196)

Figura 2.29.Función de información y curva característica del item F8 (Multiplicación)

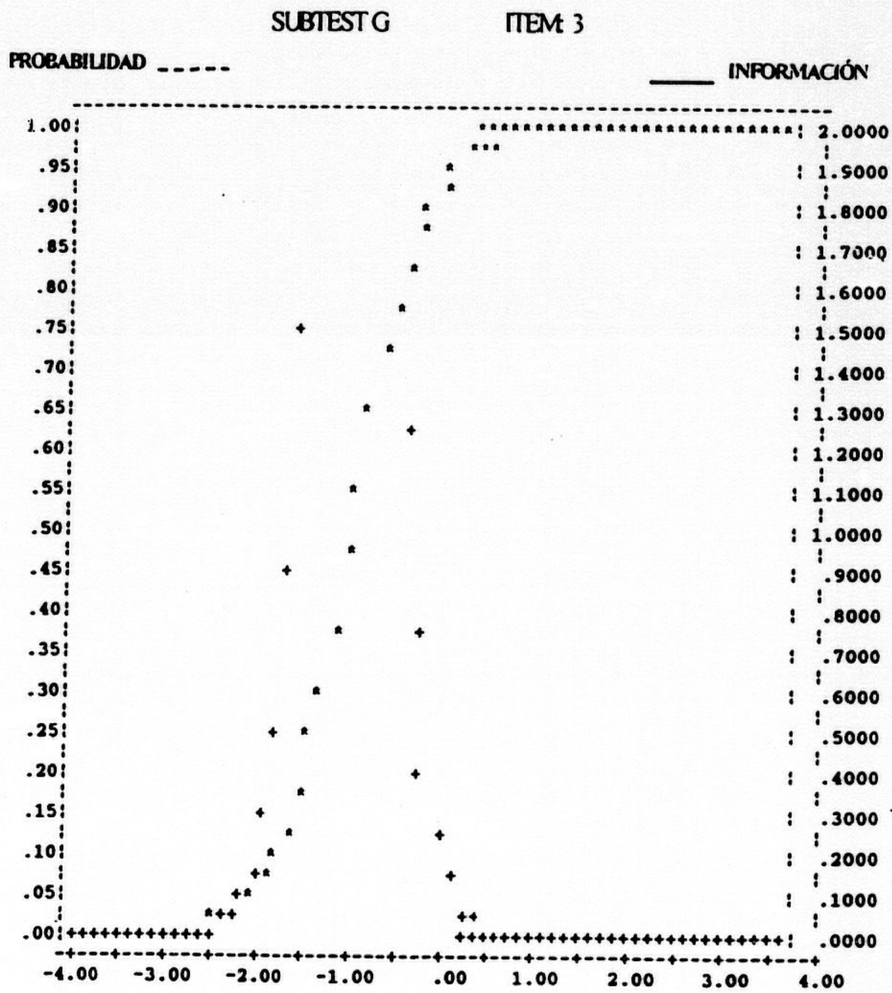


Punto de máxima información y error estándar: 0.5378 (0.0276)

Figura 2.30. Función de información y curva característica del item F10 (Multiplicación)

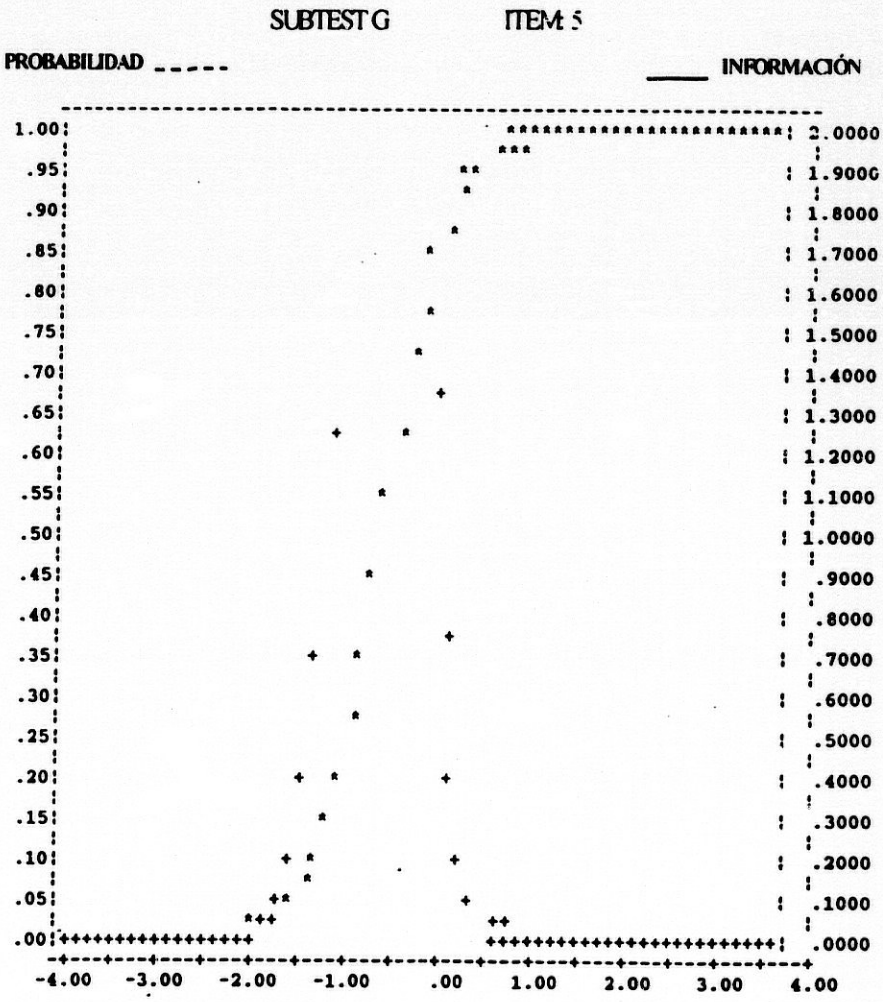
Tabla N° 23 Fiabilidad de los items del subtest F Multiplicación.

Nº de ITEM	*INFORMACIÓN*		*ERROR*	
	Valor de máxima.	*Punto de máxima.*	*Valor*	*Punto*
F-1	2.3152	-1.4732	.1302	.0485
F-2	2.7665	-1.1113	.1490	.0369
F-5	5.5982	-.6550	.4424	.0299
F-6	4.1984	-.3734	.3816	.0241
F-7	1.8898	-.1118	.1835	.0231
F-8	3.9629	.0108	.3866	.0196
F-10	2.0196	.5378	.1607	.0276



Punto de máxima información y error estándar: -0.9590 (0.0247)

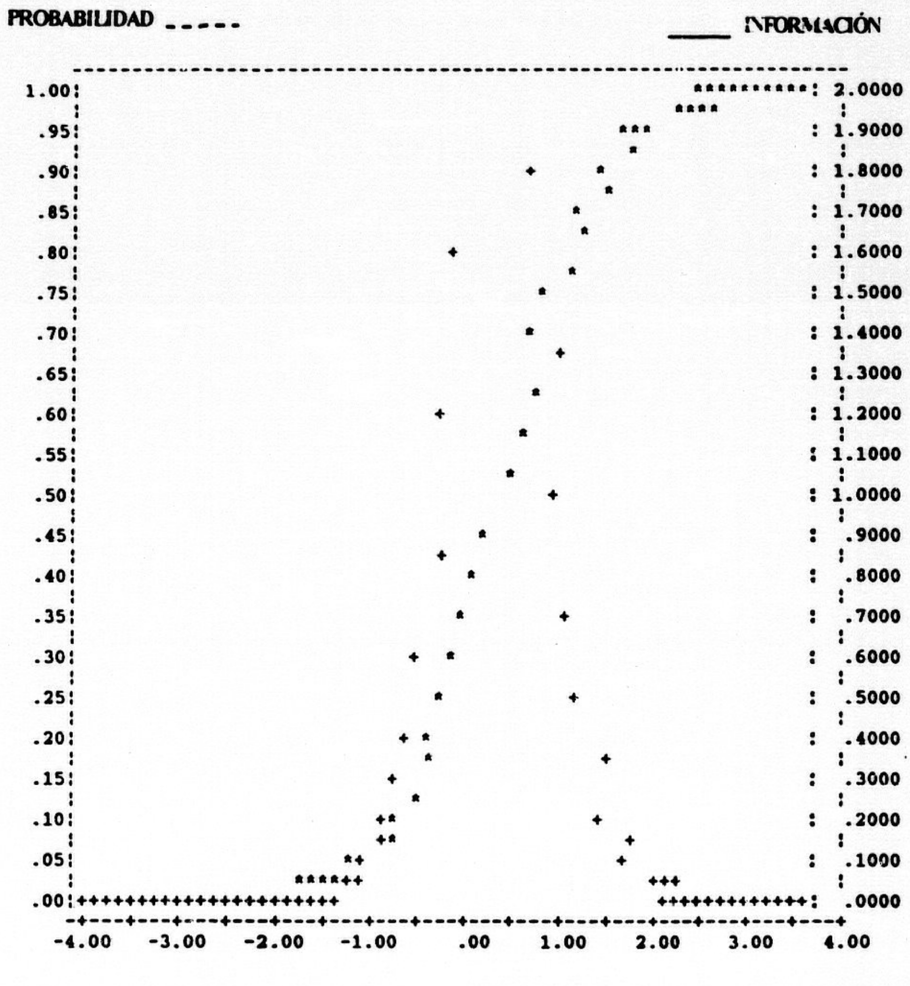
Figura 2.31.Función de información y curva característica del item G3 (División)



Punto de máxima información y error estándar: -0,5543 (0,0259)

Figura 2.32. Función de información y curva característica del item G5 (División)

SUBTEST G ITEM: 7



Punto de máxima información y error estándar: 0.4632 (0.0289)

Figura 2.33. Función de información y curva característica del item G7 (División)

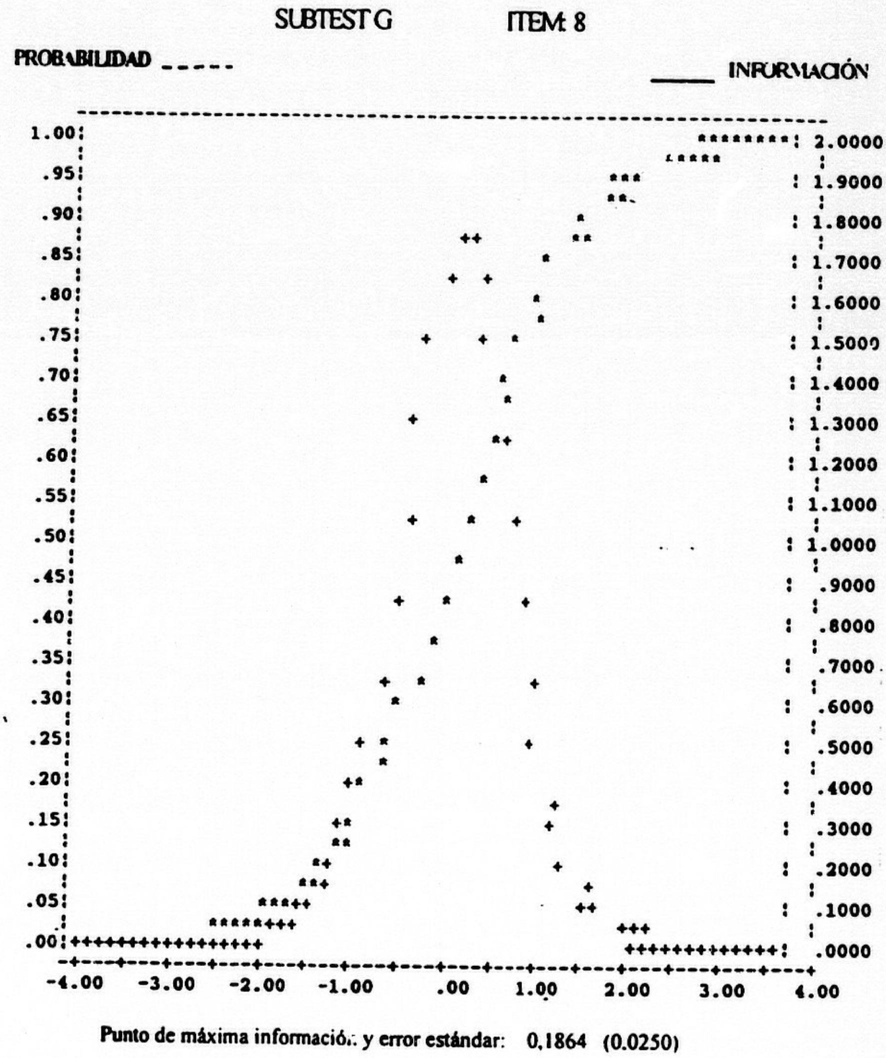
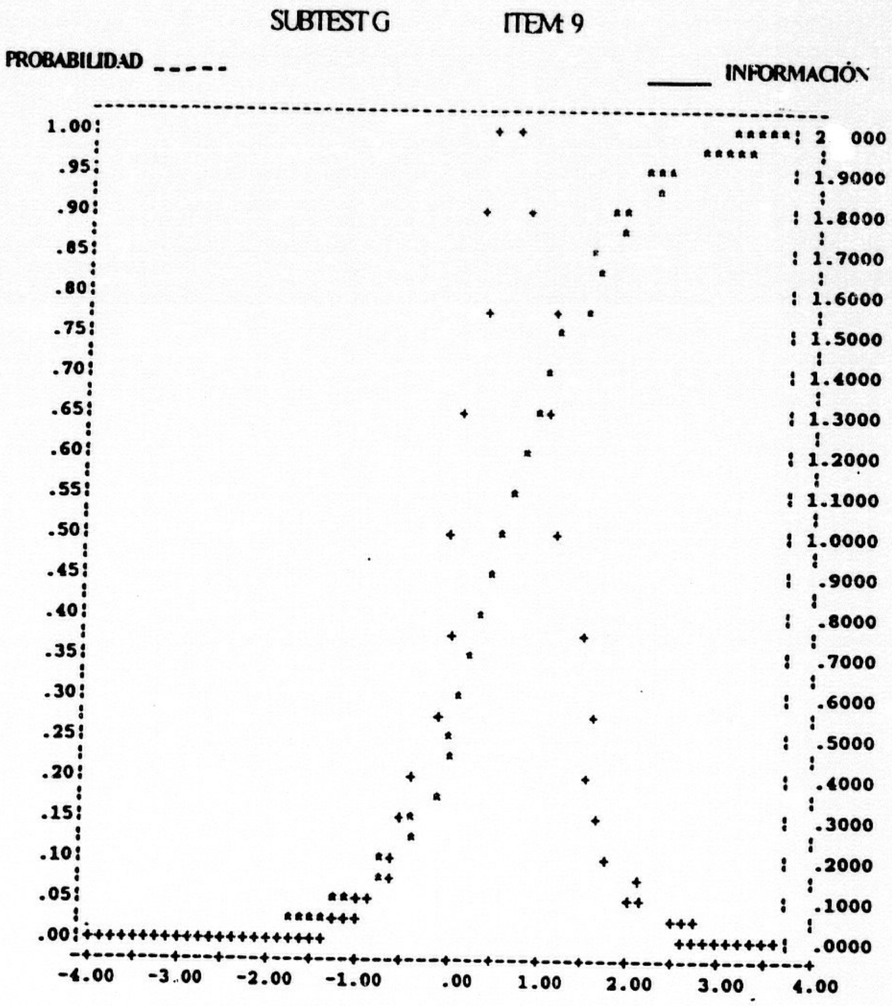


Figura 2.34. Función de información y curva característica del item G8 (División)



Punto de máxima información y error estándar: 0.750[illegible] (0.0377)

Figura 2.35. Función de información y curva característica del item G9 (División)

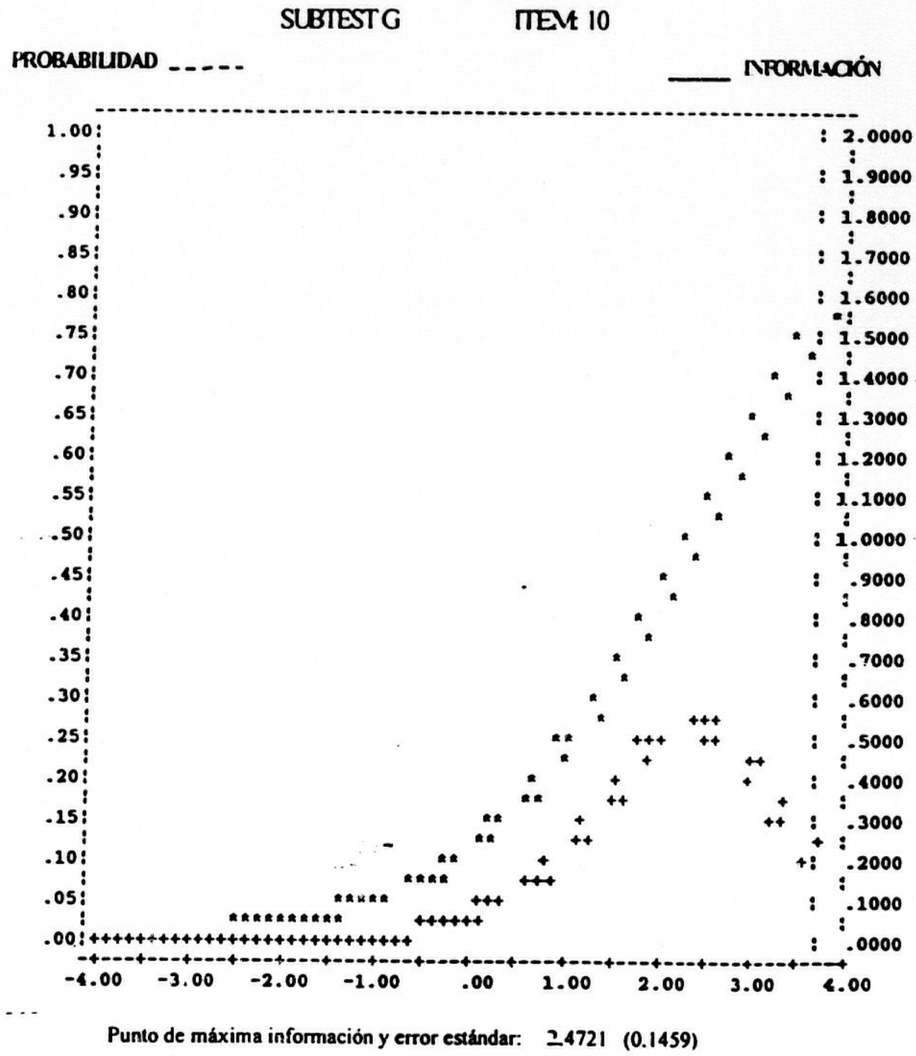
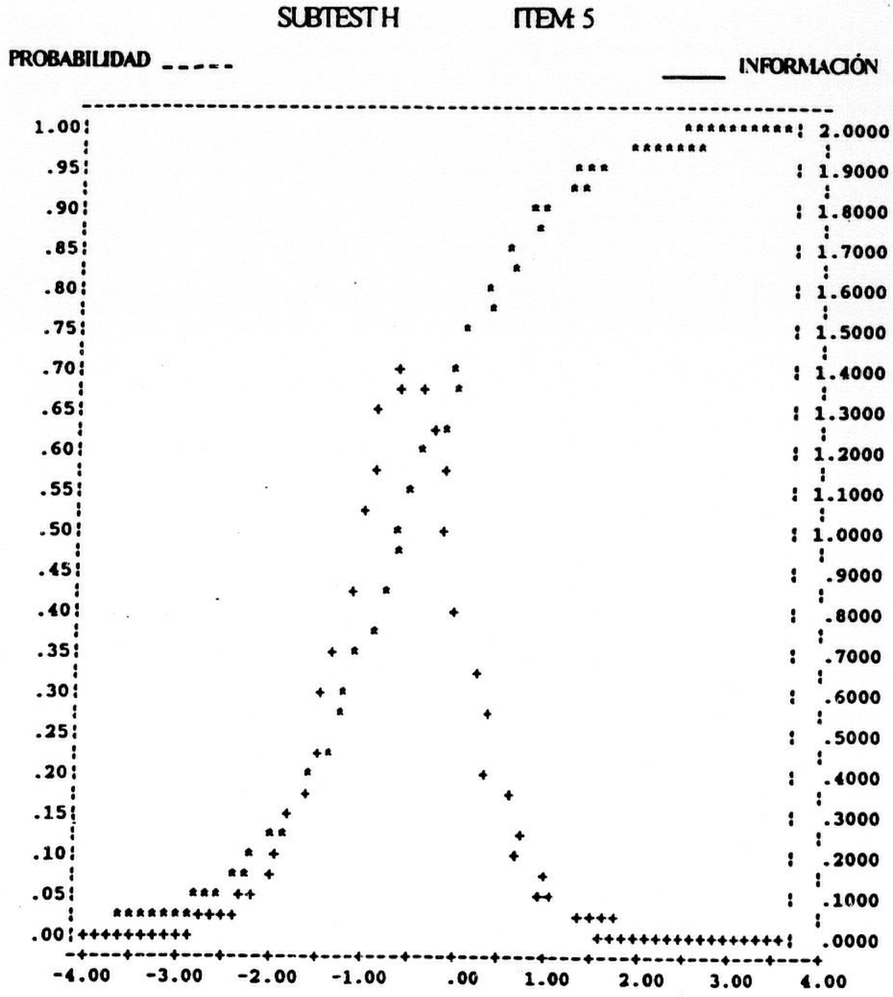


Figura 2.36. Función de información y curva característica del item G10 (División)

Tabla N° 24 Fiabilidad de los items del subtest G División.

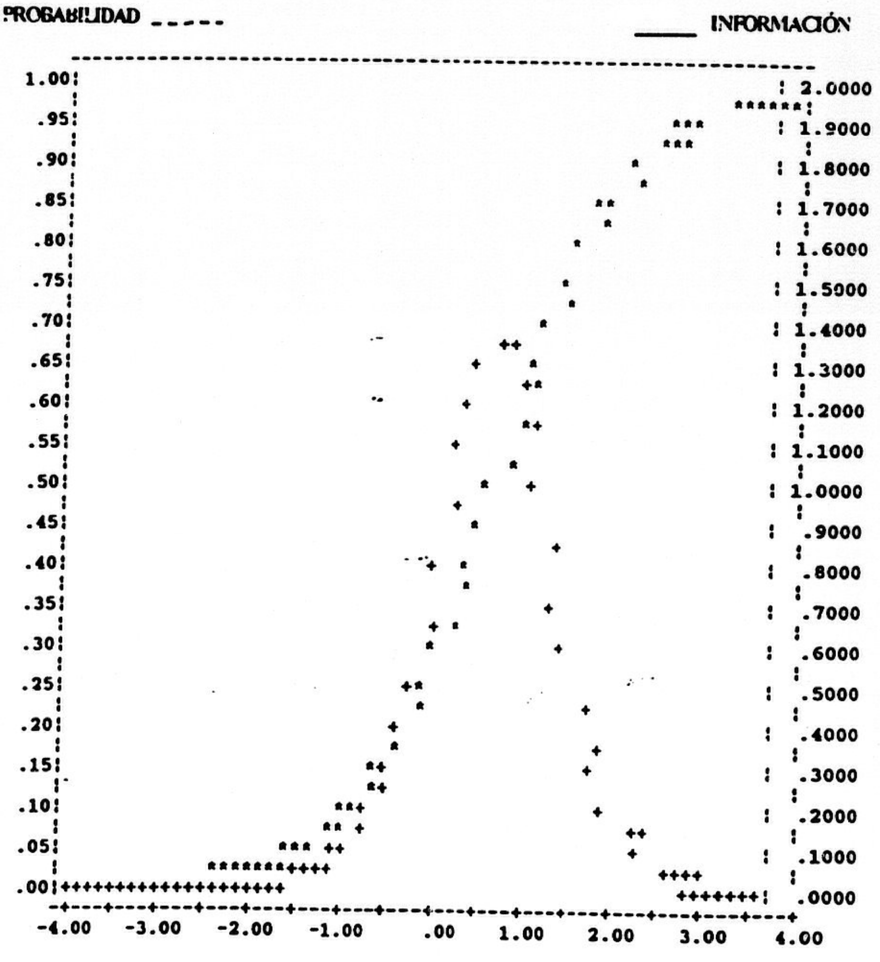
Nª de ITEM	*INFORMACIÓN*		*ERROR*	
	Valor de máxima.	*Punto de máxima.*	*Valor*	*Punto*
G-3	5.5413	-.9590	.2091	.0247
G-5	6.5255	-.5543	.5301	.0259
G-7	2.7544	.4632	.2641	.0289
G-8	1.7506	.1864	.1708	.0250
G-9	2.0528	.7507	.1724	.0377
G-10	.5385	2.4721	.0619	.1459



Punto de máxima información y error estándar: -0.5209 (0.0337)

Figura 2.37. Función de información y curva característica del item H5 (Cálculo mental)

SUBTEST H ITEM 8

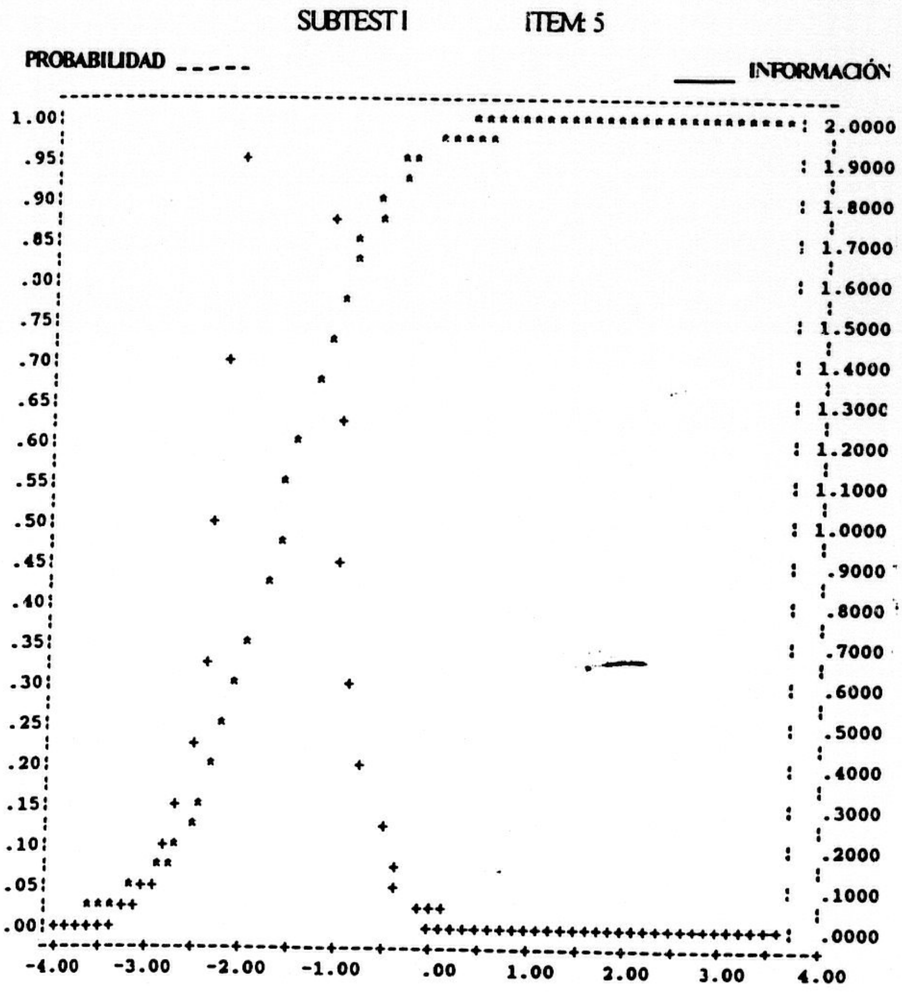


Punto de máxima información y error estándar: 0,7847 (0,0363)

Figura 2.38. Función de información y curva caracteristica del item H8
(Cálculo mental)

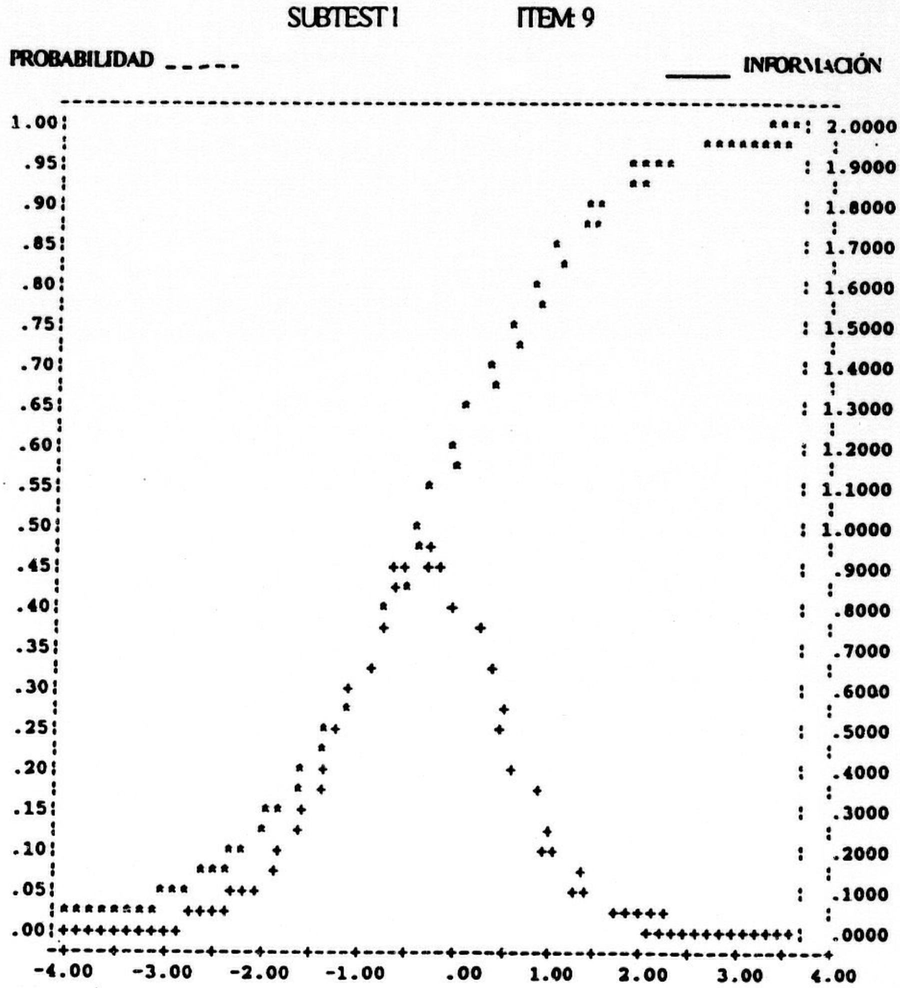
Tabla N° 25 Fiabilidad de los items del subtest H Cálculo mental.

N° de ITEM	***INFORMACIÓN***		***ERROR***	
	Valor de máxima.	***Punto de máxima.***	***Valor***	***Punto***
H-5	1.3923	-.5209	.1213	.0337
H-8	1.5145	-.3412	.1535	.0293



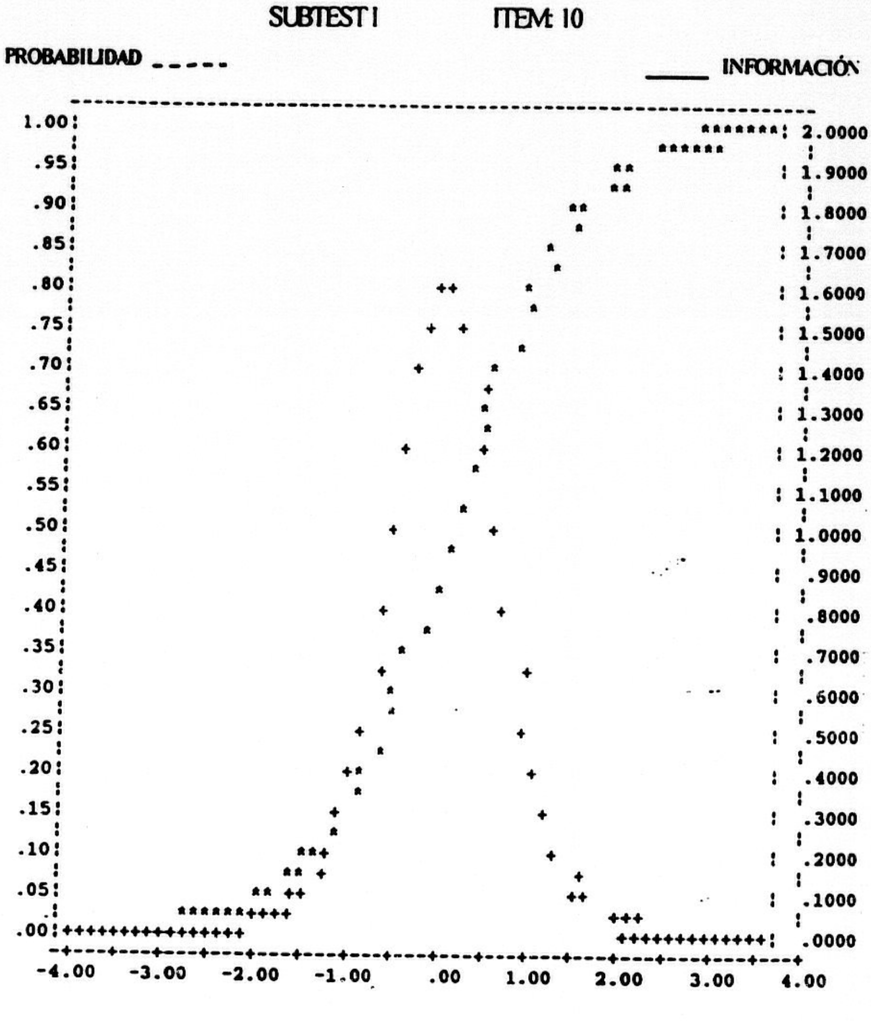
Punto de máxima información y error estándar: -1.5821 (0.045⁻)

Figura 2.39. Función de información y curva característica del item 15 (Razonamiento numérico)



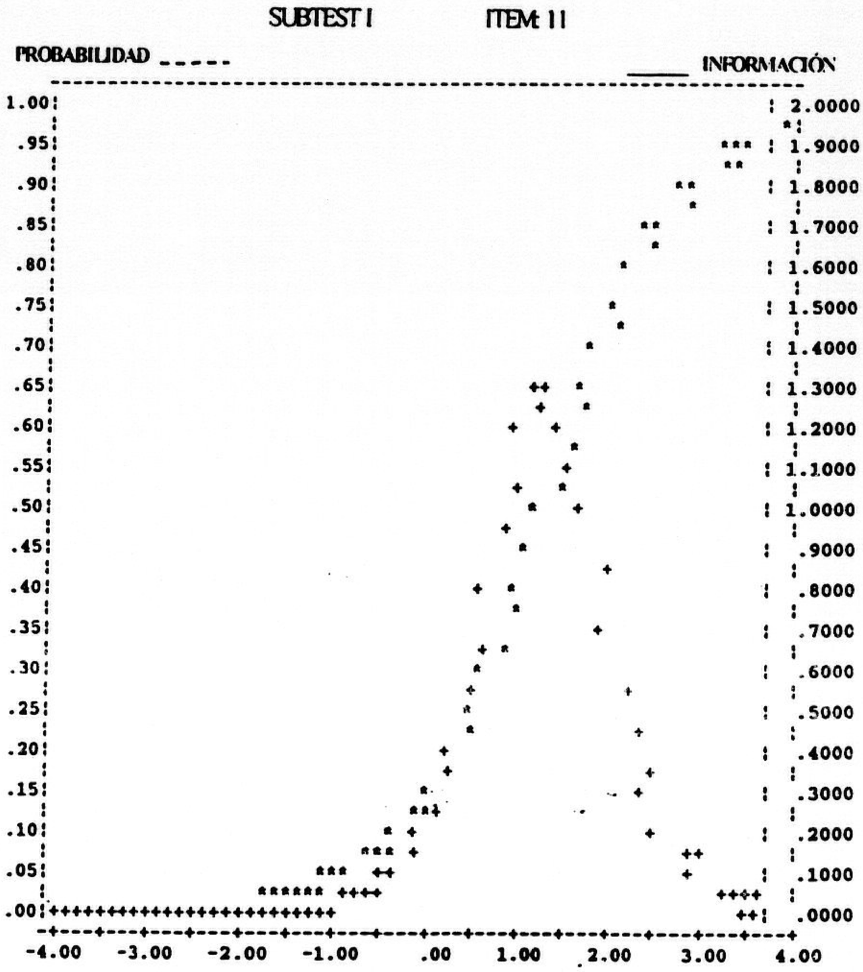
Punto de máxima información y error estándar: -0,264! (0.0304)

Figura 2.40. Función de información y curva característica del item I9
(Razonamiento numérico)



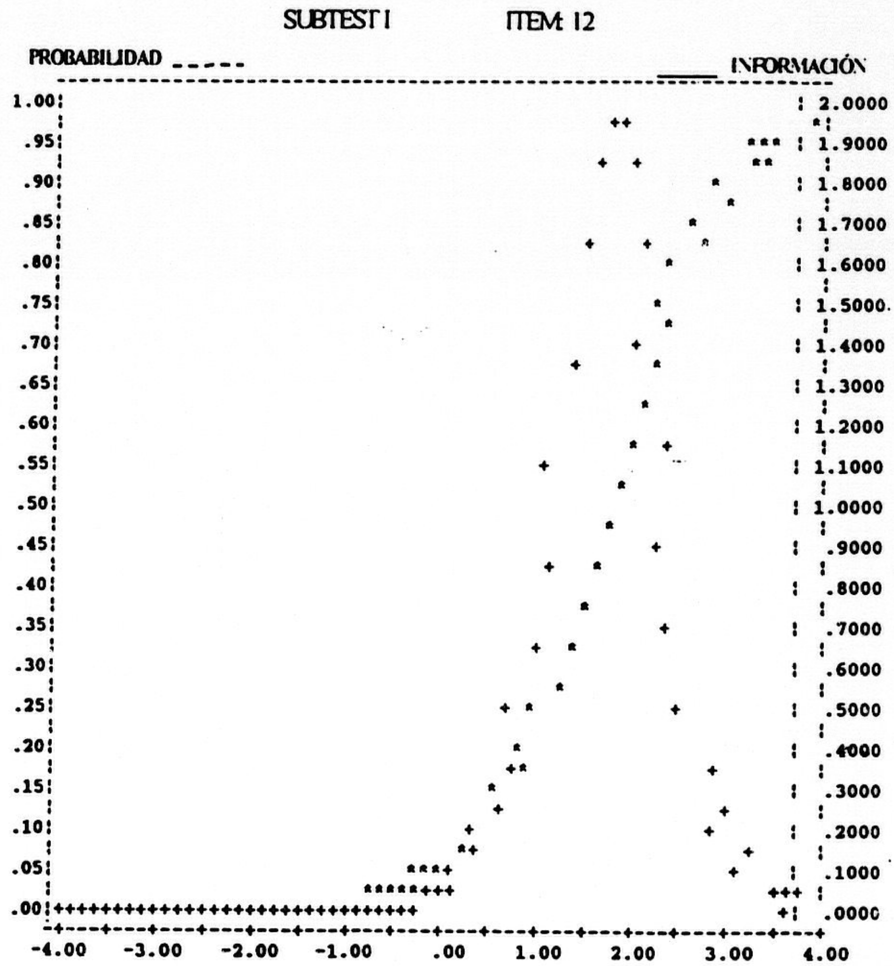
Punto de máxima información y error estándar: 0.1842 (0.0257)

Figura 2.41. Función de información y curva característica del item 110 (Razonamiento numérico)



Punto de máxima información y error estándar: 1.3967 (0.0551)

Figura 2.42. Función de información y curva característica del item I11 (Razonamiento numérico)

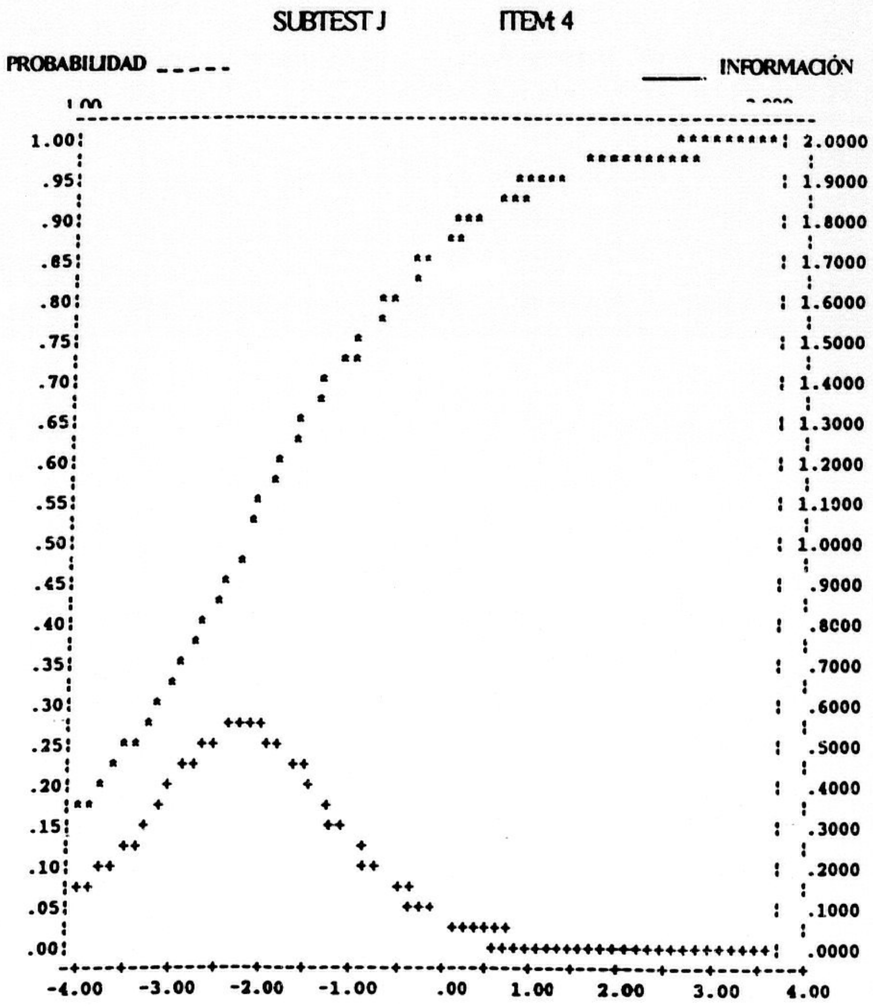


Punto de máxima información y error estándar: 1.8219 (0.0653)

Figura 2.43. Función de información y curva característica del item I12 (Razonamiento numérico)

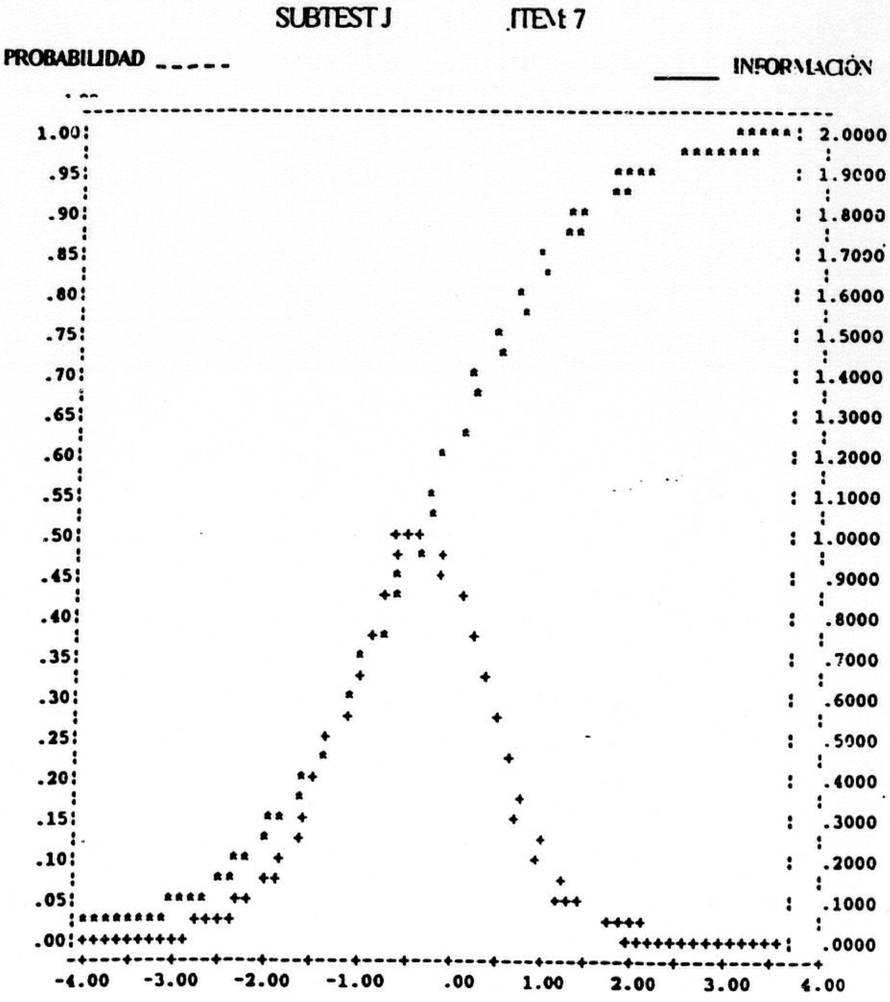
Tabla N° 26 Fiabilidad de los items del subtest I Razonamiento numérico.

N° de ITEM	*INFORMACIÓN*		*ERROR*	
	Valor de máxima.	*Punto de máxima.*	*Valor*	*Punto*
I-5	3.1626	-1.5821	.1583	.0457
I-9	.9352	-.2641	.0928	.0304
I-10	1.5997	.1842	.1616	.0257
I-11	1.2962	1.3967	.0915	.0551
I-12	1.9833	1.8219	.1282	.0653



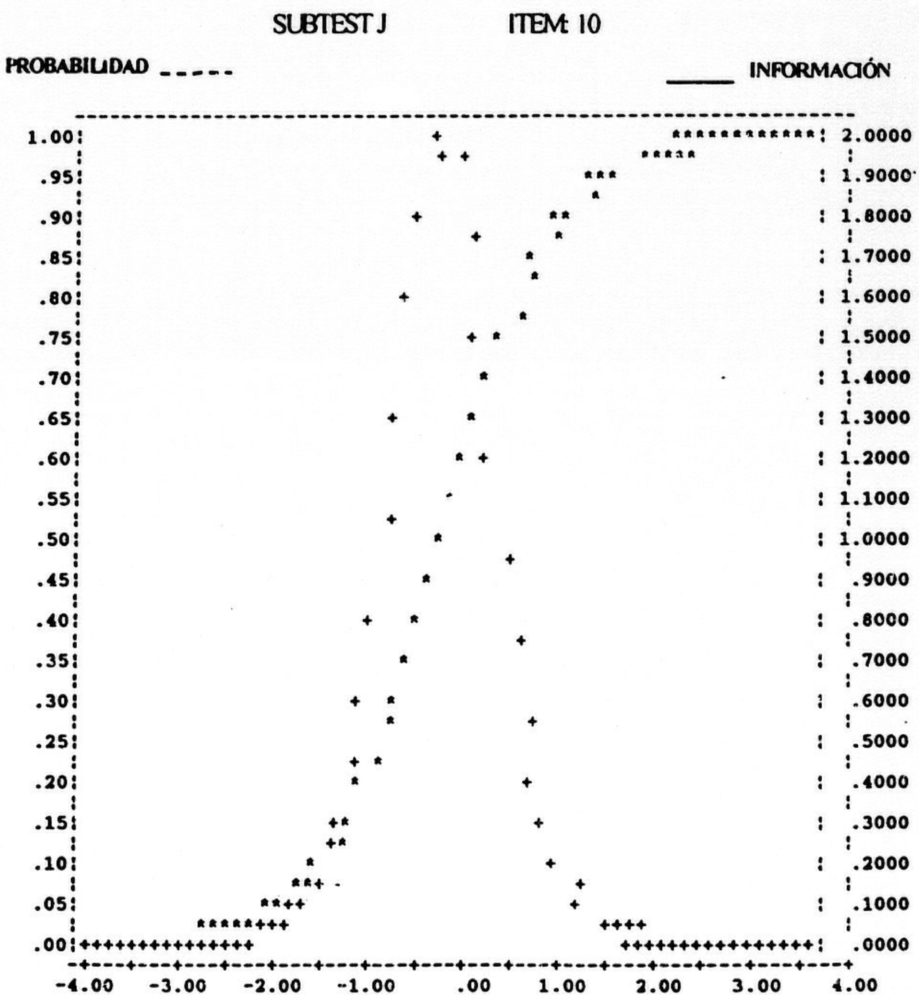
Punto de máxima información y error estándar: -2.1857 (0.1072)

Figura 2.44. Función de información y curva característica del item J4 (Problemas verbales)



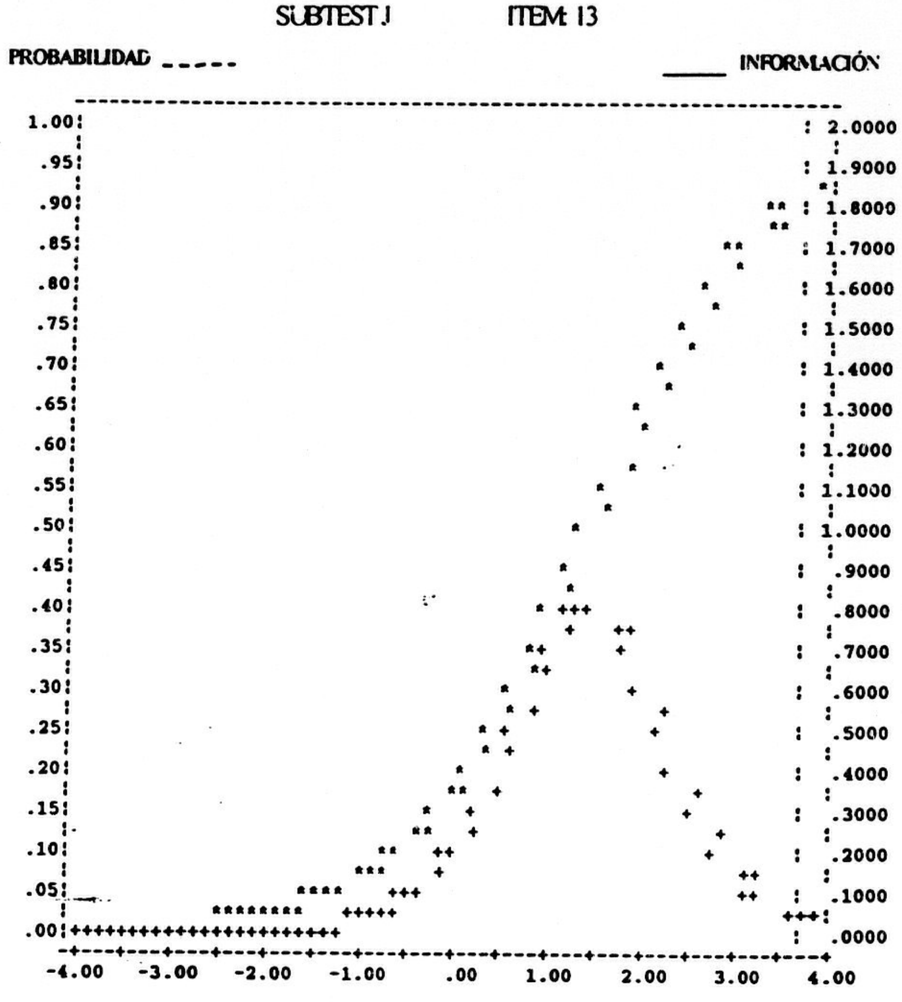
Punto de máxima información y error estándar: -0.3350 (0.0299)

Figura 2.45. Función de información y curva característica del item J7 (Problemas verbales)



Punto de máxima información y error estándar: -0.1439 (0.0236)

Figura 2.46. Función de información y curva característica del item J10 (Problemas verbales)

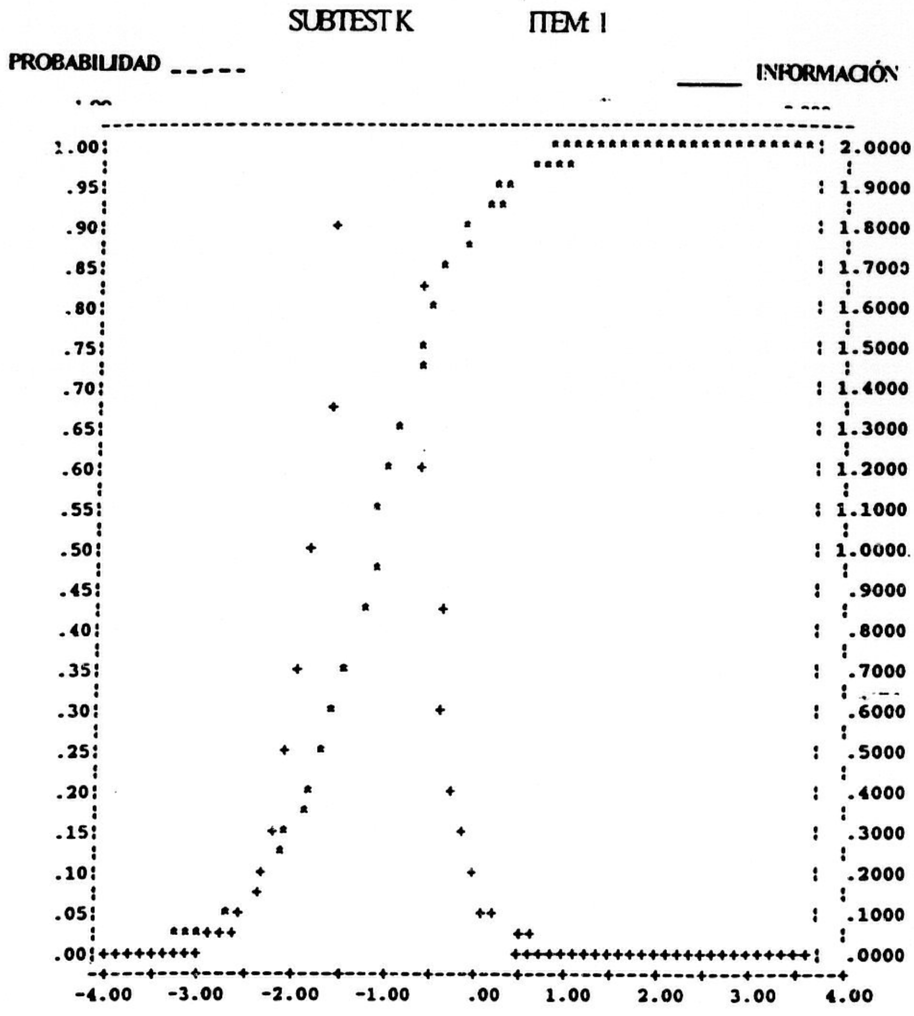


Punto de máxima información y error estándar: 1.5449 (0.0657)

Figura 2.47. Función de información y curva característica del item J13 (Problemas verbales)

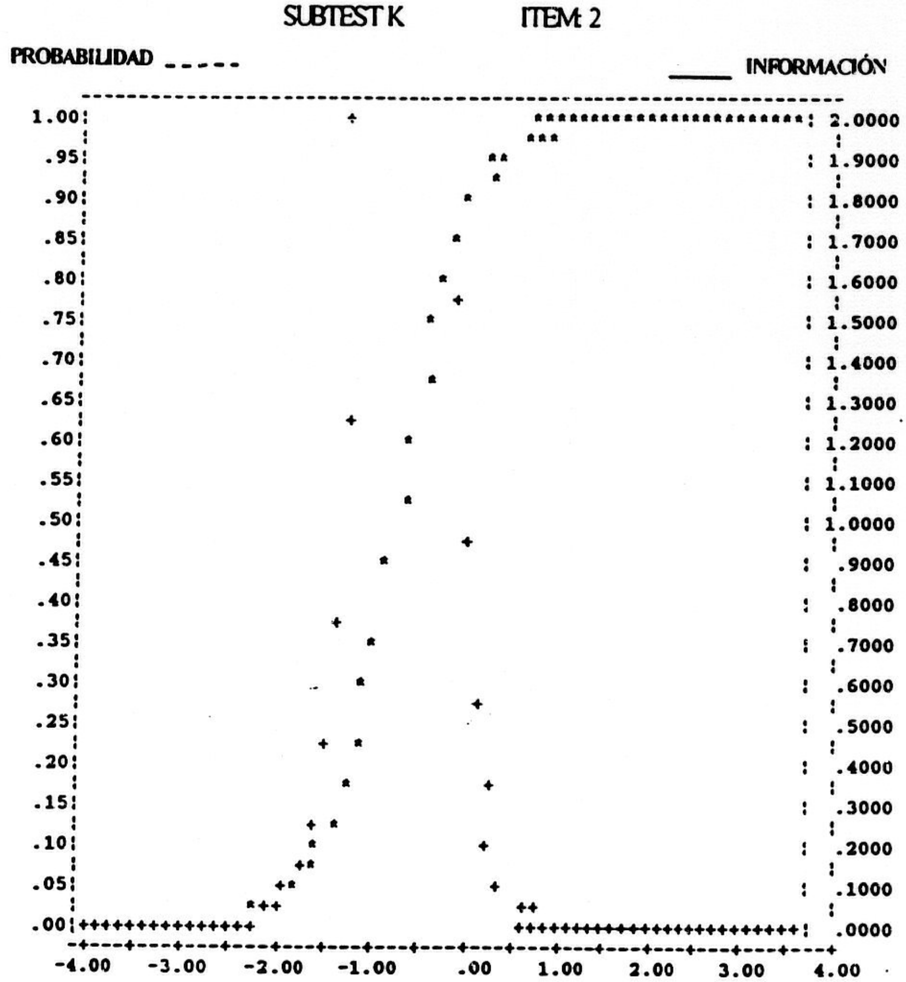
Tabla N° 27 Fiabilidad de los items del subtest J Problemas verbales.

Nª de ITEM	*INFORMACIÓN*		*ERROR*	
	Valor de máxima.	*Punto de máxima.*	*Valor*	*Punto*
J-4	.5460	-2.1857	0509	.1072
J-7	1.0164	-.3320	.0886	.0299
J-10	2.0186	-.1439	.2076	.0236
J-13	.7937	1.5449	.0610	.0657



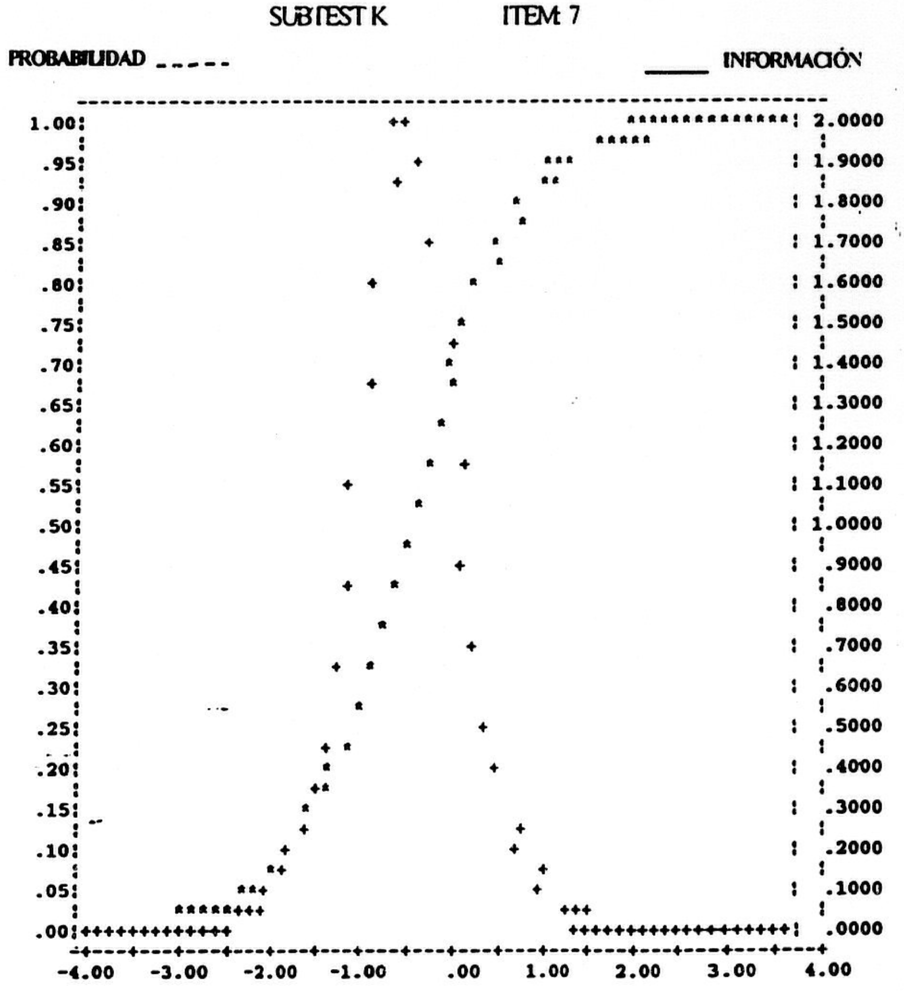
Punto de máxima información y error estándar: -1,0853 (0,0302)

Figura 2.48. Función de información y curva característica del item K1 (Elementos ausentes)



Punto de máxima información y error estándar: -0,6604 (0.0275)

Figura 2.49. Función de información y curva característica del item K2 (Elementos ausentes)



Punto de máxima información y error estándar: -0.4189 (0,0294)

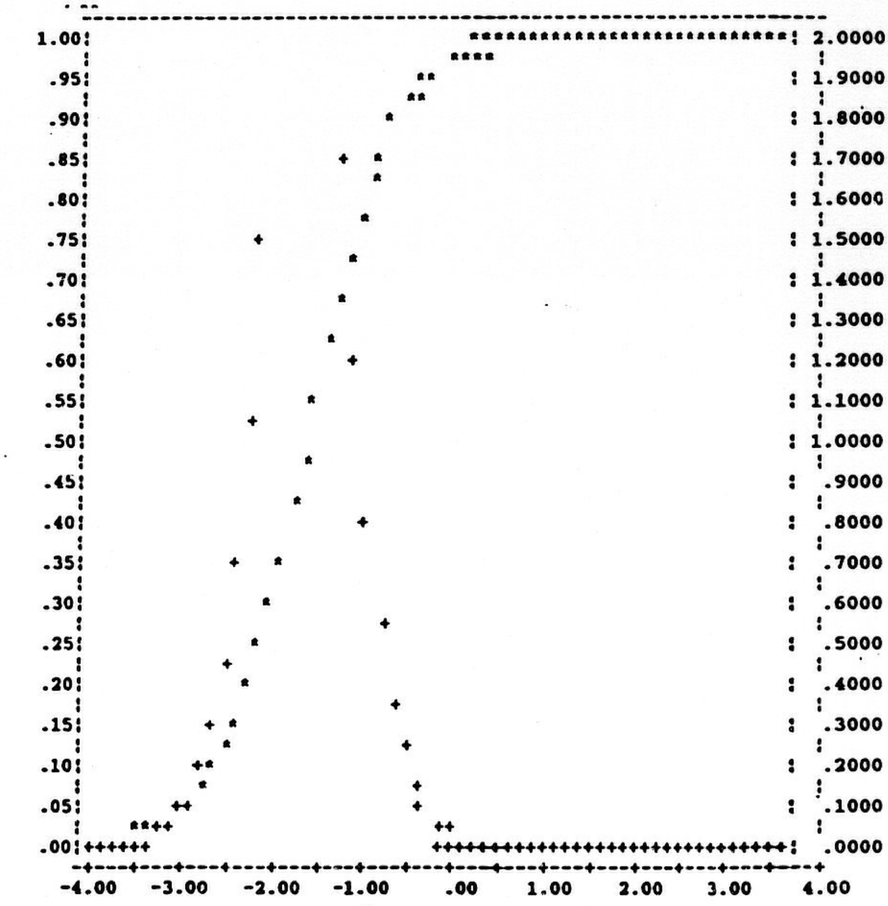
Figura 2.50. Función de información y curva característica del ítem K7 (Elementos ausentes)

Tabla N° 28 Fiabilidad de los items del subtest K Elementos ausentes.

Nª de ITEM	*INFORMACIÓN*		*ERROR*	
	Valor de máxima.	*Punto de máxima.*	*Valor*	*Punto*
K-1	2.8477	-1.0853	.1259	.0302
K-2	5.0695	-.6604	.3757	.0275
K-7	2.0085	-.4189	.2121	.0294

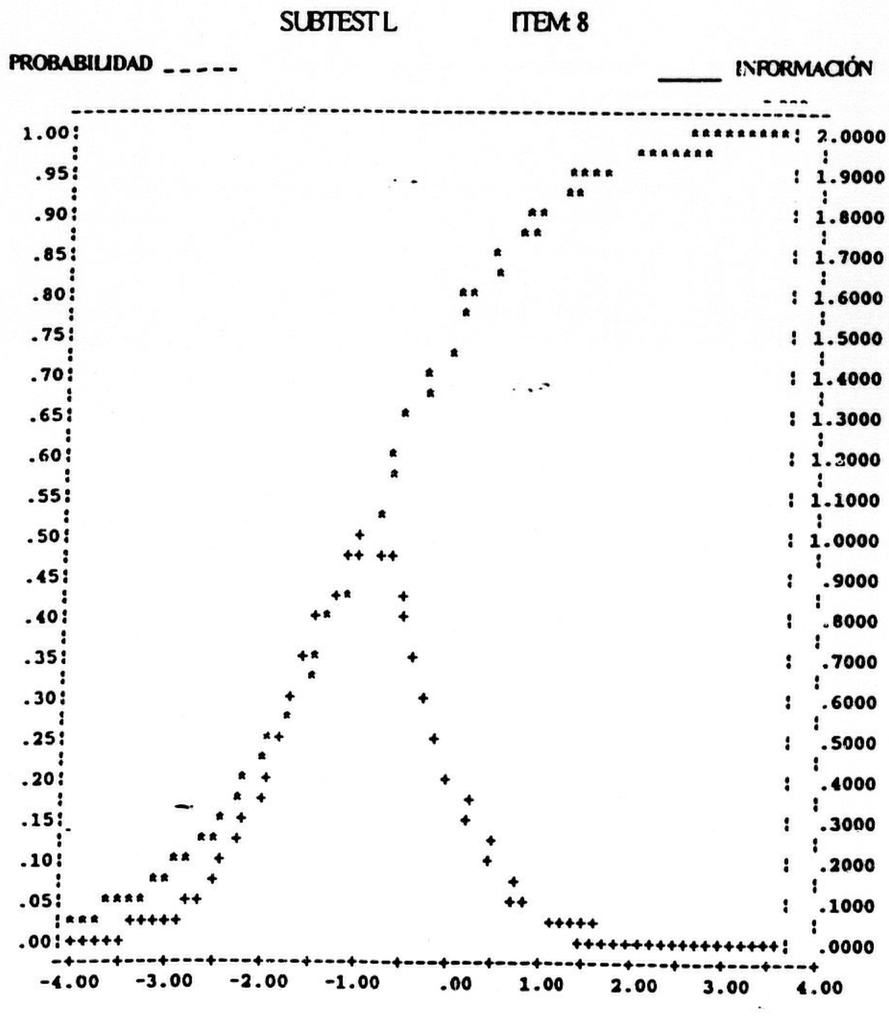
SUBTEST L ITEM 4

PROBABILIDAD ----- ____ INFORMACIÓN



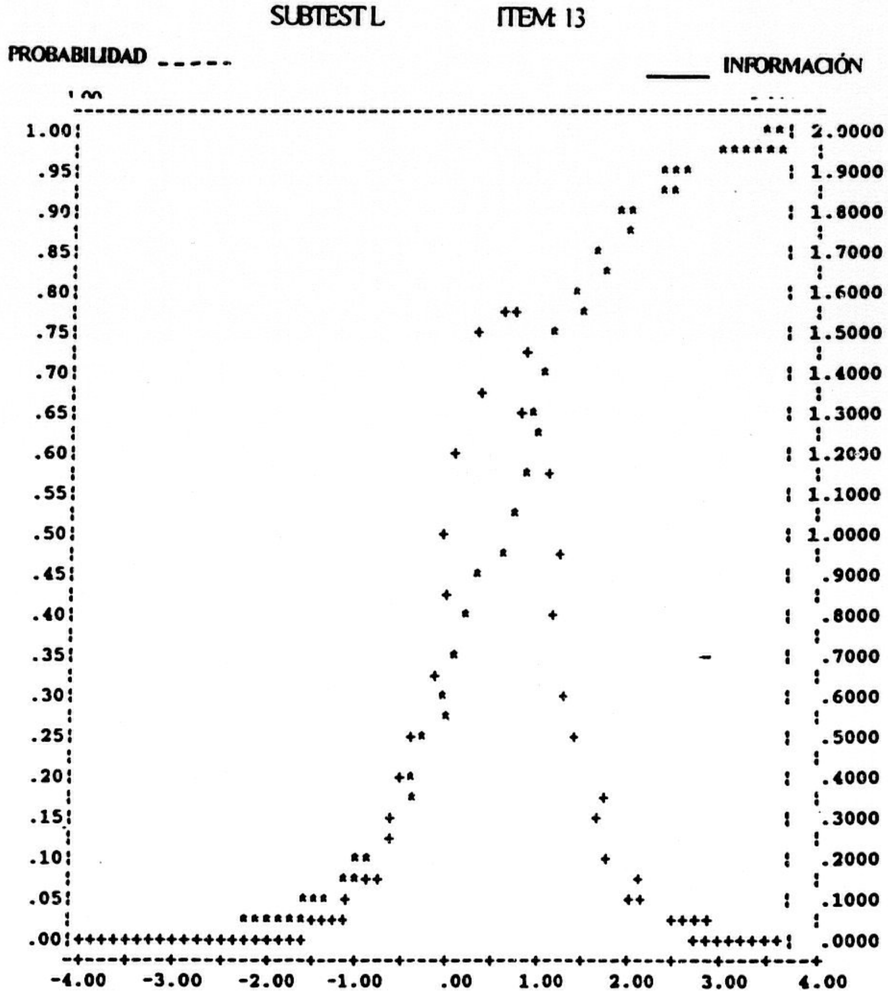
Punto de máxima información y error estándar: -1,5997 (0,0445)

Figura 2.51. Función de información y curva característica del item L4 (Dinero)



Punto de máxima información y error estándar: -0,8778 (0,0427)

Figura 2.52. Función de información y curva característica del item L8 (Dinero)

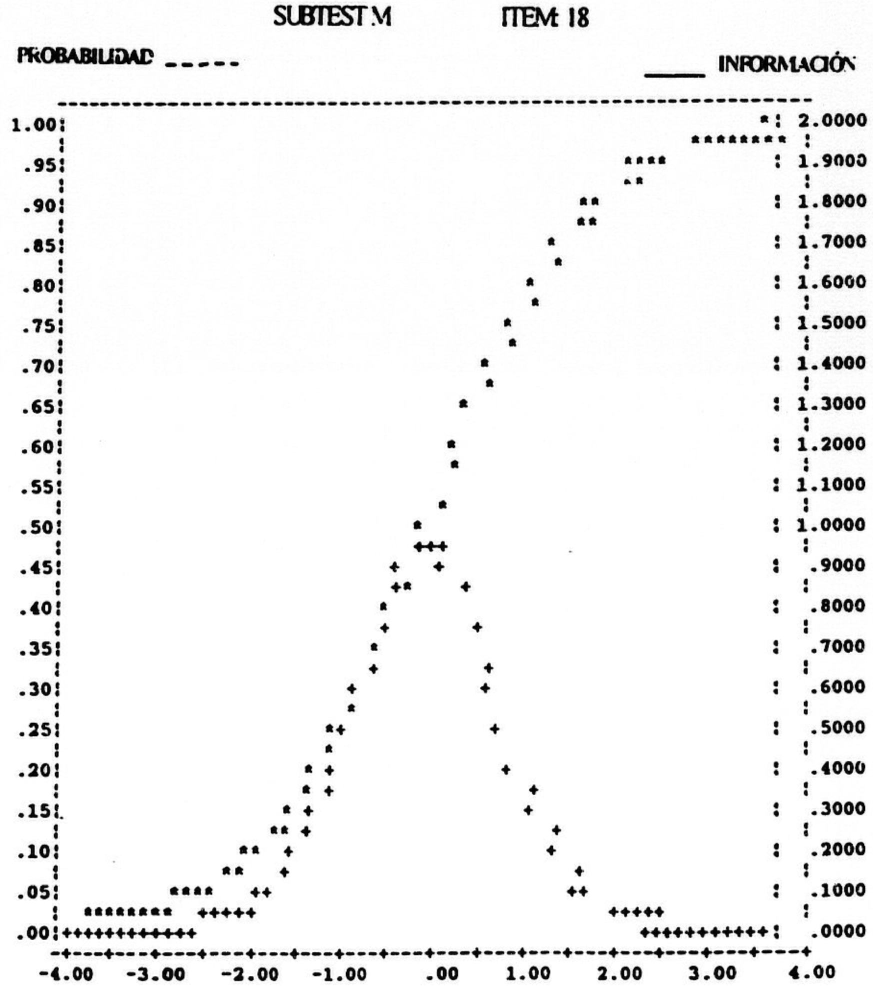


Punto de máxima información y error estándar: 0.6677 (0.0321)

Figura 2.53. Función de información y curva característica del item L13 (Dinero)

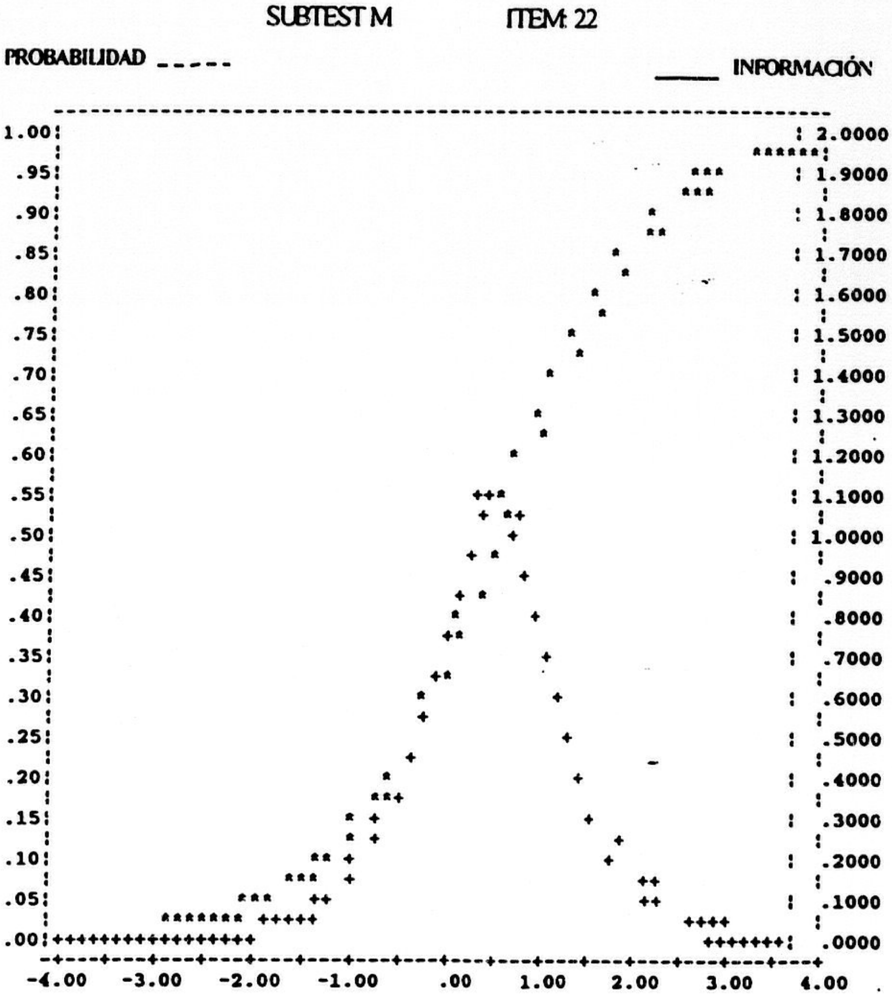
Tabla N° 29 Fiabilidad de los items del subtest L Dinero.

N° de ITEM	*INFORMACIÓN*		*ERROR*	
	Valor de máxima.	*Punto de máxima.*	*Valor*	*Punto*
L-4	3.3709	-1.5997	.1617	.0445
L-8	.9845	-.8778	.0755	.0427
L-13	1.5553	.6677	.1135	.0321



Punto de máxima información y error estándar: -0,0049 (0,0277)

Figura 2.54. Función de información y curva característica del item M18 (Medida)

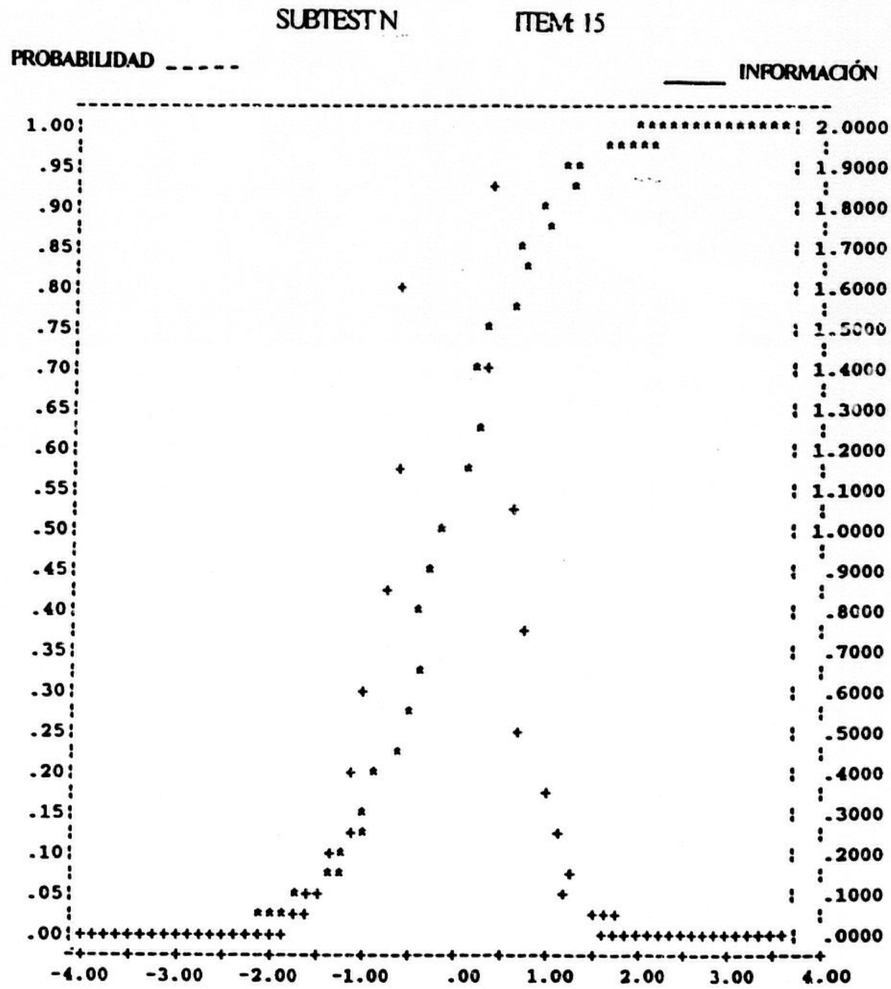


Punto de máxima información y error estándar: 0.5837 (0.0310)

Figura 2.55. Función de información y curva característica del item M22 (Medida)

Tabla N° 30 Fiabilidad de los items del subtest M Medida.

N° de ITEM	*INFORMACIÓN*		*ERROR*	
	Valor de máxima.	*Punto de máxima.*	*Valor*	*Punto*
M-18	.9543	-.0049	.0771	.0277
M-22	1.0860	.5837	.0766	.0310



Punto de máxima información y error estándar: -0.0234 (0.0207)

Figura 2.56. Función de información y curva característica del item N15 (Tiempo)

Tabla N° 31 Fiabilidad de los items del subtest N Tiempo.

Nª de ITEM	*INFORMACIÓN*		*ERROR*	
	Valor de máxima.	*Punto de máxima.*	*Valor*	*Punto*
N-15	.4083	.2881	.0426	.0379

La tabla 32 muestra la fiabilidad de cada uno de los subtests obtenida a través del cálculo del coeficiente Alfa. Como puede observarse todos los coeficientes son altos. El mas alto es el correspondiente al subtest M-Medida y el mas bajo corresponde al subtest B-Fracciones.

Tabla N° 32 Coeficiente Alfa obtenido en cada uno de los Subtest.

Subtest	*Coeficiente Alfa*
A-Numeración	.84
B-Fracciones	.80
C-Geometría y Símbolos	.86
D-Adición	.84
E-Sustracción	.84
F-Multiplicación	.90
G-División	.87
H-Cálculo mental	.81
I-Razonamiento numérico	.83
J-Problemas de palabra	.82
K-Elementos ausentes	.91
L-Dinero	.85
M-Medida	.92
N-Tiempo	.91

PARTE III: RESULTADOS.

Capitulo III: Resultados sobre la validez.

Capitulo III: RESULTADOS SOBRE LA VALIDEZ.

1. RESULTADOS SOBRE LA VALIDEZ EMPÍRICA.

En la matriz de correlaciones de la Tabla 35 encontramos los siguientes resultados por áreas y por subtests:

En el área de **Contenidos** se observa una alta correlación entre el subtest 1, Numeración y el subtest 3 Geometría y Símbolos (r = 0.80). La correlación entre el subtests 2, Fracciones y el 1 Numeración es de 0.51. La correlación entre el subtest 2, Fracciones y el subtest 3 Geometría y Símbolos es más baja que la anterior (r = 0.48).

En el área de **Operaciones** encontramos los resultados siguientes:

El subtest 4, Adición, muestra una correlación alta con todos los subtests incluidos en el área de Operaciones, especialmente con el subtest 5, Sustracción (r = 0.80) y con el subtest 6 Multiplicación (r = 0.81).

La correlación más baja se da en el subtest 9 Razonamiento numérico (r = 0.69), seguido por el subtest 8, Cálculo mental (r = 0.70).

La correlación entre el subtest 5, Sustracción y el 6, Multiplicación es alta (r= 0.81); le siguen el subtest 7, División (r = 0.78) y el subtest 8, Cálculo mental (r = 0.73). La correlación más baja es la que le relaciona con el subtest 9, Razonamiento numérico (r = 0.69).

El subtest 6, Multiplicación presenta su correlación más alta con el subtest 7, División (r = 0.74), seguida por el subtest 8, Cálculo mental (r=0.74). La puntuación más baja corresponde al subtest 9 Razonamiento numérico (r = 0.69).

El Subtest 7, División muestra una correlación de 0,72 con el subtest dedicado al Cálculo Mental

En el área de **Aplicaciones** el subtest 10, Problemas verbales presenta correlaciones altas con el resto de los subtests que componen el área. La mayor correlación se da con el subtest 13 Medida, seguido del subtest 12 Dinero.

Capitulo III: RESULTADOS SOBRE LA VALIDEZ.

1. RESULTADOS SOBRE LA VALIDEZ EMPÍRICA.

En la matriz de correlaciones de la Tabla 35 encontramos los siguientes resultados por áreas y por subtests:

En el área de **Contenidos** se observa una alta correlación entre el subtest 1, Numeración y el subtest 3 Geometría y Símbolos (r = 0.80). La correlación entre el subtests 2, Fracciones y el 1 Numeración es de 0.51. La correlación entre el subtest 2, Fracciones y el subtest 3 Geometría y Símbolos es más baja que la anterior (r = 0.48).

En el área de **Operaciones** encontramos los resultados siguientes:

El subtest 4, Adición, muestra una correlación alta con todos los subtests incluidos en el área de Operaciones, especialmente con el subtest 5, Sustracción (r = 0.80) y con el subtest 6 Multiplicación (r = 0.81).

La correlación más baja se da en el subtest 9 Razonamiento numérico (r = 0.69), seguido por el subtest 8, Cálculo mental (r = 0.70).

La correlación entre el subtest 5, Sustracción y el 6, Multiplicación es alta (r= 0.81); le siguen el subtest 7, División (r = 0.78) y el subtest 8, Cálculo mental (r = 0.73). La correlación más baja es la que le relaciona con el subtest 9, Razonamiento numérico (r = 0.69).

El subtest 6, Multiplicación presenta su correlación más alta con el subtest 7, División (r = 0.74), seguida por el subtest 8, Cálculo mental (r=0.74). La puntuación más baja corresponde al subtest 9 Razonamiento numérico (r = 0.69).

El Subtest 7, División muestra una correlación de 0,72 con el subtest dedicado al Cálculo Mental

En el área de **Aplicaciones** el subtest 10, Problemas verbales presenta correlaciones altas con el resto de los subtests que componen el área. La mayor correlación se da con el subtest 13 Medida, seguido del subtest 12 Dinero.

El Subtest 11, Elementos ausentes, ofrece correlaciones más altas con los subtests de su área que con los restantes subtests de la misma. Igual ocurre en el subtest 12, Dinero y en el 13 Medida. Estos resultados apoyan el agrupamiento en una sola área de los subtests que componen el área de Aplicaciones.

Por último queda por comentar que las correlaciones entre la puntuación total en el test y cada uno de los subtests son altas. Oscilan entre (r = 0.80) del subtest 9 Razonamiento numérico y (r= 0.93) del subtest 13, Medida. La única excepción a estas altas correlaciones es la del subtest 2, Fracciones (r = 0,55). A continuación veremos los resultados por áreas.

La correlación entre la puntuación total y las puntuaciones obtenidas en los subtest que componen el área de contenidos son altas excepto para el subtest fracciones. Así, la correlación con el subtest 1- Numeración es r = 0.89; y con el subtest 3- Geometría y Símbolos (r = 0.91); y sin embargo la correlación con el subtest 2- Fracciones es bastante baja (r = 0.55).

En el subtest del área de Operaciones, las correlaciones son también altas: como puede observarse en la matriz, la correlación entre la puntuación total y el subtest 4 Adiciones (r =0.85); con el subtest 5 Sustracción (r = 0.86); con el subtest 6- Multiplicación (r = 0.89); con el subtest 7- División (r = 0.87); con el subtest 8- Cálculo mental (r = 0.85) y con el subtest 9 - Razonamiento Numérico (r = 0.80).

En el área de Aplicaciones, las correlaciones entre la puntuación total obtenida en el test y las puntuaciones parciales de los subtests son aun mayores que en Operaciones. La matriz muestra que entre el subtest 10-Problemas verbales y la puntuación total la r = 0.87; la correlación de la puntuación total con el subtest 11- Elementos ausentes es de r = 0.87; con el subtest 12-Dinero (r= 0.89); con el subtest 13- Medida (r = 0.93) y con el subtest 14- Tiempo (r = 0.92).

Todas las correlaciones son significativas a un nivel de confianza de .05

TABLA 35. Matriz de correlaciones entre subtests.

	Test1	Test2	Test3	Test4	Test5	Test6	Test7	Test8	Test9	Test10	Test11	Test12	Test13	Test14	TOTAL
TEST1	1.0000														
TEST2	0.5156	1.0000													
TEST3	0.8075	0.4878	1.0000												
TEST4	0.7364	0.4036	0.8164	1.0000											
TEST5	0.7560	0.3844	0.7867	0.8094	1.0000										
TEST6	0.7734	0.4170	0.8653	0.8142	0.8110	1.0000									
TEST7	0.7629	0.4573	0.7779	0.7590	0.7853	0.8452	1.0000								
TEST8	0.7726	0.4503	0.7563	0.7090	0.7342	0.7469	0.7286	1.0000							
TEST9	0.7073	0.4331	0.7480	0.6962	0.6758	0.6913	0.6598	0.7019	1.0000						
TEST10	0.7812	0.5259	0.7475	0.7135	0.7155	0.7066	0.7235	0.7670	0.7182	1.0000					
TEST11	0.7804	0.4632	0.7860	0.7191	0.7465	0.8017	0.7835	0.7303	0.6815	[illegible]	1.0000				
TEST12	0.8086	0.5365	0.7828	0.7320	0.7383	0.7763	0.7589	0.7454	0.6885	[illegible]	[illegible]	1.0000			
TEST13	0.8210	0.5532	0.8161	0.7494	0.7589	0.7857	0.7950	0.8011	0.7237	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1.0000		
TEST14	0.8162	0.4820	0.8498	0.7657	0.7560	0.8270	0.7892	0.7669	0.7035	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1.0000	
TOTAL	0.8956	0.5595	0.9119	0.8585	0.8610	0.8964	0.8781	0.8586	0.8015	0.8715	0.8798	0.8987	0.9315	0.9217	1.0000

Área Contenidos; Área de Operaciones; Área de Aplicaciones

La tabla 36 nos muestra la correlación entre la puntuación total obtenida en el test KeyMath con la nota obtenida en matemáticas al terminar el mismo curso académico en el que se aplicó la prueba, fué de 0.26.

La correlación encontrada entre la puntuación total obtenida en el test y la nota de matemáticas al terminar el ciclo inicial fué algo menor que la anterior, 0.24.

La correlación entre las puntuaciones totales obtenidas en el test y la nota en matemáticas al terminar el ciclo medio (5° de E.G.B.), es de 0.34. Resulta superior a las dos correlaciones anteriores.

Las notas de matemáticas que los alumnos obtuvieron al terminar 6° curso de E.G.B.

correlacionaron también con la puntuación total obtenida en el test (r = 0.27).
Todas las correlaciones son significativas a un nivel de confianza de .05

TABLA 36. Correlación entre las puntuaciones totales obtenidas en el KeyMath y las notas de matemáticas de los alumnos en diferentes cursos.

NOTAS DEL PROFESOR	CORRELACIÓN CON PUNTUACIÓN KMDAT
Mismo curso de aplicación	0.26
2° Curso	0.24
5° Curso	0.34
6° Curso	0.27

Sin embargo, en la Tabla 37 se observan correlaciones bastante más altas entre las notas dadas por los profesores de matemáticas en los diferentes cursos. Las notas obtenidas en matemáticas en el mismo curso académico en el que se aplicó la prueba, y las calificaciones obtenidas al término del ciclo inicial, del ciclo medio y de sexto curso varian entre r = 8.53 para 6° curso, el ciclo inicial y r = 0.74 para 6° curso y el ciclo medio.

Estas correlaciones muestran una ligera superioridad de las correlaciones entre las notas obtenidas al terminar el ciclo medio y las notas obtenidas en sexto curso (r = 0.74), sobre las correlaciones existentes entre las notas del ciclo medio y las de ciclo inicial (r = 0.72).

Todas las correlaciones son significativas a un nivel de confianza de .05

TABLA 37. Matriz de Correlaciones entre ciclos.

	MATEMAT	**Ciclo I**	**Ciclo M**	**Curso 6°**
MATEMAT	1.000			
CICLO I.	0.660	1.000		
CICLO M.	0.720	0.620	1.000	
CURSO 6°	0.740	0.530	0.740	1.000

3.2. RESULTADOS SOBRE LA VALIDEZ DE CONTENIDO.

3.2.1 Respecto a la relevancia.

Las tablas que irán apareciendo en este apartado recogen el grado de relevancia de los items, es decir, la congruencia entre el item y el objetivo que pretende evaluar con fines instruccionales.

La tabla 38 muestra la relevancia de los items del subtest A- Numeración. Como puede observarse los items A-7, A-12, A-16, A-18, y A-22 (todos ellos con $\bar{x}$ = 5) son los más relevantes. El más bajo es el A-14 ($\bar{x}$ = 2.40),seguido por el A-9, ($\bar{x}$ = 3), A-20 ($\bar{x}$ =3.06) y A-24 ($\bar{x}$ = 3.33).

TABLA 38. Relevancia del subtest A - Numeración.

ITEMS	$\bar{x}$
1	3.53
2	4.33
3	4.66
4	4.73
5	4.86
6	4.86
7	5
8	3.40
9	3
10	4.73
11	4.73
12	5
13	4.06
14	2.40
15	4.86
16	5
17	3.53
18	5
19	2.13
20	3.06

ITEMS	$\bar{x}$
21	3.26
22	5
23	3.40
24	3.33

La tabla 39 ofrece la congruencia item-objetivo en el subtest B-Fracciones. Los más congruentes son los items B-8 y B-9 (ambos con $\bar{x}$ = 5). El elemento menos congruente es el B-7 ($\bar{x}$ = 4.26).

TABLA 39. Relevancia del subtest B - Fracciones.

ITEMS	$\bar{x}$
1	4.66
2	4.60
3	4.73
4	4.53
5	5
6	4.73
7	4.26
8	4.86
9	5
10	4.93
11	4.86

La tabla 40 muestra la relevancia de los items del Subtest C - Geometría y Símbolos. Tienen puntuación media de 5 los elementos C-1, C-2, C-4 y C-6. Los menos relevantes son los items C-18 y C-19 (ambos con $\bar{x}$ =.66).

TABLA 40. Relevancia del subtest C. Geometría y Símbolos.

ITEMS	$\bar{x}$
1	5
2	5
3	4.73
4	5
5	4.86
6	5
7	4.93
8	4.26
9	4.33
10	4.26
11	4.06
12	3.41
13	4.06
14	4.26
15	4.26
16	4.33
17	4.26
18	3.66
19	3.66
20	4.26

La tabla 41 muestra la relevancia de los items del subtest D-Adición. De los quince elementos que componen el subtest, la valoración más alta es para los elementos D-1 y D-3 ($\bar{x}$ = 5). La valoración más baja corresponde a los elementos D-14 ($\bar{x}$ = 3.13) y D-15 ($\bar{x}$ = 2.73). Ambos items corresponden a sumas de números mixtos.

TABLA 41. Relevancia del subtest D - Adición

ITEMS	$\bar{x}$
1	5
2	4.80
3	5
4	4.86
5	4.93
6	4.80
7	4.93
8	4.80
9	4.86
10	4.60
11	4.46
12	4.86
13	4.53
14	3.13
15	2.73

La relevancia de los items del subtest E-Sustracción queda recogida en la Tabla 42. Igual que en el subtest D-Adición las medias son altas, excepto para los elementos E-13 ($\bar{x}$ = 3.93) y E-14 ($\bar{x}$ = 3.46) que corresponden a restas de números mixtos.

TABLA 42. Relevancia del subtest E - Sustracción.

ITEMS	$\bar{x}$
1	5
2	5
3	5
4	4.86
5	4.86
6	4.93
7	4.53
8	4.93
9	4.80
10	4.73
11	4.66
12	4.40
13	3.93
14	3.46

La tabla 43 sobre el subtest F-Multiplicación presenta al elemento F-3 como el más relevante, ($\bar{x}$ = 4.93) y al F-2 como menos relevante ($\bar{x}$ = 3.93).

TABLA 43. Relevancia del subtest F - Multiplicación

ITEMS	$\bar{x}$
1	4
2	3.93
3	4.93
4	4.80
5	4.80
6	4.53

La tabla 44 referente al subtest G-División permite observar que de los diez elementos que lo componen, seis tienen una media de 4.93. Los restantes aparecen con una congruencia ligeramente menor ($\bar{x}$ = 4.66), excepto el item G-2 ($\bar{x}$ = 4.80).

TABLA 44. Relevancia del subtest G - División

ITEMS	$\bar{x}$
1	4.66
2	4.80
3	4.93
4	4.93
5	4.93
6	4.93
7	4.93
8	4.66
9	4.93
10	4.66

En la tabla 45 sobre el subtest H-Cálculo mental no hay ningún item con una valoración media de 5. Los más valorados son los H-3, H-4, H-5, y H-6 ($\bar{x}$ =4.86). Los menos valorados son el H-8 y el H-9 ($\bar{x}$ = 3.46).

TABLA 45. Relevancia del subtest H - C. Mental.

ITEMS	$\bar{x}$
1	4.66
2	4.66
3	4.86
4	4.86
5	4.86
6	4.86
7	4.66
8	3.46
9	3.46
10	3.73

Los elementos del subtest I-Razonamiento Numérico no presentan ninguna congruencia inferior a $\bar{x}$ = 4.13 (I-6), ni superior a $\bar{x}$ = 4.86 (I-3). (Véase tabla 46).

TABLA 46. Relevancia del subtest I- Razonamiento numérico.

ITEMS	$\bar{x}$
1	4.66
2	4.66
3	4.86
4	4.73
5	4.60
6	4.13
7	4.20
8	4.46
9	4.40
10	4.40
11	4.26
12	4.20

La tabla 47 muestra la relevancia de los items del subtest J-Problemas verbales. El más relevante es el J-2 ($\bar{x}$ = 5), y el que presenta menos relevancia es el J-6 ($\bar{x}$ = 3.06).

TABLA 47. Relevancia del subtest J - Problemas verbales.

ITEMS	$\bar{x}$
1	4.33
2	5
3	4.66
4	4.06
5	4.26
6	3.06
7	4.26
8	4.66
9	4.06
10	4.86
11	4
12	4.60

ITEMS	$\bar{x}$
13	4.80
14	4.46

La relevancia de los elementos que conforman el subtest K-Elementos ausentes es elevada como puede verse en la tabla 48. Oscila entre una media de 5 (para K-3 y K-7), y una media de 4.86 (para los items K-4, K-5 y K-6).

TABLA 48. Relevancia del subtest K - Elementos ausentes.

ITEMS	$\bar{x}$
1	9.93
2	4.93
3	5
4	4.86
5	4.86
6	4.86
7	5

La tabla 49 enseña la congruencia item-objetivo en el subtest L-Dinero. La media más alta corresponde al item L-1 ($\bar{x}$ = 5); la más baja al item L-12 ($\bar{x}$ = 3.26), seguida por el L-14 ($\bar{x}$ = 3.66).

TABLA 49. Relevancia del subtest L - Dinero.

ITEMS	$\bar{x}$
1	5.
2	4.73
3	4.66
4	4.73
5	4.80
6	4
7	4.73
8	4.73
9	4.86
10	4.26
11	4.86
12	3.26
13	4.86
14	3.66
15	4.33

El subtest Medida es el más largo de todos los subtests (con un total de 27 elementos). En general, la relevancia obtenida es alta, con unos valores medios en torno a 4.80. La media más alta corresponde al item M-17 ($\bar{x}$ = 5), y la más baja a los items M-9 y M-19 ambos con $\bar{x}$ = 3.66). (Véase tabla 50).

TABLA 50. Relevancia del subtest M - Medida.

ITEMS	$\bar{x}$
1	4.73
2	4.80
3	4.26
4	4.73
5	4.86
6	3.86
7	4.93
8	4.73
9	3.33
10	4.40
11	4.33
12	4.73
13	4.73
14	4.80
15	3.80
16	4.26
17	5
18	4.93
19	3.33
20	3.66
21	4.80
22	4.6
23	4.93
24	4.46
25	4.93
26	4.93
27	4.93

Por último podemos observar en la tabla 51 la relevancia de los items del subtest N-Tiempo. Hay seis elementos con una congruencia media item-objetivo de 5. Entre las restantes, la más baja corresponde al item N-4 ($\bar{x}$ = 4.20).

TABLA 51. Relevancia del subtest N - Tiempo

ITEMS	$\bar{x}$
1	4.43
2	4.46
3	4.86
4	4.20
5	5
6	5
7	5
8	5
9	4.73
10	5
11	5
12	5
13	4.86
14	4.86
15	4.93
16	4.66
17	4.80
18	4.80
19	4.80

Al final del documento que se presentó a los profesores para que valorasen la congruencia item-objetivo, figuran cuatro preguntas para conocer su opinión respecto a la utilidad del test KeyMath. Estas preguntas también se valoran de 1 a 5 (significando el 1 poca utilidad, y el 5 mucha utilidad).

La tabla 52 muestra la puntuación media obtenida en cada pregunta. Como puede observarse, la primera pregunta sobre la utilidad del test para hacer la evaluación inicial del alumno al comienzo del curso, obtuvo una puntuación de ($\bar{x}$ = 4.066). La segunda pregunta sobre la utilidad de la prueba para hacer la evaluación inicial del alumno al comienzo de cada ciclo obtuvo una puntuación media superior ($\bar{x}$ = 4.266). La tercera pregunta sobre la utilidad del test para detectar dificultades de aprendizaje, ofrece una puntuación media ($\bar{x}$ = 4.133). La cuarta y última pregunta, sobre la utilidad de la prueba para evaluar el rendimiento del alumno obtuvo una media de ($\bar{x}$ = 4.200). Se observa, pues, que los profesores sitúan la mayor utilidad de la aplicación del test KeyMath al inicio de cada ciclo educativo.

TABLA 52. Opinión de los profesores sobre la utilidad del test.

Pregunta	$\bar{x}$
1ª	4.066
2ª	4.266
3ª	4.133
4ª	4.200

3.3. Resultados sobre la representatividad de los items del test.

La figura 5 resume los núcleos de contenidos matemáticos establecidos por la Administración Educativa Andaluza para la etapa de Educación Primaria, los cuales se expusieron de forma más amplia en el apartado 3 del Capítulo 2. Retomamos estos contenidos para contrastar con ellos los elementos que obtuvieron un buen ajuste. Dicho contraste nos indicará la representatividad de los elementos del test.

NÚCLEOS DE CONTENIDOS.
1- Números.
2- Sistemas de numeración.
3- Operaciones.
4- Medidas.
5- Magnitudes.
6- Conocimiento espacial.

Figura 5. Núcleos de contenidos para Primaria.

Las tablas 53, a 58 ofrecen el contraste entre cada núcleo de contenidos propuesto por la Administración, y los elementos que obtuvieron un buen ajuste, sus contenidos, así como el ciclo y el curso en el que están incluidos según los Proyectos Curriculares de Centro que han sido consultados.

TABLA 53. Items cuyo contenido corresponde al Núcleo de Numeración.

NÚCLEO	ITEM	CONTENIDO	CICLO	CURSO
Numeración	A-9	Conteo	1	1
	A-11	Ordinalidad	1	1
	A-12	Ordinalidad	1	2
	A-13	Ordinalidad	1	1
	A-14	Comparación	1	1
	A-19	Comparación	3	1
	B-3	Fracciones	2	1

TABLA 54. Items cuyo contenido corresponde al Núcleo de Sistemas de Numeración.

	ITEM	CONTENIDO	CICLO	CURSO
Sistemas de numeración	A-16	N. Romana	2	2
	B-2	Agrupamiento	1	1
	B-10	Agrupamiento	3	1
	C-13	Notaciones	3	2
	C-16	Notaciones	1	1
	C-18	Notaciones	2	1
	F-1	Relac.Numérica	1	2
	F-2	Relac.Numérica	2	1

TABLA 55. Items cuyo contenido corresponde al Núcleo de Operaciones.

NÚCLEO	ITEM	CONTENIDO	CICLO	CURSO
Operaciones	D-9	Adición	1	2
	D-10	Adición	2	1
	D-11	Adición	3	1
	D-13	Adición	3	1
	E-6	Sustracción	1	2
	E-7	Sustracción	1	2
	E-9	Sustracción	1	2
	E-10	Sustracción	2	1
	E-12	Sustracción	3	2
	F-5	Multiplicación	2	1
	F-6	Multiplicación	2	1
	F-7	Multiplicación	2	1
	F-8	Multiplicación	2	1
	F-10	Multiplicación	2	1
	G-3	División	2	1
	G-5	División	2	1
	G-7	División	2	1

TABLA 55 Continuación.

NÚCLEO	ITEM	CONTENIDO	CICLO	CURSO
	G-8	División	3	1
	G-9	División	2	2
	G-10	División	3	2
	H-5	Calculo mental	1	2
	H-8	Cálculo mental	2	1
	I-5	Comp.igualdades	1	1
	I-9	Comp.Igualdades	2	2
	I-10	Comp.Igualdades	3	1
	I-11	Comp.Igualdades	3	1
	I-12	Comp.Igualdades	3	2
	J-4	Problema	1	2
	J-7	Problema	2	1
	J-10	Problema	2	1
	J-13	Problema	3	1
	K-1	Problema	2	1
	K-2	Problema	2	1
	K-7	Problema	2	1

TABLA 56. Items cuyos contenidos corresponden al Núcleo de Medidas.

NÚCLEO	ITEM	CONTENIDO	CICLO	CURSO
Medidas	M-18	Peso	2	1
	M-22	Temperatura	2	2
	N-15	Tiempo	2	2

TABLA 57. Items cuyo contenido corresponde al Núcleo de Magnitudes.

NÚCLEO	ITEM	CONTENIDO	CICLO	CURSO
Magnitudes	L-4	Dinero	1	2
	L-8	Dinero	1	2
	L-13	Dinero	2	1

TABLA 58. Item cuyo contenido corresponde al Núcleo de conocimiento, Orientación y representación espacial.

NÚCLEO	ITEM	CONTENIDO	CICLO	CURSO
Conoc. espacial	A-19	Espacial	3	1

Como puede observarse en las seis tablas anteriores, la mayor representatividad del test corresponde al núcleo de Operaciones con 34 elementos. Le siguen los núcleos de Sistemas de Numeración (7 elementos), Medida (3 items), Magnitudes (3 items) y Conocimiento espacial (1 item).

El núcleo de Operaciones es también el que tiene más items pertenecientes a un mismo contenido (4 sobre Adición, 5 sobre Sustracción, 5 sobre Multiplicación, 6 sobre División y 7 sobre problemas).

La tabla 59 resume la información suministrada por las dos últimas columnas de las seis tablas precedentes sobre la distribución de los items por ciclos y cursos.

TABLA 59. Distribución de los items por Ciclos y Cursos.

Ciclo	Curso	Número de Items
1º	1º	7
	2º	11
2º	3º	20
	4º	5
3º	5º	9
	6º	4

PARTE IV: DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES.

Capitulo I: Discusión.

Capitulo I: DISCUSIÓN.

1. DISCUSION SOBRE EL ANÁLISIS DE ELEMENTOS.

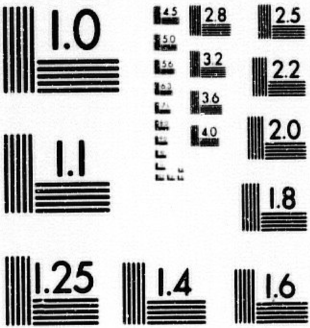
De los 209 elementos que componen la versión original del test KeyMath, han superado el criterio establecido para el ajuste 56 items. Por lo tanto los resultados pronosticados con unos valores paramétricos (estimación del parámetro "b" dificultad, y estimación del parámetro "θ" habilidad del sujeto), coinciden parcialmente con los resultados obtenidos de hecho. Solamente se han cumplido un 26 % de las predicciones para la totalidad del test.

Podemos afirmar que los items en los que el modelo ajusta a los datos verifican el objetivo de la Teoría de Respuesta al Item (TRI), es decir, la dificultad de dichos items es independiente de la muestra para la que se utilicen.

También puede afirmarse sobre el grupo de item ajustados que cumplen los supuestos de unidimensionalidad e independencia local.

Los resultados sobre la estimación de la dificultad a los que hicimos referencia al comentar las tablas 4 a 17, mostraron valores de dificultad muy cercanos unos a otros. Podríamos tomar como ejemplo de ello cualquiera de los subtests. Eligiendo el subtest D-Adición encontramos que ajustan al modelo los elementos D-9, D-10, D-11 y D-13. Cada uno evalúa tareas bien diferentes tales como calcular una suma de tres dígitos requiriendo reagrupar (D-9), sumar tres cifras de hasta cuatro dígitos (D-10), sumar decimales (D-11), o sumar cantidades de dinero con cinco cifras en las que se incluyen decimales (D-13). Sin embargo sus índices de dificultad están muy próximos.

Este hecho deja de parecer extraño si retomamos la lógica de los procedimientos de estimación de parámetros atendiendo a la máxima verosimilitud, es decir, haciendo máxima la probabilidad de ocurrencia de los datos obtenidos al aplicar los items a los sujetos. Dado



MICROCOPY RESOLUTION TEST CHART
NATIONAL BUREAU OF STANDARDS
STANDARD REFERENCE MATERIAL 1010a
(ANSI and ISO TEST CHART No. 2)

Capitulo I: DISCUSIÓN.

1. DISCUSION SOBRE EL ANÁLISIS DE ELEMENTOS.

De los 209 elementos que componen la versión original del test KeyMath, han superado el criterio establecido para el ajuste 56 items. Por lo tanto los resultados pronosticados con unos valores paramétricos (estimación del parámetro "b" dificultad, y estimación del parámetro "θ" habilidad del sujeto), coinciden parcialmente con los resultados obtenidos de hecho. Solamente se han cumplido un 26 % de las predicciones para la totalidad del test.

Podemos afirmar que los items en los que el modelo ajusta a los datos verifican el objetivo de la Teoría de Respuesta al Item (TRI), es decir, la dificultad de dichos items es independiente de la muestra para la que se utilicen.

También puede afirmarse sobre el grupo de item ajustados que cumplen los supuestos de unidimensionalidad e independencia local.

Los resultados sobre la estimación de la dificultad a los que hicimos referencia al comentar las tablas 4 a 17, mostraron valores de dificultad muy cercanos unos a otros. Podríamos tomar como ejemplo de ello cualquiera de los subtests. Eligiendo el subtest D-Adición encontramos que ajustan al modelo los elementos D-9, D-10, D-11 y D-13. Cada uno evalúa tareas bien diferentes tales como calcular una suma de tres dígitos requiriendo reagrupar (D-9), sumar tres cifras de hasta cuatro dígitos (D-10), sumar decimales (D-11), o sumar cantidades de dinero con cinco cifras en las que se incluyen decimales (D-13). Sin embargo sus índices de dificultad están muy próximos.

Este hecho deja de parecer extraño si retomamos la lógica de los procedimientos de estimación de parámetros atendiendo a la máxima verosimilitud, es decir, haciendo máxima la probabilidad de ocurrencia de los datos obtenidos al aplicar los items a los sujetos. Dado que el test KeyMath se ha aplicado a alumnos matriculados desde primer curso hasta sexto curso y que las tareas de suma a las que se refieren los items que han obtenido un buen ajuste se estudian en los cursos segundo y tercero (y que después se siguen practicando como parte de tareas mas complejas), los resultados que obtengan los alumnos de los cursos 3°, 4°, 5° y 6° en estos items deben ser mayoritariamente correctos y con un número de aciertos muy superior a los fallos que pudieran cometer los alumnos de los cursos primero y segundo. De esta forma, siguiendo el procedimiento de máxima verosimilitud, los valores estimados son aquellos que hacen mas verosímiles, mas plausibles los datos obtenidos.

Un subtest que ayuda a interpretar los resultados sobre la estimación de los parámetros es el M-Medida. El contenido de los items que lo componen es muy variado. Todos ellos tienen en común el referirse a medidas, pero se van alternando items relativos a medidas de longitud, de temperatura, de cantidad, de superficie, de peso, así como estimaciones sobre dichas medidas. Se trata pues, de unos contenidos cuyo conocimiento viene mucho mas condicionado por el aprendizaje informal de los alumnos, que por los curriculos formales de matemáticas establecidos por un centro educativo.

La variedad de contenidos en el subtest, unida a los diferentes aprendizajes informales de los alumnos dada su diversidad de procedencia no favorece que las puntuaciones en el subtest sean muy altas. Mas bien conduce a puntuaciones intermedias que se consiguen uniendo los aciertos en varios items, distintos a los acertados por otros alumnos, quienes al final pueden obtener una puntuación similar en el subtest. Por todo lo anterior, en este subtest los resultados de la calibración de los items no facilitan un buen ajuste del modelo a los datos obtenidos. Probablemente esa sea la razón de que solo muestren un buen ajuste 2 elementos.

Comentarios similares podrían hacerse sobre los subtest N-Tiempo y H-Cálculo mental.

Otro aspecto que se deriva de la observación de los resultados es el referente a las alteraciones en el orden de aplicación de los items en relación con el orden que seguían en la versión original.

El primer subtest que muestra una alteración es el C-Geometría y Símbolos. Concretamente el item C-19 resulta mas fácil que el C-18 (para mayor claridad puede verse la tabla 6); esto significa que en nuestro contexto educativo resulta mas fácil reconocer la relación de paralelismo entre dos líneas, que identificar el signo que representa a los minutos.

La segunda alteración del orden la encontramos en el subtest G-División (para mayor claridad puede verse la tabla 10), concretamente en los elementos G-7 y G-8. Probablemente requiere más exigencias cognitivas ir tanteando un número para el cociente, al multiplicarlo por un divisor de dos cifras, ofrezca un producto que coincida con el dividendo, que recordar cual es el lugar donde debe de ir la coma decimal al resolver el algoritmo de la división y considerar que si se dividen pesetas entre varios grupos, el cociente obtenido sigue indicando pesetas.

En el subtest I-Razonamiento numérico, el cambio en el orden de aplicación afecta a los items I-5 e I-9 (Tabla 12). En el curso en el que se estudian igualdades simples como la evaluada por el item I-5 es generalmente 2°, por lo que los alumnos de los cursos superiores posiblemente estén menos habituados a este tipo de ejercicios, o quizá la tarea exija procesos diferentes a los que atribuimos generalmente al razonamiento. En este sentido recordemos que Piaget y Szeminska (1941), consideraban que comprender las operaciones de resta requiere un determinado nivel de desarrollo de las habilidades de razonamiento lógico (conservación del número, relación parte-todo, razonamiento transitivo). Sin embargo Bermejo y Rodriguez (1987) cuestionan la relación de estas habilidades de razonamiento lógico con la realización correcta de problemas de adición y sustracción; Bermejo (1990), llega a la conclusión de que los procesos que el niño usa para resolver tareas piagetianas no parecen implicarse directamente en la resolución de problemas sustractivos.

La alteración en el orden de los elementos del subtest J-Problemas verbales (Tabla 13) es bastante congruente con la literatura sobre la resolución de problemas, ya que adopta el mismo orden en el que se aprenden las operaciones: suma, resta, multiplicación y división. Estos resultados son coherentes con la propuesta educativa de Baroody (1988), de introducir la resolución de problemas a la vez que se enseñan las operaciones.

Siguiendo la clasificación de De Corte y Verschafel (1987), el item J-4 podría calificarse como un problema de combinación; el J-10 como un problema de comparación; el J-7 como un problema de cambio y el J-13 como un problema de comparación mas complejo que el J-10. Si atendemos a la distinción hecha por Baroody (1988), los items J-4 y J-10 serian rutinarios puesto que la tarea requerida para solucionarlos es identificar la operación adecuada mientras que los items J-7 y J-13 serian no rutinarios, puesto que el procedimiento para llegar a la solución no es evidente.

Por último, en el subtest M-Medida, la alteración del orden de aplicación ocurre entre los items M-18 y M-22. El primero de ellos evalúa la habilidad del alumno para determinar el peso de uno de los platos de una balanza equilibrada; el M-22 requiere leer la temperatura del termostato de un horno. Este orden es razonable teniendo en cuenta que el contenido del M-18 aparece frecuentemente en los libros de texto, y es una tarea que suele realizarse y observarse en clase; mientras que el M-22 es poco frecuente en la teoría y en la práctica.

2. DISCUSIÓN SOBRE LA FIABILIDAD.

La precisión con la que los items del KeyMath estiman la habilidad de los alumnos varía ampliamente de unos items a otros.

Las funciones de información (FI) de cada item, ofrecen valores de información intermedios, los cuales nos indican que hay un considerable error en las estimaciones de la habilidad. A pesar de ello, el hecho de conocer el punto del nivel en el que la información es máxima, unido a la posibilidad de establecer niveles confidenciales, permite seleccionar los items con bastante más precisión que si los eligiéramos al azar.

A nadie se le ocurriría medir la longitud de una carretera con un metro; tampoco mediría un libro utilizando un metro. Cada objeto medible requiere un instrumento de medida adecuado a lo que se está midiendo. Y en esta idea estriba la aportación fundamental de la TRI a la medida de variables psicológicas. Aunque queden deficiencias por superar estaremos mas cerca de una medición objetiva.

Cuando en una prueba tan prestigiosa, y tan querida como el WISC, caemos en la cuenta de que el subtest de Aritmética utiliza 16 items para evaluar la inteligencia aritmética de alumnos de edades comprendidas entre 5 y 15 años cabe preguntarse si la "carretera de la inteligencia aritmética" se está midiendo con centímetros, con metros o con kilómetros.

En el test que nos ocupa, los resultados obtenidos no muestran que los items estudiados tengan toda la fiabilidad que pudiéramos desear, pero si nos dicen cual es su utilidad, y cuales son los niveles de habilidad que son capaces de medir con mas objetividad.

En el caso de que dos items aporten su información para el mismo punto de la habilidad, tendríamos que elegir aquel que proporcione mayor valor de información y menos valor de error.

La mayor parte de los items son útiles para evaluar alumnos con habilidad media y baja. Esto no es extraño tratándose de una prueba que pretende evaluar las habilidades matemáticas básicas. De hecho, la literatura revisada sobre el test original recoge, entre otros, varios estudios sobre poblaciones especiales (Rovet, Szekely y Hockenberry, 1994; Sapp, Chison y Horton, 1984; Goodstein, Kahn y Cawley, 1974; Price, 1984; etc).

¿Se deduce de aquí que el test probablemente solo sirva para el primer Ciclo de Primaria, para el segundo Ciclo de Infantil, para alumnos con retraso escolar o para alumnos con deficiencia mental?. Las respuestas a esta pregunta solo se podrán obtener después de realizar estudios sobre la validez de la prueba, (especialmente sobre validez de contenido) y de diseñar y llevar a término estudios experimentales con cada una de las poblaciones citadas.

3. DISCUSIÓN SOBRE LA VALIDEZ.

3.1. LA VALIDEZ EMPÍRICA.

En la matriz de correlación presentada en la tabla 35 (que ya comentamos en el capitulo III de Resultados), el triángulo que señala el **Área de Contenidos** muestra una correlación alta (r = 0.80) entre el subtest 1, Numeración y el subtest 3, Geometría y Símbolos. Sin embargo el subtest 2-Fracciones presenta correlaciones con el subtest 1 y con el subtest 3, inferiores a lo que sería deseable para que esos tres subtests constituyeran un área claramente diferenciada.

La correlación entre el subtest 1, Numeración y el resto de los subtests no pertenecientes al área de Contenidos son altas, oscilando desde (r= 0.70) en el subtest 9, Razonamiento numérico, hasta (r = 0.82) en el subtest 13 Medida. Estos resultados lejos de ser alarmantes, son coherentes con los informes de Connolly (1988) y Bachor (1990), sobre la importancia del subtest Numeración en todo el currículo de Matemáticas; el rendimiento en todos los demás subtests depende de la comprensión de los conceptos numéricos por parte del alumno.

Por el contrario, las correlaciones entre el subtest Fracciones y el resto de los subtests no pertenecientes al área de Contenidos no pueden considerarse altas, oscilando entre (r = 0,38) con el subtest 5, Sustracción y (r= 0,55) con el Subtest 13, Medida.

Los resultados anteriores parecen indicar, que el Subtest Fracciones esta midiendo aspectos diferentes a los que evalúan los restantes subtests. Recordando a Smith y Rivera (1991), el conocimiento de las fracciones implica una comprensión progresiva de las relaciones entre las partes y el todo, así como la equivalencia entre fracciones y decimales. No resulta fácil la enseñanza-aprendizaje de estos aspectos en los primeros años de Enseñanza Primaria. Probablemente esa sea la razón por la que en la revisión del KMDAT, realizada por Connolly (1988), se eliminara el subtest Fracciones, aunque algunos de sus items se incluyen en un nuevo subtest denominado "Números racionales", según informa Bachor (1990).

Los resultados obtenidos para el área de Contenidos se ven respaldados por la investigación de Goodstein, Kahn y Cawley (1976) según la cual la validez factorial obtenida para el área de Contenidos fué menor que la obtenida para las áreas de Operaciones y Aplicaciones.

En el triángulo que enmarca el **Área de Operaciones** encontramos interesantes informaciones sobre las relaciones entre los diferentes subtests que la componen. Consideraremos las mas relevantes:

Las correlaciones altas entre los subtest de Adición y Multiplicación se ven respaldadas teóricamente por la concepción piagetiana de la multiplicación según la cual esta operación no es distinta de la de la suma, puesto que resuelve las mismas situaciones problemáticas. En la misma línea Luceño (1993), considera la multiplicación como una suma abreviada de sumandos iguales. La relación entre Adición y Sustracción tampoco es extraña. De acuerdo con Luceño, entendemos la resta como una forma de deshacer lo que hace la suma. También se explica la resta por el principio de composición aditiva de las cantidades, que proponen Resnick y Omason (1987); según este principio, para entender que 5 - 3 = 2 hay que entender previamente que 5 se puede descomponer en 2 y en 3.

Las correlaciones algo mas bajas con los subtests Razonamiento numérico y Cálculo mental podrían explicarse por la implicación en ellos de los procesos de abstracción y de memoria (Baroody, 1988).

La relación entre los subtest de Multiplicación y de División puede explicarse si consideramos que uno de los significados psicológicos de la división es considerar cuantas veces está contenido un número en otro (Luceño 1993). Según este mismo autor, la división se plantea como una operación inversa a la multiplicación , en la que se determina el factor desconocido, conociendo el producto total y uno de los factores.

La relación entre los subtest Multiplicación y Cálculo mental resulta evidente si recordamos el aprendizaje memorístico de la tabla de multiplicar. Por otra parte el cálculo mental requiere tener un buen dominio de las combinaciones numéricas básicas (Baroody 1988).

El subtest 7, División muestra una correlación (r= 0.72), con el subtest 8 Cálculo mental. No es de extrañar esta relación si recordamos que la operación de dividir requiere ir multiplicando el cociente por el divisor y que ese proceso exige calcular mentalmente. También es frecuente en la división comprende y memorizar reglas tales como "son divisibles por cinco todos los números que acaban en 0 o en cinco", etc.

La correlación que ofrece el subtest 9, Razonamiento numérico con el subtest 8, Cálculo mental, que pertenece a su misma área es de 0.70. Como habrá podido observarse el subtest 9 Razonamiento numérico no ofrece correlaciones tan elevadas como podía esperarse tratándose de un test de matemáticas. Este hecho puede deberse a que los principios de abstracción y razonamiento no tienen significado pleno hasta los diez años, aproximadamente, según defendía Flavell (1993). En la revisión de Connolly (1988), no se mantiene este subtest. Los items que lo forman probablemente estén evaluando razonamiento unido a otros factores.

En el área de **Aplicaciones,** rodeada por el tercer triángulo, las altas correlaciones entre el subtest 10, Problemas verbales, y los restantes subtests que componen el área no resultan extraños, ya que tanto los aprendizajes formales como los informales generan situaciones en las que se anima al niño a que mida objetos, haga estimaciones, compare pesos y utilice dinero.

Las correlaciones entre los restantes subtest del área de Aplicaciones aportan suficiente solidez para mantenerlas agrupadas en una misma área.

Las altas correlaciones entre las puntuaciones totales del test y las puntuaciones parciales de cada uno de los subtests pueden entenderse como una evidencia de que toda la prueba está midiendo el mismo dominio, es decir el mismo universo de items.

En el área de Contenidos la correlación mas alta la ofrece el subtest 3 Geometría y símbolos ($r = 0.91$).Una posible explicación es la importancia y la comunalidad en todos los subtests de las abreviaturas y de los símbolos que representan términos aritméticos. No obstante, consideramos que sería mas razonable que el subtest 1-Numeración hubiera obtenido una correlación superior a la de Geometría y símbolos, si tenemos en cuenta que aquel subtest incluye los conceptos y procedimientos mas importantes del sistema numérico tales como conteo, identificación de la cantidad, seriaciones, ordinales, cardinales, decímetros etc. Es posible que la dificultad de los items sobre redondeo (A-20 y A-21), y la poca práctica que suele hacerse sobre este tema en los colegios así como la formulación poco exacta de algunos items (ej.: A-14) haya impedido que la correlación fuese superior.

El subtest 2- Fracciones es el que muestra la correlación con las puntuaciones totales mas bajas del área de Contenidos y también la mas baja de todo el test (r = 0.55). Las operaciones con fracciones se practican poco en Primaria y se trabajan de forma diferente según las decisiones tomadas en cada centro, o simplemente según la importancia que el profesor dé al bloque de fracciones.

En el área de Operaciones la correlación mas alta se observa en el subtest 6 Multiplicación (r = 0.89). La multiplicación está relacionada con la suma, (puede considerarse como una suma abreviada). También está relacionada con la división, la cual resultaría irrealizable en papel si no se multiplica el cociente por el divisor. Igual podría decirse del Cálculo mental y de todos los problemas verbales que incluyen la palabra "veces", y de las fórmulas para obtener las áreas de las figuras geométricas, las cuales tampoco son ajenas a la multiplicación.

En el área de Aplicaciones todos los subtest presentan correlaciones altas con la puntuación total, especialmente los subtests 12-Dinero (r = 0.89), 14-Tiempo (r = 0.92) y 13-Medida (r = 0.93). Estas correlaciones vienen a respaldar la idea de que la evaluación matemática que proporciona el test, tiene mucho que ver con las exigencias matemáticas de la vida cotidiana.

3.2. LA VALIDEZ DE CONTENIDO.

3.2.1. Respecto a la relevancia.

La relevancia es uno de los aspectos centrales en la validez de contenido. Como quedó expresado anteriormente (punto 5 del capítulo 3), es el resultado de la valoración de expertos sobre el grado en que un item es congruente con el objetivo instruccional correspondiente, previamente definido.

La cuantificación de esa valoración de expertos se ha hecho siguiendo la propuesta de Hambleton (1980), de elaborar una escala de 1 a 5, donde el 5 representa el ajuste y la adecuación entre el item y el objetivo; y el 1 representa la falta de congruencia o adecuación.

A continuación discutiremos los datos mas significativos encontrados en los resultados, especialmente aquellos en los que la media es inferior a 3. En el subtest A-Numeración, el elemento A-14 es el menos relevante. El enunciado del objetivo es "Dados tres grupos desiguales indicar la diferencia en cantidad". La pregunta que se hace al alumno es ¿Cuantas figuras tiene más el grupo mas largo que el grupo mas corto?. Tal y como está formulada la pregunta, se le está pidiendo al niño/a al menos dos tareas: la primera diferenciar al grupo mas largo del mas corto; la segunda contar las figuras que tiene cada uno.

Consideramos que podría obtenerse una mayor congruencia con el objetivo que se pretende evaluar añadiendo al enunciado del mismo la aclaración "entre dos mencionados". Mejoraría aún mas la congruencia incluyendo en la pregunta que se hace al alumno, una referencia a la clase de figuras que componen cada uno de los dos grupos mencionados. De esta forma el enunciado resultaría así: ¿Cuantas figuras tiene mas el grupo de las estrellas que el grupo de los círculos?.

Los elementos menos relevantes del subtest C-Geometría y símbolos son el C-18 y el C-19 ($\bar{x}$ = 3.66). Probablemente se deba a que la lámina que presenta el item C-18 tiene los números demasiado juntos y a que el C-19 no ofrece la forma mas usual de evaluar las líneas paralelas.

En el subtest D-Adición la valoración mas baja corresponde al elemento D-15 ($\bar{x}$ = 2.73). La tarea consiste en realizar una suma de números mixtos. Esta tarea se estudia en el segundo curso del tercer ciclo de Primaria, y el énfasis que se pone en ella varía según los centros educativos. Otro aspecto que puede haber influido respecto a la relevancia de este item es la situación apelmazada en la que aparece junto al item D-14, así como la confusión que añade el error de no haber borrado las líneas inferiores en la hoja de respuestas. Este error sí se subsanó en los items E-13 y E-14 que se refieren a sustracciones entre números mixtos y cuya relevancia fué mejor valorada que los items mencionados del subtest Adición.

En el subtest H-Cálculo mental, la valoración no demasiado alta ($\bar{x}$ =3.46) que han recibido los items H-8 y H-9 se debe a la confusión que produce la expresión "tres veces" en el H-8 y "dos veces" en el H-9, después de haber inducido previamente a realizar otros cálculos.

En el subtest J-Problemas verbales, la relevancia obtenida en el item J-6 ($\bar{x}$ = 3.06) puede deberse a la falta de correspondencia entre lo que dice el enunciado, y el dibujo de la lámina en la que no se ven con claridad los columpios. En nuestra opinión el dibujo es adecuado, ya que el objetivo al que corresponde explícita que se trata de resolver la diferencia en un problema que contiene información extraña. Muchos niños se han limitado a contar los columpios vacíos del dibujo, sin atender adecuadamente a la pregunta que se les hace. En ello influye probablemente el hecho de que en los items anteriores siempre había equivalencia entre los dibujos representados y el número que les correspondía.

El segundo aspecto crucial en la validez de contenido de los tests educativos referidos a criterio es la **representatividad** (Paz, 1996).

Un test es representativo cuando sus contenidos y sus objetivos quedan cubiertos por los items de manera proporcional o conforme con unos criterios establecidos previamente.

Dado que con el KeyMath pretendemos evaluar el estado competencial del alumno en el área de matemáticas, con una utilidad instructiva, consideramos que un buen criterio de referencia es el currículo de matemáticas consensuado por la comunidad educativa y social a la que pertenece el alumno, puesto que ese currículo define el dominio, o universo de tareas que se consideran importantes en el área de las matemáticas en la Etapa de Enseñanza Primaria.

De forma amplia ese currículo es el que aparece en el Decreto 105/1992 de la Administración Educativa Andaluza. En dicho Decreto se expresan los objetivos del área de matemáticas en términos de capacidades, así como los bloques de contenidos que pueden enmarcar esas capacidades. Como se expuso anteriormente, son seis los bloques o núcleos de contenidos propuestos: Numeración, Sistemas de numeración, Operaciones, Medidas, Magnitudes y Conocimiento espacial.

La comparación o contraste entre esos seis núcleos de contenidos y los objetivos y contenidos de cada uno de los items del test que superaron el ajuste, muestra que dichos items encajan (tienen una vasta correspondencia) con los núcleos de contenidos, como pudo observarse en las tablas de resultados referentes a cada núcleo.

El análisis cualitativo de aquellas tablas confirmaba que no es gratuita la atribución de representatividad a los elementos del test KeyMath, y a la prueba en su conjunto. Un test cuyos items incluyen estrategias de conteo, reconocimiento del orden, comparación entre números, fracciones, sistema de numeración decimal y romana, agrupamiento de elementos, notaciones convencionales, relaciones entre números, algoritmos de las cuatro operaciones básicas con cantidades progresivamente mayores, cálculo mental, resolución de igualdades (ecuaciones de resta, suma, multiplicación, fracciones y proporciones), resolución de problemas que incluyen alguna o algunas de las operaciones básicas, identificación de la información ausente en los problemas, medidas de peso, temperatura y tiempo, reconocimiento y manejo de monedas y conocimiento espacial, es sin lugar a dudas un test representativo del currículo de matemáticas establecido para la Enseñanza Primaria.

No obstante, la representatividad del test podría mejorarse añadiendo nuevos elementos sobre medidas, magnitudes de longitud, superficie, capacidad, peso y tiempo, así como sobre formas geométricas sencillas.

El nivel de concreción del currículo que sigue al establecido por la Administración Educativa de nuestra Comunidad Autónoma es el Proyecto Curricular de Centro, y dentro de él, el Proyecto curricular de Etapa. En él se concretan las prescripciones generales de los diseños curriculares autonómicos y expresa el proyecto curricular del equipo docente de cada colegio en particular. Las peculiaridades y necesidades de cada centro pueden y deben hacer variaciones en el currículo, más allá de las que proponen las editoriales de los libros de texto. No obstante, y a pesar de las críticas recibidas, el Decreto de Enseñanzas Mínimas para la Etapa de Primaria, pretende garantizar que todos los alumnos que terminen dicha etapa tengan unos conocimientos comunes que les permitan desenvolverse en su medio y promocionar hacia otros estudios.

Los diez Proyectos Curriculares a los que hemos podido acceder, nos aproximan al ciclo y al curso en el que suelen situarse los objetivos y los contenidos de los diferentes items del test KeyMath, con ligeras variaciones de unos centros a otros.

Las dos últimas columnas de las tablas 53 a 58, correspondientes a cada núcleo, nos mostraron lo siguiente: El Segundo Ciclo es el que mas items aglutina (25), especialmente en el primer curso de ese ciclo, es decir el tercer curso de Primaria, al cual corresponden 20 items. Al Primer Ciclo corresponden 17 elementos, 11 de los cuales pertenecen al segundo curso. Del Tercer Ciclo solamente se identificaron 12 items.

Los resultados anteriores, que quedaron resumidos en la tabla 59, pueden interpretarse como una mayor validez de contenido del test KeyMath para el Segundo ciclo, siendo su mejor momento de aplicación como instrumento de evaluación diagnóstica o inicial al comienzo del segundo curso de este ciclo, es decir, al comienzo de cuarto curso de Primaria. No obstante, el test KeyMath puede considerarse útil para evaluar habilidades matemáticas básicas en cualquier ciclo y curso de la Etapa de Primaria, señalando los objetivos que el alumno domina y aquellos que no domina, marcando las prioridades que habría que atender en un programa instructivo según recomendaba Bachor (1990), e indicando aspectos que pudieran requerir una valoración mas exhaustiva en la línea propuesta por las aportaciones de Rovet, Szekely y Hockenberry (1994).

PARTE IV: DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES.

Capitulo II: Conclusiones.

PARTE IV: DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES.

Capitulo II: Conclusiones.

Capitulo II: CONCLUSIONES.

1. RESPECTO A LA UTILIDAD DE LA INVESTIGACIÓN.

a) Desde un punto de vista teórico.

Se han revisado los modelos que explican el proceso de enseñanza-aprendizaje en Matemáticas centrándonos fundamentalmente en un marco constructivista. El denominador común a todos los enfoques integrados en el Constructivismo es el principio de que el conocimiento debe utilizar como punto de partida la propia experiencia del alumno. El aprendizaje se considera como un proceso de construcción de un nuevo conocimiento, sobre la base del conocimiento actual, y la enseñanza como una intervención en el proceso continuo de construcción del conocimiento.

La estructura jerárquica de las Matemáticas requiere un orden para su comprensión. La adquisición de un nuevo conocimiento toma como base otros conocimientos matemáticos (formales o informales) anteriores. La falta de comprensión de un concepto provocará incomprensión de los conceptos relacionados jerárquicamente con dicho concepto.

También se ha analizado el desarrollo evolutivo de las habilidades matemáticas básicas, encontrándose evidencias que complementan las ya clásicas aportaciones de Piaget. Se insiste en la importancia de los procesos y de las estrategias seguidas en la resolución de las tareas y problemas matemáticos. Las pautas observadas en el desarrollo señalan diversas estrategias e implicaciones instructivas. Las habilidades básicas sirven como guía para la planificación instructiva. La ejecución de una tarea matemática está apoyada en una o varias habilidades básicas. Si un alumno no posee esa habilidad o habilidades podremos enseñarle alguna/s de las estrategias que utilizan sus compañeros expertos ante tareas similares. Pero no es una cuestión de recetas. La idea clave e ajustar la ayuda psicopedagógica al caso concreto que nos ocupe.

Las limitaciones que presenta la utilización de técnicas evaluativas aisladas, orienta al conocimiento y manejo de múltiples técnicas por parte del evaluador. El análisis de los errores aporta información sobre los procesos que sigue el alumno en la solución de una tarea. Los errores sintácticos son los que surgen ante el desconocimiento de una regla. Los errores semánticos se refieren a la comprensión del valor posicional de los números.

Las técnicas estandarizadas normativas determinan la posición relativa de un alumno dentro de un grupo. Las técnicas criteriales proporcionan información sobre los puntos fuertes y débiles del alumno, y su contribución para la planificación educativa individualizada es muy valiosa. Son adecuadas para la evaluación en matemáticas , dada la estructura característica de esta materia.

La consideración de la evaluación como parte del problema de enseñanza-aprendizaje señala con intensidad creciente hacia la figura del profesor como agente evaluador.

Entre las diversas técnicas que pueden y deben utilizarse en la evaluación psicopedagógica, dedicamos la parte empírica de nuestra investigación a las técnicas criteriales y dentro de ellas a un instrumento avalado por una extensa literatura: El KeyMath Diagnostic Arithmetic Test (KMDAT).

b) Desde un punto de vista práctico.

Los estudios realizados sobre el análisis de elementos la fiabilidad y la validez del KeyMath Diagnostic Arithmetic Test (KMDAT) en una muestra de 517 alumnos granadinos nos permiten disponer de un instrumento útil para la evaluación inicial y diagnóstica de la habilidad matemática en alumnos de los primeros cursos de Primaria. Se trata de una primera versión adaptada del KMDAT denominada KM. Dicho instrumento se presenta como complemento al presente volumen en una carpeta de anillas y un Manual que figuran como **Anexo 2.**

2. RESPECTO A LA NATURALEZA DEL KEYMATH.

Es una prueba de administración individual diseñada para suministrar una valoración diagnóstica de la habilidad o destreza en aritmética.

Consta de ocho subtests clasificados en tres áreas: Contenidos, Operaciones y Aplicaciones.

El área de Contenidos permite evaluar el conocimiento de los conceptos matemáticos básicos y su nivel de comprensión. Incluye el subtest Conceptos Numéricos Básicos.

El área de Operaciones incluye cuestiones referentes al cálculo mental y al razonamiento numérico, además de los procesos de cálculo tradicionales. Pertenecen a este área los subtests: Adición, Sustracción, Multiplicación, División, Cálculo mental y Razonamiento numérico.

El área de Aplicaciones se refiere al uso funcional de las matemáticas en la vida cotidiana. Incluye el subtest denominado Problemas cotidianos.

Contiene un total de 73 elementos que poseen un amplio rango de dificultad, minimizan los requisitos de lectura y escritura, se centran en matemáticas funcionales y aportan información útil a efectos educativos.

El interés del test reside en la información que aporta sobre el rendimiento del alumno en los subtests o en items
concretos.

Es un test referido a criterio aunque también puede utilizarse como test referido a norma.

La mejor utilización que puede hacerse del KM es como instrumento preliminar en la evaluación de aspectos fuertes y débiles del alumno en el conocimiento matemático. La clarificación de estos aspectos tiene una importante implicación instruccional.

3. RESPECTO AL ANÁLISIS DE ELEMENTOS.

Los estudios sobre el análisis de elementos siguiendo los procedimientos propuestos por la Teoría de Respuesta al Item (TRI) muestran que de los 209 elementos que componen la prueba original (KMDAT), solamente superan el criterio de ajuste al modelo 56 elementos. Es decir, que se ha obtenido un ajuste parcial del modelo a los datos.

Los resultados pronosticados con unos valores paramétricos coinciden parcialmente con los resultados obtenidos de hecho.

Los items en los que el modelo ajusta a los datos tienen una dificultad independiente de la muestra para la que se utiliza y proporciona estimaciones objetivas de la habilidad.

Una de las razones para la falta de ajuste en algunos elementos puede estar en la posible inadecuación de la traducción al lenguaje particular que utilizan los profesores con experiencia en matemáticas en el desarrollo de sus clases. Aunque los item estén correctamente traducidos al castellano y a nuestro contexto cultural, aparecen expresiones que según manifiestan los profesores expertos en matemáticas, confunden la comprensión del alumno del planteamiento del problema y/o de la tarea a realizar. En este sentido es especialmente importante la influencia que ejercen los conocimientos informales que los alumnos adquieren fuera de la escuela y que condicionan los aprendizajes formales.

La diferencia entre los patrones de respuesta esperados y los observados también puede deberse a las diferencias existentes en la secuenciación de los contenidos elegida en cada centro.

En cuanto a la dificultad, los valores se muestran próximos unos de otros, lo cual no parece extraño si tenemos en cuenta que la estimación del parámetro dificultad se ha realizado haciendo máxima la probabilidad de ocurrencia de los datos obtenidos al aplicar los items a los sujetos.

Hay pocas alteraciones en el orden de aplicación de los items con respecto al orden que seguian en la versión original.

4. RESPECTO A LA FIABILIDAD.

La precisión con la que los items del KMDAT estiman la habilidad de los alumnos varia ampliamente de unos items a otros. En general la información aportada por los items muestra valores intermedios bastante aceptables. La mayor parte de los elementos evalúan con precisión a alumnos con niveles de habilidad medios y bajos.

Los coeficientes alfa obtenidos para los diferentes subtests oscilan entre .80 y .92. La fiabilidad mas baja se encontró en el subtest Fracciones. Este dato también coincide con los mostrados en las revisiones mas recientes del KMDAT en población americana, habiéndose llegado a eliminar como subtest e incluyendo algunos de los elementos sobre Fracciones en el subtest Numeración.

La fiabilidad mas alta se ha encontrado en los subtests Multiplicación, Elementos ausentes, Medida y Tiempo. Es decir, que el KeyMath tiene precisión para evaluar conocimientos matemáticos funcionales aplicables a la vida cotidiana.

5. RESPECTO A LA VALIDEZ.

Respecto a la validez empírica se ha encontrado una mayor relación entre los subtests que pertenecen a una misma área, que entre los subtests pertenecientes a áreas distintas, lo cual respalda el mantenimiento de la organización de los subtets en tres áreas diferenciadas:

Contenidos, Operaciones y Aplicaciones. No obstante, la correlación obtenida entre el subtest A-Numeración y el resto de los subtests es también alta, lo cual indica los fuertes nexos existentes entre el conocimiento del número, la habilidad de contar, las seriaciones, etc, con el resto de los conocimientos matemáticos.

Las correlaciones entre diversos subtests son coherentes con la literatura revisada sobre el desarrollo de las habilidades que esos subtests evalúan.

El KMDAT tiene validez de contenido, que es el principal tipo de validez que se exige en los tests educativos. Los objetivos evaluados por el test, forman parte de los objetivos propuestos por la Administración Educativa de nuestra Comunidad Autónoma para la etapa de Primaria. La mayor parte de los objetivos recogidos en el KMDAT se agrupan en los ciclos primero y segundo, mas que en el tercero. Los estudios sobre relevancia y representatividad confirman y apoyan la validez de contenido del KMDAT.

La validez predictiva obtenida ha sido inferior a la esperada tanto con relación a las notas de matemáticas del final del ciclo, como en las del final de la etapa, pudiéndose afirmar que la puntuación obtenida en el test predice moderadamente el exito académico en matemáticas. Las evaluaciones realizadas y puntuadas por los profesores incluyen la evaluación de las habilidades matemáticas básicas, pero también otros criterios diferentes y complementarios.

Hasta aquí las conclusiones de nuestra investigación de carácter aplicado, tipo descriptivo y estrategia correlacional. La confirmación de que la evaluación de los alumnos de primero y segundo ciclo de Primaria con la versión adaptada del KMDAT mejora el proceso instruccional, solo podrá conseguirse a través de futuras investigaciones con estrategia experimental para las que esta tesis doctoral que ahora concluimos, deja el terreno preparado.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.

Aebli, H (1988): *Doce formas básicas de enseñar*. Madrid, Narcea.

Algozzine, B., Eaves, R.C., Mann, L. y Vance, R.H. (1988): *Cognitive levels Test*. Norristown, PA: Arete.

Algozzine, B. Eaves, R.C., Mann, L. y Vance, R.H. (1993): *Slosson Full- Range Intelligence Test*. East Aurora NY: Slosson Educational Publications.

Aubrey, C., Tancing, S., Magajna, L. y Kavker, M.M. (1997): The development of children`s mental methods of calculation (6-12 years): how does it all add *Actas del VII Congreso de Learning and Instruction*. Atenas.25- 31 Agosto.

Bachor, D. (1990,a): Towards improving assessment of students with special needs: Expanding the data base to include classrooom performance. *Alberta Journal of Educational Research*, 36, 65-77.

Bachor, D.G. (1990, b): KeyMath-Revised (KMR)*Diagnostique*,. 15, 1-4 (monograph), 87-98.

Bannatyne, A. (1973): Programs, Materials and Techniques. *Journal of Learning Disabilities*, 6, 3, 8-14.

Barca Lozano, A., Valle, A., Porto, A. y Nuñez, C. (1996): Modelos y teorías de aprendizaje e instrucción en situaciones educativas. En R.Gonzalez Cabanach, A. Barca, J. Escoriza y J.A. Gonzalez (eds.) *Psicología de la instrucción. Vol 1. Aspectos históricos, explicativos y metodológicos*. Barcelona, EUB.

Baroody, A.J. (1988): *El pensamiento matemático de los niños*. Madrid, Visor-MEC.

Bennett, G.K. Seashore y Wesman, (1992): *Test de aptitudes diferenciales*. (DAT), Madrid. TEA 11ª Edición.

Berk, R.A, Bridges, W. P., y Shik, A. (1981): A study of the use of IQ scores for the teaching of the mentaly retarded. *American Sociological Review*. 46, 58-71.

Bermejo, V. (1990): *El niño y la aritmética. Instrucción y construcción de las primeras nociones aritméticas*. Barcelona, Paidós Educador.

Bermejo, V. (1993): Perspectivas innovadoras en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Investigación cognitiva y práctica educativa. En J.A. Beltrán, V. Bermejo, M.D. Prieto y D, Vance (1993): *Intervención Psicopedagógica*. Madrid, Pirámide.

Bermejo, V. y Lago, M.O. (1983): Representación y magnitud de los sumandos en la resolución de problemas aditivos. *Infancia y aprendizaje*, 44, 109-121.

Bermejo, V. y Rodriguez, P. (1987): Fundamentos cognitivos de la adición. *Psiquis*. 3, 21-30.

Bermejo, V. y Rodriguez, P. (1990): La operación de sumar. En V.Bermejo: *El niño y la aritmética*. Barcelona, Paidós.

Bermejo, V. y Lago, M.O. (1990): Developmental proceses and stages in the acquisition of cardinality. *International Journal of Behavioral Development*. 13, 231-250.

Bermejo, V. y Lago, M.O. (1992): La habilidad de contar. Ejecución, comprensión y funcionalidad. *Revista de Psicología General y Aplicada*, 45, 2, 201-209.

Bermejo, V. y Rodríguez, P. (1993): Childrens understanding of the conmutative law addition. *Learning and Instruction*, 3, 55-72.

Bermejo, V., Lago M.O. y Rodriguez, P. (1994): Desarrollo del pensamiento matemático. En V. Bermejo: *Desarrollo cognitivo*. Madrid, Síntesis.

Bialystok. (1993): Metalingüistique awareness: the development of children ideas about language. En C. Pratty A. F. Garton (Ed.). *The development and use of Representation in Children*. Wiley.

Bloom, B.S., Hastings, J.T. Madaus,F. (1971): *Handbook on formative and sumative evaluation of studens learning*. Nueva York, McGraw-Hill.

Bloom, B.S., Hastins J.T. y Madaus.F.(1981): *Evaluation to inprove learning*. Nueva York Mc Graw-Hill.

Bonsness, J. (1977): *USEO Disemination review panel report*. Northwest Special Education, Lignite, N. Dak.

Bordas,I. (1983): Evaluación con respecto al criterio en matemáticas. *Revista de investigación educativa*. Vol 3, nº 6, (155-169).

Breen, M.J., Lehman, J. y Carlson, M. (1984): Achievement correlates of the Woodcock Jonhson Reading and Mathematics subtest, KeyMath, and Woodcock Reading in an elementary aged learning disabled population. *Journal of learning disabilities*. 17, 5, 258-261.

Brown, R. y Burton, R, (1978): Diagnostic models for procedural inbasic mathematical skills *Cognitive Science*,4, 379-426.

Bruner, J.S. (1964): Some theorems on instruction illustrated with reference to mathematics. *The Sixtythird Yearbook of the National Society for the Study of Education*. vol 1 306-335.

Bruner, J.S. (1966): *Toward a theory of instruction*. Cambridge, Mass.: Harward University Press.

Cañas Calles, A. (1988): *Fracaso escolar en el área de matemáticas del ciclo inicial*. Universidad complutense de Madrid. Colección Tesis Doctorales Nº 129/88

Carey, S. (1985)): *Conceptual change in childhood*. Cambridge M.A.: MIT Presss

Carpènter, T.P. y Moser, J.M: (1983): The adquisition and subtracction concepts. En R.Lesh y M.Landau (edt.): *Adquisition of mathematics: Concepts and processess*. (pags 7-44) NY: Academic Press.

Carpenter T.P y Moser, J.M. (1984): The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, 179-202.

Carraher, T. N., Carraher, D. W. y Schliemann, A. D. (1985): Mathematics in the streets and schools: *Bristish Journal of Developmental Psychology*, 3, 21-29.

Cattell, R.B: (1977): *Factor G Escalas 1, 2.y 3.* Menero 20, 1998adrid, TEA.

Cawley, J.F. (1985): Learning disability and mathematic appraisal. En J.F. Crawley (Ed.) *Practical mathematics appraisal of the learning disabled.*
(pp 1-40). Rockville, MD: Aspen.

Coll, C. (1980): Psicología educacional y desarrollo de los procesos educativos. En C. Coll y M. Forns (eds): *Areas de intervención de la psicología. I. La educación como fenómeno psicológico*. Barcelona, Horsori, .pp.63-104

Coll, C. (1988): Significado y sentido en el aprendizaje escolar. Reflexiones en torno al concepto de aprendizaje significativo. *Infancia y aprendizaje.* 41, 134-142.

Coll, C. (1990): Un marco de referencia psicológico para la educación escolar: La concepción constructivista del aprendizaje y de la enseñanza. En C.Coll, J.Palacios y A. Marchesi (Comp). *Desarrollo psicológico y educación II* Psicologia de la Educación. Madrid, Alianza.

Coll, C. (1993): Constructivismo e intervención educativa. ¿Como enseñar lo que se ha de construir?. En J.A. Beltran, V. Bermejo, M.D. Prieto y D. Vence. *Intervención psicopedagógica.* Madrid, Pirámide.

Coll, C. y Onrubia (1990): Inteligencia, Aptitudes para el aprendizaje y rendimiento escolar. En. Coll, J Palacios y A. Marchesi. *Desarrollo psicológico y educación. II.* Madrid Alianza Psicología.

Connolly, A.J. (1988): *KeyMath Revised.* Circle Pines, MN: American Guidance Service.

Connolly, A.J., Nachtman, W., y Pritchett, E. (1971): *KeyMath Diagnostic Arithmetic Test.* Circle Pines MN: American Guidance Service.

Cordero, A. (1992): *Memoria auditiva inmediata.* (MAI) Madrid, TEA.

D.C.B. (1989): *Diseño curricular base. Educación Primaria.* Madrid MEC.

De Corte, E. (1977): Mainstream and perspectives in research on mathematics learning and instruction. *Actas del VII Congreso de learning and instruction*. Atenas, 25-31 Agosto.

De Corte, E. (1993): La mejora de las habilidades de resolución de problemas matemáticos: Hacia un modelo de intervención basado en la investigación. En J Beltran, V.Bermejo, M.D. Prieto, y D. Vence. *Intervención psicopedagógica*. Madrid, Pirámide.

De Corte, E. y Verschaffel, L. (1987): Children`s problem solving skill and processes with respect to elementary arithmetic word prblems. En E. De Corte, H. Lodewijks, A. R. Parmentier y P. Span (Eds): *Learning and Instruction. European Research in an International Context*. Vol 1 (pg 297-308). Lovaina/Oxford: Lauren University Press/Pergamon Press.

De la Cruz, M.V. (1992): *Batería de aptitudes para el aprendizaje escolar*. Madrid. TEA.

De la Orden, A., Gaviria. Fuentes, J.L y Lázaro, A. (1993): Modelos de construcción y validación de instrumentos diagnósticos. En *Investigación sobre Diferenciación Educativa y Orientación. La dimensión metodológica*. VI Seminario de modelos de investigación educativa. AIDIPE, Madrid. 23-25 Sep.

Dunker, K. (1945): On problem-solving. *Psychological Monographs*, 58-(270), 1-112.

Dunn, L.M. y Markwardt, F.C. (1990): *Peabody Individual Achievement Test*. Circle Pines, MN: American Guidance Service.

Eaves, R.C. (1992): Diagnostic accuracy of the Cognitive Levels Test, The KeyMath Revised and the Woodcock Reading Mastery Test Revised. *Diagnostique*, 17, 163-175.

Eaves R.C. y Simpson, R.G. (1984): The concurrent validity of the Peabody Individual Achievement Test relative to the KeyMath Diagnostic Arthmetic Test among adolescents. *Psychology in the Schools*, 21, 165-168.

Eaves, R.C. y Subotnik, R. (1989): A longitudinal criterion related validity study of the Cognitive Levels Test for a group of highly gifted students. *Diagnostique,* 14, 79-88.

Eaves, R.C., Darch, C., Mann, L. y Vance, E.R. (1990): The Cognitive levels Test. Its relationship with reading and mathematics achievement. *Pychology in the Schools.* 27, 22-28.

Eaves, R.C., Mann, L., Vance, R.H. y Parker-Bohannon, A. (1990): Cognition and academic achievement: The relationship of The Cognitive Levels Test, The KeyMath Revised and The Woodcock Reading Mastery Test Revised. *Psychology in the Schools.* 27, 311-318.

Eaves, R.C., Williams, P., Winchester, K. y Drach, C. (1994): Using teacher judgment and IQ to estimate reading and mathematics achievement in a remedial reading program. *Psychology in the Schcools,* 31, 261-272.

Fernandez Bravo, J.A. (1995): *Didáctica de las matemáticas en la educación infantil.* Madrid, Ediciones Pedagógicas.

Ferrara, B. y Redemer, M. (1979): *Evaluation Report of the title VII Emergence Schools Aid Act Program of the Springfield Public Schools.* Sangamon State Univ Springfield, Ill. (78) p.

Flavell, J,H. (1993): *El desarrollo cognitivo.* Nueva edicción revisada. Madrid, Aprendizaje. Visor.

Frydman, O. y Bryant, P. (1988): Sharing and the understanding of number equivalence by young children. *Cognitive Development*, 3, 323-339.

Gagné, R.M. (1962): The Adquisition of Knowledge. *Psychological Review,* 69, 4, 355-365.

Gallistel, C.R. y Gelman, R. (1991): The what and how of counting. En WF. Kesser., A. Orton, y F.Craik. (Eds.). *Essays in Honor of George Mandler*. Erlbaum.

Gardner, H. (1985), Frames of Mind: The Theory of Multiple Inteligences. Basills Books.

Gelman, R. (1972): Logical capacity of very young children: Number invariance rules Child Development. 43, 75-90.

Gelman, R. y Gallistell, C. R. (1978): *The Child Undertanding of Number*. Harvard University Press.

Gelman, R. (1982): Accessing one to one correspondence: Still another paper about conservation. *Bristish Journal of Psychology* 73, 209-220.

Gelman, R. y Meck, E. (1986): The notion of principle: The case of counting. En J. Hiebert (Ed.). *The Relationship Between Procedural and Conceptual Competence*. Erlbaum.

Gelman, R., Cohen, M. y Hartnett, P. (1989): To Know Mathematics is to go beyond thinking that Fractions arent numbers. En *Proceedings of the Eleventh Annual Meeting of the North American Chapter*. International Group for Psychology of Mathematics of Education.

Gelman,R. y Greeno, J. G. (1989): On the nature of competence. Principles for understanding in a domain. En L.B. Resnick (Ed.). *Knowing and Learning: Issues for a Cognitive Science of Instruction*. Erlbaum.

Gil, R. y Tolchinsky, L. (1997): Small childrens production and interpretation of large numerals. *Actas del VII Congreso de Learning and instruction*. Atenas, 25-31 de agosto.

Glaser R. y Nitko, A.J. (1971): Measurement in learning and instrution. In R. L. Thorndike (Ed): *Educational measurement*. 2ª Ed. Washington American Council.

Glaser, R. (1991): The naturing of the relationship between the science of learning and educational practice. *Learning and Instruction,* 1, 129-145.

Gómez Arbeo, B.M. (1990): *Evaluación criterial. Una metodología util para diagnosticar el nivel de aprendizaje de los alumnos*. Madrid. Narcea.

Gómez_Granell. C. (1985): La representación gráfica de la multiplicación aritmética: una experiencia de aprendizaje. *Infancia y Aprendizaje,* 1985, 31-32, 229-249.

Goodstein, H.A., Kahn, H. y Cawley, J.F. (1976): The achievement of Educable Mentally Retarded Children on the KeyMath Diagnostic Arithmetic Test. *The Journal of Special Education*, 10, 1, 61-70.

Greeno, J.G. (1976): Cognitive objetives of instruction: Theory of Knowledge for solving problems and answering question. En D. Klahr (Comp.), *Cognition and instruction*. Hillsdale, N.J., Laurence Erlbaum Associates,.

Greeno, J.G., Riley M.S. y Gelman.R. (1994): Conceptual competence and children`s counting. *Cognitive Psychology*, 4, 9-15.

Greenstein, J. y Strain F.S. (1977): The utility of The KeyMath Diagnostic Arithmetic Test for adolescent learning disabled students. *Psychology in the schools*, 14, 3, 275-282.

Hambleton, R.K. (1980): Contributions to Criterion-Referenced Testing Technology: And Introduction *Applied Psychological Measurement*, 4, 4, 221-224.

Hambleton, R.K., Swaminathan, H. Algina y Coulson (1978): criterion-referenced testing and measurement. A review of technical issues and developments. *Review of Educational Research*, 48, 1-47.

Hambleton, R.K. y Swaminathan, H. (1985): Item Response theory. Principles and Applications. Kluwer, Nijhoff Publishing.

Hiebert, J. (1984): Children`s mathematics learning The struggle to link form and understanding. *Elementary School Journal*, 84, 497-513.

Hill, N.C., Minifie, D.G. y Minifie, E.L. (1984): *Hadicapped adolescent delinquents: Educational Diagnostic and tutoring. Paper 14 pp.*

Jastak, J.R, Bijou, S. W. y Jastak, S.R (1965): *Wide Range Achievement Test*. Wilmington, DE: Guidance Associates.

Jastak, B.F. Bijou, S.W. y Jastak, S.R. (1976): *Wide Range Achievement Test*. Wilmington, DE: Guidance Associates of Delawar.

Juan-Espinosa, M. (1997): *Geografía de la inteligencia humana. Las aptitudes cognitivas.* Madrid, Pirámide Psicología.

Karmiloff-Smith, A. (1994): *Más allá de la modularidad. La ciencia cognitiva desde la perspectiva del desarrollo.* Madrid, Alianza Psicología.

Kazdin, A. E. (1983): Psychiatric diagnosis dimensions of dysfunction and child behavior therapy. En *Behavior therapy.* 14 pp 73-99.

Köller, O. y Baumert, J. (1977): Are there gender-specfic relationships between intelligence dimensions and achievement in different types of math task ?. *Actas del VII Congreso de learning and Instruction.* Atenas, 25-31 Agosto.

Krakow, J. y Curcio, F. (1978): *Concrete Operational Development and Arithmetic progress in learning Disabled Boys: Acrosslogged Panel Analysis.* Paper presented at the Annual Meeting of the Eastern Psychological Association. Washington D.C.

Kratochwill, T.R. (1976): An examination of the predictive validity of the KeyMath Diagnostic Arithmetic Test and The Wide Range Achievement Test in excepcional children. *Psychology in the Schools,* 13, 4, 404 - 406.

Kuriyama, K. y Yoshida, H. (1997): Representational structure of numbers in mental addition. *Actas del VII Congreso Learning and Instruction.* Atenas, 25-31 Agosto.

López Pina, J.A. e Hidalgo Montesinos, M.D. (1996): Bondad de ajuste y teoría de respuesta a los items. En J. Muñiz (Coord), *Psicometría.* Madrid, Universitas, S.A.

Lovell, K. (1982): *Desarrollo de los conceptos básicos, matemáticos y científicos en los niños.* Madrid, Morata 4ª edición.

Lubke, M. (1985): Expert Sistems in the individual education program process. Paper presented at the Annual Meeting of the American Association on Mental Deficiency (109 th Philadelphia PA, May 27-31).

Luceño, J.L. (1993): *El número y las operaciones aritméticas básicas: Su psicodidáctica.* Alcoy, Marfil.

Mager, R. (1980): *Elaboración de objetivos educativos.* Madrid. Morata.

Mandler, G. y Shebo, B. J. (1982): Subitizing And analysis of its component processes. *Journal of Experimental Psychology*, 111, 1-22.

Markman, E. M. (1979): Review of Siegler's Children Thinking What develops. *Contemporary Psychology* 24, 963-964.

Martí, E.(1996): Psicopedagogía de las matemáticas. En J. Escoriza Nieto, R. , Gonzalez Cabanach., A. Barca Lozano., J.A. Gonzalez Pineda. (Ed). *Psicología de la instrucción*. Vol 5. Barcelona, EUB.

Mayer, R.E. (1985): Mathematical Ability. En Sternberg,
R.J. (Comp.), *Human abilities*, Nueva York, W.H. Freeman and Co (pg-127-150). Traduc Castell: *Las capacidades humanas*. Barcelona. Labor, 1986.

Mayer, C. y Sallee (1983): *Make it simpler. A practical guide to problem solving in mathematics*. Menlo Park, Calif: Addison-Wesley Publishing.

Mayer, R.E., Larkin, J.H. y Kadane, J.B. (1984): A cognitive analysis of mathematical problem solving ability. En R.J. Sternberg (eds.) *Advances in the psychology of human intelligence*. Vol 2, pp 231-273. Hillsdale, NJ: Laurence Erlbaum.

Maza Gómez, C. (1989): *Conceptos y numeración en la educación infantil*. Madrid, Síntesis.

McCloseky, M., Camarazza, A. y Basili, A. (1985): Cognitive mechanisms in number processing and calculation : Evidence from dyscalculia. *Brain and Cognition*, 4, 171 - 196.

McCullough, B.C. y Zaremba, B.A. (1979): Standarized achievement test with learning disabled and non learning disabled adolescent boys. *Learning Disability Quarterly*, 2, 4, 65 - 70.

Miras, M. y Solé, I. (1990): La evaluación del aprendizaje y la evaluación en el proceso de enseñanza y aprendizaje. En C. Coll, J. Palacios, y A. Marchesi. *Desarrollo psicológico y educación II*. Madrid, Alianza Psicología.

Moreno, M. y Sastre, G. (1983): *La pedagogía operatoria*. Barcelona, Laia.

Muñiz, J. (1996): Fiabilidad, en J. Muñiz (Coord.), *Psicometría*. Madrid, Universitas, S.A.

Muñiz Fernandez, J. (1990): *Teoría de Respuesta al Item. Un nuevo enfoque en la evaluación Psicológica y educativa*. Madrid, Pirámide.

National Council of Teachers of Mathematics (1989): *Curriculum and evaluation standards for schools mathematics*. Reston, VA: NCMT. Traducida al castellano por la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales" con el título de *Estandares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. (1991).

Orton, A. (1988): *Learning mathematics. Issues, theory and classroom practice*. London. Casell. Traduc castell. Didáctica de las matemáticas. Madrid, Morata-MEC. 1990.

Paz, M.D. (1996): Validez. En J. Muñiz, *Psicometría*. Madrid. Universitas, S.A.

Pérez-Santamarina, E. (1985): *Adaptación del test de Diagnóstico Aritmético KeyMath a la población escolar andaluza: Primera fase*. Tesis de Licenciatura sin publicar. Universidad de Granada. Facultad de Filosofía y Letras.

Pérez-Santamarina. E. (1990): Una justificación teórica del estudio del KeyMath Diagnostic Arithmetic Test en el ámbito de la Psicología Educativa. *Comunicación presentada al I Simposium INFAD de Psicología Evolutiva y Educativa*. Alicante, 16-18 Marzo, 1991.

Pérez Gómez, A y Gimeno Sacristán, J. (1994): *Evaluación de un proceso de innovación educativa*. Junta de Andalucía.

Petitto, A.L. (1978): *Mathematical Thinking in Tailors and Merchants in Ivory Coast*. Tesis doctoral. Cornell University.

Piaget, J. (1946): *Le developpment de la notion de temps chez l'enfant*. París, Presses Universitaires de France.

Piaget, J. (1967): *La génesis de las estructuras lógicas elementales. Clasificación y seriación.*.Buenos Aires, Guadalupe.

Piaget, J. y Szeminska, A. (1941): *La génèse du nombre chez l'enfant, Neuchatel, Delachaux-Nietszlé;* (trad, castell.: *La génesis del número en el niño.*) Buenos Aires, Guadalupe, (1982).

Piaget, J. e Inhelder, B. (1956): *The child's conception of space.* London: Routledge and Kegan Paul.

Piaget, J, Inhelder, B. y Szeminska, A. (1960): *The child's conception of Geometry.* London: Routledge Kegan Paul.

Polya, G. (1973): *How to solve it.* (3 th Ed). Princenton, N.J. Princeton University Press.

Price, P.A. (1984): A Comparative Study of The California Achievement Test (Forms C y D) and the KeyMath Diagnostic Arithmetic Test with Secondary LH Students. *Journal of Learning Disabilities,* 19, 7, 392-96.

Prieto M.D. (1993): La enseñanza de las matemáticas como solución de problemas. En J. Beltran, V. Bermejo., y D.Vence. *Intervención psicopedagógica.* Madrid, Pirámide.

Puig, L. y Calderón, J. (1996): *Investigación y didáctica de las matemáticas.* Madrid, MEC-CIDE.

Rasch, G. (1960): *Probabilistic models for some Intelligence and attainement test.* Copenhagen; Danis Institute for Educational Research.

Rees, J.M. y Coyle, L. M. (1986): *Error descriptions for math test. User's Guide.* Disponible en Jocelyn Rees, 201 W. McNeese Street, La. Charles, La 70605.

Rentz. R.R. y Bashow, W.L. (1977): The national reference scale for reading and application of the Rach Model. *Journal of Educational Measurement.*

Resnick , L.B. (1982): Syntax and semantics in learning to sustract. En T.P. Carpenter, J. M., Moser y T.A. Romberg (Eds). *Addition and subtracction: A Cognitive perspective.* (pp 136-155) Hillsdale, NJ: Laurence Erlbaum Associates.

Resnick, L.B. (1986): The development of mathematical intuition. En M. Perlmuther (Ed.) . *Perpectives on Intellectual Development:* Minnesota Symposia on child Psychology. Vol. 19, Laurence Erlbaum.

Resnik , L.B. (1989): *Knowing, Learning and Instruction*. Hillsdale, New Jersey L. Erlbaum.

Resnick, L.B. (1990): *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Madrid Pidós-MEC.(Original en ingles de 1981 Erlbaum).

Resnick, L.B. y Omason, S.F. (1987): Learning to understand arithmetic. En R. Glaser (ed.) *Avances in instructional psychology* (pp 41-95). N.J: Erlbaum.

Reys, R.E. (1984): Mental computation and estimation: Past, present, and future. *Elementary School Journal*. 84, 544-557.

Riley, M.S., Greeno, J.G. y Heller, J.I. (1983): Development of children`s problem-solving ability in arithmetic. En H. P.Ginsburg (eds), *The development of mathematical thinking*. Nueva York, Academic Press, pp 153-206.

Rivas, F. et al (1980): *"Proyecto Valencia. Objetivos básicos de aprendizaje en los ciclos y areas de Lenguaje y Matemáticas en la E.G.B. Una aproximación de evaluación referida a criterio*. Valencia. Centro de Publicaciones Universitarias.

Rivas, F. y Alcantud, F.(1988): *La evaluación criterial en la Educación Primaria*. Madrid, M.E.C - C.I.D.E.

Riviere, A. (1990): Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: Una perspectiva cognitiva. En A. Marchesi, C. Coll, y J. Palacios. *Desarrollo psicológico y educación III*. Madrid. Alianza Psicología.

Rodda, H. (1988): Assessment and rehabilitation of severaly socially deprived deaf adults. En D Baine, (ed): *Alternative futures for the education of students with severe disabilities*. Edmonton, Canada.

Rodriguez Lajo, M. (1985): Evaluación del rendimiento criterial versus normativo. *Revista de investigación Educativa,* 304-321.

Román Sanchez, J.M. y García Villamssir, D.A. (Eds.) (1990): *Intervención clínica y educativa en el ámbito escolar*. Valencia, Promolibro.

Rost, J. y von Davier, M. (1994): A conditional item -fit index for Resch model. *Apllied Psychological Meesurement, 18, 171-182.*

Rovet, J, Szekely, C. y Hockemberry, M.(1994): Specific Arithmetic Calculation Deficits in Children With Turner Syndrome. *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology*, 16, 6, 820-839.

Salvia, J. e Ysseldyke, J.E. (1988): *Assessment in special and remedial education*. (4 th ed). Boston: Hougton Mifflin.

Sapp, G.L., Chissom, B.D., Horton, W.O.(1984): An investigation of the ability of selected instruments to discriminate areas of exeptional class designation. *Psychology in the Schools*. 21, 258 - 263.

Saxe, G. (1977): A developmental analysis of national counting. *Child Development*, 48, 1512-1520.

Schoenfeld, A.H. (1985): *Mathematical problem solving*. Orlando, F.L. Academic Press.

Seisdedos, N. (1984): *Aptitudes numéricas*. (Monedas). Madrid, TEA.

Siegler, R.S. y Robinson, M. (1982): The developmental of numerical understandings. En H. W. Reese y L.P. Lipsitt. (eds.). *Advances in child development and behavior*, (Vol 14) N. York: Academic Press.

Simner, M.L. (1988): *Predicting first grade Achievement from errors in printing at the start of Prekindergarten*. Paper presented at the Annual Meeting of the National Association for School Psychologist. (Chicago, Il, April 5-10, 1988).

Sinclair, A. (1997): Numbers, numerals, fingers and things at age theree. *Actas del VII Congreso de Learning and Instruction*. Atenas, 25-31 de agosto.

Slate, J.R. (1996): Interrelations of frequently administered achievement measures in the determination of specific learning disabilities. *Learning Disabilities, Research and Pratice*, 11, 2, 86-89.

Smedslund, J. (1964): "Concrete reasoning: A study of intellectual development". *Monogr Socit Research in children Development*. 93,

Smith, D.D. y Rivera, D.P. (1991): Mathematics. En B. Y. Wong (ed.) *Learning disabilities*. (pag 345-374). San Diego, CA: Academic Press.

Sophian, C. (1987): Early development in children´s use of counting solve quantitative problems. *Cognition and Instruction*, 4, 61-90.

Stafilidou, M y Vosniadow, L. (1977): Children`s mental models of fraction. *Actas del VII Congreso Europeo de learning and Instruction*. Atenas 25-31 Agosto.

Starkey, P., Spelke, E. y Gelman, R. (1980): Number competence in infancy. *Infant Behavior and Development*, 2, 13-14.

Starkey, P., Spelke, E. y Gelman, R. (1981): *Detection of intermodal numerical correspondences by human infant*. Informe no publicado. Universidad de Pensilvania.

Strauss, M.S. y Curtis, L.E. (1981): Infants perception of numerosity. *Child Development*, 52, 1146-1152.

Stufflebeam D.L. y Shinkfield A.J. (1985): *Sistematic evaluation*. Dordrecht/Boston. Kluwer-Nijhoff Publishing. (Trad cast.: *Evaluacion sistemática*. Barcelona, Paidós-MEC 1987).

Thorndike, E.L., Kagen, E,P. y Sattler, J.M. (1986): *Stanford-Binet Intelligence Scale:* Fourth Edition. Chicago, Riverside.

Thorndike E.L. (1922): *The pychology of arithmetic Nueva York: The Macmillan Co.*

Tiegs, E. W. y Clark, W.W. (1963) *California Arithmetic Test*, Monterey, Calif, CTB/Mc Graw-Hill.

Tiegs, E.W. y Clark, W.W. (1977): *California Achievement Test* (CAT). Formas C y D. Calif, CTB, McGraw Hill.

Tinney, F.A, (1975): A Comparison of the KeyMath Diagnostic Arithmetic Test and the California Arithmetic Test used with Disabled Students. *Journal of Learning Disabilities,* 8, 5, 57-59.

Tolchinsky L. y Karmiloff-Smith, H. (1993): Las restricciones del conocimiento notacional. *Infancia y aprendizaje,* 62-63, 19-51.

Villuendas, M.D. (1986): *La identidad cognitiva. Estructura mental del niño entre 6 y 7 años.* Madrid, Narcea.

Wellman, H. y Miller, K. G.(1986): Thinking about nothing: Development of concepts of zero. *Bristish Journal of Developmental Psychology,* 4, 31-42.

Wertheimer, M. (1959): *Productive thinking.* Nueva York: Harper y Row (traduc cast: *El pensamiento productivo.* Barcelona, Paidós. (1991).

Weschler, D. (1974): *Escala de Inteligencia de Weschler para niños.* (WISC). Madrid. TEA.

Weschler, D. (1976): *Escala de inteligencia de Weschler para preescolar y primaria.* (WIPPSI). Madrid. TEA.

White, K.R. y Carcelli, (1982): *The efect of item format on students standarized mathematics achievement test scores.* Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Associations. (66 th), New York, N4, March 19-23, 1992.

Woodcock, R.W.(1987): *Woodcock Reading Mastery Test Revised.* Circle Pines, MN: American Guidance Service.

Woodcock, R.W. y Johnson, M.B. (1977): *Woodcock-Johnson Psycho-educational Battery.* Allen, TX: DLM Teaching Resources.

Woods, M.L. y Moe, A.J. (1977): *Analytical Reading Inventory.* Columbus: Charles E. Merrill Publishing Company.

Wright, B.D. y Panchapakesan, N. (1969): A procedure for sample free item analisis. *Educational and Psychological Measurement.* 1, 23-48.

Wrigth, B.D. y Mead, R.J. (1976): *BICAL. Calibrating rating scales with the Rasch Model*. Research memorandun, 23. Chicago, Satastitical Laboratory, Departament of Education. University of Chicago.

Wynn, K. (1990): Children understanding of counting. *Cognition*, 35, 41-68.

Yuste, C. (1988): *Batería general de aptitudes*. Madrid, CEPE.

Yuste, C. (1991): *Inteligencia general factorial*. (IGF).Madrid, TEA.

Anexo I

VALORE ENTRE 1 Y 5 LA CONGRUENCIA ENTRE CADA ITEM Y EL OBJETIVO CORRESPONDIENTE. EL 5 REPRESENTA UN AJUSTE PERFECTO, Y EL 1 REPRESENTA LA FALTA DE AJUSTE.

PREGUNTAS DEL KEYMATH.
=======================

AREA 1. Contenidos.

Subtest A. Numeración.

A - 1.- ¿Cúantos caballos hay en esta lámina?. 5.4.3.2.1

A - 2.- ¿ Qué falta en el círculo azul ?. 5.4.3.2.1.

A - 3.- ¿ Qué número es éste?. 5.4.3.2.1.

A - 4.- Cuenta estos puntos con tu dedo. 5.4.3.2.1.

A - 5.- ¿ Qué número debería haber en la caja azul ?. 5.4.3.2.1.

A - 6.- ¿ Qué debería haber en la caja roja ?. 5.4.3.2.1.

A - 7.- ¿ Cúantos puntos debería haber en la caja vacía ?. 5.4.3.2.1.

A - 8.- ¿ Cúantos gatos pequeños hay ?. 5.4.3.2.1.

A - 9.- ¿ Cúantos bloques o cubos hay ? 5.4.3.2.1.

A - 10.- ¿ Qué números debería haber en las cajas azules ?. 5.4.3.2.1.

A - 11.- Este es el número 19. ¿Cúal es el número que va justo delante de este ?. 5.4.3.2.1.

A - 12.- ¿ Qué número debería haber en la caja azul ? 5.4.3.2.1.

A - 13.- Si contamos los patos y digo: primero, segundo, tercero, ¿Cúal será el nombre del pato marrón ?. 5.4.3.2.1.

A - 14.- ¿ Cúantas figuras tiene más, el grupo más largo, que el grupo más corto ?. 5.4.3.2.1.

A - 15.- ¿ Que número debería haber en la caja azul ?. 5.4.3.2.1.

A - 16.- ¿ Qué número romano es este ?. 5.4.3.2.1.

A - 17.- Este es el número 79. ¿Cúantas veces hay 20 en el número 79 ?. 5.4.3.2.1.

A - 18.- ¿ Qué número debería haber en la caja azul ?. 5.4.3.2.1.

A - 19.-¿ Porqué es el 40 el número mas grande? 5.4.3.2.1.

A - 20.- Redondea este número hasta la unidad de millar mas próxima. 5.4.3.2.1.

A - 21.- Redondea este número hasta la centena mas próxima. 5.4.3.2.1.

A - 22.- ¿ Cual es el valor de esta expresión ?. 5.4.3.2.1.

A - 23.- ¿ Por que 7,5 es el número mas alto ?. 5.4.3.2.1.

A - 24.- ¿ Que proporción existe entre los números 4 y 20 ?. 5.4.3.2.1

AREA 1. CONTENIDOS.
Subtest B. Fracciones.

B - 1.- Esto es una manzana. ¿cuanto es esto ?. 5.4.3.2.1.

B - 2.- Si la mitad de estos conejos se fueran ¿ Cuantos quedarían ?. 5.4.3.2.1.

B - 3.- ¿ Que cantidad de líquido contiene esta jarra ?.- 5.4.3.2.1.

B- 4.- La parte azul representa la mitad del círculo.
¿ Que fracción representa la parte amarilla ?. 5.4.3.2.1.

B - 5.- Lee este número. 5.4.3.2.1.

B - 6.- ¿ Que fracción del círculo representan las partes azul y amarillas juntas ?. 5.4.3.2.1.

B - 7.- Aquí tienes 5 bloques amarillos y 3 azules. ¿Que fracción del total representan los 3 bloques azules ?. 5.4.3.2.1.

B - 8.- ¿ Cuantos árboles son 1/3 de este grupo ?. 5.4.3.2.1.

B - 9.- ¿ Cuanto es dos tercios de este número? 5.4.3.2.1.

B - 10.- ¿ Cuantos patos son tres cuartos de este grupo ?. 5.4.3.2.1.

B - 11.- ¿ Cual es el número mixto que equivale a esta fracción?. 5.4.3.2.1.

AREA 1. CONTENIDOS.
Subtest C - Geometría y símbolos.

C -	1.- Señala el círculo.	5.4.3.2.1.
C -	2.- ¿Cuáles de estas cosas tenemos que juntar, para hacer una figura igual a esta ?.	5.4.3.2.1.
C -	3.- ¿ Cuáles de estas cosas tenemos que juntar para hacer una figura igual a esta ?.	5.4.3.2.1.
C -	4.- Señala el círculo.	5.4.3.2.1.
C -	5.- Señala lo que es mas alto.	5.4.3.2.1.
C -	6.- Señala el triángulo.	5.4.3.2.1.
C -	7.- ¿ Cuáles de estas figuras tenemos que juntar, para hacer una figura igual a esta ?.	5.4.3.2.1.
C -	8.- ¿ Qué significa el símbolo rojo ?.	5.4.3.2.1.
C -	9.- ¿ Qué significa el símbolo rojo ?.	5.4.3.2.1.
C -	10.- ¿ Qué signifaca el símbolo rojo ?.	5.4.3.2.1.
C -	11.- ¿ Qué significa la abreviatura en rojo ?.	5.4.3.2.1.
C -	12.- ¿ Qué significa la abreviatura en rojo.	5.4.3.2.1.
C -	13.- ¿ Qué significa la abreviatura en rojo.	5.4.3.2.1.
C -	14.- ¿ Qué significa el símbolo rojo ?.	5.4.3.2.1.
C -	15.- ¿ Qué significa el símbolo rojo ? .	5.4.3.2.1.
C -	16.- ¿ Qué significa la abreviatura en rojo ?.	5.4.3.2.1.
C -	17.- ¿ Qué significa la abreviatura en rojo ?.	5.4.3.2.1.
C -	18.- ¿ Qué significa la abreviatura en rojo ?.	5.4.3.2.1.
C -	19.- ¿ Cómo tienen que ser las líneas A.B y C.D. entre si, si sabemos que los ángulos Y y Z son iguales ?.	5.4.3.2.1.
C -	20.- ¿ Como son las líneas A-B y C-D entre si ?.	5.4.3.2.1.

AREA 2. OPERACIONES.
Subtest D. Adición.

D - 1.- ¿ Cuántas cerillas son una cerilla y dos cerillas ?. 5.4.3.2.1.

D - 2.- Había 3 pájaros, llegaron 2 pájaros más: ¿Cuántos pájaros hay ahora ?. 5.4.3.2.1.

D - 3.- Si 4 ranas se reunen con 2 ranas mas ¿ cuántas ranas hay en total ?. 5.4.3.2.1.

D - 4 a D 15.- Cómputo escrito. Sección escrita. Adición. 5.4.3.2.1.

AREA 2. OPERACIONES.
Subtest E. Sustracción.

E - 1.- Aquí hay 3 botones rojos, Si tu coges un botón ¿Cuántos quedan ?. 5.4.3.2.1.

E - 2.- Esta lámina tiene 5 botones verdes. Si quitas 2 botones ¿ Cuántos quedan ?. 5.4.3.2.1.

E - 3.- Esta lámina tiene 8 botones rojos. Si quitas 4 botones: ¿ Cuántos quedan ?.5.4.3.2.1.

E - 4 a E- 14.- Cómputo escrito. Resta. 5.4.3.2.1.

AREA 2. OPERACIONES.
Subtest F. Multiplicación.

F - 1.- ¿ Cuánto es dos veces tres ?. 5.4.3.2.1.

F - 2.- ¿ Cuánto es tres veces cuatro ?. 5.4.3.2.1

F - 3 a F-11.- Cálculo escrito. Multiplicación, 5.4.3.2.1.

AREA 2 OPERACIONES.
Subtest G. División.

G - 1.- ¿ Cuántas naranjas meterías en cada vasija, si tuvieras que repartir las cuatro naranjas en partes iguales ?. 5.4.3.2.1.

G - 2.- ¿ Cuantas naranjas meterías en cada vasija si tuvieras que repartir las 8 naranjas en grupos iguales ?. 5.4.3.2.1.

G - 3 hasta G-10.- Cálculo escrito. División. 5.4.3.2.1.

AREA 2. OPERACIONES.
Subtest H. Cálculo mental.

H - 1.- a H.-10.- Preguntas de cálculo metal preguntadas una sola vez a una velocidad de un cómputo por segundo, haciendo una pausa en cada coma. 5.4.3.2.1.

AREA 2. OPERACIONES.
Subtest I. Razonamiento numérico.

I - 1.- a I - 12. Díme el número que hay que poner en el cuadro rojo. 5.4.3.2.1.

AREA 3. APLICACIONES.
Subtest J. Problemas de palabra.

J - 1.- Juan tenía dos galletas, su perro se comió una galleta. ¿ Cuantas galletas le quedaron? a Juan ?. 5.4.3.2.1.

J - 2.- Antonio tiene 3 canicas. Encuentra 2 canicas mas.¿ Cuántas canicas tiene ahora ?. 5.4.3.2.1.

J - 3.- Tomás fué a la tienda una vez. Natacha fué a la tienda dos veces. ¿ Cuántas veces fueron a la tienda entre los dos ?. 5.4.3.2.1.

J - 4.- Luis ha hecho un monton con 9 cajas. La de arriba es de su hermana, el resto suyas. ¿Cuántas cajas suyas ha puesto en el montón ?. 5.4.3.2.1.

J - 5.- Enrique tiene 3 libros y Joaquín tiene 5 libros. Si ellos dividiesen los libros en partes iguales, ¿Cuántos libros tendrá cada uno ?. 5.4.3.2.1.

J - 6.- Seis niños están jugando en un parque que tiene 8 columpios. Si solo se estan columpiando 2 niños: ¿ Cuántos columpios hay vacios ?. 5.4.3.2.1.

J - 7.- Paco compró una camisa nueva por 600 pts. El comerciante le regaló un cinturon que valía 200 Pts. ¿ Cuánto tuvo que pagar por su compra? 5.4.3.2.1..

J - 8.- Aa compró un abrigo para su muñeca que cuesta 20 Pts. Ana paga 5 Pts cada mes, hasta que la factura del abrigo esté pagada.
¿Cuántos meses tendrá que estar pagando? .5.4.3.2.1.

J - 9.- El Sr López contrató a 3 chicos para trabajar en su almacén. Pagó a cada chico 100 Pts por hora. Juan trabajó 6 horas, Virgilio trabajó 11 horas y Tomas trabajó 7 horas. ¿Cuánto dinero ganó Virgilio mas que Juan ?. 5.4.3.21.1.

J - 10.- Una habitación tiene 4 filas de sillas. Hay 8 sillas en cada fila.
¿Cuántas sillas hay en la habitación ?. 5.4.3.2.1.

J - 11.- Lee el problema: Una bolsa de fresas pesa 1 y 1/2 Kilos. ¿ Cuánto pesará una caja en la que caben 12 bolsas de fresas?.5.4.3.2.1.

J - 12.- El Sr. Martín gana 40.000 Pts al mes. Se gasta el 25 % de su sueldo en comida. ¿Cuánto dinero gasta el Sr Martin en comida cada mes ?. 5.4.3.2.1.

J - 13.- Susana envuelve paquetes para el Sr López. El le paga 50 Pts por cada paquete que ella envuelve. En 2 horas de trabajo Susana envuelve 9 paquetes marrones, 5 verdes y 6 rojos.
¿ CUánto gana Susana en una hora ?. 5.4.3.2.1.

J - 14.- El Sr Matín compró una mesa que valía 2.000 Pts, y la pagó en 12 meses entregando 200 Pts cada mes.
¿ Cuánto dinero se habría ahorrado el Sr Martín si hubiera pagado la mesa al contado ?. 5.4.3.2.1.

AREA 3. APLICACIONES.
Subtest K : Elementos ausentes.

K - 1.- Susana mide 1 metro 30 centímetros. ¿ Cuántos centímetros es mas alta que su hermano? ¿Qué información falta?. 5.4.3.2.1.

K - 2.- Un granjero cobra 10.000 pts por cada vaca que vende.¿ Cuánto cobrará por un camión de vacas ?
¿ Que información falta ?. 5.4.3.2.1.

K - 3.- La gata de Susana tuvo gatitos. Susana regaló dos gatitos marrones y 1 blanco. ¿ Cuántos gatitos le quedan ?. ¿ Qué información falta ?. 5.4.3.2.1.

K - 4.- En cada siento de un autobús escolar caben 3 niños.¿Cuántos niños caben en el autobús cuando todod los asientos estan ocupados y no hay niños de pie ?. 5.4.3.2.1.

K - 5.- Tomás fué a la tienda, compró un bolígrafo por 5 pts, un libro por 50 pts y un rotulador por 10 pts. ¿Cuánto dinero le devolvieron? ¿Que información falta ?. 5.4.3.2.1.

K - 6.- El Sr Sanchez está esperando el autobús que llega a las 6 en punto. ¿ Cuánto tiempo lleva esperando o ha estado esperando el Sr Sanchez?. ?que información falta?. 5.4.3.2.1.

K - 7.- David, José y Ramón estuvieron trabajando juntos pelando manzanas. David peló 8 cajas de manzanas, y Ramón 10 cajas de manzanas. ¿ Cuántas cajas de manzanas pelaron entre los tres?. ¿ Que información falta ?. 5.4.3.2.1.

AREA 3. APLICACIONES.
Subtest L. Dinero.

L - 1.- ¿ Por qué cuesta la caja del centro mas dinero que cada una de las otras cajas ?. 5.4.3.2.1.

L - 2.- ¿ Cuánto vale esta moneda ?. 5.4.3.2.1.

L - 3.- ¿ Cuál es el valor de este dinero ?. 5.4.3.2.1.

L - 4.- ¿ Cuánto vale este dinero ?. 5.4.3.2.1.

L - 5.- ¿ En qué gasta más dinero la familia Alvarez ?. 5.4.3.2.1.

L - 6.- ¿ Cuál es el valor de este talón o cheque? 5.4.3.2.1.

L - 7.- ¿ Cuántas pesetas vale todo este dinero junto ?. 5.4.3.2.1.

L - 8.- ¿ Cuál de estos grupos de monedas necesitarías si compraras este bolígrafo ?. 5.4.3.2.1.

L - 9.- ¿ Cuanto vale todo este dinero junto ?. 5.4.3.2.1.

L - 10.- ¿ Por qué es mejor comprar estas, si necesitas mucha cantidad de tomate ?. 5.4.3.2.1.

L -11.- Esta navaja cuesta 45 Pts. Si fueras un comerciante y yo te diera un billete de 100 pts para pagártela, enséñame cuáles de estas monedas me devolverías como cambio ?. 5.4.3.2.1.

L -12.- ¿ Cuánto dinero quedó en la cuenta corriente despues de pagar este cheque o talón ?. 5.4.3.2.1.

L -13.- Esta gorra cuesta 345 pts. Si yo te doy 500 pts, enséñame ¿cuáles de estas monedas me devolverias como cambio ?, 5.4.3.2.1.

L -14.- ¿ Que números corresponden a las cajas rojas para formar esta cantidad ? (suma). 5.4.3.2.1,

L -15.- ¿ Cual es la suma total de dinero depositada en la cuenta durante estos tres meses ?- 5.4.3.2.1.

AREA 3 : APLICACIONES.
Subtest M. Medida.

M - 1.- ¿Qué es esto ? (regla) 5.4.3.2.1.

M - 2.- Cuántos centímetros tiene esta regla ?. 5.4.3.2.1..-

M - 3.- ¿ Cuántos centímetros mide esta línea ?. 5.4.3.2.1.

M - 4.- ¿Qué es esto ? (Termómetro). 5.4.3.2.1.

M - 5.- ¿ Cuántos zapatos hay en un par de zapatos? 5.4.3.2.1.

M - 6.- Si tuvieras que medir el tamaño de un gran campo en centímetros,metros o decímetros, ¿Por qué escogerias el metro?. 5.4.3.2.1.

M - 7.- ¿ Que podrías comprar por docenas ?. 5.4.3.2.1.

M - 8.- ¿ Cuántos huevos hay en una docena ?. 5.4.3.2.1.

M - 9.- ¿ Cómo te sentirias si tu habitación estuviera a 10 grados centígrados ?. (frio) 5.4.3.2.1.

M -10.- ¿ Cuánto mide esta línea ?. 5.4.3.2.1.

M -11.- El bloque más pequeño pesa 4 kilos. ¿ Cuantos kilos pesará el bloque mas grande?5.4.3.2.1..

M -12.- ¿ Cuántos centímetros hay en un metro ?. 5.4.3.2.1.

M -13.- ¿ En qué se mide la distancia entre una ciudad y otra?. 5.4.3.2.1.

M -14.- ¿ En qué se mide la tela que compramos ?. 5.4.3.2.1.

M -15.- ¿ Cuántos gramos crees que puede pesar esta lata de leche ?. 5.4.3.2.1.

M -16.- ¿ Cuál es la mitad de la longitud
de esta línea ?. 5.4.3.2.1.

M -17.- ¿ Cuál es la temperatura que marca este
termómetro ?. 5.4.3.2.1.

M -18.- El bloque azul pesa 5 kilos. ¿Cuántos kilos
pesan todos los bloques amarillos juntos ?. 5.4.3.2.1.

M -19.- ¿ Cuántos kilos crees que pesa este hombre?.5.4.3.2.1.

M -20.- ¿ Cuál es una buena temperatura en
una habitación ?. 5.4.3.2.1.

M -21.- Un metro mas 10 centímetros
¿cuantos centímetros son?. 5.4.3.2.1.

M -22.- ¿ A que temperatura está el horno ?. 5.4.3.2.1.

M -23.- ¿ Cuál es la temperatura de una persona
con buena salud ?. 5.4.3.2.1.

M -24.- ¿ Cuántos quintales métricos de trigo
necesitamos para tener una tonelada métrica?5.4.3.2.1..

M -25.- El hombre mide 1,70 metros.
¿ Cuanto crees que mide el arbol ?. 5.4.3.2.1.

M -26.- Si esta caja tiene 4 centímetros de lado,
¿Cuál es su perímetro ?. 5.4.3.2.1.

M -27.- ¿ Cuál es su área ?. 5.4.3.2.1.

Fin del Subtest M-

AREA 3 APLICACIONES.
Subtest N: Tiempo.

N - 1.- ¿ Qué nos indica (o mide) un reloj ?. 5.4.3.2.1.

N - 2.- ¿ Qué le falta a este reloj ?. 5.4.3.2.1.

N - 3.- ¿ Qué estación del año se ve en este dibujo?5.4.3.2.1..

N - 4.- ¿ Qué es esto ?. (Calendario) 5.4.3.2.1.

N - 5.- ¿ Qué hora es en este reloj ?. 5.4.3.2.1.

N - 6.- ¿ Cuántos viernes hay en este mes ?. 5.4.3.2.1.

N - 7.- ¿ Cuántos dias hay en este mes ?. 5.4.3.2.1.

N - 8.- ¿ En qué dia de la semana cae el dia 28 ?
o ¿Qué dia de la semana es el 28 ?. 5.4.3.2.1.

N - 9.- ¿ Cual es la fecha del primer lunes ?. 5.4.3.2.1.

N -10.- ¿ Qué hora es en este reloj ?. 5.4.3.2.1.

N -11.- ¿ Qué hora marcará este reloj
dentro de tres horas ?. 5.4.3.2.1.

N -12.- ¿ Qué hora mar ca este reloj ?. 5.4.3.2.1.

N -13.- ? A qué hora sonará la alarma por la mañana?5.4.3.2.1..

N -14.- Imagínate que estás trabajando y te pagan
cada dos semanas. La última vez que cobraste
fué el dia 9 martes.
¿ Qué dia cobrarás otra vez ?. 5.4.3.2.1.

N -15.- ¿ Qué mes del año se ve en este almanaque?. 5.4.3.2.1.

N -16.- Si empiezas a esperar a esta hora,
¿Cuánto tiempo tendras que esperar un autobús
que llega a las cuatro en punto ?. 5.4.3.2.1.

N -17.- ¿ Cuántos dias hay en un año ?. 5.4.3.2.1.

N -18.- ¿ Cuántos años hay en una década ?. 5.4.3.2.1.

N -19.- ¿ A qué hora sonará la alarma
por la mañana ?. 5.4.3.2.1.

Fin del Subtest N.

VALORE DE 1 A 5 CADA UNA DE LAS SIGUIENTES PREGUNTAS:

1ª. ¿Considera que el test es útil para hacer la evaluación inicial del alumno al comienzo del curso? 5.4.3.2.1.

2ª. ¿Considera que el test el útil para hacer la evaluación inicial del alumno al comienzo de cada ciclo? 5.4.3.2.1.

3ª. ¿Considera que el test es útil para detectar dificultades de aprendizaje? 5.4.3.2.1.

4ª. ¿Considera que el test es útil para evaluar el rendimiento del alumno? 5.4.3.2.1.