

UNIVERSIDAD DE GRANADA

Doctorado en Ciencias de la Educación



**ELEMENTOS PARA LA FORMACIÓN DE MAESTROS DE
MATEMÁTICAS DESDE LA ETNOMATEMÁTICA**

Tesis Doctoral
Hilbert Blanco Álvarez

Dirigida por:
Dra. María Luisa Oliveras Contreras
Dra. Alicia Fernández-Oliveras

Granada, 2017

UNIVERSIDAD DE GRANADA

**Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de las Matemáticas**

ELEMENTOS PARA LA FORMACIÓN DE MAESTROS DE MATEMÁTICAS DESDE LA ETNOMATEMÁTICA

Memoria de TESIS DOCTORAL, realizada bajo la dirección de la Doctora María Luisa Oliveras Contreras del Departamento de Didáctica de las Matemáticas y la Doctora Alicia Fernández-Oliveras del Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Granada, que presenta D. **Hilbert Blanco Álvarez** para optar al grado de Doctor en el Programa de Doctorado de Ciencias de la Educación.

Fdo. Hilbert Blanco Álvarez

Vº Bº de las Directoras,

Dra. María Luisa Oliveras Contreras

Dra. Alicia Fernández-Oliveras

Editor: Universidad de Granada. Tesis Doctorales
Autor: Hilbert Blanco Álvarez
ISBN: 978-84-9163-361-7
URI: <http://hdl.handle.net/10481/47630>

Reconocimientos:

Esta investigación ha sido financiada por la Universidad de Nariño, Colombia y se ha realizado en el seno del Grupo de Investigación Etnomatemática, Formación de Profesores y Didáctica del Plan Andaluz de Investigación Desarrollo e Innovación de la Junta de Andalucía, referencia HUM502.

El doctorando Hilbert Blanco Álvarez y las directoras de la tesis Dña. María Luisa Oliveras y Dña. Alicia Fernández- Oliveras garantizamos, al firmar esta tesis doctoral, que el trabajo ha sido realizado por el doctorando bajo la dirección de las directoras de la tesis y, hasta donde nuestro conocimiento alcanza, en la realización del trabajo, se han respetado los derechos de otros autores a ser citados, cuando se han utilizado sus resultados o publicaciones.

Asimismo, certificamos que:

- Hilbert Blanco Álvarez es co-autor de todos y cada uno de los artículos y/o capítulos de libro publicados/aceptados para su publicación o en evaluación, compendiados en esta memoria en los Capítulos 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8. Además de los artículos y capítulos de libro que se presentan en los anexos 1, 2, 3 y 4.
- Hilbert Blanco Álvarez es autor principal en todos ellos y, por tanto, los trabajos de elaboración de todos y cada uno han sido parte de su formación como investigador.
- Todos y cada uno de los artículos compendiados en esta memoria son originales y no han sido utilizados por ninguno de sus autores en otras tesis doctorales.

Granada, 25 de abril de 2017

Directoras de la Tesis

Fdo.: Dña. María Luisa Oliveras

Fdo.: Dña. Alicia Fernández-Oliveras

Doctorando

Fdo: Hilbert Blanco Álvarez

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por todos los favores recibidos.

A mis directoras María Luisa Oliveras y Alicia Fernández-Oliveras por su incondicional apoyo, confianza y generosidad al compartir su conocimiento conmigo. Mil gracias.

A mi esposa Victoria por acompañarme en este viaje y tener la paciencia del santo Job.

A mi hijo Sebastián por ser mi inspiración.

A mi amiga María Teresa por las discusiones que hacíamos por largas horas y sus útiles consejos.

A todos los que participaron del Seminario Internacional Permanente de Investigación Educativa que fue un espacio donde muchas de las ideas de esta tesis se fortalecieron.

A Juan D. Godino por sus comentarios a los artículos y las discusiones sobre el Enfoque Ontosemiótico.

A los profesores que participaron de la investigación, por enseñarme tanto.

A mi familia, por el tiempo que estuve lejos de ellos.

A mis amigos de la Red Latinoamericana de Etnomatemática por las múltiples discusiones.

A mí mismo, por llevar a feliz término este proyecto, sin desfallecer en el intento.

Resumen

Esta memoria presenta los resultados de una investigación doctoral, que tiene como objetivo general *identificar elementos para el diseño de programas de formación de maestros de matemáticas desde una perspectiva etnomatemática*. Se hizo uso de una metodología cualitativa interpretativa, y el diseño metodológico se basó en el estudio de caso. El caso estudiado fue un curso de formación para maestros en ejercicio, diseñado desde la Etnomatemática, por los autores de este capítulo y realizado en el municipio de Tumaco, Colombia, entre julio y octubre de 2012. El curso tuvo una duración de 111 horas y participaron 28 maestros de la educación básica primaria y secundaria.

Los datos se recolectaron por medio de entrevistas grupales, observación participante y pasiva, grabación de audio y vídeo, fotografías, reflexiones escritas de los maestros y formato de evaluación del curso. El análisis de los datos se realizó tomando como referente el modelo MEDIPSA que recoge diferentes enfoques teóricos. Se actualizaron las referencias de dicho modelo en varias de sus componentes como la Etnomatemática, la Filosofía del lenguaje, el Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos. Además, se incorporaron varios enfoques metodológicos para el análisis de los datos como la teoría fundamentada, evaluación de programas, la investigación documental y el análisis de contenido.

Dicho análisis se dividió en seis estudios. El primero se centró en analizar el estado del arte de la formación de maestros desde la perspectiva etnomatemática, el segundo evaluó el curso de formación de maestros, el tercero analizó las posturas epistemológicas que los maestros tienen de las matemáticas, el cuarto describe las actividades diseñadas por los maestros, el quinto estudió la idoneidad didáctica de dos de las clases diseñadas por los maestros y desarrolladas con los niños, y el sexto analizó la postura política de la etnomatemática.

Finalmente se identificaron once elementos que se proponen como necesarios en el momento de diseñar un programa de formación de maestros desde la etnomatemática, éstos se caracterizan como a) Elementos internos al aula y relativos a los sujetos humanos protagonistas del aprendizaje y la enseñanza; b) Elementos internos al aula y relativos a los mediadores del discurso, como los recursos, las normas institucionales y el currículum; c) Elementos externos al aula y relativos al sistema educativo; d) Elementos externos al aula y relativos al sistema social.

Palabras clave: Formación de Maestros, Etnomatemática, Currículo Cultural, Evaluación.

Tabla de contenido

Introducción general.....	13
Capítulo 1. Presentación de la investigación.....	15
1.1 <i>Introducción</i>	15
1.2 <i>Contextualización y planteamiento del problema de investigación</i>	16
1.2.1 La problemática.....	16
1.2.2 Contextualización del municipio de Tumaco y la Etnoeducación.....	18
1.2.2.1 Aspectos geográficos y sociales.....	18
1.2.2.2 Marco legal de la Etnoeducación en Colombia.....	19
1.3 <i>Trayectoria e intereses del investigador</i>	22
1.4 <i>Pregunta de investigación y objetivos</i>	23
1.4.1 Objetivo general	24
1.4.2 Objetivos específicos.....	24
1.5 <i>Fundamentos teóricos</i>	24
1.5.1 Base epistemológica de la Etnomatemática.....	25
1.5.2 La Etnomatemática y sus dimensiones.....	26
1.5.3 Idoneidad didáctica.....	27
1.6 <i>Metodología de la investigación</i>	27
1.6.1 El diseño metodológico	28
1.6.1.1 Descripción del caso: Curso de formación.....	28
1.6.1.1.1 Contexto.....	28
1.6.1.1.2 Historia y justificación del Curso	28
1.6.1.1.3 Estructura del Curso	28
1.6.1.1.4 Participantes del Curso	29
1.6.2 instrumentos de recogida de información.....	29
1.6.3 Análisis de los datos	30
1.7 <i>Conclusiones del capítulo</i>	31
<i>Referencias</i>	31
Capítulo 2. La investigación en formación de profesores de matemáticas desde la perspectiva etnomatemática.....	35
2.1 <i>Presentación</i>	35
2.2 <i>Artículo 1</i>	36
1 <i>Introducción</i>	37
2 <i>Metodología</i>	37
2.1 Tipos de materiales y método de búsqueda.....	38
2.2 Material recolectado.....	38
2.3 Categorías de análisis.....	38
3. <i>Análisis y resultados</i>	39
3.1 <i>Análisis siguiendo la Categoría: Características del currículo escolar y del conocimiento didáctico-matemático del profesor</i>	40
3.1.1 Subcategoría: Currículo escolar.....	40
3.1.2 Subcategoría: Conocimiento didáctico-matemático del profesor	41
3.1.2.1 Dimensión Matemática.....	41
3.1.2.2 Dimensión Didáctica	41
3.1.2.3 Dimensión meta didáctico-matemática	42

3.2 Análisis de la Categoría: Características estructurales de los cursos de formación inicial y continua.....	43
3.2.1 Subcategoría: Objetivos.....	43
3.2.2 Subcategoría: Fases.....	43
3.2.3 Subcategoría: Contenidos de los cursos.....	44
3.2.4 Subcategorías: Metodologías de trabajo.....	45
3.2.5 Subcategoría: Evaluación.....	45
3.3 Modelo emergente del desarrollo profesional del profesor de matemáticas desde una perspectiva etnomatemática y sus relaciones con otros actores del sistema educativo.....	45
3.4 Análisis de la Categoría: Características fundamentales de las investigaciones.....	48
3.4.1 Subcategoría: Marcos teóricos.....	48
3.4.2 Subcategoría: Metodologías.....	49
4. Conclusiones.....	50
Agradecimientos.....	51
Referencias.....	51
2.3 Comentarios finales.....	57
Capítulo 3. Evaluación de un curso de formación continua de maestros orientado desde una perspectiva etnomatemática.....	58
3.1 Presentación.....	58
3.2 Artículo 2.....	59
1. Introducción.....	60
2. Metodología.....	60
2.1 Producción de registros.....	61
2.2 Rol de los investigadores.....	61
2.3 Descripción del Curso de formación.....	61
2.3.1 Contexto.....	61
2.3.2 Estructura del Curso.....	61
2.3.3 Participantes en el Curso.....	62
3. Análisis y resultados.....	63
3.1 Evaluación del diseño y la planificación.....	63
3.1.1 Pertinencia respecto a los participantes.....	63
3.1.2 Pertinencia del contenido.....	65
3.1.3 Calidad técnica.....	66
3.1.4 Evaluabilidad.....	67
3.1.5 Viabilidad.....	68
3.1.6 Balance de la evaluación de la fase de planificación.....	69
3.2 Evaluación de la implementación.....	69
3.2.1 Puesta en marcha.....	70
3.2.2 Marco de aplicación.....	73
3.2.3 Balance de la evaluación de la implementación.....	73
3.3 Evaluación de los resultados.....	74
3.3.1 Medida y logros.....	74
3.3.2 Valoración.....	75
3.3.3 Balance de la evaluación de resultados.....	78
4. Conclusiones.....	78

Agradecimientos.....	79
Referencias.....	79
3.3 Comentarios finales.....	83
Capítulo 4. Posturas epistemológicas de los profesores de matemáticas.....	84
4.1 Presentación.....	84
4.2. Artículo 3.....	85
1 introducción.....	86
2 Problemática y antecedentes.....	86
3 Marco teórico.....	88
3.1 Base epistemológica de la Etnomatemática.....	88
3.2 Noción de concepción.....	91
4 Diseño de la investigación y del caso.....	91
4.1 Metodología de la investigación.....	91
4.1.1 Etapas de la investigación.....	91
4.1.2 Rol de los investigadores.....	92
4.1.3 Producción de registros.....	92
4.2 Descripción del caso: Curso de formación.....	93
4.2.1 Contexto.....	93
4.2.2 Historia y justificación del Curso.....	93
4.2.3 Estructura del Curso.....	93
4.2.4 Participantes en el Curso.....	94
4.2.5 Descripción del momento del Curso: “Concepciones de los maestros sobre las matemáticas”.....	94
5 Análisis de datos y resultados.....	95
5.1 Primer nivel de análisis y resultados.....	95
5.2 Segundo nivel de análisis y resultados.....	95
5.2.1 Resultados sobre las concepciones de los maestros con relación a las matemáticas.....	96
5.2.2 Resultados sobre las Matemáticas extraescolares y su relación con el currículo.....	97
5.2.3 Resultados de nivel global-ecológico influyentes en la formación etnomatemática.....	101
6 Conclusiones.....	102
Agradecimientos.....	103
Referencias.....	103
4.3 Comentarios finales.....	106
Capítulo 5. Actividades diseñadas.....	107
5.1 Presentación.....	107
5.2 Capítulo de libro 1.....	108
1. Introducción.....	108
2. Referentes conceptuales.....	109
2.1. La Etnomatemática y sus implicaciones en la escuela.....	110
2.1.1. Conocimiento matemático.....	110
2.1.1.1. Unidades de Longitud.....	110
2.1.1.2. Unidades de Masa.....	111
2.2. La didáctica de las magnitudes y las medidas.....	112

3. Estructura del Curso	112
3.1 Etapa teórica-conceptual	113
3.2. Etapa diseño de actividades	115
3.3. Etapa aplicación	115
4. Caracterización de las actividades	116
Referencias	123
5.3 <i>Comentarios finales</i>	125
Capítulo 6. Idoneidad didáctica de clases de matemáticas desde la Etnomatemática .	126
6.1 <i>Presentación</i>	126
6.2 <i>Artículo 4</i>	127
Introducción.....	128
Marco teórico	129
Metodología.....	130
Fuentes de información y registros	131
La clase	131
Análisis del vídeo.....	132
Instrumento	133
Análisis de datos	135
Resultados	136
Análisis de la faceta ecológica	136
Análisis de la faceta epistémica	137
Análisis de la faceta interaccional.....	138
Análisis de la faceta mediacional.....	139
Análisis de la faceta afectiva.....	140
Análisis de la faceta cognitiva	141
Conclusiones	141
Referencias	142
6.3 <i>Artículo 5</i>	146
Marco teórico	146
Metodología.....	147
Instrumento	148
Análisis de los datos.....	149
Resultados	149
Análisis de la faceta ecológica-epistemológica.....	149
Análisis de la faceta interaccional-mediacional.....	149
Análisis de la faceta afectiva-cognitiva.....	150
Conclusiones	150
Referencias bibliográficas	151
6.4 <i>Comentarios finales</i>	153
Capítulo 7. La dimensión política de la Etnomatemática	154
7.1 <i>Presentación</i>	154
7.2 <i>Artículo 6</i>	155
1. Introduction	156
2. The political Dimension of Ethnomathematics	156
3. An Experience using Ethnomathematics Formation in the Political Sense in a Teacher Education Course of African-Descendent Teachers in Colombia	157

3.1. The Issue	158
3.2. Development of a Course on Teacher Training from Ethnomathematics	159
3.3. Final Reflections of the Teachers about the Teacher Education Course	160
4. Ethnomathematics and its Political Value in Brazil	161
5. Ethnomathematics as a Political Tool in Mozambique	162
6. A Look at the School as a Stage of Political Struggle	163
7 Final Considerations	164
Acknowledgements	165
References	165
7.3 <i>Comentarios finales</i>	168
Capítulo 8. Conclusiones de la investigación	169
8.1 <i>Presentación</i>	169
8.2 <i>Capítulo de libro 2</i>	170
1. Introducción	170
2. Los resultados de la investigación	171
2.1 Elementos Internos al aula y relativos a los sujetos humanos protagonistas del aprendizaje y la enseñanza	171
2.1.1 Las posturas epistemológicas de los maestros sobre las matemáticas	171
2.1.2 Aprendizaje situado	172
2.1.3 El conocimiento didáctico-matemático de los maestros	172
2.2 Elementos Internos al aula y relativos a los mediadores del discurso, como los recursos, las normas institucionales y el currículo	174
2.2.1 El currículo	174
2.2.2 La evaluación en el aula	175
2.2.3 Los niveles de integración de la Etnomatemática en el currículo	175
2.2.4 Indicadores de idoneidad desde la Etnomatemática	176
2.3 Elementos externos al aula y relativos al Sistema Educativo	177
2.3.1 Interés en cambios curriculares	177
2.3.2 Fases de un curso de formación de maestros orientado desde la Etnomatemática	177
2.3.3 La evaluación de cursos de formación	178
2.4 Elementos externos al aula y relativos al Sistema Social	179
2.4.1 Los conflictos intergeneracionales	179
3. Reflexiones finales	179
Referencias	179
8.3 <i>Comentarios finales</i>	182
8.4 <i>Problemas de investigación abiertos</i>	182
Bibliografía general	184
Anexos impresos	192
<i>Anexo 1. Artículo 7: Una mirada a la Etnomatemática y la Educación Matemática en Colombia: caminos recorridos</i>	193
<i>Anexo 2. Artículo 8: Etnomatemática y formación inicial de profesores de matemáticas, el caso colombiano</i>	211
<i>Anexo 3. Capítulo de libro 3: Reflexiones sobre cultura, currículo y etnomatemáticas</i> .	223
<i>Anexo 4. Capítulo de libro 4: Innovación metodológica en la formación de maestros de matemáticas</i>	244

<i>Anexo 5. Comprobantes de publicación de los 8 artículos y los 4 capítulos de libro</i>	<i>251</i>
<i>Anexo 6. Listado de ponencias y comunicaciones en congresos y seminarios.....</i>	<i>257</i>
<i>Anexo 7. Listado del material analizado</i>	<i>260</i>

Introducción general

Esta memoria presenta los resultados de la investigación *Elementos para la formación de maestros desde la Etnomatemática*, realizada en la línea teoría de la educación matemática, sub-línea etnomatemática y formación de maestros, del Doctorado en Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada. Dicha sub-línea es asesorada por el Grupo de Investigación Etnomatemáticas, Formación de profesores y Didáctica: HUM-502 del P.A.I. (Plan Andaluz de Investigación de la Junta de Andalucía) que dirige la Dra. María Luisa Oliveras.

La estructura de los capítulos, que están compuestos por artículos o capítulos de libro, es: Presentación, luego el artículo o capítulo de libro y finalmente conclusiones del capítulo. El documento se divide en ocho capítulos y anexos.

El Capítulo 1. *Presentación de la investigación*, presenta los objetivos de la investigación, los fundamentos teóricos, la metodología de la investigación y la estructura general de la investigación.

El Capítulo 2. *La investigación en formación de profesores de matemáticas*, presenta una revisión de los artículos publicados entre 1995 y 2015, con el objetivo de contribuir al conocimiento del estado de desarrollo de la investigación sobre la formación de profesores de matemáticas desde una perspectiva etnomatemática. Publicado en: Blanco-Álvarez, H., Oliveras, M. L., & Fernández-Oliveras, A. (2017). Formación de profesores de matemáticas desde la Etnomatemática: estado de desarrollo. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, (aceptado para publicación, en prensa)

El Capítulo 3. *Evaluación de un programa de formación de profesores desde una perspectiva etnomatemática*, presenta la evaluación de un curso de formación continua para maestros afrodescendientes realizado en Tumaco-Colombia entre julio y octubre de 2012. Dicha evaluación analizó la relevancia, la eficiencia y la eficacia del curso a partir de 46 indicadores. Publicado en Blanco-Álvarez, H., Oliveras, M. L., & Fernández-Oliveras, A. (2017). Evaluación de un curso de formación continua de maestros orientado desde una perspectiva etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, en evaluación.

El Capítulo 4. *Posturas epistemológicas de los profesores de matemáticas*, se centra en analizar la veracidad de dos conjeturas: C1. Los maestros no reconocen prácticas extraescolares como conocimientos matemáticos; y C2. Esta convicción obstaculiza el uso de prácticas extraescolares en el aula. Se publicó en Oliveras, M. L., & Blanco-Álvarez, H. (2016). Integración de las etnomatemáticas en el aula de matemáticas: posibilidades y limitaciones. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 30(55), 33-49

El Capítulo 5. *Actividades diseñadas*, presenta una visión general del curso de formación, una caracterización de las actividades diseñadas por los maestros en el curso. Además, se exponen los aprendizajes de los participantes, las dificultades encontradas y las reflexiones finales de los maestros. Publicado como capítulo de libro en Blanco-Álvarez, H. (2016). Diseño de actividades para la enseñanza de la magnitud longitud y capacidad en la educación primaria y básica desde la Etnomatemática. In Fundación Save the Children Colombia (Ed.), *Introducción al desarrollo de pensamiento métrico y los sistemas de medida en la educación básica primaria* (pp. 9–26). Pasto: Gráficoolor.

El Capítulo 6. *Idoneidad didáctica de clases de matemáticas desde la Etnomatemática*, expone la evaluación del diseño y la aplicación de dos clases. Una diseñada para la enseñanza de las

Introducción general

medidas no convencionales, magnitud longitud, dirigida a estudiantes de grado tercero de primaria (8 y 9 años); y otra, diseñada para la enseñanza de las medidas no convencionales, magnitud capacidad volumétrica, dirigida a estudiantes de grado quinto de primaria (10 y 11 años). Ambas desarrolladas en instituciones educativas en Tumaco, Colombia. A las que se les aplicó los indicadores de idoneidad didáctica que ofrece el enfoque ontosemiótico y otros indicadores elaborados por los autores. Publicado en Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A. & Oliveras, M. L. (2017). Idoneidad didáctica de una clase de matemáticas desde una perspectiva etnomatemática. *Enseñanza de las Ciencias*, en evaluación, y Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A. & Oliveras, M. L. (2017c). Medidas de capacidad volumétrica no convencionales: aportes a la Educación Primaria. *Revista Enseñanza de las Ciencias*, en prensa.

El Capítulo 7. *La dimensión política de la Etnomatemática*, analiza cómo la Etnomatemática puede ser usada como una herramienta política frente al eurocentrismo, y ejemplifica con las respuestas de los maestros un proceso de sensibilización política de éstos frente a los saberes matemáticos locales, finalmente, presenta una propuesta de trabajo en el aula de cómo pasar de usar la Etnomatemática como un elemento motivador a un elemento de valoración cultural. Publicado en Blanco-Álvarez, H., & Oliveras, M. L. (2016). Ethnomathematics: A political tool for Latin America. *RIPEM-International Journal for Research in Mathematics Education*, 6(1), 22–33.

El Capítulo 8. *Conclusiones de la investigación*, reúne los resultados a los que llegó la investigación, en relación con el objetivo general propuesto, y los problemas abiertos que se proponen para futuras investigaciones. Aceptado para publicación en: Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2017). Elementos de la formación de maestros desde la Etnomatemática que promueven la insubordinación creativa. In C. E. Lopes & D. Jaramillo (Eds.), *Insubordinación creativa*. Sao Paulo. *En prensa*.

Finalmente, los anexos impresos presentan: a) dos artículos y dos capítulos de libro, publicados, que tienen relación con el problema de investigación; b) los comprobantes de publicación o aceptación de los artículos y los capítulos de libro; c) el listado de ponencias y comunicaciones en congresos y seminarios; d) el listado del material analizado (vídeos, audios, transcripciones, documentos escritos por los maestros).

Capítulo 1. Presentación de la investigación

1.1	Introducción
1.2	Contextualización y planteamiento del problema de investigación
1.2.1	La problemática
1.2.2	Contextualización del municipio de Tumaco y la Etnoeducación
1.2.2.1	Aspectos geográficos y sociales
1.2.2.2	Marco legal de la Etnoeducación en Colombia
1.3	Trayectoria e interés del investigador
1.4	Pregunta de investigación y objetivos
1.4.1	Objetivo general
1.4.2	Objetivos específicos
1.5	Fundamentos teóricos
1.5.1	Base epistemológica de la Etnomatemática
1.5.2	La Etnomatemática y sus dimensiones
1.5.3	Idoneidad didáctica
1.6	Metodología de la investigación
1.6.1	El diseño metodológico
1.6.1.1	Descripción del caso. Curso de formación
1.6.1.1	Contexto
1.6.1.2	Historia y justificación del curso
1.6.1.3	Estructura del curso
1.6.1.4	Participantes del curso
1.6.2	Instrumentos de recogida de información
1.6.3	Análisis de los datos
1.7	Conclusiones del capítulo
	Referencias

1.1 Introducción

Presentamos en este capítulo los componentes principales de la investigación. Iniciamos con la exposición de la problemática que existe en Colombia en relación a la formación de maestros que trabajan en municipios con una alta diversidad cultural, llamados municipios etnoeducadores, en particular se presenta el caso de la educación matemática en el municipio de Tumaco. Luego se exponen las motivaciones y la experiencia del investigador en la línea de formación de maestros desde la etnomatemática. Se exhibe, además, la pregunta de investigación, los objetivos, los fundamentos teóricos utilizados en la investigación, la metodología utilizada, se describe el curso de formación de maestros que se configuró como el caso a analizar y las conclusiones del capítulo.

1.2 Contextualización y planteamiento del problema de investigación

1.2.1 La problemática

En la década de los años 80, surgió en Colombia la etnoeducación como una solución educativa para las comunidades indígenas y afrocolombianas, donde uno de los objetivos era desarrollar experiencias educativas propias para defender y fortalecer sus culturas (Ministerio de Educación Nacional, 1994). Con este propósito se realizaron ingentes esfuerzos por rescatar la lengua, la medicina tradicional, el territorio y la autonomía. Pero, con relación a la recuperación del pensamiento matemático autóctono y ancestral de las comunidades se ha realizado muy poco, aunque se presenta un mayor número de estudios en las comunidades indígenas del país, una breve muestra son los trabajos de (Aroca, 2009; Blanco-Álvarez, 2009; Jaramillo, 2011; Ochoa & Pelaez, 1995), que en las comunidades negras (Aroca, 2010).

Lo anterior, según Blanco-Álvarez (2008c), puede atribuírsele al menos a tres cosas: 1) la falta de un mayor número de investigaciones sobre el conocimiento matemático indígena o afrodescendiente que es transmitido generalmente de forma oral de generación en generación, 2) la falta de diseño de materiales pedagógicos que contribuya a la recuperación y conservación de dicho conocimiento matemático local, y 3) la falta de formación en Etnomatemática de los maestros de matemáticas en ejercicio o etnoeducadores; y plantea, además, las siguientes preguntas, que aún siguen vigentes: *¿Quién se encarga de la formación Etnomatemática de los maestros etnoeducadores?; ¿las licenciaturas en matemáticas o en etnoeducación con énfasis en matemáticas responden a la multiculturalidad que se presenta en las aulas de clase?; ¿Al ingresar la etnomatemática al currículo escolar, cambia algo?; ¿Quién debe estar a cargo de la elaboración de textos escolares en las comunidades indígenas o afrocolombianas?.*

Dichas preguntas, van en la misma dirección, de las carencias detectadas en educación por la comunidad de Tumaco y que se presentan en el documento marco para la construcción del plan decenal de educación “Planes de vida para comunidades ancestrales: hacia un plan decenal de educación para el municipio de Tumaco 2011-2021”. Dichas carencias se exponen en la tabla 1:

Núcleos temáticos problemáticos	Carencias detectadas por la comunidad
<i>Comunidad, diversidad y escuela</i>	<p>Falta participación e integración de otros miembros de la comunidad (colaboración familiar) en el proceso educativo de los y las estudiantes. Vincular a los padres a toda la comunidad tumaqueña a los procesos formativos, el municipio como escuela.</p> <p>Ausencia de oportunidades sociales, profesionales y laborales para los estudiantes que egresan del nivel de educación media y quieren continuar con la educación superior.</p> <p>Falta una educación en valores. No hay respeto y la familia no se vincula a los procesos educativos.</p> <p>Es necesario que desde la escuela se trabaje en el auto reconocimiento, en la valoración de la cultura negra, de lo que somos, de nuestra cultura, de la historia; esto es muy importante y los primeros que deben hacerlo son los profesores y profesoras.</p>
<i>Territorio, medio ambiente y escuela</i>	<p>No se responde a las necesidades contextuales del medio.</p> <p>No se aporta a fortalecer la identidad de la comunidad.</p>
	<p>Falta innovación pedagógica, lo que implica debilidad en el nivel de formación de los docentes.</p>

Núcleos temáticos problemáticos	Carencias detectadas por la comunidad
<i>Saberes ancestrales y procesos formativos escolares</i>	Falta estrategias pedagógicas para <i>atacar</i> las dificultades en los procesos formativos que se detectan en los niños y niñas.
	Educación pertinente, la que se imparte no llena las expectativas de los estudiantes. Se asume como una obligación, y porque no contribuye con su orientación profesional vocacional.
	Es necesario construir una propuesta desde la educación propia. Un currículo etnoeducativo, afro e indígena.
	Se requiere unificar criterios para la evaluación en el municipio, que todos hablemos el mismo idioma; superar la evaluación como castigo.
	Existe un problema de cobertura que invoca a la reevaluación del número de estudiantes por aula.
<i>Identidad y formación docente</i>	El nivel de formación disciplinar y pedagógica de los docentes es frágil por falta de programas de formación
	Se necesita que haya profesores en áreas disciplinares específicas, que los y las profesoras dicten lo que saben, que no haya profesores en un área por llenar vacío.
<i>Comunidad, infraestructura y logística</i>	Falta estructura: la que hay es insuficiente; falta dotación (laboratorios, salas de informática, aula de bilingüismo, materiales pedagógicos, nuevas tecnologías)

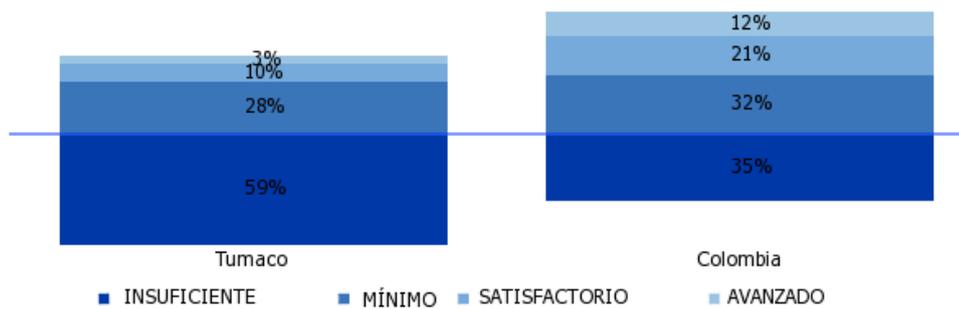
Tabla 1. Mayores dificultades educativas percibidas en el municipio de Tumaco por la comunidad (Jaramillo, Jurado Valencia, & Collazos, 2011, p. 93)

De estas carencias en educación, nos llama especial atención para nuestra investigación las siguientes, que resumimos en dos categorías 1) **formación de maestros** y 2) **currículo escolar relacionado con la cultura**. Tabla 2.

Característica	Debilidad
<i>Formación de maestros</i>	Falta innovación pedagógica, lo que implica debilidad en el nivel de formación de los docentes. Faltan estrategias pedagógicas para atacar las dificultades en los procesos formativos que se detectan en los niños y niñas. El nivel de formación disciplinar y pedagógica de los docentes es frágil por falta de programas de formación
<i>Currículo escolar relacionado con la cultura</i>	Es necesario que desde la escuela se trabaje en el auto reconocimiento, en la valoración de la cultura negra, de lo que somos, de nuestra cultura, de la historia; esto es muy importante y los primeros que deben hacerlo son los profesores y profesoras. Es necesario construir una propuesta desde la educación propia. Un currículo etnoeducativo, afro e indígena. No se responde a las necesidades contextuales del medio. No se aporta a fortalecer la identidad de la comunidad.

Tabla 2. Características y debilidades de interés para la investigación

Estas carencias se ven reflejadas en los bajos resultados de los niños de grado quinto de primaria en las pruebas SABER del año 2009, donde el 59% de los niños de grado quinto de primaria de Tumaco están en el nivel insuficiente, lo que significa que éstos no superan las preguntas de menor complejidad de la prueba. Como se señala en la gráfica 1.



Gráfica 1. Comparación de niveles de desempeño en matemáticas en quinto grado de primaria, entre el municipio de Tumaco y el país. Tomado de: <http://www.icfessaber.edu.co/graficar/ente/id/50/grado/5/tipo/2/rand/13738>

De todo lo anterior se deduce que el investigar sobre la formación de los maestros incluyendo el currículo contextualizado es una necesidad sentida, y creemos que desde la postura Etnomatemática es posible aportar elementos para resolver problemas reales relacionados con la educación matemática, de una manera significativa para la comunidad tumaqueña y para nosotros desde nuestro punto de vista de investigador.

1.2.2 Contextualización del municipio de Tumaco y la Etnoeducación

1.2.2.1 Aspectos geográficos y sociales

El municipio de San Andrés de Tumaco, conocido como la perla del pacífico, está ubicado en la zona sur occidental de Colombia en el Departamento de Nariño, ver figura 1.



Figura 1. Mapa de Colombia y la ubicación del municipio de Tumaco, al sur occidente de Colombia.

El municipio tiene una extensión de 3760 Km², y una población de 145.344 personas, donde el 95% de ésta es afrodescendiente, 3 % indígena y 2% mestizos. El poblamiento de la zona sur occidental del pacífico inició hacia el siglo XVI vinculada con la explotación minera artesanal de tipo esclavista, mano de obra de negros cazados, capturados en África y esclavizados con el fin de consolidar la explotación de los recursos naturales de la región (Jaramillo et al., 2011)

Su economía se basa en la agricultura, la ganadería, la minería, la madera, el comercio, la pesca, las actividades del puerto, el segundo en importancia en el país, y el turismo proveniente de los departamentos de Nariño, Cauca, Valle, y Putumayo motivado por sus playas y una

temperatura media de 28° C. Paralelamente a la economía legal, surge una economía ilegal, de cultivo, procesamiento y comercialización de cocaína. Esto ha acrecentado las fumigaciones de la policía nacional a los cultivos, legales e ilegales, lo que ha conlleva a la pérdida de cultivos de maíz, plátano, cacao. A todo esto, se le suma el conflicto armado de las FARC y los grupos paramilitares asociado al negocio ilícito y el desplazamiento forzado.

Pese a los esfuerzos de la Administración Municipal, las condiciones de vida de las comunidades son precarias; solamente 5,7% de la población tiene acceso a alcantarillado y 29 % a acueducto, ninguna de las poblaciones de la zona rural cuenta con acceso a este tipo de servicios (Alcaldía Municipal de Tumaco, 2010, p. 13)

San Andrés de Tumaco, a pesar de ser una región rica en recursos naturales, su población presenta índices de pobreza muy alta, y grandes desigualdades sociales. El gobierno municipal y diferentes ONG como Global Humanitaria, UNESCO, ACNUR, Save the Children, Consejo Noruego para Refugiados, Plan Internacional, Acción social, entre otras, buscan ayudar a mejorar la situación de la población urbana y rural.

Culturalmente, la gente de Tumaco registra una gran riqueza, expresada en manifestaciones folclóricas, tradición oral, creación literaria, musical y pictórica.

1.2.2.2 Marco legal de la Etnoeducación en Colombia¹

Las políticas nacionales y el sistema educativo colombiano han sufrido grandes cambios en las últimas dos décadas, que han permitido pensar y desarrollar una educación intercultural, incluyente de la gran riqueza cultural de 81 grupos étnicos o pueblos indígenas con una población estimada en 714.259 personas, lo que representa el 1,8% de la población total del país: Además los grupos cuentan con 64 idiomas distintos distribuidos en aproximadamente 200 municipios de un total de 1123 que conforman el territorio nacional (Castro, 2004).

El objetivo de este apartado es presentar los cambios más significativos en la Constitución Política de la República de Colombia y la Ley General de Educación en relación con la educación de los grupos étnicos presentes en el país. Luego, presentamos cómo en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y los Estándares de Competencias Básicas de Matemáticas, existe una apertura hacia una postura social y cultural de las matemáticas que respeta y valora los saberes matemáticos de los grupos étnicos y donde las matemáticas son presentadas como una actividad humana de razonamiento basada en la experiencia.

Constitución Política y diversidad sociocultural

Uno de los grandes logros de los grupos étnicos de Colombia (indígenas, comunidad rom o gitanos y afrocolombianos) fue el reconocimiento de la diversidad cultural del país en la Constitución Política de 1991, a diferencia de la Constitución de 1886 que no hacía alusión a ésta. Dicha diversidad cultural es promulgada en los Artículos 1 y 7, donde se proclama a Colombia como democrática, participativa, pluralista y protectora de la diversidad étnica y cultural de la Nación (*Constitución Política de Colombia*, 1991).

Asimismo, el Artículo 10 reconoce el castellano como idioma oficial del país, pero también la existencia, el uso y la enseñanza de las lenguas propias de los grupos étnicos en sus territorios, y el Artículo 68 reconoce el libre desarrollo y conservación de las tradiciones y saberes de los grupos étnicos. En total, la carta magna colombiana dedica 18 artículos al reconocimiento de la autonomía de los grupos y sus formas propias de gobierno, la protección de la diversidad

¹ Este apartado hace parte de la publicación de (Peña-Rincón & Blanco-Álvarez, 2015), donde además se realiza un estudio comparativo con el sistema educativo chileno. Se puede ver en el anexo 3.

cultural, la participación política, el territorio y la protección de los recursos naturales (Castro, 2004).

Todo lo anterior constituye una plataforma política constitucional a partir de la cual fue posible iniciar el largo recorrido hacia la materialización de dichos artículos en acciones reales y políticas educativas, tal como se hace en la Ley General de Educación de 1994.

Ley General de Educación de 1994 y la Etnoeducación

En 1994 se expide la Ley General de Educación la cual reglamenta la educación ofrecida al conjunto de los colombianos y la educación dirigida a los grupos étnicos, llamada Etnoeducación. La Etnoeducación es definida en el Artículo 55 como: la educación para grupos étnicos que integran la nacionalidad y que poseen una cultura, una lengua, unas tradiciones y unos fueros propios y autóctonos, ligada al ambiente, al proceso productivo, al proceso social y cultural, respetando sus creencias y tradiciones (Ministerio de Educación Nacional, 1994).

En consecuencia, con lo anterior el Artículo 57 salvaguarda el uso de la lengua materna en sus respectivos territorios, y señala que la enseñanza de los grupos étnicos con tradición lingüística propia será bilingüe, tomando como fundamento escolar la lengua materna del respectivo grupo. Así mismo, el Artículo 58 señala que el Estado promoverá y fomentará la formación de educadores en el dominio de las culturas y lenguas de los grupos étnicos.

Actualmente, varias instituciones de educación superior tales como la Universidad del Cauca, Universidad de la Guajira, Universidad Mariana, Universidad Nacional Abierta y a Distancia, Universidad Pontificia Bolivariana y la Universidad Tecnológica de Pereira ofrecen el programa de Licenciatura en Etnoeducación y la Universidad de Antioquia ofrece el programa de Licenciatura en Pedagogía de la Madre Tierra. Ambos programas tienen el objetivo de formar profesionales para el ejercicio de la docencia en los territorios de los grupos étnicos.

Esta misma ley, en los Artículos 73 y 77, da autonomía a las instituciones educativas de todo el territorio nacional para que cada una de ellas elabore su propio Proyecto Educativo Institucional (PEI), en el que se especifiquen entre otros aspectos, los principios y fines del establecimiento, los recursos docentes y didácticos disponibles y necesarios, la estrategia pedagógica, el reglamento para docentes y estudiantes y el sistema de gestión y que responda a las necesidades de la población estudiantil de dicha región. Además, las instituciones educativas gozan de libertad para organizar las áreas fundamentales de conocimientos definidas para cada nivel, introducir asignaturas optativas dentro de las áreas establecidas en la ley, adaptar algunas áreas a las necesidades y características regionales, adoptar métodos de enseñanza y organizar actividades formativas, culturales y deportivas. En las instituciones educativas de los grupos étnicos es permitido integrar en el currículo los saberes propios como la medicina tradicional, las danzas, la lengua, las artesanías, la huerta, entre otros saberes. Estos cambios representan un gran logro para la educación colombiana pues el currículo hasta el año 1994 era centralizado e igual para todo el país, desconociendo las necesidades y particularidades educativas de cada región.

Una institución educativa que lleva recorrido un largo trecho en la búsqueda del conocimiento propio, el desarrollo de la autonomía y la autogestión en el marco de la Etnoeducación es el Colegio Indígena Bilingüe Artesanal Camëntsá o Kasmsá, ubicado en el Valle del Sibundoy en el departamento de Putumayo. Esta Institución:

“[...] tiene como visión formar luchadores por la supervivencia del Pueblo Indígena Kamsá, con la práctica de los valores culturales en un ambiente de familia y comunidad, la relación íntima del hombre con la naturaleza conduce a la formación de hombres con sentimiento y pensamiento propio, capaces de defender los derechos en forma personal y comunitaria” (Colegio Bilingüe Artesanal Camëntsá, 2001, p. 64).

Así mismo, la comunidad Nasa, en el departamento del Cauca, provee un ejemplo que ilustra el ejercicio de recuperación comunitaria de los saberes matemáticos de la comunidad para luego integrarlos al currículo etnoeducativo y a las actividades cotidianas donde también se producen procesos de enseñanza y aprendizaje.

En este proceso de formación hemos tenido en cuenta los conocimientos que hay en nuestras comunidades, que surgen de la tierra y son para la vida, y que los expresamos mejor cuando hablamos en nuestra propia lengua, el nasayuwe, porque nos permite manifestar la vitalidad de nuestro pensamiento y cosmovisión (Parra & Caicedo, 2009, p. 7)

Todo este proceso de Etnoeducación ha estado apoyado por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia desde la publicación de La Ley General de Educación y otros documentos como: La Etnoeducación: realidad y esperanza de los pueblos indígenas y afrocolombianos (1996), Cátedra de estudios afrocolombianos: una propuesta pedagógica (2002) y Normatividad básica para la Etnoeducación (2004).

En el área de matemáticas se publicaron los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 1998) y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 2006) para apoyar a los maestros en el diseño del currículo de matemáticas. Estos presentan una apertura hacia el reconocimiento de las matemáticas como un producto cultural y la importancia de los saberes matemáticos extraescolares incluidos los saberes de los grupos étnicos.

Postura sociocultural de las matemáticas y políticas educativas

Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas fueron escritos en 1998 por un grupo amplio de maestros e investigadores en educación matemática del país. El objetivo general de estos responde a aportar puntos de apoyo y orientación general para el desarrollo del currículo. Al no existir ya un currículo centralizado y al permitirle a cada institución la creación de su propio Proyecto Educativo Institucional (PEI), los maestros que enseñan matemáticas en primaria o secundaria deben seleccionar, en común acuerdo entre los colegas, la metodología de trabajo en el aula de matemáticas, el tipo de evaluación, los contenidos y, por supuesto, la postura filosófica que asumirá la institución frente a las matemáticas.

En este sentido, Blanco-Álvarez (2011) señala que tanto los Lineamientos Curriculares de Matemáticas como los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas proponen a los maestros pensar las matemáticas como un constructo social y humano. Los lineamientos establecen que “el conocimiento matemático es resultado de una evolución histórica, de un proceso cultural, cuyo estado actual no es, en muchos casos, la culminación definitiva del conocimiento y cuyos aspectos formales constituyen sólo una faceta de este conocimiento” (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p. 29). En tanto los estándares plantean las matemáticas como “una actividad humana, resultado de la actividad de grupos culturales concretos (ubicados en una sociedad y en un periodo de tiempo determinado) y, por tanto, como una disciplina en desarrollo, provisoria, contingente y en constante cambio” (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 48).

Además, desde la perspectiva social y cultural de las matemáticas esta postura de los lineamientos y los estándares abre las puertas a la incorporación en el currículo escolar de nuevas prácticas y conocimientos matemáticos que circulan al interior de los grupos étnicos. Esto es sin duda, un gran acierto para el reconocimiento de la multiculturalidad y el respeto por la diversidad sociocultural matemática existente en el mundo.

Ambos documentos, convocan a los maestros de matemáticas a tener en cuenta los saberes extraescolares en el aula, lo que en última instancia es un reconocimiento del estudiante como un ser pensante, reflexivo y con un amplio bagaje cultural. En este sentido, los lineamientos señalan que “la educación matemática debería conducir al estudiante a la apropiación de los elementos de su cultura y a la construcción de significados socialmente compartidos, desde luego sin dejar de lado los elementos de la cultura matemática universal” (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p. 30). Mientras que los estándares invitan a identificar el conocimiento matemático informal presente en las actividades prácticas del entorno de los estudiantes señalando que “no es una cuestión relacionada únicamente con aspectos cognitivos, sino que involucra factores de orden afectivo y social, vinculados con contextos de aprendizaje particulares” (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 47).

Reflexiones sobre la situación en Colombia

En síntesis, a pesar de la existencia de políticas constitucionales y una normatividad educativa que reconoce la diversidad sociocultural y de pensamientos matemáticos en Colombia, el proceso de cambio al interior de la escuela ha sido muy variado a lo largo y ancho del país. Algunas instituciones educativas han avanzado en la incorporación de sus saberes propios más que otras, pero en general, los grupos étnicos continúan en la lucha por una educación propia y procesos de evaluación nacional no estandarizados. Tal vez una de las mayores críticas a este proceso de Etnoeducación desarrollado en el país, es la aplicación de pruebas nacionales estandarizadas, pues, aunque existe libertad para la creación de currículos propios, todos los niños deben responder a este tipo de pruebas. Un ejemplo es la prueba Saber aplicada en los grados 3°, 5° y 9° de la educación básica y 11° de la educación media de todo el país. En este sentido D’Ambrosio afirma que:

En la educación, viene existiendo el reconocimiento de la importancia de las relaciones interculturales. Pero, lamentablemente, todavía hay una reclusión en el reconocimiento de las relaciones intraculturales. Todavía se insiste en colocar niños en grados de acuerdo con la edad, ofrecer el mismo currículo en un mismo grado, llegando al absurdo mayor de evaluar grupos de individuos con test estandarizados (D’Ambrosio, 2011, p. 208)

Aunque el panorama presentado anteriormente es alentador y positivo, debe tenerse en cuenta que falta más apoyo por parte del estado para con los grupos étnicos, en relación con el mejoramiento de servicios públicos, servicios de salud, infraestructura de las instituciones educativas, vías de accesos a sus territorios, seguridad, vivienda, reforma agraria y formación de maestros.

1.3 Trayectoria e intereses del investigador

Desde el año 2003, los aspectos socioculturales de la educación matemática y su relación con la formación de maestros se convirtieron en mi objeto de enseñanza e investigación.

Mi acercamiento desde la enseñanza, fue como asistente de docencia del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle donde impartía la asignatura Aspectos socioculturales de la Educación Matemática a maestros en formación inicial del programa de

Licenciatura en Matemáticas, y la asignatura Etnoconocimiento dirigida a la comunidad universitaria, pero en particular a la población estudiantil indígena. Posteriormente, desde el año 2006 hasta la actualidad, como profesor a tiempo completo de la Universidad de Nariño donde impartí las asignaturas Educación Matemática y Cultura I y II a los maestros en formación inicial del programa de Licenciatura en Matemáticas y dirijo diversos trabajos de grado en esta línea.

Mi aproximación desde la investigación, ha sido por medio de la realización de dos programas de máster, por un lado, en el Máster en Educación Matemática de la Universidad del Valle, bajo la tutoría del Dr. Luis Carlos Arboleda, donde indagué sobre cómo al interior de comunidades tradicionales como los Tule en Suramérica, los Mayas en Centroamérica, los Yoruba en África, e Incas en Suramérica, alejadas geográfica y culturalmente de la tradición de pensamiento axiomático, se desarrolló la idea de número y fue posible que emergiera cierta estructura de orden y un concepto de operaciones entre los elementos del dominio numérico, hasta que finalmente se decantó un sistema de numeración permeado necesariamente por un mundo de creencias y en estrecha relación con los fenómenos naturales, por el otro lado, en el Máster en Investigación en Didáctica de las Matemáticas y las Ciencias Experimentales de la Universidad Autónoma de Barcelona, bajo la tutoría de las Dras. Núria Gorgorió y Monserrat Prat, donde investigué sobre la actitud hacia una postura sociocultural y política de la educación matemática de los estudiantes de segundo año del grado de educación primaria de la Universidad Autónoma de Barcelona.

Dicho interés entre la relación de los aspectos socioculturales de la educación matemática y la formación de maestros la he materializado en distintos artículos que he publicado en (Blanco-Álvarez, 2006, 2008a, 2008b, 2008c, 2012a, 2012b; Blanco-Álvarez, López, & Noguera, 2009; Blanco-Álvarez & Parra, 2009; Marmolejo, Blanco-Álvarez, & Fernández, 2009)

Luego, a partir de mayo de 2011, cuando fui admitido al programa de Doctorado en Educación de la Universidad de Granada, inicié la escritura del proyecto de investigación: Elementos para la formación de maestros de matemáticas desde la Etnomatemática, que se enmarca en la línea de Investigación: Teoría de la Educación Matemática, y en particular en la sublínea: Etnomatemáticas, bajo la tutoría de la Dra. María Luisa Oliveras, directora del Grupo de Investigación Etnomatemáticas, Formación de profesores y Didáctica: HUM-502 del Plan Andaluz de Investigación de la Junta de Andalucía y la Dra. Alicia Fernández-Oliveras de Didáctica de las Ciencias Experimentales en la Universidad de Granada.

1.4 Pregunta de investigación y objetivos

Partiendo de la problemática educativa del municipio de Tumaco (Nariño-Colombia) señalada en el parágrafo 1.1, y de mis intereses como investigador y formador de maestros de matemáticas presentados en el parágrafo 1.3, la pregunta de investigación que proponemos es:

¿Qué elementos deben ser considerados en el diseño de un programa de formación de maestros de matemáticas (inicial y en ejercicio), orientado desde la Etnomatemática?

Desde esta pregunta se han redactado los objetivos propios de nuestra investigación

1.4.1 Objetivo general

- Identificar elementos que deben ser considerados en el diseño de un modelo de formación de maestros de matemáticas planteado desde la Etnomatemática.

1.4.2 Objetivos específicos

- Elaborar hipótesis a priori acerca de las variables estructurales necesarias para la elaboración de un modelo de formación de maestros desde la Etnomatemática.
- Diseñar un curso para la formación de docentes en ejercicio de la educación básica primaria de Tumaco, Nariño, a partir de los referentes teóricos de la Etnomatemática y de la Educación Matemática mediante el cual emerjan las principales necesidades formativas de los maestros que nos proporcionen las variables que buscamos.
- Desarrollar el curso dirigido a docentes en ejercicio de la educación básica primaria de Tumaco, Nariño.
- Analizar y evaluar los resultados obtenidos en dicho curso.
- Describir otras variables a intervenir en el modelo (libros de texto, material didáctico, infraestructura, etc.)

1.5 Fundamentos teóricos

Esta investigación se enmarca en el Programa de Etnomatemática planteado por D'Ambrosio (1993) y utiliza el modelo teórico MEDIPSA desarrollado por Oliveras (1996) como caja de herramientas para realizar el análisis e interpretación de los datos. Dicho modelo está conformado por distintas teorías, que son compatibles entre sí, de disciplinas que establece como constituyentes de las siete componentes del fenómeno didáctico-matemático: Epistemología, Matemáticas, Didáctica, Investigación Interpretativa, Sociología y Antropología, y Psicología. Es un modelo que fue elaborado para fundamentar la investigación sobre formación de profesores en Etnomatemática. En la figura 2, mostramos los marcos teóricos sobre los que se fundamentó la investigación.

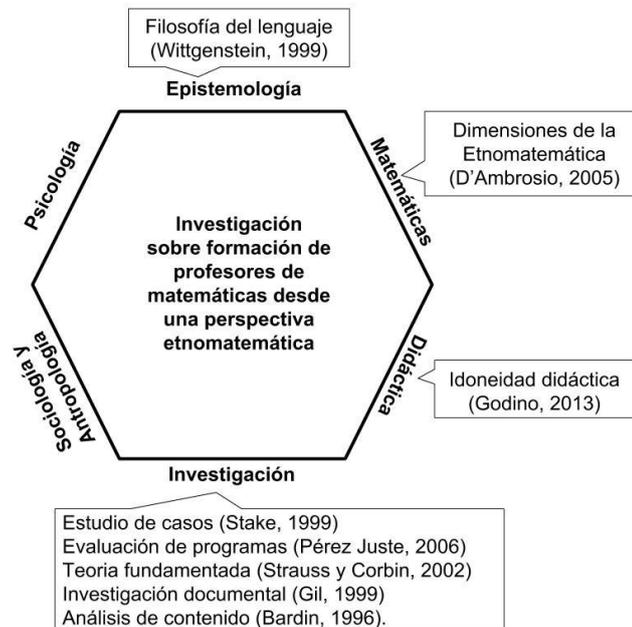


Figura 2. Marcos teóricos empleados en la investigación

En adelante haremos una breve presentación de cada uno de los marcos teóricos utilizados.

1.5.1 Base epistemológica de la Etnomatemática²

La filosofía de las matemáticas que Wittgenstein (1999) desarrolla en su libro *Investigaciones Filosóficas*, resulta muy útil para la base epistemológica de la Etnomatemática, en tanto que nos permite reconocer distintas racionalidades, visiones del mundo y formas de legitimación del conocimiento. “Wittgenstein (...) establece otra teoría del significado basada en el uso público del lenguaje y en la noción de ‘juego lingüístico’, lo que indica su cambio hacia una concepción del mundo y del proceso cognoscitivo interactiva o epistemológicamente transaccional” (Oliveras, 1996, p. 68), y donde “cada lenguaje es un modo de conocer que ha desarrollado un grupo de seres humanos” (Ibid., p. 74). En este mismo sentido, Knijnik (2007, p. 75) señala que “Wittgenstein ayuda a fundamentar filosóficamente el campo de la Etnomatemática, especialmente en lo que dice respecto a la no existencia de una sola matemática, esa que llamamos “la” Matemática, asociada a la racionalidad moderna”.

Estamos de acuerdo con Knijnik (2012), en que los conceptos de Wittgenstein que apoyan la investigación Etnomatemática son: *juegos de lenguaje*, *formas de vida* y *semejanzas de familia*.

Los *juegos de lenguaje* hacen referencia a los distintos usos que se le dé a una palabra, de los cuales van a depender los diferentes significados que ésta pueda tener en diversos contextos. “El significado de una palabra es su uso en el Lenguaje” (Wittgenstein, 1999, # 43, p. 17). De este modo, es posible abandonar cualquier esencialismo del lenguaje, dado que las palabras no tendrían significados universales pues dependen del juego de lenguaje del que participen. A este respecto Wittgenstein (1999) se pregunta: “¿Pero cuál es el significado de la palabra “cinco”? - No se habla aquí en absoluto de tal cosa; sólo de cómo se usa la palabra ‘cinco’” (# 1, p. 7).

Así entonces, para conocer el significado de una palabra es necesario conocer su uso en determinado contexto, es decir su juego, pero para conocer el juego del que participa es necesario también conocer las reglas de dicho juego, su gramática, que nos permite reconocer si una palabra o una oración tienen sentido en dicho juego, su lógica. Pero este contexto está cargado de cultura, de visiones del mundo, de prácticas, de actos no lingüísticos, de valores, entre otros. Este contexto es llamado *Formas de vida*.

Wittgenstein nos dota de una tercera herramienta filosófica, las *semejanzas de familia*, pues al no existir ya conceptos esencialistas no es posible hablar de un núcleo común entre los conceptos, a lo sumo podremos hablar de semejanzas, de parecidos. Concordamos con Knijnik (2012, p. 92) en que mediante la noción de semejanzas de familia es posible argumentar que algunos juegos de lenguaje de formas de vida extraescolares son matemáticas porque identificamos semejanzas entre ellos y algunos juegos de lenguaje de las formas de vida académicas.

Epistemológicamente las nociones de *juegos de lenguaje*, *formas de vida*, y *semejanzas de familia* nos permiten reconocer distintas prácticas culturales como matemáticas, cada una de ellas inmersas en la cultura de cada grupo social, con unas reglas propias de organización y legitimación del conocimiento matemático, donde la mayor semejanza que tienen con la matemática académica es su interés por los problemas de la comunidad y la imperativa necesidad de resolverlos eficientemente.

² Una presentación más amplia se presenta en el capítulo 4, en el epígrafe 3.1

1.5.2 La Etnomatemática y sus dimensiones

El profesor de matemáticas e investigador en educación matemática Ubiratan D'Ambrosio (1997) define la Etnomatemática como “[...] la matemática que se practica entre grupos culturales identificables, tales como sociedades de tribus nacionales, grupos laborales, niños de cierto rango de edades, clases profesionales, entre otros” (pág. 16), teniendo en cuenta “[...] las capacidades de clasificar, ordenar, inferir y modelar” (pág. 17). También D'Ambrosio (2008) desde el estudio etimológico de la palabra ha planteado: “*Etno*, como el ambiente natural, social, cultural e imaginario; *matema*, entendido como explicar, aprender, conocer, lidiar con, y *tica*, los modos, estilos, artes y técnicas” (p. 2).

La Etnomatemática contempla, de acuerdo a D'Ambrosio (2006), diferentes dimensiones: conceptual, histórica, cognitiva, epistemológica, educativa y política.

La *dimensión conceptual* define la etnomatemática como un programa de investigación en historia y filosofía de la matemática, con obvias implicaciones pedagógicas, donde cada individuo de la especie humana acrecenta su realidad natural a partir de artefactos y mentefactos (experiencias y pensamientos), acumulados por él y por la especie (cultura). Finalmente, el cúmulo de conocimientos acumulados y compartidos por los individuos constituirán la cultura del grupo. A la Etnomatemática le interesa estudiar estos procesos de generación, difusión e institucionalización del conocimiento, en particular el conocimiento matemático.

La *dimensión histórica* llama la atención sobre la necesidad de realizar estudios históricos de la educación y del momento cultural actual en que están viviendo los jóvenes, y de los cambios que debe sufrir el currículo escolar para atender dichos cambios. Así mismo, un estudio histórico nos ayudará a entender los procesos de generación y transmisión de las practicas matemáticas en América Latina.

Respecto a la *dimensión educativa*, D'Ambrosio llama la atención sobre “hacer de la matemática algo vivo, tratando con situaciones reales en el tiempo y en el espacio, y, a través de la crítica, cuestionar el aquí y ahora. Al hacer eso, exploramos las raíces culturales y practicamos la dinámica cultural” (2006, p. 58), en términos de Oliveras (1996), *multimatemáticas vivas*. Asimismo, D'Ambrosio, llama la atención sobre que “el ingrediente principal en la toma de decisión del profesor en cuanto a la dirección de las aulas y de aprendizaje del alumno es el descubrimiento, por el profesor, del conocimiento del alumno [...] Para esto el profesor necesita organizar el trabajo en el aula [...], para que este conocimiento pueda ser analizado. También es importante crear actividades que lleven al alumno a buscar en sus experiencias conocimiento ya formado” (D'Ambrosio, 1990, citado en Domite, 2006, pág. 424). Lo anterior, nos permite pensar nuevas organizaciones curriculares y nos plantea nuevos retos en la formación de los niños y en la formación inicial y continua de los maestros de matemáticas.

La *dimensión política* de la etnomatemática propone una educación que: “[...] estimule el desenvolvimiento de la creatividad desinhibida, conduciendo a nuevas formas de relaciones interculturales e intraculturales [...] Hacer de la Matemática una disciplina que preserve la diversidad y elimine la desigualdad discriminatoria [...]. El Programa Etnomatemática tiene ese objetivo mayor” (D'Ambrosio, 2006b, pág. 52)

La *dimensión cognitiva* de la etnomatemática que nos permite analizar los procesos de aprendizaje, analizar las lógicas de producción del conocimiento matemático.

La *dimensión epistemológica* que nos permiten estudiar en profundidad la naturaleza de las matemáticas y entender la existencia de diferentes juegos de lenguaje, formas de vida y gramáticas que dan sentido al conocimiento matemático de acuerdo a la práctica social donde se enmarque.

1.5.3 Idoneidad didáctica

Una noción del modelo EOS (Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática) que consideramos de utilidad para el análisis didáctico al interior de las aulas de clase de matemáticas es la de *idoneidad didáctica*. En particular encontramos útil dicha noción al observar una clase desde sus seis facetas: Ecológica (sociedad, escuela, currículo); Epistemológica (problemas, lenguajes, procedimientos, definiciones, propiedades, argumentos); Interaccional (diálogo, interacción, comunicación); Mediacional (recursos técnicos, tiempo); Afectiva (actitudes, emociones); Cognitiva (aprendizajes).

Realizamos en adelante una breve presentación de cada una de ellas en la tabla 3. Para una revisión más amplia ver Godino (2013).

Idoneidad Didáctica -EOS	
Faceta	Descripción
<i>Ecológica</i>	Hace referencia a las relaciones de la actividad con el currículo escolar y otras disciplinas.
<i>Epistemológica</i>	Hace mención a los significados institucionales de los objetos matemáticos que están presentes en el currículo y los significados sociales de los objetos matemáticos presentes en la cultura.
<i>Interaccional</i>	Se refiere a las interacciones entre el profesor y los estudiantes orientadas a la fijación y negociación de significados
<i>Mediacional</i>	Trata sobre el uso de recursos tecnológicos utilizados o material manipulativo, así como la asignación del tiempo a las distintas acciones y procesos.
<i>Afectiva</i>	Llama la atención sobre las emociones, afectos, motivaciones de los estudiantes hacia la temática estudiada
<i>Cognitiva</i>	Se refiere a los significados personales o aprendizajes de los estudiantes

Tabla 3. Descripción de las facetas de la Idoneidad didáctica- EOS

1.6 Metodología de la investigación

Esta investigación se enmarca en el paradigma de la investigación cualitativa, entendida como "una actividad sistemática orientada a la comprensión de fenómenos educativos y sociales, a la transformación de prácticas y escenarios socioeducativos, a la toma de decisiones y también hacia el descubrimiento y desarrollo de un cuerpo organizado de conocimientos" (Sandín Esteban, 2013, p. 123), cuyas principales características de acuerdo a Sandín Esteban (2013) son: tener en cuenta *el contexto*, entendiendo que los fenómenos, en nuestro caso educativos, no pueden ser comprendidos adecuadamente por fuera de su contexto natural y no construido ni modificado; la experiencia con los participantes se aborda de manera *holística*; la importancia del *investigador como el instrumento principal*, que a través de la interacción con la realidad recoge datos sobre ésta, siendo necesaria una formación de éste a nivel teórico y metodológico que le permita ser sensible ante los fenómenos de estudio. Otra característica de la investigación cualitativa es su carácter *interpretativo*, desde dos visiones: la del investigador que trata de justificar, elaborar o integrar sus hallazgos en un marco teórico y la del investigador que desea acercarse a la experiencia personal de los participantes desde sus significados y la visión del mundo. Por último, Sandín Esteban (2013) llama la atención sobre una nueva característica de la investigación cualitativa, que presenta como *reflexividad*, "que

supone dirigir la mirada hacia la persona que investiga, el reconocimiento de los supuestos teóricos y también personales que modulan su actuación, así como su relación con los participantes y la comunidad en la que realiza el estudio" (p. 126).

1.6.1 El diseño metodológico

El diseño de la investigación es un estudio de casos de carácter complejo por la diversidad de temas que integra, entendido este como “el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes” (Stake, 1999, p. 11). De acuerdo a Stake nuestro caso sería de tipo múltiple, en tanto que abarca diferentes estudios individuales, existiendo una buena coordinación entre cada uno de los casos (1999). En nuestra investigación, el caso, es un *Curso de Formación desde la Etnomatemática* para maestros en ejercicio realizado en el municipio de Tumaco, Colombia entre julio y octubre de 2012. En adelante se describe el caso que fue el centro de la investigación, y el cual analizamos desde diferentes perspectivas.

1.6.1.1 Descripción del caso: Curso de formación³

1.6.1.1.1 Contexto

El caso: Curso de Formación de Maestros desde la Etnomatemática -CFME se llevó a cabo en el municipio de Tumaco, ubicado en el Departamento de Nariño, en la zona sur occidental de Colombia. El municipio tiene una población de 145.344 personas, de las cuales el 95% son afrodescendientes, 3% indígenas y 2% mestizos. Debido a su alto porcentaje de población afrocolombiana, Tumaco fue declarado un municipio etnoeducador, lo que significa que pueden integrar las prácticas culturales de la comunidad en los currículos. Esto está reglamentado, en Colombia, por medio de la Ley General de Educación, 115 de 1994, en su capítulo 3: Educación para grupos étnicos.

1.6.1.1.2 Historia y justificación del Curso

El CFME fue motivado, por un lado, por el interés de los maestros de incorporar la etnomatemática al aula de clase. Los maestros reconocen la importancia de recuperar los saberes matemáticos autóctonos que, en muchos casos, se han perdido o se encuentran inmersos en la práctica cotidiana (en los ritos, en la agricultura, en las mochilas etc.), y ven en la etnomatemática un camino para dar mayor significado al aprendizaje de las matemáticas. Por el otro, el CFME fue motivado por las carencias detectadas en educación en la comunidad de Tumaco y que se presentan en el documento marco para la construcción del plan decenal de educación “Planes de vida para comunidades ancestrales: hacia un plan decenal de educación para el municipio de Tumaco 2011-2021” de Jaramillo et al. (2011).

1.6.1.1.3 Estructura del Curso

El Curso se organizó en tres fases: Planeación, Implementación y Resultados. La Planeación contenía la etapa Diseño cooperativo del curso (5 horas). En esta etapa se realizaron dos reuniones con los maestros para definir las características del curso: objetivos, contenidos, la población beneficiaria, tiempos etc.; la Implementación tenía tres etapas: la primera etapa: Teórica-Conceptual (32 horas) se dividió en tres momentos: a. Concepciones de los maestros sobre las matemáticas, b. Relación de la cultura y el currículo y c. Investigación de

³ Una descripción complementaria del curso de formación se presenta en los capítulos 3 y 5.

matemáticas extraescolares en prácticas culturales de la comunidad. La segunda etapa: Diseño de actividades (32 horas), la Tercera etapa: aplicación (40 horas); Los Resultados contenía la etapa de Evaluación del curso por parte de los maestros participantes (2 horas). La tabla 4 expone las fases, etapas, momentos y la forma de trabajo utilizada con los maestros.

Fase	Etapas	Momentos	Forma de trabajo
<i>Planeación</i>	Diseño cooperativo del curso	Reunión para elaborar un pre-diseño del curso y definir: objetivos, contenidos, fases, maestros a quien iba orientado el curso, duración, horarios, lugar	Discusión grupal
		Reunión para socializar el diseño del curso	Discusión grupal
<i>Implementación</i>	Teórica-Conceptual	Concepciones de los maestros sobre las matemáticas	Discusión grupal
		Relación de la cultura y el currículo	Lectura de documentos, trabajo en grupos y discusión grupal
		Investigación de matemáticas extraescolares en prácticas culturales de la comunidad	Trabajo de investigación por grupos y exposición de los resultados
	Diseño de actividades	Diseño de las actividades	Metodología Estudio de clase ⁴
	Aplicación	Puesta en juego de las actividades diseñadas y Autoevaluación y coevaluación del trabajo en clase	
<i>Resultados</i>	Evaluación	Evaluación del curso por parte de los maestros participantes	Reflexión individual por escrito

Tabla 4. Fases, etapas, momentos y forma de trabajo del Curso de Formación desde la Etnomatemática

1.6.1.1.4 Participantes del Curso

El grupo que participó en el CFME fue de 28 maestros: 23 de ellos laboran en la educación básica primaria, y 5 en la educación básica secundaria del municipio de Tumaco. Todos tienen a cargo el área de matemáticas y varios de ellos trabajan en zonas rurales del municipio. Su formación profesional es muy diversa, lo cual enriqueció las discusiones y las perspectivas frente a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Tales profesiones son: Licenciatura en ciencias sociales, Licenciatura en básica primaria con énfasis en informática, en lengua castellana, en ciencias naturales y medio ambiente, Normalistas, Licenciatura en comercio y contaduría, Licenciatura en matemáticas y Licenciatura en psicología de familia. Finalmente, es importante señalar que los maestros se inscribieron al curso de formación de manera voluntaria.

1.6.2 instrumentos de recogida de información

A lo largo de la investigación se consideraron 9 instrumentos de recogida de información:

⁴ Esta metodología busca por parte de los maestros una cualificación permanente, un trabajo reflexivo y crítico sobre su práctica y consta de cuatro etapas: 1. La planeación en grupo de las actividades, 2. La implementación de la actividad y observación de clase, 3. La auto-evaluación y la co-evaluación, y 4. El rediseño de las actividades (Hart, Alston, & Murata, 2011)

1. Entrevistas en grupo grabadas en audio.
2. Vídeos de las clases que gestionaron los profesores con sus estudiantes y la transcripción de éstos.
3. Observación pasiva y participante.
4. Informes de seguimiento del curso.
5. Reflexiones escritas de los profesores.
6. Fotografías tomadas en cada una de las etapas del curso.
7. Trabajos escritos de los profesores.
8. Actividades diseñadas y presentadas en el formato del Estudio de Clase
9. Evaluación del curso por medio de un cuestionario escrito.

1.6.3 Análisis de los datos

La investigación se dividió en diferentes estudios, cada uno analizó los datos desde diversas perspectivas, esto se explica en detalle en la tabla 5. Dentro de cada capítulo se presenta el tipo de estudio, la técnica de categorización y los datos analizados.

Para la realización de los análisis de los datos se utilizó el programa Atlas.ti, versión 6.2, lo que nos permitió un manejo eficiente de los datos, la creación de categorías, relacionar las categorías con el marco teórico, tener siempre a la mano una red de relaciones entre categorías, y entre comentarios. El uso de este tipo de programas para ayudar al investigador en la administración de los datos y en la visualización de las relaciones complejas que existen entre ellos, se hace cada vez más común en la investigación cualitativa interpretativa (Blanco-Álvarez, 2012a; Cohen, Manion, & Morrinson, 2007; San Martín, 2014).

Capítulo	Tipo de investigación	Técnica de categorización	Tipo de categorías
Estudio de los antecedentes (Capítulo 2)	Investigación documental ⁵	Análisis de contenido ⁶ (Bardin, 1996) Técnicas de Codificación abierta y de comparación constante ⁷ (Strauss & Corbin, 2002)	Categorías emergentes
Evaluación del curso de formación (Capítulo 3)	Investigación evaluativa ⁸	Aplicación de indicadores	Categorías a priori
Posturas epistemológicas de los profesores de matemáticas (Capítulo 4)	Estudio de casos	Análisis de contenido (Bardin, 1996) Técnicas de Codificación abierta y de comparación constante (Strauss & Corbin, 2002)	Categorías emergentes
Actividades diseñadas (Capítulo 5)	Estudio de casos	Análisis de contenido (Bardin, 1996) Descriptivo	

⁵ La investigación documental hace uso de los materiales publicados que no han recibido un tratamiento analítico, o que todavía puede ser vuelto a trabajar de acuerdo con los objetivos de búsqueda (Gil, 1999).

⁶ El análisis de contenido visto como un conjunto de técnicas de análisis que emplea procedimientos sistemáticos y objetivos de descripción del contenido del instrumento de registro (Bardin, 1996).

⁷ Técnicas propias de la teoría fundamentada (Gibbs, 2012; Strauss & Corbin, 2002)

⁸ La evaluación de programas es una actividad académica e investigativa que responde a lo que hoy se conoce como investigación evaluativa. Ésta generalmente es realizada desde el exterior y es realizada por expertos (Pérez Juste, 2006).

Capítulo	Tipo de investigación	Técnica de categorización	Tipo de categorías
Idoneidad didáctica de una clase (Capítulo 6)	Investigación evaluativa	Aplicación de indicadores	Categorías a priori
Análisis de la dimensión política (Capítulo 7)	Estudio de casos	Análisis de contenido (Bardin, 1996)	Categorías a priori

Tabla 5. Tipos de investigación, técnica de análisis de datos y tipo de categorías

1.7 Conclusiones del capítulo

Esperamos haber brindado al lector, una visión panorámica y clara de las partes constituyentes de la investigación.

Queremos resaltar el hecho de que, a pesar de la existencia desde hace más de 20 años de la legislación de la etnoeducación, los avances en formación de maestros de matemáticas desde una perspectiva etnomatemática han sido insuficientes.

Asimismo, llamamos la atención sobre la complejidad de la investigación, al utilizar diversos marcos teóricos y aproximaciones metodológicas. Esta mirada desde diferentes lugares teóricos y metodológicos, enriquece a la Etnomatemática y brinda más herramientas a los investigadores para acercarse a los datos. En particular, hacemos referencia a los acercamientos que realizamos entre la Etnomatemática y el Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (Capítulo 6), que ya Oliveras y Godino (2015) habían iniciado. Esta colaboración mutua entre referentes teóricos y metodológicos es una práctica a la que la comunidad internacional está invitando, en aras de aunar esfuerzos en pro de la investigación en el campo de la Educación Matemática, como señalan Bikner-Ahsbahs y Prediger (2014), en el libro *Networking of theories as a research practice in Mathematics Education*.

Otro elemento a resaltar en esta complejidad, es el doble rol, que jugó el doctorando, al desempeñarse, al mismo tiempo, como profesor orientador del curso de formación y como investigador.

En adelante, del capítulo 2 al 7, se presentan los análisis realizados a los datos, y al final de cada capítulo se presentan los elementos encontrados que responden, parcialmente, nuestra pregunta de investigación.

Referencias

- Alcaldía Municipal de Tumaco. (2010). *Plan integral único municipio de Tumaco. Comité Municipal de Prevención y Atención Integral a la Población en Situación de Desplazamiento Nariño*. Tumaco: Documento institucional. Retrieved from http://www.tumaco-narino.gov.co/apc-aa-files/31396130663234376265616637336262/PIU_TUMACO.pdf
- Aroca, A. (2009). *Geometría en las mochilas arhuacas. Por una enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva cultural*. Cali: Programa Editorial Universidad del Valle.
- Aroca, A. (2010). Una experiencia de formación docente en Etnomatemáticas: estudiantes afrodescendientes del Puerto de Buenaventura, Colombia. *Revista Horizontes*, 28(1), 87–95.
- Arriaga, L. (2002). *Serie Lineamientos Curriculares: Cátedra Estudios Afrocolombianos*. Bogotá: Igasa Ingenieros Gráficos Andinos SA.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.

- Bardin, L. (1996). *Análisis de contenido*. Madrid: Ediciones Akal.
- Bikner-Ahsbabs, A., & Prediger, S. (Eds.). (2014). *Networking of theories as a research practice in Mathematics Education, Advances in Mathematics Education*. Switzerland: Springer International Publishing.
- Blanco-Álvarez, H. (2006). La etnomatemática en Colombia: un programa en construcción. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 19(26), 49–75.
- Blanco-Álvarez, H. (2008a). Entrevista al profesor Ubiratan D'Ambrosio. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 1(1), 21–25.
- Blanco-Álvarez, H. (2008b). La Educación Matemática desde un punto de vista sociocultural y la formación de Licenciados en Matemáticas y Etnoeducadores con énfasis en matemáticas. *Boletín ASOCOLME*, 1(1), 4–6.
- Blanco-Álvarez, H. (2008c). La integración de la etnomatemática en la etnoeducación. In *Memorias del 9º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. Valledupar: Asociación Colombiana de Matemática Educativa-ASOCOLME.
- Blanco-Álvarez, H. (2009). *Del número a los sistemas de numeración (Trabajo de investigación de maestría no publicado)*. Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- Blanco-Álvarez, H. (2011). La postura sociocultural de la educación matemática y sus implicaciones en la escuela. *Revista Educación Y Pedagogía*, 23(59), 59–66.
- Blanco-Álvarez, H. (2012a). Análisis de datos cualitativos y atlas.ti: una experiencia de formación. *Revista Universitaria: Docencia, Investigación e Innovación*, 1(1), 103–114.
- Blanco-Álvarez, H. (2012b). Estudio de las actitudes hacia una postura sociocultural y política de la educación matemática en maestros en formación inicial. *REDIMAT: Journal of Research in Mathematics Education*, 1(1), 57–78.
- Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2017). Formación de profesores de matemáticas desde la Etnomatemática: estado de desarrollo. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, en prensa.
- Blanco-Álvarez, H., López, G. J., & Noguera, W. R. (2009). Diagnóstico de la formación en Educación Matemática de los Docentes en la ciudad de San Juan de Pasto. *Revista SIGMA*, 9(1), 61–90.
- Blanco-Álvarez, H., & Parra, A. (2009). Entrevista al profesor Alan Bishop. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 2(1), 69–74.
- Breda, A., do Rosário Lima, V. M., & Duro, G. T. (2012). A Etnomatemática nos cursos de formação continuada de professores: implicações das regularidades discursivas e das relações de poder na produção de subjetividades. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 5(1), 116–148.
- Carrillo, J., Contreras, L. C., & Flores, P. (2013). Un modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas. In L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutierrez, M. Molina, & I. Segovia (Eds.), *Investigacion en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 193–200). Granada: Editorial Comares.
- Castro, E. (2004). *Multiculturalismo y constitución política*. Bogotá: Centro de Investigaciones de la Facultad de Filosofía, Universidad Libre seccional Bogotá.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research methods in education*. New York: Routledge.
- Colegio Bilingüe Artesanal Camëntsá. (2001). *Proyecto Educativo Indígena Camëntsá*. Sibundoy: Documento institucional.
- Constitución Política de Colombia (1991). Colombia.
- D'Ambrosio, U. (1993). Etnomatemática: Um programa. *Revista Da Sociedade Brasileira de Educaçãomática-SBEM*, 1(2), 5–11.
- D'Ambrosio, U. (2006). *Ethnomathematics. Link between traditions and modernity*. Rotterdam: Sense Publishers.
- D'Ambrosio, U. (2008). *Etnomatemática. Entre las tradiciones y la modernidad*. México D.F: Limusa.

- D'Ambrosio, U. (2011). A busca da paz como responsabilidade dos matemáticos. *Cuadernos de Investigación Y Formación En Educación Matemática*, 7(7), 201–215.
- Gibbs, G. (2012). *El análisis de datos cualitativos en investigación cuantitativa*. Madrid: Ediciones Morata.
- Gil, A. C. (1999). *Métodos e técnicas de pesquisa social* (5a Ed.). São Paulo: Atlas.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8(11), 111–132.
- Hart, L. C., Alston, A., & Murata, A. (Eds.). (2011). *Lesson study Research and Practice in Mathematics Education: Learning together*. New York: Springer.
- Jaramillo, D. (2011). La educación matemática en una perspectiva sociocultural: tensiones, utopías, futuros posibles. *Revista Educación Y Pedagogía*, 23(59), 13–36.
- Jaramillo, J. B., Jurado Valencia, F., & Collazos, J. (Eds.). (2011). *Planes de vida para comunidades ancestrales: hacia una plan decenal en educación para el municipio de Tumaco 2011-2021*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia y Alcaldía de Tumaco.
- Knijnik, G. (2007). Diversidad cultural, matemáticas y exclusión: oralidad y escritura en la educación matemática campesina del sur del Brasil. In J. Giménez, J. Díez-Palomar, & M. Civil (Eds.), *educación matemática y exclusión* (pp. 63–81). Barcelona: Graó.
- Knijnik, G. (2012). Differentially positioned language games: ethnomathematics from a philosophical perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 80(1–2), 87–100.
- Marmolejo, G.-A., Blanco-Álvarez, H., & Fernández, E. (2009). El estudio de clase y la formación de licenciados en matemáticas en la Universidad de Nariño. In J. A. Torres & L. I. Vergara (Eds.), *Estudio de clase: una experiencia en Colombia para el mejoramiento de las prácticas educativas* (pp. 93–104). Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional. (1994). *Ley General de Educación 115*. Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (1996). *La etnoeducación: realidad y esperanza de los pueblos indígenas y afrocolombianos: lineamientos de etnoeducación y proyectos etnoeducativos institucionales*. Bogotá: Documento institucional.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares: matemáticas. Serie lineamientos curriculares*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2004). *Normatividad básica para la etnoeducación*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas. Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia.
- Ochoa, R.; Pelaez, J. (1995). *La matemática como elemento de reflexión comunitaria Pueblo Tule*. Asociación de Cabildos Indígenas de Antioquia: Editorial Lealon.
- Oliveras, M. L. (1996). *Etnomatemáticas : formación de profesores e innovación curricular*. Granada: Comares.
- Oliveras, M. L., & Godino, J. D. (2015). Comparando el programa etnomatemático y el enfoque ontosemiótico: Un esbozo de análisis mutuo. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 432–449.
- Parra, A., & Caicedo, N. (2009). *Matemáticas en el mundo nasa*. Bogotá: El fuego azul.
- Peña-Rincón, P., & Blanco-Álvarez, H. (2015). Reflexiones sobre cultura, currículo y etnomatemáticas. In K. de la Garza & R. Cortina (Eds.), *Educación, pueblos indígenas e interculturalidad en América Latina* (pp. 213–246). Quito: Ediciones Abya-Yala.
- Pérez Juste, R. (2006). *Evaluación de programas educativos*. Madrid: La Muralla.
- Pino-Fan, L., & Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36(1), 87–109.
- San Martín, D. (2014). Teoría fundamentada y Atlas.ti: recursos metodológicos para la investigación educativa. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 16(1), 104–

122.

- Sandín Esteban, M. P. (2013). *Investigación cualitativa en educación. Fundamentos y tradiciones*. Madrid: McGraw-Hill / Interamericana de España, S. L.
- Stake, R. E. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Ediciones Morata.
- Strauss, A., & Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa: técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Medellín: Editorial Universidad de Antioquia.
- Wittgenstein, L. (1999). *Investigaciones filosóficas*. Barcelona: Ediciones Altaya.

Capítulo 2. La investigación en formación de profesores de matemáticas desde la perspectiva etnomatemática

2.1 Presentación
2.2 Artículo 1
2.3 Comentarios finales

2.1 Presentación

En este capítulo presentamos, por medio de un artículo, el estudio de los antecedentes internacionales de la formación inicial y continua de maestros de matemáticas desde una perspectiva Etnomatemática.

Hemos centrado nuestra atención en los artículos publicados entre 1995 y 2015, lo que nos permitió tener una visión longitudinal, a lo largo de dos décadas, de los avances de la investigación en formación de maestros desde la Etnomatemática.

Centramos nuestra atención en responder cuatro preguntas, que como se explica en el artículo, emergieron del análisis del material encontrado:

- ¿Qué características debe tener el currículo escolar basado en una perspectiva etnomatemática?
- ¿Cuál debe ser el conocimiento didáctico-matemático del profesor para atender dicho currículo?
- ¿Qué características tienen los cursos de formación inicial y continua desde una perspectiva etnomatemática?
- ¿Qué marcos teóricos y metodologías utilizaron las investigaciones?

Para contextualizar mejor nuestro estudio, hicimos también una revisión a los desarrollos realizados en Colombia en la última década en la formación de maestros desde la Etnomatemática, encontrando que muy pocas universidades incorporan la Etnomatemática en los currículos de los programas de Licenciatura en matemáticas y solo han existido escasas experiencias en formación de maestros de matemáticas en ejercicio. Esto puede verse en el artículo *Una mirada a la Etnomatemática y la Educación Matemática en Colombia: caminos recorridos* que presentamos en el Anexo 1.

Luego indagamos en las razones de por qué tan pocos programas de Licenciatura en matemáticas incorporan la Etnomatemática en sus currículos, encontrando que los obstáculos tienen que ver con: la matematización del currículo, la falta de recurso humano formado en Etnomatemática y la tensión administrativa. Esta investigación puede verse en el Anexo 2, en el artículo *Etnomatemática y formación inicial de profesores de matemáticas, el caso colombiano*.

2.2 Artículo 1

Blanco-Álvarez, H.; Fernández-Oliveras, A. y Oliveras, M. L. (2017). Formación de profesores de matemáticas desde la Etnomatemática: estado de desarrollo. *Bolema*, en prensa.

Formación de profesores de matemáticas desde la Etnomatemática: estado de desarrollo¹

Mathematics teacher training from Ethnomathematics: a structural see

Hilbert Blanco-Álvarez *

María Luisa Oliveras**

Alicia Fernández-Oliveras***

Resumen

Este estudio tiene como objetivo contribuir al conocimiento del estado de desarrollo de la investigación sobre la formación de profesores de matemáticas desde una perspectiva etnomatemática. El material empírico se seleccionó a partir de artículos publicados entre 1995 y 2015. El análisis fue orientado por cuatro preguntas: ¿Qué características debe tener el currículo escolar basado en una perspectiva etnomatemática?, ¿Cuál debe ser el conocimiento didáctico-matemático del profesor para atender dicho currículo?, ¿Qué características tienen los cursos de formación inicial y continua desde una perspectiva etnomatemática?; y ¿Qué marcos teóricos y metodologías utilizaron las investigaciones? Concluimos que el profesor debe tener un perfil creativo, reflexivo, investigador, capaz de desarrollar un currículo abierto a otras racionalidades; los cursos de formación versan sobre la naturaleza de las matemáticas y el diseño de actividades conectadas con la cultura, y las metodologías son un gran aporte a la investigación cualitativa-interpretativa. Proponemos un modelo sobre el desarrollo profesional del profesor y sus relaciones con otros elementos del sistema educativo, y una estructura para un curso de formación de profesores desde la Etnomatemática.

Palabras claves: Formación de profesores de matemáticas, Etnomatemática, Currículo cultural, Estado del arte

Abstract

The goal of this study is to contribute to our understanding of the state of research development about the formation of math professors from an ethnomathematics perspective. The empirical material was selected from articles published between 1995 and 2015. The analysis was oriented around four questions: What characteristics should a school curriculum based on an ethnomathematics perspective have? What should be the didactic-mathematic knowledge of the professor in order to attend to such a

¹ Los resultados que se presentan en este artículo, hacen parte de la investigación doctoral titulada “*Elementos para la formación de profesores de matemáticas desde la Etnomatemática*” dirigida por la Dra. María Luisa Oliveras dentro del Grupo de Investigación Etnomatemáticas, Formación de profesores y Didáctica de la Universidad de Granada, España.

*Doctorando en Educación por la Universidad de Granada (UGR), España. Facultad de Ciencias de la Educación y Docente de la Universidad de Nariño, Colombia. Dirección Postal: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Nariño, Colombia. E-mail: hilbla@yahoo.com

**Doctora en Matemáticas. Universidad de Granada (UGR). Investigadora y Profesora Titular de Didáctica de la Matemática en Universidad de Granada (UGR). Facultad de Ciencias de la Educación. Dirección Postal: Campus Cartuja s/n 18079. Granada. España. E-mail: oliveras@ugr.es

*** Doctora en Física por la Universidad de Granada. Investigadora y Profesora de Didáctica de las Ciencias Experimentales en la Universidad de Granada. Facultad de Ciencias de la Educación. Dirección Postal: Campus Cartuja s/n 18079. Granada. España. Email: alilia@ugr.es

curriculum? What characteristics do the initial and continuing formation courses from an ethnomathematics perspective have? and What theoretical and methodological and theoretical frameworks were used in the investigations? We conclude that the professor must have a creative and reflexive profile, be a researcher, and someone capable of developing a curriculum open to other rationalities; the formation courses teach about the nature of mathematics and the design of activities connected to culture and the methodologies are an important contribution to qualitative-interpretive research. We propose a model about the professional development of the professor and his/her relationship to other elements of the educational system, as well as a structure for a professor formation course from an Ethnomathematics perspective.

Key words: Formation of math teachers, Ethnomathematics, Cultural curriculum

1 Introducción

La investigación sobre formación de profesores de matemáticas ha venido en aumento, desde hace al menos dos décadas y ha ganado espacios en las agendas internacionales de la Educación Matemática. Prueba de ello es la literatura que se encuentra (BALL, 2000; CARRILLO, 2011; DOMITE, 2012; GODINO et al., 2013; OLIVERAS; GAVARRETE, 2012; PONTE, 2012, 2013; SHULMAN, 1986; entre otros), cada vez más numerosa y un número creciente de tesis doctorales (ALBANESE, 2014; GAVARRETE, 2012; OLIVERAS 1996; ROJAS, 2014; RAMOS, 2014; entre otros), así como la presencia de esta línea de investigación en medios de difusión específicos que son referentes internacionales como The International Handbook of Mathematics Teacher Education (TIROSH; WOOD, 2008) y Third International Handbook of Mathematics Education (CLEMENTS; BISHOP et al., 2013).

De tan amplia literatura, este estudio tiene como finalidad realizar un análisis de los artículos, que se centran en la *formación de profesores de matemáticas desde la Etnomatemática*², publicados entre 1995 y 2015 en revistas del área.

El análisis fue orientado por cuatro preguntas que surgieron al estudiar el conjunto de los artículos: 1) ¿Qué características debe tener el currículo escolar orientado desde una perspectiva etnomatemática?, 2) ¿Cuál debe ser el conocimiento didáctico-matemático³ del profesor para desarrollarlo?, 3) ¿Qué características tienen los cursos de formación inicial y continua en relación a los objetivos, la metodología, los contenidos y la evaluación?; y 4) ¿Qué marcos teóricos y qué metodologías se utilizaron en la investigación?

2 Metodología

Esta investigación es de tipo documental⁴ (GIL, 1999), desarrollada con metodología cualitativa e interpretativa, hizo uso de una técnica de análisis de contenido⁵ (BARDIN, 1996).

² En adelante nos referiremos a Etnomatemática (con mayúscula y singular) cuando nos referimos al campo de investigación y etnomatemáticas (con minúscula y plural) cuando nos referimos a las distintas prácticas matemáticas de un grupo cultural o a aspectos educativos.

³ El conocimiento didáctico-matemático del profesor se caracteriza a partir de tres dimensiones: dimensión matemática, dimensión didáctica y dimensión meta didáctico-matemática (Pino-Fan & Godino, 2015)

⁴ La investigación documental hace uso de los materiales publicados que no han recibido un tratamiento analítico, o que todavía puede ser vuelto a trabajar de acuerdo con los objetivos de búsqueda (GIL, 1999).

⁵ El análisis de contenido visto como un conjunto de técnicas de análisis que emplea procedimientos sistemáticos y objetivos de descripción del contenido del instrumento de registro (BARDIN, 1996).

2.1 Tipos de materiales y método de búsqueda

La recolección del material empírico se centró en artículos de revistas científicas publicados entre 1995 y 2015. La búsqueda de éstos se realizó en dos grupos de bases de datos. El primer grupo compuesto por las bases de datos Web of Science, Scopus y Springer; el segundo grupo compuesto por las bases de datos Redalyc, Scielo y Google scholar.

Los términos de búsqueda usados en ambos grupos fueron: “teacher education” and “ethnomathematics”; “teacher training” and “ethnomathematics”; “in-service teacher education” and “ethnomathematics”; “pre-service teacher” and “ethnomathematics” y sus respectivas traducciones al español y portugués.

2.2 Material recolectado

En total encontramos 38 artículos, como se muestra en la tabla 1. Además, encontramos 14 capítulos de libros, 35 ponencias en congresos, 3 tesis doctorales, y 10 trabajos de fin de máster, sin embargo, para fines de este artículo analizamos solo los artículos.

Revistas	1995-2005	2006-2015
Asia-Pacific Journal of Teacher		1
Bolema: Boletim de Educação Matemática		2
Journal of Mathematics and Culture		3
Journal of Mathematics Teacher Education	2	
RELIME: Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa		1
REDIMAT: Journal of Research in Mathematics Education		1
Revista Discursos	1	
Revista Educação Matemática em foco		1
Revista Educación y Pedagogía		1
Revista Horizontes		1
Revista Latinoamericana de Etnomatemática		15
Revista Quadrante	1	
The Journal of Mathematical Behavior		1
Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas	3	
ZDM: The International Journal on Mathematics Education	2	2
TOTAL: 38	9	29

Tabla 1. Listado de revistas y número de artículos publicados en los periodos 1995-2005 y 2006-2015

En la tabla 1, se aprecia un aumento en el número de artículos publicados entre 2006 y 2015 sobre la formación de profesores de matemáticas desde una perspectiva etnomatemática. Hecho que interpretamos como un creciente interés de los investigadores por comprender el aporte de la Etnomatemática al conocimiento didáctico-matemático y al desarrollo profesional de los profesores de matemáticas en formación y en ejercicio, además evidencia la juventud de esta línea de investigación.

2.3 Categorías de análisis

Después de recoger la información pasamos a clasificarla, de acuerdo con el propósito de los artículos, en tres dimensiones que emergieron al leer todo el material y que se denominaron: *epistémica*, *práctica* e *investigativa*. Las dimensiones y su descripción se muestran en la tabla 2.

Dimensiones emergentes	Descripción del propósito de los artículos
<i>Epistémica</i>	Artículos que presentan reflexiones teóricas sobre la formación inicial y continua de profesores de matemáticas, desde una perspectiva etnomatemática.
<i>Práctica</i>	Artículos que describen propuestas y/o desarrollo de experiencias de cursos de formación inicial o continua de profesores de matemáticas, desde una perspectiva etnomatemática.
<i>Investigativa</i>	Artículos que reportan resultados de investigaciones sobre formación de profesores desde una perspectiva etnomatemática.

Tabla 2. Dimensiones emergentes y su descripción

A continuación, se realizó un proceso de codificación abierta y de comparación constante (STRAUSS; CORBIN, 2002) de las unidades de información correspondientes a los distintos apartados de los artículos que pertenecen a cada una de las dimensiones emergentes de la tabla 2. Dicho proceso de codificación fue realizado apoyándonos en el uso de Atlas.ti, versión 6.2. Finalmente, las categorías emergentes a las que llegamos y que guiaron el análisis se presentan en la tabla 3.

Dimensiones emergentes	Categorías emergentes	Subcategorías emergentes	Descripción
Epistémica (Reflexiones teóricas sobre formación de profesores)	<i>Características del currículo escolar y del conocimiento didáctico-matemático del profesor</i>	Currículo escolar	Se refiere a las características que deben tener el currículo escolar desde la Etnomatemática
		Conocimiento didáctico-matemático del profesor	Hace alusión al conocimiento didáctico y matemático del profesor desde la Etnomatemática
Práctica (Intervenciones o propuestas en formación de profesores)	<i>Características estructurales de los cursos de formación inicial y continua</i>	Objetivos	Hace referencia a los objetivos planteados en los cursos de formación inicial o continua de profesores
		Contenidos	Describe los contenidos estudiados en los cursos.
		Metodologías de trabajo	Hace referencia a las metodologías de trabajo utilizadas en los cursos
		Evaluación	Trata sobre los procesos de evaluación utilizados en los cursos
Investigativa (Informes de investigación)	<i>Características fundamentales de las investigaciones</i>	Marcos teóricos	Hace alusión a los marcos teóricos utilizados para el análisis de datos
		Metodologías	Se refiere a la metodología utilizada en la investigación de la cual se informa

Tabla 3. Dimensiones, categorías y subcategorías emergentes utilizadas en el análisis.

3. Análisis y resultados

Se encontraron 38 artículos, de los cuales 13 pertenecen a la dimensión *Reflexiones teóricas sobre formación de profesores*, 18 a la dimensión *Intervenciones o propuestas de formación de profesores*, y 7 a la dimensión *Informes de investigación*.

En la tabla 4 presentamos el material encontrado, clasificado de acuerdo con la dimensión a la que pertenece.

Dimensiones emergentes	Material recolectado
<i>Epistémica</i>	Bishop (1995), Blanco-Álvarez (2011), Breda y Do Rosário (2011), D'Ambrosio (2014), Domite (2010, 2012), Gavarrete (2013), Gerdes (1996, 1998), Moreira (2004), Oliveras (1999), Rodrigues, Ferreira y Domite (2009), Shirley (2001)
<i>Práctica</i>	Formación inicial: Aroca (2010), Fernández-Oliveras y Oliveras (2015), Gavarrete y Albanese (2015), Gavarrete y Oliveras (2012), Gerdes (2010), Katsap y Silverman (2008), Naresh (2015), Oliveras (1995), Oliveras y Gavarrete (2012), Santillán (2011). Formación continua: Albanese, Santillán y Oliveras (2014), Gerdes (2014), Martínez (2012), Martínez y Oliveras (2015), Mendes (2010), Oliveras (2005), Presmeg (1998), Santillán y Zachman (2009)
<i>Investigativa</i>	Blanco-Álvarez (2012), Breda, Do Rosario Lima y Duro (2012), Gavarrete (2015), Knijnik y Meregalli (2012), Madusise (2015), Owens (2014), Verner, Massarwe y Bshouty (2013)

Tabla 4. Dimensiones emergentes y material encontrado

Realizamos el análisis de los artículos pertenecientes a cada una de las tres dimensiones, centrándonos en las categorías presentadas en la tabla 3, cuyos resultados mostramos a continuación.

3.1 Análisis siguiendo la Categoría: Características del currículo escolar y del conocimiento didáctico-matemático del profesor

En adelante se presenta un listado de características enunciadas por diferentes autores para un currículo de matemáticas basado en la cultura y elementos del conocimiento didáctico-matemático del profesor de matemáticas necesarios para llevar a la práctica dicho currículo.

3.1.1 Subcategoría: Currículo escolar

El currículo escolar visto desde la Etnomatemática, para diversos autores debe contemplar las siguientes características:

- Reconocer las matemáticas como una construcción humana, social y cultural (BISHOP, 1995; GERDES, 1996; entre otros).
- Admitir que además del pensamiento matemático occidental, del cual históricamente se reconoce su surgimiento en Grecia, existe una amplia diversidad de pensamientos matemáticos en el mundo y otras racionalidades (BISHOP, 1995; SHIRLEY, 2001; entre otros) o multimatemáticas (OLIVERAS, 1999).
- Acrecentar el conocimiento matemático al incorporar matemáticas extraescolares al aula y conocimientos previos de los estudiantes (BLANCO-ÁLVAREZ, 2011; DOMITE, 2012; entre otros).
- Aceptar la existencia de prácticas matemáticas transculturales, como contar, medir, diseñar, localizar, jugar y explicar (BISHOP, 1995).
- Incorporar actividades a partir de las experiencias culturales de los estudiantes y de la comunidad (GAVARRETE, 2013; MOREIRA, 2004; entre otros).
- Promover el respeto, la tolerancia y la equidad a partir del estudio y la reflexión sobre las etnomatemáticas de diversas culturas (GAVARRETE, 2013).
- Reconocer a los estudiantes como recreadores y reconstructores de los conocimientos

culturales (BISHOP, 1995).

3.1.2 Subcategoría: Conocimiento didáctico-matemático del profesor

Para que el profesor de matemáticas desarrolle las ideas presentes en el tipo de currículo expuesto anteriormente, necesita un conocimiento profesional fundamentado en etnomatemáticas.

Este conocimiento profesional podemos caracterizarlo desde el modelo CDM: Conocimiento Didáctico-Matemático a partir de tres dimensiones: dimensión matemática, dimensión didáctica y dimensión meta didáctico-matemática (Pino-Fan & Godino, 2015)

Utilizaremos el CDM como herramienta analítica⁶ para caracterizar los resultados encontrados y que incluimos en esta subcategoría. Se muestran operativas para este análisis las dimensiones: matemática, didáctica y meta didáctico-matemática, que permiten poner de manifiesto 10 características del conocimiento profesional del profesor, presentes en los documentos analizados y que mostramos a continuación.

3.1.2.1 Dimensión Matemática⁷

Dentro de esta dimensión consideramos dos características:

- Característica 1: Estudiar las etnomatemáticas de diversas culturas locales, nacionales e internacionales, en la búsqueda del desarrollo de una conciencia de las matemáticas como un producto sociocultural (GAVARRETE, 2013; GERDES, 1998; SHIRLEY, 2001).
- Característica 2: Promover en el profesor un espíritu de indagación y brindarle la formación necesaria para que sea un profesor-investigador de las etnomatemáticas, de otras lógicas de pensamiento, de otras racionalidades presentes entre sus estudiantes y/o en la comunidad, es una idea compartida por muchos autores como (BREDA y ROSARIO, 2011; OLIVERAS, 1995, 1996, 2005; entre otros).

3.1.2.2 Dimensión Didáctica

Dentro de esta dimensión consideramos características que responden a las diferentes facetas: - *Conocimiento sobre los aspectos cognitivos de los estudiantes (faceta cognitiva) y Conocimiento sobre los aspectos curriculares, contextuales, sociales, políticos, económicos..., que influyen en la gestión de los aprendizajes de los estudiantes (faceta ecológica)*

- *Característica 3: Colocar el énfasis en los estudiantes*, en sus conocimientos previos, en su cultura y en las formas de legitimar sus conocimientos en el aula, así como tender puentes entre los aprendizajes escolares y los extraescolares (BISHOP, 1995;

⁶ Hacemos uso del CDM que se basa en el Enfoque Ontosemiótico EOS puesto que en su componente Epistemológico contempla la naturaleza de las matemáticas desde la perspectiva de Wittgenstein, lo que permite la coexistencia y el diálogo de las matemáticas escolares y las matemáticas extraescolares (Oliveras & Godino, 2015). Una postura diferente sobre la naturaleza de las matemáticas es presentada en los modelos de conocimiento de (Ball, Thames, & Phelps, 2008) y (Carrillo, Contreras, & Flores, 2013) donde las matemáticas se refiere exclusivamente a las matemáticas escolares. La aplicación de las dimensiones de este modelo fue posterior al análisis realizado en cada categoría.

⁷ En el modelo CDM (PINO-FAN; GODINO, 2015) la dimensión matemática es caracterizada solo por el conocimiento matemático escolar desde dos facetas: común y ampliado. Dicho modelo está en constante cambio y ahora en la dimensión matemática, es también aceptado, por sugerencia del primer autor de este artículo, el conocimiento etnomatemático, como una ampliación de dicha dimensión (GODINO, Comunicación Personal, 23 de febrero de 2016)

BLANCO-ÁLVAREZ, 2011; BREDÁ y ROSARIO, 2011; DOMITE, 2012; MOREIRA, 2004).

- Característica 4: Propiciar experiencias al estudiante para que constate que estos conceptos siguen vivos y plenamente contextualizados en las sociedades de hoy en día y que no son, únicamente, un conocimiento caduco (BISHOP, 1995), además que valore el conocimiento extraescolar, en muchos casos oral, de los adultos mayores y encuentre un mayor vínculo de las matemáticas con la vida cotidiana (BLANCO-ÁLVAREZ, 2011).
- Característica 5: *Escuchar al otro*, Domite (2012) y Rodrigues, Ferreira y Domite (2009) llaman la atención sobre esta idea basándose en Freire (1996) quien proponía que en términos de aptitud del profesor éste debe estar disponible para escuchar a los estudiantes y abrir su mente hacia la diferencia del pensamiento matemático del otro. En este mismo sentido Shirley (2001) propone el diálogo entre profesores y estudiantes y entre pares expresando sus pensamientos e intercambiando ideas entre ellos reforzando así el aspecto político de las matemáticas y la comunicación.
- Característica 6: Brindar herramientas que le ayuden al profesor a *establecer conexiones* entre las matemáticas escolares y otras áreas. Shirley (2001) sugiere que la Etnomatemática es una clave para encontrar estas conexiones.
- Característica 7: Ampliar el currículo de formación de profesores de matemáticas, yendo más allá de la literatura en educación matemática, incorporando la Antropología, la Sociología, la Psicología y los resultados de la investigación sobre formación de profesores (DOMITE, 2012), y la Historia de las matemáticas (SHIRLEY, 2001). Incorporar además Historia de las ciencias y de las matemáticas del hombre común (navegantes, militares, curas, comerciantes) en Europa; Historia de las etnociencias y de las etnomatemáticas; y la Dinámica de la construcción de nuevo conocimiento (D'AMBROSIO, 2014).
- Característica 8: Re-pensar la escuela como un lugar de encuentro de saberes matemáticos, de culturas, donde se respete la diferencia y se promueva la equidad y la formación de una nueva ciudadanía y no solo como un espacio para la transmisión de conocimientos (MONTEIRO; RODRIGUES MENDES, 2014).

-Conocimiento sobre los recursos y medios que pueden potenciar los aprendizajes de los estudiantes (faceta mediacional):

- Característica 9: Ofrecer al profesor herramientas teóricas y metodológicas que le ayuden a integrar los resultados de la investigación etnomatemática en el diseño de actividades, material didáctico y textos escolares. (BLANCO-ÁLVAREZ, 2011; GAVARRETE, 2013; MOREIRA, 2004).

3.1.2.3 Dimensión meta didáctico-matemática

Dentro de esta dimensión consideramos incluida otra característica:

- Característica 10: Formar a los *profesores como profesionales reflexivos* sobre su propia práctica, sobre las necesidades emocionales e intelectuales de los estudiantes y sobre las funciones sociales de la educación y así lograr transformaciones en su acción educativa, es lo que proponen Rodrigues, Ferreira y Domite (2009) y Domite (2012) basándose en los trabajos de Schön (1987, 1995).

3.2 Análisis de la Categoría: Características estructurales de los cursos de formación inicial y continua

Se presenta un análisis de los elementos utilizados en el diseño y gestión de cursos de formación inicial o continua de profesores de matemáticas que han sido orientados desde una perspectiva etnomatemática. Estos elementos del diseño son: los objetivos, las fases, los contenidos, las metodologías de trabajo utilizadas y la evaluación, que constituyen cada uno de ellos una subcategoría para el análisis de los cursos de formación

Veamos entonces las características que en los artículos estudiados presentan cada una de estas subcategorías.

3.2.1 Subcategoría: Objetivos

Realizamos una caracterización de los objetivos de los cursos reportados en los artículos de formación inicial o continua y encontramos que son dos los más comunes. Estos son: a) Fomentar en los docentes la reflexión sobre la naturaleza de las matemáticas como una actividad cultural (ALBANESE, SANTILLÁN y OLIVERAS, 2014, NARESH, 2015; entre otros) y b) Desarrollar las capacidades docentes partiendo del contexto cultural al que pertenece y diseñar actividades para el aula. Actividades ligadas al reconocimiento político de las prácticas extraescolares en el aula (OLIVERAS, 1995; OLIVERAS Y GAVARRETE, 2012; SANTILLÁN Y ZACHMAN, 2009; MARTÍNEZ, 2012; GERDES, 2010, 2014; SANTILLÁN, 2011; VERNER, MASSARWE Y BSHOUTY, 2013; GAVARRETE, 2015; GAVARRETE Y ALBANESE, 2015; MARTINEZ Y OLIVERAS, 2015; FERNÁNDEZ-OLIVERAS Y OLIVERAS, 2015; NARESH, 2015; entre otros). Estos objetivos son de dos estatutos diferentes, el primero es epistemológico en tanto que busca el estudio y la reflexión de la naturaleza del conocimiento matemático, y el segundo es práctico en tanto pretende dar al profesor herramientas para la investigación en la cultura y para su aplicación al trabajo en el aula.

En términos de las dimensiones de la Etnomatemática (D'AMBROSIO, 2005) estos objetivos apuntan a fortalecer en los profesores en formación o en ejercicio las dimensiones epistemológica, educacional y política; pues se pretende formar profesores con una concepción amplia de las matemáticas y brindarle las herramientas teóricas y metodológicas para que indaguen en los conocimientos extraescolares de los estudiantes y de la comunidad. De modo que puedan hacer uso de ellos por medio de actividades, buscando no solo un aprendizaje más significativo sino también un empoderamiento cultural por parte de los estudiantes y la legitimización de los conocimientos de la comunidad en la escuela.

3.2.2 Subcategoría: Fases

Los cursos de formación de profesores analizados utilizaron diferentes formas de estructuración. A cada componente de esa estructura le hemos llamado "fase". Por ejemplo, en los cursos de formación inicial las fases fueron: Estudio de elementos de la cultura, diseño de microproyectos, implementación en el aula, evaluación (OLIVERAS, 1995); Investigación sobre un elemento de la cultura, diseño de actividades, socialización (KATSAP; SILVERMAN, 2008); en los cursos de formación continua algunos ejemplos de las fases utilizadas fueron: Estudio de la realidad, organización del conocimiento y aplicación del conocimiento (MENDES, 2010); Estudio de elementos de la cultura y diseño de proyectos (MARTÍNEZ, 2012).

Del estudio de las fases de todos los cursos analizados en los artículos, extraemos unas componentes, en términos de las acciones de cada fase, que constituyen los resultados de esta subcategoría, cuya expresión vemos, como una estructura flexible explicativa y que a su vez sirve para el diseño de nuevos cursos de formación de profesores desde la Etnomatemática, que mostramos en la tabla 5:

Fase	Descripción⁸
<i>Estudio teórico</i>	En esta fase se estudian los fundamentos de la Etnomatemática, se reflexiona sobre la naturaleza de las matemáticas, se leen artículos de investigación en Etnomatemática, artículos sobre la integración de la Etnomatemática al aula escolar, artículos sobre currículo cultural de matemáticas, etc.
<i>Estudio de elementos de la cultura</i>	En esta fase es posible indagar directamente en la comunidad sobre sus prácticas culturales, o recopilar los saberes que cada uno tenga sobre la cultura de su comunidad o de otra. También se puede hacer uso de estudios antropológicos, históricos, arqueológicos, etc.
<i>Diseño de actividades</i>	Se analiza la información recolectada en función de su potencial matemático. Se realiza un análisis didáctico y una transposición didáctica y se diseñan las actividades, microproyectos, o proyectos.
<i>Implementación en el aula escolar</i>	Se implementan las actividades con los estudiantes, prestando especial interés a la motivación que generan, los procesos cognitivos y matemáticos puestos en juego y al valor político (en términos de legitimación de saberes) de la actividad.
<i>Evaluación de la implementación</i>	Se realiza una evaluación de lo sucedido en el aula al poner en juego la actividad o microproyecto, en términos de los objetivos propuestos, las dificultades de los estudiantes y del valor político de la actividad.
<i>Evaluación del curso</i>	Se realiza una evaluación general del curso que contemple la visión de las matemáticas de los profesores, el desarrollo del curso, el proceso del diseño de actividades y la implementación.

Tabla 5. Propuesta de estructura de un curso de formación de profesores desde la Etnomatemática

3.2.3 Subcategoría: Contenidos de los cursos

Los contenidos de los cursos son muy variados, algunos de ellos son: a) Ejemplos concretos de tecnologías simbólicas que le permitieron a algunas sociedades o grupos sociales hacer procesos de cálculo, jugar, contar, etc. de manera diferente a la exclusiva forma del contexto escolar (AROCA, 2010); b) Etnomatemáticas, Enculturación matemática, Microproyectos de educación intercultural basados en Etnomatemáticas (OLIVERAS, 1995, 2005; OLIVERAS Y GAVARRETE, 2012; GAVARRETE Y ALBANESE, 2015; entre otros); c) Construcciones geométricas y estudio de los conceptos matemáticos, multiculturales y didácticos necesarios para la enseñanza de la geometría en el contexto cultural (GERDES, 2010, 2014; VERNER, MASSARWE Y BSHOUTY, 2013; entre otros).

De esta forma, al estudiar los fundamentos de la Etnomatemática, se profundiza en las dimensiones histórica, política, educativa, conceptual y epistemológica de la Etnomatemática (D'AMBROSIO, 2005); y al trabajar en los microproyectos y conceptos didácticos necesarios para la enseñanza de la geometría, por ejemplo, en un contexto cultural se potencian las dimensiones educativa, política e histórica.

⁸ Esta descripción no pretende listar todas las acciones de cada fase, solo se hace a manera de ejemplificar a qué se refiere cada una.

3.2.4 Subcategorías: Metodologías de trabajo

Las metodologías de trabajo más comunes que se han utilizado en los cursos de formación realizados por los investigadores e investigadoras estudiados (ALBANESE, SANTILLÁN Y OLIVERAS, 2014; AROCA, 2010; FERNÁNDEZ-OLIVERAS Y OLIVERAS, 2015; GAVARRETE, 2015; GAVARRETE Y ALBANESE, 2015; MARTÍNEZ, 2012; MARTINEZ Y OLIVERAS, 2015; OLIVERAS Y GAVARRETE, 2012; PRESMEG, 1998; SANTILLÁN, 2011; SANTILLÁN Y ZACHMAN, 2009) son: a) Trabajo en grupo y reflexiones grupales o grupos de discusión b) Proyectos o microproyectos; c) Investigación de prácticas matemáticas o signos culturales en la comunidad; d) Creatividad; e) Uso y resolución de guías didácticas; f) Participación de la comunidad en el aula (AROCA, 2010).

Resaltamos la creatividad como una herramienta potente en la dimensión cognitiva y educativa de la Etnomatemática (D'AMBROSIO, 2005), así como los microproyectos para la investigación de signos culturales en la comunidad por parte de los profesores en formación inicial y continua (OLIVERAS, 1995, 1996, 2006), y la participación de la comunidad en los cursos de formación inicial y continua como una estrategia de la dimensión política de la Etnomatemática.

3.2.5 Subcategoría: Evaluación

Los instrumentos de evaluación comunes utilizados en los cursos de formación de profesores son: a) Trabajos elaborados y presentados durante las actividades didácticas realizadas en el aula (AROCA, 2010; GAVARRETE, 2015; OLIVERAS Y GAVARRETE, 2012; entre otros), b) Portafolio (OLIVERAS Y GAVARRETE, 2012; GAVARRETE, 2015; SANTILLÁN Y ZACHMAN, 2009, entre otros), c) Autoevaluación y extraevaluación (GAVARRETE, 2015; entre otros) y d) Informe final (VERNER, MASSARWE Y BSHOUTY, 2013, entre otros).

La evaluación en cursos de formación inicial o continua de profesores pretende ser de tipo formativa, buscando que los profesores generen procesos de reflexión sobre su formación o sobre su práctica; a eso se debe que se privilegie la autoevaluación y el portafolio. Vemos que la tendencia, en la dimensión cognitiva de la Etnomatemática va en la dirección de la reflexión del profesor en formación o en ejercicio y a la autoevaluación de su propio trabajo.

Teniendo en cuenta las ideas presentadas en los apartados 3.1 y 3.2, proponemos un modelo gráfico explicativo, desde nuestra propia interpretación, de los elementos y las interacciones que inciden en la formación y el desarrollo profesional del profesor orientado desde la Etnomatemática.

Se trata de un modelo emergente de nuestro análisis y que contempla las actuaciones del profesor, la comunidad, la Etnomatemática, y el estudiante, con la intención de dejar ver la complejidad inherente a la formación del profesor de matemáticas cuando se orienta desde una perspectiva etnomatemática. Dicho modelo se presenta en el apartado siguiente.

3.3 Modelo emergente del desarrollo profesional del profesor de matemáticas desde una perspectiva etnomatemática y sus relaciones con otros actores del sistema educativo.

El modelo está configurado por cuatro actores: el profesor, la comunidad⁹, el estudiante y la Etnomatemática, además de las complejas y dinámicas relaciones que se tejen entre ellos en

⁹ Otras propuestas de transformación del triángulo didáctico se pueden ver en Tall (1986) que propuso el computador en el cuarto vértice; Rezat y Sträßer (2012) proponen el tetraedro socio-didáctico agregando en el cuarto vértice los artefactos, incluida la tecnología, que están situados cultural, institucional e históricamente, por lo que el dominio social y cultural siempre está incluido; y Jaworski

el aula de clase, pero además contempla a dichos actores formando parte de un contexto cultural, social, político, económico y geográfico que los condiciona. Dicho modelo (ver figura 1) debe ser estudiado, validado y enriquecido por otros estudios. Veamos cómo concebimos el funcionamiento de dichas relaciones.

Primero, el *Profesor* en su relación con la comunidad, acepta la diversidad cultural, la invita a compartir sus prácticas matemáticas en el aula; el profesor aprende de ella, la escucha, reconoce otras lógicas de razonamiento, otras racionalidades de la comunidad. En cuanto a su relación con la Etnomatemática, él es sensible a la diversidad de prácticas matemáticas, fuera del aula investiga las etnomatemáticas que circulan en las prácticas culturales ampliando así su visión de las matemáticas, aprendiendo otras etnomatemáticas, otras historias de las matemáticas, amplía sus concepciones¹⁰ sobre las matemáticas. Con relación al estudiante, el profesor los escucha, y tiene en cuenta sus conocimientos extraescolares, los cuales legitima y valora políticamente en el aula, aprende de ellos, empoderando así a los estudiantes. Además, diseña actividades teniendo en cuenta las etnomatemáticas de la comunidad, y promueve la equidad y la inclusión. Para todo esto el profesor debe ser reflexivo, creativo, abierto al diálogo y a la escucha, investigador que debe tener en cuenta, para fundamentar sus acciones, áreas como la Antropología, la Sociología, la Psicología, las Historia de las etnomatemáticas, entre otras.

Segundo, la Comunidad en relación con el profesor y el estudiante, comparte en el aula y fuera de ella sus etnomatemáticas presentes en sus prácticas culturales. En relación con la Etnomatemática, la comunidad por medio del ejercicio de sus prácticas culturales contribuye a cargar de significado los conocimientos matemáticos y a reconocer y valorar otras racionalidades.

Aunque aquí hemos presentado la incorporación de la comunidad de manera teórica, en la práctica esta relación de la comunidad con los demás actores no es tan inmediata, pues en las sociedades están en juego relaciones de poder que deslegitiman los conocimientos comunitarios en la escuela, estableciendo qué es matemática y qué no, y quitan el poder educativo a la familia y la comunidad, como lo señalan (DÍEZ-PALOMAR, 2011; MORGAN, 1998).

(2012) agrega en el cuarto vértice a los didactas que trabajarán muy de cerca con el profesor pero sin ninguna conexión a los otros dos vértices.

¹⁰ Las concepciones como “(...) una estructura más general, incluyendo creencias, significados, conceptos, proposiciones, reglas, imágenes mentales, preferencias y similares. Aunque puede que la distinción no tenga una gran importancia, en ocasiones será más natural referirse a las concepciones de los profesores sobre las matemáticas como disciplina, que hablar simplemente de las creencias de los profesores sobre las matemáticas” (THOMPSON, 1992, p. 130) (...) “Una concepción del profesor sobre la naturaleza de las matemáticas puede verse como creencia, concepto, significado, regla, imagen mental y preferencia, consciente o inconsciente del profesor en relación con las matemáticas. Éstas creencias, conceptos, puntos de vista y preferencias, constituyen los rudimentos de una filosofía de las matemáticas” (Ídem, 1992, p.132) (traducción nuestra)

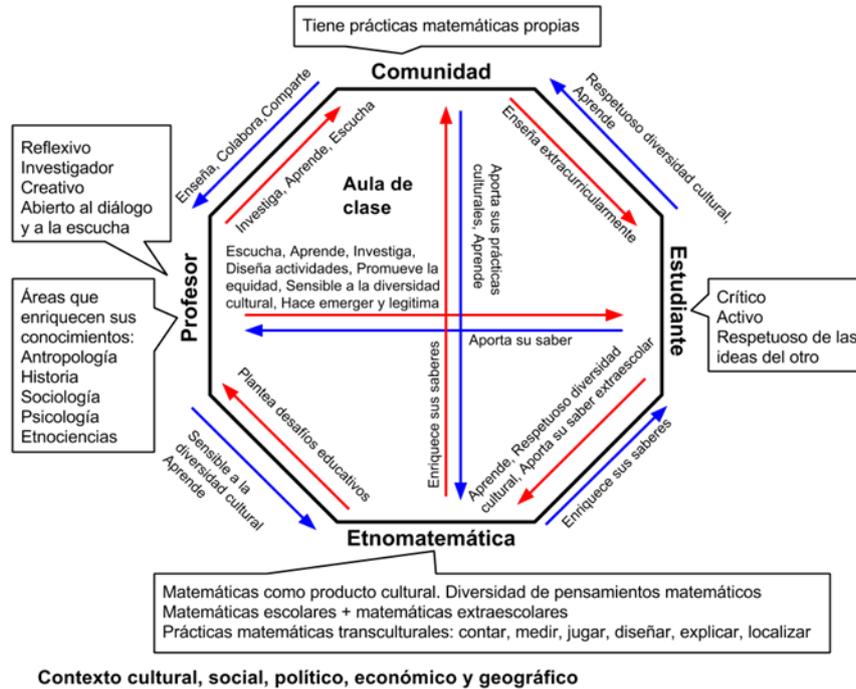


Figura 1. Relaciones entre el profesor, la comunidad, el estudiante y la Etnomatemática en el aula.

Tercero, el *Estudiante* en relación al profesor participa con sus conocimientos extraescolares en el aula. En relación con la comunidad, es respetuoso de sus prácticas matemáticas, aprende de ella en el aula y fuera de ella, la representa, respeta y valora los conocimientos de los adultos mayores. En relación a la Etnomatemática, el estudiante aporta sus etnomatemáticas (algoritmos no convencionales de operaciones, patrones de medición no estandarizados, etc.). Este aporte se convierte en un cambio de visión profundo sobre el papel del estudiante en la escuela y en particular lo posiciona como un agente productor de conocimiento y no solo como receptor.

Cuarto, la *Etnomatemática* concibe las matemáticas como un producto cultural y humano; es un cuerpo de conocimientos conformado por las matemáticas escolares y las matemáticas extraescolares en las prácticas culturales de todo el mundo y las de los pueblos extintos. En relación al profesor le propone nuevos retos al presentarle la dificultad de intentar transitar desde las prácticas culturales a la práctica pedagógica, representada en el diseño de actividades para el aula. Este ejercicio de disciplinarización de las prácticas culturales y de transposición didáctica debe ser analizado en mayor detalle en la formación de profesores desde la perspectiva etnomatemática.

Todas las relaciones representadas en el modelo suceden en el interior del aula, dentro de la escuela, que debe ser repensada como un espacio de reflexión y crítica más que un espacio de transmisión de conocimientos, en el marco de un contexto social, cultural (monocultural, multicultural), político, económico, geográfico (urbano, rural) y educativo (intercultural, bilingüe, multilingüe).

Dicho modelo (figura 1) guarda relación con: a) el Modelo Didáctico Emergente MED propuesto por Oliveras (1996) en tanto comparten varias de sus características, y b) la “red de prácticas” propuesta por Valero (2012) puesto que señala la importancia y la necesidad de construir agendas de investigación que nos permitan desentrañar la complejidad relacional al

analizar la formación de profesores junto a la comunidad, los estudiantes y el conocimiento etnomatemático.

3.4 Análisis de la Categoría: Características fundamentales de las investigaciones

Hemos analizado aquí los artículos que presentaban reportes de investigación y centramos la atención en los marcos teóricos utilizados en el análisis de los datos y las metodologías utilizadas.

3.4.1 Subcategoría: Marcos teóricos

Los marcos teóricos encontrados son: *Estructuras de compromiso* (GOLNIN et al., 2011) utilizado por Verner, Massarwe y Bshouty (2013) quienes realizaron una investigación en Israel para analizar la motivación en un curso no convencional de formación de profesores desde una perspectiva etnomatemática. También participaron profesores en formación inicial. Los datos se analizaron con la metodología de las estructuras de compromiso de Goldin et al. en un estudio de casos. Finalmente, proponen una nueva estructura: *Reconocer mi cultura*, para expresar la motivación que surge de las interacciones multiculturales que fomenta el aprendizaje matemático.

Identidad del pensador matemático (OWENS, 2007) utilizado por Owens (2014) quien presenta los resultados de una investigación realizada en Papua Nueva Guinea donde se analizaron 60 proyectos de matemáticas que tenían una fuerte relación con la cultura. Éstos fueron escritos por profesores en formación y en ejercicio. Se concluye que las relaciones de la cultura y las matemáticas escolares influyen en la identidad del profesor como pensador etnomatemático.

Pedagogía culturalmente responsable (LADSON-BILLINGS, 1996) utilizado en Madusise (2015) quien presenta los resultados de una investigación realizada junto con tres profesores con el objetivo de buscar nuevas formas de enseñar matemáticas conectándola con conceptos claves de la cultura. Se diseñaron actividades, se implementaron y se reflexionó sobre el proceso de intervención en el aula. Se encontró que los profesores se hicieron conscientes de la riqueza y la posibilidad de utilizar las aldeas culturales como recursos didácticos para la conexión de la educación matemática con las culturas de los alumnos, en el plan de estudios de Sudáfrica.

Filosofía del lenguaje (WITTGENSTEIN, 1999) y *los trabajos de* (FOUCAULT, 1979, 2002, 2007) utilizados por Knijnik y Meregalli (2012) quienes presentan los resultados una investigación que tuvo como objetivo comprender *las verdades* en educación matemática que circulan en los cursos de pedagogía y cómo la diferencia cultural opera en el establecimiento de tales verdades. Se realizaron entrevistas a profesores en ejercicio. Se encontró que el curso de pedagogía permite a los profesores reflexionar sobre sus experiencias anteriores con las matemáticas escolares; permitió la apropiación de juegos de lenguaje asociados a las matemáticas instituidas por diferentes formas de vida; evidenció estereotipos de género en relación con la percepción sobre los estudiantes: los varones obtendrían mejor desempeño en la matemática escolar y las mujeres serían obedientes y capaces de seguir reglas en las aulas de matemáticas.

Las teorías discursivas foucaultianas (FOUCAULT, 1979, 2001, 2002) utilizadas por Breda, Do Rosario Lima y Duro (2012) para analizar como a través de las singularidades discursivas y de las relaciones de poder-saber son producidos diferentes modos de subjetivación en los sujetos investigadores. Para esto se analizaron dos trabajos de fin de máster que trabajaron la

Etnomatemática en la línea de formación de profesores. Finalmente se concluye que los discursos de los trabajos de fin de máster analizados, operan como mecanismos de gobierno capaces de habilitar y conducir conductas, produciendo de esta forma, modos singulares de subjetivación.

Las dimensiones de la Etnomatemática (D'AMBROSIO, 2005) utilizadas por Blanco-Álvarez (2012) que presenta un estudio sobre las actitudes hacia la postura sociocultural y política de la educación matemática en estudiantes de grado de educación primaria en la Universidad Autónoma de Barcelona, encontrando que dicha actitud es moderadamente positiva; y Gavarrete (2015), que además se basa teóricamente en la *Enculturación matemática* (BISHOP, 1999), presenta todo el proceso de su tesis doctoral hasta llegar a la construcción de un Curso de Formación Docente basado en Etnomatemáticas Indígenas y su implementación. La evaluación se realizó a través de un modelo etnográfico participativo. Se aportan elementos de discusión acerca de la pertinencia cultural y la formación docente, así como sobre la relación entre el conocimiento cultural y el conocimiento matemático escolar.

Estos marcos teóricos señalan los enfoques que ha seguido la investigación de la formación de profesores de matemáticas desde una perspectiva etnomatemática.

Haciendo uso del modelo MEDIPSA¹¹ (OLIVERAS, 1996) ilustramos en la figura 2 el lugar de estos marcos teóricos.

3.4.2 Subcategoría: Metodologías

Encontramos que los seis reportes de investigación se enmarcan en un enfoque cualitativo, interpretativo y que el diseño de la investigación en varios de ellos responde a estudios de caso. Para la recolección de datos se utilizaron instrumentos como la encuesta, entrevistas, actividades escritas de los profesores, videos y grabaciones de discusiones grupales.

Este enfoque metodológico está en consonancia con la naturaleza de la investigación etnomatemática, centrada en el análisis de los procesos de generación, difusión e institucionalización del conocimiento matemático (D'AMBROSIO, 2005) y se ubica en el modelo MEDIPSA en la componente de Investigación, como se muestra en la figura 2.

¹¹ El modelo teórico MEDIPSA es un modelo que fue elaborado por Oliveras (1996), para fundamentar la investigación sobre formación de profesores desde una perspectiva etnomatemática. Es un marco de fundamentos para realizar el análisis e interpretación de los datos. Dicho modelo está formado por distintas teorías que son compatibles entre sí, procedentes de disciplinas que se establecen como constituyentes de las siete componentes del fenómeno didáctico-matemático desde la perspectiva etnomatemática: Matemáticas, Epistemología, Didáctica, Investigación, Psicología, Sociología y Antropología.



Figura 2. Marcos teóricos y metodologías ubicados las dimensiones del modelo MEDIPSA

4. Conclusiones

Hemos generado tres dimensiones que emergieron al leer todo el material y que se denominaron: *epistémica*, *práctica* e *investigativa*, siendo la práctica a la que pertenecen la mayoría de los trabajos analizados y diversas categorías de análisis que comentamos a continuación.

En la primera categoría *Características del currículo escolar y del conocimiento didáctico-matemático del profesor* encontramos que la tendencia es hacia la conceptualización de un currículo escolar abierto a otras racionalidades. Con respecto al conocimiento didáctico-matemático del profesor se propende por un profesor reflexivo, creativo, investigador, cuya formación inicial o continua incluya elementos más exigentes que los contenidos, como por ejemplo resultados de la investigación en formación de profesores de matemáticas en general y desde la perspectiva etnomatemática.

En la segunda categoría *Características estructurales de los cursos de formación inicial y continua* concluimos que los objetivos de los cursos se inclinan hacia dos aspectos del conocimiento didáctico-matemático de los profesores, como son *la naturaleza de las matemáticas* y *el diseño de actividades haciendo uso de elementos de la cultura*. Los contenidos a su vez respondieron a los objetivos, señalados arriba, y se centraron en contenidos sobre Etnomatemática y Didáctica de las matemáticas. Las metodologías didácticas privilegian el trabajo constructivo y grupal. La implicación social es hacia la inclusión y la equidad al integrar a la comunidad. Las formas de evaluación están orientadas a la formación de profesores reflexivos y autocríticos de su desarrollo profesional.

Además, todos los cursos analizados comparten la participación activa de los profesores y su implicación en su propio aprendizaje, lo que reporta satisfacción, motivación, interés y apropiación por parte de los profesores participantes.

De este análisis concluimos que a pesar de dotar al profesor de herramientas metodológicas para la investigación etnomatemática y el diseño de actividades en el aula, aún no es claro cómo, cuándo y cuál sería la participación de la comunidad en el aula y cómo llevar a cabo dicha integración en el diseño curricular y en el aula de clase.

Nos surgen así, nuevas preguntas que formulamos en el marco de agendas de investigación: ¿Cómo se están formando a los futuros profesores o en ejercicio, para la multiculturalidad de las aulas de matemáticas?, ¿cómo lograr las características de un profesor etnomatemático en formación o en ejercicio presentadas en la figura 1?, ¿cómo acercar la escuela a las prácticas de la comunidad y viceversa?, ¿qué características deben tener los textos escolares para las aulas interculturales?

Además de estas preguntas, una característica que encontramos en todos los cursos de formación inicial o continua y que nos preocupa es que éstos no son permanentes en los currículos de formación de profesores, sino que han respondido a procesos coyunturales de investigación. Shirley (2001) ya había señalado la necesidad y la importancia de integrar dichos cursos en los currículos de los programas de formación inicial de profesores en las universidades. Es importante señalar que, si bien existen universidades que incluyen en los currículos de formación inicial cursos de Etnomatemática, como los señalados en (BLANCO-ÁLVAREZ; HIGUITA RAMIREZ; OLIVERAS, 2014), no se han publicado investigaciones que describan, caractericen y analicen los aportes de la Etnomatemática en dicha formación.

En la tercera categoría *Características fundamentales de las investigaciones* concluimos que estos reportes de investigación nos presentan marcos teóricos que abren caminos para la interpretación de los datos y que generan nuevos aportes a la formación de profesores desde las perspectivas epistemológica, matemática, didáctica, antropológica y psicológica.

Las metodologías son un gran aporte a la línea cualitativa-interpretativa generando ejemplos de investigaciones que validan este enfoque.

Finalmente, estos análisis nos permitieron, por un lado, plantear un modelo (emergente del estudio realizado) de las relaciones entre el profesor, la comunidad, el estudiante y la Etnomatemática en el aula e inmersos a su vez en un sistema cultural, político, social, económico y geográfico, que brinda elementos a tener en cuenta en la formación inicial y continua de profesores de matemáticas desde una perspectiva etnomatemática.

Por el otro, en relación a las fases de los cursos nos hemos permitido proponer una posible estructura de un curso para la formación de profesores desde la Etnomatemática. Dicha estructura esperamos sea estudiada y puesta en práctica.

Confiamos en que esta revisión ayude a profesores e investigadores a tener una visión de conjunto de lo realizado entre 1995 y 2015 en la investigación sobre la formación de profesores de matemáticas desde una perspectiva Etnomatemática y motive a los investigadores noveles de la mano de los profesores y de la comunidad a iniciarse en esta prolífera línea de investigación.

Agradecimientos

Agradecemos a Juan D. Godino, María Teresa Castellanos, Aldo Parra, Carolina Tamayo-Osorio, Armando Aroca y Pilar Peña-Rincón por sus comentarios.

Referencias

ALBANESE, V. **Etnomatemáticas en artesanías de trenzado y concepciones sobre las matemáticas en la formación docente**. Tesis Doctoral no publicada, Universidad de Granada, España. 2014.

ALBANESE, V., SANTILLÁN, A., y OLIVERAS, M. L. Etnomatemática y formación docente: el contexto argentino. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, Colombia, v. 7, n. 1, p. 198-220, feb., 2014.

- AROCA, A. Una experiencia de formación docente en Etnomatemáticas: estudiantes afrodescendientes del Puerto de Buenaventura, Colombia. **Revista Horizontes**, v. 28, n. 1, p. 87-95, jan., 2010.
- BALL, D. L. Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. **Journal of Teacher Education**, v. 51, p. 241-247, maio., 2000.
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- BARDIN, L. **Análisis de contenido**. Madrid: Ediciones Akal, 1996.
- BISHOP, A. Educando a los «culturizadores matemáticos». Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas, v. 6, p. 7-12, out., 1995.
- BLANCO-ÁLVAREZ, H. La postura sociocultural de la educación matemática y sus implicaciones en la escuela. **Revista Educación y Pedagogía**, Colombia, v. 23, n. 59, p. 59-66, jan., 2011.
- BLANCO-ÁLVAREZ, H. Estudio de las actitudes hacia una postura sociocultural y política de la Educación Matemática en profesores en formación inicial. **REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education**, Barcelona (España), v. 1, n. 1, p. 57-78, feb., 2012.
- BLANCO-ÁLVAREZ, H.; HIGUITA RAMÍREZ, C.; OLIVERAS, M. L. Una mirada a la Etnomatemática y la Educación Matemática en Colombia: caminos recorridos. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 7, n. 2, p. 245-269, jun., 2014.
- BREDA, A., y DO ROSÁRIO, V. M. Etnomatemática sob dois pontos de vista: a visão D'Ambrosiana e a visão Pós-Estruturalista. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, Colombia, v. 4, n. 2, p. 4- 31, ago., 2011.
- BREDA, A.; DO ROSÁRIO LIMA, V. M.; DURO, G. T. A. Etnomatemática nos cursos de formação continuada de professores: implicações das regularidades discursivas e das relações de poder na produção de subjetividades. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 5, n. 1, p. 116-148, fev. 2012.
- CARRILLO, J. Building mathematical knowledge in teaching by means of theorised tools. En T. Rowland, & K. Ruthven (Eds.), **Mathematical Knowledge in Teaching** (pp. 273-287). New York: Springer, 2011.
- CARRILLO, J.; CONTRERAS, L. C.; FLORES, P. Un modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas. In: RICO, L. et al. (Eds.). **Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro**. Granada: Editorial Comares, 2013. p. 193-200.
- CLEMENTS, M. A., BISHOP, A. J., KILPATRICK, J., y LEUNG, F. K.S. (Eds.) **Third International Handbook of Mathematics Education**. New York: Springer, 2013.
- D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática. Elo entre as tradições e a modernidades**. Brasil: Autêntica Editora, 2005.
- D'AMBROSIO, U. Las bases conceptuales del Programa Etnomatemática. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 7, n. 2, p. 100-107, jun. 2014.
- DÍEZ-PALOMAR, J. La formación de matemáticas para las familias. Una mirada desde la etnomatemática. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 4, n. 2, p. 55-69, ago. 2011.
- DOMITE, M. C. The encounter of non-indigenous teacher educator and indigenous teacher: the invisibility of the challenges. **ZDM Mathematics Education**, v. 42, n. 3-4, p. 305-313, abr., 2010.

- DOMITE, M. C. Acertando o passo do movimento entre etnomatemática, formação de professores e aprendizagem da matemática: pré-requisito dos alunos e escuta dos professores em discussão. **Revista Educação Matemática em Foco**. Campina Grande: EDUEPB, v. 1, n.1, p. 83-96, jan./jun, 2012.
- FERNÁNDEZ-OLIVERAS, A.; OLIVERAS, M. L. Formación de profesores y Microproyectos curriculares. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 8, n. 2, p. 472–495, jun. 2015.
- FOUCAULT, M. **Microfísica do poder**. Rio de Janeiro: Graal, 1979.
- FOUCAULT, M. **História da Sexualidade I: a vontade de saber**. 14ª Ed. ed. Rio de Janeiro: Edições Graal, 2001.
- FOUCAULT, M. **Arqueologia do saber**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2002.
- FOUCAULT, M. **A ordem do discurso**. 15. ed. São Paulo: Loyola, 2007.
- FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.
- GAVARRETE, M. E. **Modelo de aplicación de Etnomatemáticas en la Formación de Profesores para Contextos Indígenas de Costa Rica**. Tesis Doctoral no publicada, Universidad de Granada, España. 2012.
- GAVARRETE, M. E. La Etnomatemática como campo de investigación y acción didáctica: su evolución y recursos para la formación de profesores desde la equidad. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, Colombia, v. 6, n. 1, p. 127-149, fev., 2013.
- GAVARRETE, M. E. Etnomatemáticas indígenas y formación docente: una experiencia en Costa Rica a través del modelo MOCEMEI. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 8, n. 2, p. 136–176, 30 jun. 2015.
- GAVARRETE, M. E.; ALBANESE, V. Etnomatemáticas de signos culturales y su incidencia en la formación de profesores. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 8, n. 2, p. 299–315, 30 jun. 2015.
- GAVARRETE, M. E., y OLIVERAS, M. L. Matemáticas, culturas y formación de profesores en Costa Rica. **Journal of Mathematics and Culture**, v. 6, n. 1, p. 209-222, mar., 2012.
- GERDES, P. Etnomatemática e educação matemática: uma panorâmica geral. **Revista Quadrante**, v. 5, n. 2, p. 105–138, jul. 1996.
- GERDES, P. On culture and mathematics teacher education. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 1, n. 1, p. 33-53, jan., 1998.
- GERDES, P. Exploration of technologies, emerging from African cultural practices, in mathematics (teacher) education. **ZDM-Mathematics Education**, v. 42, n. 1, p.11-17, fev., 2010.
- GERDES, P. Reflexões sobre o ensino da matemática e diversidade cultural. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, Colombia, v. 7, n. 2, p. 108-118, jun., 2014.
- GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5a Ed. ed. São Paulo: Atlas, 1999.
- GODINO, J. D. et al. Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas. **Revemat: revista eletrônica de educação matemática**, v. 8, n. 1, p. 46–74, jul., 2013.
- GOLDIN, G. A. et al. Beliefs and engagement structures: behind the affective dimension of mathematical learning. **ZDM**, v. 43, n. 4, p. 547–560, jul. 2011.

- JAWORSKI, B. Mathematics teaching development as a human practice: identifying and drawing the threads. **ZDM**, v. 44, n. 5, p. 613–625, 13 jun. 2012.
- KATSAP, A.; SILVERMAN, F. L. A Case Study of the Role of Ethnomathematics among Teacher Education Students from Highly Diverse Cultural Backgrounds. **Journal of Mathematics and Culture**, v3, n. 1, p. 66-102, jun. 2008.
- KNIJNIK, G.; MEREGALLI, J. Educação matemática em cursos de Pedagogia: um estudo com professores brasileiros dos anos iniciais de escolarização. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 5, n. 2, p. 4–20, nov. 2012.
- MADUSISE, S. Cultural villages as contexts for mediating culture and mathematics education in the South African curriculum. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 8, n. 2, p. 11–31, jun., 2015.
- MARTÍNEZ, O. J. Una experiencia de capacitación en etnomatemática, en docentes Indígenas venezolanos. **Journal of Mathematics and Culture**, v. 6, n. 1, p. 286-295, mar., 2012.
- MARTÍNEZ, O. J.; OLIVERAS, M. L. Surcando caminos de interculturalidad sustentados en la Etnomatemática. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 8, n. 2, p. 341–363, 30 jun. 2015.
- MENDES, I. A. O estudo da realidade como eixo da formação matemática dos professores de comunidades rurais. **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática**, v. 23, n. 36, p. 571–595, 2010.
- MONTEIRO, A.; RODRIGUES MENDES, J. R. A etnomatemática no encontro entre práticas e saberes: Convergências, tensões e negociação de sentidos. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 7, n. 3, p. 55–70, 31 oct. 2014.
- MOREIRA, D. A etnomatemática e a formação de professores. **Discursos: perspectivas em educação**. Lisboa, p. 27-38, 2004.
- MORGAN, C. **Assessment of mathematical behaviour: A social perspective** (P. Gates, Ed.) Proceedings from Mathematics, Education and Society Conference (MEAS). **Anais...** Nottingham: Nottingham University, 1998
- NARESH, N. The role of a critical ethnomathematics curriculum in transforming and empowering learners. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 8, n. 2, p. 450–471, jun., 2015.
- OLIVERAS, M. L. Artesanía andaluza y matemáticas. Un trabajo transversal con futuros profesores. **Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas**, n. 6, p. 73–84, out., 1995.
- OLIVERAS, M. L. **Etnomatemáticas : formación de profesores e innovación curricular**. Granada: Comares, 1996.
- OLIVERAS, M. L. Ethnomathematics and Mathematical Education. **ZDM**, v. 31, n. 3, p. 85–91, jun. 1999.
- OLIVERAS, M. L. Microproyectos para la educación intercultural en Europa. **Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas**, Barcelona, n. 38, p. 70-81, ene. 2005.
- OLIVERAS, M. L.; GAVARRETE, M. E. Modelo de aplicación de etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas en Costa Rica. **RELIME: Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v. 15, n. 3, p. 339–372, nov., 2012.
- OWENS, K. Identity as a Mathematical Thinker. **Mathematics Teacher Education and Development (MTED)**, v. 9, p. 36–50, 2007.

- OWENS, K. The impact of a teacher education culture-based project on identity as a mathematically thinking teacher. **Asia-Pacific Journal of Teacher Education**, v. 42, n. 2, p. 186–207, mar., 2014.
- PINO-FAN, L.; GODINO, J. D. Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. **Paradigma**, v. 36, n. 1, p. 87–109, 2015.
- PONTE, J. P. Mathematics teacher education programs: practice and research. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 15, n. 5, p. 343-346, out., 2012.
- PONTE, J. P. Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. En N. Planas (Ed.), **Teoría, crítica y práctica de la educación matemática** Barcelona: 2013, Graó. p. 93-98.
- PRESMEG, N. C. Ethnomathematics in Teacher Education. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Netherlands, v. 1, n. 3, p. 317–339, out., 1998.
- RAMOS, E. **Reflexión docente sobre la enseñanza del álgebra en un curso de formación continua**. Tesis doctoral, Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Granada, España. 2014
- REZAT, S.; STRÄSSE, R. From the didactical triangle to the socio-didactical tetrahedron: artifacts as fundamental constituents of the didactical situation. **ZDM**, v. 44, n. 5, p. 641–651, ago. 2012.
- RODRIGUES, M., FERREIRA, F., y DOMITE, M. C. A formação de professores e suas relações com cultura e sociedade: a educação escolar indígena no centro das atenções. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 22, n. 34, p. 263-282, 2009.
- ROJAS, N. **Caracterización del conocimiento especializado del profesor de matemáticas: un estudio de casos**. Tesis doctoral, Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Granada, España. 2014.
- SANDÍN, M. P. **Investigación cualitativa en educación: fundamentos y tradiciones**. Madrid: McGraw-Hill, 2003.
- SANTILLÁN, A. Aportes para la construcción de una historia de la matemática: Experiencia en el profesorado de matemática en la Universidad Nacional del Chaco Austral, Argentina. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, Colombia, v. 4, n. 1, p. 40-54, feb., 2011.
- SANTILLÁN, A., y ZACHMAN, P. Una experiencia de capacitación en Etnomatemática. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, Colombia, v. 2, n. 1, p.27-42, feb. 2009.
- SCHÖN, D. **Educating a Reflexive Practitioner. Toward a New Design for Teaching and Learning in the Professions**. São Francisco: JosseyBass, 1987.
- SCHÖN, D. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NOVOA, A. (Org.) **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, p.77-91, 1995.
- SHIRLEY, L. Ethnomathematics as a Fundamental of Instructional Methodology. **ZDM Mathematics Education**, v. 33, n. 3, p. 85-87, jun., 2001.
- SHULMAN, L. S. Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4–14, feb. 1986.
- STAKE, R. E. **Investigación con estudio de casos**. Madrid: Ediciones Morata, 1998.
- STRAUSS, A.; CORBIN, J. **Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada**. Medellín, Colombia: Editorial Universidad de Antioquia. 2002.

TALL, D. Using the computer as an environment for building and testing mathematical concepts: A tribute to Richard Skemp. In: **Papers in Honour of Richard Skemp**. Warwick: [s.n.], p. 21–36.

THOMPSON, A. Teacher's Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research. En: GROUWS, D. (Ed.) **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: MacMillan Publishing Company, 1992, p. 127-146.

TIROSH, D., & WOOD, T. (Eds.). (2008). **The International Handbook of Mathematics Teacher Education**. Rotterdam: Sense Publishers.

VALERO, P. La Educación Matemática como una red de prácticas sociales. In: VALERO, P.; SKOVSMOSE, O. (Eds.). **Educación Matemática Crítica: Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas**. Bogotá: Ediciones Uniandes, 2012. p. 298–326.

VERNER, I.; MASSARWE, K.; BSHOUTY, D. Constructs of engagement emerging in an ethnomathematically-based teacher education course. **The Journal of Mathematical Behavior**, v. 32, n. 3, p. 494–507, set. 2013.

WITTGENSTEIN, L. **Investigaciones filosóficas**. Barcelona: Ediciones Altaya, 1999.

2.3 Comentarios finales

Esta revisión a la literatura internacional sobre formación de maestros de matemáticas desde una perspectiva etnomatemática, nos permitió encontrar tres elementos, que responden parcialmente a nuestra pregunta de investigación.

El primero de ellos son las características del currículo escolar orientado desde la Etnomatemática, el segundo las características del conocimiento didáctico matemático del maestro, para atender las exigencias del nuevo currículo escolar ya mencionado, junto a un modelo gráfico explicativo emergente, desde nuestra propia interpretación, de los elementos y las interacciones que inciden en la formación y el desarrollo profesional del profesor orientados desde la Etnomatemática. El tercer elemento, tiene que ver con una estructura flexible de un curso de formación de maestros, que proponemos, en términos de las acciones de cada fase, que a su vez sirve para el diseño de nuevos cursos de formación de maestros desde la Etnomatemática.

Queremos hacer énfasis en las nuevas preguntas que surgieron, y que se plantean como caminos posibles para continuar investigando, no solo en Colombia, sino que son cuestiones propias y pertinentes a la realidad intercultural de las aulas escolares del mundo.

- ¿Cómo se están formando a los futuros profesores o en ejercicio, para la multiculturalidad de las aulas de matemáticas?
- ¿Cómo lograr las características de un profesor etnomatemático en formación o en ejercicio presentadas en la figura 1?
- ¿Cómo acercar la escuela a las prácticas de la comunidad y viceversa?
- ¿Qué características deben tener los textos escolares para las aulas interculturales?

Queda claro entonces, que la línea de investigación de formación (inicial o continua) de maestros de matemáticas desde una perspectiva etnomatemática, requiere de mucha más investigación, sobre todo, de investigación longitudinal, donde sea posible analizar los cambios curriculares, y los cambios en el conocimiento y el desarrollo profesional de los maestros.

Capítulo 3. Evaluación de un curso de formación continua de maestros orientado desde una perspectiva etnomatemática

3.1 Presentación
3.2 Artículo 2
3.3 Comentarios finales

3.1 Presentación

En este capítulo se presenta la evaluación del curso de formación de maestros, que fue diseñado desde la perspectiva etnomatemática e implementado en Tumaco-Colombia, entre junio y octubre de 2012, y que constituye el trabajo de campo de la investigación doctoral, tal como se informó en el capítulo 1.

Aplicamos 46 indicadores de evaluación al curso, dividido en tres etapas: Planificación, Implementación y Resultados. Dicha evaluación la realizamos con un triple objetivo: a) Identificar los elementos a mejorar, que permitan optimizar el curso, b). Evaluar la calidad del curso desde sus tres dimensiones: relevancia, eficiencia y eficacia, y c). Garantizar la validez de los datos recolectados, que son el principal insumo de la investigación.

3.2 Artículo 2

Blanco-Álvarez, H.; Fernández-Oliveras, A. y Oliveras, M. L. (2017). Evaluación de un curso de formación continua de maestros orientado desde una perspectiva etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 10(2), en evaluación.

Evaluación de un curso de formación continua de maestros orientado desde una perspectiva etnomatemática¹ **Evaluation of a Continuing Education Course for Teachers from an Ethnomathematics Orientation**

Hilbert Blanco-Álvarez²
Alicia Fernández-Oliveras³
María Luisa Oliveras⁴

Resumen

Este artículo tiene como objetivo evaluar un curso de formación continua para maestros de matemáticas realizado en Tumaco-Colombia entre julio y octubre de 2012. Se hizo uso de una metodología de evaluación de programas y se analizó su calidad, en términos de relevancia, eficiencia y eficacia. Se concluyó que el curso cuenta con un alto grado de calidad al cumplir 44 de los 46 indicadores evaluados, y es necesario prestar atención a las debilidades encontradas como oportunidades de mejora. Finalmente, invitamos a tomar como una práctica investigadora la evaluación de los programas formativos, en la formación inicial y continua de maestros.

Palabras clave: Formación de maestros de matemáticas, Etnomatemática, Evaluación, Afrodescendiente, Etnoeducación.

Abstract

This article has as its goal the evaluation of a continuing education course for teachers carried out in Tumaco-Colombia between July and October of 2012. A program-evaluation methodology was used which analyzed quality, in terms of relevance, efficiency, and effectiveness. It was found that the course has a high level of quality by fulfilling 44 of the 46 indicators evaluated, and that it's necessary to pay attention to the weaknesses identified as opportunities to improve. This study is an invitation to research and evaluate other formation programs, in basic teacher training and continuing education for teachers.

Key words: Mathematics Teacher Training, Ethnomathematics, Evaluation, Afro-descendants, Ethnoeducation

¹ El diseño y la implementación de este curso de formación, se configura como el trabajo de campo de la investigación doctoral titulada “*Elementos para la formación de maestros de matemáticas desde la Etnomatemática*” dirigida por las Dras. María Luisa Oliveras del Grupo de Investigación Etnomatemáticas, Formación de profesores y Didáctica de la Universidad de Granada, España y Alicia Fernández-Oliveras del Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Granada, España.

² Doctorando en Educación por la Universidad de Granada (UGR), España. Facultad de Ciencias de la Educación y Docente de la Universidad de Nariño, Colombia. Dirección Postal: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Nariño, Colombia. E-mail: hilbla@udenar.edu.co

³ Doctora en Física. Universidad de Granada (UGR). Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales. Universidad de Granada. Facultad de Ciencias de la Educación. Granada, España. Dirección Postal: Campus Cartuja s/n 18079. Granada. España. E-mail: alilia@ugr.es

⁴ Doctora en Matemáticas. Universidad de Granada (UGR). Catedrática de Didáctica de la Matemática en Universidad de Granada (UGR). Facultad de Ciencias de la Educación. Granada, España. Dirección Postal: Campus Cartuja s/n 18079. Granada. España. E-mail: oliveras@ugr.es

1. Introducción

La evaluación de programas de formación es un tema de investigación de mucho interés para los gobiernos, las instituciones educativas, sus actores y la sociedad en general, puesto que influye en la mejora de la calidad formativa del profesorado y de la acción educativa dentro de cada aula y de cada centro (Pérez Juste, 2000). En este sentido, los trabajos de Kirkpatrick y Kirkpatrick (2006), Maher (2012), Pozo Muñoz et al. (2004), Pérez Juste (2006), entre otros, señalan avances en la búsqueda de elementos que permitan definir indicadores a tener en cuenta para evaluar la calidad de programas formativos del educador.

En particular, en Educación Matemática se han planteado herramientas y modelos para definir la calidad de programas de formación inicial o continua de maestros de matemáticas como los de Godino et al. (2013), Hernández Pina et al. (1999), y Rico et al. (2003). Otros investigadores han realizado experiencias de evaluación a programas de formación inicial de maestros de matemáticas como Bedoya (2002) y Lupiañez (2009), y a programas de formación continua de maestros de matemáticas como Afonso et al. (2003) y Caraballo (2014). Estas investigaciones señalan avances en la evaluación de programas de formación de maestros de matemáticas y abren nuevos caminos para la investigación.

Conceptualizamos la *evaluación de programas* como el “proceso sistemático, diseñado intencional y técnicamente, de recogida de información rigurosa, orientado a evaluar la calidad y los logros de un programa, como base para la toma de decisiones de mejora tanto del programa como del personal implicado” (Pérez Juste, 2006, p. 550), que se realiza en tres etapas: Planificación, Implementación y Resultados.

La *calidad de los programas de formación* la entendemos desde el modelo de calidad de programas de formación de Rico et al. (2003) citado en (Caraballo, 2014, p. 338), el cual articula la calidad en torno a tres dimensiones: Relevancia, Eficiencia y Eficacia.

Relevancia, como medida del grado en el que el programa de formación resultó adecuado u oportuno a los requerimientos y expectativas del entorno, sus participantes y el contexto de aplicación.

Eficiencia, como medida del grado de viabilidad de la puesta en práctica del programa mediante utilización y optimización de los medios y las circunstancias de aplicación.

Eficacia, como medida del grado de logro de los objetivos planteados.

Teniendo como fundamento lo anterior, el objetivo de este artículo es presentar la investigación realizada en la evaluación de un curso de formación continua de maestros de matemáticas para: a). Identificar los elementos a mejorar, que permitan optimizar el curso y b). Evaluar la calidad del programa desde sus tres dimensiones: relevancia, eficiencia y eficacia.

En adelante se explica la metodología utilizada en la investigación y se describe el curso de formación.

2. Metodología

Se evaluó un *Curso de formación continua* para maestros en ejercicio, orientado desde la Etnomatemática y realizado en el municipio de Tumaco, Colombia entre julio y octubre de 2012. Para tal evaluación se hizo uso de 46 indicadores tomados de Caraballo (2014), con los que se valoró la pertinencia (fase de planeación del curso, 19 indicadores), la eficiencia (fase de implementación, 18 indicadores) y la eficacia (fase de evaluación de resultados, 9 indicadores) del curso. Se hizo uso de una metodología cualitativa, de carácter interpretativo. El método de investigación es evaluación de programas de educación (Pérez Juste, 2006).

2.1 Producción de registros

La información fue registrada a través de observaciones participantes y pasivas, entrevistas grupales, trabajos escritos de los maestros, fotografías, grabaciones de audio de varias sesiones del curso y grabaciones de vídeo de las exposiciones de los trabajos de los maestros, y de la puesta en juego con los niños de las actividades diseñadas y su posterior autoevaluación.

2.2 Rol de los investigadores

En la investigación, el primer autor de este artículo, jugó un doble rol. Por un lado, el papel de investigador, diseñando: el curso de formación de maestros, como parte del proceso investigativo, la estructura de la investigación y realizando el análisis posterior. Por el otro, el primer autor, asumió el rol de profesor y observador participante, en el desarrollo del curso de formación, teniendo acciones como profesor que a su vez analiza en el rol de investigador. Por tanto, la visión del primer autor es doble y compleja. Los otros dos autores asesoran y participan en el proceso de la investigación.

2.3 Descripción del Curso de formación

2.3.1 Contexto

El Curso de formación continua de maestros enfocado desde la etnomatemática, se llevó a cabo en el municipio de Tumaco, ubicado en el Departamento de Nariño en la zona sur occidental de Colombia. El municipio tiene una población de 145.344 personas, de las cuales el 95% son afrodescendientes, 3% indígenas y 2% mestizos. Debido a su alto porcentaje de población afrocolombiana, Tumaco fue declarado un *municipio etnoeducador*, lo que significa que pueden integrar las prácticas culturales de la comunidad en el currículo escolar. Esto está reglamentado en Colombia por medio de la Ley General de Educación, 115 de 1994, en su capítulo 3: Educación para grupos étnicos (Ministerio de Educación Nacional, 1994).

2.3.2 Estructura del Curso

El Curso se organizó en tres fases: Planeación, Implementación y Resultados. La **Planeación** contenía la etapa de *Diseño cooperativo del curso* (5 horas). En esta etapa se realizaron dos reuniones con los maestros para definir las características del curso: objetivos, contenidos, la población beneficiaria, tiempos, etc.

La **Implementación** tenía tres etapas: la primera etapa: *Teórica-Conceptual* (32 horas) se dividió en tres momentos: a. Concepciones de los maestros sobre las matemáticas, b. Relación de la cultura y el currículo y c. Investigación de matemáticas extraescolares en prácticas culturales de la comunidad. La segunda etapa: *Diseño de actividades* (32 horas), y la tercera etapa: *aplicación* (40 horas).

Los **Resultados** contenían la etapa de *Evaluación* del curso por parte de los maestros participantes (2 horas).

En la tabla 1 se exponen las fases, etapas, momentos y la forma de trabajo utilizada con los maestros.

Fase	Etapas	Momentos	Forma de trabajo
Planeación	Diseño cooperativo del curso	Reunión para elaborar un pre-diseño del curso y definir: objetivos, contenidos, fases, maestros a quien iba orientado el curso, duración, horarios, lugar	Discusión grupal
		Reunión para socializar el diseño del curso	Discusión grupal
Implementación	Teórica-Conceptual	Concepciones de los maestros sobre las matemáticas	Discusión grupal
		Relación de la cultura y el currículo	Lectura de documentos, trabajo en grupos y discusión grupal
		Investigación de matemáticas extraescolares en prácticas culturales de la comunidad	Trabajo de investigación por grupos y exposición de los resultados
	Diseño de actividades	Diseño de las actividades	Metodología Estudio de clase ⁵
	Aplicación	Puesta en juego de las actividades diseñadas y Autoevaluación y coevaluación del trabajo en clase	
Resultados	Evaluación	Evaluación del curso por parte de los maestros participantes	Reflexión individual por escrito

Tabla 1. Fases, etapas, momentos y forma de trabajo del Curso orientado desde la Etnomatemática.

2.3.3 Participantes en el Curso

El grupo que participó en el curso fue de 28 maestros: 23 de ellos laboran en la educación básica primaria, y 5 en la educación básica secundaria del municipio de Tumaco. Todos tienen a cargo el área de matemáticas y varios de ellos trabajan en zonas rurales del municipio. Su formación inicial profesional es muy diversa, lo cual enriqueció las discusiones y las perspectivas frente a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Tales profesiones son: Licenciatura en ciencias sociales, Licenciatura en básica primaria con énfasis en informática, Licenciaturas en lengua castellana, en ciencias naturales y medio ambiente, Normalistas, Licenciatura en comercio y contaduría, Licenciatura en matemáticas y Licenciatura en psicología de familia. Finalmente, es importante señalar que los maestros se inscribieron al curso de formación continua de manera voluntaria.

Pasemos ahora a la aplicación de los 46 indicadores al curso de formación descrito y a su respectivo análisis.

⁵ Esta metodología busca por parte de los maestros una cualificación permanente, un trabajo reflexivo y crítico sobre su práctica y consta de cuatro etapas: 1. La planeación en grupo de las actividades, 2. La implementación de la actividad y observación de clase, 3. La auto-evaluación y la co-evaluación, y 4. El rediseño de las actividades (Hart et al., 2011).

3. Análisis y resultados

En adelante se presenta la verificación del cumplimiento o no de cada uno de los indicadores referentes al diseño y la planificación, la implementación y la evaluación de resultados del curso de formación.

3.1 Evaluación del diseño y la planificación

Evaluamos el diseño y la planificación del curso mediante cinco criterios: pertinencia en relación a los participantes, pertinencia del contenido, calidad técnica, evaluabilidad y viabilidad, conformados por 19 indicadores.

3.1.1 Pertinencia respecto a los participantes

La pertinencia se refiere a la adecuación del programa a las necesidades identificadas en el grupo de participantes potenciales en el programa de formación.

Indicador 1. Existen datos sobre las necesidades, carencias, demandas y expectativas de los destinatarios del programa, conocidos por los creadores del curso de formación.

Existen al menos dos documentos que señalan las carencias y las expectativas educativas en el área de matemáticas en la población de Tumaco. El primero es el plan decenal de educación “Planes de vida para comunidades ancestrales: hacia un plan decenal de educación para el municipio de Tumaco 2011-2021” (Jaramillo, Jurado Valencia & Collazos, 2011), que fue financiado por la Secretaría de Educación de la Alcaldía de Tumaco. Éste señala las carencias detectadas en educación por la comunidad, que hemos analizado y resumido en dos categorías: 1) formación de maestros y 2) currículo escolar relacionado con la cultura. Estas se presentan en la tabla 2.

Categorías	Debilidad
<i>Formación de maestros</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Falta innovación pedagógica, lo que implica debilidad en el nivel de formación de los docentes. • Faltan estrategias pedagógicas para atacar las dificultades en los procesos formativos que se detectan en los niños y niñas. • El nivel de formación disciplinar y pedagógica de los docentes es frágil por falta de programas de formación.
<i>Currículo escolar relacionado con la cultura</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Es necesario que desde la escuela se trabaje en el auto reconocimiento, en la valoración de la cultura negra, de lo que somos, de nuestra cultura, de la historia; esto es muy importante y los primeros que deben hacerlo son los profesores y profesoras. • Es necesario construir una propuesta desde la educación propia. Un currículo etnoeducativo, afro e indígena. • No se responde a las necesidades contextuales del medio. • No se aporta a fortalecer la identidad de la comunidad.

Tabla 2. Carencias en educación detectadas por la comunidad en el plan decenal para Tumaco

El segundo es el Proyecto Etnoeducativo Afronariñense (Organizaciones de Comunidades Negras de Nariño, 2011), financiado por la Gobernación de Nariño, denuncia que la educación formal como propuesta estatal se ha quedado corta con respecto a las necesidades educativas de las comunidades afrodescendientes e indígenas del país. Es por eso que se espera que los maestros utilicen técnicas didácticas que partan del contexto propio, desde las raíces étnico culturales, fortaleciendo así el eje de aprendizaje “Identidad afro”. Para ello se deben desarrollar estrategias pedagógicas que contemplen el uso de técnicas lúdicas culturales propias: rondas, juegos, cuentos, leyendas, décimas, con un enfoque de valoración de la

identidad cultural, que al mismo tiempo se puedan aplicar en áreas curriculares fundamentales: matemáticas, literatura, ciencias sociales y experimentales.

Así mismo, este documento señala las características esperadas del perfil de un maestro afronariñense: a). Ser conocedor y respetuoso de la cultura afronariñense, b). Un mayor compromiso del maestro para con la comunidad y su identificación con la cultura afronariñense, c). Ser un ejemplo de vida para los estudiantes promoviendo y motivando en ellos el deseo de terminar sus estudios, d). Un maestro investigador e innovador de su propia práctica en el aula de clase basándose en la literatura actualizada y en el acumulado cultural histórico de la comunidad, e). Un maestro ético, con valores como la tolerancia, el respeto, la solidaridad, y la gratitud, que desde su práctica docente propenda por afianzar en el estudiante su identidad, su cultura en miras de contribuir en la construcción de un horizonte comunitario de desarrollo, y f). Un maestro constante en su proceso permanente de formación académica y cultural para asegurar una educación competitiva, contextual, crítica, intercultural y liberadora.

Consideramos que conocer y analizar esta información fue muy valioso para detectar las carencias y las expectativas de la comunidad de Tumaco, antes de diseñar el curso. Por lo cual valoramos cumplido este indicador 1 de pertinencia.

Indicador 2. El programa toma en consideración las necesidades y demandas detectadas, identificadas y valoradas mediante algún procedimiento sistemático de evaluación de necesidades.

Con las carencias y expectativas presentadas en el indicador 1, se diseñó un bosquejo de curso que tenía como objetivo brindar herramientas teórico-prácticas a los maestros para mejorar la enseñanza de las matemáticas orientada desde una perspectiva etnomatemática, como estrategia para relacionar las matemáticas y la cultura afrotumaqueña en el currículo escolar. Luego, se convocó por medio de la Secretaría de Educación de Tumaco y la Fundación Save the Children International a los maestros interesados en un curso de formación en etnomatemáticas en el marco del Proyecto “*Fortalecimiento de las matemáticas en la educación básica de Tumaco, Policarpa y Samaniego*”, que fue ejecutado por la Universidad de Nariño y financiado por Save the Children. A esta reunión asistieron diez maestros y el asesor pedagógico de la Secretaria de Educación del municipio, a los que se les presentó un primer proyecto de curso y un cuestionario que indagaba sobre avances en etnoeducación en sus instituciones. Las preguntas abiertas del cuestionario fueron: ¿Cuál ha sido la experiencia en etnoeducación en sus instituciones y/o organización, en particular en matemáticas?, ¿Qué dificultades y aciertos han tenido en este proceso etnoeducativo, en relación a la institución y/o organización, a los maestros y a los estudiantes? y ¿En qué temáticas desean que se dirija la asesoría? Pero los maestros dijeron que ellos no querían contestar ese cuestionario por escrito, sino que querían dialogar sobre las preguntas propuestas, pues su cultura era de tradición oral. Entonces se cambió de estrategia y se conformó una mesa redonda. De este diálogo se llegó al acuerdo con los maestros de que: a). El curso se iba a enfocar hacia maestros de educación primaria pues eran quienes requerían con más urgencia una capacitación, b). El curso debía relacionar las matemáticas con la cultura del municipio, c). Participarían maestros de la zona rural y urbana de Tumaco, d). El horario debía ser todo el viernes y sábado en la mañana, e). La Secretaría de educación del municipio debía dar el permiso a los maestros que participaran del curso para no ir a laborar el viernes.

Posteriormente, después de incorporar los cambios propuestos al diseño del curso se presentó de nuevo a los maestros en una segunda reunión donde se aprobó el diseño por parte de éstos.

La información de la primera reunión fue recolectada por medio de grabaciones de audio, observación participante, fotografías y diario de campo. De la segunda reunión solo se realizó un registro fotográfico.

Con las reuniones realizadas y el análisis de la información recolectada consideramos cumplido este indicador suficientemente.

Indicador 3. El diseño del programa responde a y prioriza las necesidades identificadas en los participantes.

Basándonos en las carencias presentadas en el indicador 1 y los acuerdos a los que se llegó con los maestros en el indicador 2, se diseñó un curso que contemplaba: Objetivos, Ejes temáticos, Etapas de la propuesta, Población objetivo, Recursos físicos, didácticos y talento humano, Duración de la ejecución de la propuesta, Período en que se desarrollará el curso, Área geográfica donde se llevará a cabo el curso, Cronograma y Presupuesto. Se realizaron acciones para suplir dichas carencias, respondiendo a las expectativas, como puede verse en la descripción anterior y Tabla 1. En consecuencia, este indicador se cumplió.

3.1.2 Pertinencia del contenido

Este criterio se relaciona con la rigurosidad, corrección y coherencia en la fundamentación de los contenidos seleccionados.

Indicador 4. Se han explicado las bases científicas del programa.

Las bases científicas se presentaron en la primera sesión del curso a los maestros. Al hablar con ellos de la Etnomatemática como un campo de investigación científica en la perspectiva sociocultural de las matemáticas, que se interesa en estudiar los procesos de generación, difusión y socialización de las matemáticas practicadas por grupos sociales diferenciados (pueblos indígenas, afrodescendientes, gremios, adultos mayores, analfabetos, etc.), y que se fundamenta en el imperativo de reconocer y respetar la diversidad de conocimientos y prácticas matemáticas de los grupos socioculturales existentes en el mundo.

Indicador 5. Los contenidos están actualizados o desfasados.

En el proceso de planeación y diseño del curso se analizó qué contenidos debían incorporarse y su actualidad, llegando al acuerdo de que debían ser: Etnomatemática, Currículo cultural, Actividades matemáticas universales y Metodología del estudio de clase o Lesson Study. Dichos contenidos son estudiados e investigados actualmente en el campo de la etnomatemática, la educación matemática y la formación de maestros, como se deja ver en: (D'Ambrosio, 2002; Domite, 2006; Gavarrete & Oliveras, 2010; Hart, Alston, & Murata, 2011). Corroboramos entonces que los contenidos sí están actualizados y las políticas educativas estudiadas como los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) están vigentes en la política educativa colombiana y son de uso común en las instituciones educativas. Consideramos por ello que este indicador se cumple satisfactoriamente.

Indicador 6. Los contenidos son relevantes en cuanto a valor formativo, desde perspectivas científicas, sociales, psicológicas y didácticas.

Los contenidos señalados en el indicador 5 fueron seleccionados por su alto valor formativo y por su pertinencia para lograr el objetivo del curso, que era brindar herramientas teórico-prácticas a los maestros para mejorar la enseñanza de las matemáticas orientada desde una perspectiva etnomatemática. La Etnomatemática desde sus dimensiones conceptual, histórica, cognitiva, epistemológica, política y educativa (D'Ambrosio, 2002) aporta elementos valiosos para que los maestros configuren un acercamiento socio-cultural hacia las matemáticas y el

aprendizaje en el marco de un currículo que incorpora saberes propios de la cultura afrotumaqueña al aula de clase, organizándolos a partir de las actividades matemáticas de Bishop (1999). Por último, la Metodología del Estudio de Clase o Lesson Study es una metodología creada para la formación de maestros con un alto valor formativo como se señala en distintas investigaciones (Hart et al., 2011; Marmolejo et al., 2009).

3.1.3 Calidad técnica

La calidad técnica se refiere al grado de claridad de los objetivos y la coherencia entre los diferentes componentes del programa.

Indicador 7. Los objetivos del programa son suficientes y se adecúan a las necesidades, demandas y expectativas que lo justifican.

El objetivo general del curso fue: brindar herramientas teórico-prácticas a los maestros para mejorar la enseñanza de las matemáticas, mejora orientada desde una perspectiva etnomatemática. Lo consideramos suficiente para la formación del profesorado. Los objetivos específicos se plantearon teniendo en cuenta la información recolectada en los indicadores 1 y 2. Estos objetivos para cada etapa se sintetizan en la tabla 3.

Fase	Etapas	Objetivos específicos del curso
Implementación	Teórica-Conceptual	<ul style="list-style-type: none"> • Reflexionar con los maestros sobre la naturaleza de las matemáticas y su relación con la cultura • Discutir la relación entre la cultura y el currículo • Indagar sobre el uso de prácticas matemáticas extraescolares en la comunidad
	Diseño de actividades	<ul style="list-style-type: none"> • Diseñar actividades para el aula teniendo en cuenta elementos matemáticos de la comunidad.
	Aplicación	<ul style="list-style-type: none"> • Implementar en el aula de clase las actividades diseñadas • Evaluar el diseño e implementación de la actividad
Resultados	Evaluación	<ul style="list-style-type: none"> • Evaluar el programa

Tabla 3. Objetivos del curso diseñados teniendo en cuenta las necesidades y expectativas

Consideramos que estos objetivos son suficientes y responden a las expectativas de los maestros, señaladas en los indicadores 1 y 2, en tanto que se reflexiona sobre cómo relacionar las matemáticas con las prácticas culturales de la comunidad tumaqueña y cómo llevar esto al aula de clase. Este indicador se cumple satisfactoriamente.

Indicador 8. El programa contiene objetivos, medios, actividades, metodología y sistema de evaluación propio.

Cada una de las etapas de la fase de implementación, como se observa en las tablas 1 y 3, tenía sus objetivos, actividades, metodología y sistema de evaluación.

La etapa teórica se evaluó por medio de trabajos escritos y exposiciones. En las etapas Diseño de actividades y Aplicación, se utilizó la metodología del estudio de clase o Lesson Study, que contempla cuatro pasos: a. La planeación en grupo de las actividades, 2. La implementación de la actividad y observación de clase, 3. La auto-evaluación y la co-evaluación, y 4. El rediseño de las actividades (Hart et al., 2011). Así, la evaluación de estas dos etapas coincidió con el tercer paso de la metodología del estudio de clase.

Finalmente, la evaluación del curso en general, se realizó por medio de un cuestionario al final del curso en la etapa Evaluación, y por medio de informes de seguimiento, en los cuales se consignaban los avances del curso. Las características de estos informes de seguimiento se presentan en el indicador 11.

A partir de esta información consideramos que este indicador se cumple.

Indicador 9. Los objetivos, medios, actividades y metodología son adecuados para orientar tanto la enseñanza como el aprendizaje.

Los objetivos y las actividades planteadas están diseñadas para motivar en los maestros su proceso de aprendizaje, así como la metodología utilizada en cada una de las fases. En particular, la metodología del estudio de clase es una metodología especializada para la formación de maestros y actualmente es utilizada en diferentes investigaciones internacionales sobre formación inicial o continua de maestros como se puede ver en (Hart et al., 2011; Marmolejo et al., 2009). Consideramos que este indicador se cumple.

Indicador 10. Los componentes del programa son coherentes con los objetivos planteados.

A partir del objetivo general y los siete objetivos específicos (ver indicador 7) seleccionamos los contenidos (Relación de la cultura y el currículo; Investigación de matemáticas extraescolares en prácticas culturales de la comunidad; Diseño de las actividades sobre temas del currículo) los medios (Lectura de documentos, trabajo en grupos y discusión grupal; Trabajo de investigación por grupos y exposición de los resultados; recursos tecnológicos), el tiempo y la metodología a utilizar en cada etapa (Metodología Estudio de clase; Evaluación del curso por parte de los maestros participantes: Reflexión individual por escrito).

El curso se organizó de lo teórico a lo práctico, de acuerdo a la secuencia de los objetivos específicos y se desarrolló en una institución educativa que nos brindó todos los espacios y recursos necesarios, por lo que consideramos que los componentes del programa fueron coherentes con los objetivos.

3.1.4 Evaluabilidad

Un programa formativo se considera evaluable si incluye las características y condiciones necesarias para ello y aporta información oportuna para tomar decisiones en cuanto a la posibilidad de evaluación, de su diseño y planificación.

Indicador 11. Se dispone de información clara y precisa sobre aspectos metodológicos y de contenido del programa formativo.

Se cuenta con un documento donde se describe en detalle cada una de las fases, el contenido trabajado y la metodología empleada. Así mismo se presentaron tres informes de seguimiento a la Fundación Save the Children International, con los cuales fue posible evaluar la metodología y los contenidos del curso. Los informes de seguimiento tenían la siguiente organización: a). Actividades desarrolladas, b). Aprendizajes obtenidos, c). Dificultades presentadas, d). Logros obtenidos, e). Cuadro de avances, f). Actividades a desarrollar en el siguiente periodo, g). Observaciones y h). Medios de verificación. Tales informes nos fueron de mucha utilidad para valorar el proceso llevado a cabo en cada fase. Toda esta información nos lleva a valorar como cumplido este indicador.

Indicador 12. La información contenida en el programa de formación, de cara a su posterior evaluación, se considera suficiente, relevante y adecuada.

Consideramos suficiente, relevante y adecuada la información presentada en el programa, señalada en el indicador 8, pues contiene todas las partes constituyentes de un programa: objetivos, medios, actividades, metodología y sistema de evaluación propio. Además, se cuenta con información suficiente del desarrollo del programa, como se señaló en el indicador 11.

3.1.5 Viabilidad

Este criterio considera el grado en el que el diseño del programa ha tomado en consideración la situación, el momento, las características y las circunstancias en que este se desarrollará de manera que sea factiblemente realizado y resulte exitoso. Los siguientes seis indicadores permitieron determinar el carácter viable del programa.

Indicador 13. Los objetivos formulados son realistas (realizables y medibles).

Los objetivos planteados en el indicador 7 son realizables en tanto que están formulados en términos de acciones a realizar con los maestros, apoyados en una metodología adecuada y el cumplimiento de estos es medible y verificable por medio de las actividades de evaluación señaladas en el indicador 8, que consisten de trabajos por escrito de los maestros, videos de las exposiciones, las actividades diseñadas por éstos, y los vídeos de la implementación y procesos de evaluación y autoevaluación de las clases demostrativas realizadas por los maestros. Este indicador lo consideramos cumplido.

Indicador 14. Están previstos los espacios, horario, recursos, y personal necesarios para el desarrollo del programa.

Los espacios para el desarrollo del curso fueron facilitados por una institución educativa de Tumaco. El horario se acordó con los maestros en la primera sesión de trabajo. Gracias a Save the Children International, se contó con el material para el curso (fotocopias), refrigerio para los maestros (mañana y tarde) y almuerzo puesto que las jornadas eran continuas. También los maestros tenían permiso de la Secretaria de Educación de Tumaco para que asistieran al curso, pues se realizaba los viernes (día laboral) y sábados. Se contó con un profesor universitario con nivel de máster en etnomatemática, el primer autor de este artículo, en su rol de orientador del curso, como personal fundamental. Consideramos que este indicador se cumple.

Indicador 15. Existen en el centro los medios y recursos necesarios y suficientes para un correcto desarrollo del programa.

En la institución donde se realizó el curso contaba con los recursos necesarios y suficientes para su buena ejecución (salón de clases, pizarra, marcadores para pizarra, computador y proyector). Este indicador se cumple.

Indicador 16. La secuencia temporal del programa está prevista y debidamente fundamentada. La secuencia temporal estaba prevista en la planeación del programa y fundamentada en los objetivos de cada una de las fases (indicador 8). La fase de implementación se realizó de lo teórico a lo práctico, en tres etapas: La etapa Teórica-conceptual se planeó desarrollarla en 32 horas, la etapa de Diseño de actividades en 32 horas y la etapa de Aplicación en 40 horas. Consideramos que la secuencia temporal fue bien prevista y fundamentada.

Indicador 17. Los responsables del programa se encuentran capacitados para su desarrollo. El equipo de trabajo estuvo conformado por tres personas, la Dra. María Luisa Oliveras quien es la directora del Grupo de Investigación de Etnomatemática, Formación de maestros y Didáctica de la Universidad de Granada- España, quien tiene una amplia experiencia en la formación inicial y continua de maestros de matemáticas, y cuenta con una dilatada producción bibliográfica sobre el tema (Albanese, Santillán, & Oliveras, 2014; Gavarrete & Oliveras, 2010; Oliveras, 1996, 2005, 2006; Oliveras & Gavarrete, 2012). El estudiante de doctorado Hilbert Blanco-Álvarez, profesor del curso, se ha desempeñado como formador de maestros en formación inicial por más de 10 años en distintas universidades en Colombia. En la actualidad, es profesor a tiempo completo de la Universidad de Nariño donde imparte las

asignaturas Educación Matemática y Cultura I y II a los maestros en formación inicial del programa de Licenciatura en Matemáticas.

Su interés entre la relación de la etnomatemática y la formación de maestros la ha materializado en distintos artículos publicados en (Blanco-Álvarez, 2006, 2008b, 2011, 2012b; Blanco-Álvarez et al., 2009; Marmolejo et al., 2009) .

Por último, el Coordinador Regional de la Fundación Save the Children International, Elisander Castro como experto en Gestión y desarrollo de proyectos educativos en la región de Nariño.

Consideramos que la formación académica y la experiencia profesional del equipo de trabajo permiten cumplir con este indicador.

Indicador 18. Los responsables del programa se reúnen para planificar la implantación e implementación del programa y asegurar la coherencia de los planteamientos.

El estudiante de doctorado y profesor del curso realizó en la fase de planeación cinco reuniones presenciales con el Coordinador Regional de Save the Children International para acordar, por un lado, los temas académicos del programa (objetivos, contenidos, la población a quien va dirigido, etc.) y por otro lado, temas operativos (horarios, tiempo, materiales, lugar de trabajo en Tumaco, viáticos) y por medio de Skype se desarrollaron tres reuniones entre el estudiante de doctorado y su directora para definir los objetivos del curso, los contenidos, las fases, la metodología, etc., en concordancia con los acuerdos a los que se había llegado con Save the Children International, además de correspondencia escrita vía e-mail. De acuerdo a lo anterior es posible afirmar que este indicador se cumplió.

Indicador 19. Los profesores responsables del programa funcionan en auténtico equipo.

El grupo responsable del programa formamos un buen equipo de trabajo, en un ambiente colaborativo, respetuoso y ameno. La propuesta académica presentada a Save the Children International se discutió en un ambiente muy propositivo y en las primeras dos reuniones de diseño del curso nos acompañó un representante de Save the Children International para discutir la propuesta con los maestros. Este indicador se cumplió sin problema.

3.1.6 Balance de la evaluación de la fase de planificación

La planificación del curso fue bien cuidada. El curso fue planificado teniendo en cuenta las carencias detectadas en la comunidad y luego confirmadas con los maestros en dos reuniones previas para afinar el curso. Los objetivos fueron adecuados a las metodologías utilizadas en cada fase del curso, y se tiene suficiente información documental, audios y fotografías que permiten evaluar esta etapa de planeación. Además, las instituciones contaban con los materiales y recursos necesarios para la ejecución del curso. La fundación Save the Children International nos proporcionó los materiales y cubrió los gastos de toda la logística del curso. El equipo de trabajo se desempeñó muy bien. Consideramos que la planeación del curso estuvo bien, y que los aspectos mejorables luego en la implementación se corrigieron. En términos generales vemos que cumplimos con los indicadores de esta fase con suficiencia.

3.2 Evaluación de la implementación

Evaluamos la implementación del programa mediante dos criterios, *puesta en marcha* y *marco de aplicación*, conformados por 18 indicadores.

3.2.1 Puesta en marcha

Este criterio pretende determinar el grado en el que la puesta en práctica o ejecución del programa responde a la planificación previa en términos de actividades, secuencia temporal, recursos y flexibilidad. La puesta en marcha del programa se describe mediante los siguientes 14 indicadores.

Indicador 20. Se exploraron las expectativas de los participantes.

Las expectativas de los participantes fueron exploradas en las dos reuniones realizadas en la fase de planificación (indicador 2), pero no se hizo con los nuevos maestros que participaron en el curso y que no asistieron a las reuniones previas. Consideramos que para futuros cursos esta exploración de expectativas debe realizarse. Este indicador se cumplió parcialmente.

Indicador 21. Se cuida con especial dedicación el momento de implantación del programa.

El inicio del curso fue bien organizado y se contó con los recursos tecnológicos necesarios (computador y proyector) y un miembro de Save the Children International. Se presentó el curso: objetivos, contenidos, fases, metodología, formas de evaluación y se definió el horario de trabajo con los maestros. Luego se realizó una reflexión grupal alrededor de una lista de 17 frases que intentaban ser provocadoras para iniciar la discusión alrededor de las concepciones de los maestros sobre la naturaleza de las matemáticas, los procesos de aprendizaje extraescolares y los conocimientos locales de las comunidades. Por ejemplo, dos de las frases eran: *Las mujeres africanas que tejen figuras como cuadrados, círculos, triángulos, etc, en los cestos o en la ropa tienen nociones de geometría* y *Fuera de la escuela no se aprende matemática*. Estas reflexiones fueron grabadas en audio. Consideramos que este indicador se cumplió satisfactoriamente.

Indicador 22. La metodología utilizada, resulta adecuada para el desarrollo de los objetivos del programa.

Las metodologías utilizadas en cada fase del curso fueron adecuadas. El trabajo en grupo, discusiones en mesas redondas, socialización de resultados y la metodología del estudio de clase (Lesson Study) permitieron materializar los objetivos. Prueba de ellos son los trabajos escritos de los maestros, los videos de las exposiciones, la planeación de las clases demostrativas y los vídeos de la gestión de las clases y la etapa de evaluación de cada clase en mesas redondas. Todo esto nos lleva a valorar este indicador como cumplido.

Indicador 23. El tratamiento dado a los temas responde a las necesidades identificadas.

Los temas desarrollados en el curso fueron seleccionados para responder a las necesidades identificadas (ver indicador 1). A este respecto, a los participantes, al final del curso, se les solicitó que escribieran una reflexión sobre el proceso de formación, donde se evidencia cómo los temas responden a las necesidades identificadas:

“Para la institución el proyecto de etnomatemática nos vino como anillo al dedo porque estamos en el proceso de construcción del PEC (Proyecto Educativo Comunitario) y fue muy enriquecedor porque pude orientarme mejor para la planeación de las clases, teniendo en cuenta todo lo que nuestros antepasados nos pueden proporcionar, como son sus conocimientos, estrategia de medidas, pesos, entre otros” (profesor 1).

“El proyecto aporta tantos beneficios a nuestro aprendizaje que debe ser aplicado a nivel municipal y crear un currículo propio con textos propios para el enriquecimiento de nuestro quehacer pedagógico” (profesor 2).

Basados en las reflexiones de los participantes, consideramos que este indicador se cumplió.

Indicador 24. El programa se adecúa a las características diferenciales– motivación, intereses, capacidad– de los participantes.

El curso fue diseñado y ofertado para profesores de educación primaria que enseñan matemáticas, pero también asistieron por su propio interés profesores de secundaria que enseñan matemáticas. El curso se desarrolló sin problemas, aun habiendo diferencias en los grados en los que laboran los maestros y en la formación profesional inicial y la experiencia laboral de los maestros que era muy variada. Consideramos que las metodologías utilizadas en cada etapa de la fase de implementación, permitió que todos aportaran sus comentarios y desarrollaran las actividades propuestas, dejando de lado las diferencias que pudiera haber en las características de cada miembro del grupo. De esta forma cumplimos con este indicador.

Indicador 25. Los participantes muestran interés / motivación hacia las actividades del programa.

Aunque no hubo un instrumento para valorar la motivación de los maestros hacia las actividades, varios elementos nos dejan entrever que sí estaban motivados, por ejemplo: la participación activa en las sesiones de discusión, el desarrollo de las actividades planteadas, el buen ambiente de trabajo a lo largo del curso, como queda manifestado en los informes entregados a Save the Children International. Consideramos este indicador cumplido, aunque proponemos a futuro diseñar un instrumento para valorar de manera mucho más precisa la motivación de los maestros para con las actividades planteadas.

Indicador 26. Se aprecia corrección en la secuencia de las actividades programadas.

La planeación inicial del curso se desarrolló en su totalidad sin realizar cambios en las actividades programadas. Consideramos que haber dividido el proceso en fases y estas a su vez en etapas nos permitió darle una secuencia coherente, partiendo de lo teórico y luego a lo práctico, que no necesitó corrección alguna. Este criterio se cumplió.

Indicador 27. Se cumple la temporalización prevista sin desfases significativos.

El curso se desarrolló sin contratiempos mayores, a excepción de una sesión de trabajo que no se pudo realizar por cuestiones de orden público en la ciudad de Tumaco, relacionado con atentados terroristas a la infraestructura energética de la ciudad y a enfrentamientos del grupo armado al margen de la ley FARC-EP con la fuerza pública. Por lo demás, este indicador se cumplió.

Indicador 28. Se respeta la planificación en lo referente a espacios, tiempos, apoyos y recursos.

Este indicador se cumplió sin problema. La institución que nos prestó las instalaciones para el desarrollo del curso y las cuatro instituciones donde se realizaron las clases demostrativas fueron muy amables y se contó con los espacios físicos y el permiso para trabajar con los maestros y los estudiantes sin inconvenientes. En relación a los recursos, Save the Children International nos suministró todos los recursos en cantidad suficiente para el buen desarrollo de la planificación.

Indicador 29. Se da rigidez /flexibilidad en la aplicación del programa.

La rigidez en el curso se evidencia en el tratamiento dado a la planificación para lograr los objetivos propuestos, la entrega de trabajos y el desarrollo de las clases demostrativas. La flexibilidad se evidenció en el acuerdo del horario de trabajo, en las temáticas a desarrollar en las clases demostrativas, en las condiciones de formar grupos de trabajo. Esta combinación simbiótica entre rigidez y flexibilidad nos permite valorar este indicador como positivo.

Indicador 30. Los recursos planeados resultan suficientes y adecuados y están disponibles.

Los recursos planeados en el indicador 14, como fotocopias, papel de papelógrafo, computador, proyector, fueron suficientes y siempre estuvieron disponibles. Este indicador se cumplió satisfactoriamente.

Indicador 31. Se está atento a posibles efectos no planeados—positivos o negativos— del programa y existen previsiones de actuación en relación con tales efectos.

No existieron efectos inesperados adversos causados por el programa formativo, aunque sí se observaron algunas dificultades.

Dado que no hay ningún indicador del modelo evaluador adoptado que se refiera a las dificultades surgidas que no son efectos del programa, sino que son debidas a múltiples causas externas, hemos creado un nuevo indicador emergido de nuestra investigación, que se refiere a estas dificultades y que incorporamos al modelo como *Indicador 47*. Puede verse más adelante (delante del indicador 46) dicho indicador y los elementos ocurridos, de los que ha emergido tal aporte al modelo de evaluación de programas formativos que estamos utilizando en nuestra investigación.

A posteriori, hemos pensado algunos efectos que pueden surgir y que se pueden tener en cuenta en sucesivas investigaciones, son los siguientes: a) posible muerte del programa si todos los maestros dejan de asistir, por desmotivación; b) fallo en el suministro de recursos si el patrocinador deja de suministrarlos; c) peligro de enfrentamientos entre los participantes, debidos a divergencias en sus planteamientos didácticos, que no ocurrieron por suerte. El plan de previsiones de actuación en relación con tales efectos sería, respecto de: a). el ya citado paso de recoger inicialmente sus expectativas y responder a ellas, junto a un momento de reflexión colectiva y reconducción cooperativa de los elementos que defrauden, en el instante en que se capte el desánimo; b). solicitar al patrocinador que deposite todos los recursos antes del inicio del curso, quedando bajo la potestad del equipo gestor; c). las divergencias en sus planteamientos didácticos pasarlas a positivo como elemento dinamizador del debate y la reflexión, haciendo una valoración colectiva de todas las opiniones y llegando a un consenso práctico desde el cual continuar el trabajo del curso. Se pueden prever efectos positivos también, por ejemplo: alguna reacción de la comunidad o las instituciones implicadas que premien el esfuerzo de los participantes, ante lo cual se realice una sesión final con convivencia de todos los sectores implicados y manifestación cultural de agradecimiento especial (canciones, fiesta).

Consideramos que el indicador 31 se logró parcialmente.

Indicador 32. Se cuenta con un sistema de registro de la información que facilite la posterior evaluación y, sobre todo, una mejor gestión de los procesos.

El instrumento de recogida sistemática de información fue el informe de seguimiento, en total se realizaron tres. Este cuenta con información sobre: a). Actividades desarrolladas, b). Aprendizajes obtenidos, c). Dificultades presentadas, d). Logros obtenidos, e). Actividades a desarrollar en el siguiente periodo, f). Observaciones y g). Marco lógico. Consideramos que esta información sistemática es de gran interés e importancia y ayudará en la evaluación y posterior mejoramiento del programa de formación. Este indicador se cumple.

Indicador 33. Las relaciones con el alumnado pueden calificarse de cordiales.

Aunque no contábamos con un instrumento de evaluación de las relaciones con los maestros, en las fotografías, grabaciones de audio y vídeos se deja ver un trato amable con los maestros y un ambiente de trabajo ameno. Este indicador se cumplió.

3.2.2 Marco de aplicación

El marco o contexto del programa se considera condicionante para su adecuado desarrollo porque es una intervención que irrumpe en una realidad establecida y asumida por el grupo al que se dirige. Este criterio pretende determinar si el programa fue aceptado con agrado; si el clima generado fue de armonía, confianza y colaboración; si los agentes implicados adoptaron una actitud positiva hacia el curso y demostraron satisfacción con el mismo.

Indicador 34. Se da un clima de confianza en el éxito por parte de alumnos y profesores.

El clima de confianza en el éxito del curso, tanto por parte del equipo de trabajo y los maestros, se sustentó en tres elementos: primero, en la pertinencia del curso y el interés de los maestros en la temática (Indicadores 1, 2 y 3), el segundo, en el apoyo financiero y logístico que nos brindó la fundación Save the Children International, pues contábamos con todos los recursos (Indicador 14), y el tercero, que los maestros contaban con el permiso de la Secretaría de Educación del Municipio para asistir al curso. Todo esto nos permitió estar confiados en que el curso se desarrollaría con éxito, logrando los objetivos propuestos.

Indicador 35. Se aprecia satisfacción en los responsables del programa, en sus destinatarios y en las demás partes implicadas e interesadas.

La satisfacción de los responsables del programa se evidenció en la sección *Logros obtenidos*, de los informes de seguimiento, y la satisfacción de los maestros se evidencia por medio de las respuestas que dieron en el formato de evaluación del curso. Algunas de las respuestas fueron:

“El proceso de formación fue muy bueno, porque nos llevó a rescatar toda nuestra cultura porque hemos sido aculturizados y hemos perdido nuestra propia identidad como afrodescendientes y por eso no hay una apropiación de nuestro territorio” (profesor 3).

“Es de vital importancia atender esta capacitación porque en la realización del Proyecto Educativo Institucional no se ha dado importancia a nuestra cultura, nos hemos enfocado a aceptar lo que nos imponen las editoriales, desconociendo nuestra cultura. Esto nos permite valorar lo nuestro y así las niñas y los niños de nuestra región amarán su estudio y el lugar donde viven” (profesor 4).

Con esta evidencia cumplimos este indicador.

Indicador 36. Se da entre el equipo de profesores un trabajo de tipo cooperativo.

Como se mencionó en el indicador 19, los responsables del curso trabajamos de forma cooperativa desde la planeación hasta su implementación. Este indicador se cumplió.

Indicador 37. Se toman en consideración fuentes diversas que pueden aportar información relevante.

A lo largo del desarrollo del curso se recoge información a partir de diversas fuentes: grabaciones en audio y vídeo de varias sesiones, informes de seguimiento, tareas de los maestros por escrito, actividades diseñadas, vídeos de las clases demostrativas, formato de evaluación del curso. Consideramos este indicador suficientemente cumplido.

3.2.3 Balance de la evaluación de la implementación

La evaluación de la implementación del curso se realizó en dos partes. La primera parte, responde a la puesta en marcha de la planificación con 14 indicadores evaluados. De estos cumplimos dos parcialmente. Esto nos lleva a proponer como mejora la exploración y sistematización de las expectativas de los participantes del curso en la primera sesión. Además, tener en cuenta posibles dificultades que puedan ocurrir y un plan de acción para enfrentarlas.

Siempre surgirán situaciones imprevistas, y en ese caso, sistematizarlas, tal como lo hemos realizado, para tenerlas en cuenta a futuro. Por otro lado, de los 12 indicadores que se cumplieron, resaltamos como fortalezas las diversas metodologías utilizadas, en particular el uso de la metodología del estudio de clase (Lesson Study), la pertinencia de los temas para con las necesidades identificadas, el buen ambiente de trabajo entre participantes y encargados del curso, el cumplimiento de la planificación y la disponibilidad de los diferentes recursos, y el seguimiento constante que se realizó al desarrollo del curso, por medio de informes de seguimiento donde se supervisaban las actividades desarrolladas, los aprendizajes obtenidos, las dificultades presentadas, los logros obtenidos, las actividades a desarrollar en el siguiente periodo, observaciones y un marco lógico.

La segunda parte de la evaluación se centró en evaluar el marco de aplicación, donde por medio de 4 indicadores se prestaba atención al clima de confianza y satisfacción de todos los implicados en el curso. Los indicadores se cumplieron positivamente, subrayando los comentarios de satisfacción de los participantes y la variedad de fuentes de recolección de información que nos permiten evaluar el desarrollo del curso.

3.3 Evaluación de los resultados

3.3.1 Medida y logros

Este criterio determina el grado en que se han alcanzado los objetivos del programa propuestos. La medida y los logros de los resultados se describen mediante los siguientes cinco indicadores.

Indicador 38. Se recurre a técnicas variadas de recogida de datos, acordes con la diversidad de los objetivos del programa.

La tabla 4, señala la variedad de técnicas e instrumentos de recogida de datos utilizados. Estas técnicas son adecuadas en relación a la diversidad de objetivos del programa.

Objetivos	Instrumento	Técnica de recolección de información
Reflexionar con los maestros sobre la naturaleza de las matemáticas y su relación con la cultura	Cuestionario abierto	Entrevistas grupales Observación participante Grabación de audio
Analizar las características de un currículo de matemáticas orientado desde la etnomatemática	Cuestionario abierto	Grabación de audio. Reflexiones escritas de los maestros
Indagar sobre el uso de prácticas matemáticas extraescolares en la comunidad	Trabajo escrito	Grabación de vídeo Fotografías
Diseñar actividades para el aula teniendo en cuenta elementos matemáticos de la comunidad.	Formato del Estudio de Clase	Fotografías Observación participante
Implementar en el aula de clase las actividades diseñadas	Formato del Estudio de Clase	Grabación de vídeo Observación pasiva
Evaluar el diseño e implementación de la actividad	Formato del Estudio de Clase	Grabación de vídeo Observación participante
Evaluar el programa	Cuestionario abierto	Formato de evaluación Grabación de vídeo Observación participante

Tabla 4. Objetivos y técnicas de recogida de información

Indicador 39. Se toman en consideración fuentes diversas que pueden aportar información relevante.

En la fase de Planificación se tuvo en cuenta documentos oficiales sobre la educación en Tumaco y las reflexiones de los maestros en ejercicio que participaron de las reuniones de planeación. En la fase de implementación las fuentes fueron los maestros participantes del curso. Pensamos que estas fuentes nos brindaron información suficiente para valorar los resultados del curso. Por eso consideramos que este indicador se cumplió.

Indicador 40. Las técnicas e instrumentos utilizados para decidir sobre la eficacia del programa son adecuados a las características de los contenidos/objetivos que se desea evaluar. La información recolectada sistemáticamente, desde la planeación hasta la evaluación (ver indicador 38) fue analizada usando técnicas de análisis de datos de la teoría fundamentada, haciendo uso del software Atlas.ti versión 6.2. El análisis de las actividades diseñadas y su gestión en el aula se realizó con el uso de los indicadores de idoneidad didáctica (Godino, 2013), junto a nuevos indicadores diseñados especialmente para observar elementos etnomatemáticos.

Indicador 41. Se especificaron los criterios de calificación y de los niveles de logro del programa.

El curso no contaba con criterios de calificación a los maestros más allá de la participación activa en las actividades propuestas. Pero sí contaba con indicadores de logro, que no eran conocidos por los participantes, y que se relacionaban directamente con el cumplimiento de los objetivos. Los niveles de logro del programa se registraban mensualmente en el informe de seguimiento, que contenía una matriz de marco lógico, que estaba compuesta por a). Resultados, b). Indicador, c). Meta, d). Avance en la meta, y e). Método de verificación. Este indicador se cumplió.

Indicador 42. Se recoge información sobre el grado de satisfacción de las diferentes partes interesadas con el programa, su implantación y desarrollo y con sus resultados.

Al final del curso se realizó una evaluación donde se les pedía responder un pequeño cuestionario. Las preguntas fueron: a). ¿Qué relación encuentra usted entre el proyecto etnomatemático y el Proyecto Educativo Comunitario?, b). Hacer una reflexión sobre el proceso de formación etnomatemático, c). ¿Qué cambiaría en el curso de formación?, y d.) ¿Qué visión tengo ahora de las matemáticas? Esto puede verificarse en los cuestionarios entregados por los maestros. Algunas evidencias de esto son los siguientes comentarios:

“El proceso ha sido muy bueno, ya que nos han llevado a pensar y a retomar qué tanto estamos trabajando sobre etnoeducación en nuestros escenarios de clase y de lo importante que puede ser para nuestros estudiantes y muy significativo” (Profesora 5).

“Fue muy significativo haber asistido a este taller, porque aprendí muchas cosas nuevas, las cuales las pondré en práctica con mis estudiantes, maestros y comunidad en general” (Profesora 6).

Este indicador lo consideramos cumplido.

3.3.2 Valoración

Mediante este criterio estimamos la adecuación de los elementos considerados en el curso a fin de valorar los resultados. Los siguientes cuatro indicadores describen la valoración de los resultados.

Indicador 43. Se identifican los puntos fuertes y débiles del programa.

La tabla 5, sintetiza los puntos fuertes y débiles del programa. Este indicador se cumplió.

Fortalezas	Debilidades
<p><i>En el diseño y planificación</i> Pertinencia respecto a los participantes Pertinencia y actualidad de los contenidos Claridad de los objetivos y coherencia con las metodologías utilizadas y los recursos. La formación académica de los responsables del programa y su trabajo en equipo</p> <p><i>En la implementación</i> Las metodologías utilizadas, en particular la metodología del estudio de clase o Lesson Study El tratamiento dado a los temas responde a las necesidades de los participantes Se respeta la planificación en lo referente a espacios, tiempos y recursos La existencia de los recursos y buen manejo del tiempo Relaciones cordiales con los maestros y buen ambiente de trabajo Satisfacción de los maestros y el personal a cargo Fuentes diversas de información Diferentes medios de registro (escrito, grabaciones audio y vídeo, fotografías)</p>	<p><i>En el diseño y planificación</i> Faltó prever los efectos negativos y positivos y tener un plan correctivo</p> <p><i>En la implementación</i> Faltó explorar las expectativas de los participantes</p>

Tabla 5. Fortalezas y debilidades del programa

Indicador 44. Se especificaron, de modo claro y preciso, los criterios y las referencias para valorar los resultados.

El criterio que se tomó para la valoración de los resultados se remite al cumplimiento de los objetivos propuestos. Sistemáticamente se realizó un seguimiento al desarrollo de los objetivos, que fue consignado en los informes. Este indicador lo consideramos cumplido.

Indicador 45. Se dispone de información, rica y matizada, sobre los momentos inicial y procesual del programa, como base para valorar los resultados.

A partir de la planificación y a lo largo de la ejecución del curso se fue recolectando, sistemáticamente, información sensible de ser analizada, con la cual se pueden valorar los avances de los maestros en las reflexiones sobre la naturaleza cultural de las matemáticas y el currículo, la investigación de prácticas matemáticas en la comunidad, el diseño de actividades de matemáticas incorporando etnomatemática, la implementación de las actividades con los estudiantes y el proceso de evaluación y autoevaluación de la actividad entre los maestros y el profesor. Toda esta información se encuentra registrada en a). Fotografías, b). Vídeos de algunas sesiones, c). Grabaciones de audio, d). Trabajos escritos de los maestros, e). Vídeos de las clases demostrativas, f). Cuestionario de evaluación final del curso y g). Informes de seguimiento. Consideramos que este indicador se cumplió.

Indicador 46. Se valoran los cambios en conocimiento didáctico y capacidades profesionales de los participantes.

Valorar cambios en el conocimiento didáctico y las capacidades profesionales de los maestros requiere realizar una valoración inicial y final explícita de estos, que no se realizó. Sin embargo, al analizar los datos recolectados, pudimos evidenciar procesos de reflexión, discusión y puesta en práctica de varios de los contenidos tratados en el curso, que ellos desconocían a su inicio. Un análisis detallado de esto se presenta en diferentes artículos y capítulos de libro que se han publicado y que responden a cada uno de los objetivos propuestos.

En relación con el objetivo: Reflexionar con los maestros sobre la naturaleza de las matemáticas y su relación con la cultura, encontramos diferentes posturas epistemológicas sobre las matemáticas, y diversos elementos que posibilitan o limitan trabajar en el aula de clase con matemáticas extraescolares. Un análisis completo puede verse en (Oliveras & Blanco-Álvarez, 2016).

En relación con el objetivo: Analizar las características de un currículo de matemáticas orientado desde la etnomatemática, los maestros expresaron características comunes a las posiciones de diferentes autores. Además, se pudo constatar un proceso de sensibilización política de los maestros hacia la valoración y recuperación de las etnomatemáticas de la cultura afrotumaqueña. Esto se puede ver en (Blanco-Álvarez & Oliveras, 2016).

En relación con los objetivos: Indagar sobre el uso de prácticas matemáticas extraescolares en la comunidad y Diseñar actividades para el aula teniendo en cuenta elementos matemáticos de la comunidad, se pudo constatar por medio de los trabajos escritos y las actividades diseñadas que los maestros se aproximaron a la investigación de saberes etnomatemáticos de su cultura, y trabajaron en grupo en el diseño de una actividad que integrara, al menos, un saber etnomatemático, haciendo uso del formato de actividad de la metodología del estudio de clase. Una presentación amplia y detallada de esto se presenta en (Blanco-Álvarez, 2016).

El objetivo: Implementar en el aula de clase las actividades diseñadas, y Evaluar el diseño e implementación de la actividad, se evidenció al evaluar el diseño y la gestión de una clase para la enseñanza de la medida de magnitudes con patrones no convencionales, dirigida a estudiantes del tercer grado de educación primaria (8 y 9 años). Esta clase fue diseñada desde una perspectiva etnomatemática. Su evaluación se basó en el enfoque ontosemiótico, mediante la aplicación de los indicadores de idoneidad didáctica propios de dicha teoría, junto con otros indicadores elaborados por los autores. El análisis nos permitió observar cómo los maestros aplicaron los contenidos del curso al diseño, gestión y evaluación de una clase (Blanco-Álvarez et al., 2017c).

Finalmente, evidenciamos cambios en el conocimiento profesional de los maestros por medio de la encuesta de evaluación final del curso, donde expresaron:

“El proceso de formación, me permitió conocer nuevas herramientas educativas para facilitar la comprensión de los conocimientos que utilizaron nuestros ancestros de acuerdo a las necesidades vivenciales del entorno” (Profesora 7).

“Al inicio, al escuchar hablar de etnomatemática tenía otra visión, pensé que sólo se hablaría de los primeros matemáticos negros. Pero ahora después de haber culminado este taller me doy cuenta y tengo una visión más clara sobre lo que es la etnomatemática” (Profesora 8).

Con este conjunto de evidencias, consideramos este indicador cumplido.

Indicador 47 (indicador nuevo propuesto). Dificultades para el logro de los objetivos, surgidas en la implementación del programa formativo, que son debidas a múltiples causas externas (y no son efectos del programa).

Las dificultades detectadas fueron: a). Por cuestiones de orden público en la ciudad de Tumaco, el trabajo con los maestros se dificultaba pues varios de ellos no asistían, b). Aunque se inició con 36 maestros, en la fase de implementación de las actividades solo continuaban 19, y se terminó con 28 maestros, c). En la Institución Educativa Ciudadela Mixta Colombia, se presentaron dificultades en relación a la puntualidad, pues las llaves del salón donde se llevaba a cabo el curso, las tenía la rectora y muchas veces ella no llegaba temprano, d).

Aunque se realizó una amplia reflexión sobre la importancia y la pertinencia de la incorporación de los saberes extraescolares al aula de clase, en la fase de diseño de actividades éstas se incorporaron de manera muy tímida, e). Otra dificultad es que los maestros desconocían o no habían leído con suficiente rigurosidad los Lineamientos Curriculares de Matemáticas publicados por el Ministerio de Educación Nacional en 1998, f). Los maestros a la hora de diseñar las actividades se basan en libros de texto escolares muy antiguos, que no tienen en cuenta el desarrollo de competencias matemáticas, en particular los maestros de las zonas rurales, g). Se pudo observar dificultades en los maestros para escribir. No solo en redacción sino en relación a una actitud positiva frente a la escritura. Esto podría deberse a que la cultura tumaqueña es en gran medida de tradición oral. Es necesario desarrollar competencias de lecto-escritura con ellos.

3.3.3 Balance de la evaluación de resultados

La eficacia del curso se evaluó por medio de indicadores de medida y logros, y valoración. En relación a la medida y logros se cumplieron los cinco indicadores que la componen. Se presentaron evidencias de la utilización de diversas técnicas de recolección de datos y sus análisis relacionados con los objetivos. Se contó con indicadores de logro y un instrumento para el seguimiento de su cumplimiento. Así mismo, se señaló evidencia del grado de satisfacción de los maestros.

Por otro lado, la valoración, se evaluó por medio de cuatro indicadores que se cumplieron. Se señalaron las fortalezas y debilidades del programa. Estas últimas vistas positivamente como puntos a mejorar en un programa futuro. También se especificaron los criterios para valorar los resultados. Se contó, desde la etapa de diseño y planeación e implementación con suficiente información para valorar los resultados, y finalmente, se presentaron evidencias para valorar los cambios en el conocimiento didáctico y las capacidades profesionales de los maestros.

El equipo responsable del curso quedamos muy satisfechos con los resultados.

4. Conclusiones

Hemos realizado la evaluación de un curso de formación de maestros, que fue orientado desde una perspectiva etnomatemática. Aplicamos 46 indicadores tomados de (Carballo, 2014), de los que se cumplieron 44. Estos resultados manifiestan un alto grado de: a). **Pertinencia** en el diseño y planificación. Queremos resaltar la importancia de prestar atención a las carencias educativas detectadas en la comunidad, que se orientaban a la falta de innovación pedagógica, la falta de reconocimiento y valoración de la cultura negra, la falta de un currículo etnoeducativo y el fortalecimiento de la identidad de la comunidad negra, b). **Eficiencia** en el uso de los recursos, metodologías, tiempos, clima de confianza y variedad de fuentes de recolección de información, así como la estructura del curso que iba desde las reflexiones teóricas al diseño de actividades terminando en la gestión de la clase y su evaluación. Resaltamos el sustento metodológico que nos brindó la Metodología del estudio de clases, pues esta:

“permite a un docente con el apoyo de sus compañeros involucrarse en procesos de investigación pedagógica, a partir de experiencias propias, para pensar sobre métodos y recursos de enseñanza más eficientes y pertinentes a cada contexto, con el fin esencial de mejorar las clases. Dada esta naturaleza, la implementación del ‘Estudio de Clase’ requiere la reflexión educativa continua, la sistematización de la información recolectada, la innovación en el uso de recursos y materiales, la adaptación a condiciones específicas

del contexto y la formación permanente de docentes en competencias pedagógicas y didácticas” (Torres & Vergara, 2009, p. 31)

Y c). **Eficacia** al haber alcanzado los objetivos propuestos. Resaltamos las fortalezas del curso y las debilidades de este, que son posibilidades de mejora, así como la información analizada que evidenció los aprendizajes de los maestros a lo largo del curso.

Adicionalmente, aportamos al modelo un indicador adicional (indicador 47), que hemos creado para evaluar las dificultades para el logro de los objetivos, surgidas en la implementación del programa formativo, que son debidas a múltiples causas externas (y no son efectos del programa). Este nuevo indicador lo ubicamos en el criterio de *puesta en marcha* en la evaluación de la implementación.

Al reportar esta evaluación, buscamos motivar en la comunidad etnomatemática la realización de investigaciones sobre evaluaciones de los programas de formación que se orienten desde esta perspectiva. Confiamos en que el presente trabajo ha permitido evidenciar, el efecto positivo que la etnomatemática tuvo sobre la valoración del pensamiento matemático de la cultura afrotumaqueña, en el desarrollo de un currículo propio y una educación matemática contextualizada e incluyente. Además, creemos que, a través de su elaboración, contribuimos, en cierta medida, a dilucidar el complejo, pero interesante campo de la evaluación de programas de formación docente y hacemos un llamado a las Facultades de Educación para que las competencias básicas de los maestros en formación inicial y continua, incluyan la competencia evaluadora.

Agradecimientos

Queremos agradecer a todas las maestras y los maestros que nos compartieron su experiencia docente, a la Universidad de Nariño por su activa participación, y a Save the Children International por haber gestionado y financiado este curso de formación.

Referencias

- Afonso Martín, M. C., Camacho Machín, M., & Socas Robayna, M. (2003). Evaluación de un programa de formación en geometría según el modelo de Van Hiele con profesores en activo. In S. Robayna, M. Camacho Machín, & A. Morales Gonzáles (Eds.), *Formación del profesorado e investigación en educación matemática* (Vol. 5, pp. 9–23). Tenerife: Ediciones Campus.
- Albanese, V., Santillán, A., & Oliveras, M. L. (2014). Etnomatemática y formación docente: el contexto argentino. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(1), 198–220.
- Bedoya Moreno, E. (2002). *Formación inicial de profesores de matemáticas: enseñanza de funciones, sistemas de representación y calculadoras graficadoras*. Universidad de Granada, Granada.
- Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós Ibérica.
- Blanco-Álvarez, H. (2006). La etnomatemática en Colombia: un programa en construcción. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 19(26), 49–75.
- Blanco-Álvarez, H. (2008). La Educación Matemática desde un punto de vista sociocultural y la formación de Licenciados en Matemáticas y Etnoeducadores con énfasis en matemáticas. *Boletín ASOCOLME*, 1(1), 4–6.
- Blanco-Álvarez, H. (2011). La postura sociocultural de la educación matemática y sus implicaciones en la escuela. *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), 59–66.

- Blanco-Álvarez, H. (2012). Estudio de las actitudes hacia una postura sociocultural y política de la educación matemática en maestros en formación inicial. *REDIMAT: Journal of Research in Mathematics Education*, 1(1), 57–78.
- Blanco-Álvarez, H. (2016). Diseño de actividades para la enseñanza de la magnitud longitud y capacidad en la educación primaria y básica desde la Etnomatemática. In Fundación Save the Children Colombia (Ed.), *Introducción al desarrollo de pensamiento métrico y los sistemas de medida en la educación básica primaria* (pp. 9–26). Pasto: Graficolor.
- Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2017). Idoneidad didáctica de una clase de matemáticas desde una perspectiva etnomatemática. *Enseñanza de las Ciencias*, en evaluac.
- Blanco-Álvarez, H., López, G. J., & Noguera, W. R. (2009). Diagnóstico de la formación en Educación Matemática de los Docentes en la ciudad de San Juan de Pasto. *Revista SIGMA*, 9(1), 61–90.
- Blanco-Álvarez, H., & Oliveras, M. L. (2016). Etnomathematics: A political tool for Latin America. *RIPEM-International Journal for Research in Mathematics Education*, 6(1), 112–126.
- Caraballo, R. M. (2014). *Diseño de pruebas para la evaluación diagnóstica en matemáticas. Una experiencia con profesores*. Universidad de Granada, Granada.
- D’Ambrosio, U. (2002). *Etnomatemática. Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- Domite, M. do C. (2006). Da compreensão sobre formação de professores e professoras numa perspectiva etnomatemática. In G. Knijnik, F. Wanderer, & C. José de Oliveira (Eds.), *Etnomatemática, currículo e formação de professores* (2a ed., pp. 419–431). Santa Cruz do Sul: EDUNISC.
- Gavarrete, M. E., & Oliveras, M. L. (2010). Etnomatemáticas y Formación de Profesores: una propuesta para Costa Rica, a la luz del Segundo Informe del Estado de la Educación. In Y. Morales (Ed.), *Actas Segundo Congreso Internacional de Enseñanza de la Matemática* (pp. 111–119). Heredia, Costa Rica.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8(11), 111–132.
- Godino, J. D., Batanero, C., Rivas, H., & Arteaga, P. (2013). Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas. *Revemat: revista eletrônica de educação matemática*, 8(1), 46–74.
- Hart, L. C., Alston, A., & Murata, A. (Eds.). (2011). *Lesson study Research and Practice in Mathematics Education: Learning together*. New York: Springer.
- Hernández Pina, F., & Soriano Ayala, E. (1999). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria : diseño y evaluación de programas*. Madrid: La Muralla.
- Jaramillo, J. B., Jurado Valencia, F., & Collazos, J. (Eds.). (2011). *Planes de vida para comunidades ancestrales: hacia una plan decenal en educación para el municipio de Tumaco 2011-2021*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia, Alcaldía de Tumaco.
- Kirkpatrick, D. L., & Kirkpatrick, J. D. (2006). *Evaluating Training Programs: The Four Levels* (3rd ed.). San Francisco: Berret-Koehler Publishers, Inc.

- Lupiañez, J. L. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de Matemáticas de secundaria*. Universidad de Granada, Granada.
- Maher, C. A. (2012). *Planning and Evaluating Human Services Programs: A Resource Guide for Practitioners*. Bloomington: AuthorHouse.
- Marmolejo, G.-A., Blanco-Álvarez, H., & Fernández, E. (2009). El estudio de clase y la formación de licenciados en matemáticas en la Universidad de Nariño. In J. A. Torres & L. I. Vergara (Eds.), *Estudio de clase: una experiencia en Colombia para el mejoramiento de las prácticas educativas* (pp. 93–104). Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional. (1994). *Ley General de Educación 115*. Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares: matemáticas. Serie lineamientos curriculares*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas. Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia.
- Oliveras, M. L. (1996). *Etnomatemáticas: formación de profesores e innovación curricular*. Granada: Comares.
- Oliveras, M. L. (2005). Microproyectos para la educación intercultural en Europa. *Uno: Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, (38), 70–81.
- Oliveras, M. L. (2006). Etnomatemáticas. De la multiculturalidad al mestizaje. In J. Gimenez, J. M. Goñi, & S. Guerrero (Eds.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 117–149). Barcelona: Graó.
- Oliveras, M. L., & Blanco-Álvarez, H. (2016). Integración de las etnomatemáticas en el aula de matemáticas: posibilidades y limitaciones. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 30(55), 455–480.
- Oliveras, M. L., & Gavarrete, M. E. (2012). Modelo de aplicación de etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas en Costa Rica. *RELIME: Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 15(3), 339–372.
- Organizaciones de Comunidades Negras de Nariño. (2011). *Proyecto Etnoeducativo Afronariñense*. Tumaco: Secretaria Departamental de Educación de Nariño.
- Pérez Juste, R. (2000). La evaluación de programas educativos: conceptos básicos, planteamientos generales y problemática. *Revista de Investigación Educativa*, 18(2), 261–287.
- Pérez Juste, R. (2006). *Evaluación de programas educativos*. Madrid: La Muralla.
- Pozo Muñoz, C., Alonso Morillejo, E., & Hernández Plaza, S. (Eds.). (2004). *Teoría, modelos y métodos en evaluación de programas*. Granada: Grupo Editorial Universitario.
- Rico, L., Gómez, P., Moreno Carretero, M. F., Romero Albaladejo, I., Lupiañez, J. L., Gil Cuadra, F., & González, M. J. (2003). Indicadores de calidad para la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. In E. Castro, P. Flores, T. Ortega, L. Rico, & A. Vallecillos (Eds.), *Investigación en educación matemática : séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 289–297). Granada: Universidad de Granada.

Torres, J. A., & Vergara, L. I. (Eds.). (2009). *Estudio de clase: una experiencia en Colombia para el mejoramiento de las prácticas educativas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

3.3 Comentarios finales

Al terminar la evaluación del curso de formación de maestros, fue muy gratificante encontrar que cumplimos 44 de los 46 indicadores evaluados. Tal resultado nos habla muy bien de la planeación, la implementación y de los resultados del curso.

Así mismo, logramos validar la metodología del estudio de clase como una herramienta muy útil para este fin, la estructura del curso también fue puesta a prueba, pues esta se correspondió con la estructura propuesta en el capítulo 2.

Este ejercicio investigativo de evaluación de programas lo encontramos muy útil y proponemos sea tenido en cuenta como otro elemento a considerar en el diseño de programas de formación desde una perspectiva etnomatemática, que busquen formar en el maestro novel o en ejercicio competencias en la evaluación de sus propios programas.

Esta es otra línea de investigación que, desde la Etnomatemática, requiere de mayor atención y de investigación, pues no es una práctica común realizar una visión retrospectiva de los programas de formación orientados desde la Etnomatemática, como se constata en la escasa literatura existente.

Capítulo 4. Posturas epistemológicas de los profesores de matemáticas

4.1 Presentación
4.2 Artículo 3
4.3 Comentarios finales

4.1 Presentación

En este capítulo, se analiza la veracidad de dos conjeturas: C1. Los maestros no reconocen prácticas extraescolares como conocimientos matemáticos; y C2. Esta convicción obstaculiza el uso de prácticas extraescolares en el aula.

Los resultados encontrados nos señalan que la realidad es más compleja y que existen otros factores adicionales que obstaculizan o promueven el uso de conocimientos etnomatemáticos en el aula.

4.2. Artículo 3

Oliveras, M. L. y Blanco-Álvarez, H. (2016). Integración de las etnomatemáticas en el aula de matemáticas: posibilidades y limitaciones. *Bolema*, 30(55), 455-480.

Integración de las Etnomatemáticas en el Aula de Matemáticas: posibilidades y limitaciones

Integration of Ethnomathematics in Mathematics Classroom: possibilities and limitations

María Luisa Oliveras*
Hilbert Blanco-Álvarez**

Resumen

Este artículo presenta la primera parte de una investigación doctoral sobre la formación de maestros, enfocada desde las Etnomatemáticas. Se analiza la veracidad de dos conjeturas: C1. Los maestros no reconocen prácticas extraescolares como conocimientos matemáticos; y C2. Esta convicción obstaculiza el uso de prácticas extraescolares en el aula. Partiendo de estas conjeturas planificamos un curso de formación, desde la Etnomatemática, para maestros de educación primaria en Colombia. Dicho curso se tomó como “caso” a investigar mediante una metodología cualitativa de estudio de casos. Se han analizado, bajo la teoría filosófica de Wittgenstein, los registros obtenidos de una entrevista grupal y del diario de campo del investigador. Concluimos que las conjeturas no se cumplen, ya que no existe total coherencia entre las concepciones epistemológicas y la acción en el aula. Además, emergieron de la investigación otros elementos que inciden en la conexión entre creencias y prácticas en aula interesantes para tener en cuenta en la formación de profesores.

Palabras clave: formación de maestros que enseñan matemáticas, etnoeducación, currículo, matemáticas extraescolares, diversidad cultural.

Abstract

This paper presents the part first of a doctoral research about training teachers, focused from Ethnomathematics. It analyzed the veracity of two conjectures: C1. Teachers do not recognize mathematical extracurricular activities as math, and C2. This conviction obstructs the use of this knowledge in the classroom. Starting of these conjectures we planned a training course, from ethnomathematics, for primary school teachers in Colombia. The course was taken as a "case" to investigate through a qualitative methodology for case studies. The records produced from a group interview and researcher's field diary was analyzed under the Wittgenstein's philosophy.

We concluded that the conjectures are not met, since there is no complete consistency between the epistemological concepts and action in the classroom. Also they emerged from research other elements that affect the connection between beliefs and classroom practices interesting to reflect on teacher training.

Keywords: math teacher training, ethnoeducation, curriculum, extracurricular mathematics, cultural diversity

* Doctora en Matemáticas. Universidad de Granada (UGR). Investigadora y Profesora Titular de Didáctica de la Matemática en Universidad de Granada (UGR). Facultad de Ciencias de la Educación. Granada, España. Dirección Postal: Campus Cartuja s/n 18079. Granada. España. E-mail: oliveras@ugr.es

** Doctorando en Educación por la Universidad de Granada (UGR), España. Facultad de Ciencias de la Educación y Docente de la Universidad de Nariño, Colombia. Dirección Postal: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Nariño, Campus Torobajo, Colombia. E-mail: hilbla@yahoo.com

1 introducción

Este artículo presenta resultados parciales de una investigación doctoral en curso²⁵. El objetivo general de la investigación es identificar elementos para el diseño de programas de formación de maestros que enseñan matemáticas desde la Etnomatemática. Para la identificación de dichos elementos se plantearon distintas conjeturas, definidas a la luz del modelo teórico “MEDIPSA” elaborado por Oliveras (1996) y la experiencia previa acumulada de los autores sobre el conocimiento de que estos maestros no fueron formados bajo una perspectiva sociocultural de la Educación Matemática.

Las primeras conjeturas que se trabajaron y de las cuales se presentan los resultados en este artículo, son expresadas como: *Conjetura 1*: Los maestros no reconocen prácticas extraescolares como conocimientos matemáticos, de la que se deriva la *Conjetura 2*: Esta convicción obstaculiza el uso de prácticas extraescolares en el aula de clase.

Estas conjeturas orientaron el diseño y la ejecución de la primera parte de un Curso de Formación de Maestros desde la Etnomatemática (CFME) dirigido a maestros de educación primaria en Tumaco, Colombia. Este CFME es el *caso de estudio* que analizamos para confirmar o refutar la veracidad de las conjeturas 1 y 2.

2 Problemática y antecedentes

El reconocimiento o el dar estatus de matemáticas, por parte de los maestros, a prácticas extraescolares genera tensión entre el saber escolar y el saber cotidiano, puesto que el primero se considera científico y el segundo no. Dichas tensiones son reconocidas en distintas investigaciones como (BLANCO-ÁLVAREZ, 2011; D’AMBROSIO, 1997; MONTEIRO; MENDES, 2011; JARAMILLO, 2011; KNIJNIK; MEREGALLI, 2012; OLIVERAS, 1996, 2006; VILELA, 2007, entre otros).

Algunas de las características que diferencian las matemáticas escolares de las matemáticas extraescolares son presentadas por Vilela (2007) en la Tabla 1.

Estas características ilustran las diferencias entre una y otra en términos de los objetivos que persiguen, tipos de respuestas, significados institucionales y personales, procesos algorítmicos, ente otros, donde históricamente las características de la matemática escolar han sido privilegiadas, en particular la escritura (KNIJNIK, 2007).

Características de la matemática escolar	Características de las matemática extraescolares
Situaciones generales	Situaciones particulares
Énfasis en algoritmos, fórmulas, secuencias	Esfuerzo de resolver problemas
Disociación de los cálculos de las actividades reales, llegando a respuestas sin sentido	Aproximaciones y redondeamientos “sensatos”
Deductiva	Inductiva
Solución correcta y superior	Solución adecuada
Escrito	Oral
Generalización	No generalización
Formal	Informal
Resultado y número	Resultado y decisión
Número puro	Número de cosas reales

²⁵ Investigación doctoral titulada “La formación de maestros, que enseñan matemáticas, desde la Etnomatemática: elementos para la reflexión” dirigida por la Dra. María Luisa Oliveras dentro del Grupo de Investigación Etnomatemáticas, Formación de profesores y Didáctica de la Universidad de Granada, España.

Características de la matemática escolar	Características de las matemática extraescolares
Resultados únicos	Resultados aproximados
Cálculos escritos	Cálculos mentales: procesos de agrupamiento y redondeo
Sin significado para el alumno	Con significados para quien las hace

Tabla 3. Características de la matemática escolar VS la matemática extraescolar

Por otra parte, existe en la literatura internacional un amplio número de investigadores en Educación Matemática y en Etnomatemática que están de acuerdo en integrar las matemáticas extraescolares en el currículo escolar (CARRAHER et al., 2002; SCHLIEMANN, 2002; SANTILLÁN; ZACHMAN, 2009, entre otros). Sin embargo, no siempre dicha integración obedece a los mismos intereses. Vilela (2007) presenta al menos tres enfoques diferentes mediante los cuales es posible hacer dicha integración: i. Cognitivo; ii. Amplificador; y iii. Político.

El *interés cognitivo* se refiere a la importancia y la necesidad de integrar las matemáticas extraescolares en el aula de clase, favoreciendo la búsqueda de mayor significado del contenido matemático escolar. Puesto que en la escuela el significado:

(...) se pierde porque la resolución de problemas tiene objetivos que difieren de aquellos que nos mueven para resolver problemas fuera del aula, además porque en la clase no estamos preocupados por situaciones particulares sino por reglas generales que tienden a vaciar el significado de las situaciones o porque la profesora no le interesa el esfuerzo de un alumno por resolver el problema sino la aplicación de una fórmula, de un algoritmo, de una operación predeterminados por el capítulo en que se inserta el problema o por el año escolar en que está el niño (CARRAHER et al., 2002, p. 22).

Asimismo, Schliemann (2002) argumenta que “los mejores resultados se obtienen cuando la experiencia diaria se combina con la experiencia escolar” (p. 104)

El *interés amplificador* tiene que ver con acrecentar el conocimiento matemático escolar gestionado mediante el currículo, al incorporar al aula los conocimientos de las matemáticas extraescolares y los saberes previos de los estudiantes, y reflexionar con ellos sobre éstos. Knijnik (1996 citada en VILELA, 2006) propone llevar la matemática extraescolar al aula a través de comparaciones de procedimientos matemáticos típicos de la escuela con los de la calle y promover una discusión respecto de los límites y alcances de cada método matemático. El *interés político* intenta reivindicar la legitimidad de las matemáticas extraescolares, buscando la equidad social y el reconocimiento de éstas en la escuela. Al respecto Oliveras (1996) argumenta que:

(...) un diálogo en el que el profesor hable desde sus supuestos etnomatemáticos, generalmente desarrollados en la Universidad, y los alumnos hablen con los suyos, produce conocimiento matemático y puede llevar a los alumnos a afianzar sus raíces socio-culturales, porque sus conocimientos “etno” son legitimizados, reconocidos y valorados, en el proceso educacional. (p. 75)

En este mismo sentido, Jaramillo (2011, p. 17) señala que “cuando los saberes escolares desconocen o deslegitiman otra forma de conocimientos y de saberes, se genera un modo de exclusión social, pues esto conlleva a la deslegitimación de las prácticas sociales que dan sustento a dichos saberes”.

Por lo tanto, la necesidad de integrar las matemáticas extraescolares al trabajo en la escuela queda argumentada y también son reconocidas las tensiones que provoca esta integración.

3 Marco teórico

Esta investigación se enmarca en el Programa de Etnomatemática planteado por D' Ambrosio (2012) y utiliza el modelo teórico MEDIPSA desarrollado por Oliveras (1996), como caja de herramientas para realizar el análisis e interpretación de los datos. Dicho modelo está conformado por distintas teorías, que son compatibles entre sí, de disciplinas que establece como constituyentes de las siete componentes del fenómeno didáctico-matemático: Matemáticas, Epistemología, Didáctica, Investigación Interpretativa, Psicología, Sociología y Antropología. Es un modelo que fue elaborado para fundamentar la investigación sobre formación de profesores en Etnomatemática. En particular, mostraremos el uso que se ha hecho de la componente Matemáticas, Epistemología y Psicología en la primera parte de la investigación.

3.1 Base epistemológica de la Etnomatemática

La filosofía de las matemáticas que Wittgenstein (1999) desarrolla en su libro Investigaciones Filosóficas, resulta muy útil para la base epistemológica de la Etnomatemática, en tanto que nos permite reconocer distintas racionalidades, visiones del mundo y formas de legitimación del conocimiento. “Wittgenstein (...) establece otra teoría del significado basada en el uso público del lenguaje y en la noción de ‘juego lingüístico’, lo que indica su cambio hacia una concepción del mundo y del proceso cognoscitivo interactiva o epistemológicamente transaccional” (OLIVERAS, 1996, p. 68), y donde “cada lenguaje es un modo de conocer que ha desarrollado un grupo de seres humanos” (Ibid., p. 74). En este mismo sentido, Knijnik (2007, p. 75) señala que “Wittgenstein ayuda a fundamentar filosóficamente el campo de la Etnomatemática, especialmente en lo que dice respecto a la no existencia de una sola matemática, esa que llamamos “la” Matemática, asociada a la racionalidad moderna”.

Estamos de acuerdo con Knijnik (2012), en que los conceptos de Wittgenstein que apoyan la investigación Etnomatemática son: *juegos de lenguaje, formas de vida y semejanzas de familia*.

Los *juegos de lenguaje* hacen referencia a los distintos usos que se le dé a una palabra, de los cuales van a depender los diferentes significados que ésta pueda tener en diversos contextos. “El significado de una palabra es su uso en el Lenguaje” (WITTGENSTEIN, 1999, # 43, p. 17). De este modo, es posible abandonar cualquier esencialismo del lenguaje, dado que las palabras no tendrían significados universales pues dependen del juego de lenguaje del que participen. A este respecto Wittgenstein (1999) se pregunta: “¿Pero cuál es el significado de la palabra “cinco”?- No se habla aquí en absoluto de tal cosa; sólo de cómo se usa la palabra ‘cinco’” (# 1, p. 7).

Así pues, concordamos con Knijnik (2006) y Vilela (2007), en considerar “la matemática académica como un conjunto de juegos de lenguaje que no puede pretender ser único y universal. De este modo, es posible hablar de diferentes redes de juegos de lenguaje, por extensión, de diferentes matemáticas” (KNIJNIK, 2010, p. 869) (Traducción nuestra)

Las matemáticas son para Wittgenstein:

Una convención (...) si no hubiera ese acuerdo completo, la gente tampoco aprendería la técnica que aprendemos. Sería distinta de la nuestra en mayor o menor medida, incluso hasta llegar a ser irreconocible. (...) Naturalmente, la matemática es, en cierto sentido, una doctrina (1999, p. 123-124).

En este mismo sentido Lizcano (2006) señala que:

(...) nuestras matemáticas, las que solemos llamar simplemente ‘matemáticas’, también nacieron allí, en cierto lugar. Un lugar en el que habitaban, y siguen habitando, ciertas gentes con una manera muy especial de vivir y de pensar, con una manera muy especial de medir, razonar y calcular (p. 196-197) y (...) Nuestra aritmética, decía Wittgenstein, se sostiene como se sostiene cualquier otra institución social: porque mucha gente cree en ella. (p. 202)

Ahora, para conocer el significado de una palabra es necesario conocer su uso en determinado contexto, es decir su juego, pero para conocer el juego del que participa es necesario también conocer las reglas de dicho juego, su gramática, que nos permite reconocer si una palabra o una oración tienen sentido en dicho juego, su lógica. Pero este contexto está cargado de cultura, de visiones del mundo, de prácticas, de actos no lingüísticos, de valores, entre otros. Este contexto es llamado por Wittgenstein *Formas de vida*:

“La expresión «juego de lenguaje» debe poner de relieve aquí que hablar el lenguaje forma parte de una actividad o de una forma de vida” (Wittgenstein, 1999, # 23, p. 12) e imaginar un lenguaje significa imaginar una forma de vida. (Wittgenstein, 1999, # 19, p. 10)

Es entonces en las formas de vida donde habitan los juegos de lenguaje y donde adquieren significados. En palabras de Glock (1998 citado por VILELA, 2007, p. 147):

Los juegos de lenguaje están interrelacionados con el contexto. Un lenguaje se establece colectivamente, pues el significado no es privado, sino social, fruto de convenciones resultantes de antiguos acuerdos comunitarios. Los significados y la comprensión, también ligados al lenguaje, están asociados al sonido, al contexto del que participan, a los modos de comunicación; comprender es una capacidad manifiesta en el uso. (Traducción nuestra)

El significado entonces de una palabra depende del juego del que participe en el interior de una forma de vida. También, una palabra podría tomar distintos significados en una misma *forma de vida*. Por ejemplo, en una clase de matemáticas escolares la letra x podría participar en distintos juegos de lenguaje, cada uno con reglas diferentes en donde el significado varía. Así pues, la x podría ser el nombre de un vértice de un triángulo, la x podría ser una incógnita y la x podría ser una variable. Si un estudiante desconoce las reglas de juego en el cual está siendo enunciada la x con toda certeza éste caerá en error. Así mismo podría ocurrir con palabras que utilizamos fuera del aula de matemáticas como: función, límite, real, campo, vecindad, imaginario, complejo, integral, entero, etc. que tienen significados muy diferentes en formas de vida extraescolares.

A este respecto, Vilela (2007) llama la atención sobre la diferencia de las reglas de las matemáticas escolares y las reglas de las matemáticas extraescolares, por ejemplo:

Las reglas de la matemática escolar generalmente son pautadas en una lógica de reglas fijas de la lógica clásica cuya presencia en la matemática de la calle es bastante diferente o alterada, estos es, orientada por otros valores. (p. 12) (Traducción nuestra)

Así pues, Vilela (2010) argumenta que:

Las prácticas matemáticas usadas en la calle, en las escuelas, en la academia, o por grupos profesionales, etc., son un conjunto variado de juegos de lenguaje o diferentes usos de conceptos matemáticos en prácticas diferentes y por lo tanto no constituyen un único edificio de conocimiento llamado matemáticas, sino esquemas teóricos específicos que forman condiciones para el sentido, significado e inteligibilidad en diferentes situaciones, tiempos y lugares en la vida. (p. 350) (Traducción nuestra)

Pero si las matemáticas no constituyen un único edificio de conceptos universales, sino por el contrario, son diversos edificios interconectados que tienen lugar en distintas formas de vida ¿cómo podemos reconocer qué es matemático en cada forma de vida? Es decir, ¿cómo podemos señalar que las comunidades afrodescendientes tienen sus propios patrones arbitrarios de medición de longitudes o las comunidades indígenas tienen sus propias formas de localización, entre muchas otras cosas? Wittgenstein nos dota de una herramienta filosófica para esto, las *semejanzas de familia*, pues al no existir ya conceptos esencialistas no es posible hablar de un núcleo común entre los conceptos, a lo sumo podremos hablar de semejanzas, de parecidos. Wittgenstein lo expresa muy bien con el aforisma # 66 donde intenta explicar que la palabra *juego* no admite una definición cerrada,

66. Considera, por ejemplo, los procesos que llamamos «juegos». Me refiero a juegos de tablero, juegos de cartas, juegos de pelota, juegos de lucha, etc. ¿Qué hay común a todos ellos? — No digas: 'Tiene que haber algo común a ellos o no los llamaríamos 'juegos'' — sino mira si hay algo común a todos ellos. — Pues si los miras no verás por cierto algo que sea común a todos, sino que verás semejanzas, parentescos y por cierto toda una serie de ellos. Como se ha dicho: ¡no pienses, sino mira! Mira, por ejemplo, los juegos de tablero con sus variados parentescos. Pasa ahora a los juegos de cartas: aquí encuentras muchas correspondencias con la primera clase, pero desaparecen muchos rasgos comunes y se presentan otros. Si ahora pasamos a los juegos de pelota, continúan manteniéndose varias cosas comunes pero muchas se pierden.— ¿Son todos ellos 'entrenados'? Compara el ajedrez con el tres en raya. ¿O hay siempre un ganar y perder, o una competición entre los jugadores? Piensa en los solitarios. En los juegos de pelota hay ganar y perder; pero cuando un niño lanza la pelota a la pared y la recoge de nuevo, ese rasgo ha desaparecido. Mira qué papel juegan la habilidad y la suerte. Y cuán distinta es la habilidad en el ajedrez y la habilidad en el tenis. Piensa ahora en los juegos de corro: Aquí hay el elemento del entretenimiento, ¡pero cuántos de los otros rasgos característicos han desaparecido! Y podemos recorrer así los muchos otros grupos de juegos. Podemos ver cómo los parecidos surgen y desaparecen.

Y el resultado de este examen reza así: Vemos una complicada red de parecidos que se superponen y entrecruzan. Parecidos a gran escala y de detalle. (1999, p. 22-23)

Así entonces, concordamos con Knijnik (2012, p. 92) en que mediante la noción de *semejanzas de familia* es posible argumentar que algunos juegos de lenguaje de formas de vida extraescolares son matemáticas porque identificamos semejanzas entre ellos y algunos juegos de lenguaje de las formas de vida académicas. Este puede ser entonces un criterio a ser usado para decidir si un juego de lenguaje es matemático o no. Con este criterio también podemos dar respuesta a la crítica que formuló Milroy en (FERREIRA, 1997, p. 24): “¿cómo puede alguien que fue escolarizado dentro de la matemática occidental convencional ‘ver’ cualquier otra forma de matemática que no se parezca a la matemática convencional, que le es familiar?”, pues no hay una realidad independiente del punto de vista del observador. Este es un problema al cual el investigador en etnomatemática está forzosamente condenado, puesto que no existe una realidad pura, independiente del punto de vista de nadie, toda observación depende de las condiciones del observador, es inevitable. Y en nuestro caso aquellas condiciones iniciales se refieren a estar formados en la matemática difundida por occidente.

Epistemológicamente las nociones de *juegos de lenguaje*, *formas de vida*, y *semejanzas de familia* nos permiten reconocer distintas prácticas culturales como matemáticas, cada una de ellas inmersas en la cultura de cada grupo social, con unas reglas propias de organización y legitimación del conocimiento matemático, donde la mayor semejanza que tienen con la matemática académica es su interés por los problemas de la comunidad y la imperativa necesidad de resolverlos eficientemente.

En este sentido, es posible hablar de las matemáticas de los palenqueros, los indígenas, los carpinteros, los matemáticos, los campesinos u otros grupos culturales, cuyas matemáticas tendrán semejanzas entre ellas, más en el qué se centran que en el cómo se realizan sus prácticas.

3.2 Noción de concepción

Respecto a la componente psicológica del MEDIPSA consideramos las concepciones de los maestros como:

“ (...) una estructura más general, incluyendo creencias, significados, conceptos, proposiciones, reglas, imágenes mentales, preferencias y similares. Aunque puede que la distinción no tenga una gran importancia, en ocasiones será más natural referirse a las concepciones de los profesores sobre las matemáticas como disciplina, que hablar simplemente de las creencias de los profesores sobre las matemáticas” (THOMPSON, 1992, p. 130) (...) “Una concepción del profesor sobre la naturaleza de las matemáticas puede verse como creencia, concepto, significado, regla, imagen mental y preferencia, consciente o inconsciente del profesor en relación con las matemáticas. Éstas creencias, conceptos, puntos de vista y preferencias, constituyen los rudimentos de una filosofía de las matemáticas” (Ídem, 1992, p.132) (traducción nuestra)

Una epistemología personal de las matemáticas de cada maestro se materializa en unas prácticas educativas que se expresan en un lenguaje personal de los maestros.

4 Diseño de la investigación y del caso

4.1 Metodología de la investigación

Para estudiar la veracidad de las *Conjeturas 1* y *2* se realizó una investigación cualitativa de carácter interpretativo, siguiendo una aproximación etnográfica. El método de investigación es un estudio de casos. El caso es un Curso de Formación desde la Etnomatemática para maestros en ejercicio realizado en el municipio de Tumaco, Colombia entre julio y octubre de 2012. Este se describe en detalle más adelante.

4.1.1 Etapas de la investigación

La figura 1 presenta las diferentes etapas de la investigación, iniciando con la definición del objetivo general, las conjeturas de la investigación y la metodología, continuando con el diseño del curso, luego su implementación y producción de registros, su análisis y finalmente la verificación de las conjeturas inicialmente planteadas.

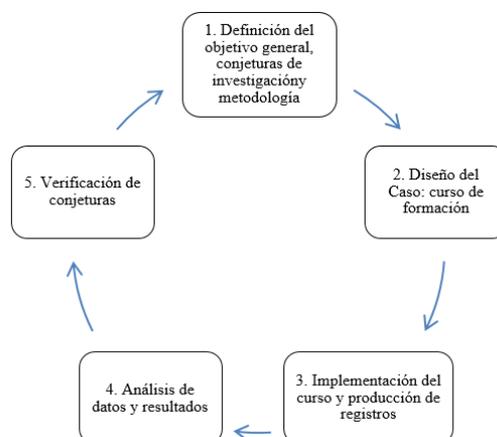


Figura 1. Etapas de la investigación

4.1.2 Rol de los investigadores

En la investigación, el segundo autor de este artículo, jugó un doble rol. Por un lado, el papel de investigador junto al primer autor, quienes diseñaron la investigación, el curso como parte del proceso investigativo y el análisis posterior. Por el otro, el segundo autor, asumió el rol de profesor y observador participante, al realizar el desarrollo del curso, teniendo acciones como profesor que a su vez analiza, en el rol de investigador. Por tanto, la visión del segundo autor es doble y compleja.

4.1.3 Producción de registros

En el desarrollo del Curso de formación, analizado en esta parte de la investigación se hizo uso de la entrevista grupal, puesto que se consideró importante y necesario que los maestros participantes escucharan las opiniones de los demás y así generar discusión para que de manera natural fueran emergiendo las posiciones epistémicas de los maestros (COHEN; MANION, 1990). La discusión en la entrevista fue motivada a partir de un instrumento constituido por una lista de 17 frases, tomadas de Blanco-Álvarez (2012), que se presenta en la figura 2. La entrevista grupal fue registrada en grabaciones de audio.

- i. Las mujeres africanas que tejen figuras como cuadrados, círculos, triángulos, etc. en los cestos o en la ropa tienen nociones de geometría.
- ii. Son adecuados los patrones de medida como el pie y el palmo que muchos albañiles y carpinteros utilizan en su trabajo.
- iii. No es necesario que una persona sepa leer ni escribir, para que pueda realizar cálculos mentales como sumas y restas.
- iv. Los incas en Sudamérica, los mayas en Centroamérica, los yoruba en África y los árabes en Irak crearon cada uno sus propios sistemas de numeración. De esta misma manera cualquier grupo cultural en el mundo puede desarrollar su propio sistema de numeración.
- v. Las matemáticas, el lenguaje, la música, etc., forman parte de la cultura.
- vi. Las matemáticas son creadas por el hombre y responde a las necesidades particulares de una sociedad a lo largo de su historia.
- vii. Las tribus africanas carecen de nociones matemáticas.
- viii. Fuera de la escuela no se aprenden matemáticas.
- ix. Hay comunidades indígenas en la Amazonía brasilera que tienen palabras en su lengua local para contar solo hasta tres, después dicen muchos. Esto se debe a falta de educación escolar.
- x. Existen comunidades que relacionan el número cinco con la mano, entonces para decir diez, dicen dos manos. Esta es una forma muy precaria de simbolizar los números.
- xi. Para formar estudiantes críticos es importante que los alumnos dominen la estadística.
- xii. Si mis compañeros de clase de matemáticas me dicen que soy bueno en esta materia, esto influye en mi rendimiento académico.
- xiii. No importa ser niña o niño para ser bueno en matemáticas.
- xiv. Las creencias y sentimientos hacia las matemáticas afectan su aprendizaje.
- xv. El aprendizaje de las matemáticas se debe sólo a una buena metodología utilizada por el profesor.
- xvi. Las matemáticas y las ciencias sociales no se relacionan.
- xvii. Las matemáticas son una herramienta útil para entender los problemas sociales actuales.

Figura 2. Instrumento utilizado en la entrevista grupal, constituido por 17 frases

Otro registro producido fue a partir del diario de campo que permitió detallar el contexto, la titulación de los maestros, registrar la organización y el desarrollo del curso.

4.2 Descripción del caso: Curso de formación

4.2.1 Contexto

El caso: “Curso de Formación de Maestros desde la Etnomatemática -CFME” se llevó a cabo en el municipio de Tumaco, ubicado en el Departamento de Nariño en la zona sur occidental de Colombia. El municipio tiene una población de 145.344 personas, de las cuales el 95% son afrodescendientes, 3% indígenas y 2% mestizos. Debido a su alto porcentaje de población afrocolombiana, Tumaco fue declarado un municipio etnoeducador, lo que significa que pueden integrar las prácticas culturales de la comunidad en los currículos. Esto está reglamentado en Colombia por medio de la Ley General de Educación, 115 de 1994, en su capítulo 3: Educación para grupos étnicos.

4.2.2 Historia y justificación del Curso

El CFME fue motivado, por un lado, por el interés de los maestros de incorporar la etnomatemática al aula de clase. Los maestros reconocen la importancia de recuperar los saberes matemáticos autóctonos que en muchos casos se han perdido o se encuentran inmersos en la práctica cotidiana (en los ritos, en la agricultura, en las mochilas, etc.), y ven en la etnomatemática un camino para dar mayor significado al aprendizaje de las matemáticas. Por el otro, el CFME fue motivado por las carencias detectadas en educación en la comunidad de Tumaco y que se presentan en el documento marco para la construcción del plan decenal de educación “Planes de vida para comunidades ancestrales: hacia un plan decenal de educación para el municipio de Tumaco 2011-2021” de Jaramillo et al. (2011).

4.2.3 Estructura del Curso

El Curso se organizó en tres fases: *Planeación*, *Implementación* y *Resultados*. La *Planeación* contenía la etapa Diseño cooperativo del curso (5 horas). En esta etapa se realizaron dos reuniones con los maestros para definir las características del curso: objetivos, contenidos, la población beneficiaria, tiempos, etc.; la *Implementación* tenía tres etapas: la primera etapa: Teórica-Conceptual (32 horas) se dividió en tres momentos: a. Concepciones de los maestros sobre las matemáticas, b. Relación de la cultura y el currículo y c. Investigación de matemáticas extraescolares en prácticas culturales de la comunidad. La segunda etapa: Diseño de actividades (32 horas), la Tercera etapa: aplicación (40 horas); Los *Resultados* contenía la etapa de Evaluación del curso por parte de los maestros participantes (2 horas).

En la tabla 2 se exponen las fases, etapas, momentos y la forma de trabajo utilizada con los maestros.

Fase	Etapas	Momentos	Forma de trabajo
<i>Planeación</i>	Diseño cooperativo del curso	Reunión para elaborar un pre-diseño del curso y definir: objetivos, contenidos, fases, maestros a quien iba orientado el curso, duración, horarios, lugar	Discusión grupal
		Reunión para socializar el diseño del curso	Discusión grupal
<i>Implementación</i>	Teórica-Conceptual	Concepciones de los maestros sobre las matemáticas	Discusión grupal

Fase	Etapas	Momentos	Forma de trabajo
		Relación de la cultura y el currículo	Lectura de documentos, trabajo en grupos y discusión grupal
		Investigación de matemáticas extraescolares en prácticas culturales de la comunidad	Trabajo de investigación por grupos y exposición de los resultados
	Diseño de actividades	Diseño de las actividades	Metodología Estudio de clase ²⁶
	Aplicación	Puesta en juego de las actividades diseñadas y Autoevaluación y coevaluación del trabajo en clase	
<i>Resultados</i>	Evaluación	Evaluación del curso por parte de los maestros participantes	Reflexión individual por escrito

Tabla 2. Fases, etapas, momentos y forma de trabajo del Curso de Formación desde la Etnomatemática

En este artículo sólo nos referiremos al momento *Concepciones de los maestros sobre las matemáticas*, que se relaciona con las conjeturas 1 y 2 ya planteadas.

4.2.4 Participantes en el Curso

El grupo que participó en el CFME fue de 28 maestros: 23 de ellos laboran en la educación básica primaria, y 5 en la educación básica secundaria del municipio de Tumaco. Todos tienen a cargo el área de matemáticas y varios de ellos trabajan en zonas rurales del municipio. Su formación profesional es muy diversa, lo cual enriqueció las discusiones y las perspectivas frente a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Tales profesiones son: Licenciatura en ciencias sociales, Licenciatura en básica primaria con énfasis en informática, en lengua castellana, en ciencias naturales y medio ambiente, Normalistas, Licenciatura en comercio y contaduría, Licenciatura en matemáticas y Licenciatura en psicología de familia. Finalmente, es importante señalar que los maestros se inscribieron al curso de formación de manera voluntaria.

4.2.5 Descripción del momento del Curso: “Concepciones de los maestros sobre las matemáticas”

Al iniciar la fase de implementación, primera clase del curso, se presentaron los objetivos generales, que en la fase de planeación se habían concertado con los maestros, se precisaron los horarios de trabajo en común acuerdo y se dio inicio al momento *Concepciones de los maestros sobre las matemáticas*. En una mesa redonda, el profesor-investigador presentó a los maestros un instrumento constituido por una lista de 17 frases, con la intención de que los maestros fueran expresando con su propio lenguaje sus concepciones de las matemáticas y su aprendizaje al dar sus opiniones, en favor o en contra, de lo afirmado en cada

²⁶ Esta metodología busca por parte de los maestros una cualificación permanente, un trabajo reflexivo y crítico sobre su práctica y consta de cuatro etapas: 1. La planeación en grupo de las actividades, 2. La implementación de la actividad y observación de clase, 3. La auto-evaluación y la co-evaluación, y 4. El rediseño de las actividades (Hart et al., 2011)

frase y discutieran sobre éstas de manera organizada. No se entregó ninguna lectura previa. El instrumento fue proyectado frase por frase.

5 Análisis de datos y resultados

5.1 Primer nivel de análisis y resultados

El material empírico analizado fueron las grabaciones de audio de la sesión de entrevista grupal. Esta entrevista fue transcrita para realizar un análisis de su contenido. Análisis que implicó un proceso de codificación abierta y de comparación constante (STRAUSS; CORBIN, 2002) de las unidades de información correspondientes a las argumentaciones de los maestros. El proceso de codificación y análisis se apoyó en el uso del software Atlas.ti, versión 6.2. Las categorías que emergieron del análisis de dichas unidades de información, su descripción y la componente (relativa a las conjeturas 1 y 2) a la que pertenecen se presentan en la tabla 3.

Categorías emergentes	Descripción	Componente
<i>Matemática escolar</i>	Se refiere a los contenidos matemáticos enseñados en el aula de clase, que son caracterizados por un nominalismo formal de los conceptos matemáticos	Concepciones de los maestros sobre las matemáticas
<i>Matemática extraescolar</i>	Se refiere al reconocimiento de prácticas matemáticas fuera del aula de clase, haciendo uso de un nominalismo popular para referirse a conceptos o prácticas matemáticas que se realizan en gremios como pescadores, tejedoras, comerciantes, artesanos, agricultores, etc.	
<i>Aprendizaje situado</i>	Se refiere al aprendizaje que se realiza apoyándose en actividades contextualizadas que incorporan prácticas cotidianas y que permiten que los estudiantes adquieran mayor significado de los conceptos.	Matemáticas extraescolares y su relación con el currículo
<i>Integración curricular</i>	Hace referencia a la posibilidad de integrar elementos de la cultura y la comunidad en el currículo escolar.	
<i>Evaluación</i>	Se refiere a la aplicación de evaluaciones estandarizadas nacionales.	
<i>Interés en cambios curriculares</i>	Hace referencia al interés positivo o negativo de cada uno de los agentes educativos, como maestros, directivos docentes y administradores educativos	
<i>Relaciones intergeneracionales</i>	Informa sobre las relaciones entre jóvenes y adultos mayores realizando una tarea matemática	

Tabla 3. Análisis de las unidades de información: Componentes, categorías emergentes y su descripción

Estas categorías emergentes representan ya un primer resultado del análisis de los datos.

5.2 Segundo nivel de análisis y resultados

A continuación, los datos fueron analizados a la luz de los constructos de la filosofía de Wittgenstein, para aclarar la relación causa efecto entre nuestras dos conjeturas. Con este segundo nivel de análisis tratamos de obtener una interpretación alusiva a las relaciones entre las categorías emergentes, del primer nivel de interpretación, referidas a la conjetura 1 y la conjetura 2.

5.2.1 Resultados sobre las concepciones de los maestros con relación a las matemáticas

Mediante el análisis de la información logramos identificar al menos dos categorías, que corresponden a las dos concepciones de los maestros acerca de las matemáticas. La primera tiene que ver con la caracterización de las *matemáticas escolares* mediante el formalismo y los sistemas de representación estandarizados. La segunda tiene que ver con el reconocimiento de *matemáticas extraescolares*, caracterizadas por sistemas de representación locales y reglas arbitrarias de acuerdo con el contexto.

Estas dos categorías emergentes se analizaron con las herramientas filosóficas que nos brinda Wittgenstein: *Juegos de lenguaje, formas de vida y semejanzas de familia*.

Un resultado interesante de dicho análisis fueron las reflexiones presentadas por el maestro A (cuadro 1) sobre la frase: “Las mujeres africanas que tejen figuras como cuadrados, círculos, triángulos, etc. en los cestos o en la ropa tienen nociones de geometría”.

Maestro A:	Yo pienso que ellas no tienen nociones de geometría porque ellas la palabra ni la conocen, geometría, de pronto la figura de una forma empírica la pueden elaborar pero no saben ni siquiera las medidas, o sea, no saben cómo se elabora de una forma científica sino, de pronto de una forma empírica la han aprendido a hacer.
Profesor:	¿A qué te refieres con una forma científica?
Maestro A:	Ellas saben hacerla, pero si tú le dices hágame una circunferencia de tanto de diámetro y de radio, ellas no lo van a saber hacer.

Cuadro 1. Reflexiones del maestro A.

En palabras de Wittgenstein (1996) puede interpretarse en el discurso del maestro A el reconocimiento de dos juegos de lenguaje diferentes. Por un lado, los juegos de lenguaje relacionados con la forma de vida de las tejedoras, que carece de patrones de medida y desconocen el vocabulario matemático especializado para referirse a las figuras que diseñan en sus tejidos (*matemáticas extraescolares*). Por el otro, están los juegos de lenguaje que habitan en las formas de vida escolares, donde existe la necesidad imperativa de conocer un vocabulario especializado, los patrones de medida estandarizados y las propiedades de las figuras reconocidas como geométricas. (*matemáticas escolares*). Dicho maestro encuentra semejanzas de familia entre estos dos juegos de lenguaje pues reconoce que las tejedoras elaboran figuras que son parecidas a las figuras geométricas, pero critica el proceso de elaboración, las reglas de la forma de vida de las tejedoras, que no son las adecuadas desde el punto de vista de las formas de vida escolares. Esto lo interpretamos como una sobrevaloración de los juegos de lenguaje que habitan en formas de vida escolares sobre los demás y una descalificación de las reglas de la forma de vida de las tejedoras.

En este mismo sentido interpretamos las reflexiones de la maestra B (cuadro 2) que expresó:

Maestra B:	Yo comparto lo que está diciendo el profesor, de pronto eso si es una figura, pero ni siquiera saben lo que están haciendo, solamente es una figura ancestral y lo llevan a la práctica, ni siquiera saben ellas qué es lo que están realizando. Ya cuando llegan a lo que es matemático ya ellas no saben lo que han hecho.
Profesor:	¿Será que en su cultura no tienen una palabra para designar esa figura?
Maestra B:	Sí, de lo que es la práctica de ellas, prácticamente lo ancestral, lo que ellas aprendieron en su entorno. Por ejemplo, mujeres que tejen el canasto ellas van haciendo los ojos de los canastos, con una medida exacta, la altura y el ancho pero ellos no saben qué están aplicando allí matemáticamente, solamente la práctica eso las lleva a hacer, inventar, a ser unas verdaderas personas sabias.
Profesor:	¿Qué cosas la llevan a ser unas personas sabias?

Maestra B:	Porque en la práctica ellas saben cuántos ojos del canasto utilizan a lo alto para meterle cangrejos y cuántos ojos utilizan para lo ancho, cuántos cangrejos caben en ese canasto, eso les da la oportunidad de ser una persona sabia.
------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Cuadro 2. Reflexiones de la maestra B.

En el discurso de la maestra B es aún más claro el reconocimiento de juegos de lenguaje matemáticos en las prácticas de las tejedoras y que poseer ese conocimiento les hace ser personas sabias. Pero al igual que el Maestro A, estos conocimientos son relegados cuando son evaluados a luz de los juegos de lenguaje propios de las formas de vida escolares.

Veamos ahora las reflexiones del Maestro C (cuadro 3) que tiene una postura contraria a la del Maestro A y la Maestra B.

Maestro C:	Yo considero que ellas si sabían la geometría, yo creo que en cada etapa de la vida sabemos utilizar esos términos, porque la geometría es un término científico, pero en diferentes culturas manejan otros términos de palabras y siempre lo que se ha cambiado en las diferentes etapas de la vida son los términos. Nosotros sabemos que nos metieron en los términos estándares, lo que ha cambiado son los términos, pero sí se ha sabido qué manejo le han dado a ese concepto.
------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Cuadro 3. Reflexiones del maestro C.

Este maestro, también reconoce las semejanzas de familia existentes entre los juegos de lenguaje de la matemática escolar, a los que él se refiere como “científico” o “los términos estándares” y los juegos de lenguaje de las formas de vida de las mujeres tejedoras de África, pero a diferencia de los otros, reconoce que las mujeres tejedoras sí saben geometría pero utilizan términos distintos para nombrar los objetos. Es decir, está colocando al mismo nivel epistemológico los juegos de lenguaje extraescolares y los juegos de lenguaje escolares, a diferencia de los maestros A y B que, aunque reconocen semejanzas de familia entre estos dos juegos de lenguaje, terminan jerarquizando uno sobre el otro.

Estas dos posturas ilustran las dos categorías que constituyen las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas de unos y otros. No hay un consenso entre ellas. Dichas concepciones comparten las características señaladas por Vilela (2007) y que fueron presentadas en la tabla 1.

5.2.2 Resultados sobre las Matemáticas extraescolares y su relación con el currículo

Al realizar el ejercicio de categorización de los datos, logramos detectar al menos cinco categorías emergentes que corresponden a esta componente y que fueron descritas en la tabla 3. Estas son: *Aprendizaje situado*, *Integración curricular*, *Evaluación*, *Interés en cambios curriculares* y *Relaciones intergeneracionales*.

En relación con la categoría *Aprendizaje situado*, un resultado importante fueron las reflexiones presentadas por el maestro E (cuadro 4) y las maestras D y B (cuadro 5) sobre la frase: “Fuera de la escuela no se aprenden matemáticas”.

Maestro E:	Un señor que yo conocí, sabía que el barco que llegaba, según el tamaño del barco, cuántos centímetros cúbicos de madera iban ahí, y esos tales centímetros cúbicos que habían en el barco, él ya sabía cuántos millones le daban, cuántas toneladas de madera, y él no sabía leer. Yo mismo me quedaba sorprendido como lo hacía. Entonces, la gente me decía, no ese señor es un duro en eso, a través de la práctica hace tiempo maneja eso.
------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Cuadro 4. Reflexiones del maestro E.

Este maestro E señala un ejemplo de los juegos de lenguaje emergentes en formas de vida individuales, en este caso en el cálculo del volumen ocupado por la madera y el peso total de

ésta. Además de señalar la presencia de un proceso de aprendizaje personal de las matemáticas en contextos no escolares.

Veamos ahora la reflexión sobre esta misma frase de dos maestras:

Maestra D:	Pero mire que muchas veces nosotros los profesores o padres de familia, cuando uno saca el niño al tablero, y dice: no, es que ese niño no sabe sumar ni sabe restar; mire, perdió porque ese niño no sabe sumar ni restar, pero tenemos en cuenta solo el concepto de acá (escuela), pero cuando uno lo manda a la tienda con un billete de \$5000 (pesos colombianos), el niño no se deja robar, el niño sabe sumar, sabe restar y tomamos en cuenta lo de acá y no lo de afuera donde el niño se desenvuelve. A la hora del recreo, cuando va a comprar a la tienda, dice aquí me falta.
Maestra B:	Los niños que van a “conchar ²⁷ ” al mar, los niños son expertos contando cuántas conchas hay y cuentan por pares o de cinco en cinco y eso es una facilidad con la que cuentan y yo como profesora ya me es difícil hacerlo.

Cuadro 5. Reflexiones de las maestras D y B.

Estas maestras, reconocen la existencia de juegos de lenguaje en formas de vida distintas a la forma de vida escolar y reflexionan sobre la poca o ninguna atención que a estos juegos del lenguaje se le presta en la escuela y sobre la habilidad de los niños de cálculo mental por fuera del aula. En otras palabras, las Maestras D y B, encuentran en las formas de vida extraescolares de los niños juegos de lenguaje individuales, significados construidos por ellos, que ellas reconocen como válidos, pero que poco o nada son tenidos en cuenta en el aula de clase, al evaluar o reconocer lo que un niño sabe de matemáticas.

Encontramos aquí la imperativa necesidad de tener en cuenta el contexto y las matemáticas extraescolares en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En palabras de Sagástegui (2004):

el aprendizaje situado exige en la escuela una actividad creativa de interpretación del mundo; requiere que los estudiantes operen en situaciones "reales" y "auténticas" semejando las formas de aprendizaje que se producen en la vida cotidiana, en donde los sujetos se encuentran inmersos en el marco de sentido de una cultura. (p. 33)

Estas reflexiones señalan una limitación en la escuela actual puesto que en esta se presenta una ruptura con el entorno cotidiano del estudiante.

Los resultados clasificados bajo la categoría: *Integración curricular*, se encontró que estaban en consonancia con la tipología presentada por Vilela (2007): *Interés Cognitivo, Amplificador y Político*.

Integración curricular- interés Cognitivo: veamos la reflexión de la maestra I (cuadro 6) sobre cómo al integrar las matemáticas extraescolares al aula de clase, éstas ayudan a que el estudiante tenga un mayor significado del contenido matemático escolar.

Maestra I:	no es que se va a dejar de lado la matemática como tal , porque eso es lo que nos van a evaluar, pero se le facilita más para que el muchacho aprenda , yo tengo varias experiencias (...) (La negrilla es nuestra)
------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Cuadro 6. Reflexiones de la maestra I.

Esta maestra deja ver la relación de superioridad que tienen los juegos de lenguaje de formas de vida escolares sobre los juegos de lenguaje de formas de vida extraescolares, y deja claro

²⁷ Acción de recoger conchas en la playa

que éstas (las matemáticas extraescolares) son solo *un medio* para comprender mejor las matemáticas “como tal”, y que además serán esas las que el gobierno nacional evaluará. Aunque esta forma de integrar las matemáticas extraescolares al aula de clase pareciera una posibilidad es a nuestro juicio una limitación, en tanto que los juegos de lenguaje de formas de vida extraescolares son vistos como un medio, más parecido a un elemento motivador o una curiosidad, que como un objeto matemático de estudio.

Integración curricular- interés Amplificador: Veamos ahora una reflexión del maestro E (cuadro 7) sobre acrecentar el conocimiento matemático escolar al incorporar las matemáticas extraescolares al aula y reflexionar con ellos sobre éstas:

Maestro E:	(..) creo que la clave está en trabajar con los estudiantes que las medidas de nuestro terreno, de nuestros ancestros les sirvieron cuando no estaba la medida estándar, y que en un momento dado, también nosotros, más que todo en las zonas apartadas, podemos utilizarlas, que si no tenemos el metro no nos vamos a varar, no son tan precisas pero no nos vamos a varar por eso. Creo que ahí está la clave, lo que decía la compañera, vaya mida, ¿con qué?, no!, mida, con pasos, creo que ahí está la clave.
------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Cuadro 7. Reflexiones del maestro E.

Este maestro encuentra semejanzas de familia entre los juegos de lenguaje escolares y los extraescolares, permitiendo que uno se enriquezca del otro, viéndolo como un análogo, como un conocimiento que es posible utilizar para la resolución de un problema matemático de la vida cotidiana, en este caso un problema de medición. Vemos aquí una posibilidad de que las *matemáticas escolares* y las *matemáticas extraescolares* convivan simbióticamente en el currículo escolar, reconociendo las potencialidades y restricciones de uno y de otro. A este respecto D’Ambrosio menciona, en una entrevista realizada por Blanco-Álvarez (2008), que el profesor debe dar a los niños:

(...) la palabra y proponer un problema general, no enseñar cómo resolverlo, sino dejar que cada uno haga la solución que tiene a partir de su ambiente cultural, por ejemplo, un problema que sea relativo a espacio, distribución de espacio, contar el tiempo, cómo ustedes hacen eso, y ahí dejar que ellos hablen de su solución al problema que está impregnada de su herencia cultural, y después el maestro debe hacer una comparación entre las varias formas: afrodescendientes, indígenas, mestizos, ... de resolver el problema y el maestro debe entonces presentar su forma de hacerlo, que es la manera académica, entonces el maestro no dice: olvida la tuya, ésta es la correcta, no!. Debe decir: tú haces así, yo hago así y claro en algunas cosas será mejor hacerlo a la manera del profesor, hay otras veces que será mejor hacerlo a su manera. (p. 23)

Integración curricular- interés Político: Por último, presentamos una reflexión de la maestra F (cuadro 8) que llama la atención sobre el reconocimiento de las matemáticas extraescolares de la cultura tumaqueña:

Maestra F:	Lo importante es llevar mucho a los niños a la práctica, como dijo el profe, uno hace un ejemplo y se queda en el ejemplo, así como se hace práctica con el metro y uno los manda a medir, así mismo hay que practicar lo nuestro, ¿sí me entiende?, para darle la importancia de la parte etno. (La negrilla es nuestra)
------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Cuadro 8. Reflexiones de la maestra F.

En esta reflexión se puede notar el reconocimiento, en las distintas formas de vida que conforman la cultura tumaqueña, de juegos de lenguaje propios, autóctonos, y la maestra llama la atención de la importancia de reivindicarlos. La propuesta de esta maestra frente a las

matemáticas extraescolares ya no solo tiene un interés amplificador, sino que busca ir más allá, a una acción de inclusión social, no solo de las matemáticas escolares sino también, de los niños en su cultura. Esta es una postura que permite pensar en posibilidades equitativas y con valor de reivindicación social de una integración de las matemáticas extraescolares, a largo plazo, en el currículo escolar.

Por otra parte, algunas reflexiones de los maestros fueron clasificadas como *Evaluación*, en tanto se referían a los procesos de evaluación del sistema educativo colombiano. Veamos lo que dice el maestro A y la maestra I (cuadro 9):

Maestro A:	Yo pienso que anteriormente la educación es igual que ahora, ellos siempre nos han medido con resultados y el ICFES ²⁸ , los que evalúan la educación en Colombia nunca le va a mandar el niño a la tienda, lo que lleva es un formulario que tiene que resolverlo con lapicero y papel , entonces de qué le sirve saber que usted sabe, si los resultados no le están mostrando que usted sabe, tiene que regirse a lo que la educación como tal está marcando. (la negrilla es nuestra)
------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Cuadro 9. Reflexiones del maestro A y la maestra I.

Podemos interpretar que este maestro tiene prevenciones sobre la integración de la matemática extraescolar al currículo, pues siente que dicha integración no es valorada ni tomada en cuenta en las evaluaciones nacionales estandarizadas. También argumenta que para el sistema educativo son más importantes los resultados que el aprendizaje de los estudiantes.

A este respecto D'Ambrosio (2011) menciona que:

En la educación, viene existiendo el reconocimiento de la importancia de las relaciones interculturales. Pero, lamentablemente, todavía hay una reclusión en el reconocimiento de las relaciones intraculturales. Todavía se insiste en colocar niños en grados de acuerdo con la edad, ofrecer el mismo currículo en un mismo grado, llegando al absurdo mayor de evaluar grupos de individuos con test estandarizados. Se trata, efectivamente, de una tentativa de pasteurizar las nuevas generaciones! (p. 208) (Traducción nuestra)

Vemos en las evaluaciones nacionales estandarizadas una limitación para realizar de manera permanente una integración curricular de las matemáticas extraescolares, puesto que los maestros prefieren presentar los contenidos de las matemáticas escolares que se esperan en los Estándares de competencias básicas en matemáticas y tener buenos resultados en las evaluaciones. Esto ejerce mucha presión en los maestros porque los bajos resultados en dichas pruebas tienen consecuencias económicas y sociales para la institución educativa y el maestro. Concordamos con Blanco-Álvarez et al. (2014, p. 254) en la necesidad de “la creación de unas políticas públicas que valoren y legitimen otras formas de construir currículos, que consideren las particularidades e intereses de cada una de las culturas que constituyen el país.”

Otras reflexiones de los maestros fueron clasificadas como *Interés en cambios curriculares* en tanto están relacionadas con los intereses de distintos agentes educativos. Veamos la reflexión del maestro E (cuadro 10) al respecto:

²⁸ Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación ICFES.

Maestro E: (...) cualquier innovación, cualquier cosa nueva, creo que nosotros estamos en esa tarea de jalarle, yo lo que veo es que no hay esa integridad, a qué me refiero, **los profesores estamos a una lado y somos los que estamos cargando el bulto**, muchas veces **los directivos están en otro cuento, muchas veces ni les interesa, estamos hablando de rectores, coordinadores, secretaria de educación** y si vamos hacia arriba ni digamos (...)

Cuadro 10. Reflexiones del maestro E.

Encontramos aquí que en ocasiones los directivos docentes o la administración educativa se presenta como una limitación en tanto que no le interesa la integración de juegos de lenguaje de formas de vida extraescolares al aula. Una posible explicación es que también se sientan presionados por las pruebas nacionales o por la dificultad que presenta el control y guía de lo diverso, frente a la simplicidad de lo estandarizado.

Finalmente, otras reflexiones fueron clasificadas como *Relaciones intergeneracionales* pues corresponden a actividades donde participan padres de familia e hijos. La maestra F (cuadro 11) comenta que:

Maestra F: (...) así mismo hay que practicar lo nuestro, ¿si me entiende?, para darle la importancia de la parte etno, porque los estudiantes dicen, al menos en el caso nuestro, uno los manda allá, una manera bonita en que puede haber una relación entre el joven y el anciano y la persona de la tercera edad porque ellos empiezan a preguntar, ah! yo estoy aprendiendo de él y él está aprendiendo de mí, los señores se sienten importantes y entonces la relación va a mejorar. En el caso nuestro, allá, se practica mucho y sin embargo hay muchas contradicciones, colocamos una actividad con el papá o el abuelo a practicar ahí, ustedes dos van a hacer tal cosa y termina el joven diciendo: no!, **es que mi papá es más anticuado** y por eso no terminamos rápido y el otro le ganó el otro grupo, entonces cómo dejar esa palabra anticuado, **lo de ellos es todo lo moderno**, lo cibernético, el computador, todas esas cosas. (la negrilla es nuestra)

Cuadro 11. Reflexiones de la maestra F.

Las reflexiones de esta maestra son muy llamativas en tanto que nos permite tener una mirada distinta, desde otro punto de vista. A lo largo de la investigación y de la interpretación de los datos nos habíamos centrado en las actuaciones de los maestros clasificándolas como limitaciones o posibilidades, pero aquí vemos que se presenta una limitación que surge de los estudiantes, al calificar los conocimientos de sus abuelos o padres como anticuados y sus conocimientos como modernos. La influencia de los medios de comunicación en esta valoración negativa de lo tradicional es innegable, la psicología social puede explicar el influjo de ciertas valoraciones para producir agrupamientos, por ejemplo, por edad o por microcultura tecnológica, que generan sentido de la identidad en niños y jóvenes. Es necesario plantear la cultura ancestral de forma no opuesta a lo moderno o actual, que es lo que se busca por los jóvenes como signo cultural identitario. Esto, sin duda, abre nuevas preguntas y nuevos retos de valorización de la cultura.

5.2.3 Resultados de nivel global-ecológico influyentes en la formación etnomatemática

Se propone a los formadores de maestros reflexionar, para organizar la formación, sobre las siguientes emergencias de nuestra investigación, que denominamos categorías de primer orden: a. La postura epistemológica de los maestros acerca de las matemáticas; b. La importancia de considerar el *conocimiento situado* en el aprendizaje de las matemáticas; c. Los distintos niveles de integración curricular (cognitivo, amplificador y político) de las

matemáticas extraescolares; d. la influencia de la legislación educativa sobre evaluación en la integración de las matemáticas extraescolares; e. El interés de los directivos docentes en los cambios curriculares, y f. Las relaciones socio-culturales entre los padres de familia y los niños, por su influencia en la aceptación del conocimiento matemático extraescolar.

Estos elementos o categorías y las relaciones entre ellas las organizamos en nuevas categorías de orden superior, y no totalmente disjuntas, expresadas en la tabla 4:

Categorías de primer orden	Categorías de segundo orden
a y b	X: Interna al aula y relativa a los elementos humanos protagonistas del aprendizaje y la enseñanza
c y d	Y: Interna al aula y relativa a los elementos mediadores como los recursos, las normas institucionales y el currículum:
d y e	Z: Externas al aula y relativa al Sistema Educativo
f	W: Externa al aula y relativa al Sistema Social

Tabla 4. Elementos a considerar en un modelo de formación etnomatemática de maestros

La categoría X, es interna al aula y relativa a los elementos humanos protagonistas del aprendizaje y la enseñanza (estudiantes y maestros), está constituida por la influencia de la postura epistemológica de los maestros acerca de las matemáticas (a), la importancia de considerar el *conocimiento situado* en el aprendizaje de las matemáticas (b), y las relaciones entre ambas categorías primarias.

La categoría Y es interna al aula y relativa a los elementos mediadores como los recursos (c), las normas institucionales, el currículum (d) y las relaciones entre estas dos categorías.

La categoría Z es externa al aula y compuesta por propuestas relativas al Sistema Educativo: legislación educativa sobre evaluación (d), interés de los directivos docentes en la integración de las matemáticas extraescolares (e), y las relaciones entre ambas.

La categoría W es externa al aula y relativa al Sistema Social (f) y sus diversas variantes (aceptación o rechazo de la cultura ancestral por la microcultura juvenil con sus consecuencias), importantes por su trascendencia en la educación. Las categorías de segundo orden profundizan en los complejos procesos a tener en cuenta al diseñar la etno-formación.

6 Conclusiones

Los resultados obtenidos nos permitieron observar las posturas epistemológicas sobre la naturaleza de las matemáticas permitiéndonos advertir, en varios maestros, una postura de superioridad cuando se habla desde las matemáticas escolares con relación a las matemáticas extraescolares, pero también a señalar posturas distintas, donde las matemáticas extraescolares están al mismo nivel epistemológico que las matemáticas escolares.

Esto nos lleva a concluir que la *Conjetura 1: Los maestros no reconocen prácticas extraescolares como conocimientos matemáticos* no es verdadera, puesto que encontramos varios maestros que sí reconocen semejanzas de familia entre las matemáticas escolares y las matemáticas extraescolares.

Por otro lado, la *conjetura 2: Esta convicción obstaculiza el uso de prácticas extraescolares en el aula de clase*, también es falsa, en tanto que algunos de los maestros que no reconocen semejanzas de familia entre las matemáticas escolares y las extraescolares; sin embargo, incorporan en sus clases prácticas extraescolares, al menos buscando un interés cognitivo.

Lo que nos llevó a plantear una tipología de maestros frente al uso de elementos culturales en el aula, tabla 5:

Tipo de maestro	Descripción
<i>Formalista.</i>	Trabaja en el aula solo matemáticas escolares, ya que no considera conocimiento las matemáticas extraescolares.
<i>Falso etnomatemático</i>	Incluye en el aula matemáticas extraescolares por otras razones diferentes a pensar que son matemáticas, por ejemplo elemento motivador o curioso.
<i>Cuasi-etnomatemático</i>	Aunque reconoce la existencia y la importancia de las matemáticas extraescolares no las incluye en el aula, por diferentes razones: falta de materiales, currículos no flexibles, presión de los directivos, etc.
<i>Etnomatemático</i>	Trabaja en el aula las matemáticas escolares y las matemáticas extraescolares, reconociendo la importancia y el papel formador de ambas.

Tabla 5. Tipología de maestros

Además, interpretamos en las reflexiones de los maestros que existen al menos cinco limitaciones que podemos caracterizar como cognitivas, curriculares y socio-culturales y dos posibilidades curriculares y socio-políticas para la integración de las matemáticas extraescolares en el aula. Estas *limitaciones y posibilidades*, son los principales factores que mediatizan la conexión entre las creencias epistemológicas y la acción en el aula, también son elementos que responden parcialmente al objetivo general de nuestra investigación doctoral. Así pues, en un curso de formación de maestros orientado desde la etnomatemática, se hace necesario considerar la inclusión de los elementos obtenidos en esta investigación: tipologías de maestros y categorías derivadas de los procesos de aula, como mediadores de las relaciones entre la matemática escolar, las matemáticas extraescolares y la práctica en el aula. Consideramos que estos hallazgos nos proporcionan un primer nivel de elementos a tener en cuenta a la hora de diseñar cursos de formación para maestros desde una perspectiva etnomatemática.

Agradecimientos

Agradecemos a todas las maestras y los maestros que nos compartieron su experiencia docente, a la Universidad de Nariño por su activa participación, y a Save the Children International por haber gestionado y financiado este curso de formación.

Referencias

- BLANCO-ÁLVAREZ, H. Entrevista al profesor Ubiratan D'Ambrosio. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, San Juan de Pasto (Colombia), v. 1, n. 1, p. 21-25, feb. 2008.
- BLANCO-ÁLVAREZ, H. La postura sociocultural de la educación matemática y sus implicaciones en la escuela. **Revista Educación y Pedagogía**, Medellín (Colombia), v. 23, n. 59, p. 59-66, ene.-abr. 2011.
- BLANCO-ÁLVAREZ, H. Estudio de las actitudes hacia una postura sociocultural y política de la Educación Matemática en maestros en formación inicial. **REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education**, Barcelona (España), v. 1, n. 1, p. 57-78, feb. 2012.

BLANCO-ÁLVAREZ, H.; HIGUITA RAMÍREZ, C.; OLIVERAS, M. L. Una mirada a la Etnomatemática y la Educación Matemática en Colombia: caminos recorridos. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, San Juan de Pasto (Colombia), v. 7, n. 2, p. 245-269, jun. 2014.

CARRAHER, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN A. L. **En la vida diez, en la escuela cero**. México: Siglo veintiuno, 2002.

COHEN, L.; MANION, L. **Métodos de investigación educativa**. Madrid: la Muralla, 1990.

D'AMBROSIO, U. A busca da paz como responsabilidade dos matemáticos. **Cuadernos de investigación y formación en educación matemática**, San José, (Costa Rica), v. 6, n.7, p. 201-215, jun. 2011.

D'AMBROSIO, U. The program ethnomathematics: theoretical basis and the dynamics of cultural encounters. **Revue Cosmopolis**, Ghent, (Bélgica), 3-4, p. 13-41. 2012.

FERREIRA, E. **Etnomatemática. Uma proposta metodológica**. Rio de Janeiro, Brasil: Universidade Santa Úrsula. 1997

GLOCK, H. J. **Dicionário de Wittgenstein**. Rio de Janeiro: Zahar, 1998.

HOWSON, A. G.; KEITEL, C.; KILPATRICK, J. **Curriculum development in mathematics**. Londres: CUP. 1981.

JARAMILLO, D. La educación matemática en una perspectiva sociocultural: tensiones, utopías, futuros posibles. **Revista Educación y Pedagogía**, Medellín (Colombia), v. 23, n. 59, p. 13-36, ene.-abr. 2011.

JARAMILLO, J. B.; JURADO VALENCIA, F.; COLLAZOS, J. (Coords.) **Planes de vida para comunidades ancestrales: hacia un plan decenal en educación para el municipio de Tumaco 2011-2021**. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias Humanas, Instituto de Investigación en Educación, y Alcaldía de Tumaco, Secretaría de Educación. 2011.

KNIJNIK, G. **Exclusão e Resistência: Educação Matemática e Legitimidade cultural**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

KNIJNIK, G. An ethnomathematical approach in mathematical education: a matter of political power. En: POWELL, A.; FRANKENSTEIN, M. (Eds.) **Ethnomathematics: Challenging Eurocentrism in Mathematics Education**. Albany: State University of New York, 1997, p. 403-410.

KNIJNIK, G. Diversidad cultural, matemáticas y exclusión: oralidad y escrita en la educación matemática campesina del sur del Brasil. En: GIMÉNEZ, J.; DÍEZ-PALOMAR, J.; CIVIL, M. (Coords.) **Educación matemática y exclusión**. Barcelona: Editorial Graó, 2007, p. 66-83.

KNIJNIK, G. Differentially positioned language games: ethnomathematics from a philosophical perspective. **Educational Studies in Mathematics**, New York (Estados Unidos), v. 80, n. 1-2, p. 87-100, mar. 2012.

- KNIJNIK, G.; MEREGALLI, J. Educação matemática em cursos de pedagogia: um estudo com professores dos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, San Juan de Pasto (Colombia), v. 5, n. 2, p. 4-20, agos. 2012.
- LIZCANO, E. **Metáforas que nos piensan**: sobre ciencia, democracia y otras poderosas ficciones. Madrid: Ediciones Bajo Cero. 2006.
- MONTEIRO, A.; MENDES, J. Prácticas sociales y organización curricular: cuestiones y desafíos. **Revista Educación y Pedagogía**, Medellín (Colombia), v. 23, n. 59, p. 37-46. ene-abr. 2011
- OLIVERAS, M. L. **Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular**. Granada: Comares, 1996.
- OLIVERAS, M. L. Etnomatemáticas. De la multiculturalidad al mestizaje. En: GIMÉNEZ, J.; GOÑI J. M.; GUERRERO S. (Eds.) **Matemáticas e interculturalidad**. Barcelona: Graó, 2006, p.117-149.
- SAGÁSTEGUI, D. Una apuesta por la cultura: el aprendizaje situado. **Revista Electrónica Sinéctica**, Jalisco, (México), v. 24, p. 30-39, feb-jul. 2004.
- SANTILLÁN, A.; ZACHMAN, P. Una experiencia de capacitación en Etnomatemática. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, San Juan de Pasto (Colombia), v. 2, n. 1, p. 27-42, ene.-jul. 2009.
- SCHLIEMANN, A. L. La comprensión del análisis combinatorio: desarrollo, aprendizaje escolar y experiencia diaria. En: CARRAHER, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. **En la vida diez, en la escuela cero**. México: Siglo veintiuno editores, 2002, p. 90-105.
- STRAUSS, A.; CORBIN, J. **Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada**. Medellín, Colombia: Editorial Universidad de Antioquia. 2002.
- THOMPSON, A. Teacher's Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research. En: GROUWS, D. (Ed.) **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: MacMillan Publishing Company, 1992, p. 127-146.
- VILELA, D. Reflexão filosófica acerca dos significados matemáticos nos contextos da escola e da rua. En: III SIPEM- SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2006. **Actas ...** Águas de Lindóia, Brasil. 2006. CD-ROM.
- VILELA, D. S. **Matemática nos usos e jogos de linguagem**: Ampliando concepções na Educação Matemática. 2007. 247 f. Tesis (Doctorado en Educación: Educación Matemática) Facultad de Educación, Unicamp, Campinas, Brasil, 2007.
- WITTGENSTEIN, L. **Investigaciones filosóficas**. Barcelona: Ediciones Altaya. 1999.

4.3 Comentarios finales

Los resultados encontrados en este capítulo, nos dejaron gratamente sorprendidos, pues intentábamos analizar la veracidad de dos conjeturas relacionadas con la postura epistemológica de los maestros y su decisión de integrar la etnomatemática en el aula, y no solo hemos logrado esto, sino que también, la riqueza de los datos, nos permitió plantear una tipología para reconocer posturas epistemológicas de los maestros sobre las matemáticas a partir de su práctica educativa en el aula, como se mostró en la tabla 1. Queremos aclarar que nuestro objetivo con esta tipología, no es caracterizar a los maestros con fines excluyentes. Pensamos que la riqueza de esta tipología está en hacer visibles las diversas posturas epistemológicas de los maestros sobre las matemáticas a partir de su práctica educativa en el aula, y que puede ser de utilidad en investigaciones en educación matemática.

Además, encontramos nuevos elementos a tener en cuenta a la hora de diseñar cursos de formación para maestros desde una perspectiva etnomatemática, que caracterizamos como: a) Elementos internos al aula y relativos a los sujetos humanos protagonistas del aprendizaje y la enseñanza; b) Elementos internos al aula y relativos a los mediadores del discurso, como los recursos, las normas institucionales y el currículum; c) Elementos externos al aula y relativos al sistema educativo; d) Elementos externos al aula y relativos al sistema social.

Dichas categorías nos fueron de mucha utilidad, pues nos ayudó a visualizar el lugar de los elementos que buscábamos y a ubicar los que ya habíamos encontrado.

Capítulo 5. Actividades diseñadas

- 5.1 Presentación
- 5.2 Capítulo de libro 1
- 5.3 Comentarios finales

5.1 Presentación

Este capítulo describe en detalle los referentes teóricos tenidos en cuenta en el curso y estudiados y discutidos con los maestros. Así como, la etapa teórica y de diseño de actividades y su gestión en el aula con los niños. Se hace énfasis en describir cada una de las actividades diseñadas y de su proceso de creación basado en las fases de la Metodología del estudio de clase, que fue la metodología de trabajo utilizada en el curso de formación.

Queremos alertar al lector, de que el contenido matemático de las actividades es de uso común en la didáctica de las matemáticas – unidades no convencionales de medida- tema que ha sido objeto de críticas por parte de revisores de revistas, que no comprenden que dichos objetos no convencionales utilizados para medir longitudes y capacidad, gozan de una riqueza cultural en su contexto social y geográfico, en palabras de Oliveras (1996), estos objetos son signos culturales de la comunidad tumaqueña. Por otro lado, y en esto queremos ser *énfaticos*, el hecho de que un profesor reconozca y valore el conocimiento etnomatemático de la comunidad, y que además se atreva a pensar y planear, cambiando su postura epistemológica frente a la naturaleza de las matemáticas, el uso de objetos de la cultura para integrar dicho conocimiento en el aula es ya todo un cambio de su conocimiento didáctico-matemático, con repercusiones en su desarrollo profesional, y un gran logro del curso de formación, desde el puesto de vista de la Etnomatemática.

5.2 Capítulo de libro 1

Blanco-Álvarez, H. (2016). Diseño de actividades para la enseñanza de la magnitud longitud y capacidad en la educación primaria y básica desde la Etnomatemática. In Fundación Save the Children Colombia (Ed.), *Introducción al desarrollo de pensamiento métrico y los sistemas de medida en la educación básica primaria* (pp. 9–26). Pasto: Graficolor.

Capítulo 1

Diseño de Actividades para la Enseñanza de la Magnitud Longitud y Volumen en la Educación Primaria y Básica desde la Etnomatemática

Hilbert Blanco-Álvarez

Resumen: Este capítulo presenta el proceso de diseño de dos actividades para la enseñanza de la magnitud longitud y una actividad para la magnitud volumen, creadas por maestros de la educación primaria y básica tomando en cuenta la Etnomatemática como referente teórico, en el marco del proyecto “*Fortalecimiento de las matemáticas en la educación básica de Tumaco, Policarpa y Samaniego*” realizado en la ciudad de Tumaco (Nariño- Colombia) entre los meses de julio y octubre de 2012. Finalmente, se presentan los aprendizajes de los participantes obtenidos durante el proceso y las dificultades encontradas.

Palabras claves: Diseño de actividades; Formación de maestros de matemáticas; Etnomatemática; Cultura; Etnoeducación.

1. Introducción

Las actividades que se presentan en este capítulo se diseñaron en el marco del proyecto “*Fortalecimiento de las matemáticas en la educación básica de Tumaco, Policarpa y Samaniego*”²⁹ como parte del proyecto macro “*Aprendiendo crecemos*” auspiciado por la Fundación Save the Children International y con la participación del Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad de Nariño.

Dichas actividades fueron diseñadas por maestros de la educación primaria y básica de Tumaco, y se centraban en el desarrollo del pensamiento métrico. Pero además, por ser Tumaco un municipio que está en la tarea de fortalecer su proceso de etnoeducación³⁰ se vio la pertinencia de incorporar al proceso de formación de maestros la Etnomatemática, definida por el profesor de matemáticas e investigador en Educación Matemática Ubiratan D’Ambrosio (1997) como “[...] la matemática que se practica entre grupos culturales identificables, tales como sociedades de tribus nacionales, grupos laborales, niños de cierto rango de edades, clases

²⁹ El desarrollo de este proyecto en Tumaco se consolidó como el trabajo de campo de la tesis doctoral “La formación de maestros de matemáticas desde la Etnomatemática: elementos para la reflexión” dirigida por la Dra. María Luisa Oliveras dentro del Grupo de Investigación Etnomatemáticas, Formación de profesores y Didáctica de la Universidad de Granada, España.

³⁰ Entendida como la educación “que se ofrece a grupos o comunidades que integran la nacionalidad y que poseen una cultura, una lengua, unas tradiciones y unos fueros propios y autóctonos. Esta educación debe estar ligada al ambiente, al proceso productivo, al proceso social y cultural, con el debido respeto de sus creencias y tradiciones” (Ministerio de Educación Nacional, 2004, p. 7).

profesionales, entre otros” (p. 16), teniendo en cuenta “[...] las capacidades de clasificar, ordenar, inferir y modelar” (p. 17).

Dicha perspectiva sociocultural de la educación matemática aportó al menos dos elementos valiosos al diseño de las actividades: a) pensar las matemáticas como una actividad social y cultural y b) reconocer y valorar en la cultura tumaqueña la existencia de ideas matemáticas extraescolares.

Actualmente, en Colombia son varias las comunidades, quienes además de realizar ingentes esfuerzos por rescatar la lengua, la medicina tradicional, el territorio y la autonomía, trabajan en la preservación del pensamiento matemático ancestral, y este es el primer paso hacia la preservación de la etnomatemática tumaqueña. Estas consideraciones permitieron reconocer la importancia de este proceso de formación docente que se sistematizó y materializó en tres actividades. Pero, somos conscientes de que hay mucho trabajo por hacer, diseñar muchas más actividades y que las que se presentan aquí son solo un paso en un largo camino que falta por recorrer, siempre en la búsqueda del mejoramiento de la calidad del aprendizaje de las matemáticas de las niñas y los niños de Tumaco.

Se espera que la presente investigación constituya una herramienta que permita rescatar el acervo cultural de los tumaqueños y haga surgir el reconocimiento de los saberes que han sido invisibilizados por las posturas científicas occidentales, y de esta manera aportar al desarrollo del PETRAN: Proyecto Etnoeducativo Afronariñense (Organizaciones de Comunidades Negras de Nariño, 2011), aportando elementos que permitan en la clase de matemáticas tener en cuenta la tradición oral del pueblo afronariñense y los elementos culturales que circulan a nivel de prácticas cotidianas y discurso de ancestralidad, fortaleciendo así el eje de aprendizaje: Identidad afro.

Así mismo, esta investigación buscó promover las características del perfil de un maestro afronariñense planteadas por la comunidad en el PRETAN y que responden a la necesidad de a) Un mayor compromiso del maestro para con la comunidad y su identificación con la cultura afronariñense, b) Ser conocedor y respetuoso de la cultura afronariñense, c) Ser un ejemplo de vida para los estudiantes promoviendo y motivando en ellos el deseo de terminar sus estudios, d) Un maestro investigador e innovador de su propia práctica en el aula de clase basándose en la literatura actualizada y en el acumulado cultural histórico de la comunidad, e) Un maestro ético, con valores como la tolerancia, el respeto, la solidaridad, y la gratitud. Que desde su práctica docente propenda por afianzar en el estudiante su identidad, su cultura en miras de contribuir en la construcción de un horizonte comunitario de desarrollo, y f) Un maestro constante en su proceso permanente de formación académica y cultural para asegurar una educación competitiva, contextual, crítica, intercultural y liberadora.

En adelante se expondrán los referentes conceptuales puestos en juego, la estructura del curso, la caracterización de las actividades y los comentarios finales.

2. Referentes conceptuales

Las teorías tratadas en el proceso de formación de maestros fueron dos: la Etnomatemática (D'Ambrosio, 1997) y (Blanco-Álvarez, 2011) y la visión de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) sobre las magnitudes y la medida. En adelante se presentan algunas ideas que fueron claves en el proyecto.

2.1. La Etnomatemática y sus implicaciones en la escuela

Al momento de trabajar en el aula desde una perspectiva Etnomatemática son varias las ideas que se deben replantear frente a las matemáticas, frente al papel del profesor, al papel del estudiante y el contexto, y que deben ser reflexionadas al interior de los grupos de trabajo en las instituciones educativas.

2.1.1. Conocimiento matemático

En relación a las matemáticas se hace necesario entenderlas como una actividad de razonamiento, como un acumulado cultural, donde la humanidad es la legataria de ese patrimonio que el hombre ha desarrollado a través de la historia. Ese legado no solo es un conjunto de teorías o resultados. Estas teorías fueron construcciones hechas por individuos, que respondían a actos intencionales en contexto, con fines y propósitos que tenían un objetivo en su momento histórico.

Desde una perspectiva social y cultural de las matemáticas, se considera que cualquier persona que se dedique a la enseñanza de las matemáticas, en particular los licenciados en Matemáticas y los etnoeducadores, requieren de una visión amplia de las matemáticas.

En consonancia con lo anterior, las matemáticas son un constructo social y humano, que responde a las necesidades particulares de una sociedad en espacios y tiempos diferentes. Es comúnmente aceptado que una comunidad desarrolla prácticas y reglas matemáticas con su propia lógica para entender, lidiar y manejar la naturaleza. Es decir, la relación del hombre con la naturaleza es la que impulsa el desarrollo matemático, y es el hombre mismo, quien en esa relación construye las nociones matemáticas que le van a ser de utilidad a él y a su sociedad. Tales saberes matemáticos son transmitidos de generación en generación, ya sea por medio escrito o vía oral y pasan a ser parte de la tradición cultural de un pueblo.

Desde este punto de vista, no se habla de la matemática, sino de las distintas y diversas prácticas matemáticas que se generan en el seno de las comunidades indígenas, comunidades afrodescendientes, grupos laborales, niños de la calle, entre otros. De acuerdo a esto, se puede hablar de las matemáticas de los palenqueros, los guambianos, los awa, los carpinteros, los albañiles, los matemáticos, los campesinos u otros grupos culturales.

De esta manera, el conocimiento matemático se amplía, al incorporar los saberes extraescolares al aula y los saberes previos de los estudiantes, y reflexionar con ellos sobre estos.

2.1.1.1. Unidades de Longitud

En relación a la medida de longitudes, es muy común en el campo hablar de distancias utilizando distintos patrones de medida y al hacer la pregunta: “¿a qué distancia está la finca de mengano?”, una de las respuestas es: “a tres días de camino”, “a un día”, etc.; otros utilizan patrones como el tabaco, por lo que a la pregunta responden: “a tabaco y medio”, lo que significa que cuando se haya fumado tabaco y medio, o ya llegó, o está muy cerca. Otros patrones de medida muy utilizados en muchas culturas son la medida a ojo, la cuarta, la brazada, el paso y el pie. Este último, el pie, es de uso común entre los niños, aún sin escolaridad, que la utilizan al construir las canchas para un partido de fútbol. Los niños saben que quién midió con su pie una de las canchas deberá medir la segunda. Ellos son conscientes

de que no pueden cambiar el patrón de medida pues de esta manera las longitudes de las canchas serán desiguales, lo que se traduce en la desventaja de uno de los equipos.

2.1.1.2. Unidades de Masa

Otros patrones de medida interesantes se encuentran en las plazas de mercado e incluso en las recetas de cocina: el atado y la pizca. Ambas son el producto de un acuerdo social. Es de uso común en el mercado hablar de un atado de cilantro, de cebolla, y en la plaza cuando el vendedor está haciendo los atados de cilantro no cuenta las ramas de cilantro de un atado, simplemente forma atados. La medida se legitima en la cotidianidad. Ahora, ¿cuánto es una pizca?, existen diferentes respuestas: la cantidad de algo que se queda en la punta de una navaja, un poquito, una cantidad de algo que se pueda tomar con la yema de los dedos índice y pulgar. Este patrón de medida se utiliza a diario en las recetas de cocina y no existe una definición, al estilo occidental, solo funciona como una construcción social aceptada por todos.

2.1.1.3. Unidades de Tiempo

En relación con el tiempo, las comunidades indígenas se mueven con igual destreza en la forma de medir el tiempo en occidente como en sus formas tradicionales. Cuando tienen que cumplir una cita en el pueblo, miran su reloj para llegar puntuales, pero cuando regresan a su resguardo miran la luna para decidir si es tiempo de sembrar. Estos sujetos se mueven en ambientes culturales híbridos, pasan de una autopista cultural a otra sin notarlo.

2.1.2. Rol del Docente

Por otro lado, el profesor deberá fortalecer la idea de maestro-investigador, es decir, un maestro que en su práctica docente sea sensible a las problemáticas presentadas en el aula de matemáticas, y a partir de la sistematización, el análisis y la discusión de éstas con un grupo de colegas, a la luz de marcos teóricos de la educación matemática plantee soluciones y las socialice en congresos de la comunidad educadora. Además, diseñar proyectos, situaciones problemáticas y material didáctico tomando en cuenta aspectos sociales y culturales de su entorno que pueden servir como punto de partida para la enseñanza, el aprendizaje y la elaboración de matemáticas en el aula. Todo esto, sin lugar a dudas, llevará al estudiante a encontrar un mayor vínculo de las matemáticas con la vida cotidiana.

2.1.3. Rol del estudiante

El estudiante, desde esta perspectiva Etnomatemática, deberá reconocer y valorar la multiculturalidad en las matemáticas y ser respetuoso de la diversidad de pensamientos matemáticos. Por ende, valorar el conocimiento extraescolar, en muchos casos oral, de los adultos mayores y reconocer ideas matemáticas en el lenguaje cotidiano.

2.1.4. El contexto sociocultural

Finalmente, el contexto social y cultural debe ser tenido en cuenta, en tanto que el aprendizaje de las matemáticas no solo depende de las metodologías de enseñanza, también las interacciones con compañeros, profesores y padres de familia juegan un papel importante en dicho proceso. Así mismo, los problemas de tipo lingüístico se convierten en muchos casos en barreras para el aprendizaje de las matemáticas.

Además, se reconoce la necesidad de formar estudiantes críticos, desde las matemáticas, frente a problemas sociales como: el racismo, las diferencias de género, el elitismo, la democracia,

el poder, etc., que afectan el aprendizaje de las matemáticas y que existen en las instituciones y en las aulas de clase de matemáticas. Finalmente, desde la Etnomatemática, esto es, desde el reconocimiento y la valoración del conocimiento ancestral es posible una educación matemática para la emancipación política (Skovsmose, 1999).

2.2. La didáctica de las magnitudes y las medidas

A la hora de diseñar las actividades para la enseñanza de la longitud y el volumen se reflexionó sobre el desarrollo de procesos y conceptos como los siguientes:

- La construcción de los conceptos de cada magnitud
- La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes
- La estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de “capturar lo continuo con lo discreto”
- La apreciación del rango de las magnitudes
- La selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos
- La diferencia entre la unidad y el patrón de medición
- La asignación numérica
- El trasfondo social de la medición

Estos procesos y conceptos son propios del pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas y “hacen referencia a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones” (MEN, 2006, p. 63)

3. Estructura del Curso

El Curso se organizó en tres fases: Planeación, Implementación y Resultados. La **Planeación** contenía la etapa *Diseño cooperativo del curso* (5 horas). En esta etapa se realizaron dos reuniones con los maestros para definir las características del curso: objetivos, contenidos, la población beneficiaria, tiempos, etc.

La **Implementación** tenía tres etapas: la primera etapa: *Teórica-Conceptual* (32 horas) se dividió en tres momentos: a. Concepciones de los maestros sobre las matemáticas, b. Relación de la cultura y el currículo y c. Investigación de matemáticas extraescolares en prácticas culturales de la comunidad. La segunda etapa: *Diseño de actividades* (32 horas), la Tercera etapa: *aplicación* (40 horas).

Los **Resultados** contenía la etapa de *Evaluación* del curso por parte de los maestros participantes (2 horas).

En la Tabla 1.0 se exponen las fases, etapas, momentos y la forma de trabajo utilizada con los maestros.

Fase	Etapas	Momentos	Forma de trabajo
Planeación	Diseño cooperativo del curso	Reunión para elaborar un pre-diseño del curso y definir: objetivos, contenidos, fases, maestros a quien iba orientado el curso, duración, horarios, lugar	Discusión grupal
		Reunión para socializar el diseño del curso	Discusión grupal
Implementación	Teórica-Conceptual	Concepciones de los maestros sobre las matemáticas	Discusión grupal
		Relación de la cultura y el currículo	Lectura de documentos, trabajo en grupos y discusión grupal
		Investigación de matemáticas extraescolares en prácticas culturales de la comunidad	Trabajo de investigación por grupos y exposición de los resultados
	Diseño de actividades	Diseño de las actividades	Metodología Estudio de clase ³¹
	Aplicación	Puesta en juego de las actividades diseñadas y Autoevaluación y coevaluación del trabajo en clase	
Resultados	Evaluación	Evaluación del curso por parte de los maestros participantes	Reflexión individual por escrito

Tabla 1.0. Fases, etapas, momentos y forma de trabajo del Curso orientado desde la Etnomatemática

En adelante se explica en detalle la dinámica del trabajo en la *fase de implementación* (sombreada en la Tabla 1.0), por medio de sus tres etapas.

3.1 Etapa teórica-conceptual

En esta etapa el trabajo con los maestros³² se realizó a través de un seminario utilizando distintas metodologías de trabajo, como: mesas redondas, discusión grupal, trabajo en grupo (ver Fotografía 1.1).

Los objetivos del curso de formación fueron: a) sensibilizar a los maestros sobre la existencia de aspectos culturales y sociales en la apropiación de saberes matemáticos, ya sea en la escuela o fuera de ella; b) indagar sobre las prácticas matemáticas de la cultura tumaqueña que se encuentren en práctica o en desuso; c) reflexionar sobre la relación entre las prácticas matemáticas extraescolares encontradas y el currículo escolar; d) reflexionar sobre los

³¹ Esta metodología busca por parte de los maestros una cualificación permanente, un trabajo reflexivo y crítico sobre su práctica y consta de cuatro etapas: 1. La planeación en grupo de las actividades, 2. La implementación de la actividad y observación de clase, 3. La auto-evaluación y la co-evaluación, y 4. El rediseño de las actividades (Hart, Alston, & Murata, 2011; Marmolejo, Blanco-Álvarez, & Mosquera, 2009)

³² Los maestros que participaron del proyecto, en su mayoría, trabajan como docentes de la educación básica primaria, unos pocos en la educación básica secundaria, algunos en zonas rurales otros en la zona urbana de Tumaco. Todos ellos tienen a cargo el área de matemáticas y su formación profesional es muy diversa, lo cual enriqueció las discusiones y las perspectivas frente a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Tales profesiones son: Licenciatura en ciencias sociales, Licenciatura en básica primaria con énfasis en informática, en lengua castellana, en ciencias naturales y medio ambiente, Normalistas, Licenciatura en comercio y contaduría, Licenciatura en matemáticas y Licenciatura en sicología de familia.

elementos que enriquecerían el Proyecto Educativo Comunitario PEC desde la postura sociocultural de las matemáticas.

Los referentes teóricos que los maestros estudiaron, en su orden, fueron:

- Estudio de las actitudes hacia una postura sociocultural y política de la educación matemática en maestros en formación inicial (Blanco-Álvarez, 2012).
- La educación matemática desde un punto de vista sociocultural y la formación de licenciados en matemáticas y etnoeducadores con énfasis en matemáticas (Blanco-Álvarez, 2008).
- La postura sociocultural de la educación matemática y sus implicaciones en la escuela (Blanco-Álvarez, 2011).
- Retos críticos de la investigación de temas sociales, culturales y lingüísticos en la educación en ciencias, matemáticas y tecnología (Bishop, 2005).

A la luz de estos referentes se reflexionó sobre: a) la naturaleza de las matemáticas y de los saberes matemáticos extraescolares; b) las relaciones del currículo de matemáticas con la cultura; c) se realizaron indagaciones sobre las prácticas matemáticas de la cultura tumaqueña (ver Fotografía 1.2), utilizando como metodología las actividades universales: contar, medir, diseñar, jugar, localizar y explicar (Bishop, 1999).



Fotografía 1.1. Los maestros discutiendo los documentos de trabajo en grupo.



Fotografía 1.2. Los maestros realizan una lista de las prácticas matemáticas encontradas en la cultura tumaqueña.

Los hallazgos de las prácticas matemáticas de la cultura tumaqueña se presentan en la Tabla 1.1.

Contar	Medir	Diseñar	Localizar	Jugar	Explicar
La ración El ciento La docena La sarta La carga	Longitudes La yarda La guasca El paso La cuarta La braza El codo El gеме La vara Peso	La rampira El abanico La catanga Petate de tetera La cobija La canoa El canalete El calabazo Tagua	Los linderos La manga Sanja Churo de guadua humo	Chapacajón	Práctica Observación

Contar	Medir	Diseñar	Localizar	Jugar	Explicar
	Balanza humana Totumado El puño Pizca Balanza de mate				

Tabla 1.1. Prácticas matemáticas encontradas por los maestros en la cultura tumaqueña

3.2. Etapa diseño de actividades

Se inició dividiendo el grupo de participantes en tres subgrupos, los maestros que trabajaban entre primero y tercero de primaria, entre cuarto y quinto, y los que trabajaban entre sexto y séptimo de la educación básica secundaria. Luego cada grupo realizó la lectura reflexiva del apartado sobre pensamiento métrico y sistemas de medidas de los Lineamientos curriculares de matemáticas (MEN, 1998) y se revisaron los Estándares de competencias básicas en matemáticas, en particular para el pensamiento métrico y los sistemas de medidas; de allí reconocieron y clasificaron los niveles de construcción de la idea de magnitud y su asignación numérica.

Con los elementos teóricos mencionados anteriormente y teniendo en cuenta las prácticas matemáticas que cada grupo había investigado en la comunidad tumaqueña, y aperados de los libros de texto que usualmente utilizan los maestros para la preparación de clase se dio inicio a la construcción de las actividades. Las Fotografías 1.3 y 1.4 ilustran lo anterior.



Fotografía 1.3. Maestros reunidos diseñando las actividades.



Fotografía 1.4. Los maestros utilizando sus libros de texto para el diseño de actividades.

El diseño y planeación de estas actividades fueron registradas haciendo uso de un formato, en el que se solicitaba la siguiente información: Nombre de la institución, fecha, hora, grado, número de estudiantes, nombre del profesor, nombre de la unidad, estándares movilizados, logros a desarrollar, indicadores de logro y seis columnas: actividades, consignas, dificultades esperadas de los estudiantes, ayuda del profesor, material y tiempo.

3.3. Etapa aplicación

Esta etapa consistió en acompañar y evaluar la implementación y rediseño de algunas situaciones de enseñanza puestas con estudiantes de tercero (niños entre los 8 y 9 años) y quinto grado (niños entre los 10 y 11 años) de la educación primaria y de grado sexto (niños entre los 11 y 12 años) de la educación básica.

Para la implementación de las actividades, un profesor de cada subgrupo desarrolló la actividad con los estudiantes para la cual había sido diseñada, mientras los docentes restantes observaron la clase y siguieron la actividad por medio del plan de clase (Fotografía 1.5).

Finalizada la clase, se realizó una mesa redonda donde se llevó a cabo, primero, una autoevaluación del desarrollo de la actividad por parte del profesor que ejecutó la actividad, y luego los maestros observadores hicieron sus aportes constructivos para el mejoramiento de ésta (Fotografía 1.6).



Fotografía 1.5. Maestros en la parte de atrás del salón observando la clase



Fotografía 1.6. Maestros en el proceso de autoevaluación y coevaluación de la actividad

4. Caracterización de las actividades

Finalmente, fueron tres las actividades diseñadas por los maestros. Estas tenían como objetivo explorar el uso de patrones arbitrarios para la medición de longitudes y capacidad volumétrica. *Debe quedar claro al lector que para el desarrollo del pensamiento métrico de los estudiantes es necesario el diseño de más actividades que partan de la construcción de los conceptos de magnitud, en nuestro caso de longitud y capacidad, hasta llegar a la asignación numérica, tal y como se señaló en los referentes teóricos.*

La primera actividad se tituló *Medidas arbitrarias de longitud*, que buscaba desarrollar habilidades en los niños de grado tercero de la educación básica en la Institución Educativa Ciudadela Mixta Colombia en el uso de patrones de medida no estandarizados, a cargo de la profesora Cielo Angulo. En la Tabla 1.2 se caracterizan los elementos a considerar en la aplicación en el aula de clase y esta actividad se ilustra en las fotografías 1.7 y 1.8.

Grado a aplicar	Tercero de Básica Primaria	
Pensamientos Matemáticos	Métrico y Sistemas de Medidas	
Estándares	Métrico y Sistemas de Medidas	Realizo y describo procesos de medidas con patrones arbitrarios y algunos estandarizados, de acuerdo al contexto
Contenidos y Objetivos	<i>Patrones arbitrarios para determinar la medida de una longitud.</i> El objetivo general es desarrollar competencias matemáticas en los niños de grado tercero de la educación básica primaria alrededor de la manipulación de diferentes patrones arbitrarios utilizando el cuerpo.	
Tiempo de duración	Dos (2) sesiones de clase continuas de cincuenta (50) minutos cada una.	
Materiales	Cuaderno y lápiz	

<p>Gestión didáctica que hace el docente ante esta situación</p>	<p>Motivación: Primero la profesora pide a los estudiantes que salgan al patio y se organicen en grupos de 5 personas. Luego, cada grupo escogerá 2 estudiantes, el más bajo y el más alto del grupo, para que registren los saltos y los 3 estudiantes restantes realizarán saltos largos a partir de un punto de partida seleccionado por ellos. Finalmente, los dos estudiantes que no saltaron (el más bajo y el más alto) medirán con sus pies, uno seguido del otro, la distancia recorrida por los saltos de sus compañeros y anotarán las medidas en su cuaderno. Posteriormente los niños regresan al salón y responden las siguientes preguntas: ¿Cuántos pasos midió el niño pequeño?, ¿Cuántos pasos midió el niño más grande?, ¿De qué otra manera podemos medir estos saltos?, ¿Estas medidas en qué juegos ustedes las utilizan?</p> <p>Trabajo en grupo: La profesora solicita a los niños que regresen al salón y que se organicen en los mismos grupos. Luego les pide responder las siguientes preguntas: ¿Qué partes de tu cuerpo puedes utilizar para medir la altura y el ancho del escritorio?, ¿Cómo creen que serán los resultados de la medición de cada uno de sus compañeros al compararlos?, luego los niños miden la altura y el ancho del escritorio del profesor. Posteriormente, responden la pregunta ¿Si las medidas de los compañeros son distintas, qué puede hacerse para que las medidas resulten iguales?</p> <p>Socialización: Cada grupo explica a sus compañeros los resultados obtenidos.</p> <p>Trabajo individual: Cada estudiante registra en el cuaderno cuáles son las diferentes medidas arbitrarias tomándolos del tablero, escribiendo como título: Medidas arbitrarias de longitud y luego escriben: El paso, el salto, el pie, el codo, la cuarta, son patrones arbitrarios para medir longitudes. Esos patrones de medida no determinan una medida exacta. Luego, los niños dibujan cada una de ellas.</p> <p>Actividad de síntesis: Se pide a los niños que se pongan de pie para cantar la ronda ANDARELE. El profesor o profesora canta la ronda y luego lo hace con los niños.</p> <p>Mi abuelito Juan José Andarele vamos ya Me invitó a hacer las medidas Andarele vamos ya Las medidas ancestrales Andarele vamos ya Empezamos con el salto Andarele vamos ya Utilizamos las manos Andarele vamos ya Y seguimos con los codos Andarele vamos ya Estas partes de mi cuerpo Andarele vamos ya Sirven para hacer medidas Andarele vamos ya.</p> <p>Actividad en casa: Investigar sobre los patrones arbitrarios de medición estudiados en clase y si éstos son utilizados en tu familia.</p>
<p>Dificultades esperadas de los estudiantes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Para hacer el salto no se ubicaban bien en el punto de partida • Después del salto querían adelantarse para llegar a la misma medida del compañero • Manejo adecuado de las diferentes partes del cuerpo que escojan para medir • Diferenciar entre ancho y altura. • Registrar el concepto que se encuentra en el tablero. • Aprenderse la canción

Ayuda del profesor	<ul style="list-style-type: none"> • Ubicarlos en el punto de partida • Explicar el uso adecuado de los patrones antropomorfos que escojan los niños • Explicar cuál es el ancho y alto del escritorio. • Supervisar que los estudiantes transcriban bien el concepto del tablero a su cuaderno • Repetir la canción hasta que sea memorizada.
---------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Tabla 4.2. Caracterización de la primera actividad



Fotografía 1.7. Los niños miden longitudes con patrones arbitrarios



Fotografía 1.8. Los niños miden longitudes con patrones arbitrarios

La segunda actividad, se desarrolló con niños de grado quinto de la educación básica en la Institución Educativa Iberia, a cargo de la profesora María Cecilia Gómez. El tema principal fue el desarrollo del pensamiento métrico, en particular el uso de patrones de medida no estandarizados de capacidad. En la Tabla 1.3 se caracterizan los elementos a considerar en la aplicación en el aula de clase y las Fotografías 1.9 y 1.10 ilustran el desarrollo de esta actividad.

Grado a aplicar	Quinto de Básica Primaria	
Pensamientos Matemáticos	Métrico y Sistemas de Medidas	
Estándares	Métrico y Sistemas de Medidas	Diferencio y ordeno en objetos y eventos propiedades o atributos, que se puedan medir (longitud, distancia, áreas de superficies, volúmenes, de cuerpos, sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes, pesos, masas de cuerpo sólido, duración de eventos y procesos, amplitud de ángulos
Contenidos y Objetivos	El contenido es <i>Medidas de capacidad</i> . El objetivo general es desarrollar competencias matemáticas en los niños de grado quinto de la educación básica primaria alrededor de la manipulación de diferentes patrones arbitrarios de capacidad como el calabazo y la guadua	
Tiempo de duración	Una (1) sesión de clase de cuarenta (45) minutos.	
Materiales	Calabazo, guadua, mate, cucharas de mate, botellas y cuaderno,	
Gestión didáctica que hace el docente ante esta situación	<p>Motivación y trabajo en grupo: La maestra invita a los estudiantes a formar grupos de 5 estudiantes. Luego se reparten los materiales: guadua, calabazo, mate, cucharas de mate y botellas. Un grupo debe llenar las guaduas con agua utilizando las botellas; otro grupo llenar los calabazos con una taza de guadua; otro grupo llenar los calabazos con una cuchara de mate y otro grupo debe llenar la guadua con la mano.</p> <p>Después de que cada grupo haya llenado de agua el material que le correspondió, los niños responden las siguientes preguntas: ¿cuántas manos</p>	

	<p>utilizaron para llenar el calabazo?, ¿cuántas botellas utilizaron para llenar la guadua?, ¿cuántas cucharas de mate utilizaron para llenar los calabazos?, ¿Será que tu calabazo tuvo la misma capacidad que el de tu compañero?</p> <p>La profesora reflexiona con los niños sobre la capacidad de cada uno de los materiales utilizados y llama la atención sobre la necesidad de tener una medida estándar. Habla sobre la capacidad de la botella que es de 200 ml y a partir de allí hace equivalencias con un litro, y luego del litro con cada uno de los implementos utilizados. Escribe dichas equivalencias en el tablero.</p> <p>La profesora pregunta cuál es la utilidad que se le da a esos implementos en la comunidad.</p> <p>Trabajo individual: Cada estudiante dibujará en su cuaderno los diferentes recipientes que utilizaron para la actividad anterior, colocándole las medidas que obtuvieron.</p> <p>Actividad de síntesis: Se pide a los niños que se pongan de pie para cantar una ronda. El profesor o profesora canta la ronda y luego lo hace con los niños</p> <p>En la feria del maestro Andrés me encontré un calabazo En la feria del maestro Andrés me encontré una guadua Vaya usted, vaya usted a la feria del maestro Andrés me encontré una guadua Ana Milé, Ana Milé En la feria del maestro Andrés Ana Milé, Ana Milé En la feria del maestro Andrés Ana Milé, Ana Milé</p> <p>Actividad para la casa: traer guaduas cortadas que tengan la capacidad de un litro</p>
Dificultades esperadas de los estudiantes	<ul style="list-style-type: none"> • No tuvieron la precaución de observar la capacidad en la botella y echaron cualquier medida. • No contaron el número de manos de agua que ocuparon para llenar el calabazo. • Aprenderse las medidas de capacidad
Ayuda del profesor	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar los materiales por capacidad • Recordar las medidas estándar del litro • Recordar que Capacidad es la cantidad de líquido que puede contener un recipiente

Tabla 1.3. Caracterización de la segunda actividad



Fotografía 1.9. Niños utilizan patrones arbitrarios



Fotografía 1.10. La profesora explica el uso de la guadua como patrón arbitrario

La tercera actividad, se desarrolló con niños de grado sexto de la educación básica en la Institución Educativa Técnica Agropecuaria Candelilla, a cargo de la profesora Pilar Mina. El tema principal fue el desarrollo del pensamiento métrico, en particular el uso de patrones de medida no estandarizados. Véase las Fotografías 1.11 y 1.12.

En la Tabla 1.4 se caracterizan los elementos a considerar en la aplicación en el aula de clase.

Grado a aplicar	Sexto de Básica Secundaria	
Pensamientos Matemáticos	Métrico y Sistemas de Medidas	
Estándares	Métrico y Sistemas de Medidas	Realizo y describo procesos de medidas con patrones arbitrarios y algunos estandarizados, de acuerdo al contexto
Contenidos y Objetivos	Patrones arbitrarios para determinar la medida de una longitud. El objetivo general es desarrollar competencias matemáticas alrededor de la manipulación de diferentes patrones arbitrarios utilizando el cuerpo	
Tiempo de duración	Una (1) sesión de clase de cincuenta (50) minutos.	
Materiales	Cuaderno y lápiz	
Gestión didáctica que hace el docente ante esta situación	<p>Motivación: La <i>maestra</i> presenta una madre de familia que les habla de las distintas formas de medir de la comunidad.</p> <p>Socialización: La maestra pregunta al grupo lo aprendido con el relato de la madre de familia.</p> <p>Trabajo individual: se pide a los estudiantes que en su cuaderno escriban: Medidas de longitud. Las medidas antropomorfas tales como: el pie, el codo, la braza, la cuarta, el paso y la pulgada, fueron herramientas que nuestros ancestros utilizaron como patrones arbitrarios de medidas, las cuales eran utilizadas de acuerdo a la necesidad existente. Esos patrones reciben el nombre de medidas ancestrales.</p> <p>Trabajo en grupo: se pregunta a los estudiantes que ¿si tenemos necesidad de medir en un lugar donde no contamos con ninguna herramienta de medida, cómo podemos hacerlo? Luego se les pide que se organicen en grupos y salgan del salón con un cuaderno y lapicero, y midan con pasos el largo y el ancho de un aula contigua. Uno de los integrantes anota en el cuaderno los resultados de los compañeros.</p> <p>Socialización: cada grupo informa cuántos pasos midió el ancho y el largo y se discute por qué hubo resultados diferentes.</p>	
Dificultades esperadas de los estudiantes	Confusión entre el largo y el ancho Utilizar patrones arbitrarios	
Ayuda del profesor	Explicar qué es el largo y el ancho Explicar cómo usar partes del cuerpo para medir longitudes	

Tabla 1.4. Caracterización de la tercera actividad.



Fotografía 1.11. Una madre de familia de candelilla cuenta a los niños las técnicas de medir de su comunidad.



Fotografía 1.12. Las niñas de la Institución Educativa Candelilla miden longitudes usando como patrón de medida el pie

Estas actividades aunque son conocidas por muchos maestros, en esta oportunidad son trabajadas con una perspectiva renovada, pues no solo se trata de motivar a los niños, sino que se busca el reconocimiento del uso que los niños hacen de patrones arbitrarios en sus juegos fuera del aula, y un fin aún mayor es el de reivindicar los distintos saberes matemáticos que circulan en la cultura tumaqueña y así aportar a la construcción de la etnoeducación afrocolombiana.

5. Comentarios finales: Aprendizajes significativos, dificultades y conclusiones

Para terminar este capítulo, se presentan los aprendizajes más significativos que tuvieron los maestros participantes del proyecto, las dificultades detectadas en el proceso:

- El reconocimiento de la existencia de procesos de enseñanza y aprendizaje de prácticas matemáticas fuera del aula de clase.
- La existencia de prácticas matemáticas en contextos laborales autóctonos y la pertinencia de incorporar dichas prácticas al currículo escolar, buscando hacer más familiar y significativas las matemáticas para los niños.
- El respeto por la diversidad cultural desde el reconocimiento de múltiples saberes matemáticos escolares y extraescolares.
- La importancia de reconocer, legitimar y valorar los saberes matemáticos extraescolares que los niños traen desde sus casas.
- Comprender las matemáticas como una construcción social y humana.
- La importancia de enriquecer el currículo con las prácticas matemáticas autóctonas de esta región y así enriquecer el proceso de resignificación del currículo en el marco del proceso de construcción de un Proyecto Educativo Comunitario (PEC) orientado hacia la etnoeducación.
- La construcción de la magnitud y de su asignación numérica no es tan inmediata como se pensaba, sino que debe transitar por la construcción del concepto magnitud, luego reconocer el proceso de conservación de las magnitudes, estimación de magnitudes y el proceso de capturar lo continuo con lo discreto, apreciación del rango de las magnitudes, selección de unidades de medida, de patrones e instrumentos, diferencia entre la unidad y el patrón de medición, y finalmente, la asignación numérica y el papel del trasfondo social de la medida.

- La importancia y la necesidad del trabajo en grupo a la hora de diseñar las actividades. Así como el diálogo constante entre los maestros de la educación primaria con los maestros de la educación básica.
- La pertinencia de desarrollar en el quehacer diario de los maestros autoevaluaciones y co-evaluaciones de las actividades puestas en juego en el aula de clase.
- La necesidad de anticiparse, en el proceso de diseño de actividades, a las dificultades que los estudiantes podrían encontrar y las posibles actividades complementarias.
- La insuficiente relación que existe entre el currículo planeado y el currículo desarrollado en el aula. El primero como un requisito para la Secretaría de Educación y el segundo como la práctica real en el aula con los niños.

Algunas dificultades detectadas en el proceso:

- Aunque se realizó una amplia reflexión sobre la importancia y la pertinencia de la incorporación de prácticas matemáticas existentes en la cultura, en la fase de diseño de actividades estas se incorporaron de manera muy tímida.
- A pesar de las reflexiones realizadas sobre la importancia de trabajar con los niños la construcción de la magnitud, en las actividades terminó imponiéndose la asignación numérica.
- Otra dificultad fue la poca formación de los maestros en didáctica de las matemáticas, la escasa lectura de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas publicados por el Ministerio de Educación Nacional en 1998 y la falta de tiempo para profundizar en otras temáticas de las matemáticas en que los maestros estaban interesados.

En las conclusiones quiero resaltar las impresiones de los maestros sobre el proceso de formación desarrollado, citando sus propias palabras:

“El proceso de formación fue muy bueno, porque nos llevó a rescatar toda nuestra cultura porque hemos sido aculturizados y hemos perdido nuestra propia identidad como afrodescendientes y por eso no hay una apropiación de nuestro territorio”³³

“El Proyecto Educativo Comunitario debe insertar todos los procesos que se den en la Etnomatemática para apropiar una educación propia y ancestral para darse cuenta de las formas como pensaban, interactuaban y vivían los ancestros para proyectar todos estos procesos en la comunidad educativa”³⁴

“Es de vital importancia atender esta capacitación porque en la realización del Proyecto Educativo Institucional no se ha dado importancia a nuestra cultura, nos hemos enfocado a aceptar lo que nos imponen las editoriales, desconociendo nuestra cultura. Esto nos permite valorar lo nuestro y así las niñas y los niños de nuestra región amarán su estudio y el lugar donde viven”³⁵

“El proceso de formación me permitió conocer nuevas herramientas educativas para facilitar la comprensión de los conocimientos a los estudiantes a partir de los conocimientos que utilizaron nuestros ancestros de acuerdo a las necesidades vivenciales

³³ Palabras de la maestra Adiel Guagua.

³⁴ Palabras del maestro Lino Cabezas.

³⁵ Palabras de la maestra Miryam Rivadeneira

del entorno, lo que en cierto modo pretende que los estudiantes se enamoren de las matemáticas”³⁶

“Fue un trabajo que nos ayuda a despertar iniciativas constructivas, activas y con un dinamismo para hacer una clase mucho más participativa”³⁷

“El proyecto aporta tantos beneficios a nuestro aprendizaje que debe ser aplicado a nivel municipal y crear un currículo propio con textos propios para el enriquecimiento de nuestro quehacer pedagógico”³⁸

“Las matemáticas se han mirado como la materia difícil y tenemos que cambiar esta visión haciendo que sean lúdicas y significativas para cada uno de los estudiantes”³⁹

“Mi reflexión resalta la importancia de rescatar los saberes ancestrales de esta región resaltando que el contexto social o cultural se lo puede llevar al aula en forma significativa para que el aprendizaje pueda impactar en el educando y no abandonar el saber cultural o ancestral que es relevante destacar y resaltar”⁴⁰

“Que cuando se trabaja con los recursos del medio con las cosas que a diario los niños utilizan y lo hacen de una forma concreta y vivencial se es más fácil el entender y comprender lo que se quiere porque para ellos se hace de mayor interés”⁴¹

Queda entonces la puerta abierta y la invitación extendida a todas las maestras y maestros a implementar en sus instituciones el diseño, implementación y evaluación de actividades desde una perspectiva etnomatemática, con el objetivo de empoderar a los estudiantes y valorar la cultura de la región.

Referencias

- Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós Ibérica.
- Bishop, A. (2005). Retos críticos de la investigación de temas sociales, culturales y lingüísticos en la educación en ciencias, matemáticas y tecnología. En A. Bishop, *Aproximación sociocultural a la Educación Matemática* (pp. 149-165). Cali, Colombia: Instituto de Educación y Pedagogía. Universidad del Valle
- Blanco-Álvarez, H. (2008). La Educación Matemática desde un punto de vista sociocultural y la formación de Licenciados en Matemáticas y Etnoeducadores con énfasis en matemáticas. *Boletín ASOCOLME*, 1(1), 4-6.
- Blanco-Álvarez, H. (2011). La postura sociocultural de la educación matemática y sus implicaciones en la escuela. *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), 59-66.
- Blanco-Álvarez, H. (2012). Estudio de las actitudes hacia una postura sociocultural y política de la Educación Matemática en maestros en formación inicial. *REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education*, 1 (1), 57-78.
- D’Ambrosio, U. (1997). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. In A. Powell & M. Frankenstein (Eds.), *Ethnomathematics: Challenging Eurocentrism in Mathematics Education* (pp. 13–24). Albany, EE.UU: SUNY Press.

³⁶ Palabras de la maestra Pilar Mina.

³⁷ Palabras del maestro Miller Quiñones.

³⁸ Palabras de la maestra Elizabeth Burbano.

³⁹ Palabras de la maestra Cielo Angulo.

⁴⁰ Palabras de la maestra Yolima Castillo.

⁴¹ Palabras de la maestra Maricel Cuero.

- Hart, L. C., Alston, A. S., & Murata, A. (Eds.). (2011). *Lesson study research and practice in mathematics education*. New York: Springer.
- Marmolejo, G., Blanco-Álvarez, H., & Fernández, E. (2009). El estudio de clase y la formación de licenciados en matemáticas en la Universidad de Nariño. En L. I. Vergara (Ed.), *Estudio de clase: una experiencia en Colombia para el mejoramiento de las prácticas educativas* (pp. 93–104). Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares: matemáticas*. Serie lineamientos curriculares. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2004). *Normatividad básica para la etnoeducación*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas. Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia.
- Organizaciones de Comunidades Negras de Nariño. (2011). *PRETAN- Proyecto Etnoeducativo Afromariñense*. Tumaco: Secretaria Departamental de Educación de Nariño.

5.3 Comentarios finales

Para terminar este capítulo, queremos llamar la atención sobre lo difícil que es realizar cambios en la postura epistemológica de los maestros frente a la naturaleza de las matemáticas. Como mencionamos en las dificultades detectadas en el proceso, encontramos que, aunque los maestros hacen parte de un municipio etnoeducador, como lo es Tumaco, es decir que en los currículos de las instituciones integran elementos de la cultura y que, varias instituciones llaman a sus proyectos educativos institucionales *currículos etnoeducadores* o *currículos propios*, y a pesar de que se realizó una amplia reflexión sobre la importancia y la pertinencia de la incorporación de la etnomatemática en aula, esta se hizo de manera muy tímida, sin que esto signifique un fracaso del curso, por el contrario, lo que se evidencia es la complejidad a la que la formación de maestros de matemáticas desde la etnomatemática debe enfrentar. Esto se evidencia en las evaluaciones que realizamos a las actividades diseñadas y que presentamos en el capítulo 6.

Capítulo 6. Idoneidad didáctica de clases de matemáticas desde la Etnomatemática

6.1 Presentación
6.2 Artículo 4
6.3 Artículo 5
6.4 Comentarios finales

6.1 Presentación

Presentamos la evaluación del diseño y la aplicación de dos clases. Una diseñada para la enseñanza de las medidas no convencionales, magnitud longitud, dirigida a estudiantes de grado tercero de primaria (8 y 9 años); y otra, diseñada para la enseñanza de las medidas no convencionales, magnitud capacidad volumétrica, dirigida a estudiantes de grado quinto de primaria (10 y 11 años). Ambas desarrolladas en instituciones educativas en Tumaco, Colombia. A las que se les aplicó los indicadores de idoneidad didáctica que ofrece el enfoque ontosemiótico y otros indicadores elaborados por los autores.

6.2 Artículo 4

Blanco-Álvarez, H.; Fernández-Oliveras, A. y Oliveras, M. L. (2017). Idoneidad didáctica de una clase de matemáticas desde una perspectiva etnomatemática. *Revista Enseñanza de las Ciencias*, en evaluación.

Idoneidad didáctica de una clase de matemáticas diseñada y evaluada desde la perspectiva etnomatemática

Didactic suitability of a math class designed and evaluated from an ethnomathematics perspective

Hilbert Blanco-Álvarez
Grupo de Investigación Etnomatemáticas, Formación de profesores y Didáctica. Universidad de Granada y Universidad de Nariño
hilbla@udenar.edu.co

Alicia Fernández-Oliveras
Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales. Universidad de Granada
alilia@ugr.es

María Luisa Oliveras
Grupo de Investigación Etnomatemáticas, Formación de profesores y Didáctica. Universidad de Granada
oliveras@ugr.es

Resumen

La finalidad de este artículo es valorar la idoneidad didáctica de una clase sobre la medida de magnitudes con patrones no convencionales, dirigida a estudiantes del tercer grado de educación primaria (8 y 9 años), en una institución educativa pública del municipio de Tumaco, Colombia. La clase fue diseñada desde una perspectiva etnomatemática. Mostramos su evaluación mediante indicadores de idoneidad didáctica propios del enfoque ontosemiótico, junto con otros indicadores elaborados por los autores. La idoneidad de dicha clase es evaluada en cada una de sus seis facetas: ecológica, epistemológica, interaccional, mediacional, afectiva y cognitiva. El análisis nos permitió detectar fortalezas y debilidades de la clase: alta idoneidad ecológica, idoneidad epistémica que debe mejorarse e idoneidad global satisfactoria.

Palabras clave: Etnomatemática, Idoneidad didáctica, Evaluación, Medida, Educación primaria

Abstract

The objective of this article is to evaluate the didactic suitability of a class about the measurement of magnitudes with non-conventional patterns, directed toward 3rd grade students in elementary school (8 and 9 year olds), in a public school of the Tumaco municipality of Colombia. The class was designed from an ethnomathematics perspective. We carry out the evaluation with indicators of didactic suitability of the onto-semiotic focus, together with other indicators elaborated by the authors. The suitability of the class is evaluated according to each of the following six facets: ecological, epistemological, interactional, media-based, emotional, and cognitive. The analysis allowed us to detect strengths and weaknesses of the class including high ecological suitability, epistemic suitability that could be improved, and satisfactory global suitability.

Keywords: Evaluation, Ethnomathematics, Didactical suitability, Measure, Elementary school

Introducción

Una actividad de gran importancia para el avance de la investigación en educación matemática es la evaluación de diseños e intervenciones didácticas. Evaluación que permita describir y valorar las interacciones en el aula, con fines investigativos o de mejora didáctica (Godino, Bencomo, Font, & Wilhelmi, 2006; Godino, Font, Wilhelmi, & De castro, 2009).

Una herramienta que nos permite realizar dicha valoración de los hechos didácticos, desde el punto de vista del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS), está constituida por el conjunto de indicadores de medida de la *Idoneidad didáctica*, entendida como el núcleo estructural que valida una práctica didáctica y caracterizada mediante la articulación coherente y sistémica de sus seis facetas: ecológica, epistémica, interaccional, mediacional, afectiva y cognitiva.

En España, Brasil, Colombia y Argentina, se han realizado investigaciones sobre la valoración de la idoneidad didáctica de: diseños de actividades, procesos de enseñanza, materiales utilizados, etc. Algunos ejemplos son los trabajos de Alsina & Domingo (2010); Breda, Font-Moll, & Lima (2015); Castro Gordillo & Velásquez Echavarría (2014); y Font, Planas, & Godino, (2010).

Este artículo tiene como finalidad valorar la idoneidad didáctica de una clase de matemáticas, diseñada desde una perspectiva etnomatemática. Dicha perspectiva, interpretan Fernández-Oliveras y Oliveras (2015), está marcada por una visión triádica de las matemáticas como una *ciencia*, un *producto sociocultural* y un *modo personal de pensar* inseparables. En esta perspectiva, la clase parte de los conocimientos previos personales, en una aproximación científica hacia un concepto, se pasa en segundo lugar a analizar un producto o signo sociocultural conectado con ese concepto, dándole validez de concepto contextualizado, y se continúa con la “forma de pensar” de cada estudiante, practicando cooperativamente con los recursos culturales, buscando la forma de apropiación individual del concepto en su contexto. Finalmente, los estudiantes conectan el concepto cultural con el concepto estándar, dando a ambos la misma validez epistémica. De este modo, su educación matemática etno no les aparta de la educación matemática generalizada, en contra de lo que una mala interpretación de la etnomatemática teme. Por el contrario, una clase diseñada desde la perspectiva etnomatemática les permite aprender matemáticas partiendo de su contexto social, conectando el saber local de su microcultura con la sabiduría general, elaborada macro culturalmente. Saberes cuyo fin último, desde su dimensión educativa, es el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes con un alto grado de crítica, responsabilidad ciudadana, respeto a la diferencia y a la diversidad cultural (D’Ambrosio, 2000).

Recurrimos al uso de la herramienta: *idoneidad didáctica (I.D.)*, por su afinidad epistemológica con la Etnomatemática, ya que comparte con ésta una visión Wittgensteiniana de las matemáticas (Knijnik, 2012). Ambas, entienden las matemáticas como juegos de lenguaje, con unas reglas y unas gramáticas particulares que habitan en formas de vida diversas. Esta forma de ver las matemáticas nos permite reconocer distintas prácticas culturales como matemáticas, cada una de ellas inmersa en la cultura de su grupo social, con unas reglas propias de organización y legitimación del conocimiento matemático, pero con ciertas semejanzas de familia con la matemática académica, con la que también comparten su interés por los problemas de la sociedad y la imperativa necesidad de resolverlos eficientemente (Oliveras & Blanco-Álvarez, 2016).

Además, tomamos la I.D. como instrumento en esta investigación por su utilidad para analizar la articulación de significados personales e institucionales de los objetos matemáticos en procesos de enseñanza y aprendizaje, así como sus relaciones ecológicas con el sistema educativo (Oliveras & Godino, 2015).

La clase analizada versó sobre la medida de magnitudes con patrones no convencionales, fue dirigida a estudiantes del tercer grado de educación primaria (8 y 9 años), en una institución educativa pública del municipio de Tumaco, Colombia. La impartió una profesora que participaba en un curso de formación en activo sobre Etnomatemática (Blanco-Álvarez, 2016). Realizamos la evaluación de la idoneidad de dicha clase, en cada una de sus seis facetas, mediante indicadores de idoneidad didáctica propios, elaborados por los autores a partir de este caso, junto con otros indicadores del enfoque ontosemiótico.

Marco teórico

Esta investigación se enmarca en el Programa de Etnomatemática planteado por D’Ambrosio (1993) y en el modelo teórico MEDIPSA elaborado por Oliveras (1996), considerados como fundamentos teóricos para investigar la acción docente.

El programa “Etnomatemática” ve la educación matemática como un fenómeno cultural, social y político (D’Ambrosio, 2014b; Oliveras, 2015), lo que atañe tanto al proceso de enculturación como al contenido.

Por otra parte, el modelo MEDIPSA, establece siete áreas: Matemáticas, Epistemología, Didáctica, Investigación, Psicología, Sociología y Antropología, que componen el sustrato del marco fundamental de la investigación del hecho didáctico-matemático. El modelo propone elegir, en cada investigación, teorías de estas distintas áreas que sean compatibles entre sí, y proporcionen una base coherente de actualidad para la investigación educativa interpretativa de fenómenos didáctico-matemáticos.

En nuestro caso elegimos, para la componente didáctica, la Idoneidad Didáctica del modelo EOS (Godino, 2013), que hemos mostrado es compatible con el fundamento etnomatemático (Oliveras & Godino, 2015), tomado para la componente matemática.

Del modelo EOS consideramos de utilidad para el análisis didáctico de la acción en el aula la noción de *idoneidad didáctica*, que encontramos útil al observar una clase desde sus seis facetas: Ecológica (sociedad, escuela, currículo); Epistémica (problemas, lenguajes, procedimientos, argumentos); Interaccional (interacción, comunicación,); Mediacional (recursos, tiempo); Afectiva (actitudes, emociones); Cognitiva (aprendizajes). Realizamos una presentación de cada una en la tabla 1, una descripción más amplia en Godino (2013).

Idoneidad Didáctica-EOS	
Faceta	Descripción
<i>Ecológica</i>	Se refiere a las relaciones con el currículo escolar y otras disciplinas.
<i>Epistémica</i>	Alude a significados institucionales de objetos matemáticos del currículo y significados sociales de los objetos matemáticos presentes en la cultura.
<i>Interaccional</i>	Sobre interacción entre profesor y estudiantes y negociación de significados
<i>Mediacional</i>	Trata del uso de recursos tecnológicos, material manipulativo, así como de la asignación del tiempo a las distintas acciones y procesos.
<i>Afectiva</i>	Contempla emociones, motivaciones de los estudiantes .
<i>Cognitiva</i>	Atiende los significados personales o aprendizajes de los estudiantes

Tabla 1 - Descripción de las facetas de la Idoneidad didáctica del modelo EOS

Se han realizado numerosos estudios basados en el modelo EOS, con gran acierto, como los ya mencionados, en los que la herramienta que hemos utilizado se han puesto a prueba, lo que nos da la garantía de su validación mediante esos estudios previos.

Sin embargo, no existen investigaciones en las que se hayan aplicado los indicadores de idoneidad didáctica a aspectos didácticos diseñados desde el enfoque etnomatemático, por lo que consideramos nuestro trabajo pionero. Con doble aportación: en primer lugar, el análisis de la idoneidad didáctica de una clase etnomatemática, y en segundo lugar ajustar los indicadores de I.D. a un diferente enfoque teórico de lo didáctico, mostrando que, en nuestro caso, requiere nuevos registros, que hemos elaborado, para diversificar su poder de diagnóstico.

Sin embargo, es notoria la pertinencia del modelo EOS para analizar didácticamente la práctica docente etnomatemática que presenta la matemática como ciencia ligada a las culturas. Ya que se trata de introducir prácticas matemáticas que adoptan versiones contextualizadas de prácticas matemáticas extraescolares comunes a diversas culturas, no recogidas en los currículos oficiales de los diferentes países, ni en el currículum afrocolombiano.

Otro elemento de la componente didáctica de este trabajo es la teoría de la enculturación matemática de Bishop (1999), ya que enfatiza en que las matemáticas escolares necesitan ser relacionadas con la vida cotidiana de los estudiantes, y los profesores las busquen más allá de la escuela.

Existen también valiosos estudios sobre la visión cultural de la clase de matemáticas, que son dignos de mención (Albanese, 2015; Goizueta & Planas, 2013) aunque se centran en aspectos diferentes al que nos ocupa.

Metodología

Entendemos por metodología de investigación el modo en que nos enfrentamos al objeto investigado y la forma de dar respuesta a las preguntas previas y a las surgidas en la propia investigación, incluyendo los supuestos teóricos que han guiado las decisiones tomadas al respecto. En este sentido consideramos que: “El término metodología designa el modo en que enfocamos los problemas y buscamos las respuestas, consiste en algo más que un conjunto de técnicas para recoger datos. [...] Es un modo de encarar el mundo empírico” (Taylor & Bodgan, 1986, pp. 15, 20).

Por ello la metodología empleada en esta investigación subyace en todo el informe que presentamos aquí, aunque tratamos de explicitarla en este apartado. Para nosotros la educación matemática puede ser analizada desde dos miradas: una prescriptiva que busca factores que inciden en la mejora de los resultados de la enseñanza y otra interpretativa que busca identificar los procesos que contribuyen a la construcción de significados en las relaciones sociales y su relación con la cultura, lo que Eisenhart (1988) llama corrientes de investigación positivista e interpretativa respectivamente. Nuestra investigación participa de la corriente interpretativa.

En coherencia con el anterior marco de fundamentos teóricos, que consideramos inseparable de la metodología, hemos elegido para la componente de investigación una metodología cualitativa, de carácter interpretativo.

Entendemos que la interpretación requiere una previa descripción de los hechos y contextos en que estos se desarrollan, así hemos actuado haciendo descripciones e interpretaciones entrelazadas. “No tiene sentido para el interpretativista hacer cosas como catalogar creencias sobre las matemáticas, sin considerar al mismo tiempo los contextos en que estas creencias han sido importantes” (Eisenhart, 1988, p. 103). En esta parte de la investigación doctoral,

relativa a la clase desarrollada en una escuela, se apoya a otra parte relativa a los tipos de posicionamientos matemáticos de los profesores implicados en la investigación global (Oliveras & Blanco-Álvarez, 2016).

Existen investigaciones cualitativas descriptivas y teóricas, según la clasificación de los estudios cualitativos establecida por Taylor y Bogdan (1986). En los estudios teóricos: “el propósito es comprender o explicar rasgos de la vida social que van más allá de las personas y escenarios estudiados en particular,..., los investigadores utilizan los datos descriptivos para ilustrar sus teorías y conceptos” (Taylor & Bogdan, 1986, p. 154). Es lo que nuestro estudio pretende, mostrar las características de una clase idónea en didáctica, apoyándonos en las descripciones de aspectos de esa clase marcados por un instrumento científico evaluador de la idoneidad.

Por otra parte, hemos modificado el instrumento para adaptarlo a los planteamientos de la clase, basados en el fundamento matemático de la etnomatemática, ampliando así la teoría tomada como elemento instrumental, por lo que realizamos un estudio teórico completo: “La construcción o modificación de teorías sobre las relaciones culturales y sociales es normalmente el criterio necesario para un estudio (teórico) completo” (Eisenhart, 1988, p. 101), que en nuestro caso construye un ejemplo paradigmático de clase, idónea didácticamente, a la par que un instrumento para valorar esta idoneidad didáctica etnomatemática.

En suma, hemos realizado un estudio de caso (Stake, 1999), donde el caso es una clase en la que se realiza una actividad diseñada como parte de la investigación. Esta conlleva una evaluación, llevada a cabo con un instrumento que, en parte, ha emergido del proceso interpretativo llevado a cabo, lo que puede considerarse que constituye teoría fundamentada (Strauss & Corbin, 2002).

Fuentes de información y registros

La participación del investigador primer autor, como observador no participante, que elaboró un cuaderno de campo, junto a la técnica de toma visual de datos en una grabación en vídeo (3 horas), constituyeron las fuentes de información.

En la grabación se registró la gestión de la clase y una sesión posterior de evaluación de dicha clase, realizada por los profesores que participaron en el curso de formación citado, siendo coautores del diseño de la clase, y que participaron como observadores pasivos en su implementación.

La clase

El diseño de la clase fue realizado de forma cooperativa por el citado grupo de 8 profesores y desarrollado por una profesora de dicho grupo en su aula habitual, durante una hora y media. El objetivo de la clase era captar los conocimientos extraescolares que poseían los estudiantes sobre patrones de medida de longitudes, el dominio significativo de los mismos y el proceso en el que llegan finalmente a aceptarlos como conocimiento matemático válido, al establecer relaciones entre los patrones culturales y las unidades de medida establecidas en el currículo general.

La actividad desarrollada en la clase se tituló *Unidades no convencionales de medición de longitudes*. En la tabla 2 se describe la gestión didáctica llevada a cabo por la maestra que la implementa, (datos tomados del vídeo).

<p>Gestión didáctica del aula</p>	<p>EPISODIO 1. (Primera situación problema) Motivación: Primero la profesora pide a los estudiantes que salgan al patio y se organicen en grupos de 5 personas. Luego, cada grupo escogerá 2 estudiantes, el más bajo y el más alto del grupo, para que registren los saltos de longitud y los 3 estudiantes restantes realizarán saltos largos a partir de un punto de partida seleccionado por ellos. Finalmente, los dos estudiantes que no saltaron (el más bajo y el más alto) medirán con sus pies, uno seguido del otro, la distancia recorrida por los saltos de sus compañeros y anotarán las medidas en su cuaderno. Posteriormente los niños responden las siguientes preguntas: ¿Cuántos pasos midió el niño pequeño?, ¿Cuántos pasos midió el niño más grande?, ¿Estas medidas en qué juegos ustedes las utilizan? ¿De qué otra manera podemos medir estos saltos?</p> <p>EPISODIO 2. (Segunda situación problema) Trabajo en grupo: La profesora solicita a los niños que regresen al salón y que se organicen en los mismos grupos. Luego les pide responder las siguientes preguntas: ¿Qué partes de tu cuerpo puedes utilizar para medir la altura y el ancho del escritorio?, ¿Cómo creen que serán los resultados de la medición de cada uno de sus compañeros al compararlos?, luego los niños miden la altura y el ancho del escritorio del profesor. Posteriormente, responden la pregunta ¿Si las medidas de los compañeros son distintas, qué puede hacerse para que las medidas resulten iguales?</p> <p>EPISODIO 3. (Proceso de institucionalización del contenido matemático) Socialización: Cada grupo explica a sus compañeros los resultados obtenidos Trabajo individual: Cada estudiante registra en el cuaderno cuáles son las diferentes medidas no convencionales tomándolas del tablero, escribiendo como título: <i>Medidas no convencionales de longitud</i> y luego escriben: El paso, el salto, el pie, el codo, la cuarta, son patrones no convencionales para medir longitudes. Esos patrones de medida no determinan una medida exacta. Luego, los niños dibujan cada una de ellas.</p> <p>EPISODIO 4. (Proceso de socialización mediante una técnica propia del grupo cultural y de la indagación en el entorno social familiar) Actividad de síntesis: Se pide a los niños que se pongan de pie para cantar la ronda ANDARELE. La profesora canta la ronda y luego lo hace con los niños. Mi abuelito Juan José , Andarele vamos ya (Estríbillo) Me invitó a hacer las medidas , (Estríbillo) Las medidas ancestrales ,(Estríbillo) Empezamos con el salto, (Estríbillo) Utilizamos las manos, (Estríbillo) Y seguimos con los codos, (Estríbillo) Estas partes de mi cuerpo, (Estríbillo) Sirven para hacer medidas, (Estríbillo)</p> <p>Actividad en casa: Investigar si los patrones no convencionales de medición estudiados en clase son utilizados en tu familia y las forma de uso.</p>
------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Tabla 2 – Transcripción e interpretación inicial, división en episodios y procesos, de la gestión didáctica que hace la docente en el aula

Análisis del vídeo

El vídeo sobre la clase y su evaluación, fue dividido en cinco *episodios*, marcados por procesos establecidos por los investigadores como una primera acción de interpretación de lo observado. El primer episodio se refiere al desarrollo de la *primera situación problema* planteada por la profesora. El segundo la realización de la *segunda situación problema*, el tercer episodio presenta el proceso de *institucionalización* del contenido matemático, el cuarto se refiere al proceso de *socialización* mediante una técnica propia del grupo cultural: el canto

de una ronda¹ tomada como actividad de síntesis y la actividad en casa que consideramos de *indagación*, lo que constituye una cierta forma de institucionalización. El quinto episodio es la evaluación de la clase, en mesa redonda de discusión realizada por los profesores observadores.

Para proceder al análisis, cada episodio se dividió en *unidades de análisis significativas*. Estas unidades se determinaron mediante un análisis de contenido del visionado, tomando categorías previas basadas en los roles y actuaciones de los actores del caso (estudiantes y profesora) y que son momentos del vídeo donde se presentan acciones de la profesora que modifican la situación de los estudiantes, por ejemplo: “Primero la profesora pide a los estudiantes que salgan al patio y se organicen en grupos de 5”, requiere acción de los estudiantes, se observará si la realizan correctamente o no, ya que vincula la siguiente acción: “cada grupo escogerá 2 estudiantes, el más bajo y el más alto del grupo”, si la realizan correctamente o no tiene relación con el contenido de aprendizaje, lo que puede dar lugar a una acción de la profesora en su rol de evaluadora, de este modo se ha continuado.

A estas situaciones nos referimos como una situación didáctica de interés para los objetivos a analizar en la investigación, ya que van marcando pasos en el proceso didáctico en el que se encuentran enfrentados los actores y que dan lugar a unidades de análisis. Algunas de estas unidades fueron transcritas y otras fueron analizadas directamente haciendo uso del software Atlas.ti versión 6.2. La discusión de los profesores observadores, registrada en el episodio cinco, fue transcrita totalmente. Los datos de este artículo provienen del vídeo, en su totalidad.

Instrumento

El instrumento utilizado para el análisis fueron los indicadores de idoneidad didáctica (Godino, 2013). A ellos agregamos nuevas componentes e indicadores, con el objetivo de contar con un instrumento con el cual se particularice en el análisis de clases, materiales, propuestas curriculares, textos escolares, etc., que se hayan diseñado bajo una perspectiva etnomatemática. Es importante subrayar que investigadores como Oliveras y Godino (2015) han señalado que la Etnomatemática carece de instrumentos para la evaluación de los diseños de actividades matemáticas que se realizan desde una perspectiva etnomatemática para valorar rigurosamente su desarrollo en el aula.

Esta colaboración mutua entre referentes teóricos y metodológicos es una práctica investigativa reciente, en aras de aunar esfuerzos en pro de la investigación en el campo de la Educación Matemática, como señalan Bikner-Ahsbahs y Prediger (2014). Dicha práctica se basa en el principio de que “la diversidad de enfoques teóricos *sólo* puede ser fructífera *si* las conexiones entre ellos se *establecen activamente*” (Bikner-Ahsbahs et al., 2014, p. 8) (traducción nuestra).

Este ejercicio de colaboración mutua entre la Etnomatemática y el EOS ya había sido iniciado por Oliveras y Godino (2015), presentando una comparación entre ambos enfoques: “concretamente se presentan las características básicas de ambos marcos teóricos, se comparan las cuestiones paradigmáticas abordadas y se identifican algunas concordancias y complementariedades” (ibíd, p. 432) la integración de estas nuevas componentes y nuevos indicadores, es otro ejercicio de colaboración mutua.

¹ Una ronda es un tipo de canción infantil o de adultos que hace parte de la cultura afrotumaqueña, mediante la cual la comunidad pone de relieve y socializa algún elemento cultural que quiere difundir.

Vemos que los indicadores de la I.D. del EOS están pensados para la matemática escolar, y los que proponemos, abren la posibilidad de analizar la práctica educativa desde una visión cultural, incluyente de otros pensamientos matemáticos excluidos por la hegemonía del conocimiento matemático escolar. Consideramos conveniente agregar nuevos indicadores que permitan: observar la adecuación de los currículos a las necesidades de la educación intercultural bilingüe, en el área de matemáticas; examinar el reconocimiento, valoración y uso que se hace de los saberes extraescolares en el aula de clase y, de las implicaciones afectivas y emocionales de éstos sobre los estudiantes.

Las nuevas componentes e indicadores se fundamentan en diversas características, enunciadas por autores como Bishop (1999); Blanco-Álvarez (2011); D’Ambrosio (2014a); Domite (2006); Gerdes (1996); Oliveras (1996); Oliveras y Gavarrete (2012) para un currículo de matemáticas basado en la cultura, y elementos del conocimiento didáctico-matemático del profesor de matemáticas necesarios para llevar a la práctica dicho currículo, que son listadas en Blanco-Álvarez, Fernández-Oliveras y Oliveras (2017).

En la tabla 3 presentamos las componentes e indicadores que proponemos los autores, en cursiva, mientras que las componentes en tipo “redonda” proceden del EOS.

Indicadores de idoneidad didáctica etnomatemática	
Idoneidad Ecológica	
Componentes	Indicadores
Adaptación al currículo	<i>1.- Se adecúan los contenidos a los fines de la educación intercultural bilingüe de comunidades indígenas o afrodescendientes</i> <i>2.- Se adecúan los contenidos a los currículos propios locales o proyectos institucionales comunitarios.</i>
Apertura hacia la innovación didáctica	<i>3.-Se promueve la reflexión sobre las etnomatemáticas de diversas culturas.</i>
Educación en valores	<i>4.- Se contempla la promoción de la equidad, la inclusión social y la democracia.</i>
Conexiones intra e interdisciplinares	<i>5.-Se hacen conexiones de las matemáticas con la física, la antropología, la historia, la sociología, etc.</i>
<i>Interacción con la comunidad (Familia, gremios, grupos indígenas o afro, etc.)</i>	<i>6.-Se tiene en cuenta a la comunidad en el diseño de la clase, proyectos educativos, currículo, etc.</i>
Idoneidad Epistémica	
<i>Naturaleza o postura filosófica</i>	<i>7.-Se hace alusión a las matemáticas como un producto cultural y se explicita el reconocimiento y la valoración del pensamiento matemático extraescolar</i>
Situaciones problema	<i>8.-Se hacen explícitos los objetos matemáticos extraescolares o etnomatemáticos en las situaciones problema</i> <i>9.-Se resuelven situaciones problema usando diferentes procedimientos, algoritmos escolares y extraescolares.</i>
Reglas (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	<i>10.-Se presentan procedimientos, definiciones, representaciones de objetos matemáticos extraescolares</i>
Argumentos	<i>11.-Se valoran y respetan argumentos basados en lógicas distintas a la occidental</i>
Relaciones	<i>12.-Se establecen comparaciones, relaciones entre los procedimientos, definiciones, representaciones de objetos matemáticos escolares y extraescolares</i>
Idoneidad interaccional	
<i>Interacción docente-discente-comunidad</i>	<i>13.-Se favorece la participación de la comunidad en la gestión de la clase o de proyectos</i>

Idoneidad mediacional	
Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, ordenadores)	14.- <i>Se usa material didáctico contextualizado, textos escolares diseñados desde una perspectiva etnomatemática o herramientas diseñadas por la comunidad para resolver problemas matemáticos, por ejemplo, el quipu, la yupana.</i>
Metodologías	15.- <i>Se proponen métodos que tengan en cuenta el saber cultural, por ejemplo los Microproyectos (oliveras,1996), que tengan relación con signos culturales de la comunidad</i>
Idoneidad afectiva	
Emociones	16.- <i>Se favorece la motivación de los estudiantes, para que se interesen y participen</i> 17.- <i>Se mejora su autoestima al estudiar contenidos etnomatemáticos relacionados con su comunidad, con su cultura, con su cosmovisión</i>
Idoneidad cognitiva	
Conocimientos previos (Los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	18.- <i>Se tienen en cuenta los saberes matemáticos previos de los estudiantes, relacionados con su cultura.</i> 19.- <i>Se tienen en cuenta las formas de razonamiento y argumentación características de su cultura para legitimar su conocimiento en el aula.</i>
Aprendizaje: (Lenguajes, conceptos, procedimientos, argumentos y relaciones entre los mismos)	20.- <i>Se contempla en la evaluación los conocimientos y modos de razonar matemáticos escolares y extraescolares culturales</i>

Tabla 3 – Componentes e indicadores ampliados definidos por los autores, para evaluar la idoneidad didáctica desde una perspectiva etnomatemática

No pretendemos utilizar esta tabla de 20 indicadores como una parrilla que se aplique de manera exhaustiva a cada episodio de la clase, sino como un conjunto de categorías que el investigador tiene en cuenta para hacer su análisis cualitativo, siempre buscando el sentido de los hechos clave ocurridos en la clase en alguno de estos indicadores, pero no en todos. Creemos que para que cada uno de los fenómenos interpretados dé respuesta a una de las componentes no es necesario que se verifiquen todos los indicadores. Así, por ejemplo, en la idoneidad mediacional no se utilizó tecnología informática, lo cual no implica que sea inexistente la idoneidad.

El reto de determinar una escala de satisfacción de las condiciones de cada indicador nos está llevando a profundizar en el modo de establecer unos criterios mixtos cuali-cuantitativos que midan el nivel de logro, pero actualmente solo hemos establecido la siguiente escala de cumplimiento de cada Indicador, donde contraevidencia es una evidencia contraria al indicador, en este caso aportadas por los observadores en varios casos:

- 1.- Inexistente: no se ha encontrado ninguna evidencia;
- 2.- Mejorable: se encuentran evidencias y en cantidad semejante contraevidencias;
- 3.- Suficiente: se encuentran evidencias y en menor cantidad contraevidencias;
- 4.- Alta: se encuentran muchas evidencias y solo una o dos contraevidencias;
- 5.- Óptima: no se ha encontrado ninguna contraevidencias y muchas evidencias;

y estamos utilizándola como primicia en esta investigación, es necesario continuar con su aplicación de modo más amplio para poder concluir su pertinencia y mejora.

Análisis de datos

En la investigación cualitativa interpretativa, el investigador debe acercarse a los hechos de una forma progresiva, lo que lleva consigo varias etapas de profundización en los datos (Gurdián-Fernández, 2007), para lo cual los indicadores se utilizaron en dos etapas de análisis.

En la primera etapa, para despertar nuevas formas de mirar, para lo cual se observaron los episodios con la tabla de indicadores, señalando si creíamos que se presentaban o no en los fenómenos de la clase representados mediante la transcripción, es decir, solo marcamos sí ó no, en cada episodio.

En la segunda etapa del análisis, se trata de buscar evidencias concretas de los sí, y de hacer una reflexión y comentario conjunto de todas las correspondientes a cada componente, mostrando la interpretación que hacemos de las evidencias y de sus relaciones. Configuramos así una teoría interpretativa de los hechos ocurridos y en las condiciones en las que ocurrieron, mostrando a modo de teoremas de existencia lo que puede ocurrir en situaciones como la de la clase, sin vincular una relación causal ni de implicación, solo haciendo ver que son posibles hechos semejantes si las condiciones ambientales de las seis componentes de idoneidad didáctica son semejantes.

Hemos complementando el análisis con los comentarios de los profesores, planteados en el episodio cinco, que se realizaron siguiendo el método del *Estudio de clase* o lesson study (Hart, Alston, & Murata, 2011) los cuales fueron categorizados también usando los mismos indicadores mencionados anteriormente.

Respecto a los indicadores del EOS, son muy extensos y hemos optado por no incluir el detalle de su cumplimiento en este artículo, solo indicaremos que los no incluidos en nuestra adaptación y ampliación son: 8 componentes y 38 indicadores, se encuentran en Godino (2013, p. 118), y solo comentaremos sucintamente sus niveles de cumplimiento en las conclusiones, por motivos de espacio.

Resultados

Análisis de la faceta ecológica

La faceta ecológica valora el grado de adaptación del proceso docente y de aprendizajes al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social. En nuestro caso, encontramos que la actividad *Unidades no convencionales de medición de longitudes*, por su contenido y objetivos, se corresponde con lo contemplado en los Estándares básicos de competencias en matemáticas (Ministerio de Educación Nacional Colombiano, 2006), sobre pensamiento métrico, para los grados primero a tercero de la educación primaria. Esta faceta también valora la apertura hacia la innovación didáctica. Ésta característica se aprecia en la actividad desarrollada, al contemplar en su diseño, la inclusión de saberes tradicionales de la cultura afro de Tumaco. Este es un cambio importante, propuesto desde la Etnomatemática, pues comúnmente las actividades se diseñan siguiendo solo el libro de texto establecido. Esta innovación, visible en términos de contenidos (unidades arbitrarias de medición) lo fue más en términos de la postura epistemológica de los maestros hacia las matemáticas, ya que estos reflexionaron sobre el estatus epistemológico de las matemáticas escolares y las etnomatemáticas, estando algunos de acuerdo y otros en desacuerdo en asignarle el mismo estatus epistemológico a ambas. Un estudio amplio sobre dichas reflexiones se presenta en Oliveras & Blanco-Álvarez (2016).

Una innovación adicional, fue incorporar una postura política en la clase de matemáticas, al procurar por medio de una *ronda* presentar las unidades no convencionales de medición como un conocimiento vivo y en uso en la comunidad y así fortalecer el proceso de enculturación de los estudiantes en la cultura tumaqueña, tal y como lo señala el Proyecto Etnoeducativo Afronariñense, cuando menciona la necesidad de formar “hombres y mujeres con identidad étnico-cultural, con capacidad para conservar la memoria ancestral de resistencia y con

autovaloración de su cultura” (Organizaciones de Comunidades Negras de Nariño, 2011, p. 23), fortaleciendo así el eje de aprendizaje denominado Identidad Afro.

Al valorar la idoneidad ecológica de la actividad, desde una perspectiva etnomatemática, encontramos evidencias de su adaptación al currículo, de la apertura hacia la innovación didáctica y la educación en valores, lo que nos permite afirmar que es alta la idoneidad en esta faceta, al verificarse los indicadores 1 a 5 de la misma.

Sin embargo, una maestra observadora, indica que debe hacerse mayor énfasis en la autovaloración de la cultura local, por medio del contenido matemático estudiado a lo largo de la clase. El siguiente relato da evidencia de dicha recomendación de mejora:

Maestra A: Hay que tener en cuenta los pasos que se han venido enseñando, por ejemplo, tratando de recordar las actividades que realizaron nuestros ancestros. En el desarrollo de la clase hay que hacer énfasis en eso, comparar lo que hicieron nuestros abuelos con lo que están haciendo ellos ahora, ¿qué material utilizaron? (Episodio 5, 16:41-17:04)

Análisis de la faceta epistémica

El objeto matemático que se pone en juego en la clase es la noción de patrón de medida. Para esto la profesora plantea dos situaciones problema, que se caracterizan como ejemplares del tipo situacional: “calcule la distancia entre dos puntos usando patrones de medida no convencionales”.

La primera situación problema pide a los niños medir la distancia recorrida por el salto de un compañero. En la consigna de la situación se enuncia el patrón de medida no convencional *pie* (pero no se da su significado institucional), la profesora espera que éste ya sea de conocimiento para los estudiantes, pero no hace una indagación en los saberes previos. En efecto, el significado personal que los niños tienen sobre *pie* es el mismo significado institucional, al igual que el procedimiento de su uso para medir longitudes, pues al resolver la situación colocan un pie seguido del otro reiteradamente, sin dejar espacios e iniciando bien en el punto de partida. Además, los estudiantes incorporan otro patrón no convencional, el dedo, al encontrar que el patrón de medida no convencional *pie* sobrepasaba la longitud que estaban midiendo. Este es un objeto matemático personal que surge en la actividad, lo que permitió que los niños utilicen expresiones matemáticas como la cantidad de veces que utilizó el patrón no convencional, por ejemplo: cinco pies y cuatro dedos.

En la segunda situación problema la profesora pregunta a los estudiantes: ¿Qué partes de tu cuerpo puedes utilizar para medir la altura y el ancho del escritorio? (toma estas dos dimensiones como pretexto, bien pudo haber sido el largo y el ancho). Los estudiantes al responder hacen ostensibles otros objetos matemáticos personales, que han tomado de la cultura, como la cuarta, el codo. Los niños miden la altura y el ancho del escritorio reiterando, el patrón de medida no convencional cuarta o codo.

En ambas situaciones problema, los niños utilizaron expresiones matemáticas, como: las medidas, más grande, más pequeño, contar, dedos, pasos, pie, codo.

Luego, la profesora institucionaliza los patrones de medida no convencionales: pie, codo, cuarta, llevando los significados personales de los estudiantes a la institucionalización escolar, aunque ya existía antes una institucionalización social y cultural para los estudiantes, pues estos significados personales son objetos etnomatemáticos vivos, en términos de Oliveras (2006), y son puestos en uso por los estudiantes en sus juegos, como lo deja ver el siguiente relato (episodio 3, 1:13-1:40)

Profesora: [...] pero ustedes tienen un juego que yo los he mirado y miden con una cuarta
Estudiantes: bola! bola!
Profesora: ahhh, también la utilizan cuando están jugando ¿qué?
Estudiantes: concha profe!
Profesora: concha, pero también la utilizan en otro juego. ¿Qué juego será?
Estudiantes: tapón!
Estudiantes: fútbol!
Estudiantes: bola!

En esta etapa de institucionalización, el objeto matemático *patrón de medida* se presentó primero como ostensivo lingüístico (oral), luego se representó con una parte del cuerpo y finalmente, de forma escrita y gráfica. Se hizo mención a que estos hacen parte de un conjunto de patrones no convencionales de medida, y se mencionó que una característica que comparten es que ninguno de ellos permite realizar medidas exactas.

La valoración final de la idoneidad epistémica es mejorable, según la escala anterior, aunque se cumplen los indicadores 8 y 10. Recomendamos en clases futuras hacer alusión a las matemáticas como un producto cultural, promover entre los niños la reflexión sobre las etnomatemáticas de otras culturas y establecer comparaciones entre procedimientos de las matemáticas escolares y extraescolares.

Análisis de la faceta interaccional

La actividad estaba diseñada para trabajo en grupo y luego individual.

La profesora fue clara al explicar las consignas de las dos situaciones problema propuestas a los estudiantes, al igual que al momento de institucionalizar el tema, enfatizando en los conceptos tratados.

En el plan de clase se tuvo en cuenta las dificultades que podrían tener los niños al realizar la actividad y la forma de solucionar dicha dificultad. Además, la profesora utilizó una ronda o canción infantil como medio de captar la atención de los estudiantes y como medio de cierre y afianzamiento de la temática,

Dentro de las recomendaciones que realizaron los profesores observadores están: a) incluir un espacio en la clase para la discusión y presentación de argumentos por parte de los estudiantes, para llegar a consensos sobre cuál era el mejor argumento. Aunque se planeó en el plan de clase (como *socialización*) que los estudiantes socializaran sus respuestas y se generaran procesos de discusión y reflexión en torno a dichas respuestas, no se realizó. Sin embargo, la profesora sí generó espacios de discusión entre el grupo y ella, al final de cada situación problema se comparan, en el tablero, los resultados de las mediciones y se les preguntó ¿qué sucede si quien midió tiene los pies más grandes o más pequeños?, ¿qué sucede con la medida? Esto lo vemos en el siguiente relato (episodio 1, 9:13-10:24):

Profesora: Pregunto para todos ¿cuál es la diferencia entre el más grande y el más pequeño?
Estudiantes: [dan sus argumentos al tiempo, de manera desorganizada]
Profesora: [Pregunta a una niña] ¿en tu grupo quién fue el más grande?
Estudiantes: Rubén
Profesora: ¿y quién fue el más pequeño?
Estudiantes: Cristian
Profesora: ¿Cuál es la diferencia entre Rubén y Cristian?

Estudiante: Que Rubén tiene pies más grandes por eso tiene menos puntaje y Cristian como tiene pies más pequeños tiene más puntaje
Profesora: [Pregunta a todos] ¿Qué les parece?
Estudiantes: Bien
Profesora: ¿qué piensan los demás?, ¿sí es lo que dice Tamara o no?
Estudiantes: Sí profe
Profesora: ¿Si? Ustedes creen que el más grande tiene los pies qué?
Estudiantes: Más grandes
Profesora: ¿entonces se les va más qué? ¿más o menos pasos? ¿se le van más o menos pasos?
estudiantes: más...menos. Menos pasos
Profesora: ¿y el más pequeñito se le van qué?
Estudiantes: más
Profesora: Más pasos, muy bien

b) prestar mayor atención a las preguntas o respuestas de los estudiantes, que en ocasiones se ignoraron, c) incluir espacios donde los estudiantes exploren y conjeturen ejemplos y contraejemplos, y hagan uso de diferentes herramientas para razonar, hacer conexiones, resolver problemas y comunicarlos.

La valoración de la idoneidad interaccional la consideramos mejorable, en tanto que la clase fue muy dirigida y no dejó espacio para la exploración, el intercambio de ideas, la comparación entre grupos y la autonomía de los estudiantes.

Análisis de la faceta mediacional

En esta faceta se contemplan los elementos materiales y metodológicos que median en la interrelación entre profesor y estudiantes, las condiciones temporales y personales, entendiendo a las personas como recursos humanos que modifican el proceso del conocimiento.

En este sentido destacamos que el número de estudiantes fue adecuado (20), así como el horario del curso y los espacios donde se llevó a cabo la clase. No se utilizó tecnología pues la temática no lo requería.

Respecto al uso de material didáctico contextualizado desde una perspectiva etnomatemática, no se utilizó material escrito ni manipulativo en el diseño de la actividad ni en su desarrollo. La falta de material contextualizado, como libros de texto, juegos, etc. dificulta a los maestros llevar a cabo una enseñanza de las etnomatemáticas en la escuela. Algunos países cuentan con textos escolares de matemáticas diseñados desde la perspectiva etnomatemática, como Colombia (Valencia Salas, 2014); Costa Rica (Vásquez, 2015); Estados Unidos (Zaslavsky, 1998); Hawaii (Furuto, 2012), Mozambique (Gerdes, 2011), entre otros, pero este tema necesita mucha investigación para su desarrollo, según Gerdes (1996), y nosotros estamos de acuerdo.

Sin embargo, en la clase la profesora pidió a los estudiantes hacer uso de diferentes partes del cuerpo como patrones de medida, lo que consideramos como un recurso material contextualizado, que tiene usos locales según la cultura, esto permitió usar un lenguaje adecuado a los estudiantes en relación a la temática de los patrones no convencionales.

La definición de patrón no convencional fue presentada como una actividad final de la clase, después de haber participado en varias situaciones que requerían el uso de dichos patrones de medida, empleando un método inductivo muy acorde con la valoración de lo concreto como mediador de las conceptualizaciones.

La profesora hizo uso de dos situaciones problema como estrategia para introducir la temática, lo que guarda cierta relación con los Microproyectos, ya que nos permiten “desarrollar el currículo escolar introduciendo las etnomatemáticas propias de un grupo social en la educación” (Fernández-Oliveras & Oliveras, 2015, p. 482).

Los profesores observadores recomiendan que: a) el tiempo previsto en el plan de clase para su desarrollo sea revisado, pues se dedicó más tiempo del que se tenía previsto; b) la organización de los grupos de estudiantes se mantenga después de la primera situación problema, pues cuando regresaron al salón de clase los estudiantes no conservaron dicha organización, lo que no permitió el debate entre los mismos integrantes de los grupos que habían hecho una experiencia y querían comentarla.

Finalmente, los indicadores 14 y 15 están presentes ya que los recursos fueron los propios niños y el método inductivo condujo a la definición después de prácticas realizadas con elementos corporales. Valoramos como suficiente la idoneidad mediacional, al utilizar un lenguaje adecuado y contextualizado, en buenas condiciones de aula, y por la metodología utilizada que permitió relacionar el tema con actividades cercanas a los niños.

Análisis de la faceta afectiva

En esta faceta se valora la capacidad de la clase para incentivar la motivación de los estudiantes y el favorecimiento de la autoestima, al estudiar contenidos etnomatemáticos relacionados con su cosmovisión.

A este respecto, la clase inició con dos situaciones problema que fueron atractivas para los estudiantes, que se interesaron en ellas y participaron activamente. El canto de la ronda alusiva a la temática, creada para esa clase, motivó mucho más a los estudiantes. Los profesores observadores comentaron esto repetidamente. Veamos el comentario de la profesora que gestionó la clase (episodio 5, 00:15 -2:21):

Profesora: Los niños estuvieron motivados todos querían, lo primero que fue como el salto, todos querían saltar. Me gustó lo de la clase porque los que no saltaban también tenían participación que era con el paso, y eso es lo que a ellos también les gusta, que todos estén implicados en las actividades que se hagan [...] les gustó mucho lo de la canción por que salieron cantando mi abuelito Juan José y ahí nos damos cuenta que la didáctica es una cosa que les llama mucho la atención a ellos, porque de pronto más les llamó la atención lo que fue participativo, lo que fue cantado a lo que estaba en el tablero.

Una situación particular de ánimo se presentó cuando la profesora preguntó en qué parte ellos utilizaban los patrones de medida no convencionales estudiados, a lo que respondieron en los juegos. Un profesor reconoce la familiaridad de los niños con juegos donde se utilizan diferentes patrones de medida no convencionales (episodio 5, 3:09-3:25):

Profesor: Me parece interesante, motivante la clase de la profesora, se partió de algo que los niños manejan mucho, lo que es los juegos, la cuarta, el gеме, jugar con bolas, con conchas, el kelmi, es algo que empíricamente lo conocen.

La profesora hizo énfasis en la importancia de conocer los patrones de medida no convencionales pues pueden ser de utilidad en situaciones de la vida cotidiana para tomar medidas, aunque no sean tan precisas.

No se realizó un ejercicio de argumentación de procedimientos o respuestas entre los estudiantes, sino solo con la profesora. Hubo respeto hacia sus respuestas entre los estudiantes y de la profesora hacia ellos.

La idoneidad afectiva se valora como alta, al tener múltiples evidencias de cumplimiento de los indicadores 16 y 17, en tanto que las actividades fueron motivadoras y de empoderamiento, se deja ver en el vídeo que los niños estaban entusiasmados al hablar de contenidos etnomatemáticos relacionados con sus juegos, y que en la clase estaban siendo tenidos en cuenta (fotografía 1 y 2)



Fotografía 1. Los estudiantes organizando el grupo de trabajo



Fotografía 2. Los estudiantes participando en la clase

Análisis de la faceta cognitiva

El contenido matemático era adecuado al grado y edad. La actividad no contempló ningún modo de evaluación. Sin embargo, en el vídeo se observa que los estudiantes seleccionan un patrón de medida no convencional, como el pie, la mano, el dedo, o el codo, y recubren el objeto a medir por medio de reiteraciones de este. Este procedimiento deja entrever, como afirma Chamorro y Belmonte (1988), que los estudiantes están desarrollando la idea de patrón. Luego, cuando la profesora pregunta a los niños por lo que sucede cuando mide un niño con el pie más grande o más pequeño, se observa que los estudiantes comprenden que el tamaño del patrón elegido está en relación inversa al número de unidades necesario para expresar la medida, como se aprecia en el (episodio 1, 9:13-10:24), condición que señalan (González López, 2015).

Por otro lado, a pesar de que la profesora no indagó en los conocimientos previos de los estudiantes, las situaciones problema planteadas permitieron conocer que éstos ya hacían uso de patrones no convencionales en sus juegos, como se deja ver en el (episodio 3, 1:13-1:40). Los profesores observadores recomendaron: a) realizar actividades de refuerzo y b) agregar a la actividad espacios de evaluación.

Finalmente, valoramos la idoneidad como alta, ya que hay muchas evidencias de los indicadores 18 y 19, pese a que hay ausencia del indicador 20, pues consideramos que el objetivo de aprendizaje de la actividad se cumplió, que era el uso de los patrones de medida no convencionales.

Conclusiones

Hemos presentado el análisis de la idoneidad didáctica de una clase de matemáticas que fue diseñada desde una perspectiva etnomatemática. Encontramos que los indicadores de Godino (2013) y los planteados por los autores, nos permitieron hacer un análisis detallado tanto de la actividad, como de su gestión, señalando sus fortalezas en el proceso de integrar la

etnomatemática al aula de clase y sus debilidades respecto a ciertos aspectos de la gestión y los recursos, que se convierten en nuevas posibilidades de planificar investigaciones que conduzcan a su mejora y cambio.

Respecto a los 38 indicadores del EOS no incluidos en nuestra ampliación a la Etnomatemática, hemos encontrado evidencias de su cumplimiento en 15 indicadores, con niveles medios de suficiente. Estos unidos a los 20 que hemos añadido para la evaluación de elementos etnomatemáticos, que ninguno se incumple y dan una media de idoneidad entre suficiente y alta, hace que la clase evaluada tenga un nivel de idoneidad didáctica suficiente, medida con un total de 35 indicadores, que son el 60 % del total de 58 aplicados.

Esto nos hace afirmar que la clase impartida está en un nivel medio y su didáctica es aceptable en general y alta respecto de los requerimientos específicos etnomatemáticos, teniendo en cuenta las condiciones contextuales.

Las implicaciones de estos resultados para el curso de actualización e introducción a la Etnomatemática, en el que participaron los profesores implicados, son directas y la introducción etnomatemática es satisfactoria.

Esta actividad investigativa de evaluación nos permitió plantear algunos elementos que consideramos importantes para la formación de profesores, en ejercicio o en formación inicial. El primero de ellos es lograr que los profesores identifiquen en sus diseños de actividades, clases, currículos, etc., los elementos que componen cada una de las facetas de la idoneidad y de sus indicadores, y en particular en contextos educativos de interculturalidad; el segundo tiene que ver con la formación en procesos de evaluación usando un instrumento de observación; y el tercero, es el mejoramiento de la fase de observación y evaluación de la metodología de estudio de clase (o Lesson Study), al hacerla más sistemática, pues ésta sólo se hace realizando un seguimiento al cumplimiento del plan de clase, desde la experiencia y el conocimiento profesional del profesor observador.

Un aporte adicional tiene que ver con la promoción de la cultura de la evaluación, entendida como un proceso permanente, crítico y por supuesto propositivo, hacia la búsqueda del mejoramiento de las prácticas de enseñanza, de las actividades, de los currículos, etc.

En este sentido, la evaluación de su propia práctica, debe considerarse como una de las competencias de los profesores, en formación o en ejercicio, para el mejoramiento de la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En particular, en Etnomatemática, se abre una línea de investigación que permitirá acercarnos con mayor objetividad a la tarea de la articulación de la etnomatemática al aula de clase.

Referencias

- Albanese, V. (2015). Etnomatemáticas en artesanías de trenzado y concepciones sobre matemáticas en la formación docente. *Enseñanza de Las Ciencias*, 33(1), 277–278.
- Alsina, A., & Domingo, M. (2010). Idoneidad Didáctica de un protocolo sociocultural de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Relime*, 13(1), 7–32.
- Bikner-Ahsbahr, A., & Prediger, S. (Eds.). (2014). *Networking of theories as a research practice in Mathematics Education, Advances in Mathematics Education*. Switzerland: Springer International Publishing.
- Bikner-Ahsbahr, A., Prediger, S., Artigue, M., Arzarello, F., Bosch, M., Dreyfus, T., ... Schäfer, I. (2014). Starting Points for Dealing with the Diversity of Theories. In A. Bikner-Ahsbahr & S. Prediger (Eds.), *Networking of Theories*

- as a Research Practice in Mathematics Education* (pp. 3–12). Switzerland: Springer International Publishing.
- Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós Ibérica.
- Blanco-Álvarez, H. (2011). La postura sociocultural de la educación matemática y sus implicaciones en la escuela. *Revista Educación Y Pedagogía*, 23(59), 59–66.
- Blanco-Álvarez, H. (2016). Diseño de actividades para la enseñanza de la magnitud longitud y capacidad en la educación primaria y básica desde la Etnomatemática. In Fundación Save the Children Colombia (Ed.), *Introducción al desarrollo de pensamiento métrico y los sistemas de medida en la educación básica primaria* (pp. 9–26). Pasto: Graficolor.
- Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2017). Formación de profesores de matemáticas desde la Etnomatemática: estado de desarrollo. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, en prensa.
- Breda, A., Font-Moll, V., & Lima, V. M. R. (2015). A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos Em Educação Matemática*, 8(2), 1–41.
- Castro Gordillo, W. F., & Velásquez Echavarría, H. (2014). Idoneidad didáctica de la práctica de maestros en formación inicial en un contexto urbano de conflicto social violento. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(3), 33–54.
- Chamorro, C., & Belmonte, J. M. (1988). *El problema de la medida. Didáctica de las magnitudes lineales*. Madrid: Editorial Síntesis.
- D'Ambrosio, U. (1993). Etnomatemática: Um programa. *Revista Da Sociedade Brasileira de Educação Matemática-SBEM*, 1(2), 5–11.
- D'Ambrosio, U. (2000). Las dimensiones políticas y educacionales de la etnomatemática. In A. Martínón Cejas (Ed.), *Las matemáticas del siglo XX: una mirada en 101 artículos* (pp. 439–444). Tenerife: Universidad de la Laguna.
- D'Ambrosio, U. (2014a). *Etnomatemáticas. Entre las tradiciones y la modernidad*. Madrid: Ediciones Díaz de Santos.
- D'Ambrosio, U. (2014b). Las bases conceptuales del Programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 100–107.
- Domite, M. do C. (2006). Da compreensão sobre formação de professores e professoras numa perspectiva etnomatemática. In G. Knijnik, F. Wanderer, & C. José de Oliveira (Eds.), *Etnomatemática, currículo e formação de professores* (2a ed., pp. 419–431). Santa Cruz do Sul: EDUNISC.
- Eisenhart, M. (1988). The ethnographic research tradition and mathematics education research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 99–114.
- Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2015). Formación de maestros y Microproyectos curriculares. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 472–495.
- Font, V., Planas, N., & Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia Y Aprendizaje*, 33(1), 89–105.
- Furuto, L. H. L. (Ed.). (2012). *Ethnomathematics Curriculum Textbook: Lesson Plans for Precalculus, Trigonometry, and Analytic Geometry*. Hawaii: University of Hawai'i.
- Gerdes, P. (1996). Ethnomathematics and mathematics education. In A. Bishop (Ed.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 909–943).

- Netherlands: Kluwer.
- Gerdes, P. (2011). *Mundial de Futebol e de Trançados*. Sao Paulo: Editora Diáspora.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8(11), 111–132.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V., & Wilhelmi, M. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 27(2), 221–252.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M., & De castro, C. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de Las Ciencias*, 27(1), 59–76.
- Goizueta, M., & Planas, N. (2013). Temas emergentes del análisis de interpretaciones del profesorado sobre las argumentación en clase de matemáticas. *Enseñanza de Las Ciencias*, 31(1), 61–78.
- González López, M. J. (2015). Enseñanza y aprendizaje de las magnitudes y su medida. In P. Flores Martínez & L. Rico (Eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria* (pp. 281–306). Madrid: Pirámide.
- Gurdián-Fernández, A. (2007). *El paradigma cualitativo en la investigación socio-educativa*. San José: PrintCenter.
- Hart, L. C., Alston, A., & Murata, A. (Eds.). (2011). *Lesson study Research and Practice in Mathematics Education: Learning together*. New York: Springer.
- Knijnik, G. (2012). Differentially positioned language games: ethnomathematics from a philosophical perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 80(1–2), 87–100.
- Oliveras, M. L. (1996). *Etnomatemáticas : formación de profesores e innovación curricular*. Granada: Comares.
- Oliveras, M. L. (2006). Etnomatemáticas. De la multiculturalidad al mestizaje. In J. Gimenez, J. M. Goñi, & S. Guerrero (Eds.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 117–149). Barcelona: Graó.
- Oliveras, M. L. (2015). El pensamiento creativo, la crítica y la comunicación en el ICEm5. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 4–10.
- Oliveras, M. L., & Blanco-Álvarez, H. (2016). Integración de las etnomatemáticas en el aula de matemáticas: posibilidades y limitaciones. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 30(55), 455–480.
- Oliveras, M. L., & Gavarrete, M. E. (2012). Modelo de aplicación de etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas en Costa Rica. *RELIME: Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 15(3), 339–372.
- Oliveras, M. L., & Godino, J. D. (2015). Comparando el programa etnomatemático y el enfoque ontosemiótico: Un esbozo de análisis mutuo. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 432–449.
- Organizaciones de Comunidades Negras de Nariño. (2011). *Proyecto Etnoeducativo Afronariñense*. Tumaco: Secretaria Departamental de Educación de Nariño.
- Stake, R. E. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Ediciones Morata.
- Strauss, A., & Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa: técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Medellín: Editorial Universidad de Antioquia.
- Taylor, S., & Bodgan, R. (1986). *Introducción a los métodos de investigación*. Buenos

Aires: Paidós.

Valencia Salas, A. P. (2014). *Etnomatemática africana*. Secretaría de Educación Distrital de Bogotá: Equilibrio Gráfico Editorial Ltda.

Vásquez, A. P. (2015). *Kulkuok I Cha: matemática contextualizada a las cosmovisiones Bribri y Cabécar para séptimo año*. Heredia: Universidad Nacional de Costa Rica.

Zaslavsky, C. (1998). *Math Games & Activities from Around the World*. Chicago: Chicago Review Press.

6.3 Artículo 5

Blanco-Álvarez, H.; Fernández-Oliveras, A. y Oliveras, M. L. (2017). Medidas de capacidad volumétrica no convencionales: aportes a la Educación Primaria. *Revista Enseñanza de las Ciencias*, en prensa.

Medidas de capacidad volumétrica no convencionales: aportes a la Educación Primaria

Hilbert Blanco-Álvarez

Universidad de Nariño, Departamento de Matemáticas y Estadística, Colombia

Alicia Fernández-Oliveras

Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales, España

María Luisa Oliveras

Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de las Matemáticas, España

RESUMEN: En este estudio evaluamos el diseño y la aplicación de una propuesta para la enseñanza de patrones de medida no convencionales de la magnitud capacidad volumétrica, entendida como el volumen interior de un recipiente, dirigida a estudiantes de quinto grado de Educación Primaria, en una institución educativa en Tumaco, Colombia. La propuesta consiste en una clase diseñada desde una perspectiva etnomatemática para abordar nociones científico-matemáticas relacionadas con la metrología. La evaluación de la clase se basó en la aplicación de los indicadores de idoneidad didáctica que ofrece el Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS) y nuevos indicadores elaborados por los autores. El análisis permitió detectar las fortalezas y debilidades de la clase diseñada.

PALABRAS CLAVE: Evaluación, Idoneidad didáctica, Unidades de medida, Etnomatemática.

OBJETIVOS: Evaluación de una clase, que aborda nociones científico-matemáticas relacionadas con la metrología, diseñada desde una perspectiva etnomatemática y evaluada con indicadores de la idoneidad didáctica.

Marco teórico

La idoneidad didáctica es una noción del modelo EOS - Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (Godino, 2013) que consideramos de utilidad para el análisis didáctico de las clases en que se trabajan nociones científico-matemáticas, como las relacionadas con la metrología, con un enfoque etnomatemático.

La Etnomatemática es un campo de investigación internacionalmente consolidado que propone una visión ampliada de la matemática y la educación científico-matemática. El EOS es una propuesta teórica muy valorada en la comunidad de estudiosos de la educación matemática. La conjunción de ambos marcos teóricos puede aportar un mutuo enriquecimiento (Oliveras & Godino, 2015). Desde una perspectiva etnomatemática, matemáticas y cultura son inseparables. Ya que las matemáticas incluyen sistemas simbólicos para su expresión forman parte del modo científico de conocer y son herramientas de la tecnología, parte de la cultura destinada a crear artefactos para dominar la naturaleza, facilitar el trabajo o posibilitar el ocio (Oliveras, 1996).

Tecnología y metrología guardan una relación íntima, dado que los artefactos creados precisan de una medición que garantice el cumplimiento de la función perseguida. La rama de la física que estudia las medidas de las magnitudes garantizando que puedan relacionarse con patrones y con las unidades fundamentales del sistema Internacional de Unidades ha pasado por distintas etapas. En su origen, el objeto principal de la metrología fue analizar los sistemas de pesas y medidas antiguos. Actualmente, los objetivos de la metrología se han ampliado incorporando el estudio de los procesos de medida. La finalidad histórica de la metrología presenta un importante interés desde el punto de vista de la didáctica de las ciencias experimentales y las matemáticas, valga como ejemplo el trabajo de González (1992).

Estudios sobre dificultades de aprendizaje de nociones científicas apuntan que en los estudiantes de educación primaria, inicialmente, la masa, el volumen y la densidad aparecen entremezclados en un concepto global de «pesadez» (Shayer & Adey, 1986). Coloquialmente se habla de *volumen* y de *capacidad* indistintamente, para referirse a la extensión tridimensional de un objeto o recipiente, sin reflexionar acerca del significado científico de estas dos palabras. Desde el punto de vista físico, los cuerpos materiales ocupan un volumen por el hecho de ser extensos. Por otro lado, podemos hablar de la capacidad de un recipiente refiriéndonos a su volumen interior, que podría medirse, por ejemplo, rellenándolo de líquido. Este volumen no tiene por qué ser igual al volumen exterior del recipiente, que podría medirse sumergiéndolo en un líquido. Así, un vaso vacío tiene un volumen exterior, dado que ocupa un espacio, y también una capacidad, dada por el volumen que puede contener en su interior. Tradicionalmente existe confusión entre capacidad y volumen, que se refleja cuando se tratan sus unidades de medida en la escuela. Muchos niños tienen la concepción errónea de que solo los objetos «con capacidad» tienen volumen, o que el volumen es una propiedad de los líquidos (quizá porque en la vida diaria, para expresar el volumen de un líquido, se suele recurrir a la capacidad del recipiente que lo contiene expresada en litros y sus derivados).

A lo largo de la historia, se han utilizado diferentes unidades de volumen que varían de una cultura a otra (Sanchez, 2006). En la comunidad colombiana de Tumaco es habitual utilizar para la medida del volumen distintos recipientes de uso frecuente, como la botella (1 litro), el botellín (250 ml), y medidas ancestrales, como el cuenco de la mano, la calabaza o mate y la guadua.

Metodología

Se usó una metodología cualitativa, de carácter interpretativo para evaluar una clase diseñada desde una perspectiva etnomatemática e impartida en Tumaco, Colombia, a estudiantes de edades entre 10 y 11 años. Además de la maestra responsable, estuvieron presentes quince profesores observadores, que participaron en el diseño de la clase. Los contenidos científico-matemáticos a enseñar estaban relacionados con patrones de medida no convencionales para la magnitud capacidad volumétrica, entendida como el volumen interior de un recipiente.

Los datos fueron registrados en una grabación en vídeo que, junto a la evaluación de la clase, fue dividida en cuatro *episodios*. El primero incluye el desarrollo de la situación problema planteada por la profesora. El segundo trata sobre el proceso de institucionalización de los contenidos científico-matemáticos. El tercer episodio recoge el canto de una ronda² como actividad de síntesis. El cuarto es la discusión de los profesores sobre la clase. Cada episodio

²Canción afrotumaqueña que pone de relieve algún elemento cultural que se quiere difundir

se dividió en *unidades de análisis significativas*, que son momentos del vídeo que presentan una situación didáctica de interés para la investigación.

Instrumento

Para la evaluación se utilizaron los indicadores de idoneidad didáctica de Godino (2013) y otros adicionales propuestos por los autores para seis facetas observables en una clase. Estos últimos se muestran en la Tabla 1. El objetivo de agregar nuevos indicadores fue contar con un instrumento para el análisis de clases, propuestas curriculares, textos, diseñados desde la Etnomatemática. Estos nuevos indicadores se fundamentan en las características del currículo científico basado en la cultura (Oliveras, 1996) y en elementos del conocimiento del profesor necesario para llevar a la práctica dicho currículo (Blanco-Álvarez, Fernández-Oliveras, & Oliveras, 2017).

Tabla 1 - Indicadores etnomatemáticos diseñados por los autores, para evaluar la idoneidad didáctica

COMPONENTES	INDICADORES
Faceta 1: Idoneidad ecológica (sociedad, escuela, currículo)	
Adaptación al currículo	Se adecúan los contenidos a los fines de la etnoeducación, educación intercultural bilingüe, educación indígena o para las relaciones étnico-raciales. Se adecúan los contenidos a currículos propios locales o proyectos institucionales comunitarios
Tiene a la innovación didáctica	Se promueve la reflexión sobre las etnomatemáticas de diversas culturas
Educación en valores	Se explicita una postura política hacia las matemáticas, las ciencias experimentales y la educación que tenga en cuenta la valoración del pensamiento etnomatemático, la equidad, la inclusión social, el respeto por la diferencia, los problemas de género, la democracia
Conexiones intra e interdisciplinarias	Se hacen conexiones de las matemáticas con las ciencias experimentales, la antropología, la historia, la sociología, etc.
Interacción con la comunidad	Se tiene en cuenta a la comunidad al diseñar la clase (proyectos educativos)
Faceta 2: Idoneidad epistémica (problemas, lenguajes, procedimientos, definiciones, propiedades, argumentos)	
Naturaleza o postura filosófica	Se hace alusión a las matemáticas y a las ciencias experimentales como productos culturales
Situaciones problema	Se hacen explícitos los objetos científico-matemáticos extraescolares o etnomatemáticos en las situaciones problema. Se resuelven éstas usando diferentes procedimientos, algoritmos escolares y extraescolares
Reglas	Se presentan procedimientos, definiciones, representaciones de objetos matemáticos extraescolares
Argumentos	Se valoran y respetan argumentos basados en lógicas distintas a la occidental
Relaciones	Se establecen comparaciones, relaciones entre los procedimientos, definiciones, representaciones de objetos matemáticos escolares y extraescolares
Faceta 3: Idoneidad interaccional (diálogo, interacción, comunicación)	
Interacción docente-discente-comunidad	Se favorece la participación de la comunidad en la gestión de la clase o de proyectos
Faceta 4: Idoneidad mediacional (recursos técnicos, tiempo)	
Recursos materiales (manipulativos, calculadoras,	Se usa material didáctico contextualizado, textos escolares diseñados desde una perspectiva etnomatemática o herramientas diseñadas por la comunidad para resolver problemas matemáticos, (el quipu, la

ordenadores)	yupana).
Metodologías	Se hace uso de Microproyectos (Oliveras, 2005), basados en signos culturales de la comunidad
Faceta 5: Idoneidad afectiva (actitudes, emociones)	
Emociones	Se favorece la motivación de los estudiantes, que se interesen y participen Se mejora su autoestima al estudiar contenidos etnomatemáticos relacionados con su comunidad, con su cultura, con su cosmovisión
Faceta 6: Idoneidad cognitiva (aprendizajes)	
Conocimientos previos	Se tienen en cuenta: los saberes científico-matemáticos previos de los estudiantes, relacionados con su cultura, las formas de razonamiento y argumentación características de su cultura para legitimar su conocimiento en el aula
Aprendizaje	La evaluación contempla los conocimientos científico-matemáticos escolares y extraescolares

Análisis de los datos

En la investigación cualitativa interpretativa, el investigador debe acercarse a los hechos de una forma progresiva (Gurdián-Fernández, 2007). Por ello, los indicadores se utilizaron en dos etapas de profundización en los datos. En la primera etapa se observaron los episodios señalando en el instrumento diseñado si los indicadores se presentaban o no en los fenómenos de la clase. En la segunda etapa, se categorizaron los comentarios de los profesores planteados en el episodio cuatro usando los indicadores mencionados y recogiendo evidencias de ellos.

Resultados

Análisis de la faceta ecológica-epistemológica

La clase analizada cumple con los criterios de la idoneidad ecológica de: a) adaptación al currículo, ya que la actividad implementada aborda el pensamiento métrico contemplado en los estándares básicos de competencias para los grados cuarto a quinto de la educación primaria colombiana (Ministerio de Educación Nacional (MEN), 2006) y se adecua al Proyecto etnoeducativo afronariñense (Organizaciones de Comunidades Negras de Nariño, 2011); b) hacer innovación didáctica utilizando resultados de una investigación previa sobre saberes tradicionales de la cultura afro de Tumaco, realizada por los mismos profesores participantes. Esto constituyó innovación didáctica, pues comúnmente las actividades se diseñan sin tener en cuenta las etnomatemáticas de la comunidad y fortaleció el proceso de enculturación de los estudiantes en la cultura tumaqueña.

Desde la idoneidad epistémica, los procedimientos realizados por los estudiantes fueron adecuados, pues realizaron la medida de la capacidad de los recipientes reiterando la unidad no convencional (Godino, 2004) y la profesora realizó comparaciones entre éstos, estableciendo relaciones entre recipientes convencionales (botellín) y culturales (la guadua y el calabazo). Los profesores observadores resaltaron que la actividad haga explícitas las unidades no convencionales como un conocimiento etnomatemático de la cultura afro tumaqueña para medir la capacidad, pero insisten en hacer mayor énfasis en esto con los niños.

Análisis de la faceta interaccional-mediacional

La maestra integró las etnomatemáticas propias de la cultura tumaqueña, haciendo uso de un microproyecto (Fernández-Oliveras & Oliveras, 2015), incluyendo una situación problema

donde se utilizan medidas no convencionales usadas tradicionalmente por la comunidad. La consigna de la situación problema fue llenar con agua diferentes recipientes, calabazas y guaduas (Fig. 1), comparando cuántas caben en un cubo para afianzar conceptualmente la medida de la capacidad (Godino, 2004).



Fig. 1. Estudiantes llenando con agua calabazos

Los profesores observadores recomendaron generar mayor discusión, reflexión, argumentación, entre los estudiantes, puesto que la clase fue dirigida y la interacción se dio unidireccionalmente entre maestra y estudiantes.

Análisis de la faceta afectiva-cognitiva

La situación problema inicial fue atractiva a los estudiantes, éstos se interesaron y participaron activamente, como pudo constatarse en el vídeo. La profesora enfatizó la importancia de conocer los patrones de medida no convencionales y sus equivalencias, pues pueden ser de utilidad en situaciones de la vida cotidiana, aunque no sean exactos (Fig. 2) y cerró la actividad con el canto de una ronda alusiva al tema, que motivó más a los estudiantes, como manifestaron los profesores observadores repetidamente.

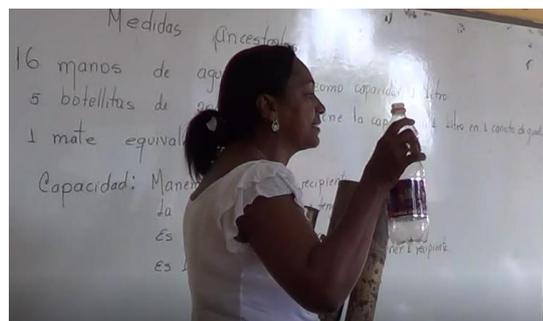


Fig. 2. Profesora mostrando equivalencias entre patrones de medida culturales y convencionales

El contenido científico-matemático fue adecuado al grado y edad de los estudiantes (MEN, 2016). Los profesores observadores llamaron la atención sobre la falta de experimentación y comprobación, por los estudiantes, de las equivalencias presentadas por la profesora.

Conclusiones

Nuestra valoración final, basada en los indicadores propuestos, es que debe mejorarse la idoneidad didáctica de la clase evaluada, ya que en ella no se consigue promover reflexiones

sobre la importancia de los saberes etnomatemáticos de la cultura tumaqueña, ni tampoco establecer conexiones con otras áreas. Otro aspecto a mejorar es la falta de experimentación por el alumnado, de las equivalencias entre los diferentes recipientes. Entre las fortalezas más significativas están: la adecuación del contenido a los fines de la etnoeducación, la valoración del pensamiento metrológico popular y la contextualización de la medida mediante la presencia de objetos culturales en las situaciones problema.

Esta evaluación investigativa permitió ilustrar la utilidad de los nuevos indicadores en la valoración de una clase diseñada desde la etnomatemática. También nos sirve de elemento motivador para llamar la atención sobre la necesidad de formación de los profesores en procesos de evaluación usando un instrumento de observación, con el cual identifiquen los elementos de las facetas de la idoneidad y sus indicadores, en sus diseños de clases o actividades. Un aporte adicional es promover la cultura de la evaluación entendida como un proceso permanente, crítico y propositivo para la mejora educativa.

Referencias bibliográficas

- Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2013). Innovación metodológica en la formación de maestros de matemáticas. In F. J. A. Bayo, F. D. Ramos, & P. Fernández Oliveras, et al. (Eds.), *Actas de las IV Jornadas sobre Innovación Docente y Adaptación al EEES en las Titulaciones Técnicas* (pp. 49–54). Granada: Godel Ediciones.
- Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2017). Formación de profesores de matemáticas desde la Etnomatemática: estado de desarrollo. *BOLEMA: Boletim de educação matemática*, en prensa.
- Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2015). Formación de maestros y microproyectos curriculares. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 472–495.
- Godino, J. D. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8(11), 111–132.
- González, J. (1992). Tecnología popular tradicional: medición de la capacidad de barriles y toneles por métodos empíricos. *Suma*, 11, 118-127.
- Gurdián-Fernández, A. (2007). *El paradigma cualitativo en la investigación socio-educativa*. San José: PrintCenter.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia.
- Oliveras, M. L. (1996). *Etnomatemáticas: formación de profesores e innovación curricular*. Granada: Comares.
- Oliveras, M. L. (2005). Microproyectos para la Educación Intercultural en Europa. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, (38), 70-81.
- Oliveras, M. L., & Godino, J. D. (2015). Comparando el programa etnomatemático y el enfoque ontosemiótico: Un esbozo de análisis mutuo. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 432-449.

Capítulo 6

- Organizaciones de Comunidades Negras de Nariño. (2011). *Proyecto Etnoeducativo Afronariñense*. Tumaco: Secretaria Departamental de Educación de Nariño.
- Sánchez, F. J. (2006). Aproximación al léxico de los pesos y las medidas de capacidad en la época renacentista. *Interlingüística*, 17, 951-960.
- Shayer, M., & Adey, P. (1986). *La Ciencia de enseñar Ciencias. Desarrollo cognoscitivo y exigencias del currículo*. Madrid: Narcea.

6.4 Comentarios finales

Para cerrar este capítulo, queremos subrayar cómo la integración de elementos de la Etnomatemática con elementos del EOS (Enfoque ontosemiótico), permitieron la ampliación de los indicadores de idoneidad didáctica por medio de nuevos indicadores orientados desde una visión etnomatemática. Rescatamos estos nuevos indicadores como un aporte a la comunidad etnomatemática, que permitirán llevar a cabo la evaluación de actividades, textos escolares, etc. Este ejercicio investigativo de integración de teorías, nos propone continuar en la búsqueda sistemática de puntos de encuentro de la Etnomatemática con otros referentes teóricos y metodológicos para la creación de instrumentos útiles para la investigación, la formación del profesorado y la práctica en el aula de clase.

Continuando con la línea de investigación evaluativa, mencionada en el capítulo 3, este ejercicio de evaluación nos permitió plantear algunos elementos que consideramos importantes para la formación de profesores, en ejercicio o en formación inicial.

- lograr que los profesores identifiquen en sus diseños de actividades, clases, currículos, etc., los elementos que componen cada una de las facetas de la idoneidad y de sus indicadores, y en particular en contextos educativos de interculturalidad;
- la formación en procesos de evaluación usando un instrumento de observación;
- el mejoramiento de la fase de observación y evaluación de la metodología de estudio de clase (o Lesson Study), al hacerla más sistemática, pues ésta sólo se hace realizando un seguimiento al cumplimiento del plan de clase desde la experiencia y el conocimiento profesional del profesor observador.

Capítulo 7. La dimensión política de la Etnomatemática

7.1 Presentación
7.2 Artículo 6
7.3 Comentarios finales

7.1 Presentación

Presentamos en este capítulo, la importancia de la dimensión política de la Etnomatemática y cómo por medio del curso de formación realizado en Tumaco, se logró sensibilizar a los maestros de la necesidad de reivindicar los conocimientos etnomatemáticos de la comunidad afrotumaqueña.

Así mismo, reflexionamos sobre la importancia de la Etnomatemática como una herramienta política para los países de América Latina, en contra de la modernidad neoliberal, los currículos homogenizadores, la exclusión social y el silenciamiento de los conocimientos matemáticos de los pueblos víctimas del colonialismo.

Para terminar, presentamos una propuesta de cómo integrar la etnomatemática en el aula de clase con un interés político.

7.2 Artículo 6

Blanco-Álvarez, H., y Oliveras, M. L. (2016). Ethnomathematics: A political tool for Latin America. *RIPEM-International Journal for Research in Mathematics Education*, 6(1), 112–126.

ETHNOMATHEMATICS: A POLITICAL TOOL FOR LATIN AMERICA

Hilbert Blanco-Álvarez

hilbla@yahoo.com

Universidad de Nariño/Universidad de Granada

María Luisa Oliveras

oliveras@ugr.es

Universidad de Granada

ABSTRACT

We analyze how the political dimension of ethnomathematics can be an effective tool for eurocentrism. Our thesis is that ethnomathematics is a useful tool for defending the math knowledge of the communities in Latin America that are facing globalization, the specialization of the sciences, colonization, official histories, and the existence of a single truth, and can be used to develop a more inclusive, pertinent, and meaningful mathematics education. To support this thesis we present three experiences where ethnomathematics played a main role in creating awareness of and revaluing this knowledge. In addition, we present a work proposal to be used in the classroom that shows how to go from using ethnomathematics like a motivating element to an element of cultural valorization. We conclude by showing how ethnomathematics, and its political dimension in particular, contributes to the search for a better education, in line with the educational goals established by the Organization of Iberoamerican States (OEI).

Keywords: Intercultural Curriculum; Cultural Valorization; African-Descendent Communities; Political Dimension; Ethnomathematics.

RESUMO

Analisamos como a dimensão política da Etnomatemática pode ser uma ferramenta eficaz para enfrentar o eurocentrismo. A nossa tese é que a Etnomatemática é uma ferramenta útil para a defesa dos conhecimentos matemáticos das comunidades da América Latina frente à globalização, à especialização das ciências, à colonização, às histórias oficiais, bem como à existência de uma única verdade, que podem ser utilizados para desenvolver uma educação matemática mais abrangente, pertinente e significativa. Para apoiarmos essa tese, apresentamos três experiências em que a etnomatemática desempenhou um papel importante para a conscientização e para a reavaliação desse conhecimento. Além disso, apresentamos uma proposta de trabalho para ser utilizada em sala de aula, que mostra como a etnomatemática pode ser modificada de um elemento motivador para um elemento de valorização cultural. Concluimos, mostrando como a Etnomatemática e, particularmente, a sua dimensão política, contribui para a busca de uma educação melhor, que está de acordo com as metas educacionais estabelecidas pela Organização dos Estados Ibero-Americanos (OEI).

Palavras chave: Currículo Intercultural; Valorização Cultural; Comunidades Afro-Descendentes; Dimensão Política; Etnomatemática.

1. Introduction

It is well known that European conquest and then colonization imposed its system of knowledge and beliefs on the systems of autochthonous knowledge systems of the communities that inhabited the American territory. Even though the American communities achieved their political, economic, educational, and religious independence more than 200 years ago, Latin America continues to be subjugated now by Modernity, which we have termed the second conquest of America. This approach brings our communities to the massive, irrational consumerism of capitalism; globalization, and international standardization; the division between victors and victims, social exclusion, and recognition of the single normative history; pharmaceutical medicine, industrialization, exploitation of fellow man, man's irrational search to dominate nature, and the irrational exploitation of natural resources.

This modernity does not recognize that Latin America, dating back to pre-Hispanic eras, has had endogenous economic systems, communal work, languages rich in syntaxes and semantics, traditional ancestral medicines, a strong symbolic relationship to nature and territory, systems of endogenous education, and its own math knowledge. Thanks to the indigenous and afro struggles in Latin America, many countries have advanced in the recognition of the existence of local communities and the legal status of subjects of the national constitutions of various countries such as Brazil, Colombia, Ecuador, Peru, and Bolivia. It is also important to highlight the re-valorization of the knowledge of their communities and the autonomy of these to execute their own education systems: ethnoeducation in Colombia, intercultural education in Chile, bilingual intercultural education in Ecuador, Peru, and Venezuela, and indigenous education and education for ethnic and racial relations in Brazil, etc.

Below, we will analyze the role that ethnomathematics plays in these processes of struggle and re-valorization of math knowledge of Latin American communities and we will present a proposal about how these extracurricular insights can be integrated to the math classroom.

2. The political Dimension of Ethnomathematics

Ethnomathematics surges from a response to eurocentrism, which from its political dimension, among other objectives, seeks to contribute to:

- I. *Valuing and fortifying* the sociocultural patrimony of the towns, communities, and socio-cultural groups through the study of its practices;
- II. Provide an alternative development of history and the philosophy of mathematics that makes the multiple forms of constitution of its objects and practices visible, highlighting its social, political, and economic character. This implies a displacement from an ontological plane towards an epistemological plane in the study of math concepts;
- III. *Develop a [mathematics] education based on equity, and respect of differences and socio-cultural diversity*, in other words a sensibility for social, cultural, and political factors, whether in the context of national systems of education, intercultural education projects, or

projects of self-education (Peña-Rincón, Tamayo-Osorio, & Parra, 2015, p. 138)¹.

In addition, ethnomathematics shares, together with other sociocultural and political approaches to mathematics education, the fact that mathematics is not culturally neutral, but rather that mathematics is a human and social construct, and we recognize the need to form critical students in mathematics in order to face social problems such as: racism, gender difference, elitism, democracy, power, etc. (Blanco-Álvarez, 2012), an emancipating, liberating mathematics education (Gerdes, 2012).

Ethnomathematics invites us to see mathematics from an historical, social, and human perspective. It also invites us to broaden the mathematic and cultural universe and if we understand mathematics from this position, it will be more possible to talk about *equity, self-derived curriculum, and diverse ways of legitimizing knowledge, social inclusion, cultural diversity, diversity of mathematic knowledge, and other histories of mathematics*. In addition, if a person is able to respect the diversity of genders, communities, and is able to respect cultural diversity, capable to understand that there are other histories of mathematics, and to place academic mathematics at the same epistemological level as extracurricular mathematics, this will all contribute to a great social change and ultimately to achieving peace, as previously signaled (D'Ambrosio, 2001).

Ethnomathematics is a tool that provides us with elements to revalorize local math knowledge as well as allow us to value and see the math knowledge of the colonized in contact with the math knowledge of the colonizer. Ethnomathematics allows us to create justice and give legitimacy to knowledge that is not recognized as mathematics, which is the main objective of ethnomathematics from its political dimension (D'Ambrosio, 2000, 2002).

Hereafter, we expose three examples of the use of ethnomathematics as a political tool. The first was a course of teacher education in the year 2012, in the municipality of Tumaco, Colombia; in this case, the participating teachers, in evaluations, manifest a recognition of the importance and the political needs to reaffirm the knowledge of the afro-descendent community of Tumaco. The second example shows some of the research carried out by Gelsa Knijnik with people from the *Movimento Sem Terra* [Landless Movement] movement from Brazil, and the third example, even though it is not an experience from Latin America but rather Mozambique (Africa), is one we would like to present because of its significant contributions to the political dimension of ethnomathematics. It also recognizes Paulus Gerdes and his extensive work in this research area.

Other research and reflections about the political dimension of ethnomathematics can be seen in (Bishop, 2005; Greer, Mukhopadhyay, Powell, & Nelson-Barber, 2009; Powell & Frankenstein, 1997), among others.

3. An Experience using Ethnomathematics Formation in the Political Sense in a Teacher Education Course of African-Descendent Teachers in Colombia

We present an experience of afro-descendent teachers in Tumaco, Colombia in 2012 where Ethnomathematics was used as a political tool for forming the awareness of teachers in the importance of re-valuing community knowledge and that this merits a place in the classroom, but no longer as knowledge of a second degree.

¹ Emphasis added by the authors.

3.1. The Issue

This course was motivated by a series of educational issues that were detected in the municipality of Tumaco, Colombia, by Jaramillo, Jurado Valencia & Collazos (2011), that were presented in Table 1. The population of the said community is composed by 95% Afro-Colombians, 3% indigenous, and 2% *mestizos*.

Characteristic	Weakness
<i>Scholarly curriculum related to culture</i>	<ul style="list-style-type: none"> • It is necessary that self-recognition, valorization of black culture, our cultural identity and history are developed at school; this is very important and the first that must do so are professors • Does not contribute to the fortification of community identity. • It's necessary to build a proposal from one's own education. An ethnoeducational (afro and indigenous) curriculum. • It does not respond to the contextual needs of the medium.

Table 1. Major educational difficulties perceived by the community of the Tumaco municipality

These weaknesses can be classified as political and curricular. Numbers 1 and 2 have to do with problems of a lack of identity and valorization of afro-Colombian culture, and weaknesses 3 and 4 are related to the fact that the school curriculum is not designed to respond the very necessities of the afro culture.

These are needs that are much felt by the afro-Colombian population of Tumaco, since even though the ruling of Law 115 of 1994 (Ministerio de Educación Nacional, 1994) in chapter 3 *Education for ethnic groups* states that educational institutions and teachers can incorporate cultural elements in the curriculum, this still is not a reality in the classrooms.

On the other hand, the Afro-Colombian Ethnoeducational Project, from here on out identified by PRETAN (Organizaciones de Comunidades Negras de Nariño, 2011) proposes to contribute elements that allow that the mathematics class keeps in mind the oral tradition of the afro community of Nariño and the cultural elements that circulate on the level of daily practices and ancestral discourse, thus fortifying the axis of the learning of afro identity.

In this way, the PRETAN calls attention to the characteristics of the profile of the afro-Colombian teacher that must respond to: a) A major commitment of the teacher to his/her community and his/her identification with the afro community of Nariño, b) Being knowledgeable and respectful of the afro community of Nariño, c) Being a living example for students of someone that promotes and motivates in them the desire to complete their studies, d) A teacher that investigates and innovates in his/her own classroom practice based on current literature and the cultural, historical knowledge accumulated by the community, e) An ethical teacher with values such as tolerance, respect, solidarity, and gratitude (which from his/her teacher experience tends to strengthen the bond between student and identity, creating a culture of contributing in the construction of a communal horizon of development and f) A teacher that constantly seeks permanent progression of academic and cultural formation in order to ensure a competitive, contextual, critical, intercultural, and liberating education.

In the same way, the PRETAN calls attention to the construction and development of its own curriculum, that seeks a permanent reflection and action to transform the conditions of the communities. In addition, such a self-determined curriculum is a catalyzing agent in processes of identity, social interaction, and affirmation of autonomy in the community. It is a curriculum

where the teacher plays the role of social agent, promoter of participative and organizational processes in which the student has a central role.

Other characteristics that are important to highlight are: a) It takes as a point of departure the social praxis as the context in which the reality of men and women of the afro community of Nariño is developed, b) It qualifies the level of political awareness, giving continuity to its own liberating thinking, c) It promotes the communal leadership of teachers, students, parents of families, and other social actors as a strategy for guaranteeing the organization and cohesion of the Afro-Colombian community of Nariño, d) It recognizes the diversity of social codes, linguistics, and cultural constructions of the afro community of Nariño, and e) It is constituted by the following elements: objectives, principles, levels, grades, and cycles in its own education, axes of learning, study plans, pedagogical projects, teaching approaches, scholarly research, other educational scenarios, and forms of communal evaluation of the afro ethnoeducation in the department of Nariño (Organizaciones de Comunidades Negras de Nariño, 2011).

3.2. Development of a Course on Teacher Training from Ethnomathematics

Keeping in mind the problem presented, a professional development course for teachers was designed using an ethnomathematics perspective with the objective of training mathematics teachers from a cultural perspective that responds to the academic needs of the area as well as to the recovery of the autochthonous and ancestral mathematics thinking of the Afro-descendent communities of the pacific coast of Nariño. By integrating mathematics with community knowledge, the afro culture and the territory acquires greater significance for the students.

In this sense, the political dimension of ethnomathematics allows, through the course, to propose an educational environment that will stimulate the unfolding of creativity, leading to new forms of multicultural relations (Oliveras, 2006). These relations provide an adequate space for preserving diversity and eliminating discriminatory inequalities, giving origin to a new societal organization. This makes mathematics a discipline that preserves diversity and eliminates discriminatory inequality. Ethnomathematics has this main objective (D'Ambrosio, 2002) which reinforces the characteristics of the specific curriculum. In terms of the structure of the course, Table 2 summarizes the main aspects of this.

Phase	Stage	Moments	Work form
Planification	Cooperative design of the course	Meeting to elaborate a pre-design for the course and define: objects, contents, phases, teachers to which the course is oriented, duration, schedules, place.	Group discussion
		Meeting to discuss course design	Group discussion
Implementation	Theoretical-Conceptual	Teacher conceptions about mathematics	Group discussion
		Relation between culture and curriculum	Reading of documents, group work and group discussion
		Investigation of extracurricular mathematics in cultural practices of the community	Group investigation and presentation of results
		Activity design	

Phase	Stage	Moments	Work form
	Activity design		Methodology of class study ²
	Application	Trial of activities designed and Autoevaluation and coevaluation of coursework	
Results	Evaluation	Course evaluation by participating teachers	Individual written reflection

Table 2. Phases, moments, and work structure of a course oriented from Ethnomathematics

In the execution of the course 28 teachers participated: 23 teachers of primary education and 5 of secondary education, whose academic formation was varied and only one of whom was licensed in mathematics. The teachers took the course voluntarily and without cost.

3.3. Final Reflections of the Teachers about the Teacher Education Course

Upon completing the course, an evaluation was made in relation to the quality of the program, in which one of the items was: *a reflection on the development process*. The teachers wrote their reflections. It was gratifying as a professor (first author) of the course and as researchers that such reflections directly responded to the educational weaknesses presented in Table 1, which were unknown to the teachers.

We have categorized and commented on their reflections according to the weaknesses we highlighted in Table 1.

Teacher 1 reflection	Weakness it relates to
“The formation process was very good because it brought us to recover all of our culture because we have been acculturated and we have lost our own identity as afro-descendants and because of that there is no appropriation of our territory”	<ul style="list-style-type: none"> • Self-recognition and valorization of black culture • Fortifying community identity

Approaching ethnomathematics allowed this teacher to be critical and reflective about the acculturation processes that the community of Tumaco experiences and the lack of appropriation and empowerment of the Afro-Colombian culture at the hand of the population, which creates a lack of belonging to their territory.

Teacher 2 reflection	Weakness it relates to
“It is of vital importance to attend to this capacitation because in carrying out the Institutional Educational Project importance has not been given to our culture, we have focused on accepting that which is imposed on us by editorials, unaware of our own culture. This allows us to value that which is ours so that the boys and girls of our region will love their studies and the place they live”	<ul style="list-style-type: none"> • Self-recognition and valorization of black culture • Fortifying community identity

² This methodology seeks on the behalf of teachers to achieve a permanent qualification, a reflexive and critical work about their practice and consists in four stages: 1. Group planning of the activities, 2. Implementation of activities and class observation, 3. Auto-evaluation and co-evaluation, and 4. the Re-design of activities (Hart, Alston, & Murata, 2011)

This teacher recognizes that he/she has accepted what the editorials have told him/her for a long time, making the classroom simply what the school text says. In addition, he/she is aware that there are other ways of working in the math classroom that allows one to study the math knowledge of the community and that it is important to recover this thinking and incorporate it into the classroom.

Teacher 3 reflection	Weakness it relates to
<p>“The Community Education Project must incorporate all the processes given in Ethnomathematics in order to appropriate one’s own ancestral education in order to realize the ways that the ancestors thought, interacted, and lived in order to project all these processes on the educational community”</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● African ethnoeducational curriculum

Without a doubt, this teacher is aware of the importance and need to incorporate African-Colombian community knowledge into the curriculum. In addition, this brings attention to the need to design one’s own curriculum.

Teacher 4 reflection	Weakness it relates to
<p>“My reflection highlights the importance of recovering the ancestral knowledge of this region, highlighting that the social or cultural context can be brought to the classroom in a significant way so that the lesson can have an impact on the student without abandoning the cultural or ancestral knowledge that is relevant to point out and highlight”</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Fortifying community identity ● African ethnoeducational curriculum

This teacher, like the previous ones, reflects the spirit of the political dimension of ethnomathematics, by manifesting how convenient it would be, on the one hand, to recover and highlight cultural knowledge, and on the other hand, bring this to the curriculum to endow the contents with sense and significance.

4. Ethnomathematics and its Political Value in Brazil

Another example of how the political dimension of ethnomathematics plays an effective role when facing eurocentrism is the work carried out by Gelsa Knijnik, a Brazilian mathematics educator, along with people from the *Movimento Sem Terra*, which is composed of peasants that fight for agrarian reform in Brazil.

In her research, Knijnik (1997) calls to mind the importance of avoiding a glorification of popular math practices, because only working with these can leave a social group socially subordinate, which places them at a disadvantage. In this way, it is necessary to understand academic mathematics in order to participate in the agrarian reform processes of the country. In addition, she affirms that when a subordinate group is aware of the economic, social, and political disadvantages that are associated with their popular math knowledge, they will try to learn academic mathematics. This is the development of this kind of political awareness that ethnomathematics seeks to instill on the people.

In another one of her works, Knijnik (2007) discusses the tensions that exist between writing and orality in the school curriculum. As we mentioned in the introduction, modernity does not recognize the knowledge of the Latin-American communities, in this case the oral mathematics knowledge, since in modernity writing is the tool used to classify between

primitive and civilized mentalities. In this regard, there is research such as that of Carraher, Carraher, & Schliemann (1995) which presents how the ability of the Brazilian children to do mental mathematics in the school setting does not produce good results because of the complexity of writing and mathematical formalities.

In this way, in works such as (Knijnik, 1996, 2002, 2014; Knijnik, Wanderer, & Oliveira, 2005) this research promotes and encourages the development and political awareness of ethnomathematics and math education.

5. Ethnomathematics as a Political Tool in Mozambique

The work of Professor Paulus Gerdes (1952-2014) is a major example of how ethnomathematics was used as a political tool on a large scale. He was an ethnomathematician that left us a great and important legacy of ethnomathematics. His research has its origin in the 1970s, working on the ethnomathematics knowledge of Mozambique and other African countries in a systematic and rigorous way. Mozambique is a country that achieved its independence from Portugal 40 years ago after a ten-year war. Finally, since 1975, Mozambique has been an independent republic and Professor Gerdes along with a series of scientists and educators began to work on questions like: what education should be given to those of Mozambique? Now that Mozambique is an independent republic an education distinct from that of the colonialist education imparted by Portugal is needed (Gerdes, 1998).

Professor Gerdes found the Mozambican population with problems of self-esteem, cultural identity, and cultural fortitude. He assured us then that “Africa needs an education oriented by culture, that can assure the survival of the African cultures, placing emphasis on the originality of thought and the encouragement of creative virtue” (Gerdes, 2012, p. 16). He also pointed out that “it is necessary to make the mathematics curriculum multicultural in order to improve the quality of education, in order to increase the social and cultural self-confidence of all the students” (Gerdes, 2012, p. 16).

The tool that Gerdes used to attend to these problems is ethnomathematics. He began to work systematically, in a rigorous way, and carried out a number of investigations and publications, for example he published the book *Mulheres, cultura e geometria na África Austral*, where he presented a re-valorization of the mathematical thought of the black woman (Gerdes, 2011a). If we observe the normative history of mathematics book, the African-descendent population does not appear much and the women even less, sending the message that the black communities do not produce mathematics. Such a revalorization of the mathematical thought of black women is the fruit of ethnomathematics as a political tool.

Another of his investigations had to do with the recovery of the histories of mathematics; that the official history negated the ethnohistories of cultural groups that like the Greeks were capable of developing mathematical thinking. In particular, his book *Pitágoras africano: Um estudo em cultura e educação matemática* (Gerdes, 2011b) showed through the geometric designs of Mozambican basket weaving that the Pythagoras Theorem is found in such artisan work. In addition, working closely with the community he developed a methodology for the analysis of diverse artisanal objects from Mozambique and other countries, trying to *unthaw* the geometric thinking of these people, hidden in the African baskets; one example of this is his book *Geometry from Africa: Mathematical and educational explorations* (Gerdes, 1999). In addition to his ethnomathematics research of African mathematical thought, he also left us with contributions in his *Ethnomathematics and Mathematics Education* where he proposed a methodology of working with learning circles, designing textbooks with ethnomathematics

activities and reflections on the formation of mathematics teachers. This is found in his book *On culture, geometrical thinking and mathematics education* (Gerdes, 1997), *On culture, mathematics and curriculum development in Mozambique* (Gerdes, 1986), and others.

6. A Look at the School as a Stage of Political Struggle

School is seen as one of the instruments for perpetuating the knowledge of the dominant culture, and working in it deals with only the hegemonic, monocultural knowledge (Peña-Rincón & Blanco-Álvarez, 2015). Authors such as Peña-Rincón, Tamayo-Osorio, & Parra suggest that:

(...) it is especially necessary to contribute to the decolonization of school and education, recognizing and encouraging multiple epistemologies. Without a doubt it is necessary to redesign the curriculums taking into consideration the reality and interests of those that learn, but this does not only imply incorporating that [mathematics] knowledge that has been omitted, negated, and made invisible, but rather considering the diverse ways of producing and understanding the said knowledge (2015, p. 143).

In spite of hegemony in school and the academic curriculum, many teachers in the classroom carry out proposals of integration of ethnomathematics³ into their mathematics classroom. Vilela (2007) presents us with at least three kinds of interest with which teachers carry out the said integration in their classroom. Each one of these kinds that we have exemplified with phrases taken from the group interview of teachers in the framework of the course described in part 3 of this article.

The first of these is the *cognitive interest* that has to do with the use of extracurricular knowledge in the classroom as a means or support for the student to progress towards an understanding of academic mathematics. Ethnomathematics is not an object of mathematics study. Teacher A expresses that “this will not leave aside **mathematics as such**, because that is the way in which they will evaluate us, **but it will facilitate the student’s learning**, I have various experiences” (our emphasis).

The second of these is the *amplifying interest*, referring to when the teacher works with the children comparing academic mathematics and extracurricular mathematics for the resolution of problems, as mentioned by Teacher B:

I believe that the key is working with the students and **the measurements of our territory that served our ancestors when there was no standard measurement**, and that in a given moment, we also can use them, more so in the isolated zones. If we do not have a meter stuck, we will not have problems, they are not as precise, but we will not have problems because of it. I believe that the key is here, what my companion says, go measure *with what? No! Measure it with the steps*. I believe that here is the key (our emphasis).

The third of these is the *political interest* that comes from the amplifying interest but places an additional value on the extracurricular mathematics knowledge in the classroom, valuing it, legitimizing it. Teacher C mentions that:

³A broader reflection of the integration of ethnomathematics to the academic curriculum is found in (Oliveras & Blanco-Álvarez, 2016).

It is important to bring many children to the practice, [...], one makes an example and remains with the example that is how one practices with the metric stick and sends them off to measure, **so that in the same way one must practice our practices, do you understand me? In order to place importance on the ethno part** (our emphasis).

Such types of integration of ethnomathematics to the classroom have been used in various investigations of ethnomathematics, being the most used the cognitive interest; ethnomathematics is used only as a motivating element in order to introduce study of the mathematics theme.

In our proposal, we consider that it's necessary to pass to the amplifying interest where we also learn the academic mathematics parallel to work in the classroom on the community mathematics. One example of this is the book *La matemática como reflexión comunitaria* of the Tule de Antioquia community in Colombia by means of which the community tried to systematize its mathematics thinking. The book is structured in two parts: Tule mathematics and Western mathematics. It is important to note that both mathematical systems hold the same level of epistemology; this is the spirit of the amplifying interest.

Then the revalorization of the community knowledge is necessary and what we consider to be the ultimate goal of Ethnomathematics in the school setting: the need to study it, strengthen it, respect it, teach it, use it, and share it, even though said knowledge does not enjoy a formal or axiomatic structure. This corresponds with the political interest.

From this research, we have proposed that classroom teachers take the step from the cognitive interest to the amplifying interest and then the political interest, as shown in Figure 1.

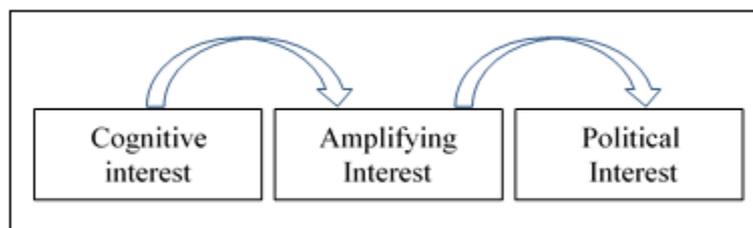


Figure 2. Steps from cognitive interest to political interest

7 Final Considerations

We have signaled three examples of how mathematics teaching, oriented from an ethnomathematics perspective, helps reinforce and revalue the culture of African-descendant communities and enrich the curriculum by having in mind cultural elements.

In this way, we have proposed that our mathematics teachers go beyond only a cognitive interest in the classroom. We have invited them to advance to the amplifying interest in order to eventually achieve a political interest. This is congruent with the commitment of the Organization of Iberoamerican States (OEI) of:

Promote a revalorization and re-establishment of the historical memory of the contribution of African-descendants to the construction of our nations in the educational systems. In a similar way, advance the review of the texts and education materials about country histories in order to make visible the contribution of the African-descendants to the development of nations (2008, paragraph 19).

Nonetheless, we are knowledgeable of the endless number of obstacles that this task entails, because of the lack of political recognition of the African-descendant groups in various Latin American countries, the lack of curricular flexibility, the lack of continual teacher formation, little or no participation of the African-descendant communities in the educational institutions, and the lack of contextualized educational material. In addition, in regards to the geographic and curricular difficulties signaled by the OEI:

The first is connected to residency in rural, geographically isolated zones and, because of this, distant from the main educational spaces to which the children cannot attend, whether because of the great distances that separate them or the lack of spaces. In some cases they attend, but they do so with other deprivations and inadequate conditions based on a lack of infrastructure, maintenance, didactic materials, and professors (CEPAL, 2008). The second factor relates to the lack of adequacy, relevance, and pertinence in the curriculum, that are obstacles to the entrance of these groups to the academic system because of the lack of connection between their culture and surrounding with the materials taught in schools (Organización de Estados Iberoamericanos OEI, 2010, pp. 93–94).

It's important to highlight that, in addition to working on the political dimension of ethnomathematics, it's necessary to pay attention to the historic dimension that provides us with much information about the processes of generation and transmission of math practices in Latin America; the cognitive dimension of ethnomathematics allows us to analyze the learning process, analyze the logics of production of the math knowledge; the conceptual and epistemological dimension that allows us to study the nature of mathematics profoundly and understood the existence of different language games, ways of life, and grammars that make sense of the math knowledge according to the social practice that surrounds it; and finally, the educational dimension that allows us to think of new curricular organizations and establishes new challenges in the formation of children, and initial and continuing formation of math teachers.

Acknowledgements

We would like to thank Profs. Milton Rosa and Daniel Clark Orey for the invitation they extended to participate in this special number, to Molly Tun from the University of Minnesota, USA, for her careful translation to English and to José Romilio Loría from the Universidad Nacional de Costa Rica and to Anahí Huencho from the Universidad Católica de Chile for your comments.

References

- Bishop, A. (2005). Las matemáticas occidentales: el arma secreta del imperialismo cultural. In A. J. Bishop (Ed.). *Aproximación sociocultural hacia la educación matemática* (pp. 27–41). Cali, Colombia: Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle.
- Blanco-Álvarez, H. (2012). Estudio de las actitudes hacia una postura sociocultural y política de la educación matemática en maestros en formación inicial. *REDIMAT: Journal of Research in Mathematics Education*, 1(1), 57–78.
- Carraher, T., Carraher, D., & Schliemann, A. (1995). *En la vida diez, en la escuela cero*. México D.F: Siglo XXI Editores.
- Colombia (1994). *Ley General de Educación 115 de 1994*. Bogotá, Colombia: El Congreso de la República de Colombia.

- Comisión Económica para América Latina y el Caribe CEPAL. (2008). *Panorama social de América Latina, 2007*. Santiago, Chile: Naciones Unidas.
- D'Ambrosio, U. (2000). Las dimensiones políticas y educacionales de la etnomatemática. In A. Martín Cejas (Ed.). *Las matemáticas del siglo XX: una mirada en 101 artículos* (pp. 439–444). La Laguna, Tenerife, España: Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas.
- D'Ambrosio, U. (2001). Paz, educação matemática e etnomatemática. *Teoria e Prática da Educação*, 8(4), 15–33.
- D'Ambrosio, U. (2002). *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte, MG: Autêntica Editora.
- Gerdes, P. (1986). On culture, mathematics and curriculum development in Mozambique. In S. Mellin-Olsen & M. Johnsen Hoines (Eds.). *Mathematics and culture, a seminar report* (pp. 15–42). Radal, Norway: Caspar Forlag.
- Gerdes, P. (1997). On culture, geometrical thinking and mathematics education. In A. Powell & M. Frankenstein (Eds.). *Ethnomathematics: challenging Eurocentrism in mathematics education* (pp. 223–247). Albany, NY: SUNY Press.
- Gerdes, P. (1998). On culture and mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1(1), 33–53.
- Gerdes, P. (1999). *Geometry from Africa: mathematical and educational explorations*. Washington, D.C.: The Mathematical Association of America.
- Gerdes, P. (2011a). *Mulheres, cultura e geometria na África Austral*. Maputo, Mozambique: Centro Moçambicano de Pesquisa Etnomatemática.
- Gerdes, P. (2011b). *Pitágoras africano: um estudo em cultura e educação matemática*. Maputo, Mozambique: Centro Moçambicano de Pesquisa Etnomatemática.
- Gerdes, P. (2012). *Etnomatemática, cultura, matemática, educação*. Morrisville, NC: Lulu.
- Greer, B., Mukhopadhyay, S., Powell, A., & Nelson-Barber, S. (2009). *Culturally responsive mathematics education*. New York, NY: Routledge.
- Hart, L. C., Alston, A. S., & Murata, A. (2011). *Lesson study research and practice in mathematics education: learning together*. New York, NY: Springer.
- Jaramillo, J. B., Jurado Valencia, F., & Collazos, J. (2011). *Planes de vida para comunidades ancestrales: hacia un plan decenal en educación para el municipio de Tumaco 2011-2021*. Bogotá, Colombia: Universidad Nacional de Colombia.
- Knijnik, G. (1996). *Exclusão e resistência: educação matemática e legitimidade cultural*. Porto Alegre, RS: Artes Médicas.
- Knijnik, G. (1997). An ethnomathematical approach in mathematical education: a matter of political power. In A. Powell & M. Frankenstein (Eds.). *Ethnomathematics: challenging Eurocentrism in mathematics education* (pp. 403–410). Albany, NY: State University of New York Press.
- Knijnik, G. (2002). Curriculum, culture, and ethnomathematics: the practices of *cubagem of wood* in the Brazilian landless movement. *Journal of Intercultural Studies*, 23(2), 149–165.
- Knijnik, G. (2007). Diversidad cultural, matemáticas y exclusión: oralidad y escritura en la educación matemática campesina del sur del Brasil. In J. Giménez, J. Díez-Palomar, & M. Civil (Eds.). *Educación matemática y exclusión* (pp. 63–81). Barcelona, España: Graó.

- Knijnik, G. (2014). Etnomatemáticas en movimiento: perspectiva etnomatemática, sus formulaciones teóricas y ejemplificaciones. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 119–131.
- Knijnik, G., Wanderer, F., & Oliveira, C. J. (2005). Cultural differences, oral mathematics and calculators in a teacher training course of the Brazilian Landless Movement. *ZDM*, 37(2), 101–108.
- Oliveras, M. L. (2006). Etnomatemáticas: de la multiculturalidad al mestizaje. In J. Gimenez, J. M. Goñi, & S. Guerrero (Eds.). *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 117–149). Barcelona, España: Graó.
- Oliveras, M. L., & Blanco-Álvarez, H. (2016). Integración de las etnomatemáticas en el aula de matemáticas: posibilidades y limitaciones. *BOLEMA*: in press.
- OEI. (2008). Declaratoria de Cartagena. In *Memorias del Primer Encuentro Iberoamericano "Agenda Africandescendiente en las Américas."* Cartagena, Colombia: Organización de Estados Iberoamericanos - OEI.
- OEI. (2010). *2021, Metas educativas: la educación que queremos para la generación de los Bicentenarios*. Madrid España: CEPAL Organización de Estados Iberoamericanos OEI Iberoamericana, Secretaría General.
- Organizaciones de Comunidades Negras de Nariño. (2011). *Proyecto etnoeducativo Africannariñense*. Tumaco, Colombia: Secretaria Departamental de Educación de Nariño.
- Peña-Rincón, P., & Blanco-Álvarez, H. (2015). Reflexiones sobre cultura, currículo y etnomatemáticas. In K. de la Garza & R. Cortina (Eds.). *Educación, pueblos indígenas e interculturalidad en América Latina* (pp. 213–246). Quito, Ecuador: Ediciones Abya-Yala.
- Peña-Rincón, P., Tamayo-Osorio, C., & Parra, A. (2015). Una visión latinoamericana de la etnomatemática: tensiones y desafíos. *RELIME*, 18(2), 137–150.
- Powell, A. B., & Frankenstein, M. (Eds.). (1997). *Ethnomathematics: challenging eurocentrism in mathematics education*. Albany, NY: SUNY Press.
- Vilela, D. S. (2007). *Matemática nos usos e jogos de linguagem: ampliando concepções na educação matemática*. Tese de Doutorado. Campinas, SP: UNICAMP.

7.3 Comentarios finales

Resaltamos, como un elemento a tener en cuenta en la formación de maestros la necesidad de pasar, en el aula de clase, de integrar la etnomatemática con un interés cognitivo, como un elemento motivador a un interés político, entendido como la reivindicación de dichos saberes de la comunidad. Esta propuesta permite pensar en posibilidades equitativas y con valor de reivindicación social de una integración de las etnomatemáticas, a largo plazo, en el currículo escolar. Esta propuesta plantea grandes desafíos a los maestros y a los investigadores, al requerir de ellos el diseño de actividades o Microproyectos (Oliveras, 1996), textos escolares contextualizados, formación continua del profesorado, investigación etnográfica en la comunidad de signos culturales (Oliveras, 1996), currículos flexibles, etc.

Capítulo 8. Conclusiones de la investigación

- 8.1 Presentación
- 8.2 Capítulo de libro 2
- 8.3 Comentarios finales
- 8.4 Problemas de investigación abiertos

8.1 Presentación

Presentamos, por medio de un capítulo de libro, las principales conclusiones, que son una respuesta plausible a nuestra pregunta de investigación, planteada en el capítulo 1.

Pero antes, queremos hacer una reflexión sobre la utilidad de los resultados de investigación a los que llegamos. De acuerdo a Rossman y Rallis (1998a, citado en Sandín Esteban, 2013), La utilidad de los resultados de la investigación se pueden caracterizar como de *uso instrumental*, en tanto que el conocimiento es aplicado a problemas específicos y proporciona recomendaciones, o de *uso emancipatorio*, en tanto que el conocimiento generado, se espera transforme, la formación de los maestros de matemáticas y emancipe a las personas participantes.

Encontramos entonces que los resultados de esta investigación doctoral juegan un doble papel: Instrumental y emancipatorio. Instrumental puesto que el conjunto de los resultados aporta herramientas para la solución del diseño de programas de formación del profesorado desde la Etnomatemática, además se presentan diversas propuestas a los formadores de formadores. Por otro lado, realizando un meta-análisis de los resultados, apoyándonos en el concepto de insubordinación creativa, entendiéndola como una acción deliberada en contra de una regla o régimen educativo establecido (D'Ambrosio & Lopes, 2015), encontramos que éstos (los resultados de la tesis doctoral) juegan un papel emancipatorio en la formación de maestros. Este meta-análisis lo presentamos a continuación y se configura como las conclusiones de la investigación.

8.2 Capítulo de libro 2

Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2017). Elementos de la formación de maestros desde la Etnomatemática que promueven la insubordinación creativa. In C. E. Lopes & D. Jaramillo (Eds.), *Insubordinación creativa*. Sao Paulo. En prensa.

Elementos de la formación de maestros desde la Etnomatemática que promueven la insubordinación creativa

Hilbert Blanco-Álvarez
Alicia Fernández-Oliveras
María Luisa Oliveras

1. Introducción

Nuestro objetivo es mostrar cómo los resultados de la investigación doctoral titulada: *Elementos para la formación de maestros de matemáticas desde una perspectiva Etnomatemática*¹, pueden dinamizar la insubordinación creativa de profesores en ejercicio o en futuros maestros. Entendiendo la insubordinación creativa como una acción deliberada en contra de una regla o régimen educativo establecido (D'Ambrosio & Lopes, 2015). Esta reacción, que según Gutiérrez (2013) (citado en D'Ambrosio & Lopes, 2015) se manifiesta, en los actos de los maestros, por medio de la creación de argumentos alternativos, cuestionar la enseñanza tradicional de las matemáticas, posicionar a los estudiantes como autores de las matemáticas y desafiar los discursos discriminatorios sobre los estudiantes, es legitimada por centrarse en prácticas profesionales fundamentadas en bases éticas.

Pero no nacemos insubordinados creativos, nos formamos. Por lo que queremos hacer hincapié en que es necesario formar a los maestros con un pensamiento crítico para que la insubordinación creativa sea parte de su desarrollo profesional diario y no quede solo como una acción espontánea, aislada, de un maestro frente a un acto de injusticia social coyuntural. En adelante se hace una presentación de la investigación doctoral citada y de cómo sus resultados promueven una formación que alienta a los maestros a la insubordinación creativa desde la Etnomatemática.

La investigación se planteó responder a la pregunta *¿Qué elementos deben ser considerados en el diseño de un programa de formación de maestros de matemáticas en ejercicio, orientado desde la Etnomatemática?* Para responder esta pregunta se realizó una investigación cualitativa, de carácter interpretativo. El método de investigación fue el estudio de casos. El caso estudiado fue un curso de formación para maestros en ejercicio, diseñado desde la Etnomatemática por los autores de este capítulo y realizado en el municipio de Tumaco, Colombia entre julio y octubre de 2012. El curso tuvo una duración de 111 horas y participaron 28 maestros de la educación básica primaria y secundaria tumaqueña.

¹ Tesis doctoral del primer autor y dirigida por las Dras. María Luisa Oliveras del Grupo de Investigación Etnomatemáticas, Formación de profesores y Didáctica de la Universidad de Granada, España y Alicia Fernández-Oliveras del Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Granada, España.

Los datos se recolectaron por medio de entrevistas grupales, observación participante y pasiva, grabación de audio y vídeo, fotografías, reflexiones escritas de los maestros y formato de evaluación del curso. El análisis de los datos se realizó tomando como referente el modelo MEDIPSA (Oliveras, 1996) que recoge diferentes enfoques teóricos. Se actualizaron las referencias de dicho modelo en varias de sus componentes como la Etnomatemática (D'Ambrosio, 2005), la Filosofía del lenguaje (Wittgenstein, 1999), el Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino, 2013; Oliveras & Godino, 2015; Pino-Fan & Godino, 2015). Además, se incorporaron varios enfoques metodológicos para el análisis de los datos como la teoría fundamentada (Strauss & Corbin, 2002), evaluación de programas (Pérez Juste, 2006), la investigación documental (Gil, 1999) y el análisis de contenido (Bardin, 1996).

2. Los resultados de la investigación

Los elementos encontrados al analizar los datos los organizamos y presentamos apoyándonos en cuatro categorías: a) Elementos Internos al aula y relativos a los sujetos humanos protagonistas del aprendizaje y la enseñanza; b) Elementos Internos al aula y relativos a los mediadores del discurso, como los recursos, las normas institucionales y el currículum; c) Elementos externos al aula y relativos al sistema educativo; d) Elementos externos al aula y relativos al sistema social.

2.1 Elementos Internos al aula y relativos a los sujetos humanos protagonistas del aprendizaje y la enseñanza

2.1.1 Las posturas epistemológicas de los maestros sobre las matemáticas²

Los resultados obtenidos nos permitieron observar diferentes posturas epistemológicas sobre la naturaleza de las matemáticas, permitiéndonos advertir, en varios maestros, una postura de superioridad cuando se habla desde las matemáticas escolares con relación a las matemáticas extraescolares, pero también a señalar otras posturas distintas, donde las matemáticas extraescolares están al mismo nivel epistemológico que las matemáticas escolares. Plantear la discusión de la pluralidad epistemológica ofrecerá a los maestros la oportunidad de reconocer pensamientos matemáticos diversos y pensar currículos multiculturales, en contra de los currículos monoculturales y la matemática escolar como conocimiento matemático hegemónico.

En la tabla 1, planteamos una tipología para reconocer posturas epistemológicas de los maestros sobre las matemáticas a partir de su práctica educativa en el aula.

Tipologías epistemológicas	Formas de trabajo
<i>Formalista</i>	Trabaja solo matemáticas escolares, en el aula, ya que no considera conocimiento las matemáticas extraescolares.
<i>Falso etnomatemático</i>	Incluye matemáticas extraescolares en el aula, por otras razones diferentes a pensar que son matemáticas, por ejemplo elemento motivador o curioso.
<i>Cuasi-etnomatemático</i>	Aunque reconoce la existencia y la importancia de las matemáticas extraescolares, no las incluye en el aula, por diferentes razones: falta de materiales, currículo inflexible, presión de los directivos etc.

² Una discusión amplia se presenta en (Oliveras & Blanco-Álvarez, 2016; Peña-Rincón & Blanco-Álvarez, 2015)

Tipologías epistemológicas	Formas de trabajo
<i>Etnomatemático</i>	Trabaja tanto las matemáticas escolares como las matemáticas extraescolares, en el aula, reconociendo la importancia y el papel formador de ambas.

Tabla 1- Tipologías epistemológicas de los maestros, a partir de sus formas de trabajo

2.1.2 Aprendizaje situado

Un resultado importante surge de las reflexiones presentadas por los maestros sobre la frase: Fuera de la escuela no se aprenden matemáticas.

Los maestros reconocen la existencia de juegos de lenguaje en formas de vida distintas a la forma de vida escolar y reflexionan sobre la poca o ninguna atención que a estos juegos del lenguaje se le presta en la escuela y sobre la habilidad de cálculo mental de los niños por fuera del aula. Encontramos, aquí, la imperativa necesidad de tener en cuenta el contexto y las matemáticas extraescolares en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Estas reflexiones señalan una limitación en la escuela actual, puesto que en esta se presenta una ruptura con el entorno cotidiano del estudiante. Se requiere de los maestros en formación y en ejercicio, insubordinarse creativamente sobre el currículo escolar, e innovar en sus prácticas de enseñanza de las matemáticas, donde el aprendizaje situado juegue un papel preponderante.

2.1.3 El conocimiento didáctico-matemático de los maestros³

A partir de una amplia revisión de la literatura internacional sobre la formación de maestros desde la Etnomatemática, construimos un perfil del conocimiento didáctico matemático de éste. Utilizamos el modelo: Conocimiento Didáctico Matemático-CDM (Pino-Fan & Godino, 2015), que establece varias dimensiones y características del conocimiento didáctico. Como herramienta analítica este modelo nos permite caracterizar los resultados encontrados así:

Dimensión Matemática: dentro de esta dimensión consideramos dos características: Característica 1: Estudiar las etnomatemáticas de diversas culturas locales, nacionales e internacionales, en la búsqueda del desarrollo de una conciencia de las matemáticas como un producto sociocultural.

Característica 2: Promover en el profesor un espíritu de indagación y brindarle la formación necesaria para que sea un profesor-investigador de las etnomatemáticas, de otras lógicas de pensamiento, de otras racionalidades presentes entre sus estudiantes y/o en la comunidad, es una idea compartida por muchos autores.

Dimensión Didáctica: dentro de esta dimensión consideramos características que responden a las diferentes facetas. *Faceta ecológica o Conocimiento sobre los aspectos cognitivos de los estudiantes (faceta cognitiva) y Conocimiento sobre los aspectos curriculares, contextuales, sociales, políticos, económicos..., que influyen en la gestión de los aprendizajes de los estudiantes:*

Característica 3: Colocar el énfasis en los estudiantes, en sus conocimientos previos, en su cultura y en las formas de legitimar sus conocimientos en el aula, así como tender puentes entre los aprendizajes escolares y los extraescolares.

Característica 4: Propiciar experiencias al estudiante para que constate que estos conceptos siguen vivos y plenamente contextualizados en las sociedades de hoy en día y que no son,

³ Una presentación amplia se presenta en (Blanco-Álvarez et al., 2017b)

únicamente, un conocimiento caduco, además que valore el conocimiento extraescolar, en muchos casos oral, de los adultos mayores y encuentre un mayor vínculo de las matemáticas con la vida cotidiana.

Característica 5: Escuchar al otro, Domite (2012) y Rodrigues, Ferreira y Domite (2009) llaman la atención sobre esta idea basándose en Freire (1996) quien proponía que en términos de aptitud del profesor éste debe estar disponible para escuchar a los estudiantes y abrir su mente hacia la diferencia del pensamiento matemático del otro. En este mismo sentido Shirley (2001) propone el diálogo entre profesores y estudiantes y entre pares expresando sus pensamientos e intercambiando ideas entre ellos reforzando así el aspecto político de las matemáticas y la comunicación.

Característica 6: Brindar herramientas que le ayuden al profesor a establecer conexiones entre las matemáticas escolares y otras áreas. Shirley (2001) sugiere que la Etnomatemática es una clave para encontrar estas conexiones.

Característica 7: Ampliar el currículo de formación de profesores de matemáticas, yendo más allá de la literatura en educación matemática, incorporando la Antropología, la Sociología, la Psicología y los resultados de la investigación sobre formación de profesores, y la Historia de las matemáticas. Incorporar además Historia de las ciencias y de las matemáticas del hombre común (navegantes, militares, comerciantes) en Europa; Historia de las etnociencias y de las etnomatemáticas; y la Dinámica de la construcción de nuevo conocimiento.

Característica 8: Re-pensar la escuela como un lugar de encuentro de saberes matemáticos, de culturas, donde se respete la diferencia y se promueva la equidad y la formación de una nueva ciudadanía y no solo como un espacio para la transmisión de conocimientos.

Faceta mediacional o conocimiento sobre los recursos y medios que pueden potenciar los aprendizajes de los estudiantes:

Característica 9: Ofrecer al profesor herramientas teóricas y metodológicas que le ayuden a integrar los resultados de la investigación etnomatemática en el diseño de actividades, material didáctico y textos escolares.

Dimensión meta didáctico-matemática: dentro de esta dimensión consideramos incluida una característica: Característica 10: Formar a los *profesores como profesionales reflexivos* sobre su propia práctica, sobre las necesidades emocionales e intelectuales de los estudiantes y sobre las funciones sociales de la educación y así lograr transformaciones en su acción educativa.

El conocimiento didáctico matemático orientado desde la Etnomatemática, que hemos demarcado con las anteriores dimensiones, facetas y características, se corresponde con las características de la insubordinación creativa, en particular el proceso reflexivo de los maestros, que D'Ambrosio y Lopes (2015) señalan como el precursor ésta.

Teniendo en cuenta las ideas presentadas, proponemos un modelo gráfico explicativo emergente (ver figura 1), desde nuestra propia interpretación, de los elementos y las interacciones que inciden en la formación y el desarrollo profesional del profesor orientados desde la Etnomatemática. En cada uno de los cuatro elementos se ha planteado una actitud de cambio o crítica, propias de la insubordinación creativa.

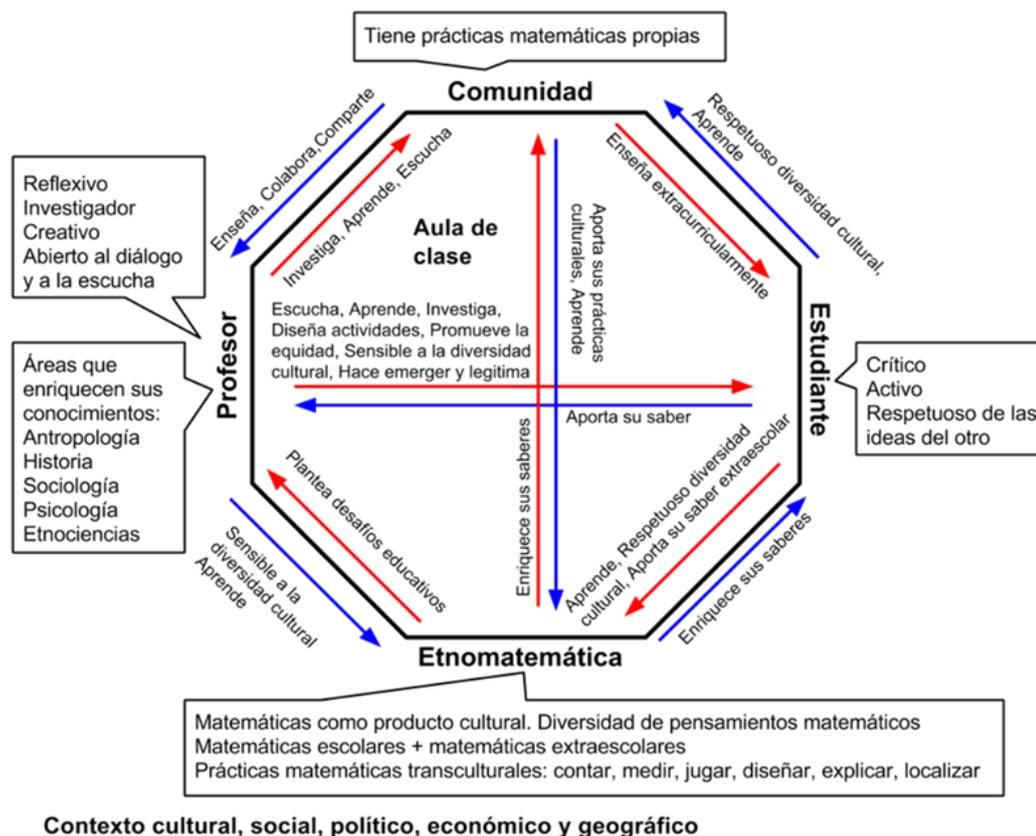


Figura 1. Relaciones entre el profesor, comunidad, estudiantes y la Etnomatemática en el aula

2.2 Elementos Internos al aula y relativos a los mediadores del discurso, como los recursos, las normas institucionales y el currículo

2.2.1 El currículo⁴

El currículo escolar visto desde la Etnomatemática, debe contemplar las siguientes características:

- Reconocer las matemáticas como una construcción humana, social y cultural.
- Admitir que además del pensamiento matemático occidental, del cual históricamente se reconoce su surgimiento en Grecia, existe una amplia diversidad de pensamientos matemáticos en el mundo y otras racionalidades o multimatemáticas en el sentido de Oliveras (1996).
- Acrecentar el conocimiento matemático al incorporar matemáticas extraescolares al aula y conocimientos previos de los estudiantes.
- Aceptar la existencia de prácticas matemáticas transculturales, como contar, medir, diseñar, localizar, jugar y explicar.
- Incorporar actividades a partir de las experiencias culturales de los estudiantes y de la comunidad.
- Promover el respeto, la tolerancia y la equidad a partir del estudio y la reflexión sobre las etnomatemáticas de diversas culturas.

⁴ Una presentación amplia se presenta en (Blanco-Álvarez et al., 2017b)

- Reconocer a los estudiantes como recreadores y reconstructores de los conocimientos culturales.

Dichas características del currículo requieren de actos de insubordinación creativa por parte del maestros y administradores educativos para lograr materializarlas en el aula.

2.2.2 La evaluación en el aula⁵

La evaluación en el aula es un elemento que genera mucha resistencia para la integración en las clases de matemáticas. Los maestros tienen prevenciones sobre la integración de la matemática extraescolar al currículo, pues sienten que dicha integración no es valorada, ni tomada en cuenta, en las evaluaciones nacionales estandarizadas. También, argumentan que para el sistema educativo son más importantes los resultados que el aprendizaje de los estudiantes.

En particular, encontramos en las evaluaciones nacionales estandarizadas, una limitación para realizar, de manera permanente, una integración curricular de las matemáticas extraescolares, puesto que los maestros prefieren enseñar los contenidos de las matemáticas escolares que se esperan en los Estándares de competencias básicas en matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 2006) y tener buenos resultados en las evaluaciones. Esto ejerce mucha presión en los maestros, porque los bajos resultados en dichas pruebas tienen consecuencias económicas y sociales para la institución educativa y el maestro. En este sentido, concordamos con Blanco-Álvarez et al. en la necesidad de “la creación de unas políticas públicas que valoren y legitimen otras formas de construir currículos, que consideren las particularidades e intereses de cada una de las culturas que constituyen el país” (2014, p. 254).

2.2.3 Los niveles de integración de la Etnomatemática en el currículo⁶

De acuerdo a Vilela (2006) la integración de la Etnomatemática al aula, se ha realizado en buena medida con un interés cognitivo, utilizando la Etnomatemática como un elemento motivador para luego entrar al tema de matemáticas de forma monocultural. Nuestra propuesta es pasar del interés cognitivo a un interés amplificador donde además de aprender las matemáticas escolares se estudie paralelamente en el aula las etnomatemáticas de la comunidad. Luego, pasar al interés político entendido como la reivindicación de dichos saberes de la comunidad. Esta propuesta permite pensar en posibilidades equitativas y con valor de reivindicación social de una integración de las etnomatemáticas, a largo plazo, en el currículo escolar. Proponemos así, un acto de insubordinación creativa en los maestros en el aula de clase, al dar el paso del interés cognitivo al amplificador y luego al político, como se muestra en la Figura 2.

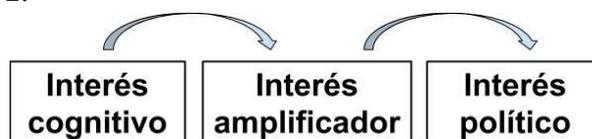


Figura 2. Paso del interés cognitivo al interés político

⁵ Una discusión amplia se presenta en (Oliveras & Blanco-Álvarez, 2016)

⁶ Una discusión amplia se presenta en (Blanco-Álvarez & Oliveras, 2016; Oliveras & Blanco-Álvarez, 2016)

2.2.4 Indicadores de idoneidad desde la Etnomatemática⁷

Un resultado que apoyará el trabajo del maestro que decida orientar sus clases de matemáticas desde la Etnomatemática, serán los nuevos indicadores de idoneidad didáctica que proponemos adicionar a los presentados por Godino (2013), con el objetivo de contar con un instrumento con el cual se particularice en el análisis de clases, materiales, propuestas curriculares, textos escolares, etc., que se hayan diseñado bajo una perspectiva etnomatemática. Los nuevos indicadores se fundamentan en un listado de características enunciadas por diferentes autores para un currículo de matemáticas basado en la cultura (Oliveras, 1996) y elementos del conocimiento didáctico-matemático del profesor de matemáticas necesarios para llevar a la práctica dicho currículo.

En la tabla 2 presentamos los indicadores propuestos.

Componentes	Indicadores
<i>Faceta 1: Idoneidad ecológica (sociedad, escuela, currículo)</i>	
<i>Adaptación al currículo</i>	Se adecúan los contenidos a los fines de la etnoeducación, educación intercultural bilingüe, educación indígena o para las relaciones étnico-raciales. Se adecúan los contenidos a currículos propios locales o proyectos institucionales comunitarios
<i>Tiende a la innovación didáctica</i>	Se promueve la reflexión sobre las etnomatemáticas de diversas culturas
<i>Educación en valores</i>	Se explicita una postura política hacia las matemáticas, las ciencias experimentales y la educación que tenga en cuenta la valoración del pensamiento etnomatemático, la equidad, la inclusión social, el respeto por la diferencia, los problemas de género, la democracia
<i>Conexiones intra e interdisciplinarias</i>	Se hacen conexiones de las matemáticas con las ciencias experimentales, la antropología, la historia, la sociología, etc.
<i>Interacción con la comunidad</i>	Se tiene en cuenta a la comunidad al diseñar la clase (proyectos educativos)
<i>Faceta 2: Idoneidad epistémica (problemas, lenguajes, procedimientos, definiciones, propiedades, argumentos)</i>	
<i>Naturaleza o postura filosófica</i>	Se hace alusión a las matemáticas como productos culturales
<i>Situaciones problema</i>	Se hacen explícitos los objetos matemáticos extraescolares o etnomatemáticos en las situaciones problema. Se resuelven situaciones problema usando diferentes procedimientos, algoritmos escolares y extraescolares
<i>Reglas</i>	Se presentan procedimientos, definiciones, representaciones de objetos matemáticos extraescolares
<i>Argumentos</i>	Se valoran y respetan argumentos basados en lógicas distintas a la occidental
<i>Relaciones</i>	Se establecen comparaciones, relaciones entre los procedimientos, definiciones, representaciones de objetos matemáticos escolares y extraescolares
<i>Faceta 3: Idoneidad interaccional (diálogo, interacción, comunicación)</i>	
<i>Interacción docente-discente-comunidad</i>	Se favorece la participación de la comunidad en la gestión de la clase o de proyectos
<i>Faceta 4: Idoneidad mediacional (recursos técnicos, tiempo)</i>	
<i>Recursos materiales (manipulativos,</i>	Se usa material didáctico contextualizado, textos escolares diseñados desde una perspectiva etnomatemática o herramientas diseñadas por la

⁷ Una discusión amplia se presenta en (Blanco-Álvarez et al., 2017c; Blanco-Álvarez, Fernández-Oliveras, & Oliveras, 2017d)

<i>calculadoras, ordenadores)</i>	comunidad para resolver problemas matemáticos, (el quipu, la yupana).
<i>Metodologías</i>	Se hace uso de Microproyectos (Oliveras, 2005), basados en signos culturales de la comunidad
<i>Faceta 5: Idoneidad afectiva (actitudes, emociones)</i>	
<i>Emociones</i>	Se favorece la motivación de los estudiantes, que se interesen y participen Se mejora su autoestima al estudiar contenidos etnomatemáticos relacionados con su comunidad, con su cultura, con su cosmovisión
<i>Faceta 6: Idoneidad cognitiva (aprendizajes)</i>	
<i>Conocimientos previos</i>	Se tienen en cuenta: los saberes matemáticos previos de los estudiantes, relacionados con su cultura, las formas de razonamiento y argumentación características de su cultura para legitimar su conocimiento en el aula
<i>Aprendizaje</i>	La evaluación contempla los conocimientos matemáticos escolares y extraescolares

Tabla 2 - Indicadores adicionales para evaluar la idoneidad didáctica desde la Etnomatemática

2.3 Elementos externos al aula y relativos al Sistema Educativo

2.3.1 Interés en cambios curriculares⁸

Un elemento a tener en cuenta, y que pocas veces es analizado, es el interés de los directivos docentes o la administración educativa a la hora de realizar cambios curriculares. Una posible explicación es que también se sientan presionados por las pruebas nacionales o por la dificultad que presenta el control y guía de lo diverso, frente a la simplicidad de lo estandarizado. La presión del sistema educativo es un elemento que cohibe la realización de actos de insubordinación creativa. Este es un elemento que proponemos continuar estudiando.

2.3.2 Fases de un curso de formación de maestros orientado desde la Etnomatemática⁹

Después de haber analizado diferentes estructuras de cursos de formación de maestros, proponemos una estructura flexible, en términos de las acciones de cada fase, que a su vez sirve para el diseño de nuevos cursos de formación de maestros desde la Etnomatemática, que mostramos en la tabla 3:

Fase	Descripción¹⁰
<i>Estudio teórico</i>	En esta fase se estudian los fundamentos de la Etnomatemática, se reflexiona sobre la naturaleza de las matemáticas, se leen artículos de investigación en Etnomatemática, artículos sobre la integración de la Etnomatemática al aula escolar, artículos sobre currículo cultural de matemáticas, etc.
<i>Estudio de elementos de la cultura</i>	En esta fase es posible indagar directamente en la comunidad sobre sus prácticas culturales, o recopilar los saberes que cada uno tenga sobre la cultura de su comunidad o de otra. También se puede hacer uso de estudios antropológicos, históricos, arqueológicos, etc.
<i>Diseño de actividades</i>	Se analiza la información recolectada en función de su potencial matemático. Se realiza un análisis didáctico y una transposición didáctica y se diseñan las actividades, microproyectos, o proyectos.
<i>Implementación en el aula escolar</i>	Se implementan las actividades con los estudiantes, prestando especial interés a la motivación que generan, a los procesos

⁸ Una discusión puede verse en (Oliveras & Blanco-Álvarez, 2016)

⁹ Una discusión amplia se presenta en (Blanco-Álvarez, Fernández-Oliveras, & Oliveras, 2017b)

¹⁰ Esta descripción no pretende listar todas las acciones de cada fase, solo se hace a manera de ejemplificar a qué se refiere cada una.

Fase	Descripción ¹⁰
<i>Evaluación de la implementación</i>	cognitivos y matemáticos puestos en juego y al valor político (en términos de legitimación de saberes) de la actividad. Se realiza una evaluación de lo sucedido en el aula al poner en juego la actividad o microproyecto, en términos de los objetivos propuestos, las dificultades de los estudiantes y del valor político de la actividad.
<i>Evaluación del curso</i>	Se realiza una evaluación general del curso que contemple la visión de las matemáticas de los profesores, el desarrollo del curso, el proceso del diseño de actividades y la implementación.

Tabla 3 - Propuesta de estructura de un curso de formación de maestros desde la Etnomatemática

Esta estructura contempla, al menos, tres elementos que promueven en los maestros actos de insubordinación creativa. El primero tiene que ver con la Etnomatemática, que desde su dimensión política hace frente al eurocentrismo, a la discriminación y el silenciamiento de diferentes saberes matemáticos en voces de muchas comunidades en el mundo. En este sentido, la Etnomatemática, es una herramienta que nos proporciona elementos para reivindicar saberes locales como matemáticas, que nos permite valorar y visibilizar el conocimiento matemático del colonizado frente al conocimiento matemático del colonizador. La Etnomatemática nos permite reconocer la pluralidad de las matemáticas y de los diversos procesos de insubordinación creativa que llevan a cabo los pueblos en la generación, producción, institucionalización y difusión de dichos saberes.

El segundo tiene que ver con la actividad investigativa que llevan a cabo los maestros en la cultura, lo que se convierte en una innovación didáctica, y el tercero está relacionado con las etapas de la metodología del Estudio de Clase¹¹, que se pueden integrar a las fases de la estructura presentada, que promueven el trabajo colaborativo y creativo que se despliega al momento del diseño de las actividades, de la observación de la clase y de los procesos de reflexión sobre la práctica que se llevan a cabo en la auto y coevaluación de la gestión de la actividad en el aula.

2.3.3 La evaluación de cursos de formación¹²

Otro elemento que proponemos tener en cuenta en el diseño de programas de formación tiene que ver con la evaluación de los cursos, entendida como el “proceso sistemático, diseñado intencional y técnicamente, de recogida de información rigurosa, orientado a evaluar la calidad y los logros de un programa, como base para la toma de decisiones de mejora tanto del programa como del personal implicado” (Pérez Juste, 2006, p. 550), que se realiza en tres etapas: Planificación, Implementación y Resultados. Nosotros evaluamos el curso de formación realizado aplicando 46 indicadores tomados de Caraballo (2014), de los que se cumplieron 44. Estos resultados manifiestan un alto grado de: a) Pertinencia en el diseño y planificación; b) Eficiencia en el uso de los recursos, metodologías, tiempos, clima de confianza y variedad de fuentes de recolección de información, así como la estructura del curso que iba desde las reflexiones teóricas al diseño de actividades terminando en la gestión de la clase y su evaluación; y c) Eficacia al haber alcanzado los objetivos propuestos.

¹¹ Una presentación amplia de su uso en la formación de maestros se presenta en (Blanco-Álvarez, 2016; Blanco-Álvarez, Fernández-Oliveras, & Oliveras, 2013)

¹² Una discusión amplia puede verse en (Blanco-Álvarez et al., 2017a)

Adicionalmente, aportamos al modelo un indicador nuevo (indicador 47), que hemos creado para evaluar las dificultades en el logro de los objetivos, surgidas en la implementación del programa formativo, que son debidas a múltiples causas externas (y no son efectos del programa).

2.4 Elementos externos al aula y relativos al Sistema Social

2.4.1 Los conflictos intergeneracionales¹³

Nos resultó particularmente llamativo encontrar que a lo largo de la investigación y de la interpretación de los datos nos habíamos centrado en las actuaciones de los maestros, clasificándolas como limitaciones o posibilidades, pero aquí vemos que se presenta una limitación, para la integración de la Etnomatemática al currículo escolar, que surge de los estudiantes, al considerar los conocimientos de sus abuelos o padres como anticuados y sus conocimientos como modernos. La influencia de los medios de comunicación en esta valoración negativa de lo tradicional es innegable, la psicología social puede explicar el influjo de ciertas valoraciones para producir agrupamientos, por ejemplo, por edad o por microcultura tecnológica, que generan sentido de la identidad en niños y jóvenes. Es necesario plantear la cultura ancestral de forma no opuesta a lo moderno o actual, que es lo que se busca por los jóvenes como signo cultural identitario. Esto, sin duda, abre nuevas preguntas y nuevos retos de valorización de la cultura, y plantea escenarios donde la insubordinación creativa debe jugar un papel importante.

3. Reflexiones finales

Hemos presentado once elementos, a tener en cuenta para formar al profesorado, como resultado de la investigación doctoral, que no pretendemos sean los únicos, y alentamos a los formadores de maestros a tenerlos en cuenta en el diseño de cursos de formación orientados desde la Etnomatemática. Además, hemos señalado cómo éstos pueden promover en los maestros actos de insubordinación creativa, siempre en la búsqueda del respeto por los derechos humanos, la solidaridad, la equidad y la justicia social (Lopes & D'Ambrosio, 2015). Confiamos en que el concepto de *insubordinación creativa* traiga a las Américas y el Caribe nuevas formas de ver la educación, y se lleve a cabo una revolución educativa. Que emerjan visiones renovadas de la sociedad y la educación, en contra de una modernidad que no reconoce la realidad político-social de estas latitudes, caracterizada por una fuerte relación simbiótica con la naturaleza y con el territorio; las lenguas propias ricas en sintaxis y semánticas, las medicinas tradicionales ancestrales; ni la existencia de sistemas económicos endógenos caracterizados por el trabajo comunitario. Deseamos colaborar con nuestro trabajo en la construcción de una *insubordinación creativa* que valore los sistemas de enseñanza endógenos, y los conocimientos matemáticos propios.

Referencias

- Bardin, L. (1996). *Análisis de contenido*. Madrid: Ediciones Akal.
- Blanco-Álvarez, H. (2016). Diseño de actividades para la enseñanza de la magnitud longitud y capacidad en la educación primaria y básica desde la Etnomatemática. In Fundación Save the Children Colombia (Ed.), *Introducción al desarrollo de pensamiento métrico*

¹³ Una discusión amplia puede verse en (Oliveras & Blanco-Álvarez, 2016)

- y los sistemas de medida en la educación básica primaria (pp. 9–26). Pasto: Graficolor.
- Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2013). Innovación metodológica en la formación de maestros de matemáticas. In F. J. A. Bayo, F. D. Ramos, & et al. P. Fernández Oliveras (Eds.), *Actas de las IV Jornadas sobre Innovación Docente y Adaptación al EEES en las Titulaciones Técnicas* (pp. 49–54). Granada: Godel Ediciones.
- Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2017a). Evaluación de un curso de formación continua de maestros orientado desde una perspectiva etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 10(2), en prensa.
- Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2017b). Formación de profesores de matemáticas desde la Etnomatemática: estado de desarrollo. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, en prensa.
- Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2017c). Idoneidad didáctica de una clase de matemáticas desde una perspectiva etnomatemática. *Enseñanza de las Ciencias*, en evaluac.
- Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2017d). Medidas de capacidad volumétrica no convencionales: aportes a la Educación Primaria. In *Actas de la 10a edición del Congreso Internacional sobre Investigación en la Didáctica de las Ciencias* (p. En prensa). Sevilla.
- Blanco-Álvarez, H., Higuera-Ramírez, C., & Oliveras, M. L. (2014). Una mirada a la Etnomatemática y la Educación Matemática en Colombia: caminos recorridos. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 245–269.
- Blanco-Álvarez, H., & Oliveras, M. L. (2016). Etnomathematics: A political tool for Latin America. *RIPEM-International Journal for Research in Mathematics Education*, 6(1), 112–126.
- Caraballo, R. M. (2014). *Diseño de pruebas para la evaluación diagnóstica en matemáticas. Una experiencia con profesores*. Universidad de Granada, Granada.
- D'Ambrosio, B. S., & Lopes, C. E. (2015). Insubordinação Criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 29(51), 1–17.
- D'Ambrosio, U. (2005). *Etnomatemática. Elo entre as tradições e a modernidades*. Brasil: Autêntica Editora.
- Domite, M. do C. (2012). Acertando o passo do movimento entre etnomatemática, formação de professores e aprendizagem da matemática: pré-requisito dos alunos e escuta dos professores em discussão. *Revista Educação Matemática Em Foco*, 1(1), 83–96.
- Freire, P. (1996). *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra.
- Gil, A. C. (1999). *Métodos e técnicas de pesquisa social* (5a Ed.). São Paulo: Atlas.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8(11), 111–132.
- Gutiérrez, R. (2013). Mathematics teachers using creative insubordination to advocate for student understanding and robust mathematical identities. In M. Martínez & A. Castro Superfine (Eds.), *Proceedings of the 35th annual meeting of the North American*

- Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.* (pp. 1248–1251). Chicago: University of Illinois.
- Lopes, C. E., & D’Ambrosio, B. S. (2015). Sowing new and rare seeds in Mathematics Education. In B. S. D’Ambrosio & C. E. Lopes (Eds.), *Creative Insubordination in Brazilian Mathematics Education Research* (pp. 251–259). Raleigh: Lulu press.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas. Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia.
- Oliveras, M. L. (1996). *Etnomatemáticas : formación de profesores e innovación curricular*. Granada: Comares.
- Oliveras, M. L., & Blanco-Álvarez, H. (2016). Integración de las etnomatemáticas en el aula de matemáticas: posibilidades y limitaciones. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 30(55), 455–480.
- Oliveras, M. L., & Godino, J. D. (2015). Comparando el programa etnomatemático y el enfoque ontosemiótico: Un esbozo de análisis mutuo. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 432–449.
- Peña-Rincón, P., & Blanco-Álvarez, H. (2015). Reflexiones sobre cultura, currículo y etnomatemáticas. In K. de la Garza & R. Cortina (Eds.), *Educación, pueblos indígenas e interculturalidad en América Latina* (pp. 213–246). Quito: Ediciones Abya-Yala.
- Pérez Juste, R. (2006). *Evaluación de programas educativos*. Madrid: La Muralla.
- Pino-Fan, L., & Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36(1), 87–109.
- Rodrigues, M., Ferreira, R., & Domite, M. do C. (2009, June). A formação de professores e suas relações com cultura e sociedade: a educação escolar indígena no centro das atenções. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 22(34), 263–281.
- Shirley, L. (2001). Ethnomathematics as a fundamental of instructional methodology. *ZDM*, 33(3), 85–87.
- Strauss, A., & Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa: técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Medellín: Editorial Universidad de Antioquia.
- Vilela, D. S. (2006). Reflexão filosófica acerca dos significados matemáticos nos contextos da escola e da rua. In *Anais III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*. Águas de Lindóia: Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).
- Wittgenstein, L. (1999). *Investigaciones filosóficas*. Barcelona: Ediciones Altaya.

8.3 Comentarios finales

Hemos llegado al final de la investigación y presentamos once elementos a tener en cuenta en el diseño de cursos de formación orientados desde la Etnomatemática. Damos así por respondida nuestra pregunta. Pero, reflexionando, nuevamente, sobre los resultados encontrados, vemos que iniciamos la investigación hablando de la formación continua, preguntándonos por elementos para el diseño de programas de formación de maestros en ejercicio, y en el proceso investigativo, nos hicimos conscientes de que cada elemento encontrado es pertinente también en la formación inicial de maestros de matemáticas, ya que:

1. Las posturas epistemológicas de los maestros sobre las matemáticas se pueden encontrar en los estudiantes para maestros de matemáticas y estudiar las diferentes visiones de la naturaleza de las matemáticas que estos tienen.
2. El aprendizaje situado debe ser un elemento de reflexión formativa en un programa de formación inicial.
3. El conocimiento didáctico-matemático de los maestros debe iniciarse en su formación académica profesional
4. En la formación inicial es necesario analizar el currículo desde distintas perspectivas, priorizando la cultural
5. Los niveles de integración de la Etnomatemática en el currículo que proponemos deben ser analizados y discutidos en la formación inicial
6. La importancia de la evaluación en el aula debe inculcarse desde la formación inicial, desde las facultades de educación, se debería desarrollar el germen de la competencia evaluadora, proponiendo el estudio de diversas técnicas e instrumentos de evaluación de la actividad en el aula, en particular indicadores de idoneidad desde la Etnomatemática.
7. Conocer los intereses de los directivos docentes y en general conocer los intereses de la administración educativa les orientará sobre cómo plantear propuestas etnomatemáticas acordes a los objetivos institucionales.
8. La formación inicial debe darles a los maestros noveles las herramientas necesarias para el diseño de actividades desde la etnomatemática, su implementación, y evaluación.
9. Reflexionar en la formación inicial sobre los conflictos intergeneracionales es de gran utilidad, más aún en una sociedad que da cambios culturales agigantados cada vez más rápido impulsados por las tecnologías de la información y la comunicación.

8.4 Problemas de investigación abiertos

Para terminar, queremos plantear a la comunidad de educadores matemáticos, algunas preguntas que planteamos como posibles caminos de investigación. Dichas preguntas son generales, le corresponde a cada investigador contextualizarlas de acuerdo a sus intereses investigativos, lugar geográfico, etc.:

- ¿Cómo se están formando a los futuros profesores o en ejercicio, para la multiculturalidad de las aulas de matemáticas?
- ¿Cómo lograr las características de un profesor etnomatemático en formación o en ejercicio presentadas en el capítulo 2?
- ¿Cómo acercar la escuela a las prácticas de la comunidad y viceversa?

- ¿Qué características deben tener los textos escolares para las aulas interculturales?

Por otra parte, planteamos la necesidad de prestar mayor atención a la *investigación evaluativa*, tanto de programas de formación, como de actividades para el aula, textos escolares, etc. Esta es una línea de investigación en etnomatemática muy poco explorada.

Asimismo, continuar en la búsqueda sistemática de puntos de encuentro de la Etnomatemática con otros referentes teóricos y metodológicos para la creación de instrumentos útiles para la investigación, la formación del profesorado y la práctica en el aula de clase.

Bibliografía general

- Afonso Martín, M. C., Camacho Machín, M., & Socas Robayna, M. (2003). Evaluación de un programa de formación en geometría según el modelo de Van Hiele con profesores en activo. In S. Robayna, M. Camacho Machín, & A. Morales González (Eds.), *Formación del profesorado e investigación en educación matemática* (Vol. 5, pp. 9–23). Tenerife: Ediciones Campus.
- Albanese, V. (2014). *Etnomatemáticas en artesanías de trenzado y concepciones sobre las matemáticas en la formación docente*. Tesis doctoral. Departamento de didáctica de las matemáticas, Universidad de Granada. España.
- Albanese, V., Santillán, A., & Oliveras, M. L. (2014). Etnomatemática y formación docente: el contexto argentino. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(1), 198–220.
- Alcaldía Municipal de Tumaco. (2010). Plan integral único municipio de Tumaco. Comité Municipal de Prevención y Atención Integral a la Población en Situación de Desplazamiento Nariño. Tumaco: Documento institucional.
- Alsina, A., & Domingo, M. (2010). Idoneidad Didáctica de un protocolo sociocultural de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Relime*, 13(1), 7–32.
- Aroca, A. (2009). Geometría en las mochilas arhuacas. Por una enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva cultural. Cali: Programa Editorial Universidad del Valle.
- Aroca, A. (2010). Una experiencia de formación docente en Etnomatemáticas: estudiantes afrodescendientes del Puerto de Buenaventura, Colombia. *Revista Horizontes*, 28(1), 87–95.
- Arriaga, L. (2002). Serie Lineamientos Curriculares: Cátedra Estudios Afrocolombianos. Bogotá: Igasa Ingenieros Gráficos Andinos SA.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Bardin, L. (1996). *Análisis de contenido*. Madrid: Ediciones Akal.
- Bedoya Moreno, E. (2002). Formación inicial de profesores de matemáticas: enseñanza de funciones, sistemas de representación y calculadoras graficadoras. Universidad de Granada, Granada.
- Bikner-Ahsbabs, A., & Prediger, S. (Eds.). (2014). *Networking of theories as a research practice in Mathematics Education, Advances in Mathematics Education*. Switzerland: Springer International Publishing.
- Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós Ibérica.
- Bishop, A. (2005). Las matemáticas occidentales: el arma secreta del imperialismo cultural. In *Aproximación sociocultural hacia la educación matemática* (pp. 27–41). Cali, Colombia: Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle.
- Blanco-Álvarez, H. (2006). La etnomatemática en Colombia: un programa en construcción. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 19(26), 49–75.
- Blanco-Álvarez, H. (2008a). Entrevista al profesor Ubiratan D'Ambrosio. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 1(1), 21–25.
- Blanco-Álvarez, H. (2008b). La Educación Matemática desde un punto de vista sociocultural y la formación de Licenciados en Matemáticas y Etnoeducadores con énfasis en matemáticas. *Boletín ASOCOLME*, 1(1), 4–6.

- Blanco-Álvarez, H. (2008c). La integración de la etnomatemática en la etnoeducación. In Memorias del 9° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Valledupar: Asociación Colombiana de Matemática Educativa-ASOCOLME.
- Blanco-Álvarez, H. (2009). Del número a los sistemas de numeración (Trabajo de investigación de maestría no publicado). Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- Blanco-Álvarez, H. (2011). La postura sociocultural de la educación matemática y sus implicaciones en la escuela. *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), 59–66.
- Blanco-Álvarez, H. (2012a). Análisis de datos cualitativos y Atlas.ti: una experiencia de formación. *Revista Universitaria: Docencia, Investigación e Innovación*, 1(1), 103–114.
- Blanco-Álvarez, H. (2012b). Estudio de las actitudes hacia una postura sociocultural y política de la educación matemática en maestros en formación inicial. *REDIMAT: Journal of Research in Mathematics Education*, 1(1), 57–78.
- Blanco-Álvarez, H. (2016). Diseño de actividades para la enseñanza de la magnitud longitud y capacidad en la educación primaria y básica desde la Etnomatemática. In Fundación Save the Children Colombia (Ed.), *Introducción al desarrollo de pensamiento métrico y los sistemas de medida en la educación básica primaria* (pp. 9–26). Pasto: Graficolor.
- Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2013). Innovación metodológica en la formación de maestros de matemáticas. In F. J. A. Bayo, F. D. Ramos, & et al. P. Fernández Oliveras (Eds.), *Actas de las IV Jornadas sobre Innovación Docente y Adaptación al EEES en las Titulaciones Técnicas* (pp. 49–54). Granada: Godel Ediciones.
- Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2017). Evaluación de un curso de formación continua de maestros orientado desde una perspectiva etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 10(2), en prensa.
- Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2017). Formación de profesores de matemáticas desde la Etnomatemática: estado de desarrollo. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, en prensa.
- Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2017). Idoneidad didáctica de una clase de matemáticas desde una perspectiva etnomatemática. *Enseñanza de Las Ciencias*, en evaluac.
- Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2017). Medidas de capacidad volumétrica no convencionales: aportes a la Educación Primaria. *Enseñanza de Las Ciencias*, En prensa.
- Blanco-Álvarez, H., Higuera-Ramírez, C., & Oliveras, M. L. (2014). Una mirada a la Etnomatemática y la Educación Matemática en Colombia: caminos recorridos. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 245–269.
- Blanco-Álvarez, H., López, G. J., & Noguera, W. R. (2009). Diagnóstico de la formación en Educación Matemática de los Docentes en la ciudad de San Juan de Pasto. *Revista SIGMA*, 9(1), 61–90.
- Blanco-Álvarez, H., & Oliveras, M. L. (2016). Ethnomathematics: A political tool for Latin America. *RIPEM-International Journal for Research in Mathematics Education*, 6(1), 112–126.
- Blanco-Álvarez, H., & Parra, A. (2009). Entrevista al profesor Alan Bishop. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 2(1), 69–74.

- Breda, A., do Rosário Lima, V. M., & Duro, G. T. (2012). A Etnomatemática nos cursos de formação continuada de professores: implicações das regularidades discursivas e das relações de poder na produção de subjetividades. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 5(1), 116–148.
- Breda, A., Font-Moll, V., & Lima, V. M. R. (2015). A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos Em Educação Matemática*, 8(2), 1–41.
- Caraballo, R. M. (2014). Diseño de pruebas para la evaluación diagnóstica en matemáticas. Una experiencia con profesores. Universidad de Granada, Granada.
- Carraher, T., Carraher, D., & Schliemann, A. (1995). En la vida diez, en la escuela cero (7a ed.). México D.F: Siglo XXI editores.
- Carrillo, J., Contreras, L. C., & Flores, P. (2013). Un modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas. In L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutierrez, M. Molina, & I. Segovia (Eds.), *Investigacion en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 193–200). Granada: Editorial Comares.
- Castro, E. (2004). Multiculturalismo y constitución política. Bogotá: Centro de Investigaciones de la Facultad de Filosofía, Universidad Libre seccional Bogotá.
- Castro Gordillo, W. F., & Velásquez Echavarría, H. (2014). Idoneidad didáctica de la práctica de maestros en formación inicial en un contexto urbano de conflicto social violento. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(3), 33–54.
- Chamorro, C., & Belmonte, J. M. (1988). El problema de la medida. *Didáctica de las magnitudes lineales*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Clements, M. A., Bishop, A., Kilpatrick, J., & Leung, F. K.-S. (Eds.). (2012). *Third International Handbook of Mathematics Education*. New York: Springer.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research methods in education*. New York: Routledge.
- Colegio Bilingüe Artesanal Camëntsá. (2001). *Proyecto Educativo Indígena Camëntsá*. Sibundoy: Documento institucional.
- Comisión Económica para América Latina y el Caribe CEPAL. (2008). *Panorama social de América Latina, 2007*. Santiago de Chile: Naciones Unidas.
- Constitución Política de Colombia (1991). Colombia.
- D'Ambrosio, B. S., & Lopes, C. E. (2015). Insubordinação Criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 29(51), 1–17.
- D'Ambrosio, U. (1993). Etnomatemática: Um programa. *Revista Da Sociedade Brasileira de Educaçomática-SBEM*, 1(2), 5–11.
- D'Ambrosio, U. (2000). Las dimensiones políticas y educacionales de la etnomatemática. In A. Martínón Cejas (Ed.), *Las matemáticas del siglo XX: una mirada en 101 artículos* (pp. 439–444). Tenerife: Universidad de la Laguna.
- D'Ambrosio, U. (2001). Paz, Educação matemática e Etnomatemática. *Teoria E Prática Da Educação*, 8(4), 15–33.
- D'Ambrosio, U. (2002). *Etnomatemática. Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- D'Ambrosio, U. (2005). *Etnomatemática. Elo entre as tradições e a modernidades*. Brasil: Autêntica Editora.

- D'Ambrosio, U. (2006). *Ethnomathematics. Link between traditions and modernity*. Rotterdam: Sense Publishers.
- D'Ambrosio, U. (2008). *Etnomatemática. Entre las tradiciones y la modernidad*. México D.F: Limusa.
- D'Ambrosio, U. (2011). A busca da paz como responsabilidade dos matemáticos. *Cuadernos de Investigación Y Formación En Educación Matemática*, 7(7), 201–215.
- Domite, M. do C. (2006). Da compreensão sobre formação de professores e professoras numa perspectiva etnomatemática. In G. Knijnik, F. Wanderer, & C. José de Oliveira (Eds.), *Etnomatemática, currículo e formação de professores* (2a ed., pp. 419–431). Santa Cruz do Sul: EDUNISC.
- Domite, M. do C. (2012). Acertando o passo do movimento entre etnomatemática, formação de professores e aprendizagem da matemática: pré-requisito dos alunos e escuta dos professores em discussão. *Revista Educação Matemática Em Foco*, 1(1), 83–96.
- Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2015a). Formación de maestros y Microproyectos curriculares. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 472–495.
- Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2015b). Formación de maestros y Microproyectos curriculares. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 472–495.
- Freire, P. (1996). *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra.
- Furuto, L. H. L. (Ed.). (2012). *Ethnomathematics Curriculum Textbook: Lesson Plans for Precalculus, Trigonometry, and Analytic Geometry*. Hawaii: University of Hawai'i.
- Gavarrete, M. E. (2012). Modelo de aplicación de Etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas de Costa Rica. Universidad de Granada, Tesis doctoral, no publicada. Granada, España.
- Gavarrete, M. E. (2013). La Etnomatemática como campo de investigación y acción didáctica : su evolución y recursos para la formación de profesores desde la equidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 6(1), 127–149.
- Gavarrete, M. E., & Albanese, V. (2015). Etnomatemáticas de signos culturales y su incidencia en la formación de maestros. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 299–315.
- Gavarrete, M. E., & Oliveras, M. L. (2010). Etnomatemáticas y Formación de Profesores: una propuesta para Costa Rica, a la luz del Segundo Informe del Estado de la Educación. In Y. Morales (Ed.), *Actas Segundo Congreso Internacional de Enseñanza de la Matemática* (pp. 111–119). Heredia, Costa Rica.
- Gerdes, P. (1986). On culture, mathematics and curriculum development in Mozambique. In S. Mellin-Olsen & M. Johnsen Hoines (Eds.), *Mathematics and culture, a seminar report* (pp. 15–42). Radal: Caspar Forlag.
- Gerdes, P. (1997). On culture, geometrical thinking and mathematics education. In A. Powell & M. Frankenstein (Eds.), *Ethnomathematics: Challenging Eurocentrism in Mathematics Education* (pp. 223–247). Albany, EE.UU: SUNY Press.
- Gerdes, P. (1998). On culture and mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1(1), 33–53.
- Gerdes, P. (1999). *Geometry from Africa: Mathematical and educational explorations*. Washington, D.C.: The Mathematical Association of America.

- Gerdes, P. (2011a). *Mulheres, Cultura e Geometria na África Austral* (1a ed.). Mozambique: Centro Moçambicano de Pesquisa Etnomatemática.
- Gerdes, P. (2011b). *Mundial de Futebol e de Trançados*. Sao Paulo: Editora Diáspora.
- Gerdes, P. (2011c). *Pitágoras africano: Um estudo em cultura e educação matemática* (2da ed.). Mozambique: Centro Moçambicano de Pesquisa Etnomatemática.
- Gerdes, P. (2012). *Etnomatemática, Cultura, Matemática, Educação* (2a ed.). Lulu editores.
- Gil, A. C. (1999). *Métodos e técnicas de pesquisa social* (5a Ed.). São Paulo: Atlas.
- Godino, J. D. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros. Manual para el estudiante*. Granada : Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8(11), 111–132.
- Godino, J. D., Batanero, C., Rivas, H., & Arteaga, P. (2013). Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas. *Revemat: revista eletrônica de educação matemática*, 8(1), 46–74.
- González López, M. J. (2015). Enseñanza y aprendizaje de las magnitudes y su medida. In P. Flores Martínez & L. Rico (Eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria* (pp. 281–306). Madrid: Pirámide.
- Greer, B., Mukhopadhyay, S., Powell, A., & Nelson-Barber, S. (Eds.). (2009). *Culturally Responsive Mathematics Education*. New York: Routledge.
- Gurdián-Fernández, A. (2007). *El paradigma cualitativo en la investigación socio-educativa*. San José: PrintCenter.
- Gutiérrez, R. (2013). Mathematics teachers using creative insubordination to advocate for student understanding and robust mathematical identities. In M. Martínez & A. Castro Superfine (Eds.), *Proceedings of the 35th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. (pp. 1248–1251). Chicago: University of Illinois.
- Hart, L. C., Alston, A., & Murata, A. (Eds.). (2011). *Lesson study Research and Practice in Mathematics Education: Learning together*. New York: Springer.
- Hernández Pina, F., & Soriano Ayala, E. (1999). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria: diseño y evaluación de programas*. Madrid: La Muralla.
- Jaramillo, D. (2011). La educación matemática en una perspectiva sociocultural: tensiones, utopías, futuros posibles. *Revista Educación Y Pedagogía*, 23(59), 13–36.
- Jaramillo, J. B., Jurado Valencia, F., & Collazos, J. (Eds.). (2011). *Planes de vida para comunidades ancestrales: hacia una plan decenal en educación para el municipio de Tumaco 2011-2021*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia y Alcaldía de Tumaco.
- Kirkpatrick, D. L., & Kirkpatrick, J. D. (2006). *Evaluating Training Programs: The Four Levels* (3rd ed.). San Francisco: Berrett-Koehler Publishers, Inc.
- Knijnik, G. (1996). *Exclusão e resistência: Educação Matemática e legitimidade cultural*. Porto Alegre: Artes Médicas.
- Knijnik, G. (1997). An ethnomathematical Approach in Mathematical Education: A Matter of Political Power. In A. Powell & M. Frankenstein (Eds.), *Ethnomathematics:*

- Challenging Eurocentrism in Mathematics Education (pp. 403–410). Albany, EE.UU: State University of New York Press.
- Knijnik, G. (2002). Curriculum, Culture and Ethnomathematics: The practices of “cubagem of wood” in the Brazilian Landless Movement. *Journal of Intercultural Studies*, 23(2), 149–165.
- Knijnik, G. (2007). Diversidad cultural, matemáticas y exclusión: oralidad y escritura en la educación matemática campesina del sur del Brasil. In J. Giménez, J. Díez-Palomar, & M. Civil (Eds.), *educación matemática y exclusión* (pp. 63–81). Barcelona: Graó.
- Knijnik, G. (2012). Differentially positioned language games: ethnomathematics from a philosophical perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 80(1–2), 87–100.
- Knijnik, G. (2014). Etnomatemáticas en movimiento: Perspectiva etnomatemática, sus formulaciones teóricas y ejemplificaciones. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 119–131.
- Knijnik, G., Wanderer, F., & Oliveira, C. J. (2005). Cultural differences, oral mathematics and calculators in a teacher training course of the Brazilian Landless Movement. *Zdm*, 37(2), 101–108.
- Lopes, C. E., & D’Ambrosio, B. S. (2015). Sowing new and rare seeds in Mathematics Education. In B. S. D’Ambrosio & C. E. Lopes (Eds.), *Creative Insubordination in Brazilian Mathematics Education Research* (pp. 251–259). Raleigh: Lulu press.
- Lupiañez, J. L. (2009). Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de Matemáticas de secundaria. Universidad de Granada, Granada.
- Maher, C. A. (2012). *Planning and Evaluating Human Services Programs: A Resource Guide for Practitioners*. Bloomington: AuthorHouse.
- Marmolejo, G.-A., Blanco-Álvarez, H., & Fernández, E. (2009). El estudio de clase y la formación de licenciados en matemáticas en la Universidad de Nariño. In J. A. Torres & L. I. Vergara (Eds.), *Estudio de clase: una experiencia en Colombia para el mejoramiento de las prácticas educativas* (pp. 93–104). Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional (1994). *Ley General de Educación 115*. Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional (1996). *La etnoeducación: realidad y esperanza de los pueblos indígenas y afrocolombianos: lineamientos de etnoeducación y proyectos etnoeducativos institucionales*. Bogotá: Documento institucional.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares: matemáticas. Serie lineamientos curriculares*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2004). *Normatividad básica para la etnoeducación*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas. Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia.
- Ochoa, R.; Pelaez, J. (1995). *La matemática como elemento de reflexión comunitaria Pueblo Tule*. Asociación de Cabildos Indígenas de Antioquia: Editorial Lealon.
- Oliveras, M. L. (1996). *Etnomatemáticas: formación de profesores e innovación curricular*. Granada: Comares.

- Oliveras, M. L. (2000). Etnomatemáticas. In J. Fuentes & M. L. Oliveras (Eds.), *Matemáticas en la Sociedad* (pp. 39–50). Granada: Repro-digital.
- Oliveras, M. L. (2005). Microproyectos para la educación intercultural en Europa. Uno: *Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, (38), 70–81.
- Oliveras, M. L. (2006). Etnomatemáticas. De la multiculturalidad al mestizaje. In J. Gimenez, J. M. Goñi, & S. Guerrero (Eds.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 117–149). Barcelona: Graó.
- Oliveras, M. L. (2015). El pensamiento creativo, la crítica y la comunicación en el ICeM5. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*.
- Oliveras, M. L., & Blanco-Álvarez, H. (2016). Integración de las etnomatemáticas en el aula de matemáticas: posibilidades y limitaciones. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 30(55), 455–480.
- Oliveras, M. L., & Gavarrete, M. E. (2012). Modelo de aplicación de etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas en Costa Rica. *RELIME: Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 15(3), 339–372.
- Oliveras, M. L., & Godino, J. D. (2015). Comparando el programa etnomatemático y el enfoque ontosemiótico: Un esbozo de análisis mutuo. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 432–449.
- Organización de Estados Iberoamericanos OEI. (2008). Declaratoria de Cartagena. In *Memorias del Primer Encuentro Iberoamericano “Agenda Afrodescendiente en las Américas.”* Cartagena: Organización de Estados Iberoamericanos OEI. Retrieved from <http://www.oei.es/afro03.php>
- Organización de Estados Iberoamericanos OEI. (2010). 2021, Metas Educativas. La educación que queremos para la generación de los Bicentenarios. Madrid: CEPAL Organización de Estados Iberoamericanos OEI Iberoamericana, Secretaría General.
- Organizaciones de Comunidades Negras de Nariño. (2011). Proyecto Etnoeducativo Afronariñense. Tumaco: Secretaria Departamental de Educación de Nariño.
- Parra, A., & Caicedo, N. (2009). *Matemáticas en el mundo nasa*. Bogotá: El fuego azul.
- Peña-Rincón, P., & Blanco-Álvarez, H. (2015). Reflexiones sobre cultura, currículo y etnomatemáticas. In K. de la Garza & R. Cortina (Eds.), *Educación, pueblos indígenas e interculturalidad en América Latina* (pp. 213–246). Quito: Ediciones Abya-Yala.
- Peña-Rincón, P., Tamayo-Osorio, C., & Parra, A. (2015). Una visión latinoamericana de la etnomatemática: tensiones y desafíos. *RELIME. Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 18(2), 137–150.
- Pérez Juste, R. (2000). La evaluación de programas educativos: conceptos básicos, planteamientos generales y problemática. *Revista de Investigación Educativa*, 18(2), 261–287.
- Pérez Juste, R. (2006). *Evaluación de programas educativos*. Madrid: La Muralla.
- Pino-Fan, L., & Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36(1), 87–109.
- Powell, A. B., & Frankenstein, M. (Eds.). (1997). *Ethnomathematics: challenging eurocentrism in mathematics education*. SUNY series, reform in mathematics education. Albany, EE.UU: SUNY Press.

- Pozo Muñoz, C., Alonso Morillejo, E., & Hernández Plaza, S. (Eds.). (2004). *Teoría, modelos y métodos en evaluación de programas*. Granada: Grupo Editorial Universitario.
- Rico, L., Gómez, P., Moreno Carretero, M. F., Romero Albaladejo, I., Lupiañez, J. L., Gil Cuadra, F., & González, M. J. (2003). Indicadores de calidad para la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. In E. Castro, P. Flores, T. Ortega, L. Rico, & A. Vallecillos (Eds.), *Investigación en educación matemática: séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 289–297). Granada: Universidad de Granada.
- Rodrigues, M., Ferreira, R., & Domite, M. do C. (2009, June). A formação de professores e suas relações com cultura e sociedade: a educação escolar indígena no centro das atenções. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 22(34), 263–281.
- Sandín Esteban, M. P. (2013). *Investigación cualitativa en educación. Fundamentos y tradiciones*. Madrid: McGraw-Hill / Interamericana de España, S. L.
- Shirley, L. (2001). Ethnomathematics as a fundamental of instructional methodology. *ZDM*, 33(3), 85–87.
- Strauss, A., & Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa: técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Medellín: Editorial Universidad de Antioquia.
- Thompson, A. (1992). Teacher's Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 127–146). New York: MacMillan Publishing Company.
- Torres, J. A., & Vergara, L. I. (Eds.). (2009). *Estudio de clase: una experiencia en Colombia para el mejoramiento de las prácticas educativas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Valencia Salas, A. P. (2014). *Etnomatemática africana*. Secretaría de Educación Distrital de Bogotá: Equilibrio Gráfico Editorial Ltda.
- Valero, P., Andrade-Molina, M., & Montecino, A. (2016). Lo político en la educación matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 18(3), 287–300.
- Vásquez, A. P. (2015). *Kulkuok I Cha: matemática contextualizada a las cosmovisiones Bribri y Cabécar para séptimo año*. Heredia: Universidad Nacional de Costa Rica.
- Vilela, D. S. (2006). Reflexão filosófica acerca dos significados matemáticos nos contextos da escola e da rua. In *Anais III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*. Águas de Lindóia: Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).
- Vilela, D. S. (2007). *Matemática nos usos e jogos de linguagem: Ampliando concepções na Educação Matemática*. Tesis doctoral. Universidad de Campinas, Brasil.
- Wittgenstein, L. (1999). *Investigaciones filosóficas*. Barcelona: Ediciones Altaya.
- Zaslavsky, C. (1998). *Math Games & Activities from Around the World*. Chicago: Chicago Review Press.

Anexos impresos

Anexo 1. Artículo 7: Una mirada a la Etnomatemática y la Educación Matemática en Colombia: caminos recorridos

Anexo 2. Artículo 8: Etnomatemática y formación inicial de profesores de matemáticas: el caso colombiano

Anexo 3. Capítulo de libro 3: Reflexiones sobre cultura, currículo y etnomatemáticas

Anexo 4. Capítulo de libro 4: Innovación metodológica en la formación de maestros de matemáticas

Anexo 5. Comprobantes de publicación de artículos

Anexo 6. Listado de ponencias y comunicaciones en congresos y seminarios

Anexo 7. Listado del material analizado

Anexo 1. Artículo 7: Una mirada a la Etnomatemática y la Educación Matemática en Colombia: caminos recorridos

Blanco-Álvarez, H., Higueta Ramírez, C., & Oliveras, M. L. (2014). Una mirada a la Etnomatemática y la Educación Matemática en Colombia: caminos recorridos. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 245-269

Una mirada a la Etnomatemática y la Educación Matemática en Colombia: caminos recorridos

A look to the Ethnomathematics and the Mathematics Education in Colombia: paths traveled

Hilbert Blanco-Álvarez¹
Carolina Higueta Ramírez²
María Luisa Oliveras³

Resumen

Este artículo tiene dos propósitos, el primero de ellos es hacer visible los caminos recorridos en el campo de la etnomatemática y la educación matemática en Colombia desde nuestra experiencia como investigadores del área y el segundo es acercar a los maestros que enseñan matemáticas y que estén interesados en iniciar sus estudios o investigaciones en este campo a lo que se ha tejido en nuestro país y lo que es necesario (des)tejer. Para lograrlos, hemos traído algunas de las preguntas más frecuentes que se nos han planteado en diferentes escenarios y que han sido organizadas en siete categorías, estas son: conceptuales, investigación nacional, curriculares, formación de maestros que enseñan matemáticas, publicaciones y congresos, redes y semilleros nacionales. Una última categoría presenta una mirada internacional sobre la etnomatemática y la educación matemática

Palabras clave: Formación de docentes en etnomatemática; Currículo etnomatemático; Investigación etnomatemática.

Abstract

This paper has two purposes, the first of them is to make visible the paths taken in the field of Ethnomathematics and Mathematics Education in Colombia from our experience as researchers in the area and the second is to bring together the teachers who teach mathematics and who are interested in starting their studies or research in this field into what has been woven into our country and what is necessary to (un)weave. To achieve these objectives, we have brought forward some of the most frequently asked questions that have been raised in different scenarios and have organized them in seven categories, these are: conceptual, national research, curriculum, training of teachers who teach mathematics, publications and congress, networks and national seedbeds. A final category presents an international view on ethnomathematics and mathematics education.

Keywords: training of teachers in ethnomathematics; ethnomathematical curriculum; ethnomathematics research.

¹ Profesor del Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad de Nariño, Pasto-Colombia y Estudiante de Doctorado en Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Granada, España. Coordinador general de la Red Latinoamericana de Etnomatemática. Email: hilbla@yahoo.com

² Profesora de la Universidad de Antioquia, Medellín-Colombia y Estudiante de Maestría en Educación de la misma universidad. Email: cahira0605@gmail.com

³ Profesora del Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Granada, España. Email: oliveras@ugr.es

INTRODUCCIÓN

En los últimos diez años en Colombia los discursos socioculturales y políticos de la educación matemática se han activado en diferentes escenarios, particularmente los planteamientos del Programa de Investigación de Etnomatemática. Dicho interés ha estado relacionado con la necesidad de reconocer, valorar y legitimar otras formas de hacer y de ser, propias de las diferentes culturas que constituyen el citado país.

Esto ha motivado a investigadores, maestros y etnoeducadores que enseñan matemáticas a proponer investigaciones en las cuáles se estudien las matemáticas en diferentes grupos culturales, entendidas estas como etnomatemáticas. Las formas de actuar, así como las posturas epistemológicas, gnoseológicas, axiológicas, etc. han estado determinadas por los intereses de los investigadores y por las comunidades con las que se desarrollan las investigaciones.

Nuestra intención en este artículo, es hacer visibles las formas en que se ha hecho investigación en Colombia en el campo de la etnomatemática, mostrar las posibilidades de caminos aún por recorrer o que será necesario recorrer nuevamente. A sí mismo, intentamos dar respuestas a preguntas relacionadas con este campo y que se nos han planteado en aquellos escenarios en los que hemos compartido nuestra experiencia, corriendo el riesgo de dejar algunas cuestiones por fuera. Tenemos la esperanza de que nuestras “respuestas” vayan dejando en el lector un panorama sobre algunos intereses de la etnomatemática, los avances en la investigación colombiana en esta línea, así como sus implicaciones a nivel curricular. Por supuesto, nuestros planteamientos están atravesados por las voces de otros: esos con quienes hemos desarrollado nuestras investigaciones, los maestros con los que hemos tenido la posibilidad de conversar, también las voces de autores a nivel nacional e internacional que han reflexionado y debatido sobre este campo.

Hemos organizado los aspectos a tratar, planteados como preguntas, en siete categorías: 1. *Conceptuales*; 2. *Investigación nacional*; 3. *Curriculares*; 4. *Formación de maestros de matemáticas*; 5. *Publicaciones y congresos*; 6. *Redes y semilleros nacionales* y 7. *Mirada internacional*, que desarrollaremos en este mismo orden.

La elección de plantear unas categorías responde a una estrategia que permite hacer visibles las dimensiones y potencialidades de la Etnomatemática y su relación con la Educación Matemática. Es importante aclarar que entre ellas hay estrechas relaciones de dependencia.

ASPECTOS CONCEPTUALES

Las preguntas aquí planteadas intentan mostrar teóricamente el Programa Etnomatemática⁴: cómo ha sido concebido y en lo que se ha venido tornando, aquellos elementos que lo fundamentan o sustentan, una comprensión de lo que significa.

¿Qué es la Etnomatemática?

Existen varias definiciones de Etnomatemática como la de Ascher (1994), Barton (1999), Oliveras (2006), pero la más difundida y con la que se han desarrollado investigaciones en

⁴ Siempre que se hable de Etnomatemática como un programa de investigación, en el sentido de Lakatos (1981), lo haremos escribiendo con mayúscula la palabra Etnomatemática. Cuando se hable de sus componentes, aspectos de investigación, estudios curriculares, sea un adjetivo, etc. se empleará la minúscula para su nominación.

Colombia, ha sido la concepción propuesta por D'Ambrosio⁵(2008) quien desde el estudio etimológico de la palabra ha planteado “*Etno* como el ambiente natural, social, cultural e imaginario; *matema* entendido como explicar, aprender, conocer, lidiar con y *tica*, los modos, estilos, artes y técnicas” (p. 2), es decir, se trata de un “programa científico” que tiene como propósito la comprensión de las diferentes formas de conocer de las distintas culturas en su lucha por la sobrevivencia y trascendencia en el mundo.

En diferentes escenarios la Etnomatemática, por la palabra misma, ha sido comprendida como el estudio de las matemáticas en diversas culturas. Aunque no es erróneo pensar así, consideramos que tal significado limita el programa mismo e incluso corre el riesgo de mirar estas otras culturas desde la perspectiva de una matemática dominante, como lo ha planteado Mendes (2004).

Así entonces, las matemáticas y en este caso la matemática dominante o eurocéntrica podría ser considerada como una etnomatemática, esto es, un campo que permite unas formas de ver, explicar y conocer el mundo.

¿Qué relaciones se tejen entre el programa de Etnomatemática y la Educación Matemática?

La Educación Matemática es entendida como un campo cuyo propósito es cuestionar y analizar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en diversos escenarios, y no solamente en la escuela. Ha planteado la necesidad de estudiar las diversas formas en que las culturas comprenden y nombran algunas nociones que históricamente han estado relacionadas o han formado parte de las Matemáticas, consideradas como un campo disciplinar.

Estas nociones han estado determinadas por las prácticas que se realizan en cada una de las culturas estudiadas y pretenden no solamente conocer las aproximaciones de las mismas al campo de las matemáticas, sino que también intentan identificar los distanciamientos, estas diferencias han hecho que se hable de: matemáticas ancestrales, matemáticas indígenas, matemáticas de la calle, para denominar las formas culturales de las matemáticas. En este sentido, consideramos que tanto los políticos como los técnicos en educación, los maestros como los niños y niñas, de diferentes culturas pueden tejer diálogos y ampliar su horizonte conceptual y metodológico en lo que a matemáticas y educación matemática se refiere, posibilitando no solamente reconocer sino también valorar y legitimar diversas formas de hacer y de ser.

¿Existen enfoques teóricos distintos a la Etnomatemática en la perspectiva sociocultural y política de la educación matemática?

Bajo la perspectiva social, cultural y política de la educación matemática se pueden distinguir, al menos, seis enfoques teóricos. Entre ellos la Enculturación Matemática (Bishop, 1999); la Educación Matemática Crítica (Skosvmose, 1999; Valero, 2004); la Socioepistemología (Cantoral, Farfan, Lezama & Martínez-Sierra, 2006); la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard, 1999); la Objetividad Cultural (Radford, 2006); y la Etnomatemática (D'Ambrosio, 2008).

¿Tienen algo en común las teorías socioculturales y políticas de la educación matemática?

De acuerdo con Blanco-Álvarez (2012) estas teorías comparten varias características, vistas

⁵ Profesor de matemáticas e investigador brasileño en Educación Matemática. Considerado el padre de la Etnomatemática, ha tenido una fuerte influencia en la investigación en este campo en Colombia (Blanco-Álvarez, 2006)

desde dos de sus componentes: a. En relación con las matemáticas y b. En relación con las matemáticas y el contexto social, cultural y político, tal como se expone en la tabla 1.

<i>Componente</i>	<i>Características comunes</i>
<i>En relación con las matemáticas</i>	<ul style="list-style-type: none"> -Reconocer y respetar la diversidad de pensamientos matemáticos existentes en el mundo, donde las matemáticas occidentales han sido las más desarrolladas a lo largo de la historia. -Reconocer como matemáticas el pensamiento matemático de distintos grupos laborales como carpinteros, modistas, albañiles, etc., aunque dicho conocimiento no goce de una estructura formal o axiomática. -Aceptar que las matemáticas son creadas por el hombre y habitan en la tradición cultural. -Reconocer las matemáticas como una herramienta de análisis, fundamental para la formación de ciudadanos críticos. -Aceptar que las matemáticas tienen fuertes relaciones con la cultura y la cosmovisión.
<i>En relación con las matemáticas y el contexto social, cultural y político</i>	<ul style="list-style-type: none"> -El aprendizaje de las matemáticas no depende solo de las metodologías de enseñanza, depende también de las interacciones con compañeros, profesores y padres de familia que juegan un papel importante en dicho proceso. -Los problemas de tipo lingüístico se convierten en barreras para el aprendizaje de las matemáticas. -Se reconoce la necesidad de formar, desde las matemáticas, estudiantes críticos frente a problemas sociales que existen en las instituciones y en las aulas de clase de matemáticas, como: el racismo, las diferencias de género, el elitismo, la falta de democracia, el abuso del poder, etc., que afectan al aprendizaje de las matemáticas.

Tabla 5. Elementos comunes de las teorías socioculturales y políticas de la Educación Matemática

¿La Etnomatemática solo estudia las prácticas matemáticas en comunidades indígenas?

No, esta creencia es una confusión bastante común. La Etnomatemática estudia las prácticas propias de la cultura, prácticas motivadas por la necesidad de resolver problemas a partir de la cual se tejen relaciones con las matemáticas. Por tanto, es posible realizar investigaciones al interior de comunidades afrodescendientes, niños de la calle, comunidades indígenas, matemáticos, carpinteros, albañiles, campesinos, modistas o cualquier otro grupo cultural. El grupo cuyas prácticas serán estudiadas, estará definido por los intereses de las comunidades con quienes se realiza la investigación.

PREGUNTAS ORIENTADAS A LA INVESTIGACIÓN EN COLOMBIA

Lo que pretendemos aquí es hacer visibles desde dos sistemas de categorización, las investigaciones, en este campo, que se han realizado en Colombia. Estas investigaciones incluyen trabajos realizados en los niveles de pregrado y postgrado en el campo de la educación matemática, en las cuales ha incursionado la etnomatemática.

¿En qué temas y grupos culturales se ha investigado?

De acuerdo con Blanco-Álvarez (2006) la investigación etnomatemática colombiana, hasta el año 2006, es posible clasificarla en cinco categorías, atendiendo al objeto de la investigación, tabla 2:

<i>Categoría</i>	<i>Descripción</i>
<i>Estudios específicos sobre saberes y técnicas matemáticas de estratos sociales y comunidades “iletradas”</i>	Se refiere a investigaciones sobre jóvenes o adultos que no saben leer y escribir pero que han desarrollado técnicas matemáticas en el desempeño de un oficio o en la vida cotidiana. Por ejemplo campesinos, albañiles, carpinteros, modistas, tenderos, corteros de caña, etc.
<i>Análisis del pensamiento matemático de comunidades indígenas y afrodescendientes ancestrales</i>	Hacen parte de esta categoría aquellos trabajos que intentan explicar el pensamiento matemático expresado en sus telares, cestería, orfebrería, alfarería, juegos, diseños geométricos, forma de organización social, entre otras.
<i>Utilización de instrumentos autóctonos de las comunidades indígenas o negras como herramientas pedagógicas para la enseñanza de la matemática occidental</i>	Hacen parte aquellos trabajos que buscan sacar algún provecho pedagógico utilizando herramientas o utensilios que las comunidades indígenas o negras utilizaban o utilizan aún en el momento de abordar la resolución de un problema matemático o de registro de información.
<i>Estudios sociales, históricos, antropológicos, etc., de formas de pensamiento matemático y científico en civilizaciones y comunidades.</i>	Corresponden a esta categoría los trabajos que buscan sistematizar el conocimiento matemático indígena, que es transmitido generalmente de forma oral de generación en generación. En algunos casos este tipo de investigaciones tienen el objetivo de diseñar material pedagógico que contribuya a la recuperación y conservación de dicho conocimiento matemático local.
<i>Estudios históricos, epistemológicos, filosóficos, educativos, sobre formación de culturas matemáticas y científicas en Colombia.</i>	Hacen parte de esta categoría los trabajos interesados en la difusión, recepción, apropiación, transposición, etc., de conocimientos y teorías en diversos contextos socio-culturales.

Tabla 6. Clasificación 1 de la investigación etnomatemática colombiana, hasta el año 2006

Actualmente, febrero de 2014, consideramos que es necesario agregar una sexta categoría que tendría que ver con la *formación de maestros que enseñan matemáticas y que toman la etnomatemática como una herramienta para hacer investigación*. En este sentido, las investigaciones de Aroca (2010), Oliveras, Blanco-Álvarez & Palhares (2013), así como Tamayo (2012) e Higueta (2014) se podrían clasificar dentro de esta nueva categoría⁶.

Otra categorización de la investigación etnomatemática colombiana es la presentada por Aroca (2013), atendiendo a zonas de agrupamiento social, y a temas de investigación presenta siete escenarios de investigación, como se muestra en la tabla 3.

<i>Zonas</i>	<i>Escenario de investigación</i>
<i>Urbana</i>	Reflexiones teóricas
	Relacionadas con aulas de clases
	Sectores confiables Sectores marginalizados
<i>Rural</i>	Campesinos mestizos
	Campesinos afrodescendientes

⁶ Es importante reconocer que si bien estas investigaciones tienen como elemento común la formación de maestros que enseñan matemáticas y que toman la Etnomatemática como un programa para hacer investigación las formas de actuar y las apuestas en cada una de ellas son diferentes.

<i>Zonas</i>	<i>Escenario de investigación</i>
	Comunidades o sectores indígenas

Tabla 3. Clasificación 2, de la investigación etnomatemática en Colombia

¿Qué métodos y producción de registros se han utilizado en dichas investigaciones?

Existe una gran diversidad en los métodos y registros producidos. La utilización de cada uno de ellos depende del objeto de estudio de la investigación. Podemos mencionar algunos con la intención de que reconozcamos algunas de las formas en que se ha investigado. Esto nos permitirá, en un futuro, retomar algunos de estos enfoques o producir otros. Los métodos han sido propuestos y diseñados por otros campos del saber y dada su potencialidad han sido utilizados para hacer investigaciones en el campo de la educación matemática y la etnomatemática. Ver tabla 4.

1.1 Métodos utilizados	1.2 Los registros que se han producido
1.3 Investigación hermenéutica	1.9 Diarios de campo
1.4 Investigación acción participante	1.10 Documentos (registros escritos, dibujos, etc.)
1.5 Historial oral	1.11 Fotografías y/o videos
1.6 Etnografía	1.12 Observación participante
1.7 Estudio de caso	1.13 Observación pasiva
1.8 Investigación colaborativa	1.14 Entrevistas (semiestructuradas, individuales y/o grupales)

Tabla 4. Métodos y registros usados en la investigación

¿Qué grupos de investigación trabajan en etnomatemática en el citado país?

Los siguientes grupos investigan sobre Etnomatemática, aunque, en algunos, la información depositada en el GrupLAC de COLCIENCIAS no lo exprese explícitamente, ver tabla 5:

<i>Grupos de investigación</i>	<i>Universidad</i>
<i>Grupo de Investigación en Matemáticas y Educación Matemática-GESCAS</i>	Universidad de Nariño
<i>Grupo Matemática, Educación y Sociedad-MES</i>	Universidad de Antioquia
<i>Grupo de Historia de las Matemáticas</i>	Universidad del Valle
<i>Grupo de Educación Matemática</i>	Universidad del Cauca
<i>Grupo de Investigación Horizontes en Educación Matemática</i>	Universidad del Atlántico
<i>Semillero de Investigación Diversidad Matemática</i>	Universidad del Atlántico

Tabla 5. Listado de grupos de investigación colombianos que indagan en etnomatemática

PREGUNTAS ORIENTADAS A LOS ASPECTOS CURRICULARES

Referirnos a aspectos curriculares en el marco de la etnomatemática es hacer alusión a elementos tales como: la organización de contenido, el papel del maestro y de los estudiantes, los recursos didácticos, así como a las espacialidades y temporalidades de la escuela. A continuación, presentamos dos miradas sobre estos aspectos.

¿Las políticas educativas nacionales tienen alguna relación con la Etnomatemática?

La Etnomatemática, según Blanco-Álvarez (2011), comparte sus principios con las políticas nacionales educativas. En particular se puede observar esta correspondencia con los referentes teóricos de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas⁷ (1998) y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) publicados por el Ministerio de Educación Nacional de

⁷ Jaramillo (2011) plantea también un análisis sobre una comprensión de la perspectiva sociocultural y toma como elemento de reflexión los lineamientos curriculares de matemáticas.

Colombia. Creemos que esto abre espacios y posibilidades para la integración de la etnomatemática en el currículo escolar de matemáticas de la educación básica y media.

En adelante presentamos algunos de los apartados de los Lineamientos curriculares y de los estándares de competencias donde consideramos se ve explícitamente esta relación.

Tanto los Lineamientos curriculares como los Estándares básicos de competencias invitan a los profesores, en primer lugar, a pensar las matemáticas como un constructo social y humano:

[...] el conocimiento matemático es resultado de una evolución histórica, de un proceso cultural, cuyo estado actual no es, en muchos casos, la culminación definitiva del conocimiento y cuyos aspectos formales constituyen sólo una faceta de este conocimiento (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p. 29)

[...] una nueva visión de las matemáticas como actividad humana, resultado de la actividad de grupos culturales concretos (ubicados en una sociedad y en un periodo de tiempo determinado) y, por tanto, como una disciplina en desarrollo, provisoria, contingente y en constante cambio (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 48).

En segundo lugar, invitan al profesor que enseña matemáticas a tener en cuenta los saberes extraescolares en el aula y a tomar conciencia de la existencia de problemas sociales y culturales en las clases de matemáticas:

[...] la educación matemática debería conducir al estudiante a la apropiación de los elementos de su cultura y a la construcción de significados socialmente compartidos, desde luego sin dejar de lado los elementos de la cultura matemática universal (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p. 30)

[...] comenzar por la identificación del conocimiento matemático informal de los estudiantes en relación con las actividades prácticas de su entorno y admitir que el aprendizaje de las matemáticas no es una cuestión relacionada únicamente con aspectos cognitivos, sino que involucra factores de orden afectivo y social, vinculados con contextos de aprendizaje particulares (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 47).

En tercer lugar, convidan a los maestros a formular proyectos educativos institucionales, teniendo en cuenta factores políticos y socioculturales, con el objetivo de formar estudiantes capaces de identificar, interpretar, evaluar, información matemática y pronunciarse críticamente en diversas situaciones de la sociedad (Skovsmose, 1999):

[...] incorporar los fines políticos, sociales y culturales de la Educación Matemática, lo cual implica prioritariamente tomar en consideración el estado actual de la sociedad, sus tendencias de cambio y los futuros deseados hacia los cuales se orienta el proyecto educativo de las matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 48).

A pesar de esta apertura desde los lineamientos y estándares en la concepción de las matemáticas, así como en su enseñanza y aprendizaje, ésta se ve cuestionada cuando los instrumentos para evaluar siguen siendo hegemónicos y discriminatorios y por tanto esto no permite la búsqueda de nuevos paradigmas educativos.

En este sentido D'Ambrosio (2011) afirma que:

En la educación, viene existiendo el reconocimiento de la importancia de las relaciones interculturales. Pero, lamentablemente, todavía hay una reclusión en el reconocimiento de las relaciones intraculturales. Todavía se insiste en colocar niños en grados de acuerdo con la edad, ofrecer el mismo currículo en un mismo grado, llegando al absurdo mayor de evaluar grupos de individuos con test patronizados. Se trata, efectivamente, de una tentativa de pasteurizar las nuevas generaciones! (D'Ambrosio, 2011, p. 208)

Análogamente Oliveras (2006) muestra los modelos didácticos y tipos de currículo que posibilitan una educación intercultural significativa, detallando los requerimientos de cada elemento implicado y su referencia a las etnomatemáticas en el aula.

Un elemento más en esta reflexión, fue planteado por Jaramillo (2011) cuando reconoce que la construcción de los currículos nacionales, así como las pruebas responden a un proceso denominado “neo-neo” caracterizado principalmente por el *olvido a la subjetividad*.

En este sentido, se hace necesaria la creación de unas políticas públicas que valoren y legitimen otras formas de construir currículos, que consideren las particularidades e intereses de cada una de las culturas que constituyen el país. Será necesario entonces no solamente una revisión de lo planteado desde los lineamientos y estándares sino también una (re)significación⁸ de los mismos.

¿A qué desafíos se enfrenta la estructura didáctica cuando se orienta el currículo de matemáticas desde la perspectiva etnomatemática?

Al orientar el currículo de matemáticas desde una postura basada en los aspectos sociales y culturales de la educación matemática, surgen preguntas: ¿cómo se afecta la estructura didáctica? ¿A qué nuevos desafíos se enfrentan cada uno de sus componentes: conocimiento matemático, estudiante y maestro? En la tabla 6 se presentan algunos desafíos, que Blanco-Álvarez (2011) señala afectan a los componentes de la estructura didáctica y que, sin pretender ser todos, dan luces para la reflexión.

<i>Con relación al</i>	<i>Desafíos que plantea la etnomatemática</i>
<i>Conocimiento matemático</i>	<ul style="list-style-type: none"> -Reconocer que existe una amplia diversidad de pensamientos matemáticos en el mundo, además del pensamiento matemático occidental. Del cual históricamente se reconoce su surgimiento en Grecia a partir de la estructura axiomática que dio Euclides al pensamiento matemático recopilado en su obra Los elementos. -Ser conscientes de la existencia de actividades matemáticas transculturales, como contar, medir, diseñar, localizar, jugar y explicar (Bishop, 1999). Todo esto conectado con los procesos generales, los conocimientos básicos y diferentes contextos señalados en la estructura curricular presentada en los Lineamientos curriculares de matemáticas. -Acrecentar el saber matemático, al incorporar los saberes extraescolares al aula y los saberes previos de los estudiantes, y reflexionar con ellos sobre estos. Por ejemplo: es muy común en el campo hablar de distancias utilizando distintos patrones de medida y al hacer la pregunta: “¿a qué distancia está la finca de mengano?”, una de las variadas respuestas es: “a tres días de camino”, “a un día”, etc.; otros utilizan patrones como el tabaco, por lo que a la pregunta responden: “a tabaco y medio”, lo que significa que cuando se haya fumado tabaco y medio, o ya llegó, o está muy cerca.
<i>Estudiante</i>	<ul style="list-style-type: none"> -Reconocer y valorar la multiculturalidad en las matemáticas y que sea respetuoso de la diversidad de pensamientos matemáticos. -Adquirir valores democráticos y respeto por las ideas matemáticas del otro. -Valorar el conocimiento extraescolar, en muchos casos oral, de los adultos mayores. -Encontrar mayor vínculo de las matemáticas con la vida cotidiana.
<i>Maestro</i>	<ul style="list-style-type: none"> -Fortalecer la idea de maestro-investigador, es decir, un maestro que en su práctica docente sea sensible a las problemáticas presentadas en el aula de matemáticas, y a partir de la sistematización, el análisis y la discusión de éstas con un grupo de colegas, a la luz de marcos teóricos de la educación matemática, plantee soluciones y las socialice en encuentros. -Trabajar por proyectos, que se ocupen de la relación existente entre las matemáticas y la sociedad (una investigación que ejemplifica esto es García et ál., 2009). Pero esto no debe

⁸ Entendido como darle otro(s) significado(s).

<i>Con relación al</i>	<i>Desafíos que plantea la etnomatemática</i>
	<p>ser un compromiso sólo del maestro, sino una postura metodológica del área de matemáticas de la institución.</p> <p>-Diseñar situaciones problemáticas, tomando en cuenta aspectos sociales y culturales de su entorno.</p> <p>-Diseñar material didáctico contextualizado.</p> <p>-Escribir textos escolares que incorporen los resultados de la investigación de los aspectos socioculturales de la educación matemática.</p> <p>-Actuar como orientador y facilitador del aprendizaje del pensamiento matemático, que escuche con atención los argumentos de los estudiantes, y sugiera alternativas de acción para la resolución de problemas.</p>

Tabla 6. Desafíos que plantea la etnomatemática a la estructura didáctica

Una mirada diferente a lo planteado por Blanco-Álvarez (2011) es la presentada en Higuita (2011; 2014) en relación a que la tradicional tríada: estudiante, maestro y conocimiento se ve fracturada, cuestionada, deconstruida, cuando se toma como base o fundamento la etnomatemática. Esto se plantea en el sentido en que existe un descentramiento del maestro, se plantean otras espacialidades y temporalidades y la organización curricular sufre transformaciones. Sobre esto último, Higuita (2011; 2014)⁹ ha reconocido la importancia de construir un Currículo que considere los referentes de las culturas a partir de los cuales las prácticas culturales y los objetos culturales que allí se movilizan sean estudiados. Tomar las prácticas culturales como centro del currículo posibilita un diálogo, y podríamos decir una interculturalidad epistemológica que supera las asimetrías existentes entre las culturas.

PREGUNTAS ORIENTADAS A LA FORMACIÓN DE MAESTROS DE MATEMÁTICAS

La Etnomatemática como un programa de investigación viene siendo objeto de estudio dentro de los procesos de formación de los maestros que enseñan matemáticas, en el país en el que hemos contextualizado este artículo, mostrándolo como un campo posible para el análisis de los fenómenos implicados en la educación matemática intercultural.

En este sentido presentamos los pregrados y postgrados que han incorporado a su currículo cursos sobre etnomatemática.

¿Se está formando a los futuros maestros que enseñarán matemáticas en Etnomatemática en nuestras universidades?

Sí, la tabla 7 expone las asignaturas donde la etnomatemática es al menos uno de los contenidos.

<i>Asignatura</i>	<i>Programa</i>	<i>Universidad</i>
<i>Educación matemática y cultura I y II</i>	Licenciatura en Matemáticas	Universidad de Nariño
<i>Electiva I y II</i>	Licenciatura en Matemáticas	Universidad de Nariño
<i>Aspectos socioculturales de la educación matemática</i>	Licenciatura en Matemáticas	Universidad del Valle
<i>Etnoconocimiento</i>	Ofrecido a cualquier programa	Universidad del Valle

⁹ Lo planteado por Higuita (2011, 2014) ha sido inspirado en los planteamientos de Monteiro & Mendes (2011); Miguel (2008, 2010), Miguel, Vilela, & Lanner (2012).

<i>Asignatura</i>	<i>Programa</i>	<i>Universidad</i>
<i>Etnomatemática I, II, III, IV, V, VI, VI</i>	Licenciatura en Pedagogía de la Madre Tierra ¹⁰	Universidad de Antioquia
<i>Seminario de práctica</i>	Licenciatura en Matemáticas	Universidad Industrial de Santander

Tabla 7. Cursos de etnomatemática en programas académicos de las universidades colombianas

¿En qué programas de maestría o doctorado se realizan investigaciones en etnomatemática?

Los programas de posgrado en educación matemática, en la última década, han incorporado a su plan curricular el enfoque sociocultural y político de la educación matemática, en particular la etnomatemática, dando continuidad a las reflexiones que se viene realizando en los programas de licenciaturas en matemáticas o de etnoeducación. Estos programas de posgrado son listados en la tabla 8.

<i>Programa</i>	<i>Universidad</i>
<i>Maestría en Educación: énfasis en Educación Matemática</i>	Universidad del Valle
<i>Maestría en Educación, Línea Educación Matemática</i>	Universidad de Antioquia
<i>Maestría en enseñanza de la matemática</i>	Universidad Tecnológica de Pereira

Tabla 8. Posgrados que incorporan la Etnomatemática en sus currículos y propuestas de investigación

¿Existen programas de formación en Etnomatemática para maestros de matemáticas en ejercicio?

Conocemos al menos uno, este fue realizado en el marco del programa de formación docente “Fortalecimiento de las matemáticas en la educación básica de Tumaco, Policarpa y Samaniego” en Tumaco (Nariño-Colombia) en 2012. Cuyo propósito era aportar elementos que enriquecieran la práctica educativa de 28 profesores de la educación básica desde la etnomatemática. Para el diseño, implementación y evaluación de las actividades se hizo uso de la metodología del estudio de clase (Blanco-Álvarez, Fernández-Oliveras & Oliveras, 2013). La gestión y financiación del proyecto la realizó Save the Children International y el apoyo académico lo brindó el Área de Educación Matemática de la Universidad de Nariño.

PREGUNTAS ORIENTADAS A LAS PUBLICACIONES Y CONGRESOS

Otra de las formas de visibilizar el Programa de Etnomatemática y su relación con la educación matemática en Colombia es a partir de las publicaciones realizadas: libros y revistas, y los congresos nacionales y seminarios que han posibilitado que la comunidad educativa conozca y reconozca las investigaciones que se vienen realizando entre diversos grupos culturales, organizaciones y universidades.

¿Qué libros se han publicado en el país?

A continuación, en la tabla 9 se presenta una lista de libros que han sido resultado de investigaciones.

¹⁰ La Licenciatura en Pedagogía de la Madre Tierra es un programa de formación que hace parte de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Su reconocimiento se da a partir de la Resolución Académica 1752 del 18 de agosto de 2005, expedida por esta misma entidad. El programa tiene por objetivo cuestionar y atender las problemáticas que a nivel educativo se presentan en las diferentes comunidades indígenas de Antioquia desde la formación de maestros indígenas. En el siguiente link se encuentra información referida a la Licenciatura en Pedagogía de la Madre Tierra: <http://www.faceducacion.org/madretierra/1a.html>

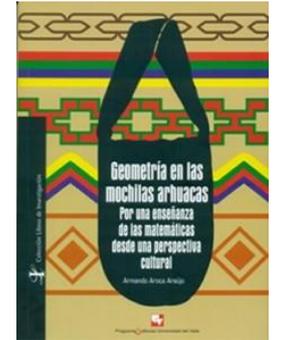
Portada	Título, autores, editorial y descripción
	<p>Título: La matemática como elemento de reflexión comunitaria Pueblo Tule Autores: Asociación de Cabildos Indígenas de Antioquia Editorial: Asociación de Cabildos Indígenas de Antioquia (OIA) Descripción: Este trabajo fue realizado por la comunidad Tule de Ipkikuntiwala con el auspicio de la Asociación de Cabildos Indígenas de Antioquia. Organizado en dos partes, en la primera expone una descripción del conocimiento matemático Tule. En la segunda parte, se expone la matemática escolar. El libro está escrito en español y en idioma Tule.</p>
	<p>Título: Geometría en las mochilas arhuacas: por una enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva cultural Autor: Armando Aroca Araujo Editorial: Universidad del Valle Descripción: Este libro presenta los resultados de una investigación que tenía como objetivo general construir una propuesta de enseñanza de geometría, específicamente de geometría transformacional, para los indígenas arhuacos de la Sierra Nevada de Santa Marta, ubicados al norte de Colombia. Ella tuvo en cuenta el pensamiento matemático que se da en la práctica del tejido de dieciséis figuras tradicionales que se tejen en la parte lateral de las mochilas.</p>
	<p>Título: Matemáticas en el mundo Nasa Autores: Gentil Guergia; Húber Castro; Laura Calambás; Arnulfo Guergia; Carlos Alberto Pacho; Edilma Díaz; Carlos Guegia. Editores: Aldo Parra y Natalia Caicedo. Editorial: El fuego azul Descripción: La segunda edición de este libro está dirigida a los docentes y comunidades de Tierradentro, Cauca, como un material de estudio y reflexión que invita a profundizar más en el campo de la matemática y la etnomatemática, promueve el diseño de materiales didácticos bilingües e interculturales que permitan la construcción de currículos en el contexto de la educación propia, y continuar ampliando y fortaleciendo los procesos de formación de investigadores y de maestros investigadores que hagan del aprendizaje un acto compartido de sorpresa, auto reconocimiento y alegría.</p>

Tabla 9. Publicaciones nacionales en etnomatemática

¿Existen en Colombia revistas especializadas en Educación Matemática o Etnomatemática?

A pesar del creciente número de investigaciones en educación matemática y en etnomatemática en el país son muy pocos los espacios *especializados* para la divulgación científica. En la actualidad solo se cuenta con una revista especializada en etnomatemática, la *Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*. Esta es una publicación electrónica cuatrimestral seriada y arbitrada que tiene como propósito principal divulgar trabajos de investigación, de reflexión o revisión de un tema, entrevistas y reseñas de libros en el área de la Etnomatemática. Así como trabajos relacionados con los aspectos socioculturales y políticos del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Ver tabla 10.

Tabla 10. Revista nacional especializada en Etnomatemática



Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática- RLE
Red Latinoamericana de Etnomatemática y del Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad de Nariño
e-ISSN: 2011-5474

Sin embargo, han existido publicaciones especializadas en Educación Matemática como la *Revista EMA: Investigación e Innovación en Educación Matemática* de la Universidad de los Andes, pero lastimosamente en noviembre de 2005 publicó su último número y otras revistas que no son especializadas en esta área pero que publican trabajos relacionados con los aspectos socioculturales y políticos de la Educación Matemática, se presentan en la tabla 11.



Revista EMA: Investigación e Innovación en Educación Matemática.
Universidad de los Andes.
ISSN: 0122-5057



Revista Matemáticas: Enseñanza Universitaria
Escuela Regional de Matemáticas-ERM
e-ISSN: 1900-043x



Revista Sigma
Universidad de Nariño
e-ISSN: 2027-064x



Revista Integración
Universidad Industrial de Santander
e-ISSN: 2145-8472

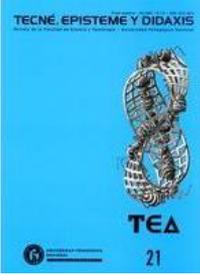
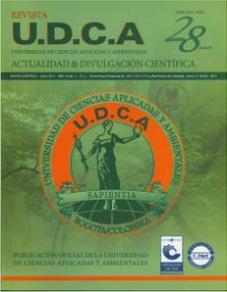
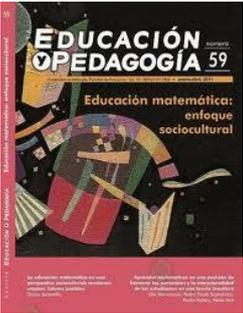
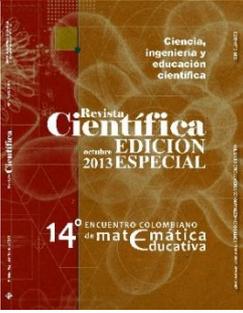
Portada de la Revista	Título, editor e ISSN
	<p><i>Revista Tecné, Episteme y Didaxis: TED</i> Universidad Pedagógica Nacional e-ISSN: 0121-3814</p>
	<p><i>Revista Actualidad y Divulgación Científica</i> Universidad de Ciencias Aplicadas y Ambientales U.D.C.A ISSN: 0123-4226</p>
	<p><i>Revista Voces y Silencios: Revista Latinoamericana de Educación</i> Universidad de los Andes e-ISSN: 2215-8421</p>
	<p><i>Revista Educación y Pedagogía</i> Universidad de Antioquia ISSN: 0121-7593 Esta revista dedicó el número 59 del año 2011 al enfoque sociocultural de la Educación Matemática.</p>
	<p><i>Revista Científica</i> Universidad Distrital Francisco José de Caldas e-ISSN: 0124-2253 Esta revista publicó una edición especial sobre Educación Matemática en el año 2013.</p>

Tabla 11. Revistas de matemáticas o educación que publican artículos de educación matemática o etnomatemática

¿Qué Congresos o Seminarios se han realizado en el citado país sobre Etnomatemática?

En Colombia se han realizado los siguientes congresos referentes a la etnomatemática o, en términos más amplios, a la relación entre la Educación Matemática y la Cultura. Tabla 12.

Afiche	Congreso y temática	Organizador
	I Conversatorio sobre Cultura, Currículo y Matemáticas. Medellín, 2006. Invitada Internacional: Alexandrina Monteiro (Brasil)	Grupo Matemática Educación y Sociedad-MES. Universidad de Antioquia
	10º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. San Juan de Pasto, 2009. Temática: <i>Cultura, Currículo y Educación Matemática</i> . Invitadas Internacionales: Gelsa Knijnik (Brasil) y Martha Civil (Estados Unidos)	Asociación Colombiana de Matemática Educativa-ASOCOLME y Universidad de Nariño
	14º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Barranquilla, 2013. Temática: <i>Educación Matemática y Cultura: aprender matemáticas en un país diverso</i> . Invitados Internacionales: Núria Planas (España), Luis Radford (Canadá) y Paulus Gerdes (Mozambique)	Asociación Colombiana de Matemática Educativa-ASOCOLME y Universidad del Atlántico

Afiche	Congreso y temática	Organizador
	<p>Seminario: <i>Metodologías de Investigación en Etnomatemática</i>. Barranquilla, 2013 Invitado Internacional: Paulus Gerdes (Mozambique)</p>	<p>Red Latinoamericana de Etnomatemática</p>

Tabla 12. Congresos y seminarios sobre etnomatemática celebrados en Colombia

PREGUNTAS ORIENTADAS A REDES Y SEMILLEROS NACIONALES

Otros espacios para la discusión y reflexión sobre la etnomatemática y la educación matemática en el citado país lo han constituido los semilleros y las redes académicas.

¿Existen redes, semilleros, grupos de estudio sobre etnomatemática en Colombia?

Sí, en tal país se cuenta con una red académica especializada en etnomatemática y dos semilleros. En la tabla 13 se presenta su descripción.

Logo	Descripción
 <p>http://www.etnomatematica.org Red Latinoamericana de Etnomatemática</p>	<p>La Red Latinoamericana de Etnomatemática: RELAET es una organización sin ánimo de lucro, fundada en el año 2003, con el propósito de promover el estudio y la investigación del pensamiento matemático de personas en distintos grupos culturales. La RELAET ofrece tres productos a los educadores matemáticos: 1. El Repositorio de artículos, trabajos de grado y tesis de maestría y doctorado; 2. La Revista Latinoamericana de Etnomatemática: perspectivas socioculturales de la Educación Matemática y 3. El portal de la red y su sistema interno de búsqueda y comunicación entre investigadores. http://www.etnomatematica.org</p>
 <p>Semillero de Etnomatemática</p>	<p>El Semillero en Etnomatemática del proyecto curricular de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, es una comunidad de reflexión, diálogo y aprendizaje conformada en el año 2013 por estudiantes y egresados, que conciben la educación matemática como una acción social y cultural, cuyo ejercicio requiere de acciones, reflexiones, de la incidencia del contexto sociocultural en el aprendizaje de las matemáticas. Este semillero realiza una reunión semanal y tiene un espacio virtual en Facebook. https://www.facebook.com/semilleroetnomatematica.udistrital?fref=tsv</p>
<p>Semillero Diversidad Matemática</p>	<p>El Semillero Diversidad Matemática, del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad del Atlántico, es un espacio de investigación donde los proyectos se desarrollan bajo el liderazgo de estudiantes asesorados por su coordinador. Se realizan reuniones regulares de todo el grupo o solo con los miembros de un proyecto.</p>

Tabla 13. Redes y Semilleros de etnomatemática

PREGUNTAS ORIENTADAS A UNA MIRADA INTERNACIONAL

A nivel mundial existen desde hace varios años investigaciones, publicaciones y grupos en que la etnomatemática se viene tornando como objeto de estudio en el campo de la educación matemática. A continuación presentamos algunos de estos.

¿Qué otros grupos de investigación fuera de Colombia investigan en etnomatemática?

Son varios los grupos de investigación dedicados a realizar investigaciones en etnomatemática, algunos de ellos se presentan en la tabla 14.

<i>País</i>	<i>Grupos de Investigación</i>
Brasil	Grupo de Estudos e Pesquisa em Etnomatemática – GEPEm - na Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo http://paje.fe.usp.br/~etnomat
	GEMAZ: Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática e Cultura Amazônica http://www.pgecem.ufpa.br/index.php/grupos-de-pesquisa/gemaz
	Grupo de Estudo e Pesquisa em Etnomatemática-GEPEtno- Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP, Rio Claro. https://sites.google.com/site/gepetno/grupo
Perú	Asociación Educativa Cultural ETNOMATEMATICA-AQP http://www.blogger.com/profile/06233941505051046757
Francia	Grupo REHSEIS de la Université Paris 7 http://www.rehseis.univ-paris-diderot.fr/spip.php?rubrique21&lang=fr
España	Grupo de Investigación Etnomatemáticas, Formación de Profesores y Educación Intercultural, Universidad de Granada http://www.ugr.es/~etnomatematicas/index.php
	Grupo de investigación EMiCS: Educación Matemática y Contexto Sociocultural, Universidad Autónoma de Barcelona http://www.crecim.cat/xarxaREMIC/index.php?option=com_content&task=view&id=7&Itemid=8
Portugal	Grupo de Estudos e Pesquisas em Etnomatemática de Portugal- GEPEm http://gepemportugal.blogspot.com.es
Estados Unidos	NASGEM North American Study Group on Ethnomathematics http://nasgem.rpi.edu/
Grupos Internacionales	International Research Group Philosophy of Mathematics: Sociological Aspects and Mathematical Practice http://www.lib.uni-bonn.de/PhiMSAMP/
	ISGEM: International Study Group on Ethnomathematics http://isgem.rpi.edu/pl/ethnomathematics-web
	Red Latinoamericana de Etnomatemática y sus diferentes capítulos: Argentina, Brasil, Chile, Colombia, Perú, Venezuela, Honduras, Guatemala, México, Costa Rica, España y Grecia. http://www.etnomatematica.org

Tabla 14. Grupos de investigación internacionales

REFLEXIONES FINALES

A lo largo del artículo hemos presentado el camino recorrido por estudiantes, maestros e investigadores en el campo de la Etnomatemática y las relaciones tejidas con la Educación Matemática. Pero al mismo tiempo, señalamos caminos que aún no han sido recorridos, sobre los cuales tendremos que reflexionar, estudiar y caminar con las diferentes culturas, estos son: en primer lugar, pensar propuestas curriculares específicas que legitimen el diálogo intercultural entre las diferentes formas de ser, de estar y de hacer en los países diversos, como Colombia. En segundo lugar, crear y proponer políticas públicas acordes con las necesidades e intereses locales. Y en último lugar, fortalecer las relaciones académicas entre quienes investigamos en esta área. Por último, queremos resaltar que es motivador para continuar, el

apoyo que poco a poco estas propuestas vienen teniendo por estamentos diversos, interesados en una mirada más social, cultural y política de la educación matemática.

A pesar de los avances señalados en el texto, aún queda mucho por investigar, por aprender y es en este sentido que invitamos a estudiantes, maestros, etnoeducadores, e investigadores a profundizar en este campo.

AGRADECIMIENTOS

Queremos agradecer a la Asociación Colombiana de Matemática Educativa, ASOCOLME, por su invitación a participar en el 14° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa y al profesor Armando Aroca, por extendernos la invitación a publicar en este número especial de la Revista Latinoamericana de Etnomatemática dedicado al ECME-14.

REFERENCIAS

- Aroca, A. (2009). *Geometría en las mochilas arhuacas: Por una enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva cultural*, Cali, Programa Editorial Universidad del Valle.
- Aroca, A. (2010). Una experiencia de formación docente en Etnomatemáticas: estudiantes afrodescendientes del Puerto de Buenaventura, Colombia. *Revista Horizontes*. 28(1), 87-95.
- Aroca, A. (2013). Los escenarios de exploración en el Programa de Investigación en Etnomatemáticas. *Revista Educación Matemática*. 25(1), 111-131.
- Ascher, M. (1994). Ethnomathematics. In: A. B. Powell & M. Frankenstein (Edits.). *Ethnomathematics: Challenging Eurocentrism in Mathematics Education* (págs. 25-47). Albany, USA: State University of New York Press.
- Barton, B. (1999). Ethnomathematics and Philosophy. *ZDM*. 31(2), 54-58.
- Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática: La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Ediciones Paidós Ibérica.
- Blanco-Álvarez, H. (2006). La Etnomatemática en Colombia. Un programa en construcción. *Revista BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 19(26), 49-75.
- Blanco-Álvarez, H. (2011). La postura sociocultural de la educación matemática y sus implicaciones en la escuela. *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), 59-66.
- Blanco-Álvarez, H. (2012). Estudio de las actitudes hacia una postura sociocultural y política de la Educación Matemática en maestros en formación inicial. *REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education*, 1(1), 57-78.
- Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, P. & Oliveras, M. L. (2013). Innovación metodológica en la formación de maestros de matemáticas. En: F. J. Alegre, F. Delgado, P. Fernández-Oliveras, et al. (Eds.). *Actas del 4th International Conference on Educational Innovation in Technical Careers-INDOTEC 2013*, (pp.49-54). Granada: Godel Ediciones.
- Cantoral, R., Farfan, R-M., Lezama, J. & Martínez-Sierra, G. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 9(4), 83-102.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la Teoría Antropológica de lo Didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.
- D'Ambrosio, U. (2008) *Etnomatemática. Entre las tradiciones y la modernidad*. México: Limusa.
- D'Ambrosio, U. (2011). A busca da paz como responsabilidade dos matemáticos. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, (7). Recuperado de <http://www.cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/CIFEM/article/view/664/653>
- Higuaita, C. (2011). *La medida desde la medicina tradicional: el caso de una comunidad Embera Chamí* (Trabajo de Grado). Universidad de Antioquia, Medellín.

- Higuaita, C. (2014). *La movilización de objetos culturales desde las memorias de la práctica de construcción de la vivienda tradicional Embera Chamí: posibilidades para pensar el (por)venir de la educación (matemática) indígena* (Trabajo de Maestría en desarrollo). Universidad de Antioquia, Medellín.
- Jaramillo, D. (2011). La educación matemática en una perspectiva sociocultural: tensiones, utopías, futuros posibles?. *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), 13-36.
- Lakatos, I. (1981). *Matemáticas, ciencia y epistemología*. Madrid: Alianza Universidad.
- Mendes, J. (2004). Aspectos políticos e simbólicos na apropiação do discurso da Etnomatemática: o caso dos professores Kaiabi do parque indígena do Xingu. En G. Knijnik; F. Wander & C. J. Oliveira. (Orgs.), *Etnomatemática, currículo y formación de profesores* (pág.348-363). Santa Cruz do Sul: EDUNISC.
- Miguel, A. (2008). *Jogos hedonistas de linguagem*. São Paulo: Editora Plêiade.
- Miguel, A. (2010). Percursos Indisciplinares na Atividade de Pesquisa em História (da Educação Matemática): entre jogos discursivos como práticas e práticas como jogos discursivos. *Bolema*. 23 (35A), 1-57.
- Miguel, A., Vilela, D. & Lanner, A. R. (2012). Problematização indisciplinar de uma prática cultural numa perspectiva wittgensteiniana. *Revista Reflexão e Ação*. 20(2), 6-31.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares: matemáticas*, Bogotá: Creamos Alternativas.
- Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*, Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Monteiro, A. & Mendes, J. (2011). Prácticas sociales y organización curricular: cuestiones y desafíos. *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), 37-46.
- Ochoa, R.; Pelaez, J. (1995). *La matemática como elemento de reflexión comunitaria Pueblo Tule*. Antioquia: Asociación de Cabildos Indígenas de Antioquia: Editorial Lealon.
- Oliveras, M. L. (2006). Etnomatemáticas. De la multiculturalidad al mestizaje. *Matemáticas e interculturalidad*. Biblioteca de UNO. Graó, (232), 117-149.
- Oliveras, M. L, Blanco-Álvarez, H., & Palhares, P. (2013). ¿Hay matemáticas fuera de la escuela?: reflexiones de maestros de matemáticas en ejercicio. *Revista Científica*, Edición especial. 417-421.
- Parra, A., & Caicedo, A. (2009). *Matemáticas en el mundo nasa*, Bogotá, El fuego azul.
- Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinamericana de Matemática Educativa*, 9(4), 103-129.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la Educación Matemática crítica*. Bogotá, Colombia: Una empresa docente.
- Tamayo, C. (2012). *Resignificación del currículo escolar indígena, relativo al conocimiento [matemático], desde y para las prácticas sociales: el caso de los maestros indígenas dule de la comunidad de Alto Caiman* (Disertación de Maestría). Universidad de Antioquia, Medellín.
- Valero, P. (2004). Socio-political perspectives on mathematics education. En P. Valero, & R. Zevenbergen (Edits.) *Researching the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education: Issues of Power in Theory and Methodology* (págs. 5-23). Kluwer Academic Publishers.

Anexo 2. Artículo 8: Etnomatemática y formación inicial de profesores de matemáticas, el caso colombiano

Aroca, A., Blanco-Álvarez, H., & Gil Chaves, D. (2016). Etnomatemática y formación inicial de profesores de matemáticas: el caso colombiano. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 9(2), 85–102.

Etnomatemática y formación inicial de profesores de matemáticas, el caso colombiano

Ethnomathematical and initial training of mathematics teachers, the Colombian case

Armando Aroca¹
Hilbert Blanco-Álvarez²
Diana Gil Chaves³

Resumen

Se analizan aquí las razones de por qué la Etnomatemática ha tenido tan poca receptividad en los procesos de formación inicial de los profesores de matemáticas en Colombia. Se aplicó una encuesta con preguntas abiertas a diversos profesores de universidades que ofrecen los programas de Licenciatura en matemáticas (LM) o Licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas (LEBEM). Entre los hallazgos se encontró que las justificaciones para su integración tienen que ver con: la diversidad étnica, aporte de la Etnomatemática a ampliar la mirada sobre la naturaleza de las matemáticas y las relaciones entre la Etnomatemática, la educación matemática y la didáctica de las matemáticas. Por otro lado, los obstáculos encontrados para la no integración de la etnomatemática a los programas de LM y LEBEM tienen que ver con: la matematización del currículo, la falta de recurso humano formado en Etnomatemática y la tensión administrativa.

Palabras claves: Etnomatemáticas, planes de estudio, licenciaturas en matemáticas y educación básica con énfasis en matemática, Colombia.

Abstract

The reasons why Ethnomathematics has received very little receptivity in the process of initial training of mathematics teachers in Colombia are discussed here. A survey open to various teachers of universities offering degree programs in mathematics (LM) or Bachelor of basic education with an emphasis in math (LEBEM) questions was applied. It was found that the justifications for integration are related: ethnic diversity, contribution Ethnomathematics a broader perspective on the nature of mathematics and the relationships between Ethnomathematics, mathematics education and mathematics education. Moreover, the obstacles to the non-integration of Ethnomathematics LM programs and

¹ Estudiante del Doctorado en educación con énfasis en Educación Matemática de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Profesor Asociado de la Universidad del Atlántico. E-mail: armandoaroca@mail.uniatlantico.edu.co

²Estudiante del Doctorado en Ciencias de la Educación. Universidad de Granada, España y Profesor del Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad de Nariño. E-mail: hilbla@yahoo.com

³ Estudiante del Doctorado Interinstitucional en Educación DIE-UD. Docente de planta de la Facultad de Ciencias y Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas en el programa de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas. E-mail: dianagilchaves@yahoo.es

LEBEM deal with the mathematization of the curriculum, the lack of human resources trained in Ethnomathematics and administrative pressure.

Keywords: Ethnomathematics, curricula, degrees in mathematics and basic education with emphasis on math, Colombia.

1. INTRODUCCIÓN

A pesar de los esfuerzos y los cambios de los sistemas educativos de América Latina y el Caribe, estudios realizados sobre la formación de profesores en la región por el Sistema de Información de Tendencias Educativas en América Latina (SITEAL, 2010, 2011) y el Programa de Promoción de la Reforma Educativa en América Latina y el Caribe (PREAL, 2004), Vaillant (2013) y León et al (2014), muestran que los modelos curriculares imperantes en la formación de profesores, son fragmentarios y colocan el énfasis en lo disciplinar.

La diversidad de propuestas de formación de profesores a nivel nacional e internacional Vaillant & Rossel (2006) y Vaillant (2004, 2002), es una evidencia de la pluralidad de factores y problemáticas que intervienen para constituir un programa de formación de profesores de matemáticas, como también certeza de las diferentes formas de articulación de los factores que en ella intervienen. Surgen entonces preguntas sobre: ¿Cuáles son las variables o dimensiones que caracterizan los contextos y los problemas que se abordan en la formación de profesores de matemáticas? En Colombia sobre la formación de profesores de matemáticas se encuentran los estudios realizados por Gil (2015), Guacaneme et al (2013), León (2012), León et al (2014) y Lurduy (2009) en los que se reafirma la importancia de continuar y seguir con la investigación sobre este campo de estudio, pues surgen preguntas como ¿Qué aspectos se deben tener en cuenta en la formación de los futuros educadores para responder a las necesidades de poblaciones diversas cultural, sensorial, cognitiva, social y económica en el aula y en el contexto escolar?

Los trabajos se vuelven más escasos, cuando se establece la relación entre la formación de maestros de matemáticas y la Etnomatemática. A pesar de los avances de la Etnomatemática como campo de investigación y acción didáctica, autores como Gavarrete (2013), Blanco-Álvarez (2012), Gavarrete, Oliveras & Agudo (2012) y Oliveras (1996), coinciden en afirmar que uno de los grandes retos de la Etnomatemática es hacer mayor presencia en los currículos de los programas de formación inicial de maestros de matemáticas, para que éstos tengan más elementos para disminuir las inequidades que se presentan en el aula, aumentar los procesos de inclusión y sensibilizarlos frente a la existencia y e importancia de los conocimientos matemáticos propios de las culturas. A continuación, se presentan algunas investigaciones que hacen aportes a esta relación.

Una de estas investigaciones es la realizada en España por Oliveras (1996), en ella se concluye que el problema que atañe a los sujetos en la relación didáctica se puede resolver a partir de la generación de unos *Dominios de experiencia* en la formación didáctica de los profesores, que produzcan aprendizajes prácticos en la actuación docente, y en las técnicas de investigación educativa para el trabajo de la matemática de acuerdo a los usos y al hábitat.

En Gavarrete et al (2012) se presenta el estudio de tres investigaciones realizadas sobre la formación de profesores desde una perspectiva sociocultural de la educación matemática. La primera investigación surge a partir de la reflexión sobre la *formación recibida* y el contraste con lo que se encuentra en la práctica profesional, este trabajo se realizó en Costa Rica en el 2001. El principal aporte es que los maestros tomaran “consciencia acerca de la estandarización en la formación del profesorado, que no tiene en cuenta las complejidades y

singularidades de los subsistemas educativos”, Gavarrete et al (2012, p.1126). La segunda investigación realizada en el 2005, consistió en una etnografía del conocimiento matemático de la cultura Bribri, donde se generaron inquietudes sobre cómo reconocer y sistematizar conocimientos etnomatemáticos y llevarlos a las aulas de clase, Gavarrete et al (2012), esta investigación permitió la reflexión y el análisis sobre las diferencias culturales entre el profesor y las maneras de percibir el mundo por parte de los estudiantes. La tercera investigación realizada en Costa Rica durante el 2009, surge a partir del cuestionamiento a los procesos de formación profesional del profesor de matemáticas que posibilite enseñar la matemática desde entornos socio-culturales y además reconozca el conocimiento matemático de las sociedades ancestrales. El resultado de la investigación es la propuesta de un “Modelo de Curso de Etnomatemáticas para formar Maestros de Entornos Indígenas: MOCEMEI.

Otra investigación es la realizada por Blanco-Álvarez (2012), en la que se hace una indagación sobre ¿Cuál es la actitud hacia una postura sociocultural y política de la educación matemática de los estudiantes de segundo año del grado de educación primaria de la Universidad Autónoma de Barcelona? En la que se destaca la “importancia y la necesidad de investigar las actitudes de los maestros en formación inicial, en particular hacia el enfoque sociocultural y político de la educación matemática, puesto que dicha actitud jugará un papel importante en el diseño de actividades”, (Blanco-Álvarez, 2012, p.74).

Todo lo anterior, señala la relación Formación inicial de maestros de matemáticas y Etnomatemática como una línea de investigación abierta, promisoría que abre nuevas puertas a la investigación. Además, resalta la necesidad imperativa de realizar investigaciones sobre la presencia o lugar que tiene la Etnomatemática en la formación de los profesores de matemáticas, como posibilidad de transformar las aptitudes y sensibilidades de los profesores para el trabajo de las matemáticas en el aula de clase, a partir del reconocimiento de los saberes diversos de las comunidades y de los estudiantes para hacer posible el desarrollo de pensamiento matemático para todos, en lo urbano como en lo rural.

Este artículo presenta los resultados de una investigación exploratoria que tiene como objetivo indagar sobre las razones de por qué la Etnomatemática ha tenido tan poca receptividad en los procesos de formación inicial de los profesores de matemáticas en Colombia, a pesar de su presencia activa en distintos escenarios académicos. Dichos resultados pretenden enriquecer el conjunto de conocimientos con los que cuenta la comunidad académica acerca de la relación Formación inicial de maestros de matemáticas y Etnomatemática.

2. RECORRIDO HISTÓRICO DE LA ETNOMATEMÁTICA EN COLOMBIA⁴ Y SU RELACIÓN CON LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS

2.1 Preparando el terreno

En la década del 80, tres investigadores desde las matemáticas y la antropología realizaron en el país los primeros estudios que relacionaban las matemáticas y la cultura, sin llamarlos Etnomatemática, ellos fueron German Mariño, Víctor Albis y Guillermo Páramo. Aunque sus investigaciones no estaban orientadas a la formación de profesores, éstas sirvieron para ilustrar otras formas de entender las matemáticas, sus vínculos con comunidades de práctica y su relación con la cultura y otros campos de investigación. Estas investigaciones fueron acerca de las concepciones espaciales y formas de cálculo de los adultos (Mariño, 1983, 1985); las

⁴ Un estado del arte más amplio se puede encontrar en (Aroca, 2013; Blanco-Álvarez, 2006; y Blanco-Álvarez, Higueta y Oliveras, 2014)

relaciones entre la matemática académica con la matemática desarrollada por comunidades indígenas Albis (1986, 1987, 1989), y la lógica de los mitos Páramo (1989).

Fue en 1994, cuando en el país se habla formalmente de Etnomatemática, y ocurrió en la conferencia de apertura de la Primera Jornada de Educación Matemática del profesor Ubiratan D'Ambrosio titulada "Matemáticas y Ciudadanía", organizada por el Grupo de Educación Matemática, en el recién constituido Instituto de Educación y Pedagogía, antigua Facultad de Educación, de la Universidad del Valle, aunque años atrás ya se venían desarrollando investigaciones que relacionaban las matemáticas y la cultura.

Esta conferencia aportaba elementos para afrontar las transformaciones educativas, políticas, sociales, culturales y económicas producto de la nueva Constitución Política del país (1991) y la Ley General de Educación (1994) por la cual se reglamentó la educación ofrecida al conjunto de los colombianos y la educación dirigida a los grupos étnicos, llamada Etnoeducación, entendida como la educación para grupos étnicos que integran la nacionalidad y que poseen una cultura, una lengua, unas tradiciones y unos fueros propios y autóctonos, ligada al ambiente, al proceso productivo, al proceso social y cultural, respetando sus creencias y tradiciones. Todo este proceso de Etnoeducación ha estado apoyado por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia desde la publicación de La Ley General de Educación y otros documentos como La Etnoeducación: realidad y esperanza de los pueblos indígenas y afrocolombianos (1996a), Cátedra de estudios afrocolombianos: una propuesta pedagógica (1996b) y Normatividad básica para la Etnoeducación (2004).

En el área de matemáticas se publicaron los Lineamientos Curriculares de Matemáticas Ministerio de Educación Nacional de Colombia (1998) y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, Ministerio de Educación Nacional de Colombia (2006) para apoyar a los profesores en el diseño del currículo de matemáticas. Estos dos documentos presentan una apertura hacia el reconocimiento de las matemáticas como un producto cultural y la importancia de los saberes matemáticos extraescolares incluidos los saberes de los grupos étnicos, Peña-Rincón & Blanco-Álvarez (2015).

2.2 Difusión y estudio de la Etnomatemática en Colombia

En la primera década del siglo XXI, se crea la Red Latinoamericana de Etnomatemática, RELAET, con el objetivo de conformar una comunidad académica alrededor de los aspectos socioculturales de la educación matemática, y se incluyen cursos en el currículo de algunos programas de Licenciaturas en matemáticas o Licenciaturas en educación básica con énfasis en matemáticas, cursos en los que se muestra la inseparable relación entre educación matemática y cultura, Blanco-Álvarez (2008b). Se da un nuevo ambiente en las concepciones sobre las matemáticas y la Educación Matemática, esto sumado al desarrollo teórico del Programa Etnomatemática a nivel internacional. Para esta década también aparecen publicaciones de tipo reflexión teórica en dicho campo como las de Blanco-Álvarez (2008a, 2008c, 2011) y Blanco-Álvarez & Parra (2009) donde se analiza la educación matemática desde un punto de vista sociocultural y se presentan reflexiones en torno a su relación con la formación de licenciados en matemáticas y etnoeducadores con énfasis en matemáticas.

En abril y octubre del 2005, respectivamente, sucedieron dos eventos que aportaron más elementos a la difusión y estudio de la Etnomatemática en el país. Primero, la publicación en español del libro "Aproximación Sociocultural a la Educación Matemática" de Alan Bishop, por el Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle. Segundo, el 7º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa: ECME-7 organizado por la Asociación

Colombiana de Matemática Educativa ASOCOLME, donde uno de los temas centrales fue *Matemáticas y Diversidad*, allí se llevaron a cabo una serie de conferencias sobre Etnomatemática y el cursillo “La práctica pedagógica en una perspectiva de la Etnomatemática” dirigido por Alexandrina Monteiro de la Universidad de San Francisco, São Pablo, Brasil.

En las universidades los grupos de investigación crean líneas de investigación sobre los aspectos socioculturales de la educación matemática y esto enriquece los programas de pregrado y posgrado produciendo una serie de investigaciones como trabajos de grado o trabajos de maestría Aroca (2005, 2008a, 2008b, 2008c, 2009, 2010); Berrio (2009); Blanco-Álvarez (2009); Díaz & Escobar (2006); Enríquez, Millán & Aroca (2012); Gómez (2009); Ortiz (2008); Parra (2003); Salazar, Hidalgo & Blanco-Álvarez (2010); Rey & Aroca (2011); Suarez (2009); Torres (2006); Urbano (2010); Vargas & Ortiz (2009); entre otros. Este amplio número de investigaciones son prueba del creciente interés de los programas de formación de profesores de matemáticas en el país.

En 2008, la Red Latinoamericana de Etnomatemática creó la Revista Latinoamericana de Etnomatemática (RLE) y en el 2009 se realizó el 9° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa, ECME-9, cuya temática fue Cultura, Currículo y Educación Matemática y se contó con la participación de Gelsa Knijnik y Marta Civil, Blanco-Álvarez, Higueta & Oliveras (2014).

En la segunda década del siglo XXI, los procesos anteriores se siguen consolidando y cada vez se abren más espacios para la Etnomatemática. En el 2013 se realizó un Seminario sobre Metodologías de investigación en Etnomatemática con Paulus Gerdes en la Universidad del Atlántico y en este mismo año, en la misma Universidad se realizó el 14° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa, ECME-14 organizado por ASOCOLME y apoyado por la Red Latinoamericana de Etnomatemática cuya temática fue Educación Matemática y Cultura: aprender matemáticas en un país diverso, que contó con la participación de Paulus Gerdes, Nuria Planas y Luis Radford, y con la participación vía on line de Ubiratan D’Ambrosio, Gelsa Knijnik y Paola Valero. En este evento se presentaron diversos talleres, ponencias, poster, comunicaciones breves que evidencian un sin número de investigaciones que se adelantan o se han ejecutado en el país. Para el año del 2014, por primera vez, en un Foro Educativo Nacional organizado por el Ministerio de Educación Nacional, en el panel titulado Mirada de la enseñanza de las matemáticas a partir de procesos de inclusión, se exponen presupuestos teóricos y ejemplos sobre la Etnomatemática. Además, varios investigadores iniciaron sus trabajos de investigación de maestría o doctorado en esta línea.

2.3 La problemática

Todo lo anterior hace parte de la evidencia sobre los espacios académicos locales y nacionales que ha ganado la Etnomatemática y del fortalecimiento de la comunidad académica en Colombia en las últimas tres décadas y nos genera una imagen alentadora hacia el futuro. Sin embargo, al indagar por la presencia de la Etnomatemática en los Proyectos Educativos de los programas de Licenciatura en Matemáticas (LM) y los programas de las Licenciaturas en Educación Básica con énfasis en Educación Matemática (LEBEM) de 14 universidades públicas del país, encontramos que cuatro de ellas incorporan la Etnomatemática en el currículo de formación inicial de profesores, tres de ellas no la incorporan y en las otras no era totalmente claro, si era que no la incorporaban o sí lo hacían en cursos de pedagogía o didáctica. Este hallazgo nos motivó a preguntarnos ¿por qué la Etnomatemática no tiene una

mayor presencia en los currículos de las LM y LEBEM?, en otras palabras, ¿cuáles son las razones para que los planteamientos sobre la inclusión de otros pensamientos matemáticos o la teorización existente sobre la importancia de los contextos culturales para el desarrollo del pensamiento matemático que se han venido reflexionando en el país en los congresos, artículos de revista e investigaciones, por más de tres décadas, han encontrado tan poca receptividad en los procesos de formación inicial de los profesores de matemáticas?

Estas preguntas cobran mayor interés, al constatar mediante la revisión de las memorias de los Encuentros Colombianos de Matemática Educativa, ECME, los trabajos de grado reportados en las páginas web de las universidades, el Repositorio de la RELAET y la comunicación personal con algunos profesores de dichos programas, que en 19 programas de formación inicial de profesores de matemáticas (entre LM y LEBEM), los estudiantes han desarrollado trabajos de grado en el Programa de Etnomatemática.

De esta forma nos planteamos el objetivo general de identificar cuáles son las razones por las que la Etnomatemática se ha incorporado a los programas de formación inicial de manera tan tímida y en algunos casos ni siquiera se considere.

En adelante se presenta el diseño de la investigación y el análisis de los datos.

3. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

Esta investigación fue de tipo cualitativa y exploratoria, e hizo uso de la teoría fundamentada, Strauss & Corbin (2002).

3.1. Participantes

En la investigación participaron 14 profesores universitarios. Estos tienen la característica de ser docentes en los programas de LM o LEBEM en las universidades que hemos seleccionado para la investigación. La formación académica de estos profesores es como mínimo de máster en educación matemática y algunos de ellos adelantan actualmente estudios de doctorado en educación matemática.

3.2 Instrumentos de recolección de datos

Para la recolección de la información se aplicó una encuesta vía correo electrónico. El cuadro 1 presenta el cuestionario diseñado con cuatro preguntas abiertas que se les presentó a los profesores.

Cuestionario	
1.	¿En el programa de licenciatura en que usted trabaja hay cursos de Etnomatemática o ésta es incorporada como una temática en algún curso? Si su respuesta es afirmativa, por favor responda las preguntas 2 y 3. Si es negativa responda la pregunta 4.
2.	Liste los títulos de los cursos donde la Etnomatemática se enseña.
3.	¿Cuáles son las razones para incorporar la Etnomatemática en la formación inicial de profesores de matemáticas?
4.	¿Sabe usted si se han realizado intentos o ha existido la intención de incorporar la Etnomatemática pero finalmente no se ha llevado a cabo?, ¿puede explicar las razones por las que no se ha hecho o puede dar sus propias razones?

Cuadro 1. Preguntas realizadas a los profesores universitarios

3.3 Análisis de datos

Después de recolectar la información, pasamos a analizar las respuestas que dieron los profesores y a clasificarlas, lo que requirió un proceso de codificación abierta y de

comparación constante de las unidades de información correspondientes a las respuestas de los profesores encuestados, Strauss & Corbin (2002). Además, se analizaron los Proyectos Educativos de varios Programas de LM o LEBEM, lo que nos permitió triangular la información de las respuestas de los cuestionarios con los planes de estudio. Finalmente, las categorías que emergieron del análisis de dichas unidades de información y su descripción se presentan en la Tabla 1.

Categorías emergentes	Descripción
<i>Integración de la Etnomatemática al currículo</i>	Se refiere a incorporación de la Etnomatemática a los currículos de las LM o LEBEM en cursos obligatorios u opcionales
<i>Justificación de la integración de la Etnomatemática en la formación inicial de profesores</i>	Se refiere a las distintas explicaciones que dan los profesores para integrar la Etnomatemática en los currículos de las LM o LEBEM
<i>Obstáculos para la integración de la Etnomatemática en la formación inicial de profesores</i>	Se presentan las barreras más comunes que se presentan al interior de las LM o LEBEM para no integrar la Etnomatemática al currículo

Tabla 1: Categorías emergentes y su descripción

En adelante se presentan los resultados de la interpretación de los datos, teniendo en cuenta dichas categorías emergentes.

4. RESULTADOS

4.1 Resultados sobre la integración de la Etnomatemática al currículo

La Tabla 2 presenta una cartografía de la Etnomatemática en los planes de estudio de los futuros maestros de matemáticas en 14 las universidades públicas del país.

#	Universidad	Curso obligatorio	Curso opcional o como tema	No tiene presencia la etnomatemática
1	Universidad de Nariño	x		
2	Universidad del Valle	x		
3	Universidad de Antioquia	x		
4	Universidad del Atlántico		x	
5	Universidad de los Llanos		x	
6	Universidad Pedagógica Nacional		x	
7	Universidad Industrial de Santander		x	
8	Universidad Distrital Francisco José de Caldas		x	
9	Universidad de la Amazonia		x	
10	Universidad del Cauca		x	
11	Universidad Francisco de Paula Santander			x
12	Universidad de la Guajira			x
13	Universidad Tecnológica de Pereira			x
14	Universidad Popular del Cesar			x

Tabla 2. La presencia de la etnomatemática en los programas de LM o LEBEM

Como se refleja en la tabla 2, solo 3 de 14 universidades la incorporan como un curso obligatorio en la malla curricular, 7 lo hacen por medio de cursos electivos o como un tema y 4 no la incorporan.

4.2 Resultados sobre la Justificación de la integración de la Etnomatemática en la formación inicial de profesores

Encontramos al menos tres justificaciones sobre la integración de la Etnomatemática en los planes de estudio de la formación inicial de LM o LEBEM.

La primera justificación tiene que ver con la *diversidad étnica* a la que tiene que responder los programas de LM y LEBEM en cada departamento de Colombia⁵. Algunas respuestas que sustentan esta justificación son:

- | | |
|-------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Profesor A: | La diversidad étnica que se halla en las aulas de clases. |
| Profesor B: | El programa funciona en un departamento con diferentes grupos étnicos y sociales que hacen matemáticas desde sus actividades. |
| Profesor C: | Se debe dar a los profesores herramientas para establecer las relaciones entre Etnomatemática, matemáticas y cultura. |
| Profesor D: | Los profesores deben estar capacitados para los diferentes contextos del departamento. |

Estas respuestas están en consonancia con las relaciones que las universidades deben tejer con la región, al tener como labor social responder a las necesidades educativas del contexto donde están ubicadas. En particular los programas de LM y LEBEM deben comprometerse con los procesos de equidad, justicia social y el respeto por la diversidad cultural, incluida la diversidad de pensamientos matemáticos. La constitución Política de Colombia de 1991 reconoce a Colombia como un país pluri-étnico y en este sentido los programas deben brindar herramientas a los futuros profesores de matemáticas para enfrentarse a la multiculturalidad de la población colombiana.

La segunda justificación se refiere al *aporte de la Etnomatemática a ampliar la mirada sobre la naturaleza de las matemáticas*. Esta justificación consideramos que se sustenta en algunas respuestas, entre ellas:

- | | |
|-------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Profesor A: | Su importancia en el desarrollo de la didáctica de matemáticas y en la matemática misma, la relación que permite establecer la Etnomatemática entre matemáticas y cultura, los resultados de investigación en esta área que aportan a ampliar la mirada sobre la naturaleza de las matemáticas, su desarrollo y su incidencia en la evolución de las matemáticas (...) |
| Profesor B | Presentar una visión más amplia de las matemáticas a los futuros maestros |

Lo anterior señala que los profesores son conscientes de la importancia de ampliar la mirada occidentalizada de las matemáticas, en este caso desde postura antropológica del conocimiento, como lo es la Etnomatemática. Para D'Ambrosio (2006) y Gerdes (1996) es fundamental que los maestros en formación inicial o continua, reconozcan la existencia de la diversidad de pensamientos matemáticos que circulan en el mundo y de la necesidad de estudiarlos, fortalecerlos, respetarlos, enseñarlos, usarlos y divulgarlos. Aunque dicho conocimiento no goce de una estructura formal o axiomática.

⁵Según el último Censo hecho por el DANE (2005), Departamento Administrativo Nacional de Estadística, Colombia tiene una diversidad cultural muy importante. Como es lógico, la educación matemática debe estar en consonancia con los entornos culturales de cada país.

La tercera justificación, trata sobre las *relaciones entre la Etnomatemática, la educación matemática y la didáctica de las matemáticas*. Esta justificación consideramos que se sustenta en fragmentos claves de algunas respuestas, entre ellos:

Profesor C: La Etnomatemática le da herramientas al futuro maestro de matemáticas para que diseñe materiales y sus clases, teniendo en cuenta las prácticas matemáticas extraescolares.

En este mismo sentido, Gerdes (1996) señala la imperativa necesidad de que los maestros diseñen materiales para el aula de clase teniendo en cuenta los conocimientos de la cultura, para que las clases de matemáticas sean más significativas para los jóvenes y niños. En esta dirección aún falta mucha más investigación y desarrollo.

4.3 Resultados sobre los Obstáculos para la integración de la Etnomatemática en la formación inicial de profesores

Se han logrado establecer al menos tres obstáculos. El primero de ellos tiene que ver con *la matematización del currículo*, como lo señala uno de los profesores que participaron de la investigación:

Profesor E: Si ha habido intentos por introducir cursos de etnomatemática pero (...). La tendencia es a introducir cursos de matemáticas puras.

Históricamente en Colombia, las LM fueron gestionadas por matemáticos e ingenieros Guacaneme et al (2013) y Gil (2015), esto ha implicado la tendencia de matematizar el currículo, es decir, hay una tendencia histórica de dar una formación fuerte en matemáticas a los Licenciados en Matemáticas, y no tanto a los estudiantes de las LEBEM, donde al parecer el currículo es menos matematizado. La mirada “sospechosa” que tiene un sector importante de matemáticos y de licenciados en matemáticas con fuerte formación y afinidad matemática hacia las Etnomatemáticas, como programa de formación e investigación, ha implicado un tipo de resistencia de su inclusión en los planes de estudio, sobre todo de las LM.

Un segundo obstáculo es la *falta de recurso humano formado en Etnomatemática*, como lo señala el siguiente profesor:

Profesor G: Se ha hecho intentos pero no se cuenta con personal que esté formado para orientar esta temática

Encontramos que este argumento desconoce la amplia producción de trabajos de grado en Etnomatemática que se han realizado en las LM y LEBEM, las tesis de maestría en diferentes posgrados y el número de ponencias presentadas en congresos nacionales. Lo que señala la existencia de un recurso humano capacitado para asumir cursos de etnomatemática en pregrado.

El tercer y último obstáculo que hemos detectado es *la existencia de una tensión administrativa* como se señala en la siguiente respuesta:

Profesor H En principio cuando llegué a la Universidad y tomé posesión del cargo, propuse al coordinador de la Licenciatura en Matemáticas, una electiva titulada Seminario de formación en etnomatemática.

Sin embargo, la respuesta del coordinador fue un chiste, donde manifestaba que en la Licenciatura en Biología habían propuesto una electiva de construcción de carreteras hacia el cielo.

Profesor E: Si ha habido intentos por introducir cursos de etnomatemática pero esto implica una reforma curricular y esta depende de los intereses de las directivas y del comité curricular del programa

Estas respuestas reflejan el gran obstáculo de tipo administrativo que se presenta en las universidades cuando se habla de incorporar otros saberes con lógicas distintas a las occidentales. Además, reflejan el desconocimiento de los directivos de las tendencias teóricas socioculturales y políticas que en la educación matemática se vienen presentando desde hace ya más de cuatro décadas, como lo señala Valero (2004).

5. CONCLUSIONES

Hemos logrado construir una cartografía de la presencia de la Etnomatemática en los programas de LM y LEBEM en 14 universidades públicas del país. Asimismo, hemos señalado tres justificaciones que presentan los maestros para incorporarla a los planes de estudio de los maestros de matemáticas en formación, y tres obstáculos para dicha inclusión en algunas universidades. De acuerdo a esto, concluimos que el ingreso de la Etnomatemática en los programas de formación de maestros de matemáticas está en su estado embrionario, pero creciente. Particularmente, lo hace desde afuera hacia adentro, considerando el *afuera* como los congresos y publicaciones internacionales y viendo el *adentro*, como el Proyecto Educativo de los programas de LM y LEBEM.

Esperamos estos hallazgos sean analizados al interior de los programas de LM y LEBEM y se reflexionen sobre ellos en el marco de sus procesos de autoevaluación con el objetivo de incorporar la Etnomatemática como una herramienta teórica que permita enriquecer la formación de los futuros maestros de matemáticas del país y puedan ellos responder a la creciente demanda de la inclusión de otras formas de pensar, comunicar y hacer matemáticas.

6. REFERENCIAS

- Albis, V. (1986). Arte prehispánico y matemática. *Revista de la Universidad Nacional de Colombia, Segunda Época*, 2(7), 29-34.
- Albis, V. (1987). Antropología y Matemáticas. *Mathesis: Filosofía e Historia de las Matemáticas*, 3, 163-167.
- Albis, V. (1989). Temas de Etnomatemáticas. *Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística*, 1, 98.
- Aroca, A. (2005). Una propuesta de enseñanza de geometría desde una perspectiva cultural. Comunidad indígena Ika-Sierra Nevada de Santa Marta. *Memorias. Séptimo encuentro colombiano de matemática educativa*, 1, 191-192.
- Aroca, A. (2008a). Análisis a una Figura Tradicional de las Mochilas Arhuacas: Comunidad Indígena Arhuaca. Sierra Nevada de Santa Marta, Colombia. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 21(30), 150-166.
- Aroca, A. (2008b). Pensamiento geométrico en las mochilas arhuacas. *Revista U.D.C.A. Actualidad y Divulgación Científica*, 11(2), 71-83.
- Aroca, A. (2008c). Una propuesta metodológica en Etnomatemáticas. *Revista U.D.C.A. Actualidad y Divulgación Científica*, 11(1), 67-76.
- Aroca, A. (2009). *Geometría en las mochilas arhuacas. Por una enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva cultural*. Cali: Programa Editorial Universidad del Valle.

- Aroca, A. (2010). Una experiencia de formación docente en Etnomatemáticas: estudiantes afrodescendientes del Puerto de Buenaventura, Colombia. *Horizontes*, 28(1), 87-95.
- Blanco-Álvarez, H, y Parra, A. (2009). Entrevista al profesor Alan Bishop. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 2(1), 69-74.
- Blanco-Álvarez, H. (2006). La Etnomatemática en Colombia. Un programa en construcción. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 19(26), 49-75.
- Blanco-Álvarez, H. (2008a). La Educación Matemática desde un punto de vista sociocultural y la formación de licenciados en matemáticas y etnoeducadores con énfasis en matemáticas. *Boletín de la Asociación Colombiana de Matemática Educativa*, 1(1), 4-7.
- Blanco-Álvarez, H. (2008b). El papel de la Red Latinoamericana de Etnomatemática en la conformación de una comunidad académica. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 1(2), 137-147.
- Blanco-Álvarez, H. (2008c). Entrevista al profesor Ubiratan D'Ambrosio. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 1(1), 21-25.
- Blanco-Álvarez, H. (2011). La postura sociocultural de la educación matemática y sus implicaciones en la escuela. *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), 59-66.
- Blanco-Álvarez, H. (2012). Estudio de las Actitudes Hacia una Postura Sociocultural y Política de la Educación Matemática en Maestros en Formación Inicial. *REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education*, 1 (1), 57-78.
- D'Ambrosio, U. (2006). *Etnomathematics: links between traditions and modernity*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publisher.
- DANE (2005). Departamento Administrativo Nacional de estadística. Censo de Colombia 2005. Disponible en: <http://www.dane.gov.co/index.php/poblacion-y-demografia/censos>. [Fecha de consulta: febrero 20 del 2015].
- Enríquez, W., B. Millán & Aroca, A. (2012). Análisis a los diseños de los sombreros de iraca hechos en Colón-Génova, Nariño. *Revista Actualidad y Divulgación Científica*, 15(2), 227-237.
- Gavarrete, M. E. (2013). La Etnomatemática como campo de investigación y acción didáctica: su evolución y recursos para la formación de profesores desde la equidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 6(1), 127-149.
- Gavarrete, M., Oliveras, M & Agudo, N. (2012). Reflexiones sobre un proceso de investigación en etnomatemáticas y formación de profesores. En R, Flores (Ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 1121-1132). 25, México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Gerdes, P. (1996). Ethnomathematics and Mathematics Education. In A. Bishop et al. (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 909-943). Netherlands: Kluwer.
- Gil, D. (2015). La formación de los docentes de matemáticas en Colombia. En B. García. (Ed). *Escuela y educación superior: temas para la reflexión*. (pp. 151 – 169). Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Guacaneme, E., Obando, G., Garzón, D., & Villa-Ochoa, J. (2013). Informe sobre la Formación inicial y continua de Profesores de Matemáticas: El caso de Colombia. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, (8), 11-49.
- Mariño, G. (1983). *El dibujo espontáneo y la concepción del espacio en los adultos de los sectores populares*. Bogotá: Dimensión Educativa.
- Mariño, G. (1985). *Cómo opera matemáticamente el adulto del sector popular, Constataciones y propuestas*. Bogotá: Dimensión Educativa.
- Oliveras, M. (1996). *Etnometemáticas. Formación de profesores e innovación curricular*. Granada, España: Editorial Comares.
- Páramo, G. (1989). Lógica de los mitos: lógica paraconsistente. Una alternativa en la discusión sobre la lógica de los mitos. *Ideas y Valores*, (79), 27-67.

- PREAL (2004). *Construcción de la Profesión Docente en América Latina*. Santiago de Chile: preal.
- León, O. (Ed.). (2014). Referentes curriculares con incorporación de tecnologías para la formación del profesorado de matemáticas en y para la diversidad. Bogotá: Fondo de publicaciones Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- León, O. (2012). Cien años de reformas y un problema actual en la enseñanza de la geometría. Camargo, L. (Eds.), *Investigaciones en educación geométrica*. (pp. 105-123). Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Lurduy, J. (2009). Investigación en la formación de profesores de matemáticas. Agendas y perspectivas. *Revista Científica*. (11), 165-178.
- Rey, M. & Aroca, A. (2011). Medición y estimación de los albañiles, un aporte a la Educación matemática. *Revista U.D.C.A. Actualidad y Divulgación Científica*, 14 (1), 137-147.
- Salazar, L.; Hidalgo, V & Blanco-Álvarez, H. (2010). Estudio sobre diferencias de género en el aula de matemáticas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 3(2), 4- 13
- SITEAL (2011). La educación de los pueblos indígenas y afrodescendientes. Buenos Aires: iiep-unesco.
- SITEAL (2010). *Metas educativas 2021: Desafíos y oportunidades*. Buenos Aires: oei-iiiep.
- Suarez, I., M. Acevedo & Huertas, C. (2009). Etnomatemática, Educación Matemática e Invidencia. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 2 (1), 18-51.
- Urbano, R. (2010). Geometría en las esculturas del Parque Arqueológico de San Agustín. *Revista Latinoamericana de Etnomatemáticas*, 3 (1), 45-66.
- Valero, P. (2004). Socio-political perspectives on mathematics education. En P. Valero, & R. Zevenbergen (Eds.). *Researching the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education: Issues of Power in Theory and Methodology* (pp.5-23). Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Vaillant, D. & Rossel, C. (2006). *Maestros de escuelas básicas en América Latina: hacia una radiografía de la profesión* (PREAL Ed. primera ed.) Santiago de Chile.
- Vaillant, D. (2002). *Formación de formadores. Estado de la práctica: Programa de Promoción de la Reforma Educativa en América Latina*, PREAL.
- Vaillant, D. (2004). Construcción de la profesión docente en América Latina. Tendencias, temas y debates: Programa de Promoción de la Reforma Educativa en América Latina, PREAL.
- Vaillant, D. (2013). Formación inicial del profesorado en América Latina: dilemas centrales y perspectivas. *Revista Española de Educación Comparada*, 22, 185-206.

Anexo 3. Capítulo de libro 3: Reflexiones sobre cultura, currículo y etnomatemáticas

Peña-Rincón, P., & Blanco-Álvarez, H. (2015). Reflexiones sobre cultura, currículo y etnomatemáticas. In K. de la Garza & R. Cortina (Eds.), *Educación, pueblos indígenas e interculturalidad en América Latina* (pp. 213–246). Quito: Ediciones Abya-Yala.

Reflexiones sobre cultura, currículo y etnomatemáticas

Pilar Alejandra Peña-Rincón y Hilbert Blanco-Álvarez

Introducción

Pese a que en Latinoamérica se constata progresivamente la diversidad cultural de las sociedades, en las instituciones educativas se aprende y se enseña matemáticas desde un enfoque monocultural que no aprecia el pensamiento matemático de las culturas distintas de la cultura occidental, a la vez que contribuye a la desvalorización de las culturas indígenas y afrodescendientes.

En este artículo reflexionamos sobre esta tensión de la educación matemática en la región. Planteamos que incorporar los conocimientos matemáticos socioculturales como parte de los conocimientos producidos por los pueblos ancestrales al currículo de matemáticas de las escuelas y a la formación de maestros de matemáticas en Latinoamérica, puede contribuir a respetar y valorar la diversidad sociocultural de los pueblos, y proponemos que la Etnomatemática, es un enfoque pertinente para ese fin porque concibe las matemáticas como una actividad humana de razonamiento basada en la experiencia.

Comenzamos discutiendo la problemática referida a la negación de la diversidad sociocultural en una tradición escolar monocultural y sus consecuencias. Continuamos analizando las experiencias colombiana y chilena en la promulgación de leyes que reconocen la diversidad cultural y apoyan la Etnoeducación en Colombia y la Educación Interculturalidad Bilingüe (EIB) en Chile. Finalmente, planteamos que la inclusión de las etnomatemáticas en el aula permite ampliar la comprensión de las matemáticas y hacer de la escuela un espacio incluyente y valorador de la diversidad sociocultural.

Hacia la diversidad sociocultural en una tradición monocultural

El carácter dinámico de la cultura

Para poder comprender a qué nos referimos con la diversidad sociocultural queremos precisar el concepto de cultura como una producción social, en la que se interrelacionan dialécticamente conocimientos y comportamientos. Es decir, la cultura no es una entidad a la que se le puedan atribuir causalmente hechos sociales, formas de conducta, instituciones o procesos sociales; puesto que a la vez que son “sistemas en interacción de signos interpretables (símbolos) [son] el contexto dentro del cual pueden describirse todos esos fenómenos” (Geertz, 2003: 27). En este sentido el antropólogo y lingüista Jorge Gasché (2008) enfatiza este último punto haciendo notar que la cultura resulta de la observación de la actividad humana, y coincide con el antropólogo Clifford Geertz en que la cultura es mucho más que un conjunto de elementos, representaciones y valores disponibles que determinarían el actuar humano, porque en tanto actividad humana “no es una entidad estable sino evolutiva, cuya realización y aspecto concreto depende de las opciones que sus miembros toman en cada instante de su actuar” (Gasché, 2008: 282). Gasché advierte que restringir la comprensión de la cultura a un conjunto de elementos ha propiciado su folclorización, valorándola por “lo pintoresco, colorido, curioso y extraño que son los elementos culturales de otra cultura, la indígena” (2008: 314).

Esta idea dinámica de la cultura como fruto de la actividad humana que nos presenta Gasché es la que nos interesa destacar. En este sentido compartimos con él y, el profesor e investigador en historia de las matemáticas y las ciencias, y forjador del programa de investigación en Etnomatemáticas, Ubiratan D'Ambrosio (2008) la idea de cultura como una producción social en transformación constante, que no está acabada ni cerrada puesto que los sujetos sociales interactuamos permanentemente.

Esto implica que en el aula existe una diversidad sociocultural expresada por distintos grupos sociales, lingüísticos, étnicos, entre otros. Sin embargo, en la escuela latinoamericana no se percibe así, porque éstas históricamente se han erigido en base a una perspectiva única, cuya cultura de referencia por excelencia ha sido la cultura eurocéntrica, conforme al rol que han requerido los proyectos de construcción de las sociedades de la región. Es lo que analizaremos en el siguiente apartado.

La educación monocultural como mecanismo de asimilación

Cuando los conquistadores llegaron a América, existían modos de pensar y de vivir propios de cada cultura, pero para imponer una forma de gobierno que beneficiase a las coronas resultaba importante unificar los modos de pensar y de vivir conforme a la perspectiva de quienes tenían el poder. A ello se debe que las cosmovisiones locales hayan sido proscritas y perseguidas por la corona, por las repúblicas y por la iglesia. En este sentido, D'Ambrosio (2001) señala que el curso del desarrollo de las civilizaciones que existía en el continente fue reorientado producto de la conquista y la colonización, de modo que los sistemas religiosos, políticos, urbanísticos, y los valores que los sostenían fueron reemplazados y suprimidos en poco tiempo. Además, hace notar que incluso hoy en día, muchos de dichos conocimientos continúan siendo proscritos o tratados como folclor.

La exclusión de las formas de pensar y de vivir distintas a la europea fue una condición necesaria para el desarrollo de las coronas y de las sociedades nacionales que las sucedieron. La escuela, como instrumento de asimilación cultural por excelencia, ha sido un vehículo privilegiado que ha negado y ocultado las diferencias étnicas y culturales en pos del desarrollo de las naciones convirtiéndose en una herramienta de destrucción de la identidad de la población indígena (Lizarzaburu y Zapata, 2001) y afrodescendiente.

Una de las principales consecuencias del enfoque monocultural en educación es que ha posibilitado y amparado la discriminación sobre la base de la cultura, ya sea en aulas culturalmente diversas o bien en aulas con presencia mayoritaria de una cultura minorizada – es decir, culturas mayoritarias aminoradas mediante los procesos de dominación cultural (López, 2000). La preocupación por este tema ha impulsado diversos planteamientos relativos a desarrollar sociedades respetuosas de las diferencias, a través del impulso de modelos educativos culturalmente sensibles que fomenten el diálogo entre estudiantes de diferentes culturas, creencias y religiones (UNESCO, 2006).

Otra consecuencia de este enfoque es que el conjunto de los estudiantes (indígenas, afrodescendientes, no indígenas, etc.) han visto restringida la posibilidad de aprender a partir de la confrontación y comparación de las diversas experiencias y cosmovisiones. Lo que en el caso de muchos de los estudiantes indígenas y afrodescendientes ha implicado también el desaprendizaje de su lengua y cultura (López, 1996). No tan sólo porque las culturas indígenas no han sido consideradas parte de la sociedad, sino también porque usualmente se piensa que las culturas y las lenguas indígenas y afrodescendientes, asociadas al mundo rural, están por

debajo del refinamiento alcanzado por la cultura occidental, la ciencia y la tecnología moderna (Escobar *et al.*, 1975).

Un ejemplo categórico de la exclusión de las formas de pensar propias de las culturas diversas es la enseñanza de las matemáticas. Estamos tan naturalizados con la idea de que la matemática es única y tiene carácter universal, que ni siquiera imaginamos la posibilidad de que existan otros conocimientos y prácticas matemáticas que amplíen y complementen las matemáticas difundidas por occidente. Pero si analizamos las matemáticas desde un enfoque sociocultural podemos apreciar que sí existen, y que su incorporación a los sistemas educativos puede contribuir a fortalecer la construcción de una nueva forma de constituirnos como latinoamericanos a partir de la valoración de la diversidad sociocultural. Esta es la idea central que queremos plantear a través de este texto.

La visibilización de la diversidad sociocultural

En realidad, nuestras sociedades siempre han estado constituidas por culturas diversas: las que han vivido en estos territorios desde antaño, y las que se fueron formando desde la conquista en adelante. Sin embargo, dado que las actuales sociedades nacionales se construyeron negando esa diversidad, asumirla ha sido y está siendo un asunto muy lento. De acuerdo a José Bengoa (2009), profesor de la Escuela de Antropología y Rector de la Universidad Academia de Humanismo Cristiano (UAHC) de Santiago de Chile, el fenómeno sociopolítico y cultural más importante ocurrido en América Latina en los últimos veinte años ha sido la “emergencia indígena”, es decir, la presencia de nuevas identidades y expresiones étnicas, demandas y reclamos de las poblaciones indígenas. Una de las consecuencias de la “emergencia indígena” es que ha logrado visibilizar crecientemente la coexistencia de los pueblos originarios con las sociedades nacionales contribuyendo al reconocimiento de su diversidad sociocultural.

Por otra parte, la globalización y las dificultades sociales, culturales, económicas y políticas que atraviesan los países de la región han incrementado los flujos de migración, de manera que la población de cada país varía constantemente incorporando personas indígenas y no indígenas procedentes de otros países. Este fenómeno, aunque en menor medida que la “emergencia indígena”, también está contribuyendo poco a poco a transformar la identidad cultural de las sociedades latinoamericanas comprendiendo que en ellas conviven diversas culturas.

Lo anterior tiene impacto en las aulas. En Chile, por ejemplo, los flujos migratorios han transformado la composición cultural de las escuelas públicas de algunos sectores de la capital y de las regiones ubicadas en el norte del país con una fuerte presencia de estudiantes inmigrantes: peruanos, colombianos, bolivianos, haitianos, dominicanos, etc. En el caso de aulas con alta población indígena, la “emergencia indígena” ha implicado que tienda a haber una mayor conciencia de que pese a que poseen una cultura propia con conocimientos, comportamientos y valores compartidos, han sido históricamente invisibilizados por la cultura occidental dominante.

En Colombia la situación ha sido distinta pues desde hace dos décadas los grupos étnicos han contado con el reconocimiento constitucional y con políticas educativas que han permitido la recuperación, conservación y la inclusión de los saberes propios al currículo escolar. Sin embargo, en muchas regiones las escuelas han sufrido una alta tasa de deserción o simplemente han quedado abandonadas debido al conflicto armado que vive el país desde hace más de 50 años.

La preocupación por la diversidad sociocultural en Latinoamérica, derivada de la “emergencia indígena”, ha implicado que en la primera década del siglo XXI la mayoría de los países latinoamericanos hayan “establecido instituciones públicas destinadas a llevar a cabo políticas sociales referidas tanto a las poblaciones y pueblos indígenas, como también a poblaciones afrodescendientes” (Bengoa, 2009: 9). Algunas de esas instituciones son la Etnoeducación en Colombia y la Educación Intercultural Bilingüe en Chile. Continuaremos revisando la construcción de políticas educativas para la diversidad sociocultural en ambos países, analizando la situación constitucional de los pueblos indígenas y afrodescendientes, las leyes referidas a la educación de dichos pueblos y los enfoques con los que se aborda la enseñanza de las matemáticas.

Avances en la construcción de una política educativa culturalmente diversa en los sistemas educativos de Colombia y de Chile

Experiencia del sistema educativo colombiano

Las políticas nacionales y el sistema educativo colombiano han sufrido grandes cambios, en las últimas dos décadas, que han permitido pensar y desarrollar una educación intercultural, incluyente de la gran riqueza cultural de 81 grupos étnicos o pueblos indígenas con una población estimada en 714.259 personas, lo que representa el 1,8% de la población total del país: Además los grupos cuentan con 64 idiomas distintos distribuidos en aproximadamente 200 municipios de un total de 1123 que conforman el territorio nacional (Castro, 2004).

El objetivo de este apartado es presentar los cambios más significativos en la *Constitución Política de la República de Colombia* y la *Ley General de Educación* en relación con la educación de los grupos étnicos presentes en el país. Luego, presentamos cómo en los *Lineamientos Curriculares de Matemáticas* y los *Estándares de Competencias Básicas de Matemáticas*, existe una apertura hacia una postura social y cultural de las matemáticas que respeta y valora los saberes matemáticos de los grupos étnicos y donde las matemáticas son presentadas como una actividad humana de razonamiento basada en la experiencia.

Constitución Política y diversidad sociocultural

Uno de los grandes logros de los grupos étnicos de Colombia (indígenas, comunidad rom o gitanos y afrocolombianos) fue el reconocimiento de la diversidad cultural del país en la *Constitución Política* de 1991, a diferencia de la Constitución de 1886 que no hacía alusión a ésta. Dicha diversidad cultural es promulgada en los Artículos 1 y 7, donde se proclama a Colombia como democrática, participativa, pluralista y protectora de la diversidad étnica y cultural de la Nación (Constitución Política de la República de Colombia, 1991).

Asimismo, el Artículo 10 reconoce el castellano como idioma oficial del país, pero también la existencia, el uso y la enseñanza de las lenguas propias de los grupos étnicos en sus territorios, y el Artículo 68 reconoce el libre desarrollo y conservación de las tradiciones y saberes de los grupos étnicos. En total, la carta magna colombiana dedica 18 artículos al reconocimiento de la autonomía de los grupos y sus formas propias de gobierno, la protección de la diversidad cultural, la participación política, el territorio y la protección de los recursos naturales (Castro, 2004).

Todo lo anterior constituye una plataforma política constitucional a partir de la cual fue posible iniciar el largo recorrido hacia la materialización de dichos artículos en acciones reales y políticas educativas, tal como se hace en la Ley General de Educación de 1994.

Ley General de Educación de 1994 y la Etnoeducación

En 1994 se expide la *Ley General de Educación* la cual reglamenta la educación ofrecida al conjunto de los colombianos y la educación dirigida a los grupos étnicos, llamada Etnoeducación. La Etnoeducación es definida en el Artículo 55 como: la educación para grupos étnicos que integran la nacionalidad y que poseen una cultura, una lengua, unas tradiciones y unos fueros propios y autóctonos, ligada al ambiente, al proceso productivo, al proceso social y cultural, respetando sus creencias y tradiciones.

En consecuencia con lo anterior, el Artículo 57 salvaguarda el uso de la lengua materna en sus respectivos territorios, y señala que la enseñanza de los grupos étnicos con tradición lingüística propia será bilingüe, tomando como fundamento escolar la lengua materna del respectivo grupo. Así mismo, el Artículo 58 señala que el Estado promoverá y fomentará la formación de educadores en el dominio de las culturas y lenguas de los grupos étnicos.

Actualmente, varias instituciones de educación superior tales como la Universidad del Cauca, Universidad de la Guajira, Universidad Mariana, Universidad Nacional Abierta y a Distancia, Universidad Pontificia Bolivariana y la Universidad Tecnológica de Pereira ofrecen el programa de Licenciatura en Etnoeducación y la Universidad de Antioquia ofrece el programa de Licenciatura en Pedagogía de la Madre Tierra. Ambos programas tienen el objetivo de formar profesionales para el ejercicio de la docencia en los territorios de los grupos étnicos.

Esta misma ley, en los Artículos 73 y 77, da autonomía a las instituciones educativas de todo el territorio nacional para que cada una de ellas elabore su propio Proyecto Educativo Institucional (PEI), en el que se especifiquen entre otros aspectos, los principios y fines del establecimiento, los recursos docentes y didácticos disponibles y necesarios, la estrategia pedagógica, el reglamento para docentes y estudiantes y el sistema de gestión y que responda a las necesidades de la población estudiantil de dicha región. Además, las instituciones educativas gozan de libertad para organizar las áreas fundamentales de conocimientos definidas para cada nivel, introducir asignaturas optativas dentro de las áreas establecidas en la ley, adaptar algunas áreas a las necesidades y características regionales, adoptar métodos de enseñanza y organizar actividades formativas, culturales y deportivas. En las instituciones educativas de los grupos étnicos es permitido integrar en el currículo los saberes propios como la medicina tradicional, las danzas, la lengua, las artesanías, la huerta, entre otros saberes. Estos cambios representan un gran logro para la educación colombiana pues el currículo hasta el año 1994 era centralizado e igual para todo el país, desconociendo las necesidades y particularidades educativas de cada región.

Una institución educativa que lleva recorrido un largo trecho en la búsqueda del conocimiento propio, el desarrollo de la autonomía y la autogestión en el marco de la Etnoeducación es el Colegio Indígena Bilingüe Artesanal Camënsá o Kasmsá, ubicado en el Valle del Sibundoy en el departamento de Putumayo. Esta Institución:

“[...] tiene como visión formar luchadores por la supervivencia del Pueblo Indígena Kamsá, con la práctica de los valores culturales en un ambiente de familia y comunidad, la relación íntima del hombre con la naturaleza conduce a la formación de hombres con sentimiento y pensamiento propio, capaces de defender los derechos en forma personal y comunitaria” (Colegio Bilingüe Artesanal, 2001: 64).

Así mismo, la comunidad Nasa, en el departamento del Cauca, provee un ejemplo que ilustra el ejercicio de recuperación comunitaria de los saberes matemáticos de la comunidad para

luego integrarlos al currículo etnoeducativo y a las actividades cotidianas donde también se producen procesos de enseñanza y aprendizaje.

En este proceso de formación hemos tenido en cuenta los conocimientos que hay en nuestras comunidades, que surgen de la tierra y son para la vida, y que los expresamos mejor cuando hablamos en nuestra propia lengua, el nasayuwe, porque nos permite manifestar la vitalidad de nuestro pensamiento y cosmovisión. (Parra y Caicedo, 2009: 7).

Todo este proceso de Etnoeducación ha estado apoyado por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia desde la publicación de *La Ley General de Educación* y otros documentos como: *La Etnoeducación: realidad y esperanza de los pueblos indígenas y afrocolombianos* (1996a), *Cátedra de estudios afrocolombianos: una propuesta pedagógica* (1996b) y *Normatividad básica para la Etnoeducación* (2004).

En el área de matemáticas se publicaron los *Lineamientos Curriculares de Matemáticas* (Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 1998) y los *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas* (Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 2006) para apoyar a los maestros en el diseño del currículo de matemáticas. Éstos dos documentos presentan una apertura hacia el reconocimiento de las matemáticas como un producto cultural y la importancia de los saberes matemáticos extraescolares incluidos los saberes de los grupos étnicos.

Postura sociocultural de las matemáticas y políticas educativas

Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas fueron construidos en 1998 por un grupo amplio de maestros e investigadores en educación matemática del país. El objetivo general de estos responde a aportar puntos de apoyo y orientación general para el desarrollo del currículo, entendido éste como se señala en el Artículo 76 de la Ley General de Educación:

Currículo es el conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías, y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el proyecto educativo institucional (Ley General de Educación de Colombia n° 115,1994).

Al no existir ya un currículo centralizado y al permitirle a cada institución la creación de su propio Proyecto Educativo Institucional (PEI), los maestros que enseñan matemáticas en primaria o secundaria deben seleccionar, en común acuerdo entre los colegas, la metodología de trabajo en el aula de matemáticas, el tipo de evaluación, los contenidos y, por supuesto, la postura filosófica que asumirá la institución frente a las matemáticas.

En este sentido, el profesor e investigador en Educación Matemática de la Universidad de Nariño-Colombia, Hilbert Blanco-Álvarez (2011) señala que tanto los *Lineamientos Curriculares de Matemáticas* como los *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas* proponen a los maestros pensar las matemáticas como un constructo social y humano. Los lineamientos establecen que “el conocimiento matemático es resultado de una evolución histórica, de un proceso cultural, cuyo estado actual no es, en muchos casos, la culminación definitiva del conocimiento y cuyos aspectos formales constituyen sólo una faceta de este conocimiento” (Ministerio de Educación Nacional, 1998: 29). En tanto los estándares plantean las matemáticas como “una actividad humana, resultado de la actividad de grupos culturales concretos (ubicados en una sociedad y en un periodo de tiempo determinado) y, por tanto,

como una disciplina en desarrollo, provisoria, contingente y en constante cambio” (Ministerio de Educación Nacional, 2006: 48).

Además, desde la perspectiva social y cultural de las matemáticas esta postura de los lineamientos y los estándares abre las puertas a la incorporación en el currículo escolar de nuevas prácticas y conocimientos matemáticos que circulan al interior de los grupos étnicos. Esto es sin duda, un gran acierto para el reconocimiento de la multiculturalidad y el respeto por la diversidad sociocultural matemática existente en el mundo.

Ambos documentos, convocan a los maestros de matemáticas a tener en cuenta los saberes extraescolares en el aula, lo que en última instancia es un reconocimiento del estudiante como un ser pensante, reflexivo y con un amplio bagaje cultural. En este sentido, los lineamientos señalan que “la educación matemática debería conducir al estudiante a la apropiación de los elementos de su cultura y a la construcción de significados socialmente compartidos, desde luego sin dejar de lado los elementos de la cultura matemática universal” (Ministerio de Educación Nacional, 1998: 30). Mientras que los estándares invitan a identificar el conocimiento matemático informal presente en las actividades prácticas del entorno de los estudiantes señalando que “no es una cuestión relacionada únicamente con aspectos cognitivos, sino que involucra factores de orden afectivo y social, vinculados con contextos de aprendizaje particulares” (Ministerio de Educación Nacional, 2006: 47).

Reflexiones sobre la situación en Colombia

En síntesis, a pesar de la existencia de políticas constitucionales y una normatividad educativa que reconoce la diversidad sociocultural y de pensamientos matemáticos en Colombia, el proceso de cambio al interior de la escuela ha sido muy variado a lo largo y ancho del país. Algunas instituciones educativas han avanzado en la incorporación de sus saberes propios más que otras, pero en general, los grupos étnicos continúan en la lucha por una educación propia y procesos de evaluación nacional no estandarizados. Tal vez una de las mayores críticas a este proceso de Etnoeducación desarrollado en el país, es la aplicación de pruebas nacionales estandarizadas, pues aunque existe libertad para la creación de currículos propios, todos los niños deben responder a este tipo de pruebas. Un ejemplo es la prueba Saber aplicada en los grados 3°, 5° y 9° de la educación básica y 11° de la educación media de todo el país. En este sentido D’Ambrosio (2011) afirma que:

En la educación, viene existiendo el reconocimiento de la importancia de las relaciones interculturales. Pero, lamentablemente, todavía hay una reclusión en el reconocimiento de las relaciones intraculturales. Todavía se insiste en colocar niños en grados de acuerdo con la edad, ofrecer el mismo currículo en un mismo grado, llegando al absurdo mayor de evaluar grupos de individuos con test estandarizados. (D’Ambrosio, 2011: 208)

Aunque el panorama presentado anteriormente es alentador y positivo, debe tenerse en cuenta que falta más apoyo por parte del estado para con los grupos étnicos, en relación con el mejoramiento de servicios públicos, servicios de salud, infraestructura de las instituciones educativas, vías de accesos a sus territorios, seguridad, vivienda y reforma agraria.

A continuación, presentamos la experiencia del sistema educativo chileno en relación con la educación para la diversidad sociocultural.

Experiencia del sistema educativo chileno

La preocupación por el tema de la diversidad sociocultural en las políticas públicas chilenas se comienza a instalar desde hace dos décadas con la promulgación de la Ley Indígena n° 19.253 en el año 1993. Desde entonces se ha avanzado a pasos lentos.

Hoy en día, no existe acuerdo acerca de la cantidad de población indígena en Chile. Sin embargo, al analizar las mediciones -realizadas por adscripción a través de diversos instrumentos nacionales- es posible observar que el reconocimiento del carácter indígena ha aumentado constantemente. El censo del año 2012 establece que aproximadamente un 11,11% de la población, correspondiente a alrededor de 1.714.677 personas, declara pertenecer a uno de los 10 pueblos indígenas considerados en el instrumento censal (Mapuche, Aymara, Rapa Nui, Likan Antai, Quechua, Colla, Diaguita, Kawésqar, Yagán y Yámana), que al menos existen 4 lenguas indígenas en uso (mapuzugun, aymara, quechua y rapa nui), y que la población indígena está distribuida en las 15 regiones del país (INE, 2012).

Este apartado presenta un breve análisis acerca del tratamiento de la diversidad cultural en la política educativa de Chile mediante la revisión de diversos documentos legislativos y administrativos (*la Constitución Política, la Ley Indígena, la Ley General de Educación, el Programa de Educación Intercultural Bilingüe, la propuesta de Bases Curriculares de Lengua y Cultura de los Pueblos Originarios y las Bases Curriculares de Matemática*) para mostrar que el enfoque de la política educacional no da cabida a la valoración de los saberes matemáticos de los pueblos indígenas como una forma más de promover el respeto por la diversidad sociocultural.

Constitución Política y diversidad sociocultural

A pesar de que más de un 10% de la población chilena se considera indígena, la *Constitución Política de Chile* -aprobada durante la dictadura militar mediante un plebiscito bajo estado de sitio (Biblioteca del Congreso Nacional, s/f)- no reconoce la existencia de pueblos indígenas en Chile. En la constitución tampoco figuran los conceptos de identidad, pueblo originario ni etnia (Constitución Política de Chile, 1980).

Los Artículos 3 y 5 de la constitución política establecen que Chile tiene una sola nación en la cual reside la soberanía, ejercida por el pueblo -a través del plebiscito y de elecciones periódicas- y, por las autoridades que dicha constitución establece. La soberanía está limitada por el respeto de los derechos humanos y por los tratados internacionales vigentes.

La constitución política chilena no reconoce la existencia de los pueblos indígenas ni la diversidad sociocultural que constituye a la sociedad chilena. Si bien en el capítulo referido a los derechos constitucionales en el inciso 10 del Artículo 19, señala que el Estado debe proteger y preservar el patrimonio cultural de la nación, no establece qué es lo que reconoce como patrimonio cultural ni si las culturas indígenas son parte de él.

En 1989 la Organización Internacional del Trabajo (OIT) promulga el convenio 169 sobre los Pueblos Indígenas y Tribales (OIT, 1989), y aunque Chile no lo ratificó hasta el año 2008, en 1989 las comunidades indígenas firmaron un acuerdo con el aún candidato presidencial para el periodo 1990-1994, en virtud del cual se creó la Ley Indígena de 1993. En 1993 se promulga la Ley 19.253 o Ley Indígena, con el fin de dar cumplimiento a algunos de los puntos del Acuerdo de Nueva Imperial de 1989, en el cual el presidente Patricio Aylwin se había comprometido a hacer suya la demanda de “reconocimiento constitucional de los pueblos indígenas y de sus derechos económicos, sociales y culturales fundamentales” (Organizaciones indígenas-Aylwin, 1989: 1)

Ley indígena y Convenio OIT 169

En los principios generales, el estado reconoce que los pueblos indígenas en Chile: “son los descendientes de las agrupaciones humanas que existen en el territorio nacional desde tiempos precolombinos, que conservan manifestaciones étnicas y culturales propias siendo para ellos la tierra el fundamento principal de su existencia y cultura” (Ley Indígena 19.253, 1993: 14)

El Artículo 28 de la sección referida a la cultura y la educación indígena señala que dicho reconocimiento contemplará el desarrollo de una unidad programática en el sistema educativo de modo que los estudiantes aprendan y valoren el idioma y la cultura indígena y que en las áreas de alta densidad indígena se “desarrollará un sistema de educación intercultural bilingüe a fin de preparar a los educandos indígenas para desenvolverse en forma adecuada tanto en su sociedad de origen como en la sociedad global” (Ley Indígena 19.253, 1993: 23). Es importante precisar que si bien hay un reconocimiento de la existencia de pueblos indígenas en Chile se está concibiendo la educación intercultural sólo para los estudiantes indígenas que viven en zonas de alta densidad, excluyendo de tal posibilidad al 64,8% de la población indígena que vive en zonas urbanas (MIDEPLAN, 2005).

El Convenio 169 de la OIT es uno de los tratados internacionales más relevantes en relación con el respeto de los derechos de los pueblos indígenas. En Chile ha sido un gran referente para establecer las demandas de los pueblos indígenas por una educación pertinente a sus culturas. Si bien fue elaborado por la Organización Internacional del Trabajo en 1989, fue incorporado a la legislación chilena en el año 2008 (Diario Oficial, 2008). El Artículo 5 señala que los gobiernos tienen el deber de reconocer y proteger los valores y prácticas sociales, culturales, religiosas y espirituales propios de los pueblos, y de respetar la integridad de sus valores, prácticas e instituciones.

El Artículo 27 señala que los programas educativos para los pueblos indígenas deben ser desarrollados por los propios pueblos a partir de sus necesidades y que deberán abarcar su historia, sus conocimientos y técnicas, sus sistemas de valores y todas sus demás aspiraciones sociales, económicas y culturales. Establece también que en un principio dichos programas serán creados por los Estados con la participación de los pueblos pero que progresivamente se transferirá la responsabilidad de su formulación y ejecución a los pueblos interesados. Además, reconoce el derecho de los pueblos indígenas a crear sus propias instituciones y medios de educación, si cumplen con las normas mínimas establecidas por la autoridad en conjunto con los pueblos y que el Estado deberá facilitarles recursos apropiados con tal fin.

Aunque al año 2014 los pueblos indígenas de Chile continúan sin ser reconocidos en forma constitucional, los pocos avances en la política de educación intercultural son producto de la suscripción de este tratado. Tal como podrá apreciarse en la revisión de la *Ley General de Educación* y del *Programa de Educación Intercultural Bilingüe* (PEIB) que expondremos a continuación.

Ley General de Educación

En el año 2009 fue promulgada la Ley 20370 o *Ley General de Educación* (MINEDUC, 2009a) la cual norma la educación ofrecida a la población chilena, incluyendo por primera vez a los pueblos indígenas.

En los Artículos 3 y 4 señala que se enmarca en el respeto y valoración de la diversidad cultural, religiosa y social; declara que la diversidad, la flexibilidad y la interculturalidad son parte de sus principios rectores; y establece que la promoción de políticas educacionales que reconozcan y fortalezcan las culturas originarias es un deber estatal.

Sin embargo, la *Ley General de Educación* no promueve un enfoque intercultural en todos los educandos como una manera de impulsar el respeto y la valoración de la diversidad sociocultural, sino que aborda la pertenencia a una cultura indígena como una situación de excepción, comparable a las cárceles y a los hospitales. Esto se evidencia en el Artículo 23: “se efectuarán adecuaciones curriculares para necesidades educacionales específicas, tales como las que se creen en el marco de la interculturalidad, de las escuelas cárceles y de las aulas hospitalarias, entre otras.

En el mismo artículo esta ley establece que la educación intercultural bilingüe se expresa mediante la incorporación al currículo único nacional de un sector curricular específico (una asignatura o materia) mediante el cual se abordará la lengua, cosmovisión e historia de los pueblos. En el Artículo 31, se señala que el Consejo Nacional de Educación definirá las bases de dicho currículo nacional, especificando los objetivos de aprendizaje para cada nivel educativo (educación de párvulos, educación básica o primaria y educación media o secundaria) y plantea que los establecimientos educacionales podrán desarrollar planes y programas de estudio propios siempre y cuando cumplan con los objetivos de aprendizaje establecidos en el currículo único nacional. Es decir, una escuela puede proponer formas de organización y actividades para lograr los objetivos de aprendizaje nacionales, pero no existe libertad para definir objetivos de aprendizaje propios que no hayan sido planteados previamente por las bases curriculares de cada asignatura.

Por otra parte, la *Ley General de Educación* no incorpora el concepto de lengua materna, sino que establece la lengua castellana como fundamento escolar, y solamente en aquellos casos de instituciones de educación de párvulos, básica y media cuya población escolar es mayoritariamente indígena se considera, además, el aprendizaje progresivo de la lengua indígena.

La ley no se refiere a los estudiantes de ascendencia indígena que participan en la educación de adultos ni en la educación superior. Tampoco norma la formación de maestros para contextos indígenas. Sin embargo, dado que existe la necesidad de formación en el área, en la actualidad existen iniciativas en dos instituciones de educación superior: la Universidad Arturo Prat, en la región de Tarapacá con el programa Pedagogía Básica Intercultural Bilingüe y la Universidad Católica de Temuco, en la región de la Araucanía con el programa Pedagogía Básica Intercultural en Contexto Mapuche.

Programa de Educación Intercultural Bilingüe (PEIB)

A partir del año 1996, con el respaldo de la Ley Indígena n° 19.253 el Ministerio de Educación (MINEDUC) crea el Programa de Educación Intercultural Bilingüe (PEIB) dirigido a establecimientos de enseñanza básica. El mismo año el MINEDUC promulga el Decreto Supremo n° 40 que norma la elaboración de planes y programas propios, y el Decreto Bilingüe n° 520 que abre la opción de que las escuelas enseñen las lenguas originarias ocupando y/o compartiendo las horas destinadas a la enseñanza del castellano. En ambos casos, es posible modificar la secuencia de estudio de los Objetivos Fundamentales (OF) y Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO) de los diversos subsectores, pero al término del 8° año básico deben hacerse cumplido todos los OF y CMO definidos por el marco curricular (MINEDUC, 1996). Con base en esa normativa, entre los años 1998 y 2000 se desarrollaron experiencias piloto en nueve comunas del país para construir una política de focalización y expansión paulatina a otras escuelas del país (Matus y Loncón, 2012).

Entre los años 2001 y 2010, el PEIB suma como componente al Programa Orígenes, financiado por el Banco Interamericano de Desarrollo y se concentra en la gestión de propuestas curriculares y en la formación de profesores interculturales (MINEDUC, 2011). El PEIB establece que su objetivo es “contribuir a mejorar los logros de aprendizaje, a partir del fortalecimiento de la identidad étnica de las niñas y los niños de establecimientos educacionales de Educación Básica ubicados en contextos de diversidad cultural y lingüística” (MINEDUC, 2005: 5). No se plantean objetivos específicos para el desarrollo de los estudiantes como sujetos indígenas ni de la valoración de la diversidad sociocultural.

En este periodo el PEIB-Orígenes apoyó a las escuelas en la elaboración de planes y programas propios para la enseñanza de la lengua y la cultura indígena, formuló orientaciones curriculares para la contextualización de las diversas asignaturas, elaboró *textos escolares* de lenguaje, matemáticas y ciencias para los contextos Aymara, Mapuche y Lican Antay, y colaboró en la reformulación de los proyectos educativos institucionales con la participación de la comunidad.

Posteriormente, el MINEDUC trabaja en la creación de una asignatura específica llamada Sector Lengua Indígena. Con ese fin, en el año 2006, el MINEDUC define Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios únicos para la asignatura, (es decir, iguales para todas las culturas); en el año 2009 promulga el decreto n° 280 que establece su obligatoriedad para aquellos establecimientos que cuenten con al menos un 50% de estudiantes con ascendencia indígena al año 2010, y con al menos un 20% al año 2013 (MINEDUC, 2009b); y en el año 2013 se le confieren horas específicas dentro del plan de estudio (MINEDUC, 2012b).

En el año 2012, intentando responder al convenio 169 y a la *Ley General de Educación* se realiza una consulta a los pueblos indígenas (MINEDUC, 2013b) con el objetivo de “ofrecer una instancia de participación a los pueblos indígenas, para validar y/o adecuar la propuesta de Bases Curriculares (Objetivos de Aprendizaje), específicamente en el ámbito que comprende el desarrollo de habilidades, conocimientos y actitudes vinculadas al patrimonio cultural de sus pueblos”. y actualizar el marco curricular del Sector de Lengua Indígena (MINEDUC, 2013a). Las Bases Curriculares de esta asignatura aún no se han promulgado, pero la consulta permitió conocer parte de la reflexión de las comunidades respecto de la implementación del PEIB.

El proceso de consulta fue complejo debido al alto rechazo, por parte de las comunidades indígenas, al decreto que lo regula. Los consultados plantearon “que se debe mejorar la participación para los pueblos originarios, considerándolos en las reuniones de organización y en la elaboración de cada uno de los instrumentos que serán consultados (...) y solicitaron recursos para realizar sus propios encuentros de participación” (MINEDUC, 2013b: 34).

Por otra parte, la consulta misma arrojó preocupantes conclusiones. Existe *discriminación* hacia los estudiantes indígenas porque no se considera su realidad sociocultural en el espacio escolar. La utilización del criterio del porcentaje de estudiantes de ascendencia indígena por escuela resulta ineficaz para decidir la obligatoriedad de impartir la asignatura porque no siempre esas cifras están disponibles para los padres y la comunidad, y porque cuando hay estudiantes de más de un pueblo sólo se estudia la lengua de aquel con mayor presencia en la escuela. Se constata una *falta de transversalidad*, dado que sólo se definen las bases curriculares de esta asignatura en la educación básica o primaria los consultados plantean que esta asignatura contemple la educación pre-escolar y media, de manera que los conocimientos puedan incrementarse progresivamente a través de la formación escolar de los estudiantes. Por

último, se crítica la *segmentación* del estudio de los valores, técnicas y conocimientos de la cultura dado que no se promueve una interacción entre el Sector Lengua Indígena y las demás asignaturas.

Este último punto es fundamental para la reflexión en torno al aprendizaje de las matemáticas de los pueblos indígenas. Si se desea valorar equitativamente los conocimientos producidos al seno de las formas de vida de los pueblos ancestrales, y no asumirlos como un elemento cultural que forma parte del folclor nacional de cada país, es muy importante poder establecer relaciones entre el estudio de las lenguas y las culturas de los pueblos originarios y los otros campos de estudio. Pero para poder establecer ese diálogo es necesario romper con la relación jerárquica entre el conocimiento científico y el conocimiento indígena que pone al conocimiento científico por encima de los demás y relega los conocimientos de los pueblos ancestrales a conocimientos de segunda categoría. Resulta vital comprender que los conocimientos son producciones socioculturales que experimentan variaciones según las culturas y entornos en los que se producen, y que el conocimiento científico es un tipo de conocimiento producido por la academia, grupo sociocultural cuyo referente es la cultura occidental.

Lo anterior implica un cambio en el enfoque y la concepción de las asignaturas convencionales, especialmente las del campo científico, para poder establecer relaciones con el conocimiento indígena. En ese sentido, ¿cuál es la situación de las matemáticas escolares en el currículo chileno?

Las Bases Curriculares para Matemática en Educación Básica

Las Bases Curriculares para matemática promulgadas en el año 2012 plantean los objetivos de aprendizaje para la enseñanza básica entre el 1° y 6° año. Éstas presentan un avance sustantivo al contextualizar las matemáticas a partir de su origen y propósito social. Señalan que “la matemática es en sí misma un aspecto importante de la cultura humana: es una disciplina cuya construcción empírica e inductiva surge de la necesidad y el deseo de responder y resolver situaciones provenientes de los más variados ámbitos” (MINEDUC, 2012a: 1) y que su aprendizaje resulta esencial para la formación de una ciudadanía crítica, capaz de analizar, sintetizar, interpretar y resolver situaciones, de darle sentido al mundo y de actuar en él. Además, estas bases dan cuenta del carácter dinámico del conocimiento matemático y de la importancia de la exploración y la experimentación para el desarrollo del pensamiento matemático por sobre el cálculo repetitivo.

Este enfoque se distancia de aquellos que presentan a la matemática, en singular, como una ciencia única, exacta y acabada, y abre la posibilidad de mostrar que las matemáticas, en plural, en tanto herramientas que permiten expresar en forma simbólica las regularidades observadas en nuestro entorno, se constituyen en una forma de lenguaje para comprender y expresar el mundo.

No obstante lo anterior, como las bases no hacen mención a que las matemáticas son una construcción producto de la actividad de grupos culturales concretos, y considerando el peso de la concepción tradicional de unas matemáticas desvinculadas de la historia, se dificulta su vinculación con las prácticas matemáticas de los pueblos originarios. Lo usual es pensar que “la matemática” (en singular) es un aspecto importante de “la cultura humana” (también en singular) como si ambas fuesen homogéneas.

Reflexiones sobre la situación en Chile

En síntesis, la legislación chilena ofrece algunas oportunidades para el desarrollo de la EIB, cuyos fundamentos centrales están dados principalmente por los Artículos 28 y 32 de la *Ley Indígena*, al plantear la posibilidad de crear una unidad de cultura y lengua en el sistema educativo nacional y establecer las bases para la aplicación de una Educación Intercultural Bilingüe en áreas de concentración indígena de los distintos niveles educativos. (Luna e Hirmas, 2009), sin embargo, la falta de reconocimiento constitucional de la diversidad sociocultural de la población chilena, y de los pueblos indígenas como sujetos de derechos individuales y colectivos, no ha permitido dar un paso más allá en la integración y valoración de las culturas originarias en las políticas públicas porque los pueblos indígenas no han sido partícipes de la formulación de las estrategias de desarrollo. La *Ley Indígena* no reconoce a los pueblos indígenas como entidades de derecho público sino tan sólo como sujetos de interés público, por cuanto establece que se debe legislar a su favor pero no reconoce el derecho a la autonomía, la autodeterminación y la autogestión. De manera que las decisiones que involucran a los pueblos originarios han sido tomadas por los organismos oficiales sin considerar sus formas tradicionales de pensar, de vivir y de organizarse.

Asimismo, tanto la *Ley General de Educación* como el *PEIB* no valoran las formas de producción de conocimientos de los pueblos en sí mismas sino en tanto contribuyen a alcanzar las metas de aprendizaje definidas en función de los parámetros de la cosmovisión occidental. Si bien hay flexibilidad curricular para que las escuelas que cuentan con estudiantes indígenas puedan elaborar programas propios, las comunidades no son libres de determinar los conocimientos, técnicas y valores que incluirán en su programa porque deben incorporar obligatoriamente los objetivos de aprendizaje nacionales establecidos por el marco curricular vigente.

Por otra parte, recién a partir del año 2013 las escuelas cuentan con un tiempo específico destinado a la asignatura Sector Lengua Indígena. Hasta ese entonces, las escuelas que elaboraron planes y programas propios para contexto indígena pudieron abordar los conocimientos indígenas como parte de otras asignaturas (ciencias, comprensión del medio, tecnología, etc.). Pero la mayoría de las escuelas adscritas al PEI abordaron el aprendizaje de la lengua y la cultura indígena ocupando los tiempos del sector de Lenguaje y Comunicación o las horas de libre disposición usualmente destinadas al trabajo en talleres. Esto ha implicado que muchas escuelas perciban el estudio de la lengua y la cultura como un problema (en detrimento de otras actividades) más que como una oportunidad de desarrollo.

Si bien el decreto 280 norma la implementación del Sector Lengua Indígena en la educación básica, no logra dar cumplimiento a los derechos de los estudiantes indígenas señalados en la *Ley General de Educación*. Porque no se refiere a los estudiantes indígenas de educación media (enseñanza secundaria), de educación de párvulos o de la educación de adultos. Tampoco aborda la situación de escuelas que tengan estudiantes pertenecientes a distintos pueblos, en esos casos, sólo se imparte la asignatura referida al pueblo indígena con mayor presencia.

Como el foco del PEIB ha estado puesto en el aprendizaje de la lengua y no ha habido interacción entre esta asignatura y las demás, no se ha incentivado la inclusión de conocimientos específicos del ámbito de las ciencias, las matemáticas, la medicina tradicional, etc. en la asignatura destinada al aprendizaje de la lengua y la cultura originaria ni la de los conocimientos de los pueblos originarios en las asignaturas específicas. En el caso concreto de la asignatura de matemáticas, si bien las bases curriculares entienden la matemática como una producción cultural que posibilita que los ciudadanos jueguen un rol crítico en la sociedad,

la adscriben a la “cultura humana” en general sin dar cabida al conocimiento matemático de las distintas culturas.

Después de realizar un breve resumen de la situación en Colombia y Chile nos planteamos ¿De qué manera es posible acercarnos a los conocimientos matemáticos de los distintos grupos socioculturales?

La etnomatemática y sus desafíos en la escuela

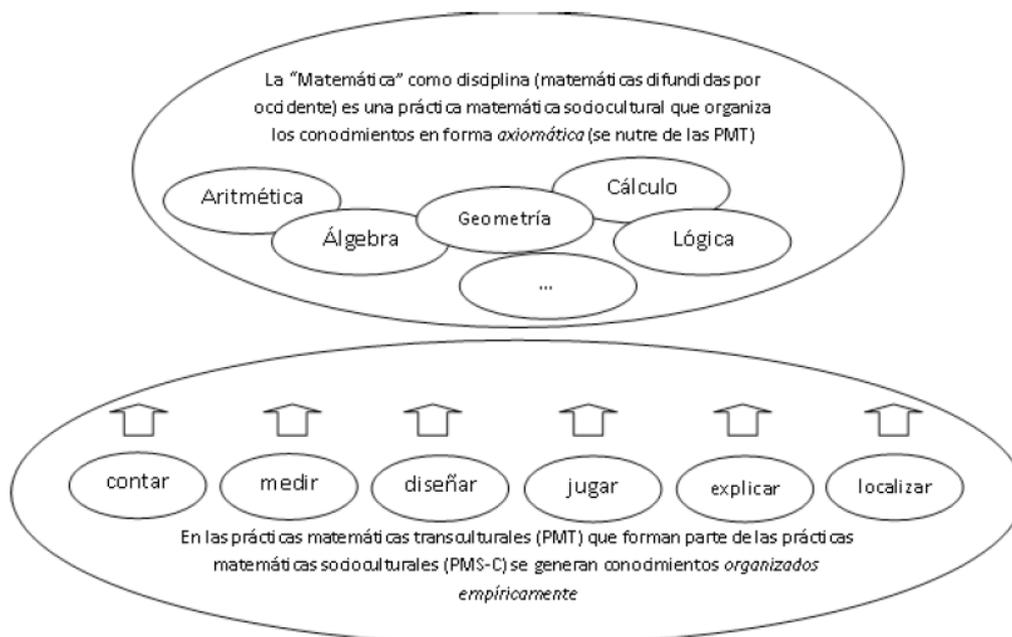
La Etnomatemática, con mayúscula, es un campo de investigación interesado en estudiar “[...] las matemáticas que se practican entre grupos culturales identificables, tales como sociedades de tribus nacionales, grupos laborales, niños de cierto rango de edades, clases profesionales, entre otros, teniendo en cuenta [...] las capacidades de clasificar, ordenar, inferir y modelar” (D’Ambrosio, 1997:16). Este nuevo campo de investigación se fundamenta en el imperativo de reconocer y respetar la diversidad de conocimientos y prácticas matemáticas de los grupos socioculturales existentes en el mundo: las etnomatemáticas, con minúsculas. En este orden de ideas, debe reconocerse que las matemáticas difundidas por occidente, cuyo origen histórico se ubica en Grecia a partir de la estructura axiomática dada por Euclides en el siglo III a.C. al pensamiento matemático de la época recopilado en su obra *Los elementos*, son a su vez una etnomatemática o una práctica matemática sociocultural, en tanto los matemáticos son un grupo sociocultural.

El profesor e investigador en Educación Matemática de la Universidad de Monash- Australia, Alan Bishop (1991), propone acercarnos a las prácticas matemáticas socioculturales de cualquier grupo a través de seis actividades transculturales: contar, medir, diseñar, jugar, explicar y localizar. Dichas actividades nos permiten reconocer diversas prácticas socioculturales como matemáticas, con sus propias lógicas de razonamiento, sus propias representaciones y unas fuertes relaciones con la cosmovisión de cada grupo cultural. Es decir, estas actividades nos están señalando que en todas las sociedades y culturas es posible encontrar formas de contar, de medir, de diseñar, etc., con simbologías, significados socioculturales y nominaciones diferentes, pero que en última instancia -independiente de los caminos lógicos de razonamiento- están presentes los mismos objetos matemáticos.

En este sentido, entendemos las prácticas matemáticas socioculturales organizadas en dos grandes grupos. Por un lado, como el campo no formalizado de enunciados, técnicas y representaciones al interior de una teoría empírica que se movilizan en una comunidad. Estas prácticas matemáticas socioculturales se generan en el seno de las comunidades indígenas y afrodescendientes, los grupos laborales, los niños de la calle, los carpinteros, los albañiles, los ingenieros, los campesinos, entre otros. Y por el otro, considerada como un cuerpo de conocimientos organizados en definiciones, teoremas y demostraciones -la matemática difundida por occidente- donde esta práctica matemática sociocultural es desarrollada por el conjunto de los matemáticos.

Es importante señalar que dicho cuerpo de conocimientos axiomatizados se constituyó a partir de la sistematización de los enunciados no formalizados, técnicas y representaciones desarrolladas por diversos grupos socioculturales (en la china, india, o países árabes, etc.). Y aunque dicha relación no se explicita, existe una fuerte relación entre estas dos dimensiones. En este orden de ideas, la axiomatización de los números naturales que hizo el matemático alemán Richard Dedekind en 1888, no es más que la constitución de objeto en tanto síntesis de una realidad transcultural de contar. Entonces aquello que se conoce como aritmética viene de una experiencia del género humano en la actividad de contar (Blanco-Álvarez, 2009).

Figura 1
Relación entre los niveles de organización de las matemáticas



Algunos ejemplos de estas actividades transculturales mencionadas en la Ilustración los encontramos fuera de la escuela. Por ejemplo en la actividad de *medir*, al hablar de distancias es común referirnos en términos de metros o kilómetros, a diferencia de grupos culturales como los campesinos que, en Colombia, al hablar de distancias utilizan patrones de medida diferentes a los de la matemática difundida por occidente, que han sido legitimados en la práctica, entonces al hacer la pregunta: "¿a qué distancia está la parcela o la finca de mengano?", una de las variadas respuestas es: "a tres días de camino", "a un día", "a la vuelta de la loma", etc. También se utilizan patrones como el tabaco, por lo que a la pregunta responden: "a tabaco y medio", lo que significa que cuando se haya fumado tabaco y medio, o ya llegó, o está muy cerca (Blanco-Álvarez, 2011). Otro ejemplo, que nos ilustra cómo el ser humano crea sus propios patrones de medida, es la pizza: ¿quién sabe qué es o cuánto es una pizza? Existen diferentes respuestas: la cantidad de algo que se coja con la punta de una navaja o de un cuchillo, un poquito, la cantidad de algo que se agarre con las yemas de los dedos índice y pulgar, etc. Este patrón de medida se utiliza a diario en las recetas de cocina y no existe una definición para ésta al estilo occidental, solo funciona como una construcción social aceptada por todos.

Veamos ahora un ejemplo de la actividad transcultural de *localizar*. El ser humano siempre ha tenido la necesidad de ubicarse en el mundo físico o simbólico, para esto ha creado los puntos cardinales, y palabras dentro de su lengua local para designar arriba, abajo, izquierda, derecha, al frente, atrás, al lado, etc. De la misma forma da una ubicación a sus dioses, por ejemplo, en la religión católica, Dios está arriba y el diablo abajo. Algunas comunidades indígenas del departamento del Cauca, en Colombia, y de la cultura Aymara, en la zona andina de Chile, Perú y Bolivia, a diferencia de la cultura occidental, ubican el futuro atrás y el pasado al frente,

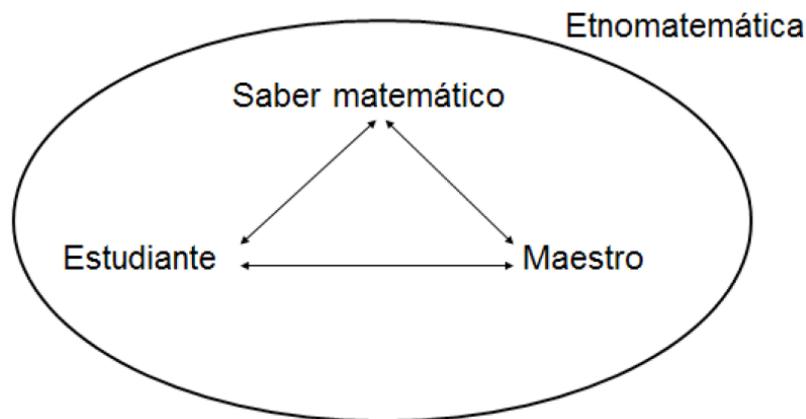
puesto que lo que conocemos, nos constituye y podemos ver es el pasado, y el futuro que desconocemos, no lo podemos ver.

Aunque es importante consignar las distintas maneras en las que se desarrollan estas actividades transculturales, planteamos que la Etnomatemática debe investigar también las lógicas internas del pensamiento matemático de las comunidades vinculadas a sus propias formas de ver el mundo, y no limitarse simplemente a afirmar la existencia de conocimientos peculiares con respecto al saber matemático difundido por occidente (Blanco-Álvarez, 2009). En efecto, muchos textos escolares o de historia de las matemáticas abordan las prácticas matemáticas culturales de las comunidades como curiosidades o elementos folclóricos. Sin embargo, pensamos que el gran aporte no reside allí, sino en conocer las lógicas de pensamiento que sustentan dichos conocimientos matemáticos, pues de este modo podemos ampliar la concepción de las matemáticas y entenderlas como un cuerpo de conocimientos vivos con arraigo sociocultural y con unas funciones sociales determinadas. Teniendo en cuenta lo anterior, planteamos la pregunta: ¿Cuáles son los desafíos que se plantean desde la Etnomatemática al saber matemático, al estudiante y al maestro?

Los desafíos que plantea la Etnomatemática a la estructura didáctica

La estructura didáctica o el triángulo didáctico expuesto en la Ilustración 2 está conformado por tres componentes en interacción constante donde cada uno juega su propio rol: el estudiante, quien afronta la enseñanza con una estructuración particular de conocimientos; el maestro, quien desarrolla sus propias concepciones sobre la manera en que el estudiante aprende y sobre los objetivos de la enseñanza que él desarrolla; y el saber presentado en clase que mantiene lazos culturales y sociales con el exterior de la clase (Johsua y Dupin, 1993).

Figura 2
Agentes de la estructura didáctica



Según Blanco-Álvarez (2011), dicha estructura didáctica se ve afectada si asumimos la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela desde la Etnomatemática por cuanto cada uno de los agentes didácticos se ve enfrentado a nuevos desafíos. Algunos de los cuales son los siguientes:

Tabla 7
Desafíos de cada uno de los agentes de la estructura didáctica al trabajar en la escuela desde la Etnomatemática

Agente de la estructura didáctica	Desafíos
<i>el saber se ve desafiado a</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Reconocer la existencia de una amplia diversidad de pensamientos matemáticos en el mundo. - Ser conscientes de la existencia de actividades matemáticas transculturales, como contar, medir, diseñar, localizar, jugar y explicar. - Acrecentar el saber matemático, al incorporar los saberes extraescolares al aula y los saberes previos de los estudiantes, y reflexionar con ellos sobre estos.
<i>el estudiante se ve desafiado a</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Reconocer y valorar la pluriculturalidad en las matemáticas, y respetar de la diversidad de pensamientos matemáticos. - Adquirir valores democráticos y respeto por las ideas matemáticas del otro. - Valorar el conocimiento extraescolar, en muchos casos oral, de los adultos mayores. - Vincular las matemáticas con la vida cotidiana.
<i>el maestro se ve desafiado a</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Fortalecer la idea de maestro-investigador, es decir, un maestro que en su práctica docente sea sensible a las problemáticas presentadas en el aula de matemáticas, y a partir de la sistematización, el análisis y la discusión de éstas con un grupo de colegas, a la luz de marcos teóricos de la educación matemática plantee soluciones y las socialice en encuentros. - Trabajar por proyectos, que se ocupen de la relación existente entre las matemáticas y la sociedad - Diseñar situaciones problema tomando en cuenta aspectos sociales y culturales de su entorno. - Diseñar material didáctico contextualizado. - Escribir textos escolares que incorporen los resultados de la investigación de los aspectos socioculturales de la educación matemática. - Que se piense y actúe como orientador y facilitador del aprendizaje del pensamiento matemático, que escuche con atención los argumentos de los estudiantes, y sugiera alternativas de acción para la resolución de problemas.

Tal como se ha señalado, el asumir la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas desde una postura sociocultural de las matemáticas, nos plantea una serie de desafíos que debemos enfrentar permanentemente en la búsqueda de cambios de fondo para transformar la escuela monocultural y desarrollar una escuela que incluya la diversidad sociocultural que caracteriza a los países latinoamericanos.

Reflexiones finales

El reconocimiento de la diversidad sociocultural en la escuela es un tema que impone desafíos a las políticas públicas de los países latinoamericanos en la actualidad. Los procesos en curso en diversos países están dando cuenta de una transformación en la identidad de latinoamericana fortaleciendo la idea de que las sociedades latinoamericanas están constituidas por culturas, etnias y nacionalidades diversas. Este proceso es fruto de la progresiva visibilización de las culturas originarias y afrodescendientes resultante de la “emergencia indígena” en Latinoamérica (Bengoa, 2009). El análisis de la situación permite establecer que

vivir en un mundo culturalmente diverso con modelos educativos mayoritariamente monoculturales es una manera de continuar con la invisibilización de la diversidad.

La consecuencia más visible de esta situación es la discriminación a partir de la cultura y de su forma de vida. Una menos evidente es la imposibilidad de aprender a partir de lo que somos, de lo diverso, lo que en el caso de culturas indígenas y afrodescendientes implica expresamente la negación y el desaprendizaje de lo propio. La enseñanza de las matemáticas es acaso el mejor ejemplo de la exclusión de las formas de pensar propias de las culturas locales. La extendida idea que señala que la matemática es única y tiene carácter universal nos ha impedido comprender, por una parte, que el conocimiento matemático es una producción social que varía según el grupo sociocultural y el entorno en el que es generado; y por otra, que las matemáticas pueden contribuir a valorar y respetar la diversidad sociocultural de las personas. Un enfoque sociocultural de las matemáticas y de su enseñanza nos abre la posibilidad de hacerlo.

Intentando realizar una comparación entre la Constitución Política de Colombia y la de Chile respecto al reconocimiento de los grupos étnicos, encontramos que el reconocimiento constitucional del pluralismo étnico colombiano ha permitido dar una base sostenible a las políticas educativas en relación con la Etnoeducación. Este punto representa una gran ventaja en relación con el caso chileno, donde los grupos étnicos no son reconocidos constitucionalmente como tales. Esto sin lugar a dudas ha retrasado el avance de políticas educativas participativas y pertinentes sobre la Educación Intercultural Bilingüe y su puesta en marcha en las instituciones educativas chilenas.

Las Etnomatemáticas, entonces, es la propuesta que presentamos a quienes se ocupan de la EIB en Chile y de la Etnoeducación en Colombia, como una herramienta que nos permite reconocer, valorar y conservar las diferencias culturales de nuestros pueblos a partir de los diversos pensamientos matemáticos que cada uno de éstos ha forjado en la medida de sus necesidades. Esto también nos permite escuchar respetuosamente las ideas matemáticas del otro y abrir caminos de diálogo entre las culturas, lo que nos posibilitará construir una escuela culturalmente inclusiva en la cual el rol y las relaciones entre el maestro, el estudiante y el conocimiento se enfrentan a nuevos desafíos. Finalmente, queremos invitar a los docentes, directivos, investigadores, grupos étnicos, creadores de políticas públicas y autoridades a cargo de la formación docente en Latinoamérica a pensar las matemáticas como una actividad humana de razonamiento basada en la experiencia, a explorar los diversos conocimientos y prácticas matemáticas que circulan al interior de los grupos culturales, a abrirles un espacio en el aula de clases, y a reconocer y respetar la amplia diversidad matemática de nuestros pueblos latinoamericanos. De este modo podremos hacer de la escuela un sitio de encuentro de distintas culturas que nos permita construir sociedades respetuosas de la diferencia.

Referencias

- Bengoa, J. (2009). “¿Una segunda etapa de la Emergencia Indígena en América Latina?”. En: Cuadernos de Antropología Social, (29):7-22.
- Biblioteca del Congreso Nacional. (s/f). “Breve historia constitucional de Chile”. Disponible en: http://www.bcn.cl/lc/cpolitica/resena_const [consultado el 15 de noviembre de 2013].
- Bishop, A. (1991/1999). Enculturación matemática: La educación matemática desde una perspectiva cultural. Barcelona, Paidós.
- Blanco-Álvarez, H. (2009). Del número a los sistemas de numeración. Tesis de maestría de la Universidad del Valle, Cali.

- (2011). “La postura sociocultural de la educación matemática y sus implicaciones en la escuela”. En: *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59): 59-66.
- Castro, E. (2004). *Multiculturalismo y constitución política*. Bogotá: Centro de Investigaciones de la Facultad de Filosofía-Universidad Libre Seccional Bogotá.
- Colegio Bilingüe Artesanal Caméntsá. (2001). “Proyecto educativo indígena Caméntsá”. Documento institucional Sibundoy.
- Congreso Nacional. (1980). *Constitución Política de Chile*. Disponible en: <http://www.leychile.cl/Navegar?idNorma=242302> [consultado el 15 de noviembre de 2013].
- Congreso Nacional. (1991). *Constitución Política de Colombia*. Disponible en: <http://web.presidencia.gov.co/constitucion/index.pdf> [consultado el 10 de noviembre de 2013].
- D’Ambrosio, U. (1997). “Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics”. En: A. Powell, y M. Frankenstein (eds.), *Ethnomathematics: challenging eurocentrism in mathematics education*. Albany, State University of New York.
- (2001). “La matemática en América central y del sur: una visión panorámica”. En: A. Lizarzaburu, y G. Zapata (eds.), *Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América Latina, experiencias y desafíos*. Madrid: Morata.
- (2008). *Etnomatemática, eslabón perdido entre las tradiciones y la modernidad*. Ciudad de México: LIMUSA-CIDECCYT.
- (2011). “A busca da paz como responsabilidade dos matemáticos”. En: *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 7(7): 201-215.
- Escobar, A., Matos-Mar, J. y Alberti, G. (1975). *Perú ¿país bilingüe?* Lima: IEP.
- Gasché, J. (2008). “Niños, maestros, comuneros y escritos antropológicos como fuentes de contenidos indígenas escolares y la actividad como punto de partida de los procesos pedagógicos interculturales: un modelo sintáctico de cultura”. En: M. Bertely, J. Gasché y R. Podestá (coord.). *Educando en la diversidad. Investigaciones y experiencias educativas interculturales y bilingües*. Quito: Abya-Yala.
- Geertz, C. (2003). *La interpretación de las culturas*. Barcelona: Gedisa.
- INE-Chile. (2012). “Resultados XVIII censo de población de Chile”. Disponible en: <http://www.emol.com/documentos/archivos/2013/04/02/20130402145438.pdf> [consultado el 12 de noviembre de 2013].
- Johsua, S. y Dupin, J. (1993). *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*. Paris, Presses Universitaires de France.
- “Ley General de Educación de Colombia”. (1994). Bogotá.
- “Ley Indígena de Chile”. (1993). CONADI. Disponible en: <http://www.conadi.gob.cl/documentos/LeyIndigena2010t.pdf> [consultado el 15 de noviembre de 2013].
- Lizarzaburu, A. y Zapata, G. (2001). *Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América Latina, experiencias y desafíos*. Madrid: Morata.
- López, L. (1996). “No más danzas de ratones grises: sobre interculturalidad, democracia y educación”. En: J. Godenzzi (comp.), *Educación e interculturalidad en Los Andes y la Amazonía*. Cuzco: Centro de Estudios Regionales Andinos Bartolomé de Las Casas.
- (2000). “La cuestión de la interculturalidad y la educación latinoamericana”, artículo presentado en PROMEDLAC VII. Disponible en: <http://www.aulaintercultural.org/IMG/pdf/lopez-unesco.pdf> [consultado el 10 agosto de 2011].
- Luna, L. e Hirmas, C. (2009). “Enfoques curriculares de educación intercultural en Chile: análisis para una propuesta de convivencia”. VI Congreso Latinoamericano de EIB. Disponible en: http://www.riic.unam.mx/01/02_Biblio/doc/EnfoquesCurricularesDeEducacionInterculturalEnChile.pdf [consultado el 17 de noviembre de 2013].

- MIDEPLAN. (2005). “Estadísticas sociales de los pueblos indígenas en Chile, Censo 2002”. Disponible en: http://www.ine.cl/canales/chile_estadistico/estadisticas_sociales_culturales/etnias/pdf/estadisticas_indigenas_2002_11_09_09.pdf [consultado el 15 de noviembre de 2013].
- MINEDUC. (1996). “Decreto Bilingüe 520”. Disponible en: http://www.mineduc.cl/usuarios/intercultural/doc/201104071329580.Decreto_bilingue_520.pdf [consultado el 13 de noviembre de 2013].
- (2005). “Orientaciones Programa Intercultural Bilingüe”. Disponible en: http://wwwfs.mineduc.cl/Archivos//ConvivenciaEscolar/doc/archivo_177.pdf [consultado el 17 de noviembre de 2013].
- (2009a). “Ley General de Educación”. Disponible en: <http://www.leychile.cl/N?i=1014974&f=2013-04-25&p=> [consultado el 13 de noviembre de 2013].
- (2009b). “Decreto 280”. Disponible en: <http://www.mineduc.cl/usuarios/intercultural/doc/201207301051420.decreto280.pdf> [consultado el 13 de noviembre de 2013].
- (2011). “Estudio sobre la implementación del Programa de EIB”. Disponible en: http://www.mineduc.cl/usuarios/intercultural/doc/201111041303130.Estudio_PEIB.pdf [consultado el 9 de abril de 2014].
- (2012a). “Bases Curriculares Matemática”. Disponible en: http://ww2.educarchile.cl/UserFiles/P0001/File/curriculum_al_dia/bases_matematica_2012.pdf [consultado el 10 de noviembre de 2013].
- (2012b). Decreto 2960. [Extraído el 9 de abril de 2014, de <http://www.peib.mineduc.cl/usuarios/intercultural/File/2013/DTO2960EXENTO24DIC2012.pdf>]
- (2013a). “Propuesta de bases curriculares asignatura Lengua y Cultura de los Pueblos Originarios”. Disponible en: <http://www.divesup.cl/usuarios/intercultural/doc/201210021808110.Instrumento%20Consulta%20Bases%20Curriculares%20.pdf>
- (2013b). “Informe nacional consulta bases curriculares Sector Lengua Indígena”. Disponible en: http://www.mineduc.cl/usuarios/intercultural/doc/201307051553130.INFORME_FINAL_BASES_CURRICULARES_SLI_2013.pdf [consultado el 13 de noviembre de 2013].
- Ministerio de Educación de Colombia. (1996a). La Etnoeducación: realidad y esperanza de los pueblos indígenas y afrocolombianos. Bogotá, MEN.
- (1996b). Cátedra de estudios afrocolombianos: una propuesta pedagógica. Bogotá: MEN.
- (1998). Lineamientos curriculares: Matemáticas. Bogotá: Creamos Alternativas.
- (2004). Normatividad básica para la Etnoeducación. Bogotá: MEN.
- (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Bogotá: MEN.
- OIT. (1989). “Convenio 169 sobre los Pueblos Indígenas y Tribales”. Disponible en: http://www.oit.org.pe/WDMS/bib/publ/libros/convenio_169_07.pdf [consultado el 15 de noviembre de 2013].
- Organizaciones Indígenas-Aylwin. (1989). “Acuerdo de Nueva Imperial”. Disponible en: http://www.politicaspUBLICAS.net/panel/biblioteca/doc_details/21-acuerdo-de-nueva-imperial-1989.html [consultado el 15 de noviembre de 2013].
- Parra, A. y Caicedo, N. (2009). Matemáticas en el mundo nasa. Bogotá: El Fuego Azul.
- UNESCO. (2006). “Directrices de la UNESCO sobre la educación intercultural”. Disponible en: <http://unesdoc.unesco.org/images/0014/001478/147878s.pdf> [consultado el 7 de abril de 2012].

S/a. (2008). Diario Oficial. Disponible en:
http://www.politicaspUBLICAS.net/docs/convenio169/2008_promulga_c169.pdf
[consultado el 18 de febrero de 2014].

Anexo 4. Capítulo de libro 4: Innovación metodológica en la formación de maestros de matemáticas

Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2013). Innovación metodológica en la formación de maestros de matemáticas. In F. J. A. Bayo, F. D. Ramos, & et al. P. Fernández Oliveras (Eds.), *Actas de las IV Jornadas sobre Innovación Docente y Adaptación al EEES en las Titulaciones Técnicas* (pp. 49–54). Granada: Godel Ediciones.

Innovación metodológica en la formación de maestros de matemáticas

Methodological innovation in mathematics teacher education

Blanco-Álvarez, Hilbert⁽¹⁾; *Fernández-Oliveras, Alicia*⁽²⁾; *Oliveras, María Luisa*⁽³⁾

(1) *Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Universidad de Granada, hilbla@ugr.es (Estudiante doctorado) y Departamento de Matemáticas y Estadística, Universidad de Nariño- Colombia (profesor)*

(2) *Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales, Universidad de Granada, alilia@ugr.es (profesora)*

(3) *Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Universidad de Granada, oliveras@ugr.es (profesora)*

Resumen

Esta comunicación presenta los resultados de una innovación educativa que tuvo como objetivo principal realizar una aportación al desarrollo de metodologías para la innovación en el aula. Para ello se ha experimentado con *la metodología del estudio de clases*, basada en los principios del diseño de actividades en grupo, la observación pasiva, la evaluación y el rediseño de actividades.

Palabras clave: Metodología estudio de clase, innovación educativa, trabajo en grupo, evaluación educativa

I. Introducción

La importancia de la innovación educativa es hoy en día reconocida en los ámbitos políticos y sociales de forma que se están desarrollando proyectos de innovación en las distintas universidades españolas. En el caso de la Universidad de Granada se están potenciando los proyectos que plantean innovaciones relacionadas con las metodologías docentes, desde la Secretaría de Innovación del Vicerrectorado de Organización Docente. Nuestra experiencia, en este sentido, nos indica que el planteamiento de nuevas metodologías para el aula es un tema de difícil desarrollo por las dificultades que entrañan las formas del trabajo del profesorado universitario, acostumbrado a la individualidad que conlleva la “Libertad de Cátedra” y a la dificultad de su preparación pedagógica que se convierte en un limitante a la hora de innovar en el aula. Algunos de los proyectos de innovación llevan varios años en un proceso de desarrollo de investigación en la propia acción, por ejemplo (Oliveras, Cardeñoso, Molina & Servin, 2007; Oliveras, Fernández, Fernández-Oliveras & Peña, 2012; Oliveras, Fernández, Fernández-Oliveras & Blanco-Álvarez, 2013).

En adelante, presentamos dos experiencias de innovación docente haciendo uso de la metodología del estudio de clase.

II. La metodología del estudio de clase

El *Estudio de Clase*, entendido como “la investigación que tiene por objeto la clase, permite a un docente con el apoyo de sus compañeros involucrarse en procesos de investigación

pedagógica, a partir de experiencias propias, para pensar sobre métodos y recursos de enseñanza más eficientes y pertinentes a cada contexto, con el fin esencial de mejorar las clases. Dada esta naturaleza, la implementación del ‘*Estudio de Clase*’ requiere la reflexión educativa continua, la sistematización de la información recolectada, la innovación en el uso de recursos y materiales, la adaptación a condiciones específicas del contexto y la formación permanente de docentes en competencias pedagógicas y didácticas”. (Torres & Vergara Beltrán, 2009, p. 31)

Esta metodología busca por parte de los maestros una cualificación permanente, un trabajo reflexivo y crítico sobre su práctica. *El estudio de clase* permite abrir el aula de clase a la mirada crítica de los colegas, lo que permite un enriquecimiento mutuo con las experiencias y especialidades de cada uno. Esta metodología debe mirarse siempre como un proceso de mejoramiento y no de evaluación descalificadora.

Esta metodología contempla cuatro etapas, en un proceso cíclico, que garantiza la mejora permanente de la calidad de las actividades y de las clases. (Fig. 1)

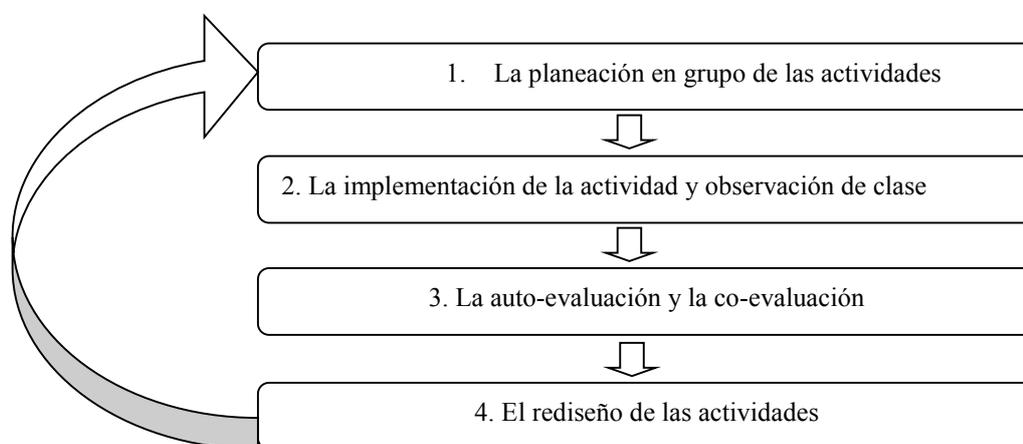


Figura 1. Proceso de la metodología del estudio de clase

Consideramos esta metodología muy eficaz para ser aplicada al sistema universitario español inmerso en el proceso de adaptación al espacio europeo de educación superior (EEES), en tanto que propone el trabajo colaborativo entre profesores de una misma materia y la investigación conjunta sobre la eficacia del propio método en base al logro de las competencias que se desarrollan en los profesores a la hora de planear sus clases. En adelante se explican cada una de las etapas de esta metodología.

I. 1 Primera etapa: La planeación de las actividades

En esta fase el *grupo de maestros*, universitarios o de la educación básica, se reúnen a planear una clase alrededor del interés en la enseñanza de un objeto matemático, seleccionado éste, se discute sobre el objetivo que se persigue con la actividad, sobre la gestión del aula de clase por parte del profesor, las consignas que se darán al estudiante, la organización de los niños: individual o en grupo, los materiales a utilizar en el desarrollo de la actividad, el tiempo que se considera necesario, que puede variar entre 1 hora o varias horas durante varios días. Luego, sintetizan los resultados de la planeación en el guión de clase. Los apartados del guión (Fig. 2) son: Nombre de la Institución, Fecha, Grado escolar, Número de estudiantes, Nombre del profesor, Nombre de la Unidad, Estándares movilizados, Logro a desarrollar, Indicadores de logro, Gestión del profesor, Consignas, Dificultades esperadas de los estudiantes, Ayuda del profesor, Material, Tiempo

INSTITUCION EDUCATIVA CIUDADELA MIXTA COLOMBIA
PLAN DE ENSEÑANZA

Fecha: 5 de octubre de 2012 Hora: Grado: 3º Número total de alumnos: 43 Profesora: Cielo Ángulo

1. **Título de la unidad:** Medidas arbitrarias de longitud
2. **Estándares movilizados:** Realizo y describo procesos de medidas con patrones arbitrarios y algunos estandarizados, de acuerdo al contexto
3. **Logro a desarrollar:** Utilizo patrones arbitrarios para determinar la medida de una longitud.
4. **Indicadores de logro:** Utilizo partes del cuerpo para poder establecer diferentes medidas.

GESTIÓN DEL PROFESOR	CONSIGNAS	DIFICULTADES ESPERADAS DE LOS ESTUDIANTES	AYUDA DEL PROFESOR	MATERIAL	TIEMPO									
Motivación Se pide a los estudiantes que salgan al patio y se organicen en grupos de 5 personas. Luego, cada grupo escogerá 2 estudiantes, el más pequeño y el más grande del grupo, para que registren los saltos y 3 estudiantes para realizar saltos largos a partir de un punto de	Observo los datos recogidos por mis compañeros y respondo las siguientes preguntas: <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuántos pasos midió el niño pequeño? • ¿Cuántos pasos midió el niño más grande? • ¿De qué otra manera podemos medir estos saltos? • ¿Estas medidas en qué juegos ustedes las utilizan? 	<ul style="list-style-type: none"> • Para hacer el salto no se ubicaban bien en el punto de partida • Después del salto querían adelantarse para llegar a la misma medida del compañero 	<ul style="list-style-type: none"> • Ubicarlos en el punto de partida 	Cuaderno y lápiz	15 minutos									
Trabajo en grupo Volvemos al salón de clases para trabajar con los mismos grupos, donde se medirá la altura y el ancho del escritorio del profesor.	Mide la altura y el ancho del escritorio del profesor y completa la siguiente tabla. <table border="1" style="margin-left: 20px; width: 100px;"> <thead> <tr> <th colspan="3">Medidas del Escritorio</th> </tr> <tr> <th>Estudiante</th> <th>Ancho</th> <th>Altura</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </tbody> </table>	Medidas del Escritorio			Estudiante	Ancho	Altura				<ul style="list-style-type: none"> • Manejo adecuado de las diferentes partes del cuerpo que escojan para medir • Diferenciar entre ancho y altura. 	<ul style="list-style-type: none"> • Explicar el uso adecuado de los patrones antropomorfos que escojan los niños 	Cuaderno y lápiz	30 minutos
Medidas del Escritorio														
Estudiante	Ancho	Altura												

Figura 2. Guión de clase

I. 2 Segunda etapa: La implementación de la actividad y observación de clase

La siguiente etapa de la metodología del estudio de clase es la implementación de la actividad con los estudiantes, aquí uno de los profesores que participó en el diseño desarrolla la clase, intentando seguir a cabalidad lo planeado en el guión, por supuesto *el guión no es una camisa de fuerza*, pero se sugiere que su desarrollo sea lo más fiel posible. Mientras se está ejecutando la actividad, los demás maestros se sientan en la parte de atrás del salón o a los lados a observar: a. el apegado seguimiento del guión que haga el profesor; b. si las consignas son suficientes para desarrollar la actividad; c. si los niños las entienden o son ambiguas; d. se presta especial atención en la presencia o no de las dificultades esperadas propuestas a priori se dan o si hay dificultades nuevas que expresan los niños; e. se observa si las ayudas del profesor son suficientes en relación a las dificultades presentadas por los niños; f. se presta atención a la pertinencia y suficiencia de los materiales, y finalmente, g. se evalúa si el tiempo fue suficiente y se cumplió cada una de las actividades en el lapso estipulado.

En el ejercicio de esta observación los maestros tienen en sus manos el guión, con el cual van haciendo el seguimiento a la clase. Estos maestros, generalmente, no intervienen en la clase.

I. 3 Tercera etapa: La auto-evaluación y la co-evaluación

Finalizada la clase, preferentemente de forma inmediata, se realiza una mesa redonda donde se lleva a cabo, primero, una autoevaluación del desarrollo de la actividad por parte del profesor que gestionó la clase, y luego los maestros observadores hacen sus aportes constructivos para el mejoramiento de ésta.

Los *indicadores* a valorar, más comunes teniendo en cuenta el guión, son: La relación de los estándares de competencias y la actividad, el cumplimiento de lo propuesto en el guión, la claridad de las actividades propuestas, la concordancia de las dificultades esperadas a priori de los estudiantes y lo sucedido en el aula, la concordancia de las ayudas del profesor en el aula y las planeadas en el guión, la utilización del material y su pertinencia, el cumplimiento del tiempo propuesto. Otros indicadores, generales, son el tono de voz, el manejo del grupo, uso del tablero, forma de trabajo con los estudiantes, claridad en las respuestas por parte de profesor, motivación y participación de los estudiantes generada por la actividad, etc.

I. 4 Cuarta etapa: El rediseño de las actividades

Esta última fase se forma a partir de los resultados de la auto y co-evaluación realizada anteriormente. El rediseño de la actividad es lo que permitirá su mejoramiento. Este es el fin último de la metodología del estudio de clase, pues solo de esta forma las experiencias de enseñanza serán enriquecidas, ampliadas y las actividades estarán más cerca de cumplir con los objetivos propuestos.

II. Primer caso de innovación: en las aulas universitarias

La primera experiencia, tuvo lugar en el Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño, con 14 maestros de matemáticas en formación inicial. (Marmolejo, Blanco-Álvarez, & Fernández, 2009). Estos maestros se dividieron en grupos. Luego se inició la construcción de las actividades alrededor de temas de álgebra o geometría. (Imagen 1)



Imagen 1. Maestros en formación inicial diseñando actividades de matemáticas

Posteriormente, las actividades diseñadas se llevaron al aula de clase con los niños (Imagen 2)



Imagen 2. Maestro en formación inicial implementando la actividad

Finalmente, se realizó el proceso de auto y co-evaluación y el posterior rediseño de las actividades (Imagen 3)



Imagen 3. Maestros en formación inicial realizando la coevaluación de lo sucedido en el aula de clase

Algunos ejemplos de los comentarios realizados fueron: a. el maestro en clase daba más instrucciones para realizar las actividades que las que estaban propuestas en el guión, es decir había un desfase entre las instrucciones orales y las escritas; b. En el guión se escribía que se trabajaría en grupos de 3 estudiantes y no se hizo de esta forma; c. Se excedió el tiempo propuesto para el desarrollo de la actividad; d. La actividad fue motivadora y permitió una alta participación de los estudiantes; e. los materiales fueron pertinentes y se usaron de manera adecuada; f. Los estudiantes mostraron más dificultades para el desarrollo de la actividad que las que el profesor había pensado a priori. Éstos y otros comentarios fueron utilizados posteriormente para el rediseño del guión de la actividad.

III. Segundo caso de innovación: en las aulas escolares

La segunda experiencia, tuvo lugar en Tumaco, Colombia, con 28 maestros de la educación básica, de 9 instituciones educativas (Blanco-Álvarez, 2012). Estos maestros se dividieron en tres subgrupos, aquellos que laboraban entre primero y tercero de primaria, entre cuarto y quinto, y los que trabajaban entre sexto y séptimo de la educación básica secundaria. Luego se inició la construcción de las actividades alrededor de la enseñanza de las unidades de medida. (Imagen 4)



Imagen 4. Maestros diseñando actividades de matemáticas

Posteriormente, las actividades diseñadas se llevaron al aula de clase con los estudiantes (Imagen 5)



Imagen 5. Profesora implementando la actividad

Finalmente, se realizó el proceso de auto y co-evaluación y el posterior rediseño de las actividades (Imagen 6)



Imágen 6. Maestros realizando la coevaluación de lo sucedido en el aula de clase

Algunos de los comentarios de los maestros fueron: a. las instrucciones del maestro coincidían con el guión; b. La actividad motivadora planeada al inicio de la clase cumplió su propósito; c. Los estudiantes manifestaron dificultades en la escogencia y uso de patrones de medidas arbitrarios, esta dificultad no se había previsto, d; La actividad tomó más tiempo del planeado. Finalmente, éstos y otros comentarios fueron utilizados posteriormente para el rediseño del guión de la actividad.

IV. Reflexiones finales

Para terminar, queremos exponer algunas conclusiones que hemos logrado sacar de nuestra experiencia:

- Al iniciar la aplicación de la metodología del estudio de clase, muchos colegas experimentaban una tendencia natural a sentirse incómodos con la presencia de otros colegas en el aula, pero a medida que se iban involucrando en el proceso esta indisposición cambia y se convierte en un estímulo donde la evaluación no es vista como algo negativo o sancionador, sino como algo constructivo y positivo para el mejoramiento de la calidad educativa.
- El trabajo en grupo, colaborativo, hace que la programación de las actividades se enriquezca con la experiencia de cada uno, y las dificultades encontradas se discuten y se les encuentra soluciones. Esto les permite pensar la actividad docente como un trabajo colectivo más que individual.
- Respecto de los estudiantes, esta metodología permite una mayor calidad de la enseñanza que reciben ya que las actividades planificadas están orientadas al desarrollo de competencias que le permitan actuar con éxito en el mundo actual.

- Queremos destacar que esta metodología está siendo utilizada por distintos centros educativos en países como: Japón, Estados Unidos, Colombia, Chile, etc.
- Finalmente, consideramos muy interesante el uso de la metodología del estudio de clase en el proceso de renovación que está viviendo la universidad española actualmente.

Referencias

- BLANCO-ÁLVAREZ, H. (2012). *Diseño de actividades para la enseñanza de la magnitud longitud en la educación primaria y básica desde la Etnomatemática*. En prensa. Pasto-Colombia.
- MARMOLEJO, G; BLANCO-ÁLVAREZ, H., & FERNÁNDEZ, E. (2009). El estudio de clase y la formación de licenciados en matemáticas en la Universidad de Nariño. En: J. A., Torres & L. I., Vergara Beltrán (Eds.), *Estudio de Clase: Una experiencia en Colombia para el mejoramiento de las prácticas educativas*. (pp. 93 –104). Bogotá: Ministerio de Educación Nacional de Colombia.
- OLIVERAS, M. L.; CARDEÑOSO, J. M.; MOLINA, M., & SERVIN, C, Y. (2007). Use of Integrated Projects in a Mathematics Education Course for Prospective Kindergarten Teachers. *The International Journal of Interdisciplinary Social Sciences*, Vol. 2, No. 6, pp. 165-174. Disponible en: <http://iji.cgpublisher.com/product/pub.88/prod.393> .
- OLIVERAS, M. L.; FERNÁNDEZ, P.; FERNÁNDEZ-OLIVERAS, A., & PEÑA, A. (2012). *Metodologías docentes para fomentar la creatividad en las competencias profesionales científicas, técnicas y de investigación*. Secretariado de Innovación UGR.
- OLIVERAS, M. L.; FERNÁNDEZ, P.; FERNÁNDEZ-OLIVERAS, A., & BLANCO-ÁLVAREZ, H. (2013) *Metodologías para la autoformación permanente y el desarrollo profesional en áreas científicas, técnicas y de investigación*. Secretariado de Innovación UGR.
- TORRES, J. A.; VERGARA BELTRÁN, L. I. (2009). *Estudio de Clase: Una experiencia en Colombia para el mejoramiento de las prácticas educativas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional de Colombia.

Anexo 5. Comprobantes de publicación de los 8 artículos y los 4 capítulos de libro

Artículo del Capítulo 2



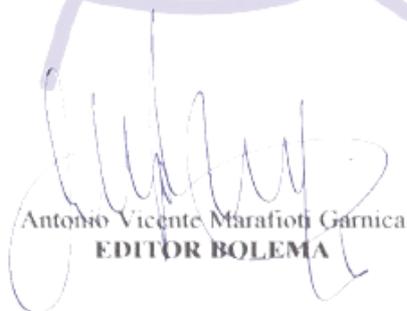
BOLEMA - Boletim de Educação Matemática
Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP
Caixa Postal 178 - CEP 13506-700 - Rio Claro - SP
tel: (19) 3526-9391

DECLARAÇÃO DE ACEITE

O artigo intitulado **Formación de profesores de matemáticas desde la Etnomatemática: estado de desarrollo**, de autoria de **Hilbert Blanco-Alvarez, Maria Luisa Oliveras e Alicia Fernández Oliveras**, foi aprovado para ser publicado no *BOLEMA (Boletim de Educação Matemática)*, em edição futura.

O *Boletim de Educação Matemática* participa de distintas bases de dados, como o SciELO e o SCOPUS. Maiores informações sobre indexadores e bases de dados poderão ser obtidas pelo *site* <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema>. No mesmo *site* é possível ter acesso integral às edições já publicadas.

Cordialmente



Antonio Vicente Marafioti Garnica
EDITOR BOLEMA

Rio Claro, fevereiro de 2017



La Revista Latinoamericana de Etnomatemática: perspectivas socioculturales de la educación matemática¹

Hace constar que:

El artículo titulado **Evaluación de un curso de formación continua de maestros orientado desde una perspectiva etnomatemática**, de autoría de Hilbert Blanco-Álvarez, Alicia Fernández-Oliveras y María Luisa Oliveras, se encuentra en proceso de evaluación.

En constancia se firma el presente en Santiago, Chile, a los veintidós (22) días del mes de abril de 2017.

Atentamente,

Pilar Peña Rincón
Editora Asociada
Revista Latinoamericana de Etnomatemática
<http://www.revista.etnomatematica.org>

Artículo del Capítulo 4



ISSN 1980-4415

DOI: <http://dx.doi.org/00.1590/1980-4415v30n55a08>

Integración de las Etnomatemáticas en el Aula de Matemáticas: posibilidades y limitaciones

Integration of Ethnomathematics in Mathematics Classroom: possibilities and limitations

María Luisa Oliveras*

Hilbert Blanco-Álvarez**

Resumen

Este artículo presenta la primera parte de una investigación doctoral sobre la formación de maestros, enfocada desde las Etnomatemáticas. Se analiza la veracidad de dos conjeturas: C1. Los maestros no reconocen prácticas extraescolares como conocimientos matemáticos; y C2. Esta convicción obstaculiza el uso de prácticas extraescolares en el aula. Partiendo de estas conjeturas, planificamos un curso de formación, desde la Etnomatemática, para maestros de educación primaria en Colombia. Dicho curso se tomó como *caso* a investigar mediante una metodología cualitativa de estudio de casos. Se han analizado, bajo la teoría filosófica de Wittgenstein, los registros obtenidos de una entrevista grupal y del diario de campo del investigador. Concluimos que las conjeturas no se cumplen, ya que no existe total coherencia entre las concepciones epistemológicas y la acción en el aula. Además, emergieron de la investigación otros elementos que inciden en la conexión entre creencias y prácticas en aula interesantes para tener en cuenta en la formación de profesores.

Palabras-clave: Formación de maestros que enseñan matemáticas. Etnoeducación. Currículo. Matemáticas extraescolares. Diversidad cultural.

Abstract

This paper presents the first part of a doctoral research about teacher's training, focused on Ethnomathematics. It analyzed the veracity of two conjectures: C1. Teachers do not recognize mathematical extracurricular activities as math, and C2. This conviction obstructs the use of this knowledge in the classroom. Starting from these conjectures, we planned a training course, on ethnomathematics, for primary school teachers in Colombia. The course was taken as an investigative *case* through a qualitative methodology for case studies. The records produced from a group interview and researcher's field diary were analyzed under the Wittgenstein's philosophy view. We concluded that the conjectures are not met, since there is no complete consistency between the epistemological concepts and action in the classroom. Also, they emerged from researching other elements which affect the connection between beliefs and classroom practices interesting to reflect on teacher training.

Keywords: Math teacher training. Ethnoeducation. Curriculum. Extracurricular mathematics. Cultural diversity.

* Doctora en Matemáticas por la Universidad de Granada (UGR). Investigadora y Profesora Titular de Didáctica de la Matemática en Universidad de Granada (UGR). Facultad de Ciencias de la Educación, Granada, España. Dirección Postal: Campus Cartuja s/n 18079, Granada, España. E-mail: oliveras@ugr.es

** Doctorando en Educación por la Universidad de Granada (UGR). Facultad de Ciencias de la Educación y Docente de la Universidad de Nariño, Pasto, Nariño, Colombia. Dirección Postal: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Nariño, Campus Torobajo, Pasto, Nariño, Colombia. E-mail: hilbla@udenar.edu.co

Capítulo 1.....

Diseño de Actividades para la Enseñanza de la Magnitud Longitud y Capacidad en la Educación Primaria y Básica desde la Etnomatemática

Hilbert Blanco-Álvarez

Resumen: Este capítulo presenta el proceso de diseño de dos actividades para la enseñanza de la magnitud longitud y una actividad para la capacidad volumétrica, creadas por maestros de la educación primaria y básica tomando en cuenta la Etnomatemática como referente teórico, en el marco del proyecto “Fortalecimiento de las matemáticas en la educación básica de Tumaco, Policarpa y Samaniego” realizado en la ciudad de Tumaco (Nariño- Colombia) entre los meses de julio y octubre de 2012. Finalmente, se presentan los aprendizajes de los participantes obtenidos durante el proceso y las dificultades encontradas.

Palabras claves: Diseño de actividades; Formación de maestros de matemáticas; Etnomatemática; Cultura; Etnoeducación.

1. Introducción

Las actividades que se presentan en este capítulo se diseñaron en el marco del proyecto “Fortalecimiento de las matemáticas en la educación básica de Tumaco, Policarpa y

Samaniego”⁴ como parte del proyecto macro “Aprendiendo crecemos” auspiciado por la Fundación Save the Children International y con la participación del Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad de Nariño.

Dichas actividades fueron diseñadas por maestros de la educación primaria y básica de Tumaco, y se centraban en el desarrollo del pensamiento métrico. Pero además, por ser Tumaco un municipio que está en la tarea de fortalecer su proceso de etnoeducación⁵ se vio la pertinencia de incorporar al proceso de formación de maestros la Etnomatemática, definida por el profesor de matemáticas e investigador en Educación Matemática Ubiratan D’Ambrosio (1997) como “[...] la matemática que se practica entre grupos culturales identificables, tales como sociedades de tribus nacionales, grupos laborales, niños de cierto rango de edades, clases profesionales, entre otros” (p. 16), teniendo en cuenta “[...] las capacidades de clasificar, ordenar, inferir y modelar” (p. 17).

Dicha perspectiva sociocultural de la educación matemática aportó al menos dos elementos

4. El desarrollo de este proyecto en Tumaco se consolidó como el trabajo de campo de la tesis doctoral “Elementos para la formación de maestros de matemáticas desde la Etnomatemática” dirigida por la Dra. María Luisa Oliveras dentro del Grupo de Investigación Etnomatemáticas, Formación de profesores y Didáctica de la Universidad de Granada, España.
5. Entendida como la educación “que se ofrece a grupos o comunidades que integran la nacionalidad y que poseen una cultura, una lengua, unas tradiciones y unos fueros propios y autóctonos. Esta educación debe estar ligada al ambiente, al proceso productivo, al proceso social y cultural, con el debido respeto de sus creencias y tradiciones” (Ministerio de Educación Nacional, 2004, p. 7).



Artículo del Capítulo 7

ETHNOMATHEMATICS: A POLITICAL TOOL FOR LATIN AMERICA¹

ETNOMATEMÁTICA: UMA FERRAMENTA POLÍTICA PARA A AMÉRICA LATINA

Hilbert Blanco-Álvarez
hibla@yahoo.com

Universidad de Nariño/Universidad de Granada

María Luisa Oliveras
oliveras@ugr.es

Universidad de Granada

ABSTRACT

We analyze how the political dimension of ethnomathematics can be an effective tool for eurocentrism. Our thesis is that ethnomathematics is a useful tool for defending the mathematical knowledge of the communities in Latin America that are facing globalization, the specialization of the sciences, colonization, official histories, and the existence of a single truth, and can be used to develop a more inclusive, pertinent, and meaningful mathematics education. To support this thesis, we present three experiences where ethnomathematics played a main role in creating awareness of and revaluing this knowledge. In addition we present a work proposal to be used in the classroom that shows how to go from using ethnomathematics like a motivating element to an element of cultural valorization. We conclude by showing how ethnomathematics, and its political dimension in particular, contributes to the search for a better education, in line with the educational goals established by the Organization of Iberoamerican States (OEI).

Keywords: Intercultural Curriculum; Cultural Valorization; African-Descendent Communities; Political Dimension; Ethnomathematics.

RESUMO

Analisamos como a dimensão política da Etnomatemática pode ser uma ferramenta eficaz para enfrentar o eurocentrismo. A nossa tese é que a Etnomatemática é uma ferramenta útil para a defesa dos conhecimentos matemáticos das comunidades da América Latina frente à globalização, à especialização das ciências, à colonização, às histórias oficiais, bem como à existência de uma única verdade, que podem ser utilizados para desenvolver uma educação matemática mais abrangente, pertinente e significativa. Para apoiarmos essa tese, apresentamos três experiências em que a etnomatemática desempenhou um papel importante para a conscientização e para a reavaliação desse conhecimento. Além disso, apresentamos uma proposta de trabalho

¹The reflections presented in this article are part of the doctoral research entitled *Elements for the Formation of Mathematics Teachers from Ethnomathematics* advised by Dr. María Luisa Oliveras from the Group of Ethnomathematics Research, Professor Formation, and Teaching Approaches of the University of Granada, Spain.

Capítulo de libro del Capítulo 8

Elementos de la formación de maestros desde la Etnomatemática que promueven la insubordinación creativa

Hilbert Blanco-Álvarez
Alicia Fernández-Oliveras
María Luisa Oliveras

1. Introducción

Nuestro objetivo es mostrar cómo los resultados de la investigación doctoral titulada: *Elementos para la formación de maestros de matemáticas desde una perspectiva Etnomatemática*¹, pueden dinamizar la insubordinación creativa de profesores en ejercicio o en futuros maestros. Entendiendo la insubordinación creativa como una acción deliberada en contra de una regla o régimen educativo establecido (D'Ambrosio & Lopes, 2015). Esta reacción, que según Gutiérrez (2013) (citado en D'Ambrosio & Lopes, 2015) se manifiesta, en los actos de los maestros, por medio de la creación de argumentos alternativos, cuestionar la enseñanza tradicional de las matemáticas, posicionar a los estudiantes como autores de las matemáticas y desafiar los discursos discriminatorios sobre los estudiantes, es legitimada por centrarse en prácticas profesionales fundamentadas en bases éticas.

Pero no nacemos insubordinados creativos, nos formamos. Por lo que queremos hacer hincapié en que es necesario formar a los maestros con un pensamiento crítico para que la insubordinación creativa sea parte de su desarrollo profesional diario y no quede solo como una acción espontánea, aislada, de un maestro frente a un acto de injusticia social coyuntural.

En adelante se hace una presentación de la investigación doctoral citada y de cómo sus resultados promueven una formación que alienta a los maestros a la insubordinación creativa desde la Etnomatemática.

La investigación se planteó responder a la pregunta *¿Qué elementos deben ser considerados en el diseño de un programa de formación de maestros de matemáticas en ejercicio, orientado desde la Etnomatemática?* Para responder esta pregunta se realizó una investigación cualitativa, de carácter interpretativo, siguiendo una aproximación etnográfica. El método de investigación fue el

¹ Tesis doctoral del primer autor y dirigida por las Dras. María Luisa Oliveras del Grupo de Investigación Etnomatemáticas, Formación de profesores y Didáctica de la Universidad de Granada, España y Alicia Fernández-Oliveras del Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Granada, España.

Anexo 6. Listado de ponencias y comunicaciones en congresos y seminarios

(Los certificados se encuentran en la carpeta *Anexo 6-Certificados* en CD)

1. Blanco-Álvarez, H. (2013, enero). Mi recorrido por la Etnomatemática: pasado, presente y futuro. Comunicación presentada en el 2º Seminario Internacional de Etnomatemática. Granada, España.
2. Blanco-Álvarez, H. (2013, abril). La formación de maestros de matemáticas desde la Etnomatemática: hacia un modelo didáctico. Comunicación presentada en el 3º Seminario Internacional de Etnomatemática. Granada, España.
3. Blanco-Álvarez, H. (2013, junio). La formación de maestros de matemáticas desde la Etnomatemática: hacia un modelo didáctico. Comunicación presentada en la I Jornada Doctoral de la Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada. Granada, España.
4. Blanco-Álvarez, H., Oliveras, M. L., & Fernández-Oliveras, A. (2013, septiembre). Innovación metodológica en la formación de maestros de matemáticas. Póster presentado en las IV Jornadas Internacionales sobre Innovación Docente y Adaptación al EEES. Granada, España.
5. Blanco-Álvarez, H., Oliveras, M. L. y Palhares, P. M. (2013, octubre). ¿Hay matemáticas fuera de la escuela?: reflexiones de maestros de matemáticas en ejercicio. Comunicación presentada en el 14º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (ECME14). Barranquilla, Colombia.
6. Blanco-Álvarez, H., y Oliveras, M. L. (2013, noviembre). La Etnomatemática y sus posibilidades pedagógicas en el aula. Comunicación presentada en el Primer Encuentro de Matemática Educativa. Iquique, Chile.
7. Blanco-Álvarez, H. (2014, junio). Obstáculos para integrar la Etnomatemática en el aula de clase de matemáticas. Comunicación presentada en las II Jornadas Doctorales de la Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada. Granada, España.
8. Blanco-Álvarez, H. y Oliveras, M. L. (2014, julio). Obstáculos para integrar la etnomatemática en el aula de clase de matemáticas. Comunicación presentada en el 5th International Congress on Ethnomathematics (ICEm5). Maputo, Mozambique.
9. Blanco-Álvarez, H. (2015, febrero). Formación de maestros de matemáticas desde la etnomatemática: elementos para la reflexión. Comunicación presentada en el 4º Seminario Internacional de Etnomatemática. Granada, España.
10. Blanco-Álvarez, H. y Aroca, A. (2015, mayo). Planes de estudio de Licenciaturas en Matemáticas y Licenciaturas de Educación Básica con énfasis en Educación Matemática y Etnomatemática en Colombia. Comunicación presentada en la XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM), Chiapas, México.
11. Blanco-Álvarez, H. (2015a, junio). Investigación sobre formación de maestros de matemáticas desde una perspectiva etnomatemática: estado de desarrollo y tendencias. Comunicación presentada en las III Jornadas Doctorales de la Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada. Granada, España.

12. Blanco-Álvarez, H. (2015b, junio). La Etnomatemática: una herramienta política para América Latina. Comunicación presentada en el Primer Congreso de Etnomatemática y primer Simposio de Ciencias Ancestrales. Quito, Ecuador.
13. Blanco-Álvarez, H. (2015, noviembre). Investigación sobre formación de maestros de matemáticas desde una perspectiva etnomatemática. Comunicación presentada en el Seminario de Investigación del Programa de Máster Oficial en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, Granada, España.
14. Blanco-Álvarez, H. (2016a, febrero). Elementos para la formación de maestros de matemáticas desde la Etnomatemática. Comunicación presentada en el 5º Seminario Internacional de Etnomatemática. Granada, España.
15. Blanco-Álvarez, H. (2016, marzo). Elementos para la formación de maestros de matemáticas desde la Etnomatemática Comunicación presentada en el Grupo de Estudio “Etnomatemática y Educación Matemática”. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
16. Blanco-Álvarez, H., Oliveras, M. L., & Fernández-Oliveras, A. (2016a, junio). Análisis de la idoneidad didáctica de una clase de matemáticas desde una perspectiva etnomatemática. Comunicación presentada en el Primer Encuentro Latinoamericano de Etnomatemática ELEm1, Sololá, Guatemala.
17. Blanco-Álvarez, H., Oliveras, M. L., & Fernández-Oliveras, A. (2016b, junio). Una mirada a la formación de profesores de matemáticas desde la Etnomatemática. Comunicación presentada en el Primer Encuentro Latinoamericano de Etnomatemática ELEm1, Sololá, Guatemala.
18. Blanco-Álvarez, H., Marmolejo, G-A., & Jiménez, J. (2016c, junio). Legislación educativa, etnoeducación y competencias etnomatemáticas. Comunicación presentada en el Primer Encuentro Latinoamericano de Etnomatemática ELEm1, Sololá, Guatemala.
19. Blanco-Álvarez, H., Oliveras, M. L., & Fernández-Oliveras, A. (2016d, junio). Concepciones de las matemáticas y la integración de la etnomatemática en el aula. Comunicación presentada en el Primer Encuentro Latinoamericano de Etnomatemática ELEm1, Sololá, Guatemala.
20. Blanco-Álvarez, H., & Vasquez, A. P. (2016e, junio). Evaluación de textos escolares de matemáticas diseñados con una perspectiva etnomatemática. Comunicación presentada en el Primer Encuentro Latinoamericano de Etnomatemática ELEm1, Sololá, Guatemala.
21. Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A. y Oliveras, M. L. (2017a, marzo). Elementos para la formación de matemáticas desde la etnomatemática. Comunicación presentada en 6º Seminario Internacional de Etnomatemática. Granada, España.
22. Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A. y Oliveras, M. L. (2017b, marzo). Evaluación de una clase de matemáticas diseñada desde la etnomatemática. Comunicación presentada en el Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos, Granada, España.
23. Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A. y Oliveras, M. L. (2017, junio). Elementos para la formación de matemáticas desde la etnomatemática. Conferencista invitado en el 2º Congreso Internacional de la Comunidad Matemática de la Costa Caribe Nicaragüense, Managua, Nicaragua.

24. Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A. y Oliveras, M. L. (2017, julio). Elementos para la formación de matemáticas desde la etnomatemática. Conferencista invitado en el VIII CIBEM- Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, Madrid, España.
25. Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A. y Oliveras, M. L. (2017, agosto). Elementos de la formación de maestros desde la Etnomatemática que promueven la insubordinación creativa. Conferencista invitado en el First International Conference of Creative Insubordination in Mathematics Education – ICOCIME 1. Sao Pablo, Brasil.
26. Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A. y Oliveras, M. L. (2017, septiembre). Medidas de capacidad volumétrica no convencionales: aportes a la Educación Primaria. Comunicación aceptada en el 10^o Congreso Internacional sobre Investigación en la Didáctica de las Ciencias. Sevilla, España.

Anexo 7. Listado del material analizado

(Los vídeos, audios, transcripciones, documentos escritos por los maestros se encuentran en la carpeta *Anexo 7-materiales_analizados* en CD)

Planeación

- Audios primera reunión con los maestros
- Fotos de las reuniones con los maestros
- Cuestionario
- Proyecto del curso

Implementación

- Actividades diseñadas
- Fotos y videos de exposiciones
- Grabaciones de audio
- Indagación en la cultura
- Reflexiones sobre currículo
- Video clase de Tercer grado de primaria
- Video clase de Quinto grado de primaria
- Video clase de Sexto grado de secundaria
- Primer Informe a Save the Children
- Segundo Informe a Save the Children
- Tercer Informe a Save the Children

Evaluación

- Evaluación del curso realizada por los maestros