DOMINIOS DE CONTENIDO Y AUTENTICIDAD: UN ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS ARITMÉTICOS VERBALES INCLUIDOS EN LOS LIBROS DE TEXTO ESPAÑOLES

Santiago Vicente y Eva Manchado

Mediante un análisis cuantitativo-descriptivo de los libros de matemáticas de dos editoriales españolas se analiza la variedad de temas matemáticos que se tratan en los problemas aritméticos verbales, y si los problemas de todos los temas y cursos escolares están igualmente contextualizados en situaciones auténticas y familiares para los alumnos. Los resultados muestran que hay más problemas de números y menos de formas y mediciones geométricas que las recomendadas por TIMSS. Además, los problemas propios de los cursos superiores (fracciones, geometría, organización de la información y probabilidad) fueron los menos contextualizados en situaciones auténticas.

Términos clave: Aritmética; Autenticidad; Libros de texto; Resolución de problemas

Content Domain and Autenticity: An Analysis of the Word Problems Included into Spanish Mathematics Textbooks

Following a quantitative and descriptive approach, we analyze the variety of mathematical topics treated by word problems in mathematics textbooks from two Spanish series. Also, we examine whether the problems are contextualized in real and familiar situations to the students. Results showed that there were more problems about numbers and less about geometrical compared to the suggestions of TIMSS. Add to this, the problems about topics in the higher grades—fractions, geometry, data display—were the worst contextualized.

Keywords: Arithmetic; Authenticity; Textbooks; Word problem solving

Vicente, S. y Manchado, E. (2017). Dominios de contenido y autenticidad: un análisis de los problemas aritméticos verbales incluidos en los libros de texto españoles. *PNA, 11*(4), 253-279.

Desarrollar la competencia matemática en general, y de resolver problemas en particular, es uno de los objetivos principales del currículo de educación primaria español ya que, tal y como sostienen Mullins, Martin, Ruddock, O'Sullivan y Preuschoff (2012), los alumnos deben aprender a resolver problemas para saber enfrentarse a situaciones cotidianas, "desde el manejo del dinero a la cocina (…) a entender las noticias diarias y comprender los eventos del mundo, descritos frecuentemente a través de estadísticas, incrementos y decrementos" (Mullins et al., 2012, p. 25). Los problemas aritméticos verbales son descripciones textuales de situaciones que se suponen comprensibles para los lectores, en las que se pueden contextualizar preguntas matemáticas. En este sentido, estos problemas juegan un papel fundamental en el desarrollo de la competencia matemática de los alumnos, ya que permiten establecer un vínculo entre la abstracción de la matemática pura y sus aplicaciones al mundo real (Verschaffel, Greer y De Corte, 2000).

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas están implicados diferentes elementos, uno de los cuales es el libro de texto, que juega un papel fundamental en los contenidos que se desarrollan en el aula (Hiebert et al., 2003; Mullins et al., 2008; Vicente, Rosales, Chamoso y Múñez, 2013). Estudios previos apuntan que esos libros (a) podrían estar presentando una variedad limitada de problemas respecto a los contenidos matemáticos que abordan (Mullins et al., 2008) y (b) podrían estar planteando una proporción de problemas auténticos (similares a los que los alumnos encuentran en su vida diaria) que es menor en problemas de determinados contenidos que de otros (Chamoso, Vicente, Manchado y Múñez, 2014). Teniendo esto en cuenta, con este estudio nos proponemos analizar desde una perspectiva cognitiva los problemas aritméticos verbales que se incluyen en los libros de texto de dos conocidas editoriales españolas, para determinar hasta qué punto contribuyen al desarrollo de la competencia matemática de los alumnos. Para ello se analizan dos aspectos diferentes: (a) si proponen problemas para todos los contenidos matemáticos, y si lo hacen en una proporción similar a la propuesta de la *International Association for the Evaluation of Educational Achievement* (IEA) en su estudio *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS); y (b) su nivel de autenticidad, esto es, la familiaridad del contexto propuesto por el problema, y si esa familiaridad varía en función del contenido matemático al que pertenezcan esos problemas, para inferir hasta qué punto favorecen la predisposición de los alumnos a implicarse en su resolución. Este segundo objetivo nos permitirá delimitar si, tal y como algunos estudios indican (p. ej., Chamoso et al., 2014) los contenidos propios de los cursos superiores son los que mayor número de problemas contextualizados en situaciones ajenas a los alumnos suscitan. Para alcanzar estos objetivos se categorizará cada problema, por un lado, en función del contenido matemático que aborda, utilizando para ello los dominios de contenido propuestos por TIMSS; por otro, según su nivel de autenticidad, a través de la utilización de las categorías utilizadas por Palm y Burman (2004), y que se describen en el marco teórico.

Para ello, el trabajo se estructura del siguiente modo. En primer lugar, se describirán los trabajos previos acerca del análisis de los problemas aritméticos verbales y los libros de texto de los que el presente estudio supone, en algún grado, una continuación. Tras ello se plantea el marco teórico en el que se sustenta el análisis de los problemas, tanto por contenidos matemáticos como por nivel de autenticidad. En tercer lugar, se describe el estudio, describiéndose los diferentes sistemas de categorías utilizados en el análisis, tras lo cual se reportan los resultados organizados en función de los dos objetivos del trabajo (distribución de problemas por contenido matemático y por nivel de autenticidad). Finalmente, se plantea la discusión de los resultados, las limitaciones del estudio y varias sugerencias didácticas que se desprenden del trabajo.

Antecedentes

Desarrollar la competencia matemática de los alumnos es una tarea muy compleja ya que en ella se engloban multitud de habilidades de diferentes niveles de exigencia cognitiva y que aluden a contenidos matemáticos muy diferentes. De entre esas tareas destaca la resolución de problemas aritméticos verbales, que el propio currículo español considera la piedra angular de la competencia matemática. En este sentido, lo deseable es que un alumno aprenda a resolver los problemas razonándolos, cuando sea necesario, a dos niveles diferentes: matemático y situacional. Mientras que la implicación del razonamiento matemático en la resolución de problemas ha sido ampliamente documentada (p.ej., Briars y Larkin, 1981; Riley, Greeno y Heller, 1983), el análisis del rol del razonamiento situacional en los problemas es más reciente, e indica que este razonamiento resulta efectivo cuando ayuda a establecer una relación entre la situación descrita y la estructura matemática subyacente, como por ejemplo, el razonamiento intencional vinculado a las metas de los personajes de problemas de cambio (Orrantia, Tarín y Vicente, 2011), o las comparaciones cualitativas que indican el tamaño relativo de los conjuntos en problemas de comparación (Stern y Lehndorfer, 1992). Por otra parte, algunos estudios han mostrado que presentar los problemas como situaciones problemáticas auténticas, esto es, problemas que “representan alguna situación de la vida real de manera que aspectos importantes de esa situación se simulan en un grado razonable” (Palm, 2008, p. 40), hace que los alumnos los comprendan y resuelvan mejor. Por ejemplo, Palm y Burman (2004) aumentaron la autenticidad de problemas como el siguiente: “450 soldados deben ser transportados a un campo de entrenamiento en autobuses de 52 plazas. ¿Cuántos autobuses serán necesarios?"; para esto elaboraron versiones como la siguiente: "Todos los alumnos de tu colegio vais a hacer un viaje el 15 de mayo. Tu tutor te ha pedido que le ayudes con el transporte, y cree que lo mejor sería que todos vayáis en autobús. Tú te encargarás de solicitar los autobuses a 'Autocares Paco'. En la lista de personas que irán al viaje hay 360 nombres. En cada autobús pueden viajar 48 personas. Elabora la solicitud que enviarás a Autocares Paco". Los autores comprobaron que los alumnos comprendieron y resolvieron más fácilmente las versiones auténticas que las originales. Resultados similares han sido encontrados por Vicente y Manchado (2016) para problemas aritméticos cuya dificultad era matemática y no situacional. Por resultados como estos, la propia Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), en su programa de evaluación de la resolución de problemas en la vida real del informe del Programa Internacional de Evaluación de Alumnos (*Programme for International Student Assessment: PISA*), reconoce que la familiaridad del contexto modula el nivel de dificultad de un problema, de modo que "si el contexto le es familiar a la persona que resuelve el problema, esta se sentirá mejor predispuesta para abordarlo" (MECD, 2014, p. 10).

Teniendo en cuenta lo anterior, resulta llamativo que los alumnos españoles hayan mostrado un nivel de competencia matemática significativamente inferior al de la media de países de la OCDE a lo largo de las diferentes evaluaciones internacionales. En este sentido resultan llamativos dos resultados. En primer lugar, que los alumnos rindieron mejor en las tareas relacionadas con los números que en formas y mediciones geométricas, algo que puede deberse, entre otras causas, a que no se dedica la misma atención a los tres dominios en clase de matemáticas (Mullins et al., 2012). En segundo lugar, que un porcentaje muy importante de los alumnos españoles (un 83%) mostraron tener dificultades en la resolución de problemas aritméticos verbales.

Esos resultados son un buen motivo para interesarse por el análisis de los elementos implicados en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la competencia matemática en nuestro país. Uno de esos elementos son los libros de texto que, según algunos autores, son los que dan concreción al currículum, de tal modo que dominan lo que los alumnos aprenden (Hagarty y Pepin, 2002). Y esto puede ser así por dos motivos. En primer lugar, porque según datos del TIMSS del año 2007, el 60% de los profesores de los países pertenecientes a la Organización para la Cooperación Económica y el Desarrollo (OCDE) utilizan el libro de texto como material básico para articular e implementar sus clases de matemáticas, el 34% lo utilizan como material suplementario, mientras que sólo un 6% no lo utiliza. Y en segundo lugar, porque los libros que se utilizan en países cuyos alumnos muestran un mayor nivel de competencia matemática (como Japón o China) parecen ser diferentes en algunos aspecto a los de países cuyos alumnos muestran menor nivel de competencia, como Estados Unidos o España (Mayer, Sims y Tajica, 1995; Orrantia, González y Vicente, 2005; Stigler, Fuson, Ham, y Kim, 1986; Xin, 2007). Todos esos estudios se han centrado en aspectos matemáticos, especialmente en la variedad de estructuras matemáticas de los problemas propuestos por los libros. En el caso concreto de la resolución de problemas, han sido muy pocos los estudios que han analizado el aspecto situacional de los problemas propuestos por esos libros. Uno de esos escasos estudios fue el realizado por Depaepe, De Corte y Verschaffel (2009) quienes, basándose en los aspectos principales descritos por Palm y Burman (2004), que se describirán más adelante, analizaron la proximidad entre la vida real de los alumnos y las situaciones propuestas por una muestra de problemas procedentes de libros de texto de 6º de educación primaria de los Países Bajos. Los resultados indicaban que la mayoría de esos problemas no podían considerarse problemas auténticos porque determinados algunos aspectos como la disponibilidad de herramientas externas, la guía y, especialmente, el propósito, no estaban bien simulados en los problemas. En nuestro país, Chamoso et al. (2014) realizaron un análisis similar al de Depaepe et al. (2009) de los problemas de 1º a 6º de educación primaria de la editorial Santillana, estableciendo para ello una categorización gradual de los problemas, de los más auténticos a los más desajustados. Los resultados mostraron que menos del 5% de los problemas podían considerarse auténticos mientras que en torno al 15% podrían considerarse problemas desajustados, ajenos a la vida de los alumnos. Además, comprobaron que la proporción de problemas desajustados aumentaba con el curso escolar, de manera que, si bien no llegaban al 5% en el primer ciclo, superaban el 20% en el tercero. Los autores del estudio sugieren que este aumento de los problemas desajustados se debía a que en los cursos superiores los contenidos matemáticos que se trabajan (estadística, cuerpos geométricos) están más alejados de la vida de los alumnos, por lo que es más difícil de contextualizarlos como problemas auténticos.

De este modo, parece que una parte importante de los libros españoles no simula adecuadamente las situaciones de la vida de los alumnos. Pero, ¿cuáles son los argumentos teóricos que subyacen a la importancia de ese aspecto en el proceso de resolución? En el siguiente epígrafe damos cuenta de ello.

Marco teórico

En este apartado se destacan aspectos de la fundamentación teórica. Se aborda la competencia matemática y la conceptualización de problemas aritméticos verbales.

Componentes de la competencia matemática: el estudio TIMSS como referencia

Tal y como sostienen Mullins et al. (2012), para que los alumnos puedan desarrollar adecuadamente su competencia matemática deben enfrentarse a tareas de diferentes dominios cognitivos y de conocimiento. En este sentido, a la hora de operacionalizar las diferentes habilidades que comprenden la competencia matemática el marco teórico de TIMSS es un recurso muy valioso. TIMSS propone dos categorizaciones complementarias: por dominios cognitivos (complejidad de los procesos cognitivos necesarios para realizar la tarea) y por dominios de conocimiento (contenido matemático implicado en la tarea). Respecto a los dominios cognitivos, en el estudio TIMSS se propone la existencia de tres dominios de complejidad creciente: (a) conocer hechos, conceptos y procedimientos básicos; (b) aplicar los conocimientos y comprensión conceptual a problemas sencillos o rutinarios, los problemas aritméticos verbales habituales en la clase de matemáticas; y (c) razonar de manera lógica y sistemática para resolver situaciones, problemas o contextos complejos desconocidos. Por otra parte, respecto a los dominios de contenido, en TIMSS se proponen tres dominios para 4º de educación primaria: números —naturales, fracciones, decimales…—, formas y mediciones geométricas y representación de datos; y cuatro para 2º de Educación Secundaria Obligatoria (ESO): números, álgebra, geometría y datos y probabilidad.

Para evaluar la competencia matemática de los alumnos, en TIMSS se adopta una distribución de tareas a lo largo de cada uno de esos dominios cognitivos y de conocimiento; por ejemplo, para 4º de educación primaria se plantea un 40% de tareas de conocer, otro 40% a aplicar y un 20% a razonar; y respecto a los dominios de contenido, se plantea un 50% a tareas de números, un 35% a tareas de formas y mediciones geométricas y un 15% a tareas de representación de datos.

Problemas aritméticos verbales y situaciones cotidianas

De entre todas las tareas matemáticas la resolución de problemas aritméticos verbales es una de las más importantes para el desarrollo de la competencia matemática de los alumnos. Resolver estos problemas es una tarea relativamente compleja, que se enmarca en el dominio cognitivo de aplicar, cuando propone situaciones matemáticas conocidas por los alumnos, y en el de razonar, cuando propone situaciones más complejas. Asimismo, puede enmarcarse en cualquiera de los dominios de conocimiento. Para explicar el proceso de resolución de esta tarea Verschaffel, Greer y De Corte (2000) proponen un modelo según el cual los problemas pueden resolverse de dos maneras: genuina o superficial. Un problema fácil puede resolverse de manera superficial seleccionando los datos y eligiendo una clave textual ("más qué" como indicio de que hay que sumar) o contextual (aplicar la operación que se está aprendiendo en ese momento) para elegir la operación que lo resuelve, y aportar el resultado de la operación como la solución, sin comprobar si el resultado obtenido es plausible desde el punto de vista matemático o situacional. En cambio, para resolver un problema de manera genuina es necesario comprender el problema a dos niveles: situacional y matemático. Tomemos como ejemplo el problema propuesto por Dewolf, Van Dooren y Verschaffel (2011, p. 772).

> *Dos niños, Charles y Martin, van a ayudar a recoger las hojas secas a Nicholas en su parcela de tierra. La superficie de la parcela es de 1.200 metros cuadrados. Charles rastrilla 700 metros cuadrados durante 4 horas y Martin rastrilla 500 metros cuadrados durante 2 horas. Consiguen 180 euros por su trabajo. ¿Cómo repartirán el dinero los chicos de la manera más justa?*

De acuerdo con este modelo, en primer lugar, sería necesario comprender la situación descrita. En este caso, la clave estaría en comprender qué se entiende por "repartir el dinero de la manera más justa", y más concretamente, qué criterio se va a considerar para ese reparto (la superficie rastrillada, el tiempo empleado, una ratio entre las dos anteriores, un simple reparto a partes iguales…). Una vez tomada una decisión al respecto, es necesario proyectar la situación descrita por el problema en una estructura matemática que permita deducir qué operaciones aritméticas son necesarias para resolverlo. Después habría que ejecutar las operaciones elegidas y, antes de dar el resultado como válido, revisar si este tiene sentido desde el punto de vista matemático y situacional.

La necesidad de comprender situacionalmente los problemas remite al concepto de cognición situada (Lave, 1988), según el cual pensamiento y aprendizaje están situados, en el sentido de que están en función del contexto y la cultura en la que están inmersos. En cambio, las actividades que se resuelven en clase habitualmente implican conocimientos más abstractos y desvinculados de un contexto concreto. En este sentido, Lave y Packer (2008) afirman que las actividades cotidianas pueden considerarse la base de ese conocimiento matemático abstracto, conocimiento que debe alcanzarse "purificando, clarificando y reduciendo a un estado libre de impurezas" esas situaciones cotidianas (p. 25). De esta manera, un problema matemático será auténtico para los alumnos cuando esté inmerso en una situación cotidiana para ellos. Evidentemente, lo que es cotidiano para unos alumnos no necesariamente lo es para otros, de manera que lo que puede considerarse auténtico depende del contexto socio-cultural de los alumnos. En el caso de la resolución de problemas aritméticos, Palm y Burman (2004) propusieron una serie de aspectos de los problemas que podían evaluarse para determinar hasta qué punto un problema está bien "situado". Estos aspectos son, por ejemplo, el evento descrito en el problema, la pregunta, la existencia de información, el propósito de la resolución, el realismo y la especificidad de los datos, los requerimientos de resolución, el uso del lenguaje, el uso de herramientas externas y disponibilidad de estrategias de resolución. Para evaluar cada uno de esos aspectos se asignaba una puntuación dicotómica: se puntuaba con un 1 aquellas dimensiones que simulaban de manera razonable el aspecto y con un 0 aquellas que no lo hacían. Así, se considera que los problemas que simulan adecuadamente todos esos aspectos son problemas "auténticos" (Palm y Burman, 2004).

MÉTODO

En este apartado se presentan las fuentes, la descripción de las categorías de análisis y el proceso de codificación de los datos.

Procedimiento

Se tomaron como muestra los problemas de los libros de texto y los cuadernillos complementarios de las editoriales Santillana y SM, de los seis cursos de educación primaria, publicados entre los años 2009 y 2010. Únicamente se consideraron aquellas tareas que tuvieran un enunciado verbal en el que se describiera una situación, real o imaginaria, en la que se formulara una pregunta que aludiera a la situación descrita y que requiriera de al menos una operación aritmética para ser resuelta. De este modo, de las 15948 actividades que contenían los libros analizados, 3830 cumplían los requisitos establecidos en este trabajo para el análisis (2399 en Santillana y 1431 en SM).

Categorías de análisis

Las categorías de análisis se abordan desde los dominios de conocimiento y los niveles de autenticidad propuestos en estudios preliminares.

Dominios de conocimiento

Para determinar el contenido matemático que se trabajaba en cada problema se consideró la temática de la unidad didáctica en la que estaba incluido, exceptuando aquellos que aparecen en las secciones de repaso. Por ejemplo, los problemas en la unidad "números de 4 y 5 cifras" se incluyeron en el contenido "números", subcontenido "naturales". En el caso de los problemas en las secciones de repaso de cada unidad, se estableció una categorización múltiple de cada problema, esto es, cada problema se consideró en tantas categorías como contenidos trabajara. La proporción de problemas incluidos en estas secciones fue del 21,72% del total. Los problemas se agruparon de acuerdo a una adaptación de los dominios de conocimiento establecidos por TIMSS para los niveles de 4º de educación primaria y

2º de ESO (en el caso de 2º de ESO, para dar cobertura a los problemas de 5º y 6º de Educación Primaria), y que figuran en la tabla 1.

Tabla 1

Dominios de conocimientos descritos en TIMSS (Mullins et al., 2012)

Dominio	Subdominio
4º educación primaria	
Números	Naturales Fracciones y decimales Expresiones numéricas Modelos y relaciones
Formas y mediciones geométricas	Puntos, líneas y ángulos Formas bidimensionales y tridimensionales
Representación de datos	Números naturales Organización y representación
2º ESO	
Números	Naturales Fracciones y decimales Enteros Razón, proporción, porcentaje
Geometría	Formas geométricas Mediciones geométricas Situación y movimiento
Datos y probabilidad	Organización y representación de datos Interpretación de datos Probabilidad
Álgebra	Modelos Expresiones algebraicas Ecuaciones, fórmulas y funciones

Las categorías y subcategorías de nuestro estudio son las siguientes.

- Números: incluye los problemas de números naturales (incluidos los de valor posicional, tiempo y dinero, proporciones y potencias y raíces), fracciones, decimales y enteros.
- Geometría: problemas de medidas y formas geométricas.
- Organización de datos y probabilidad (en adelante OIP): problemas de organización de datos y problemas de probabilidad.

La categoría álgebra, específica de 2º de ESO no fue considerada como categoría independiente para nuestro estudio por dos razones. Por un lado, el número de problemas de este tipo fue muy escaso, y por otro, en la resolución los libros de texto no promovían el uso de expresiones algebraicas para resolverlos, sino el razonamiento directo con las cantidades, lo cual está más relacionado con la categoría números que con la de álgebra. De esta manera, los problemas que podían resolverse a través de procedimientos algebraicos fueron incluidos en la categoría números, lo cual nos permitió establecer las mismas categorías para el análisis de los problemas de todos los cursos.

Nivel de autenticidad

El sistema de análisis utilizado se basó en la consideración conjunta de algunas de las categorías propuestas por Palm (2008), descritas en el marco teórico y utilizadas previamente por Chamoso et al. (2014): evento, pregunta, existencia de información, propósito, realismo de los datos y especificidad de los datos. Por otra parte, en lugar de asignársele una valoración dicotómica a cada aspecto, se consideraron tres valores (ver tabla 2). Se puntuaron con un 1 aquellas dimensiones que reproducían la situación tal y como podría encontrársela el alumno en su vida cotidiana, con un 0,5 aquellas que el alumno podría encontrarse fuera del aula, pero cuya probabilidad de encontrársela realmente es limitada y con un 0 aquellas dimensiones que, tal y como se presentaban en el problema, el alumno no se encontraría en su vida cotidiana. De esta manera, la suma de las puntuaciones de todos los aspectos del problema es mayor cuanto mayor sea su grado de autenticidad.

Tabla 2

Marco teórico para el análisis del realismo de los problemas aritméticos

Puntuación: 1	Puntuación: 0,5	Puntuación: 0
	Evento	
Es probable que el alumno lo viva fuera de la escuela.	Podría encontrarse fuera de la escuela, pero es poco probable que le sucedan al alumno.	La tarea escolar describe un evento imaginario o describen un evento ficticio con objetos del mundo real.
	Pregunta	
Podría ser formulada de manera habitual para el evento descrito. La respuesta a las preguntas tiene un valor práctico o es interesante para otros no interesados en matemáticas.	Podría formularse en el contexto real, pero su interés es limitado o nulo desde un punto de vista práctico (del alumno).	No podría formularse en el mundo real.

Puntuación: 1	Puntuación: 0,5	Puntuación: 0
	Existencia de datos	
Los datos coinciden con los datos accesibles en la vida real.	Los datos podrían existir en la realidad pero no sería la forma habitual en la que se presentarían.	Los datos del problema no son los mismos que los que estarían disponibles en la vida real.
	Propósito en el contexto figurativo	
Se menciona explícitamente el propósito que se persigue con su resolución, que coincide con el que cabría plantearse en la vida real.	No es explícito pero podría deducirse siguiendo el sentido común (p. ej.: saber cuánto te tienen que dar de vuelta, saber la diferencia de altura entre dos niños).	El propósito no está definido, y la situación se prestaría a propósitos muy dispares.
	Especificidad de los datos	
Los personajes tienen nombre propio, los objetos están definidos y los lugares específicos, o bien el problema está formulado en 1ª o 2ª persona.	La situación en la tarea escolar no es específica, pero como mínimo los objetos que son objeto de tratamiento matemático, el rol o el nombre de los personajes son específicos.	La situación en el contexto escolar es una situación general en la que los objetos y los sujetos no están especificados.

Para categorizar cada problema se consideraron de manera conjunta las puntuaciones en cada una de estas dimensiones, para asignar un único valor global a cada problema en función de su proximidad con la vida real. De esta manera, se pueden clasificar en diferentes tipos.

Problemas ajustados. Son los equivalentes a los problemas auténticos propuestos por Palm y Burman (2004), en los que todos los aspectos principales están bien simulados. Incluye aquellos problemas que en los que el evento es próximo a la vida del alumno fuera de la escuela, la pregunta formulada tiene sentido, los datos proporcionados son adecuados, existe un propósito para el problema y los datos son específicos. Incluye también aquellos problemas que en los que no se explicita el propósito en el problema. De esta manera, la puntuación de todos los aspectos es de 1, salvo en los problemas en los que no se explicite el propósito, en cuyo caso ese aspecto se puntúa con 0 ó 0,5, siendo la suma de todos los aspectos de entre 4 y 5 puntos. El siguiente es un ejemplo de estos tipos de problemas:

Félix quiere pesar a su perro, pero no consigue que esté quieto encima de la báscula. Explica lo que has hecho para calcular cuánto pesa el perro y halla tú ese peso (Santillana 3º, p. 159).

Problemas estereotipados. Son aquellos en los que los que alguno de los aspectos principales no está bien simulado. Incluye aquellos problemas que describen situaciones que el alumno podría encontrarse en la vida real, con datos adecuados pero no específicos, o bien con datos específicos pero en situaciones que no le son próximas. También se incluyen situaciones que, aún pudiendo ser conocidas por el alumno, no le son cercanas ni por evento ni por especificidad de los datos, y en las que cabe casi cualquier situación con cualquier magnitud de los conjuntos y cualquier acción sobre ellos. En este caso, tal y como se muestra en la tabla 3, las puntuaciones pueden variar entre 2,5 y 4. Los siguientes son ejemplos de estos tipos de problemas:

A un lago han llegado 5 autocares con 50 personas en cada uno. ¿Cuántas personas han llegado? (Santillana 4º, p. 29)

En un almacén se envasaron 42 cajas de cerezas. En cada caja pusieron 3 kilos. ¿Cuántos kilos se envasaron? (Santillana 4º, p. 17)

Problemas desajustados. En los que alguno de los aspectos principales está mal simulado. Incluye aquellos problemas que, o bien proponen situaciones, generalmente muy parcas, en las que la pregunta formulada cobra muy poco sentido, por lo que es evidente que lo importante es ejercitar la operación objeto de estudio, o bien directamente propone situaciones absurdas. La puntuación máxima en este caso es de 2. Estas situaciones pueden ser absurdas por tres motivos:

Por evento: "En un hormiguero hay 4 millones de hormigas. Cada una mide 3 mm de largo. Si se colocasen todas en fila, sin dejar ningún espacio entre ellas, ¿la longitud de la fila sería mayor o menor de 10 km?" (Santillana 6º, p. 167)

Por pregunta: "Silvia tiene un juego de construcciones con 26 prismas cuadrangulares y la mitad de pirámides cuadrangulares. ¿Cuántos *poliedros tiene en total? ¿Cuántas caras son triángulos? ¿Cuántas piezas tienen alguna cara lateral curva?”* (SM 5º, cuadernillo 3, p. 26)

Por existencia de datos: “Leonor compra doce cuartos de kilo de garbanzos y Concha compra seis medios kilos. ¿Cuántos kilos compra cada una? ¿Quién compra más?” (Santillana 5º, p. 71)

En la tabla 3 se presenta un resumen de las diferentes combinaciones de puntuaciones que permitieron clasificar cada problema en un nivel de autenticidad determinado.

Tabla 3
Niveles de autenticidad asignados según puntuaciones en cada aspecto

Evento	Pregunta	Existencia información	Propósito	Especificidad datos	Total
			Ajustados		
1	1	1	1	1	5
1	1	1/0,5	0,5/0	1	4/4.5
			Estereotipados		
1	1	1/0,5	0,5/0	0,5	
1	0,5	1/0,5	0,5/0	1	3.5/4
0,5	1	1/0,5	0,5/0	1	
0,5	1	0,5	0,5/0	0,5	2.5/3
			Desajustados		
0,5	0,5	0,5	0	0,5	2
0	--	--	--	--	--
1/0,5	0	--	--	--	--
1/0,5	1/0,5	0	--	--	--

Codificación de los datos

Se realizó una primera codificación exploratoria conjunta por parte de los autores del 20% de los problemas, tomados de los cursos 3º y 4º de una de las editoriales, durante la cual se realizaron cuantas especificaciones en los criterios fueron necesarias para alcanzar un nivel aceptable de fiabilidad. Realizadas estas especificaciones se llevó a cabo una segunda codificación del 20% de los problemas, de manera independiente, por parte de los dos autores, para la cual se seleccionó una muestra representativa de los problemas, en función tanto del curso como del tema tratado y la editorial.

Una vez categorizados los problemas se calculó el índice de acuerdo inter-jueces, utilizando el coeficiente Kappa de Cohen, para cada una de las categorías de análisis, cuyos resultados fueron los siguientes: dominio de contenido, $\kappa = 0{,}98$; evento, $\kappa = 0{,}97$; pregunta, $\kappa = 0{,}99$; existencia de información, $\kappa = 0{,}98$; propósito, $\kappa = 0{,}97$; especificidad de los datos, $\kappa = 0{,}99$. Todos estos índices de correlación fueron altamente significativos ($p < 0{,}001$). El 80% restante de los problemas (incluido el 20% de los problemas analizados en la primera codificación, de carácter exploratorio) fue categorizado únicamente por el primer autor del trabajo, recurriendo al segundo codificador en cuantos problemas presentaban dificultades en algún aspecto respecto a su codificación, para su esclarecimiento mediante discusión.

Predicciones

Considerando la justificación de Mullins et al. (2012), de los resultados obtenidos por los alumnos en la evaluación TIMMS del año 2011 en función de los dominios de contenido, y por Chamoso et al. (2014) respecto a los niveles de autenticidad de los problemas de los libros por curso, se espera (a) un desajuste entre la distribución de los problemas por dominio de contenido entre la propuesta por TIMSS y los libros, de modo que haya en los libros más problemas de números y menos de formas y mediciones geométricas y representación de datos que en la propuesta de TIMSS; (b) que los problemas relacionados con los contenidos matemáticos que aparezcan en los cursos superiores, como las fracciones o determinados problemas de geometría, sean los que susciten una mayor proporción de problemas desajustados; y (c) un incremento en el porcentaje de problemas desajustados en todos los tipos de contenidos matemáticos con el curso escolar, pero no en función de la editorial, de acuerdo con los resultados de Orrantia, González y Vicente (2005) y Chamoso et al. (2014).

Resultados

En lo que sigue se destacan los resultados más relevantes del análisis a partir de las categorías establecidas.

Distribución de problemas por contenido matemático y curso

Para poder determinar qué tipos de contenidos matemáticos eran más frecuentes en cada uno de los cursos se realizó un primer análisis general, y otro por cursos, de la distribución de los problemas por contenido matemático. El análisis general mostró que, del total de problemas analizados, el 71,8% pertenecían al contenido números, el 23,62% a geometría y el 4,58% a OIP. Cabe destacar que esta distribución se alejó de la distribución que TIMSS considera más adecuada (para 4º: 50%, 35% y 15%, y para 2º de ESO.: 60%, 20% y 20%, respectivamente). Por otra parte, la distribución de los problemas dentro de cada uno de esos contenidos mostró importantes variaciones, tal y como se ilustra en la figura 1.

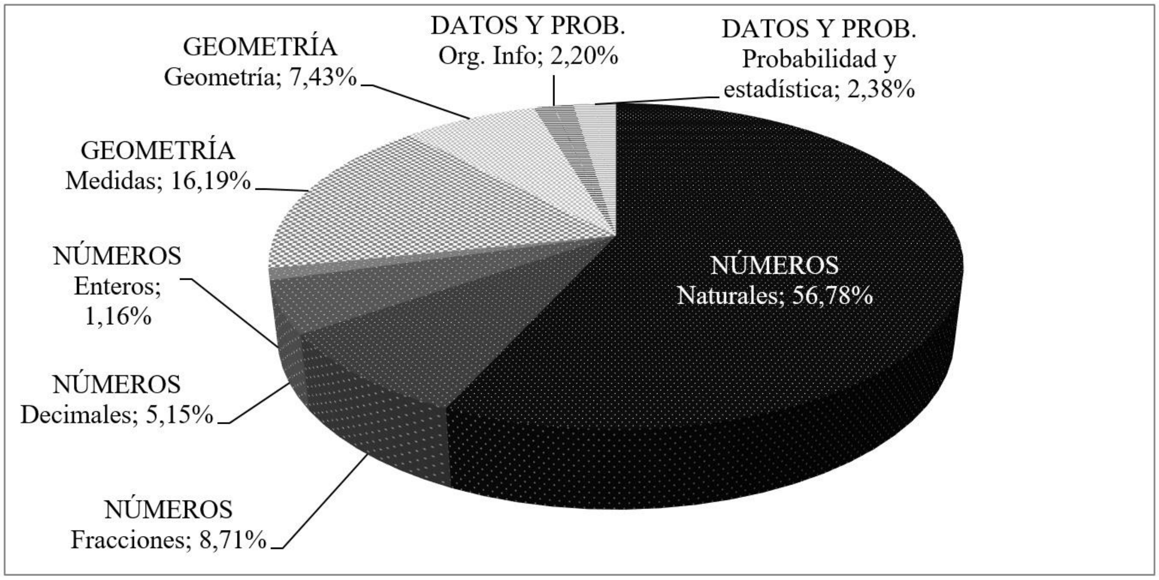

Figura 1. Distribución de los problemas por categoría y subcategoría de contenido

La distribución de los problemas en las diferentes categorías y subcategorías de contenidos en las dos editoriales analizadas fue muy semejante; de hecho, ninguna de las diferencias encontradas fue mayor del 2,5% del total de problemas analizados.

Respecto a la distribución de los problemas por categoría y subcategoría de contenido según el nivel educativo, mientras que en el primer ciclo, más del 93% de los problemas pertenecieron al contenido números, y más concretamente, a números naturales, en el segundo ciclo aparecen los problemas de medidas y, en mucha menor proporción, los de fracciones y de geometría. La presencia en el segundo ciclo de los problemas de números decimales, números enteros, probabilidad y organización de datos es virtualmente inexistente. Finalmente, en el tercer ciclo ya aparecen problemas de todos los dominios de contenido, siendo los problemas de números naturales, fracciones, medidas y geometría los más frecuentes. Estos resultados se muestran en la tabla 4.

Tabla 4
Distribución de los problemas por categoría y subcategoría de contenido en cada ciclo educativo

Subcategoría	1º	2º	3º
		Números	
Naturales	93,40%	72,30%	40,00%
Fracciones	0,00%	3,60%	13,71%
Decimales	0,00%	0,47%	9,15%
Enteros	0,00%	0,07%	2,06%
Total	93,40%	76,44%	64,92%
		Geometría	
Medidas	5,03%	18,65%	16,53%
Formas geométricas	0,00%	3,12%	11,61%
Total	5,03%	21,77%	28,14%
		OIP	
Datos	1,57%	0,71%	3,28%
Probabilidad	0,00%	1,08%	3,66%
Total	1,57%	1,79%	6,94%

Nota. OIP = organización de la información y probabilidad.

Nivel de autenticidad de los problemas

Los niveles de autenticidad de los problemas variaron en función de la categoría de contenido. La mayor parte de los problemas en las tres categorías fueron problemas estereotipados, siendo este porcentaje mayor en los problemas de OIP (66,48%), y algo inferior en geometría (56,18%) y en números (55,4%). Por otra parte, los problemas que mayor proporción de problemas ajustados suscitaron fueron los de números (un 32,2% del total) seguidos de los problemas de geometría (23,59%) y los de OIP (13,51%). Finalmente, geometría y OIP fueron las categorías en los que más problemas desajustados se propusieron (un 20% en ambos casos). La figura 2 ilustra estos resultados.

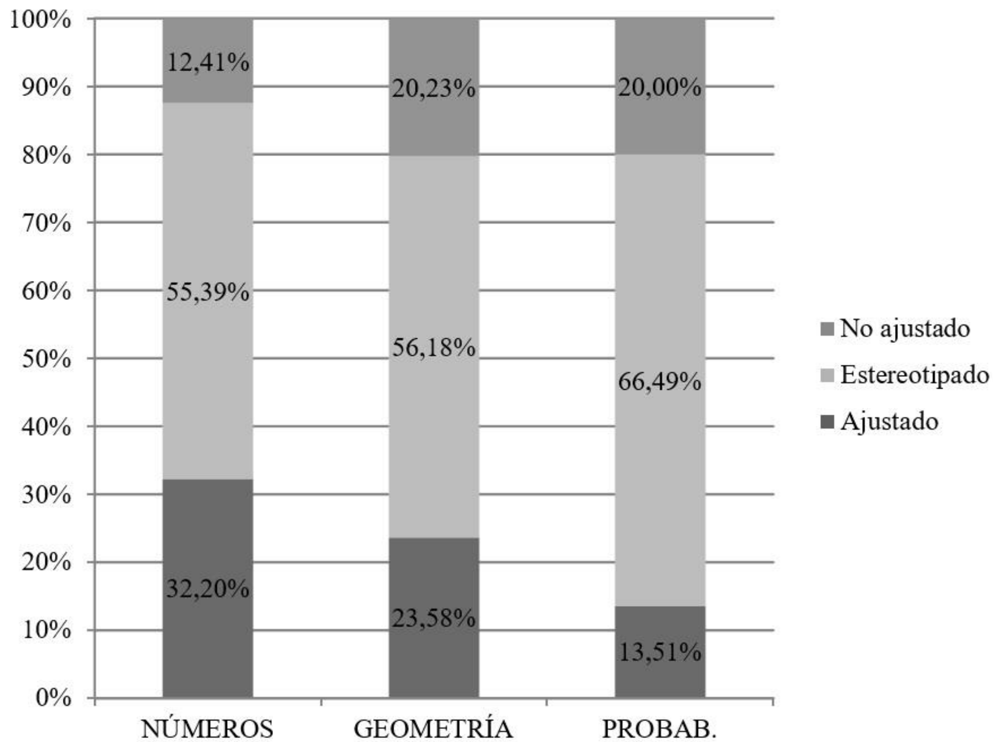

Figura 2. Porcentaje de problemas de cada nivel de autenticidad por categoría de contenido

Estos resultados variaron ligeramente en función de la editorial. Tanto en los problemas de números como en los de OIP, SM propuso más problemas ajustados (un 36% frente al 30,14% en números, y 22,22% frente a 9,93% en OIP). En cambio, también propuso más problemas desajustados en números (15,59% frente a 10,6%) y geometría (26,45% frente a 16,29%). De esta manera, SM se presenta como una propuesta didáctica más variable, con más problemas ajustados que Santillana pero, a la vez, más problemas desajustados. La figura 3 ilustra estos resultados.

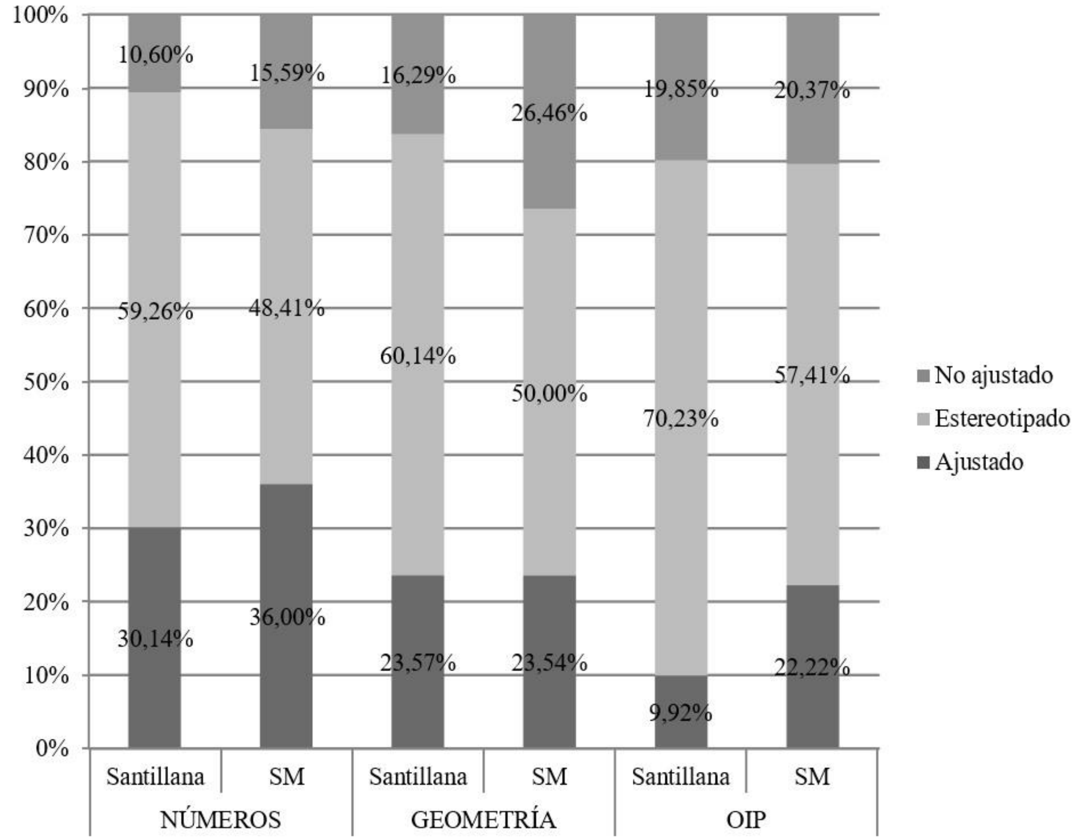

Figura 3. Porcentaje de problemas de cada nivel de autenticidad por categoría de contenido en cada editorial

Los resultados variaron también en función del nivel educativo. En la figura 4 podemos comprobar que los problemas de números y de geometría muestran una evolución similar: mientras que la mayor parte de los problemas son estereotipados en los tres ciclos, los problemas ajustados son más frecuentes en los cursos inferiores y descienden a medida que subimos de nivel educativo, justo al contrario que los problemas desajustados, que aumentan a medida que subimos de nivel educativo.

Los resultados de los problemas de OIP son más asistemáticos, ya que sólo se ve una tendencia clara en los problemas estereotipados, que aumentan con el nivel educativo. No obstante, dada la escasa presencia de este tipo de problemas en los dos primeros ciclos (por debajo del 1,8%), es difícil extraer una conclusión de los datos obtenidos por nivel educativo en los problemas de ese dominio de contenido.

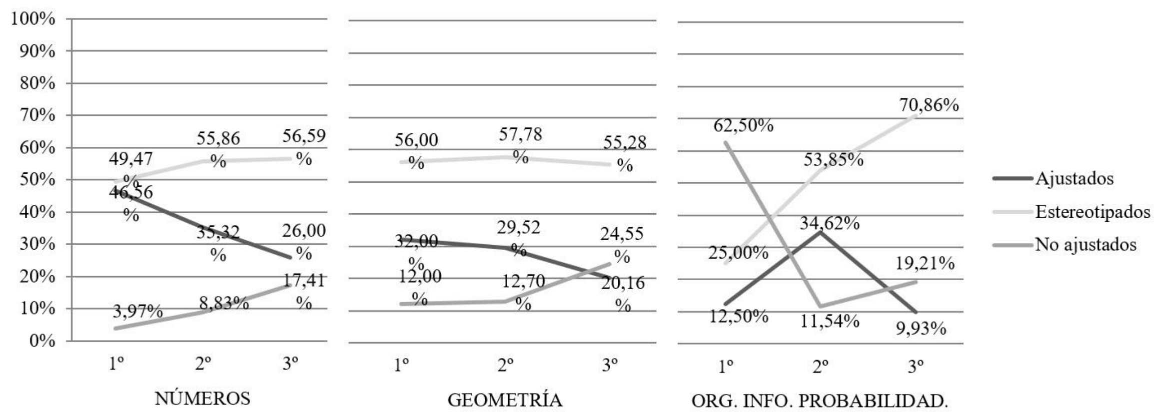

Figura 4. Porcentaje de problemas de cada nivel de autenticidad por categoría de contenido en ciclo educativo

Un análisis de los resultados por subcategorías de contenido arroja tres resultados relevantes (ver figura 5). En primer lugar, existe una gran variabilidad entre las subcategorías de los problemas de números: los problemas de números naturales, decimales y enteros fueron los que mayor proporción de problemas ajustados ofrecieron (33%, 45,19%, y 40,43%, respectivamente), siendo los de números naturales y decimales los que menor porcentaje de problemas desajustados mostraron (7,72% y 3,84% respectivamente). En cambio, los problemas de fracciones fueron los que peores niveles de autenticidad presentaron con un 46,87% de problemas desajustados.

Los problemas de enteros también presentaron una proporción importante de problemas desajustados (un 21,28%). En segundo lugar, en los problemas de geometría los relacionados con las medidas presentan unos mayores niveles de autenticidad que los de formas geométricas, si bien en ambos casos la proporción de problemas desajustados ronda el 20%.

Por su parte, los niveles de autenticidad de los problemas de las dos subcategorías de OIP fueron similares entre ellos: en ambos casos fueron los que presentaron menores proporciones de problemas ajustados (por debajo del 17% tanto en organización de la información como en probabilidad), si bien, como en el caso de los problemas de geometría, los problemas desajustados rondaron el 20% (21,35% en organización de la información y 18,75 en probabilidad).

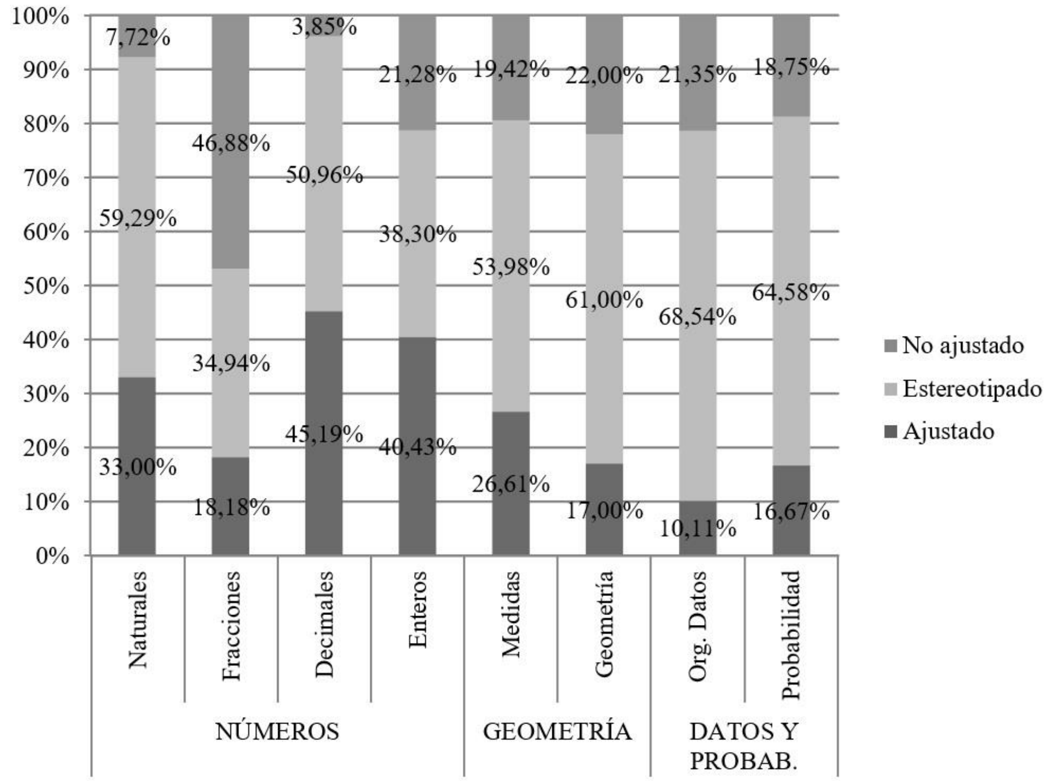

Figura 5. Análisis del nivel de autenticidad por subdominios de contenido

Finalmente, un análisis de la autenticidad de los problemas pertenecientes a las diferentes subcategorías de conocimiento, en función de su presencia por ciclo educativo confirma que los problemas con una mayor proporción de problemas no ajustados (fracciones, números enteros, geometría y organización de datos), no aparecen en el primer ciclo, apenas aparecen en el segundo, y tienen su mayor presencia en el tercer ciclo. En cambio, los problemas más presentes en los dos primeros ciclos, los de números naturales, mostraron una proporción menor de problemas desajustados que los del resto de dominios de conocimiento (excepto los problemas de decimales) y mayor de problemas ajustados (junto a decimales y enteros).

Discusión

El nivel de competencia matemática de los alumnos españoles es significativamente inferior a la media de los alumnos evaluados en el último TIMSS, especialmente en la tarea de resolución de problemas y en los dominios de contenido de medidas y formas geométricas y en representación de la información (Mullins et al., 2012). Dado que los libros de texto son, probablemente, la principal herramienta a través de la cual los alumnos españoles aprenden a resolver problemas (Mullis et al., 2008, Vicente et al., 2013), cabe la posibilidad de que los libros españoles estén proporcionando oportunidades limitadas a los alumnos para resolver problemas de diferentes niveles de complejidad matemática y de diferentes dominios de contenido (Chamoso et al., 2014; Orrantia, González y Vicente, 2005).

Además, estos problemas suelen estar insertos en situaciones distantes de la vida real los alumnos, de modo que la proporción de problemas ajustados, que plantean situaciones cotidianas de los alumnos, es muy escasa; de hecho esta distancia es mayor en los cursos superiores (Chamoso et al., 2014).

Los autores atribuyen este incremento en la distancia entre los problemas escolares y la vida real a que en los cursos superiores los contenidos matemáticos trabajados son más difíciles de contextualizar en situaciones próximas a los alumnos. En este sentido, de acuerdo con el concepto de “cognición situada” de Lave (1988), los alumnos necesitan comprender las situaciones cotidianas en las que están inmersos esos conceptos matemáticos antes de poder “refinarlos” y acceder a ese conocimiento abstracto “puro”, de manera que cuanto menos se aproximen las situaciones propuestas por los problemas a las situaciones cotidianas de los alumnos más difícil será que éstos aprendan a resolver esos problemas.

Para comprobar estas hipótesis, y delimitar (a) el grado de ajuste entre la distribución de los problemas por dominio de contenido con la propuesta de distribución de tareas de TIMSS y (b) qué contenidos de los que se enseñan en los cursos superiores son los que menor grado de autenticidad muestran, en este artículo se han analizado los problemas aritméticos verbales que proponen las editoriales Santillana y SM, en los seis cursos de educación primaria. Para ello se categorizaron en función de dos criterios: por un lado el dominio de conocimiento al que pertenecen, para lo cual se tomaron las categorías propuestas por TIMSS (Mullis et al., 2012), esto es, números, geometría y OIP, y sus subcategorías correspondientes. Por otro lado, se consideraron tres categorías respecto al nivel de autenticidad de los problemas, en función de si se ajustaban a las situaciones cotidianas de los alumnos (problemas ajustados), si proponían situaciones relativamente alejadas a los alumnos, bien por evento, existencia de información, pregunta formulada especificidad de los datos del problema (problemas estereotipados) o si proponían situaciones muy alejadas de la vida de los alumnos (problemas desajustados).

Los resultados de nuestro estudio han mostrado, en primer lugar, que la distribución de los problemas por dominio de contenido no se corresponde con la propuesta de TIMSS, ya que se encontraron muchos más problemas de números y menos de geometría y de OIP en relación a la distribución propuesta por TIMSS.

Esto implica que, al menos desde la resolución de problemas, los alumnos tienen menos oportunidades de aprender los contenidos de esos dominios. Si bien es cierto que estos resultados son parciales, ya que sería necesario comprobar si este desequilibrio se mantiene en el resto de actividades incluidas en los libros, parece que las oportunidades de trabajar esos contenidos en tareas relativamente complejas y significativas, como la resolución de problemas, es limitada.

En segundo lugar, la mayor parte de los problemas desajustados en los cursos superiores son problemas de fracciones y, en menor medida, de geometría y OIP, contenidos que se estudian especialmente en el tercer ciclo de educación primaria. Sin embargo, estos tres tipos de problemas difieren en los motivos por los que una parte importante de cada uno de ellos fueron problemas desajustados; en el caso de las fracciones se debió a que los problemas, en lugar de plantear la situación tal y como podría encontrársela el alumno, incluyeron determinados elementos matemáticos abstractos en el enunciado o la pregunta del problema; en cambio, en los problemas de geometría y OIP estuvieron más relacionados con el planteamiento de eventos extraños para los alumnos. A continuación exponemos algunos ejemplos.

Primero, consideremos el siguiente problema de fracciones:

> *Leonor compra doce cuartos de kilo de garbanzos y Concha compra seis medios kilos. ¿Cuántos kilos compra cada una?* (Santillana 6º, p. 71)

Ante este problema, cabe preguntarse: si en el mundo real no tiene sentido pedirle al tendero pedir doce cuartos de kilo de garbanzos, ¿por qué habría de tenerlo cuando los alumnos resuelven problemas? Para mejorar la presentación de problemas como este, de acuerdo con el concepto de "cognición situada" (Lave, 1988), sería conveniente presentar en el enunciado o en la pregunta del problema el equivalente del mundo real (un paquete de 250 gramos) al concepto matemático puro (la fracción). De esta manera el problema se enriquece de tres modos: (a) se ajusta al mundo real, (b) su grado de complejidad procedimental (el número de pasos que requiere la resolución del problema) aumenta, enriqueciendo el proceso de resolución, y (c) hace converger de manera natural procesos de razonamiento y cálculo que en la vida real se dan de manera conjunta; en este sentido, y siguiendo el ejemplo de las fracciones, se podría reducir la cantidad de ejercicios descontextualizados de transformación de unidades que se incluyen en los libros, ya que en problemas como este se le daría al alumno la oportunidad de aplicar la transformación, en este caso, de gramos a cuartos de kilo. Todo esto hace que el proceso de resolución de problemas en clase sea más complejo simple, contextualizado y, por lo tanto, más situado en la vida real de los alumnos.

Segundo, respecto a los problemas desajustados de geometría y OIP, en muchas ocasiones se proponen situaciones problemáticas ante las que el alumno probablemente no vaya a encontrarse en su vida real. Un ejemplo es el siguiente:

> *Un barco dispone de brújula para saber su posición. Si, al partir, el viento lo hizo girar 135º a la izquierda, y después una ola lo impulsó 90º a la derecha, ¿dónde está situado ahora el barco?* (SM 6º, cuadernillo 3, p. 2)

En este caso la situación propuesta no sólo no ayuda al alumno a razonar como lo haría fuera de la escuela, sino que le invita a inhibir cualquier razonamiento situacional que le llevaría, por ejemplo, a preguntarse si el barco está a la deriva, ya que parece a merced de los elementos, y que en ese caso es difícil saber dónde se encontraría.

Un segundo ejemplo de problema desajustado de medidas y geometría sería el siguiente:

> *Sonia compra 2 dam de tela roja, 8 m de tela verde y 7 dm de color negro. ¿Cuántos decímetros de tela compra en total?* (SM 4º, p. 154).

En este problema habría sido conveniente utilizar las unidades que se utilizarían en esa situación en el mundo real, ya que de las tres unidades presentadas (dam, m y dm) sólo los metros son los que se usan de manera habitual.

En conclusión, en vista de los resultados de nuestro estudio podemos sostener que es lógico que los alumnos españoles sean más competentes en números que en mediciones y formas geométricas y en OIP, por dos motivos: (a) los problemas del dominio "números" son los más frecuentes y (b) una parte importante de los problemas que proponen los libros de texto en los cursos superiores de Primaria, especialmente los relacionados con fracciones, y en menor medida, los relacionados con la geometría, y la probabilidad y la organización de la información, necesitarían una mayor conexión con las situaciones cotidianas de los alumnos, para poder considerarse herramientas efectivas para que éstos aprendan a resolverlos de manera genuina, y no superficial (Verschaffel, Greer y De Corte, 2000).

Por último, no debemos olvidar que son los maestros quienes generan prácticas educativas con esos libros de texto, de modo que es necesario diferenciar los libros de las prácticas que se generen a partir de ellos. Esto nos lleva a plantear algunas limitaciones del estudio y varias implicaciones didácticas.

Limitaciones y estudios futuros

El presente estudio cuenta con una serie de limitaciones que deben tenerse en cuenta. La más importante es que, tal y como acabamos de señalar, una cosa son los libros y otra las prácticas educativas que los maestros desarrollan a partir de ellos.

A pesar de que hay trabajos que sostienen que el libro de texto influye notablemente en el modo en el que los profesores diseñan e implementan sus clases (Fan y Kaeley, 2009), las inferencias que podemos realizar acerca de la influencia del libro en la práctica educativa y en lo que aprenden los alumnos son tentativas.

También, las categorías utilizadas para clasificar los problemas según contenido matemático no permiten hacer un análisis excesivamente minucioso de las diferentes subcategorías de conocimiento. Por ejemplo, sería necesario saber si existen diferencias entre los diferentes tipos de problemas geométricos que pueden plantearse (ángulos, superficies, cuerpos geométricos), o entre los diferentes tipos de problemas de OIP (problemas de probabilidad, de estadística…). En este sentido, se necesitarían estudios adicionales.

Aunado a lo anterior, para obtener una descripción más minuciosa de los libros de texto, sería necesario realizar una descripción del resto de las tareas que contienen.

Finalmente, sería necesario ampliar la muestra de editoriales analizadas para poder generalizar los resultados obtenidos; y dado que se encontraron pocas diferencias encontradas entre las dos editoriales analizadas, sería muy interesante analizar propuestas editoriales más minoritarias, como el proyecto Entusiasmat, de la Editorial Teckman.

Implicaciones didácticas

La primera de estas implicaciones, que subyace a todas las demás, es que los libros deben considerarse recursos didácticos con una utilidad determinada y una serie de limitaciones que es necesario conocer y solventar, y no como un protocolo cerrado cuya implementación garantiza el desarrollo de la competencia matemática de los alumnos.

La segunda implicación es que los maestros necesitan oportunidades para mejorar sus conocimientos acerca de los componentes de la competencia matemática, el proceso de resolución de problemas y las ayudas para compensar el diseño de muchos de los problemas de los libros. Esto les permitiría (a) seleccionar tanto los mejores libros como las tareas más útiles de esos libros para cada objetivo concreto; y (b) mejorar las tareas que, una vez modificadas, pueden resultar útiles (p. ej.: transformar una situación está desajustada por el evento, los datos… en un problema más auténtico). Esta segunda implicación conlleva la necesidad de mejorar la formación inicial y continua de los maestros.

Finalmente, sería de gran utilidad que los maestros dispusieran de recursos complementarios a los libros de texto para enriquecer la variedad de tareas y problemas que proponen a sus alumnos. En este sentido, diferentes programas basados en los principios didácticos de la enseñanza de las matemáticas en Singapur podrían ser un buen complemento al libro de texto.

Referencias

Briars, D. J. y Larkin, J. H. (1984). An integrated model of skill in solving elementary word problems. *Cognition and Instruction, 1*, 245-296.

Chamoso, J. M., Vicente, S., Manchado, E. y Múñez, D. (2014). Los problemas de matemáticas escolares de primaria, ¿son solo problemas para el aula? *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 12*, 261-279.

Depaepe, F., De Corte, E., y Verschaffel, L. (2009). Analysis of the realistic nature of word problems in upper elementary mathematics education in Flanders. En L. Verschaffel, B. Greer, W. Van Dooren y S. Mukhopadhyay (Eds.), *Words and worlds: Modeling verbal descriptions of situations* (pp. 245-263). Rotterdam, Países Bajos: Sense Publishers.

De Corte, E. y Verschaffel, L. (1985). Working with simple word problems in early mathematics instruction. En L. Streefland (Ed.), *Proceedings of the 9th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.* (Vol. 2, pp. 313-320). Utrecht, Países Bajos: Research Group on Mathematics Education and Educational Computer Center.

Dewolf, T., Van Dooren, W. y Verschaffel, L. (2011). Upper elementary school children's understanding and solution of a quantitative problem inside and outside the mathematics class. *Learning and Instruction, 21,* 770-780. doi: 10.1016/j.learninstruc.2011.05.003.

Fan, L. y Kaeley, G.S. (2000). The influence of textbooks on teaching strategies: An empirical study. *Mid-Western Educational Researcher*, *13*(4), 2-9.

Gerofsky, S. (1996). A linguistic and narrative view of word problems in mathematics education. *For the Learning of Mathematics, 16*(2), 36-45.

Haggarty, L. y Pepin, B. (2002). An investigation of mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: Who gets an opportunity to learn what? *British Educational Research Journal*, *28,* 567-590.

Hiebert, J., Gallimore, R., Givvin, K.B., Hollingsworth, H., Jacobs, J., Chui, A. M. et al. (2003). *Teaching mathematics in seven countries. Results from the TIMSS 1999 Video Study*. Washington, D.C.: National Center for Education Statistics (NCES).

Institut de Recherche sur L'enseignement des Mathématiques (IREM) de Grenoble (1980). Quel est l'âge du capitaine? [¿Cuál es la edad del capitán?]. *Bulletin de l'Association des professeurs de Mathématique de l'Enseignement Public*, *323,* 235-243.

Lave, J. (1988). *Cognition in Practice: Mind, mathematics, and culture in everyday life*. Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press.

Lave, J. (1992). Word problems: A microcosm of theories of learning. En P. Light & G. Butterworth (Eds.), *Context and cognition: Ways of learning and knowing* (pp. 74–92). New York, NY: Harvester Wheatsheaf.

Lave, J. y Packer, M. (2008). Towards a socio ontology of learning. En K. Nielsen (Ed.), *A qualitative stance: Essays in honor of Steinar Kvale* (pp. 17–46). Aarhus, Dinamarca: Aarhus University Press.

Mayer, R. E., Sims, V. y Tajika, H. (1995). A comparison of how textbooks teach mathematical problem solving in Japan and the United States. *American Educational Research Journal, 32*, 443-460.

Ministerios de Educación, Cultura y Deporte [MECD] (2014). *PISA 2012 Resolución de problemas de la vida real. Resultados de matemáticas y lectura por ordenador*. Madrid, España: Ministerio de Educación, Ciencia y Deporte.

Mullis, I. V., Martin, M. O., Gonzalez, E. J. y Chrostowski, S. J. (2004). *TIMSS 2007. International mathematics report: Findings from IEA's trends in international mathematics and science study at the fourth and eighth grade*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College. Recuperado de http://pirls.bc.edu/timss2007/mathreport.html

Mullins, I., Martin, M. O., Ruddock, G. J., O'Sullivan, C. Y. y Preuschoff, C. (2012). *TIMSS 2011. Marcos de la evaluación.* Madrid, España: Instituto Nacional de Evaluación Educativa.

Orrantia, J., González, L. B. y Vicente, S. (2005). Un análisis de los problemas aritméticos en los libros de texto de educación primaria. *Infancia y Aprendizaje, 28*, 429-451. doi: 10.1174/021037005774518929.

Orrantia, J., Tarín, J. y Vicente, S. (2011). The use of situational information in word problem solving. *Infancia y Aprendizaje, 34*, 81-94.

Palm, T. y Burman, L. (2004). Reality in mathematics assessment: An analysis of task-reality concordance in finnish and swedish national assessments. *Nordic Studies in Mathematics Education, 9*(3), 1-33.

Palm, T. (2008). Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational Studies in Mathematics, 67*, 37-58. doi: 10.1007/s10649-007-9083-3.

Palm, T. y Nyström, P. (2009). Gender aspects of sense making in word problem solving. *Journal of Mathematical Modelling and Applications, 1*(1), 59-76.

Reusser, K. y Stebler, R. (1997). Every word problem has a solution: The suspension of reality and sense-making in the culture of school mathematics. *Learning and Instruction, 7*, 309-328.

Schoenfeld, A. H. (1991). On mathematics as sense-making: An informal attack on the unfortunate divorce of formal and informal mathematics. En J. F. Voss, D. N. Perkins y J. W. Segal (Eds.), *Informal reasoning and education* (pp. 311-343). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Stern, E. y Lehrndorfer, A. (1992). The role of situational context in solving word-problems. *Cognitive Development, 7*, 259-268.

Stigler, J. y Hiebert, J. (1997). Understanding and improving classroom mathematics instruction: An overview of the TIMSS video study. *Phi Delta Kappan, 79*, 14-21.

Stigler, J. W. y Hiebert, J. (1999). *The teaching gap*. New York, NY: Free Press.

Stigler, J. W., Fuson, K. C., Ham, M. y Kim, M. S. (1986). An analysis of addition and subtraction word problems in American and Soviet elementary mathematics textbooks. *Cognition and Instruction, 3*, 153-171.

Tarr, J. E., Chávez, Ó, Reys, R. E. y Reys, B. J. (2006). From the written to the enacted curricula: The intermediary role of middle school mathematics teachers in shaping students' opportunity to learn. *School Science and Mathematics, 106*(4), 191-201. doi: 10.1111/j.1949-8594.2006.tb18075.x.

Verschaffel, L., De Corte, E. y Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modelling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction, 4*, 273-294.

Verschaffel, L., Greer, B. y De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, Países Bajos: Swets & Zeitlinger Publishers.

Vicente, S. y Manchado, E. (2016). Resolución de problemas aritméticos verbales. ¿Se resuelven mejor si se presentan como problemas auténticos? *Infancia y Aprendizaje, 39*(2), 349-379. doi: 10.1080/02103702.2016.1138717.

Vicente, S., Rosales, J., Chamoso, J. M. y Múñez, D. (2013). Análisis de la práctica educativa en clasesde matemáticas españolas de Educación Primaria: una posible explicación para el nivel de competencia de los alumnos. *Cultura y Educación, 25*, 535-548. doi: 10.1174/113564013808906799.

Xin, Y. P. (2007). Word problem solving tasks in textbooks and their relation to student performance. *The Journal of Educational Research, 6*, 347-359. doi: 10.3200/JOER.100.6.347-360.

Santiago Vicente
Universidad de Salamanca, España
sanvicente@usal.es

Eva Manchado
Universidad de Salamanca, España
a87578@usal.es

Recibido: Marzo de 2017. Aceptado: Mayo de 2017.
Handle: