

**UNIVERSIDAD DE GRANADA**

**Facultad de Ciencias de la Educación**



# El uso de Geogebra dentro del aula de matemáticas en Educación Primaria

**Sergio Carvajal Roldán**

**Trabajo Final de Grado  
Grado en Educación Primaria**

**2014**



# *EL USO DE GEOGEBRA DENTRO DEL AULA DE MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN PRIMARIA*

---

Sergio Carvajal Roldán

Facultad Ciencias de la Educación – Universidad de Granada



## **Resumen:**

Las tecnologías de la información y la comunicación forman parte de la vida cotidiana de cualquier persona, por lo que es necesario que desde la escuela también tengan cabida en la educación de nuestros alumnos. En este estudio se muestra y analiza una experiencia con Geogebra llevada a cabo en aulas del tercer ciclo de educación primaria. Se pretende que este programa y su potencial didáctico sean conocidos por maestro y alumnos con el objetivo de ayudar en el proceso de enseñanza aprendizaje y dando lugar al uso de materiales y recursos didáctico-tecnológicos dentro del aula. De esta forma se pueden crear nuevos entornos de aprendizajes que permitan a los alumnos no solo el desarrollo de su competencia matemática, sino también digital. El análisis de resultados permitirá detectar errores o dificultades matemáticas que están presentes en los alumnos y que pueden ser usados para corregirlos con experiencias posteriores.

**Palabras clave:** Geogebra, Uso de las TIC en educación Primaria, Geometría, Matemáticas en Educación Primaria, Materiales y recursos didáctico – tecnológicos.

## ÍNDICE:

<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>pág. 1</b>
<b>2. JUSTIFICACIÓN</b>	<b>pág. 2</b>
2.1. EL CURRÍCULO	pág. 2
2.2. COMPETENCIAS	pág. 4
2.3. MATERIALES Y RECURSOS	pág. 6
2.4. ¿QUÉ ES GEOGEBRA?	pág. 7
<b>3. PRESENTACIÓN DEL CASO</b>	<b>pág. 8</b>
3.1. OBJETIVOS Y FINALIDAD	pág. 10
3.2. METODOLOGÍA DE LA INTERVENCIÓN	pág. 10
3.3. DESARROLLO DE LAS SESIONES	pág. 12
<b>4. RESULTADOS</b>	<b>pág. 14</b>
<b>5. CONCLUSIONES</b>	<b>pág. 19</b>
<b>6. BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>pág. 21</b>
<b>ANEXOS:</b>	
<b>ANEXO I: CLASIFICACIÓN DE LOS RECURSOS</b>	<b>pág. 24</b>
<b>ANEXO II: CUADERNILLO DE ACTIVIDADES Y     RECOGIDA DE DATOS.</b>	<b>pág. 25</b>
<b>ANEXO III: IMÁGENES DEL DESARROLLO DE LAS     SESIONES</b>	<b>pág. 29</b>
<b>ANEXO IV: TABLAS DE ANÁLISIS DE CUADERNILLOS</b>	<b>pág. 32</b>
<b>ANEXO V: ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA SESIÓN 2.</b>	<b>pág. 37</b>
<b>ANEXO VI: OTRAS FUENTES CONSULTADAS</b>	<b>pág. 39</b>

## **1. INTRODUCCIÓN**

En los últimos años se está viviendo un gran desarrollo en educación de las *tecnologías de la información y la comunicación*, lo que condicionará el futuro de nuestros alumnos. Los rápidos cambios que se producen en la sociedad para adaptarse a los avances tecnológicos, deben reflejarse en una actualización y adaptación en el sistema educativo. Este no puede quedar al margen del desarrollo de una sociedad de la información como la actual que sin duda seguirá renovándose e irá a más.

La escuela no puede obviar que las TIC han dado lugar a un nuevo proceso de culturización y socialización que sin lugar a duda influye sobre los alumnos, así como la educación que reciben, ya que van adquiriendo funcionalidades.

El área de matemáticas no es una excepción en el evidente desfase entre las aulas, la sociedad de la información y las nuevas tecnologías. La enseñanza de las matemáticas normalmente no tienen en cuenta las TIC y la variedad de recursos, materiales y posibilidades que estas le generan. Al igual que en otras áreas la tecnología proporciona al profesorado una riqueza y variedad de recursos que ningún otro medio puede aportar, ya que abren un abanico donde además de generar información, permiten que el alumno interactúe con materiales y estimulen un aprendizaje más cooperativo, flexible, dinámico y motivador para los niños.

Según lo expuesto, este estudio busca el ofrecer a los docentes dedicados a la educación primaria otras alternativas más acordes con el mundo en el que viven sus alumnos. Concretamente proponemos el uso de Geogebra como herramienta para trabajar la geometría de una forma más dinámica y cercana.

En líneas generales pretendemos llevar a cabo un estudio de caso donde investigaremos como los niños trabajan las matemáticas a partir de experiencias que llevaremos al aula utilizando Geogebra como material didáctico-tecnológico que nos permita ver y enseñar las matemáticas con otros entornos alternativos y las posibilidades que nos ofrecen las Tics.

Como meta de este estudio buscamos la introducción del programa Geogebra como material didáctico-tecnológico para trabajar y aprender la geometría. Además de fomentar la representación y justificación de construcciones realizadas por los alumnos con el programa, de forma que nos sirvan de información acerca de posibles errores o dificultades matemáticas.

Para ello en un primer momento justificaremos el uso de las Tics, y concretamente el software Geogebra, dentro del área de matemáticas a través de los diferentes documentos curriculares, las competencias y la diferenciación entre recurso y material y la importancia de su utilización en clase, así como del programa Geogebra en sí y las posibilidades que ofrece.

Por último, describimos una práctica con Geogebra llevada a cabo en un colegio de Granada, así como su análisis y observaciones con los datos y resultados obtenidos por estos niños de 5º y 6º de primaria con edades comprendidas entre 10 y 12 años.

## **2. JUSTIFICACIÓN**

En este apartado se proporcionan los fundamentos teóricos en los que se sustenta el trabajo. Para empezar, se aporta una base curricular, se continúa con unas reflexiones acerca de las competencias y se finaliza aportando ideas importantes sobre los materiales didácticos y, en particular, sobre Geogebra.

### **2.1. El Currículo**

Para el establecimiento de los contenidos a desarrollar en esta experiencia se ha consultado los contenidos asociados al tema *Ángulos y figuras planas* (concretamente el cuadrado) que aparecen en la **ORDEN ECI/2211/2007, de 12 de julio, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación primaria** (MEC 2007). El currículo de matemáticas se puede definir como “el plan de formación en matemáticas para los niños, jóvenes y adultos que tiene lugar en el sistema educativo del país” (Rico y Lupiáñez, 2008) y tiene que dar respuesta a una serie de preguntas como: ¿Qué es el conocimiento matemático? ¿Cómo se caracteriza el aprendizaje de las matemáticas? ¿Cuáles métodos resultan adecuados? ¿Qué opción metodológica y sistemática favorece las expectativas de aprendizaje sobre unos determinados conocimientos? ¿Qué valorar? ¿Cómo valorar el aprendizaje?

Entre sus objetivos principales de la Educación Primaria encontramos:

g) Desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana.

i) Iniciarse en la utilización, para el aprendizaje, de las tecnologías de la información y la comunicación desarrollando un espíritu crítico ante los mensajes que reciben y elaboran.

En los objetivos generales de área nos interesan:

6. Utilizar de forma adecuada los medios tecnológicos tanto en el cálculo como en la búsqueda, tratamiento y representación de informaciones diversas.

7. Identificar formas geométricas del entorno natural y cultural, utilizando el conocimiento de sus elementos y propiedades para describir la realidad y desarrollar nuevas posibilidades de acción.

Se puede observar como en este currículo nos encontraremos en el tercer ciclo en el **Bloque 3. Geometría** aquellos contenidos que pondremos en juego en la experiencia, como son:

- Ángulos en distintas posiciones.
- Utilización de instrumentos de dibujo y programas informáticos para la construcción y exploración de formas geométricas.
- Formas planas: el cuadrado.
- Interés por la precisión en la descripción y representación de formas geométricas.

Por último los criterios de evaluación que hacen referencia a lo trabajado en este trabajo son:

5. Utilizar las nociones geométricas de paralelismo, perpendicularidad, simetría, perímetro y superficie para describir y comprender situaciones de la vida cotidiana.

También hay que tener en cuenta las referencias de la *Orden de 10 de agosto de 2007, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía* (JA, 2007). En esta orden en el **núcleo temático: las formas figuras y sus propiedades** los contenidos a tratar se hace referencia a que se encuentran recogidos en el *REAL DECRETO 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación primaria*, coincidiendo estos contenidos con la ORDEN ECI/2211/2007.

La componente tecnológica está expresamente recogida en las recomendaciones del National Council of Teacher of Mathematics (NCTM, 2003). En ellas aparece el **principio tecnológico** que dice que “*La tecnología es esencial en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; influyen en las matemáticas que se enseñan y potencia*

*el aprendizaje*” (NCTM, 2003). En dicho documento se deja patente la recomendación de potenciar de las tecnologías a la hora de ampliar, ayudar y enriquecer el aprendizaje y anima a utilizar de manera eficaz, entre otras herramientas, programas de geometría dinámica.

## **2.2. Competencias**

Es a partir de la LOE y la incorporación de las Competencias Básicas donde se empieza a dar gran importancia a que los aprendizajes de nuestros alumnos se encuentren contextualizados, para conseguir esta orientación metodológica contamos con Internet en la mayoría de centros escolares y de hogares lo que nos abre la puerta a una gran variedad de posibilidades y experiencias tanto individuales como colectivas.

La integración de las tecnologías de la información y la comunicación en el currículo la podemos observar con la introducción de competencias relacionadas con las TIC en la enseñanza que se incluyen ya en el currículo como una serie de aprendizajes, así como de destrezas que se utilizan en otras materias para la construcción de problemas y construcción de conocimientos, sin dejar de ser un recurso didáctico que junto a otros puede ser llevado al aula por el profesor (Murano, 2005).

Para la justificación de esta experiencia no se puede obviar el hecho que desde el *REAL DECRETO 1513/2006*, establece entre las competencias básicas ***el tratamiento de la información y la competencia digital*** la cual consiste en “*disponer de habilidades para buscar, obtener, procesar y comunicar información, y para transformarla en conocimiento*”. Se hace hincapié en la inclusión de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación y su utilización, pues se convierte en un elemento básico para “*informarse, aprender y comunicarse*”. Esta competencia pretende la adquisición, por parte del alumno, de habilidades que le permita ser competente a la hora de utilizar las TICs como instrumento de trabajo intelectual en una función doble que permitan transmitir (ser transmisoras), pero a la vez generar también un conocimiento e información (ser generadoras).

Se favorece a la competencia digital si se tiene en cuenta cinco ejes que ayudan en la enseñanza y aprendizaje de las TIC y que se basan en un tratamiento estratégico de la información, compartir e intercambiar información y conocimiento, construcción de conocimiento y resolución de problemas, la dimensión social que provoca las TIC y por último, actitudes y valores en el uso de las TIC. Hay que tener en cuenta que el hecho del empleo de las TIC como repositorios de contenidos de aprendizaje, herramientas

que favorecen la búsqueda y permite una mayor selección de contenidos, como instrumentos cognitivos y como herramientas que dan lugar al trabajo colaborativo y una mayor comunicación, hacen poner de manifiesto su transversalidad de aprendizaje como recurso en las diferentes áreas curriculares.

Desde el punto de vista matemático no se puede obviar el desarrollo de la competencia matemática. El *REAL DECRETO 1513/2006, de 7 de diciembre* hace referencia a la necesidad de los alumnos de adquirir la

“habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral” (BOE núm. 293, 2006, p. 43059).

Si se tiene en cuenta que da gran énfasis a las matemáticas de la vida real y cotidiana y la utilización de estas en diferentes contextos. Se busca que el alumno desarrolle la capacidad para utilizar razonamientos matemáticos, así como expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático, llevar a cabo sus representaciones e integrar todo el conocimiento matemático con otros tipos de conocimientos, permitiendo una transversalidad entre ambos.

Desde las competencias PISA (OCDE, 2012) la experiencia se centrará en dos especialmente razonar y argumentar (RA) y representar (R). Razonar y argumentar se basa en la introducción de procesos por los que el niño desarrollará pensamientos lógicos que le permitirán incrementar la capacidad de hacer inferencias, comprobaciones de hipótesis y justificaciones de las afirmaciones que realice, teniendo en cuenta la exploración que el niño hace ante un problema y la relación existente entre los diferentes elementos del problema. La competencia matemática de representar se basa en la gran cantidad de representaciones de diferentes tipos implicadas en la alfabetización matemática con las que el alumno se encuentra continuamente. Se pone en práctica para presentar un trabajo o problema, teniendo que realizar la descripción de una situación o interactuar con un problema cuando se pone en juego dicha competencia. También busca poner en práctica habilidades con las que el estudiante sea capaz de seleccionar y utilizar aquellas formas de representación que sean más convenientes y adecuadas, y la adquisición de información de las diferentes

representaciones con las que nos podamos encontrar, así como buscar esa relación entre diferentes tipos de representaciones son importantes.

La tecnología y las matemáticas se encuentran más que justificadas ya que si la tecnología es usada de una forma apropiada, la profundidad con la que los alumnos pueden aprender las matemáticas es mucho mayor (Dunham y Dick 1994; Sheets 1993; Rojano 1996; Groves 1994). Es decir la tecnología debe servirnos para potenciar esa competencia matemática siempre dándole un uso adecuado y responsable que sirva en todo momento para ampliar y enriquecer el aprendizaje de los alumnos (citado en NCTM, 2003).

### **2.3. Materiales y recursos**

Otro aspecto que tendremos que considerar en esta experiencia es el uso de materiales y recursos TIC. La importancia de los materiales y recursos dentro del proceso de enseñanza radica en la posibilidad que ofrece al profesor de plantear a sus alumnos problemas más cercanos a la realidad. En ello los conceptos que se pretenden enseñar forman parte del proceso.

En primer lugar debemos considerar que los materiales y recursos didácticas son medios diseñados para el facilitar y mejorar el aprendizaje. Según Carretero, Coriat y Nieto (1995) denominan recurso a lo que *“cualquier material no diseñado específicamente para el aprendizaje de un concepto o procedimiento determinado, que el Profesor decide incorporar en sus enseñanzas”*, mientras que los materiales *“se distinguen de los recursos porque, inicialmente, se diseñan con fines educativos”*.

Cascallana (1988) hace una distinción de materiales denominándolos estructurados y no estructurados, siendo los materiales no estructurados los equivalentes a los recursos, mientras que los materiales estructurados es lo que anteriormente hemos denominado materiales.

A la hora de llevar al aula un material o recurso el profesor debe tener en cuenta una serie de criterios para la elección de dicho material o recurso. Esta serie de criterios nos permiten clasificar los diferentes materiales y recursos según las intenciones educativas, el contenido matemático que vayamos a enseñar, sus finalidades y utilidades, las cualidades educativas que tengan, o su interés para que estén en el departamento de Matemáticas del centro de enseñanza.

En el anexo I se muestra una clasificación de materiales y recursos aportada por Flores, Lupiáñez, Berenguer, Marín y Molina (2011).

Es necesario el uso de materiales y recursos ya que son un medio que busca proponer nuevas y buenas actividades de enseñanza. En este estudio creemos necesario además del uso de *materiales manipulativos* el empleo también de *materiales informáticos*. Los recursos tecnológicos se como el ordenador, internet, calculadoras... presentan en la educación un gran potencial. Su introducción en el aula debe ser planificada adecuadamente y bien diseñada, para ello es necesario tener claras la competencias a desarrollar, el tipo de tareas que vamos a diseñar para conseguirlo y el sistema de evaluación que se llevará a cabo para ese desarrollo, buscando en todo momento el aprendizaje significativo del niño (Lupiáñez y Codina, 2004; Lupiáñez, 2000).

#### **2.4.¿Qué es Geogebra?**

Geogebra es un programa de los catalogados software libre. La propia comunidad que ha creado Geogebra define la aplicación como:

“un software libre, de matemática para educación en todos sus niveles, disponible en múltiples plataformas. Reúne dinámicamente, aritmética, geometría, álgebra y cálculo e incluso recursos de probabilidad y estadística, en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente. Ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraica general y simbólica, estadísticas y de organización en tablas, planillas y hojas de datos dinámicamente vinculadas. Ha recibido numerosas distinciones y ha sido galardonado en Europa y USA en organizaciones y foros de software educativo.”

Para definir geometría dinámica Carrillo y Llamas (2009) la denomina como un programa que consta de una serie de elementos u objetos elementales como por ejemplo puntos, segmentos, circunferencias, ángulos, polígonos... que dan lugar a la construcción de nuevos objetos. También da lugar al establecimiento entre ellos de relaciones y permite el aprendizaje de la geometría de una manera dinámica y sencilla, que ha abierto nuevas posibilidades a la geometría escolar.

Es cierto que en los últimos años se ha producido un aumento de programas dedicados a la geometría dinámica. Sin embargo Geogebra destaca sobre el resto, ya que presenta las mismas posibilidades sin perder eficiencia, manteniendo la sencillez y facilidad del aprendizaje. Posibilita que el alumno pueda crear construcciones matemáticas, así como modelos que den lugar a exploraciones interactivas y los

sucesivos cambios de parámetros de una manera fácil y sencilla, convirtiéndose en una herramienta para enseñar y aprender en todos y cada uno de los niveles educativos. Además permite sustituir las tradicionales construcciones estáticas que se hacen con lápiz regla y compás, dándoles mayor posibilidad a los alumnos de hacer inferencias y conjeturas, favoreciendo, gracias a su dinamismo, la intuición a la hora de obtener resultados o soluciones. Se crea una interacción entre el alumno y sus construcciones gracias a la posibilidad de modificación y dar la posibilidad al alumno de analizar lo que ocurre a través de una observación directa.

Entre las múltiples posibilidades y actividades que se pueden realizar con Geogebra cabe destacar como más importantes: Construcciones simples, desarrollo de investigaciones con mayor complejidad y revisión en el dibujo, cálculo de áreas y perímetros de forma rápida y realización de movimientos en el plano como simetrías, traslaciones, giros...

El uso en las aulas de programas de geometría dinámica, como Geogebra, facilita el acercar a los alumnos los contenidos matemáticos y ayudar a su interacción y comprensión. La utilización más frecuente de este tipo de programas dentro de la escuela se hace, según Mora (2007 citado en Gallejo y Peña, 2011) por dos vías:

- Los alumnos, los cuales trabajan las matemáticas a través del ordenador que se convierte en herramienta de dibujo que favorece la resolución de problemas desarrollo de proyectos de investigación o el seguimiento de lecciones diseñadas previamente.
- El profesor que hace un uso más enfocado a la realización de presentaciones de conceptos o procedimientos.

### **3. PRESENTACIÓN DEL CASO**

La geometría es un bloque de contenidos que se trabaja todos los años en la educación primaria. Consideramos la geometría una rama matemática que se debe basar en la visualización y la manipulación de objetos geométricos con los que se va a trabajar, de aquí el desarrollo de una experiencia que permite potenciar e incrementar la presencia de aplicaciones didácticas-informáticas, como Geogebra, que favorezcan la aparición de nuevos entornos.

Así pues con este estudio queremos presentar una experiencia llevada a cabo con los propios alumnos donde se trabajen las matemáticas desde otra perspectiva utilizando

programas educativos. En nuestro caso nos hemos decantado por Geogebra y para su realización nos hemos inspirado en las investigaciones y experiencias piloto llevadas a cabo por los profesores Joglar y Sordo (2011) en dos cursos de primaria y otra realizada con alumnos de 4º de primaria (Joglar, Sordo y Star, 2012).

Somos conscientes de la dificultad que tiene introducir y realizar sesiones de clase mediante el uso de tecnologías y dentro del área de matemáticas, y más en clases donde los niños no están acostumbrados a estos entornos de aprendizaje, dinámicas ni a este tipo de software. También según Joglar y Sordo (2011) para el buen funcionamiento de unas sesiones de estas características hacen hincapié en la necesidad de buenos programas de formación inicial y continua a los profesores para introducirlos y hacerlos competentes en estos materiales y recursos digitales de forma que estos formen parte de su labor docente continuamente y acostumbren a los niños a trabajar con ellos. Además es necesario para llevar esta experiencia adelante la colaboración entre los docente y lo investigadores, cosa con lo que no hemos tenido problemas pues los docentes en todo momento se ha mostrado colaborativos, aunque sí ha sido difícil buscar las horas, pues el final de curso hacía que los docentes se encontraran muy ajetreados y agobiados en las diferentes materias.

En primer lugar se han diseñado dos sesiones que permitieran abordar y trabajar la geometría, concretamente aspectos de ángulos y polígonos, pues han sido diseñadas para niños de 5º de primaria. Son temas que se acababan de ver o se estaban dando, entonces permite que nuestra experiencia no esté aislada de lo que se está trabajando en ese momento en el área y a su vez sirva para reforzar ese aprendizaje a partir de nuevas herramientas informáticas que completaran su aprendizaje. La recogida de información y datos se ha realizado mediante cuadernillos entregados a los niños (ver anexo II) y la observación en clase. Posteriormente se nos ofreció la posibilidad de hacerlo en uno de los sextos, cosa que aceptamos para tener una mayor recogida de datos.

La mezcla del uso de materiales manipulativos que utiliza el profesor en clase junto con nuestra aportación de las TICs, concretamente Geogebra, creemos que como dicen Joglar, Sordo y Star (2012) da lugar a un entorno de aprendizaje mixto en las clases que favorece la comunicación y la creación de *comunidad matemática en el aula*, en la cual lo alumnos trabajan y aprenden en pequeños grupos y justifican y discuten acerca de cuestiones planteadas y guiadas.

### 3.1. Objetivos y finalidad

Nuestros OBJETIVOS a la hora de introducir estas sesiones dentro de un aula son:

- Para el maestro: Hacer ver al maestro formas diferentes de trabajar la geometría en el aula, en este caso mediante el uso de geogebra.
- Para el alumno: Descubrir y experimentar nuevas formas de aprender geometría de una forma dinámica mediante el uso de Geogebra. Representar y justificar a partir de construcciones realizadas con Geogebra.

Buscamos con esta experiencia desarrollar un estilo alternativo al estilo de enseñanza centrada en el profesor, que busca la implicación activa de los alumnos a través de la reflexión personal, el trabajo cooperativo, la construcción del conocimiento y la experimentación en el aula.

### 3.2. Metodología de la intervención

El alumnado posee un **conocimiento y una experiencia previa** y en base al mismo construye sus razonamientos y sus futuros aprendizajes. Por ello es importante que éstos se conviertan en el punto de partida de cualquier propuesta educativa, pues será la base para construir nuevos aprendizajes.

Algunas actividades se plantean partiendo de la **experiencia individual** de cada uno, como forma de plantear al alumnado situaciones que le ayuden a pensar de forma crítica, a reflexionar y justificar su respuesta. Se pretende trabajar desde una **realidad cercana y conocida por el alumno/a**.

El **trabajo cooperativo** se incluye, como un recurso de trabajo para que los alumnos/as que componen el grupo o parejas encuentren ayuda mutua al realizar actividades conjuntas, de tal manera que puedan aprender unos de otros.

Las actividades que proponen justificaciones y razonamientos tienen como objetivo la implicación de los alumnos manera activa e individual en el proceso de aprendizaje. Se pretende que tomen conciencia de sus propias ideas y además, sean capaces de hipótesis e inferencias respecto a los contenidos tratados, potenciando **su individualidad, autonomía y capacidad crítica**.

El desarrollo de las actividades se hace de una forma dinámica, pues busca captar la atención de los alumnos/as y motivarlos para continuar su aprendizaje, intentando evitar la monotonía.

Con la metodología enunciada, **el maestro tiene un papel intermediario** en el proceso de enseñanza de sus alumnos, cediéndoles el protagonismo de su aprendizaje. Su papel será de guía o moderador de forma que vaya buscando aquello que le interese que el niño se centre o aprenda, pero que la construcción de ese aprendizaje venga a partir de la reflexión del niño, de su encuentro con la realidad, y de la interacción con otros compañeros ayudando a comprender y adquirir mejor conocimientos matemáticos y geométricos.

A la hora de llevar Geogebra al aula y presentar las sesiones con las actividades teníamos la intención de ver como se manejan los niños en una clase donde ellos toman el protagonismo y donde el trabajo y el aprendizaje se aleja de la rutina diaria para que las TICs cobren importancia. También pretendemos el desarrollo del quehacer matemático en los niños, es decir exploración, experimentación hasta llegar a las conjeturas y justificaciones. No podemos olvidar que se quiere observar las concepciones geométricas que los alumnos presentan y su forma de comunicación verbal, haciendo uso de su lenguaje matemático, para así percibir los errores que más comúnmente se dan, tanto en concepciones geométricas como en el uso específico del lenguaje verbal matemáticas.

Observando las experiencias piloto y el estudio de investigación realizado por Joglar y Sordo (2012) vemos como todo queda organizado en tres fases que para ellos son:

- Fase de observación y formulación de hipótesis.
- Fase de diseño e implementación de actividades.
- Fase de reflexión y análisis de resultados.

Nosotros debido a la falta de tiempo y posibilidades nos hemos centrado en la primera fase de observación y formulación de hipótesis, a lo añadiríamos además el aspecto de adquisición y conocimiento en el manejo de Geogebra. Hay que tener en cuenta que solo hemos contado con dos sesiones y que nos hemos encontrado con alumnos que no habían utilizado o no conocían esta el programa. A partir de aquí nos pusimos a diseñar las sesiones siendo conscientes que deberían ser de experimentación y descubrimiento del programa, con actividades que le permitieran a los niños irse haciendo con el manejo de Geogebra y descubrir su potencial, a la vez introducir actividades sencillas sobre geometría. Según la experiencia llevada a cabo por el profesor José Ignacio Miguel Díaz (2012, citado en Hernando, 2013) se definen cuatro

niveles de dificultad a la hora de utilizar un material, yendo de forma gradual de menor a mayor dificultad:

- Nivel 1.- Utilización de las applets como base de la explicación en clase.
- Nivel 2.- Planteamiento a nuestro alumnado de actividades de investigación.
- Nivel 3.- Creación de nuestras propias applets.
- Nivel 4.- Realización por parte del alumnado de sus propias applets.

Debido a la fase de observación y aprendizaje inicial de nuestra experiencia, nos centraremos en el nivel dos planteando a los alumnos una serie de actividades, desarrollando una estrategia por descubrimiento guiado, siendo conscientes de lo que pedimos a los estudiantes y lo que van a realizar y conocemos el funcionamiento de Geogebra. Este nivel se basa en una interacción inicial del niño con el programa por lo que necesitará como recurso, y así se lo pedimos un ordenador o tablet. El profesor debe diseñar bien la clase y el conjunto de actividades que va a pasar a los alumnos. En el caso de los niños se produce un cambio bastante significativo de aprendizaje donde este se basa en la investigación activa, la interacción, probando, deduciendo, justificando... y dejándose de lado el observar y atender la explicación del profesor. Creemos que sería interesante pasar por los demás niveles pero dado que esta experiencia se trata de un contacto inicial, los niveles superiores nos parecen demasiado ambiciosos para un primer acercamiento a Geogebra.

### **3.3. Desarrollo de las sesiones**

Las sesiones se desarrollaron en el aula ordinaria de cada curso, en vez de en un aula de informática, debido a que nos ha sido imposible por disponibilidad de horario y dado que esta aula está más dirigida a secundaria. Por esa razón se ha pedido a los niños que se traigan ordenadores portátiles y tablets.

Éramos conscientes de que no todos los niños podrían disponer de una tablet u ordenador, por las diferentes razones personales de cada niño. Por esa razón buscamos un mínimo que nos permitiera hacer grupos y trabajar conjuntamente, hecho que ha condicionado en algún momento la variación de los agrupamientos, siendo mayoritariamente parejas, que era lo deseado por nosotros, pero dando lugar algunos tríos debido a las condiciones que se nos presentaban.

Permitimos el uso de las tablets ya que Geogebra se encuentra disponible también para estas. No nos equivocamos pues ha sido mayoritaria la utilización de estas

frente a la de los portátiles, y es que esto demuestra la gran introducción que han tenido estas herramientas en la vida diaria de nuestros alumnos, los cuales las adquieren cada vez a menor edad.

Es importante nombrar que los alumnos no cuentan a la semana con una hora de informática, esto hace que haya sido la “novedad” y se note en la falta de experiencia al trabajar con esta dinámica, dificultando más el trabajar con TICs.

Al principio se le entregó al niño un cuadernillo (anexo II) con las actividades que íbamos a trabajar, indicándoles las dos sesiones y que actividades correspondía a cada una de ellas. Hay que comentar la dificultad que nos hemos encontrado a la hora de recoger información que nos permitiera analizar la experiencia, puesto que el grabar a los niños nos estaba prohibido por la legitimización de datos y protección de la imagen de un menor. Si es verdad que hemos obtenido algunos trabajos guardados y pasados por los alumnos, pero la gran mayoría cerraba sin guardar o no se le guardaban en las tablets, lo que ha hecho que solo podamos obtener los archivos Geogebra con el trabajo realizado por los alumnos de los pocos ordenadores presentes. Esta es la razón por la que a partir de un cuadernillo, que tendrán que rellenar por parejas o tríos, queremos obtener la máxima información posible de lo realizado en las sesiones, siendo conscientes de las limitaciones del cuadernillo y de la pérdida de información.

### **Sesión 1.**

Esta primera sesión los niños han tenido actividades de libre actuación con el programa para que fueran descubriendo sus herramientas y a la vez anotaran lo que iban haciendo, así como se le ha pedido la búsqueda de herramienta y al final hemos pasado a una actividad a su vez matemática. En esta actividad primero tendrían que dibujar un cuadrado con la herramienta que ellos quisieran, para después pedirle que cogieran de uno de los vértices y lo movieran y observaran lo que había sucedido, haciéndoles razonar acerca de si seguía siendo un cuadrado y pidiéndoles una justificación, para así el niño nos cuente que propiedades han cambiado para que ya no lo sea.

Si el cuadrado no se hace con la herramienta “polígono regular” este pierde sus propiedades, pues solo se mueve el vértice seleccionado, mientras que si lo hace con la herramienta anteriormente citada observará como aumentará o disminuirá de forma proporcional pero sin cambiar sus propiedades. Por esta razón lo siguiente que se le

plantea es la realización de lo mismo pero obligándolos a utilizar la herramienta de polígonos regulares y comparen con lo obtenido y observe las diferencias.

Finalmente se le hace una pregunta de evaluación de su uso con el programa sobre que le ha parecido más difícil y más fácil de usar y que han realizado con ella.

## Sesión 2

En la segunda sesión trabajamos los ángulos y la clasificación de figuras geométricas. Para ello en una primera actividad se le pide al niño que realice un ángulo obtuso y que posteriormente le halle su suplementario. Igual que en la sesión anterior tendrán que ir anotando en el cuadernillo aquello que han realizado y trabajado.

En la segunda se pretende que los niños sigan experimentado y manejando las diferentes herramientas, pidiéndoles que haga un libre con figuras geométricas y que posteriormente indiquen el nombre de las figuras utilizadas. Con esta actividad además por ser la última busca un poco mayor motivación aun, que de alguna forma se desarrolle también la creatividad del niño. Pues desde las matemáticas también es importante trabajar temas transversales y además creemos que le sirven para darse cuenta del uso que tienen las figuras geométricas en los objetos que nos rodean.

Ver ejemplos de imágenes del desarrollo de las sesiones en el anexo III.

## 4. RESULTADOS

Ante la primera pregunta planteada el cuestionario que era “¿Qué es lo primero que habéis realizado? ¿Qué herramienta habéis utilizado para ello?” hemos recogido en un gráfico que muestran las primeras construcciones realizadas por los alumnos.



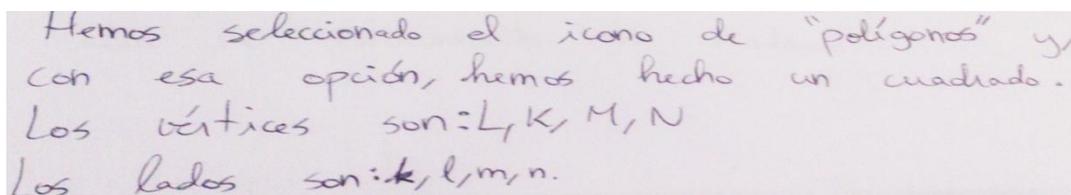
Desde el primer momento los niños se han puesto a investigar y manejar Geogebra y así han continuado durante el desarrollo de toda la sesión. En esta primera actividad se empieza a observar la falta de especificación y de dejar plasmado el trabajo que realizan, pues pocos son los que te definen las características de las figuras dibujadas. Por ejemplo una gran mayoría ponen por escrito que han realizado un triángulo, pero solo un par de grupos lo clasifica según sus lados y ninguno lo clasifica según sus ángulos. Igual ocurre con la clasificación de los ángulos

Otro punto ha destacar en esta actividad es errores detectados en el lenguaje matemático. Por ejemplo al decir que ha dibujado un círculo cuando se trata de una circunferencia. También hemos podido comprobar cómo los niños a pesar de haber hecho algunos una misma figura, por ejemplo el triángulo, no todos han utilizado la misma herramienta encontrando diferentes formas de construcción: con la herramienta *polígono* (elige los vértices, uno a uno, finalizando en el primero), o mediante puntos y después uniendo con segmentos, etc. Esto muestra la variedad y el potencial que ofrece Geogebra y como el profesor a la hora de plantear una actividad debe limitar bien la herramienta a utilizar.

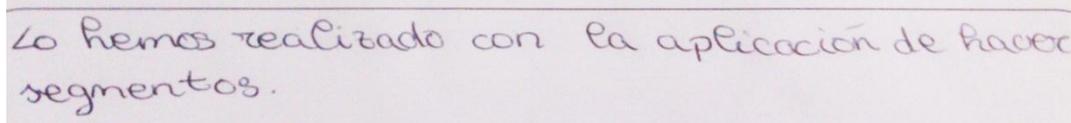
En la segunda actividad “De todas las herramientas ¿cuál sirve para hacer una recta y cual para hacer un ángulo? Dibuja el icono” era de exploración. Hemos recogido que de todos los grupos el 66,67% ha encontrado correctamente la herramienta de la recta, un porcentaje bajo dada la facilidad de la pregunta, y es que en la mayoría la equivocación viene dada por errores cognitivos sobre conceptos matemáticos como considerar un segmento igual a una recta. En el caso de la herramienta del ángulo el porcentaje de acierto es mayor, siendo de un 83,33%, en este caso hemos observado como los grupos que se han equivocado lo han hecho con el de la herramienta *polígono* en el cual hay un triángulo dibujado y muchas veces confunden los ángulos que forman los lados de un triángulo con la realización de un ángulo solamente.

La tercera y cuarta actividad la vamos analizar y en ellas se les pide a los niños en un primer momento “Dibuja un cuadrado con la aplicación Geogebra. Explica como lo has realizado.” En esta actividad todos los niños han usado para construir el cuadrado la herramienta *polígono* o bien lo han hecho poniendo puntos y uniéndolos con la herramienta *segmento*. Si es verdad que en mucha ocasiones mientras observábamos a los niños realizar el cuadrado como en un primer momento ningún grupo, salvo uno, lo ha realizado directamente con *polígono regular*, las figuras realizadas eran irregulares y cuadriláteros en vez de cuadrados.

En cuanto al segundo apartado, “ explica como lo has realizado”, la mayoría de los grupos solamente han puesto el nombre de la herramienta utilizada, solo unos pocos han detallado el proceso de realización del cuadrado.



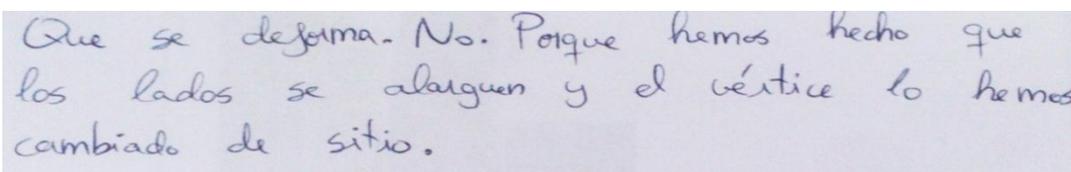
Hemos seleccionado el icono de "polígonos" y con esa opción, hemos hecho un cuadrado. Los vértices son: L, K, M, N. Los lados son: k, l, m, n.



Lo hemos realizado con la aplicación de hacer segmentos.

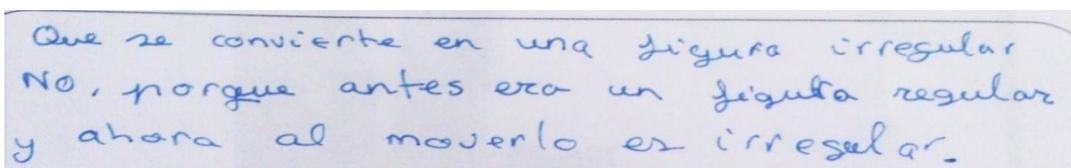
Ya en la cuarta actividad se le pedía que “Mueve con el puntero de la flecha uno de los vértices y observa ¿Qué le pasa al cuadrado que has dibujado? ¿Sigue siendo un cuadrado? ¿Por qué?”. Esta actividad tenía como objetivo ver como al mover uno de los vértices el cuadrado creado anteriormente perdía su regularidad y propiedades dejando de serlo, y además se pretendía que los alumnos justificaran a partir de lo que ellos sabían sobre las características que tenían que tener una figura para ser un cuadrado. Nos hemos encontrado con justificaciones y respuestas de todo tipo:

- La **deformación** que se produce sobre la figura al tirar de uno de sus vértices.



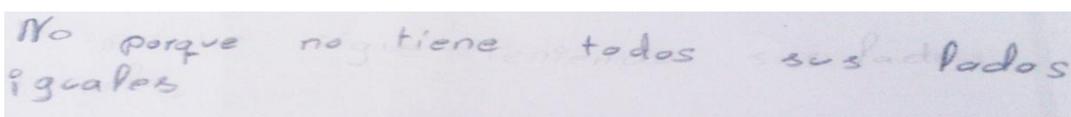
Que se deforma. No. Porque hemos hecho que los lados se alarguen y el vértice lo hemos cambiado de sitio.

- **Pérdida de la regularidad** de la figura.



Que se convierte en una figura irregular. NO, porque antes era un figura regular y ahora al moverlo es irregular.

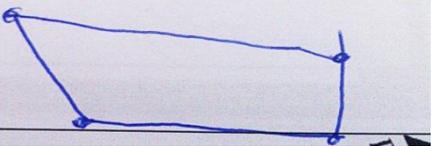
- La **igualdad de sus cuatro lados**.



No porque no tiene todos sus lados iguales

- Poseer sus **cuatro ángulos iguales y rectos**.

Que la figura se ha deformado. No. Porque  
 Perros cambiado la figura y no tienen los  
 cuatros angulos iguales



- Cambio a **otra figura**.

Que se ha convertido en un trapecoide.  
 No, porque se ha morido un segmento

- Sus lados ya no son **paralelos dos a dos**.

Porque no son paralelos dos a dos. Y sus angulos son agudos  
 y obtusos

- Hacen referencia a las propiedades de **igualdad de lados y ángulos** conjuntamente.

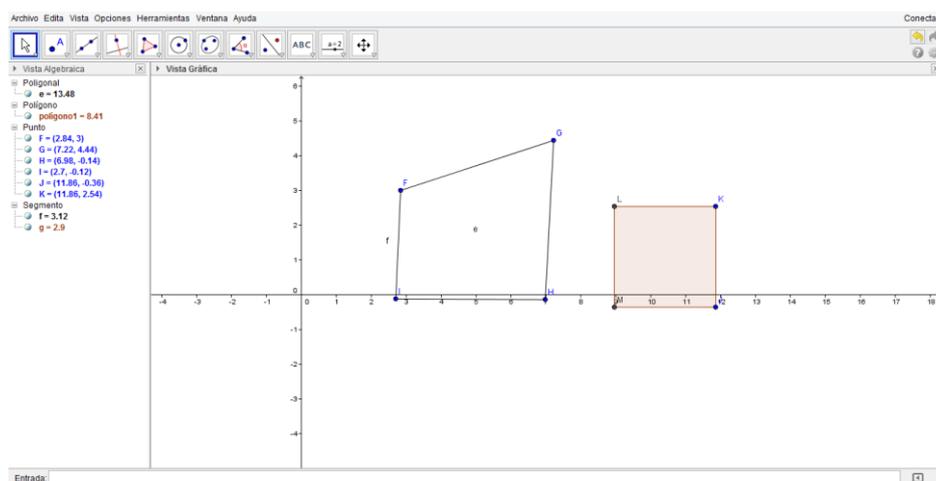
Que ya no tiene lados iguales por lo tanto no es  
 un cuadrado es un angulo  
 (los cuadrados tienen los mismos angulos y lados)

Entre estas justificaciones lo más común en las respuestas de los alumnos ha sido la deformación de la figura y que sus lados dejan de ser iguales, mientras que por el contrario muy pocos grupos han justificado con la pérdida de igualdad de lados y ángulos. Esto muestra una falta de conceptos matemáticos así como de entendimiento de lo que es la figura del cuadrado.

La quinta actividad de esta sesión está muy relacionada con las dos anteriores, pues en esta ocasión lo que se le pide a los grupos es “Vete a la herramienta polígonos regulares y vuelve a dibujar un cuadrado. Si mueves de nuevo uno de los vértices de este nuevo cuadrado ¿Qué diferencia observas respecto al anterior? ¿Sigue siendo un cuadrado? ¿Por qué? La intención de esta actividad es que vean como en este caso el cuadrado no pierde su regularidad ni sus propiedades simplemente se agranda, empequeñece o gira. De nuevo se busca el razonamiento y justificación de los alumnos por lo que como respuestas nos hemos encontrado con los mismos razonamientos anteriores solo al contrario, y de nuevo pocos han sido los grupos que han hecho

referencia a la igualdad de lados y ángulos, siendo la respuesta más común en este caso el cambio de tamaño, su no deformación y la continuación de sus cuatro lados iguales.

Que este se hace más grande, se porque los vértices giran sobre ellos en vez de alargarse y formar figuras irregulares y también porque se cumplen las propiedades 4 lados iguales, 4 ángulos rectos, figura regular



Ejemplo de las actividades en las que se ha trabajado el cuadrado por uno de los grupos.

En estas tres actividades, dedicadas a la figura del cuadrado hemos podido comprobar de nuevo errores en el lenguaje matemático al llamar a los segmentos líneas, a los vértices puntos, polígono perfecto en lugar de regular... también errores de conceptos matemáticos y geométricos que muestran existe una dificultad relacionada con los contenidos matemáticos. Nos ha llamado la atención un grupo que el cuadrado, este ha girado sobre sí  $90^\circ$  lo han denominado rombo. Otro confunde cuadrado con cuadrilátero, es decir todos las figuras planas de cuatro lados los considera cuadrados. Las justificaciones de nuevo se quedan pobres y poco razonadas, lo que hace ver que les falta acostumbrarse a justificar las cosas. (Ver tablas de análisis de los cuadernillos en el anexo IV)

QUE SE VUELVE DIFERENTE.  
SÍ, SIGUE SIENDO UN CUADRADO  
NO  
PERO DE ESTE:   
Porque tiene 4 lados.

La última actividad de esta primera sesión era un poco recoger las dificultades y facilidades encontradas por los niños en la utilización de Geogebra. Destaca como fácil la realización de segmentos, ya que según argumenta es solo pinchar y sale, mientras

aquello que ha destacado como difícil es la realización de polígonos regulares y ángulos. Estos últimos vienen dado a que según el orden en el que pinches para formar el ángulo te indica una amplitud u otra y esto a los niños los confunden.

Para hablar de la dificultad encontrada para realizar los polígonos regulares quiero aprovechar a la vez para exponer algunas dificultades encontradas de la aplicación Geogebra para tablet. Esta aplicación no pone el nombre de la herramienta encima del icono, lo que hace más difícil encontrar la que se quiere utilizar (esto hizo que a los diferentes grupos le contara encontrar la herramienta polígono regular). Además el calibrado de la tablet hace más dificultoso el movimiento de las figuras y tienes menos control que con el puntero del ratón de un ordenador.

También quiero añadir como observadores de esta primera sesión que no ha resultado fácil, aunque los niños han colaborado y han estado trabajando y se les ha visto interesados, eran muchas las dudas que los alumnos presentaban y esto ha hecho que en muchas ocasiones tuviéramos alumnos esperando para aclarar una cuestión y en nuestros casos algo desbordados. Pero por otro lado se ha visto interacción entre compañeros, como se preguntaban y resolvían dudas, así como se ayudaban y corregían unos a otros.

En el anexo V se encuentra el análisis de resultados de la segunda dado que no está finalizado debido a que hasta el momento solo se ha podido realizar a dos de las tres clases.

## **5. CONCLUSIONES**

Como primeras conclusiones decir que nos sentimos satisfechos de haber podido llevar al aula esta experiencia con Geogebra, ya que nos ha permitido mostrar una nueva forma de trabajar la Geometría e introducir el uso de las TICs dentro del área de matemáticas. Siendo el primer objetivo que teníamos el de “Descubrir y experimentar nuevas formas de aprender geometría de una forma dinámica mediante el uso de Geogebra” vemos como se ha llevado a cabo hemos podido acercar esta applet a los niños para que la conozcan y la maneje aprendiendo un poco de su utilidad. Los propios niños se han visto satisfechos y contentos con la realización de las actividades, a pesar de que en un principio se les veía agobiados por no entenderla.

Respecto al segundo objetivo representar y justificar a partir de construcciones realizadas con Geogebra, nos ha permitido los trabajos realizados por los niños darnos

cuenta de ciertas carencias en ellos. Los principios y Estándares (NCTM, 2003) resaltan como uno de los procesos matemáticos importantes la justificación. Hemos observado como los niños no se encuentran acostumbrados a justificar y esto es una carencia que se ha de cambiar pues la importancia de argumentar, hacer inferencias razonar y justificar debe formar parte de forma continua de la experiencia de los estudiantes debido a la importancia dentro de los procesos matemáticos ya que se convierte en elementos esenciales del conocimiento matemático.

En cuanto a la representación hemos podido comprobar cómo Geogebra se convierte para los niños en una buena herramienta de representación matemática que permite construcciones mucho más dinámicas, así como hemos visto en las diferentes respuestas de los niños, diferentes alternativas a la hora de representar y afrontar una actividad, permitiendo un mayor enriquecimiento grupal.

Otro aspecto a destacar es la observación de un mal desarrollo cognitivo del lenguaje matemático por parte de los alumnos y esto perjudica gravemente el aprendizaje de las matemáticas ya que como dice Joglar y Sordo (2011) si no hay un buen uso del lenguaje matemático no se produce una mejora en su aprendizaje matemático.

Tampoco podemos olvidarnos las concepciones matemáticas que presentan los niños lo que hace que se observe unas dificultades relacionadas con los contenidos matemáticos que muchas veces viene dado por la abstracción con la que se le presentan a los niños los conceptos matemáticos, donde al no producirse una interacción con él o una apreciación de su utilidad en su vida hace que el error aparezca. Por eso creemos que la utilización de programas como Geogebra permite al niño un mayor acercamiento al concepto matemático mostrándosele al niño con menor grado de abstracción y con el que el niño puede interactuar de forma dinámica dejando de lado la memorización de conceptos que el niño no llega a aprender y finalmente olvida o es incapaz de usarlos en situaciones que se les presenta.

Sin duda la experiencia ha sido corta y se han quedado muchas cosas sin analizar y observar, por eso creemos que sería necesario seguir pasando por diferentes niveles de complejidad y proponiendo tareas que permitan paliar las dificultades y errores encontrados en este primer contacto con Geogebra.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

- Carretero, R. Coriat, M. y Nieto, P. (1995). Secuenciación, Organización de Contenidos y Actividades de Aula. Junta de Andalucía, *Materiales Curriculares. Educación Secundaria Obligatoria, Vol. 17*, Sevilla: Consejería de Educación y Ciencia.
- Carrillo, A. y Llamas, I. (2009). *Geogebra mucho más que geometría dinámica*. Madrid: RA-MA Editorial.
- Cascallana, M.T. (1988). *Iniciación a la matemática. Materiales y recursos didácticos*. Madrid: Santillana.
- Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Gallejo, D. J.; Peña, A. (2011). *Las TIC en geometría. Una nueva forma de enseñar*. Alcalá de Guadaira (Sevilla): MAD, S. L.
- Página web Geogebra. Consultado en <http://www.geogebra.org/cms/es/info> día 24 de Mayo del 2014.
- Hernando, R. (2013). *El uso de las applets de Geogebra en Educación Primaria*. Recuperado el 7 de mayo de 2014 de <http://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/2887/HernandoGonzalezRafael.pdf?sequence=1>.
- JA (2007). *ORDEN de 10 de agosto de 2007, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía*. Sevilla: Boletín Oficial de la Junta de Andalucía.
- Joglar, N. y Sordo, J.M. (2011): b-Learning y Geometría en 6º de Primaria: Un taller con GeoGebra, Blogs e iTest. *Actas Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas (JAEM)*. Recuperado el 16 de abril de 2014 de [http://pendientedemigracion.ucm.es/info/jmsordo/congresos/JAEM\\_SordoJoglar.pdf](http://pendientedemigracion.ucm.es/info/jmsordo/congresos/JAEM_SordoJoglar.pdf)
- Joglar, N.; Sordo, J. M. y Star, J. (2012). ¿Cómo puede GeoGebra ayudar en el aprendizaje de las matemáticas en Primaria? Un taller con alumnos de 4º de

primaria: algunas ideas. *Día Geogebra, Segovia 24*. Recuperado el 17 de marzo de 2014 de [http://pendientedemigracion.ucm.es/info/jmsordo/geogebra/textos/segovia\\_geogebra\\_%202012\\_Joglar-Sordo\\_Star.pdf](http://pendientedemigracion.ucm.es/info/jmsordo/geogebra/textos/segovia_geogebra_%202012_Joglar-Sordo_Star.pdf)

Lupiañez, J. L. (2000) *Nuevos Acercamientos a la Historia de la Matemática a través de la Calculadora TI-92*. Granada: Universidad de Granada.

Lupiañez, J. L. (2007). Selección de tareas y competencias matemáticas. Los materiales y recursos. *Diseño de los materiales y recursos*. Granada: Universidad de Granada.

Lupiañez, J. L. y Codina, A. (2004). Calculadoras y sensores: la matemática en movimiento. En M. Peñas, A. Moreno, J. L. Lupiañez (Eds.) *Investigación en el aula de matemáticas. Tecnologías de la información y la comunicación*. (pp. 143-149). Granada: SAEM “THALES” y Dpto. de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

MEC (2003). *La integración de las nuevas tecnologías en los centros. Una aproximación multivariada*. Madrid: Secretaría general técnica.

MEC (2006). *REAL DECRETO 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establece las enseñanzas mínimas de la Educación primaria*. Madrid: Boletín Oficial del Estado

MEC (2007). *ORDEN ECI/2211/2007, de 12 de julio, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación primaria*. Madrid: Boletín Oficial del Estado.

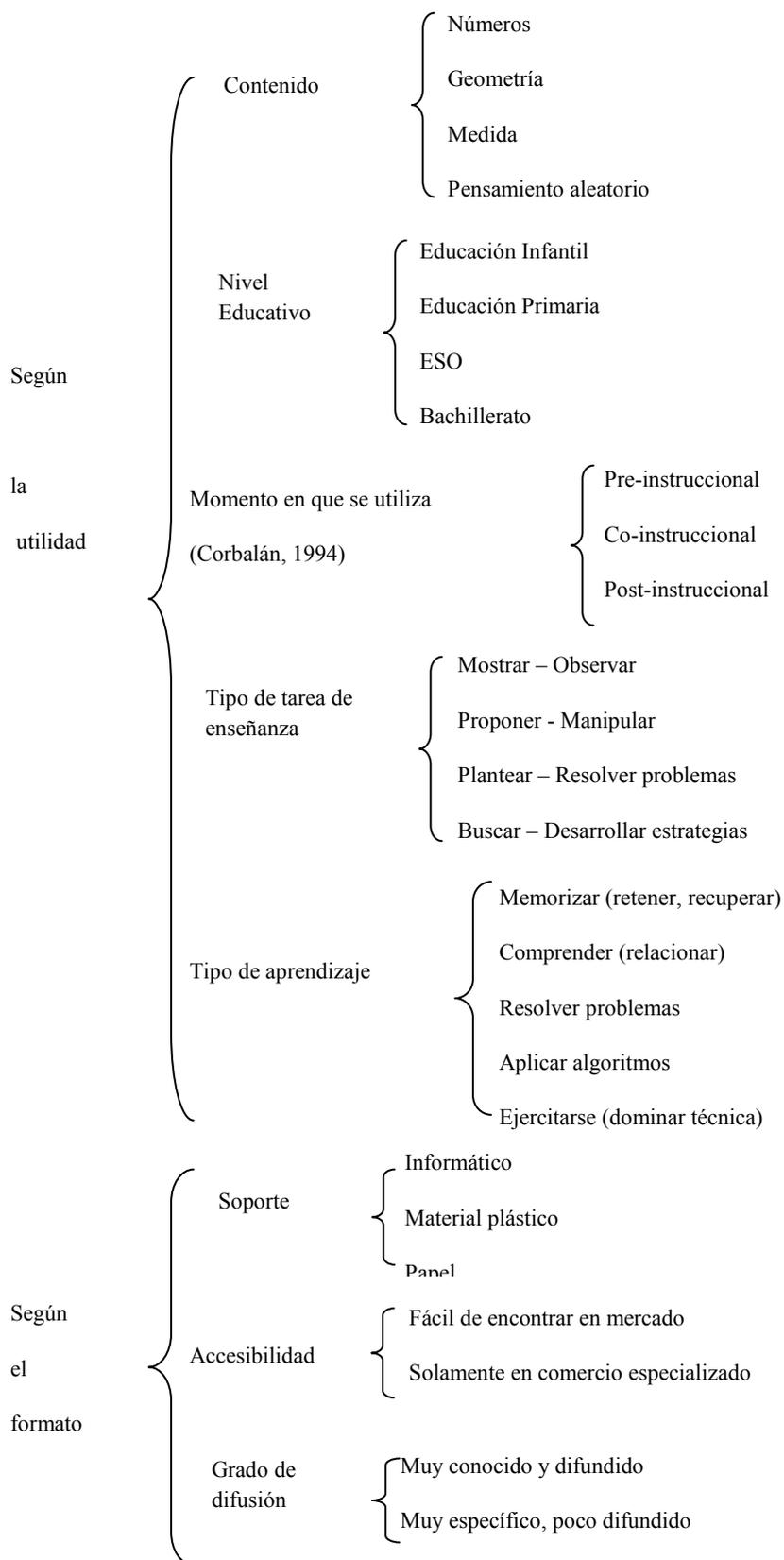
Murano, S. (2005). *Una introducción a la informática en el aula*. Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica de Argentina.

NCTM (2003). *Principios y Estándares para la educación matemática*. Edición española de la SAEM THALES. Granada: Proyecto Sur.

OECD (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*, OECD Publishing.

Rico, L. y Lupiáñez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza.

## Anexo I: Clasificación de los recursos y materiales



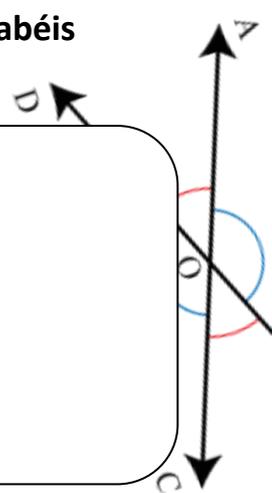
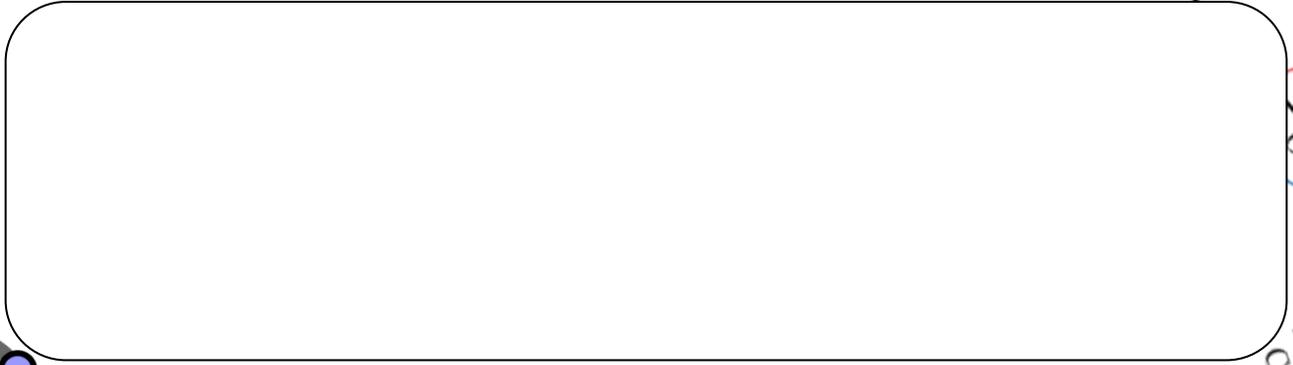
# Aprendemos con Geogebra

Nombre y apellidos:.....

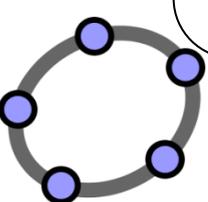
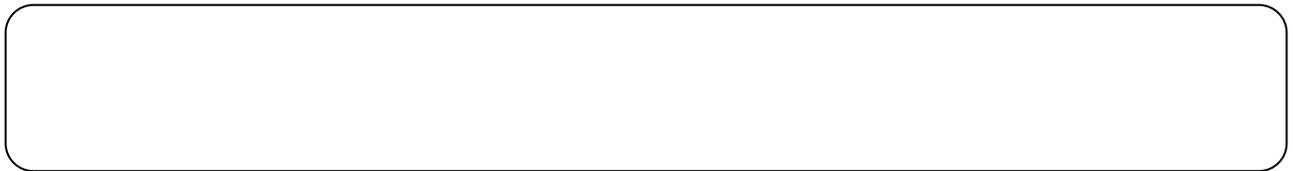
Nº:..... Curso:..... Fecha:.....

1. Vamos a utilizar la aplicación Geogebra, para lo cual primero vais a conocerla. Empezamos en primer por utilizar libremente las diferentes herramientas que encontráis en la aplicación.

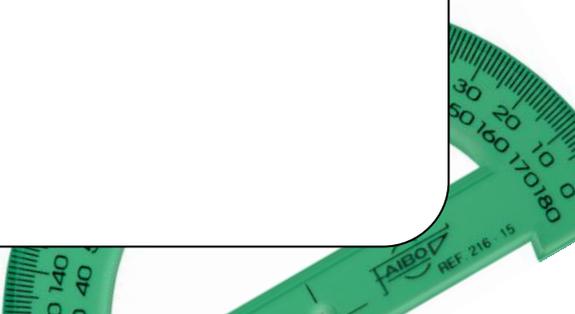
1. ¿Qué es lo primero que habéis realizado? ¿Qué herramienta habéis utilizado para ello?



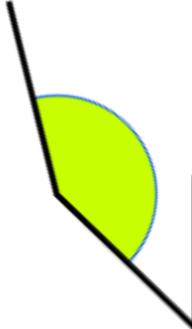
2. De todas las herramientas ¿cuál sirve para realizar una recta y cuál para hacer un ángulo? Dibuja el icono.



3. Dibuja un cuadrado con la aplicación Geogebra. Explica como lo has realizado.

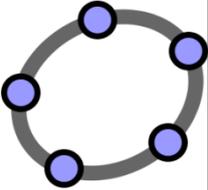


4. Mueve con el puntero de la flecha uno de los vértices y observa. ¿Qué le pasa al cuadrado que has dibujado? ¿Sigue siendo un cuadrado? ¿Por qué?



[Empty rounded rectangular box for student response]

5. Vete a la herramienta polígonos regulares y vuelve a dibujar un cuadrado. Si mueves de nuevo uno de los vértices de este nuevo cuadrado ¿qué diferencia observas respecto al anterior? ¿Sigue siendo un cuadrado? ¿Por qué?



[Empty rounded rectangular box for student response]

6. ¿Cuál es la herramienta que más fácil te ha parecido y cual más difícil? ¿Por qué? ¿Qué has realizado con ella?

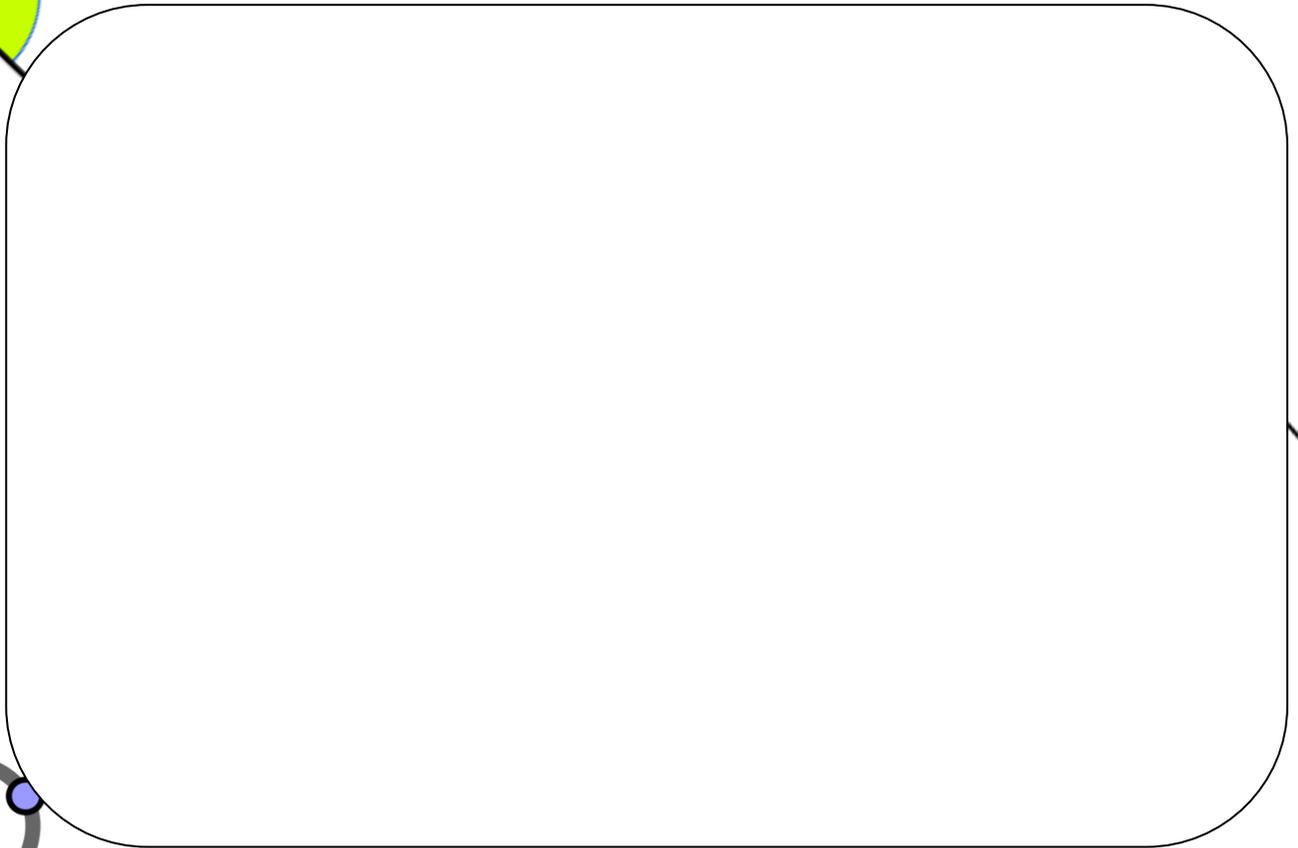


[Empty rounded rectangular box for student response]

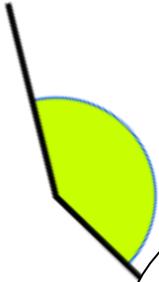
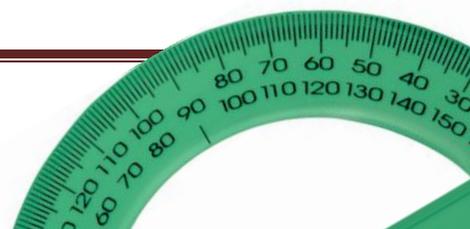


## 2. Seguimos construyendo con Geogebra.

1. Dibuja un ángulo obtuso ¿Cuánto mide? Explica paso por paso como lo has realizado



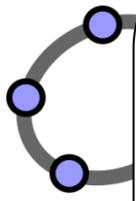
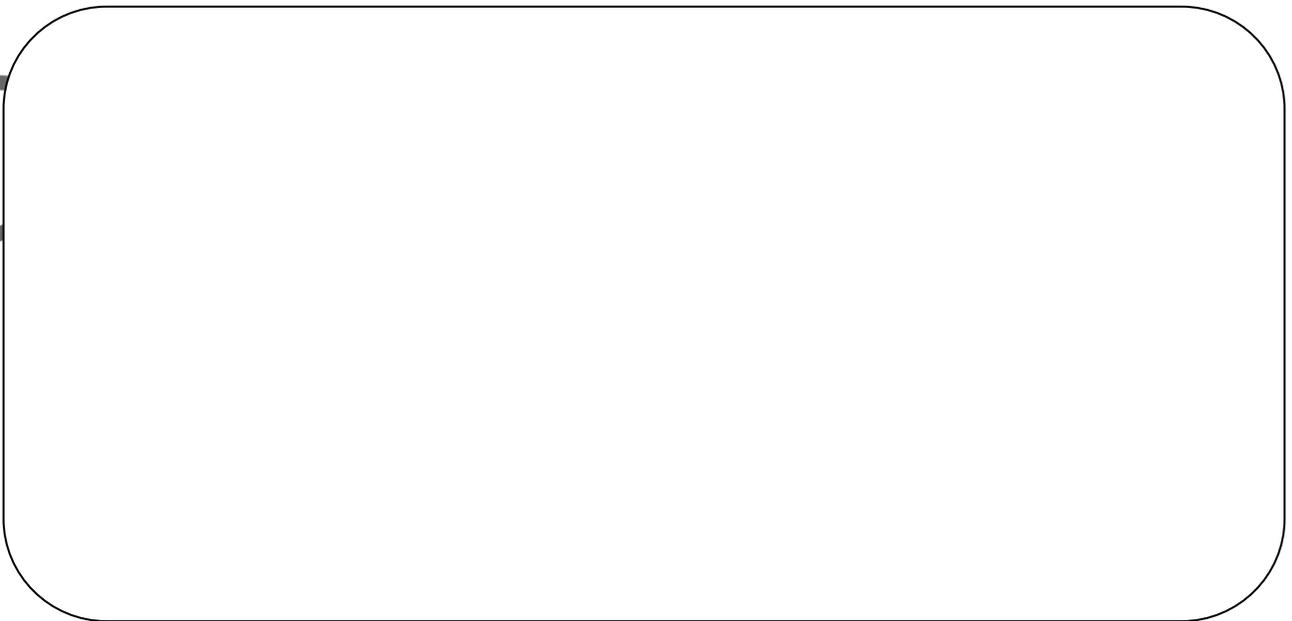
2. Construye su ángulo suplementario e indica como lo has realizado



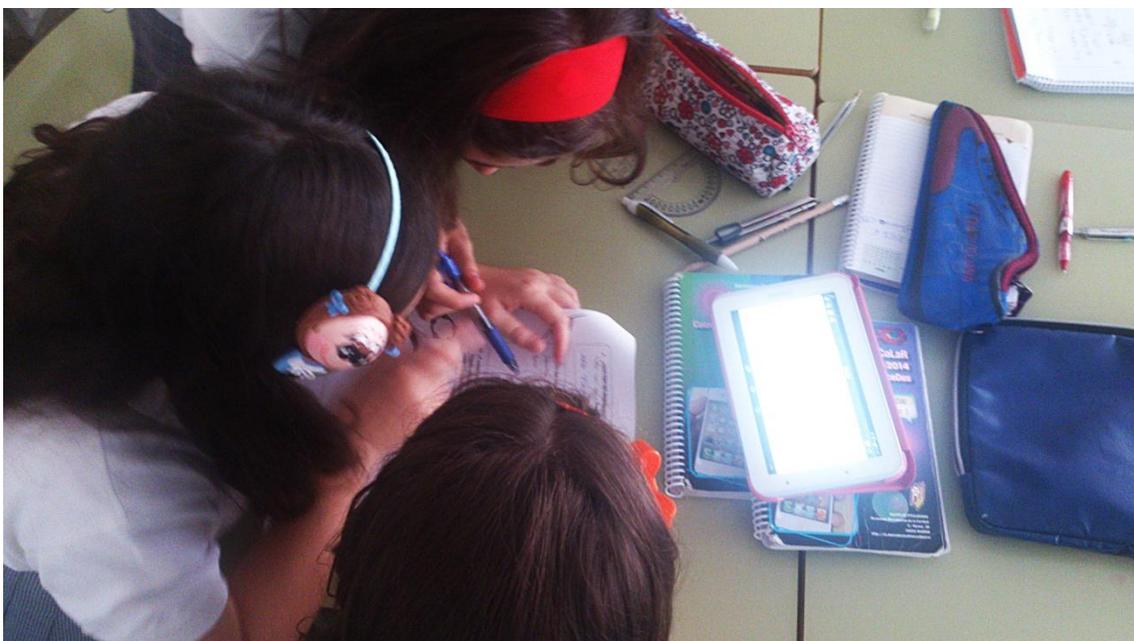
3. Crea a partir de la utilización de figuras geométricas un dibujo libre e indica que figuras has utilizado en su construcción.

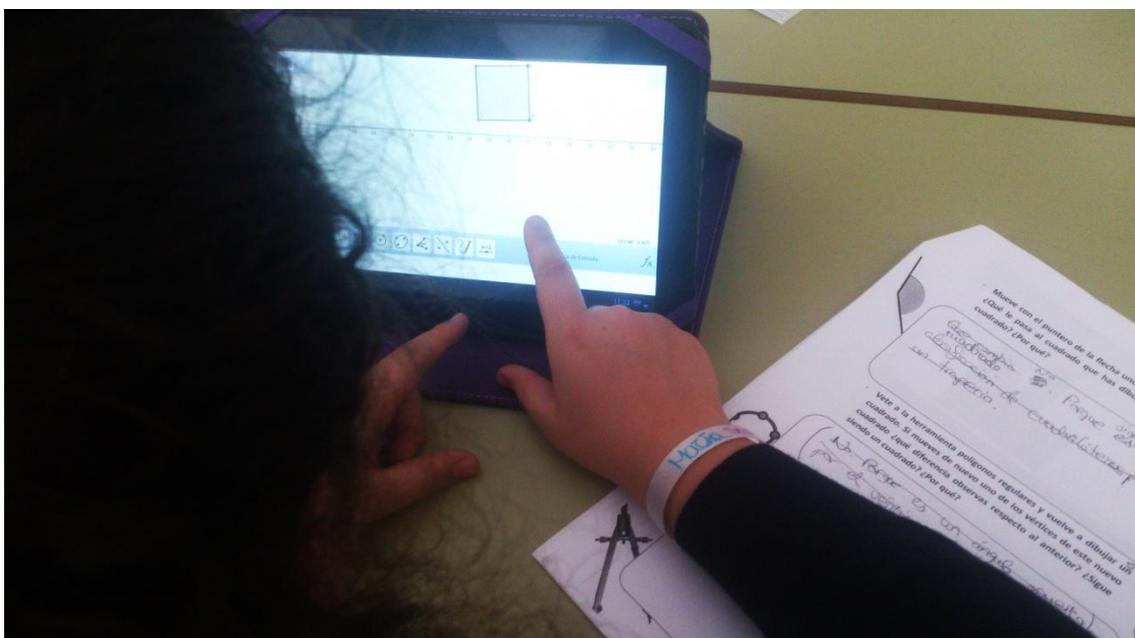


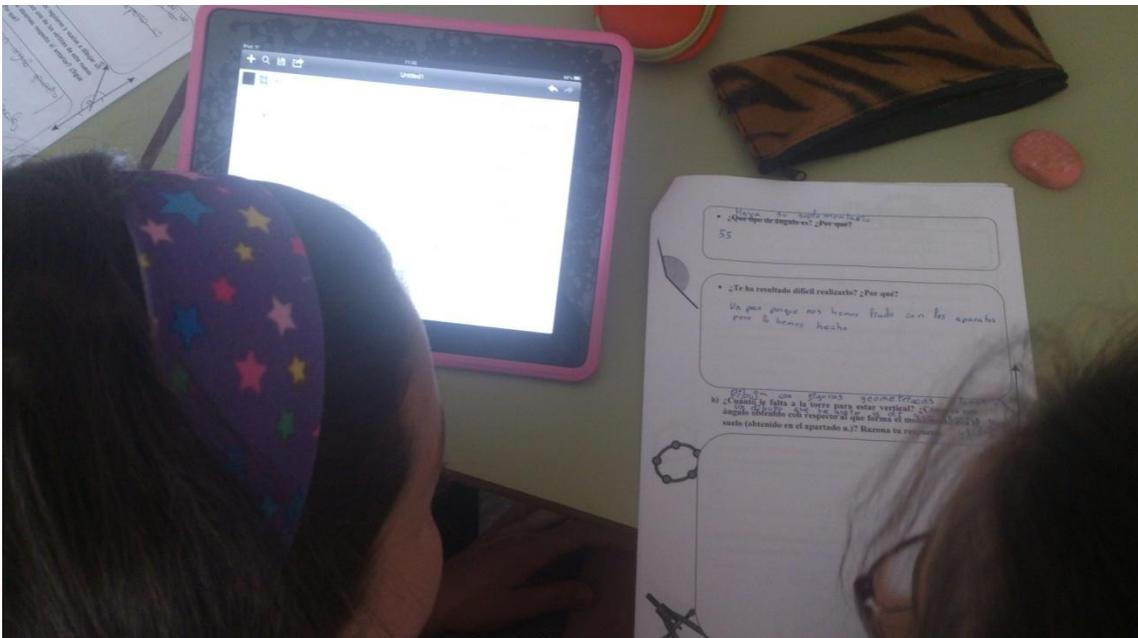
4. ¿Qué dificultades has encontrado en la sesión de hoy?



### *Anexo III: Imágenes del desarrollo de las sesiones*







## Anexo IV: Tablas de análisis de los cuadernillos

Curso 5º A		Sesión 1			Act. 1.4.		Act. 1.5.		Act. 1.6
					Act. 1.2.	Act. 1.3.	Act. 1.4.	Act. 1.5.	
Grupos	Act. 1.1	Act. 1.2.	Act. 1.3.	Act. 1.4.	Act. 1.5.	Act. 1.6			
5A01	Circunferencia. H → círculo (radio, centro, punto), Confunde y pone círculo	Recta X Ángulo X	Con la herramienta polígono.	Se ha transformado en triángulo.	Sigue siendo pero no justifica.	No contesta			
5A02	Triángulo. H → polígono	✓	Lo han realizado con segmentos	Se desforma y no es forma geométrica (reflexión de los lados)	Se estirada y mantiene la forma	No contesta			
5A03	Triángulo. H → polígono	✓	Lo han realizado con segmentos	No tiene sentido la justificación	No tiene sentido la justificación	Fácil. polígonos Difícil. círculos			
5A04	Recta. H → Recta La denomina línea en vez de vértice	✓	Util. el punto secundario (el grupo llama recta)	Se ha alargado mediante los puntos al exterior del vértice, no desforma	Es perfecto (con el punto regular) si se cubren los lados, ángulos y vértices	Fácil. segmentos Difícil. polígonos regulares			
5A05	Ángulo. H → ángulos y segmentos	✓	Han utilizado polígonos	Se desforma recordando que los lados se abren y cambia el vértice de sitio	Guando se separa una línea de la figura no se abren los lados	Fácil. punto Difícil. polígonos regulares			
5A06	Ángulo completo. H → ángulo	✓	Han utilizado polígono	Se desforma al mover el vértice.	No ha encontrado la herramienta	Fácil. recta perpendicular Difícil. triángulo (no está en el punto)			
5A07	Circunferencia. H → circunferencia (centro, punto), Confunde y pone círculo	✓	Lo han realizado mediante puntos unidos con segmentos	Se ha deformado y no mantiene sus lados iguales.	Se hace más grande y no se desforma	Fácil. polígonos regulares Difícil. rectas, si no hace los lados			
5A08	Ángulo obtuso. H → punto y segmento	X Confunde con segmento	hace puntos y los une con los puntos intentando hacer un cuadrado	Cambia, sin cuatro lados son diferentes.	Se hace más grande y no se desforma	Fácil. segmento Difícil. polígonos (cuarta herramienta)			
5A09	Circunferencia. H → círculo (radio, centro, punto), Confunde y pone círculo	✓	Han utilizado segmentos (rectas llamados por ellos)	Se desforma	Se hace más grande y no se desforma	Fácil. recta Difícil. polígonos			
5A10	Hexágono regular. H → polígono regular	✓	Han utilizado polígonos	Se desforma y no tiene todos iguales	Cambia su tamaño pero sigue teniendo todos iguales.	Fácil. segmento Difícil. ángulo			

Curso: 5ºB		Sesión 1				
Grupos	Act. 1.1	Act. 1.2	Act. 1.3	Act. 1.4	Act. 1.5	Act. 1.6
5B01	Triángulo. Herramienta polígono (elipse y los verticales) uno a uno, finalizando en el primer eje.	Recta ✓	Lo ha realizado directamente con la herramienta polígono regular.	La justificación es el tamaño pero no hay de propiedades.	Usual que da actividad 1.4.	Facil poligonos porque la han usado mas. Dificil: ángulos.
5B02	Triángulo isósceles. Herramienta: puntos y segmentos.	X Confundida con segmento.	Lo ha realizado mezclando segmentos.	Justificación sin lógica y que no se entiende.	Si porque no cambia su forma.	Facil poligono regular. Dificil: recta perpendicular.
5B03	Circunferencia. Herramienta: circunferencia (centro, punto).	✓	Lo ha realizado mediante segmentos.	Cambia porque si que siendo un cuadrado pero es un trapecio.	Si tiene los 4 lados iguales. Le falta lados paralelos y sus otros lados.	Facil: rectas. Dificil: poligonos.
5B04	Hexágono. Herramienta polígono regular.	✓	Con los puntos y uniéndolo con segmentos.	La justificación es por defecto en color y no tiene sus cuatro lados iguales.	No se produce cambio de forma al estar los puntos. Los otros son iguales.	Dificil: poligono. Facil: recta. porque al poner un punto se facilita.
5B05	Ángulo agudo. Herramienta: punto y segmento. Herramienta: elipse y los verticales. uno a uno, finalizando en el primer eje.	X Confundida con segmento.	Lo han realizado mejor los segmentos.	No tiene lados y ángulos iguales.	Sigue siendo un cuadrado por que sus ángulos y lados son iguales.	Facil: segmentos. Dificil: ángulos.
5B06	Triángulo. Herramienta: polígono (elipse y los verticales) uno a uno, finalizando en el primer eje.	✓	Usando puntos y "rayos" (en vez de segmentos).	Se diferencia y sus lados no son iguales.	Podría un giro y cambiar de el cuadrado con el tamaño.	Facil: recta. Dificil: mediatriz.
5B07	Triángulo. Herramienta: polígono (elipse y los verticales) uno a uno, finalizando en el primer eje.	✓	Lo ha realizado mediante segmentos.	Se convierte en una figura irregular.	Se hace más grande y si va a haber un giro y suma los ángulos de los lados de la figura.	Facil: segmento. Dificil: ninguna.
5B08	Triángulo isósceles. Herramienta: puntos y segmentos.	✓	Lo han realizado con segmentos.	Ha cambiado de figura al mover el punto se han abierto o se han cerrado.	No lo ha hecho con la regla y de ha vuelto a dar y un trapecio de lados.	Facil: segmento. Dificil: como por cinco lados.
5B09	Triángulo. Herramienta: puntos y segmentos.	X Confundida con segmento.	Lo ha realizado con puntos y segmentos (los llamados rayos).	Se ve deformado.	Es más grande y sus lados si que son iguales.	Facil: segmentos. Dificil: poligonos.
5B10	Ángulo. Herramienta: punto y segmentos.	X Confundida con segmento.	Lo ha realizado con segmentos (con punto y los llamados rayos).	No porque no tiene todos sus lados iguales.	Tiene sus lados iguales.	Facil: ángulos. Dificil: poligonos regulares.
5B11	Cuadrado. Herramienta: puntos y segmentos.	X Confundida con segmento.	Mediante puntos y segmentos que los llama.	Se deforoma, se cambia la forma y no tiene los ángulos iguales.	Cambia y su tamaño pero no cambia su forma.	Facil: circunferencia. Dificil: ninguna.

CURSO 6º A		Sesión 1				
Grupos	Act. 1.1	Act. 1.2	Act. 1.3	Act. 1.4	Act. 1.5	Act. 1.6
6A01	Cuadrado $\rightarrow$ H $\rightarrow$ puntos y rectas (sin usar de segmentos) Circunferencia H $\rightarrow$ circunferencia (centro, punto) Confunde con círculo	Recta X (NS) Ángulo $\checkmark$	Han utilizado puntos unidos con segmentos	No tiene los cuatro lados iguales	Se hace más grande	Fácil: rectas Difícil: ángulo
6A02	Circunferencia H $\rightarrow$ circunferencia (centro, punto) Confunde con círculo	$\checkmark$	Lo han realizado mediante el uso de herramientas por ejemplo	Al moverse se ha verificado un ángulo y se ha verificado sus 4 lados	Es un polígono regular y no se deforma	Fácil: polígono regular Difícil: ángulo
6A03	Circunferencia H $\rightarrow$ circunferencia (centro, punto) Confunde con círculo	$\checkmark$	Han utilizado segmentos	Porque no son paralelos dos lados y sus ángulos son agudos y obtusos	Si porque es regular	Fácil: polígono regular Difícil: ángulo
6A04	Polígono (No especifica lados). H $\rightarrow$ polígono vectorial.	$\checkmark$	Han utilizado dos puntos unidos con segmentos	No tiene cuatro lados iguales	Tiene 4 lados iguales	Fácil: segmento (lo llama línea) Difícil: polígonos
6A05	Circunferencia H $\rightarrow$ circunferencia por tres puntos. Un triángulo H simétrico	$\checkmark$	Lo han realizado mediante la unión de segmentos	Si, sigue siendo un cuadrado pero no regular, porque tiene 4 lados (cuadrado)	El otro se deforma este se agranda	Fácil: Polígono Difícil: Elipse
6A06	Arco de circunferencia H $\rightarrow$ Arco tres puntos	$\checkmark$	Lo han realizado mediante la unión de segmentos	No, porque al moverse se ha convertido en un triángulo	Tiene 4 ángulos iguales y 4 lados iguales. Es regular	Fácil: segmento Difícil: paralelogramo
6A07	Puntos y líneas H $\rightarrow$ segmentos y puntos	X (NS) Confunde con círculo	Lo han realizado mediante la unión de segmentos y han marcado punto	No porque no tiene ángulos rectos y sus líneas (con los 4 lados) no son iguales	Es más grande y tiene 4 lados	Fácil: punto y ángulo Difícil: desplazado
6A08	Circunferencia H $\rightarrow$ circunferencia (centro, punto) (Confunde con círculo)	$\checkmark$	Lo han realizado mediante segmentos	No tiene los 4 lados iguales	No sabe	Fácil: rectas Difícil: ángulo
6A09				No tiene los 4 lados iguales, se ha deformado	Si, porque tiene dos vértices (un vértice ángulo) y otros	No ha cambiado

CURSO 5ºB		SESIÓN 2		
GRUPOS	ACT. 2.1	ACT. 2.2	ACT. 2.3	
5B01	Han utilizado la herramienta ángulo		Mito. Han utilizado pocas herramientas y al nombrar las no usan nombres todos los con un vel.	No
5B02	No lo pudieron hacer	✓	✓	✓
5B03	Han utilizado la herramienta ángulo	No explica como lo ha hallado	Poco han utilizado para variedad y solo los comunes.	No
5B04	Han utilizado la herramienta ángulo de computadora	No explica como lo ha hallado	Casa. No nombran todas las figuras. Utilizan poca variedad y comunes.	No
5B05	Han utilizado la herramienta ángulo de computadora	Han continuado uno de los hechos para hacerlos. No se ha hallado	Casa. Figuras comunes y simple, poca variedad.	Si, no encuentran lo que quieren
5B06	Con la herramienta ángulo le ha salido de más de 180° y lo pintó	No le ha hallado	Utiliza gran variedad de figuras que se confunde bien.	No
5B07	Han utilizado la herramienta ángulo	Han continuado uno de los hechos para hacerlos. No se ha hallado	Robot. Utilizan gran variedad de figuras que se confunde bien.	Depende de lo realizado
5B08	Han utilizado la herramienta ángulo	Han continuado uno de los hechos para hacerlos. No se ha hallado	Casa. Han utilizado pocas figuras, poca variedad y comunes.	No
5B09	Lo han realizado mediante un triángulo y sus ángulos con un compás	Han pintado con la herramienta ángulo para que des más de 180°	Cacha. Utilizan pocas herramientas y comunes.	No
5B10	Han utilizado la herramienta ángulo	Han resultado otro de 125° y a 180° se lo han resultado	Casa. No nombran ni clasifican sus figuras.	Si. Se han liado con las herramientas.
5B11	Han utilizado la herramienta ángulo	Han resultado a 180° el resultado por el ángulo. Lo han resultado	Casa. No clasifican sus figuras.	Si. Se queda a pintado

Curso 6º A		Sesión 2		
Grupos	Act 2.1	Act. 2.2.	Act. 2.3	
6A01	Han utilizado la herramienta ángulo	No conteste	No conteste	No
6A02	Han realizado un ángulo con la herramienta ángulo de la medida del ángulo con la que se ha utilizado	Han continuado uno de los lados y han porche de los lados horizontalmente	Casa. Poco figuras y sin poder	Al principio sí luego no.
6A03	Ángulo dado su amplitud	Han copiado un lado y han restado	Pez. Poco figuras pero bien clasificadas	Sí por saber utilizar bien
6A04	Han utilizado la herramienta ángulo dada su amplitud	Han continuado y con la herramienta ángulo de la medida	Mirado de mano. Poco uso de la herramienta	No conteste
6A05	Han utilizado la herramienta ángulo dada su amplitud	Han continuado uno de los lados y han restado	Vino. No clasificadas todas las figuras	Sí no sabían como hacer
6A06	Han utilizado la herramienta ángulo	Han continuado uno de los lados y han restado	Plantón. Clasificadas todas las figuras	No
6A07	Han utilizado la herramienta ángulo	Prolonga una de los lados y con la herramienta ángulo	Perez. Ninguna solo utilizar la herramienta	No
6A08	No vino	a esta	sesión	
6A09	No pudieron	travar	la tablet.	

## *Anexo V: Análisis de resultados de la sesión 2.*

En la primera actividad de esta segunda sesión le pedíamos a los grupos “Dibuja un ángulo obtuso ¿Cuánto mide? Explica paso por paso como lo has realizado” nos ha sorprendido de nuevo los distintos caminos que realizan los alumnos para el desarrollo de la actividad. La mayoría de las respuestas muestran que para la construcción de ángulos han utilizado la herramienta de *ángulo de amplitud dada*, en el cual los niños han puesto la amplitud que ellos han querido. Otros grupos han utilizado la herramienta *ángulos* pinchando en tres sitios y posteriormente uniendo los puntos con segmentos, o bien realizan el ángulo con segmentos y después utilizan esta herramienta para saber su amplitud.

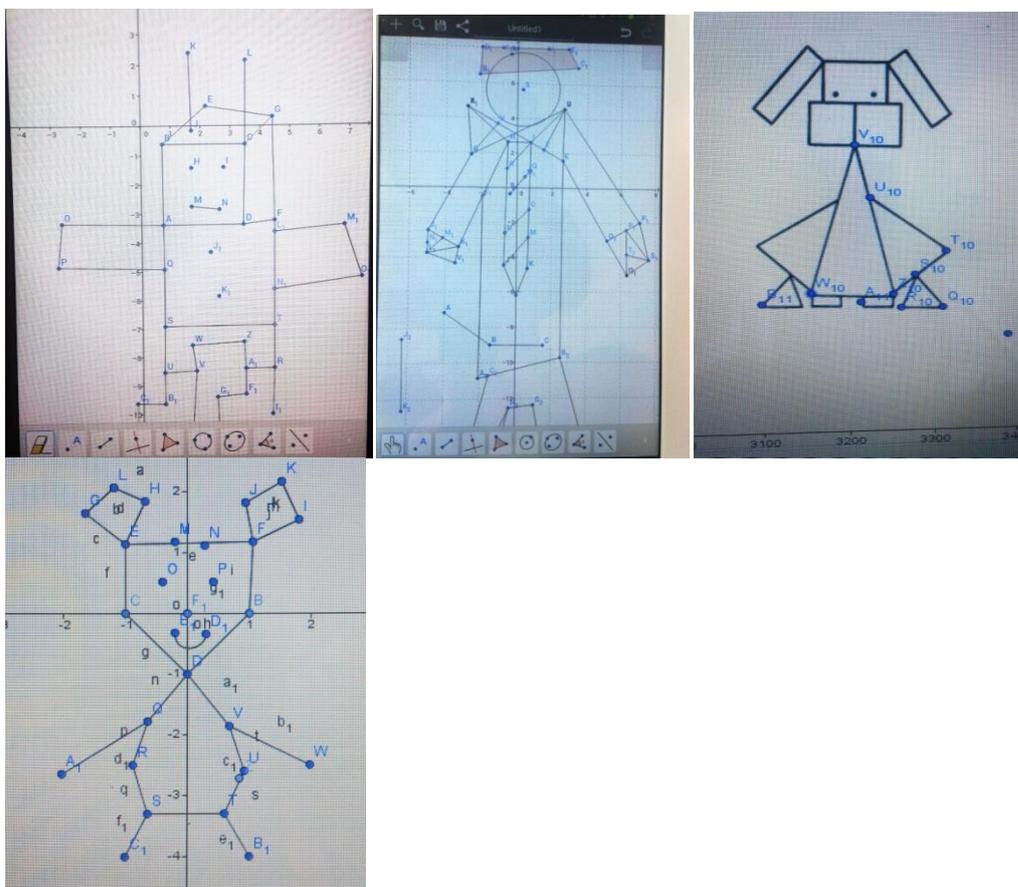
Curioso en esta actividad ha resultado la respuesta y explicación dada por algunos alumnos. Utilizando la herramienta *ángulos*, según el orden en el que pinches te mostrará el ángulo cóncavo (mayor de  $180^\circ$ ) o convexo (menor de  $180^\circ$ ). Algunos grupos que les ha salido marcado la amplitud del cóncavo, cuando la que quería era la del convexo han restado a  $360^\circ$  grados dicho ángulo y así han obtenido la amplitud del que querían.

La segunda actividad era hallar el suplementario al ángulo creado anteriormente. Nos hemos encontrado con dos formas de hacerlo hay quien lo ha dibujado pero para hallarlo ha realizado la diferencia entre  $180^\circ$  y ángulo que habían construido. Sin embargo otros grupos lo que han hecho es una vez prolongado uno de los lados coger la herramienta *ángulo* y pinchar encima del ángulo suplementario para saber su amplitud. En estas dos actividades no se han observado errores en cuanto al concepto de ángulo obtuso, pues todos lo han dibujado correctamente, igual ocurre en el caso de la construcción del ángulo suplementario.

Lo que si hemos vuelto a observar en esta sesión en gran parte de los grupos es carencia a la hora de explicar y argumentar la realización de las actividades.

La tercera actividad planteaba “Crea a partir de la utilización de figuras geométricas un dibujo libre e indica que figuras has utilizado en su construcción”. Esta actividad dicho por los propios alumnos ha sido la que más le ha gustado y motivado, por lo que en cuanto a este aspecto estamos contentos, además les ha permitido seguir trabajando y manejando las diferentes herramientas de Geogebra, permitiendo un mayor conocimiento y control sobre ellas. En el caso de los resultados matemáticos obtenidos con esta actividad vemos como los niños se han ido a figuras más comunes, conocidas y

sencillas para ellos como cuadrado, rectángulo, triángulo, etc. No se han complicado mucho o simplemente en la clasificación solamente prestan atención a dichas figuras dejando de lado aquellas más abstractas y novedosas para ellos, viendo en muchas ocasiones un cuadrado cuando es otro tipo de cuadrilátero. Pocos son los que han usado polígonos de más de cuatro lados y otros le han dado volumen cuando estábamos trabajando figuras planas.



Decir que han sido varias las dificultades para poder llevar a cabo esta sesión. En primer lugar las actividades pensadas eran otras, en las cuales se le entregaba a los niños un archivo de Geogebra con la imagen de la Torre de Pisa y tenían que trabajar sobre la imagen y hallar el ángulo de inclinación de esta y posteriormente construir el ángulo que le faltaba para estar totalmente recta y trabajar así el ángulo complementario. Sin embargo nos ha sido imposible pasárselo a las tablets de los niños, en un primer lugar lo pasaríamos por pendrive pero la mayoría de las tablets no tenían puerto USB. Después pedimos permiso a dirección para crea un correo electrónico nuevo cuyo uso sería solamente el paso del archivo, pero al pasarlo el archivo no era compatible con la tablets por lo que decidimos cambiar las actividades.

Además esta sesión por diferentes motivos no se ha podido llevar a cabo en una de las tres clases con las que se está realizando la experiencia de este pequeño taller con Geogebra, aunque esperamos que en las semanas venideras podamos concluirlo con este curso también.

La última actividad que había en el cuadernillo se le preguntaba a los niños sobre alguna dificultad que hayan tenido durante la sesión, por lo que nos encontramos con alumnos que nos dicen que al principio sí mientras recordaban las herramientas, o que no sabían cómo hacer alguna actividad o usar bien alguna herramienta, o no encontraba aquello que querían hacer y que se quedaba en muchas ocasiones la aplicación pillada.

## *Anexo VI: Otras fuentes consultadas.*

- De Pablos Pons, J. (2007). La educación infantil y primaria en la sociedad del conocimiento: el aprendizaje mediado por las tecnologías de la información y la comunicación. En González Arrabal, E. (Coord.), *Introducción temprana de las TIC: estrategias para educar en un uso responsable en educación infantil y primaria* (pp. 25 – 40). Ministerio de Educación y Ciencia, Secretaría general Técnica.
- Gómez-Chacón, I. M. (2005). Educación matemática e internet. Nuevas culturas, nuevas alfabetizaciones. *Usos matemáticos de internet*, pp. 11 – 44. Ministerio de Educación y Ciencia, Secretaría general Técnica.
- Monereo, C. (coord.) (2005). *Internet y competencias básicas. Aprender a colaborar, a comunicarse, a participar, a aprender*. Barcelona: GRAÓ.
- Salinas, J. (coord.) (2008). *Innovación educativa y uso de las TIC*. Sevilla: Universidad internacional de Andalucía.
- Segura Escobar, M. (2007). Acciones institucionales y programas para la integración de las TIC. En E. González Arrabal (Coord.), *Introducción temprana de las TIC: estrategias para educar en un uso responsable en educación infantil y primaria* (pp. 9 – 21). Ministerio de Educación y Ciencia, Secretaría general Técnica.
- Velázquez, F. (coord.) (2004). *Matemáticas e Internet*. Barcelona: GRAÓ.