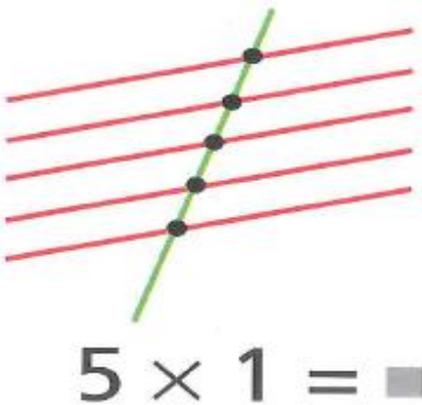
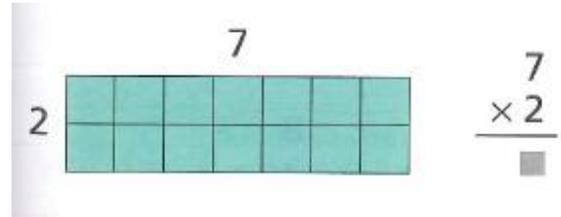


TRABAJO FIN DE GRADO. ANÁLISIS DE LIBROS: LA MULTIPLICACIÓN

$$\begin{array}{r}
 274 \\
 \times 382 \\
 \hline
 104668
 \end{array}$$



Alumno

Antonio Carlos Maldonado Medina

Universidad de Granada. Educación Primaria. Curso 2013/2014



RESUMEN

Cada estuche tiene 5 bolígrafos ¿Cuántos bolígrafos tienen 3 estuches?, ¿Cuántas combinaciones diferentes podemos hacer si tenemos 4 ramos de flores y 5 jarrones? El proceso de resolución de ambos procesos es el mismo, sin embargo uno de ellos presenta más dificultades en los discentes que el otro. ¿Por qué los alumnos tienen más dificultades para resolver un problema multiplicativo, cuando anteriormente han resuelto otro que requiere del mismo procedimiento para alcanzar la solución? La didáctica de la matemática señala algunos elementos importantes en el aprendizaje de la multiplicación que como no se trabajen adecuadamente pueden acarrear dificultades.

Dada la importancia que tiene el libro de texto en las escuelas, este TFG de investigación educativa ha analizado una muestra de ellos con un doble objetivo: El primero de ellos es analizar el contenido de cada uno de los libros y detectar carencias que deban subsanarse. El segundo de ellos, es ofrecer a los docentes unos criterios que se puedan tomar como referentes a la hora de elegir los libros de texto. Para ello empezamos con un breve recorrido por los diferentes documentos legislativos con el fin de comprobar hasta qué punto los contenidos que propone el libro se ajustan a los contenidos del currículo, además señalaremos el estado de la cuestión. En el segundo punto analizamos el contenido relativo a la multiplicación recogido en una muestra de libros e identificamos diferencias al respecto. Por último, se describen los resultados y se exponen algunas conclusiones y aspectos importantes a destacar.

DESCRIPTORES

Análisis, libros de texto, multiplicación, significados, sistemas de representación

ÍNDICE

1	Introducción, justificación o estado de la cuestión	Pág. 1
2	Método	Pág. 10
3	Resultados	Pág. 11
4	Discusión y conclusiones	Pág. 17
5	Referencias bibliográficas	Pág. 19



1. Introducción, justificación y estado de la cuestión

Introducción

Este TFG de investigación educativa tiene como objetivo analizar cómo los libros de texto de Matemáticas para Educación Primaria abordan la enseñanza/aprendizaje de aquellos temas relacionados con la multiplicación. La finalidad es doble: 1) analizar el contenido de una muestra de libros y detectar carencias que deban subsanarse buscando o elaborando otros materiales complementarios, 2) ofrecer a los docentes unos criterios que se puedan tomar como referentes a la hora de elegir los libros de texto con los que trabajar estas temáticas.

Para ello empezamos con un breve recorrido por los diferentes documentos legislativos con el fin de comprobar hasta qué punto los contenidos que propone el libro se ajustan a los contenidos del currículo. En el segundo punto analizamos el contenido relativo a la multiplicación recogido en una muestra de libros e identificamos diferencias al respecto. Por último, se describen los resultados y se exponen algunas conclusiones y aspectos importantes a destacar.

Justificación

Este trabajo de investigación surge por mi inquietud personal de saber porqué los alumnos son capaces de resolver o no, un tipo de problema, cuando el procedimiento para alcanzar la solución es el mismo. Así, para los alumnos resulta más sencillo resolver un problema de proporción simple, cómo *Cada estuche tiene 5 bolígrafos ¿Cuántos bolígrafos tienen 3 estuches?* que un problema de combinación como *¿Cuántas combinaciones diferentes podemos hacer si tenemos 4 ramos de flores y 5 jarrones?* Si a además le añadimos que el valor de las cifras es muy alto, los alumnos tienen dificultades para saber cuál es el proceso que deben de llevar a cabo. Como vemos el aprendizaje de la multiplicación incluye varios aspectos que, como no se trabajen adecuadamente pueden acarrear dificultades.

Por otra parte destaco la importancia del libro de texto en la educación. Cockroft (1985) afirmó que los libros de texto constituyen una ayuda inestimable para el trabajo diario tanto del aula como fuera de ella (Ayllon, 2011). Por su parte, Moreira (1993) establece que el libro es una secuencia de contenidos que se llevarán a cabo durante un

periodo de tiempo determinado. Permite al tutor asegurarse de que todos sus discentes verán los mismos contenidos y que realizarán las mismas tareas.

La importancia de los libros de texto en las aulas, aquí mencionada, junto con el hecho de que la multiplicación es un contenido básico del currículo de Educación Primaria, justifica el interés de este trabajo.

Marco legislativo

El contexto de formación inicial en el que nos encontramos –Grado de Maestro en Educación Primaria- hace necesario que conozcamos y analicemos el marco normativo que recoge la Enseñanza/Aprendizaje (E/A) de la materia de Matemáticas en nuestro país y nuestra Comunidad autónoma. Así pues, y en relación con este trabajo fin de grado hacemos un recorrido por las leyes y decretos para ver que se establece acerca de las operaciones aritméticas, concretamente de la multiplicación.

La multiplicación en la Ley Orgánica de Educación -LOE-

Según el artículo 18 de la LOE se establece a las Matemáticas como una asignatura obligatoria en todos los niveles de Educación Primaria. En esta asignatura se introducen las operaciones aritméticas, entre ellas la multiplicación.

La multiplicación en el Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre.

La finalidad del Real Decreto 1513/2006 es asegurarse que todos los discentes del sistema educativo español tengan una formación común. Para ello este decreto establece unas enseñanzas mínimas que quedan recogidas en forma de competencias, objetivos, contenidos y criterios de evaluación. Así pues, a continuación se mostrarán todas aquellas enseñanzas mínimas que guardan relación con la multiplicación.

Competencias

- **Competencia matemática:** Esta competencia incluye en las habilidades necesarias para producir e interpretar información a las operaciones básicas. El dominio y comprensión de las operaciones aritméticas van a aumentar la posibilidad real de seguir aprendiendo a lo largo de la vida, tanto a nivel académico como fuera de él, favoreciendo así la participación y solución de problemas en la vida social.
- **Tratamiento de la información y competencia digital:** Esta competencia comporta, entre otros componentes, el uso habitual de los recursos tecnológicos

disponibles para ayudar en el aprendizaje de las operaciones aritméticas y en la resolución de problemas reales de un modo eficiente. Por esta razón sería interesante utilizar recursos TICs para el aprendizaje de la multiplicación.

Además de las anteriores competencias que se trabajan de manera explícita en Matemáticas, en esta asignatura también se contribuye al desarrollo de otras competencias, pero esta vez de una manera implícita. Así, por ejemplo, se trabaja la **competencia en comunicación lingüística** cuando se favorece que los alumnos expongan su forma de pensar y, en la resolución de problemas, dado los problemas planteados van a favorecer al desarrollo de la comprensión lectora del alumno.

Objetivos

- Utilizar el conocimiento matemático para [... ...] producir informaciones y mensajes sobre hechos y situaciones de la vida cotidiana y reconocer su carácter instrumental para otros campos de conocimiento.
- Reconocer situaciones [... ...] para cuya comprensión o tratamiento se requieran operaciones elementales de cálculo, formularlas mediante formas sencillas de expresión matemática o resolverlas utilizando los algoritmos correspondientes, valorar el sentido de los resultados [...].
- Apreciar el papel de las matemáticas en la vida cotidiana [... ...] y reconocer el valor de distintas alternativas o soluciones.
- Conocer, valorar y adquirir seguridad en las propias habilidades matemáticas para afrontar situaciones diversas [... ...] y confiar en sus posibilidades de uso.
- Elaborar y utilizar instrumentos y estrategias personales de cálculo mental [...].
- Utilizar de forma adecuada los medios tecnológicos tanto en el cálculo como en la búsqueda, tratamiento y representación de informaciones diversas.

Contenidos y criterios de evaluación:

En cuanto a los contenidos y a los criterios de evaluación, el tema de la multiplicación está relacionado con el bloque 1, números y operaciones, concretamente en los apartados de operaciones y de estrategias de cálculo. Estos contenidos y criterios de evaluación, que enumeramos a continuación son distintos dependiendo del ciclo en el que nos encontremos. Debido a que este trabajo de investigación está centrado en los libros del tercer curso, consideramos los contenidos y criterios de evaluación del segundo ciclo.

- Contenidos
 - Utilización de los algoritmos estándar, en contextos de resolución de problemas, de suma, resta, multiplicación y división por una cifra.
 - Utilización en situaciones familiares de la multiplicación como suma abreviada, en disposiciones rectangulares y problemas combinatorios.
 - Construcción y memorización de las tablas de multiplicar.
 - Estimación y valoración del resultado de la operación entre dos números.
 - Utilización de la calculadora en la resolución de problemas de la vida cotidiana, decidiendo sobre la conveniencia de usarla en función de la complejidad de los cálculos.
 - Interés por la presentación limpia, ordenada y clara de los cálculos y de sus resultados.
- Criterios de evaluación
 - Realizar cálculos numéricos con números naturales, utilizando el conocimiento del sistema de numeración decimal y propiedades de las operaciones.
 - Utilizar estrategias personales de cálculo mental en cálculos relativos a la suma, multiplicación y división simples.

Las operaciones aritméticas en la Ley de Educación de Andalucía -LEA-

La LEA mantiene los mismos criterios establecidos en el Real Decreto. No obstante, en el artículo 40 de dicha ley se establece que el curriculum debe contemplar la presencia de contenidos y de actividades relacionadas con el medio, la historia, la cultura y otros hechos diferenciadores de Andalucía. Por tanto, algunas de las situaciones y contextos de los problemas y tareas que se planteen deben de estar contextualizadas en Andalucía.

Estado de la cuestión

La didáctica de la matemática señala algunos elementos importantes en el aprendizaje de la multiplicación que describimos a continuación.

Los contenidos: En los contenidos se engloba todo aquello que el docente quiere que sus dicentes aprendan en una actividad, unidad didáctica o programación anual determinada. Es decir, constituyen un conjunto de conocimientos, destrezas y actitudes que se espera que los alumnos adquieran, ya sea explícita o implícitamente. Díaz

(1994) define los contenidos como: “un conjunto de formas culturales y saberes seleccionados para formar parte de un área en función de los objetivos generales de la misma” (p.88) La didáctica general establece tres tipos de contenidos, indicando en cada uno de ellos, un contenido propio de la multiplicación.

- Conceptuales. Se refieren al *saber*: Conceptos, hechos o datos. Por ejemplo: Memorización de las tablas de multiplicar.
- Procedimentales. Contenidos referidos a la capacidad de *saber hacer*: Método, técnica, destreza... Por ejemplo: Utilización de los algoritmos estándar, en contextos de resolución de problemas, de suma, resta, multiplicación y división por una cifra.
- Actitudinales. Se refiere al *ser*: Respetar, valorar, cuidar... Por ejemplo: Interés por la presentación limpia, ordenada y clara de los cálculos y de sus resultados

Los libros de texto tienen la posibilidad de transmitir estos tres tipos de contenidos. Aunque puede que en la realidad no sea así, y los libros de texto hagan más énfasis en los conceptuales y en los procedimentales que en los actitudinales dejando estos bajo la responsabilidad del docente.

Como ya hemos visto anteriormente en el marco legislativo, el REAL DECRETO 1513/2006 establece los contenidos mínimos para el segundo ciclo de Educación Primaria referentes a la multiplicación.

Significados de la multiplicación: Es la interpretación que se hace de la multiplicación. Según Castro y Ruiz (2011), entender el significado de las operaciones requiere capacidad para reconocer las distintas situaciones o fenómenos en que se aplican.

Generalmente, el significado de la multiplicación más extendido es el de la multiplicación como suma repetida o reiterada. Según Castro y Ruiz (2011) este significado se justifica como un principio de economía que simplifica lo engorroso de realizar de forma repetida la suma de un número consigo mismo un alto número de veces. Así la suma repetida $3+3+3+3+3$ se abrevia mediante el producto 5×3 .

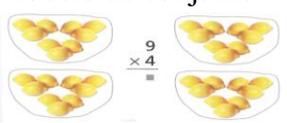
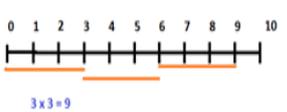
También hay otros dos significados aceptados, el primero de ellos es la multiplicación como producto cartesiano. Castro y Ruiz (2011) lo defienden de la siguiente manera: Si tenemos un conjunto o colección C de camisetas y otro P de

pantalones, podemos combinar cada camiseta con cada uno de los pantalones dando lugar a un número de posibilidades de formas de vestirnos.

El segundo significado es el de la multiplicación como área de un rectángulo. En este significado, Castro y Ruiz (2011) establecen que el producto de la multiplicación está representado por el número de filas y columnas, refiriéndose a las filas como a la base y a las columnas como a la altura de un rectángulo.

Sistemas de representación: Castro (2001) afirma que cuando comunicamos nuestros resultados podemos servirnos de expresiones, dibujos o símbolos que de algún modo, representa el resultado. Estos símbolos o gráficos expresan diferentes conceptos y procedimientos matemáticos. Para la representación, nos apoyamos en los modelos, que son esquemas o maquetas de la realidad cuya finalidad es facilitar la comprensión y estudio de su complejidad.

Los modelos se pueden clasificar en torno a tres tipos; **modelos concretos** (cuando se usa un material físico), **modelos pictóricos** (cuando se recurre a ilustraciones o dibujos y **modelos simbólicos** (cuando se utilizan símbolos tal como +, -, \times y \div , ecuaciones...). Debido a las características de los libros de texto solo podremos analizar dos tipos de modelos, los pictóricos y los simbólicos. Así pues, distinguimos los diferentes modelos para representar la multiplicación que se recogen en la tabla 1.

Nombre del modelo	Clasificación	Significado y descripción
<p>Modelo de conjunto</p> 	Pictórico	Suma repetida. El producto de la multiplicación es la suma repetida de factores con un mismo valor.
<p>Modelo de área</p> 	Pictórico	Área de un rectángulo. El resultado es el producto de las filas por las columnas.
<p>Modelo lineal</p> 	Pictórico	Suma repetida. Sobre una recta numérica se van añadiendo tantos "saltos" iguales como indique el multiplicador o multiplicando de la operación. Así, si el multiplicador es la longitud del salto, el multiplicando es el número de saltos que debemos dar. Tras el último salto se obtendrá la solución

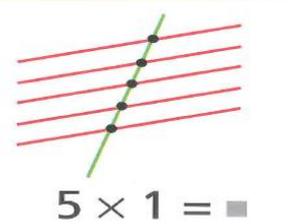
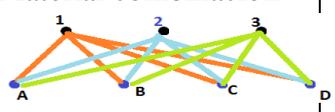
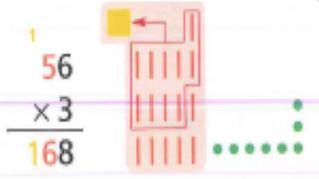
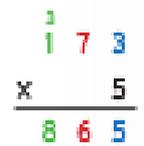
Nombre del modelo	Clasificación	Significado y descripción
Modelo intersección de rectas 	Pictórico	Combinación. Se disponen tantas rectas en horizontal como cifra indique el multiplicador, y tantas rectas en diagonal como indique el multiplicando. De esta manera el producto de la multiplicación, será el número de intersecciones que se producen entre las rectas. También puede optar por un significado de suma repetida, en el caso de que el multiplicando sea mayor que uno, teniendo que sumar entonces filas de puntos.
Material combinación 	Pictórico	Producto cartesiano. Cada elemento de un conjunto numérico se combina con cada elemento de otro conjunto numérico. El número de combinaciones será el resultado.
Modelo material multibase 	Pictórico (Concreto*)	Suma repetida. El modelo es un modelo donde se van añadiendo valores, pero dependiendo del sistema de numeración en el que se trabaje, se va reestructurando. Así pues, si trabajamos con el sistema decimal, se van sumando unidades, hasta llegar a 10 y formar una decena. En el material multibase, se asocia una figura con cada unidad, decena, centena...
Modelo numérico 	Simbólico	En este modelo, no se trabaja un significado en concreto. Se trata de un modelo en que requiere un buen dominio de las tablas de multiplicar.

Tabla 1. Modelos de representación de la multiplicación

Las tareas: Las tareas son actividades de enseñanza aprendizaje que el alumno debe realizar. Estas están estructuradas y secuenciadas en torno a los contenidos que se trabajan en un determinado momento. Tienen una doble finalidad; por su parte el discente practica un contenido en concreto, mientras que el docente puede observar y controlar el progreso del alumno. (Universidad de Playa Ancha, n.d).

Se pueden distinguir dos tipos de tareas: Ejercicios y problemas. Como explica Ayllon, (2012) el ejercicio es aquella tarea rutinaria que requiere para su realización una capacidad memorística. Por su parte Butts (1980), según informa la autora anterior, considera que hay dos tipos de ejercicios: *De reconocimiento*, donde se requiere

reconocer o recordar una definición y *de algoritmo*, donde se demanda la ejecución de un algoritmo. En cambio, según Santos (1997) y Larios (2000) establecen que la resolución de un problema requiere buscar un camino a seguir que en ocasiones no es evidente, apelar a conocimientos diferentes y establecer relaciones entre ellos (Ayllon 2012)

Al igual que las actividades, los problemas se pueden clasificar. En este caso, como el trabajo de investigación va sobre la multiplicación, los problemas estarán clasificados como **problemas de estructura multiplicativa**, que incluye los problemas que se resuelven con una multiplicación o con una división.

Rico y Segovia (2011) proponen la siguiente clasificación para los problemas multiplicativos de una etapa, es decir que se resuelven con una operación.

- **Problemas de proporcionalidad simple.** En ellos se relacionan dos magnitudes diferentes, para posteriormente ofrecerte una cantidad de una magnitud y pedirte la cantidad de la otra magnitud. Por ejemplo: En la mesa hay 4 cajas de lápices. Cada caja contiene 6 lápices ¿Cuántos lápices hay en total?
- **Problemas de comparación multiplicativa:** En la comparación de dos cantidades, una de ellas hace el papel de referente y la otra parte el de comparado o referido. La relación que existen entre referente y referido se denomina escalar, es decir, es el número de veces que se repite el referente en el referido. Por ejemplo: Juan tiene 6 naranjas. Pedro tiene 4 veces más que Juan. ¿Cuántas naranjas tiene Pedro?
- **Problemas de igualación:** Son aquellos problemas en los que la comparación multiplicativa se realiza en términos de igualación, anunciando la cantidad de veces que una cantidad es tan grande como otra. Por ejemplo: Justin gana cuatro veces tanto como lo que gana Selena, que gana 100.000 dólares ¿Cuánto gana Justin?
- **Problemas de producto cartesiano:** Se basan en la formación de un conjunto de pares ordenados a partir de dos conjuntos de objetos distintos. Por ejemplo: Samuel tiene 4 pantalones y 3 camisetas ¿De cuántas formas las puede combinar para vestirse?

Problemas de más de una etapa: Estos problemas requieren la ejecución de al menos dos operaciones aritméticas de forma consecutiva. Por ejemplo: Adrian va al mercadillo y vende 8 gallinas al precio de 10 euros la unidad. Con el dinero que obtiene compra 2 puzles al precio de 25 euros cada uno. Sabiendo que tenía 13 euros en su

monedero y que el transporte le ha costado 3 euros ¿Con cuánto dinero vuelve a casa Adrian?

Otro aspecto a tener en cuenta en los problemas es el **contexto**. Según PISA el contexto es el aspecto del mundo del individuo en el cual los problemas se ubican. PISA (2012) estableció cuatro contextos:

- **Personal:** Son problemas relacionados con uno mismo, la familia o el grupo de amigos. Así, estos problemas pueden ser acciones como la compra, el juego, el transporte , viajes...
- **Ocupacional:** Estos problemas se centran en el mundo laboral. Los ítemes de este contexto incluye acciones como medir, calcular costes, pedido de materiales para la construcción, toma de decisiones relacionadas con el trabajo... Estos ítemes no deben ser muy ajenos a alumnos de 15 años.
- **Social:** Los problemas ubicados en este contexto se centran en la propia comunidad. Así, tratan de temas como el transporte público, política, publicidad, estadísticas nacionales y económicas... Aunque ante estos temas el sujeto los cuestione de una manera personal, el foco del problema está en la perspectiva de comunidad.
- **Científico:** Son problemas en los que se aplica la Matemática en la naturaleza y en temas relacionados con la ciencia y la tecnología. Este contexto incluiría temas como el tiempo y el clima, ecología, medicina, ciencia espacial y genética

2. Método

Para realizar este trabajo de investigación se han escogido tres libros de texto de tercer curso de Educación Primaria. La razón por la que se han escogido los libros de este curso es porque es en el segundo ciclo cuando se empieza a tratar el algoritmo de la multiplicación y otros aspectos relacionados con ella. Concretamente hemos seleccionado los siguientes libros.

- Santaolalla, E. Pellicer, C. Abelló, N. Berenguer, L. y González, Y. (2010).3º Primaria Matemáticas SM. Proyecto Conecta 2.0. Madrid. Editorial SM.
- Segarra, L. 3º Primaria Matemáticas Teide. Proyecto Polar. 2004. Barcelona. Editorial Teide.
- Arribas, C. Puras, Y. Rodríguez, P. J. y Rodríguez, C. 3º Primaria Matemáticas Edelvives. Proyecto cometa mágica. 2001. Zaragoza. Editorial Edelvives.

Para realizar este análisis, nos fijaremos en las siguientes categorías que se han descrito en el apartado anterior.

- Contenidos.
- Los significados de la multiplicación
- Los sistemas de representación
- Tareas
 - Tipo de tarea. Distinguiendo entre ejercicios y problemas
 - Tipo de problema:
 - De una etapa o de más de una etapa
 - ❖ Problemas de proporcionalidad simple
 - ❖ Problemas de comparación multiplicativa
 - ❖ Problemas de igualación
 - ❖ Problemas de producto cartesiano
 - ❖ Problemas de producto de medidas
 - De más de una etapa
 - Contextos PISA
 - Personal
 - Ocupacional
 - Social
 - Científico

3. Resultados

Con el objetivo de poder realizar una comparación entre las editoriales, recogeremos la información obtenida por categorías.

- **Contenidos**

En las tablas 2,3 y 4 aparecen representados los contenidos que cada editorial propone para el tema de la multiplicación.

Tema 1	Tema 2
<ul style="list-style-type: none">- La multiplicación- Términos de la multiplicación: Factor y producto- Tablas de multiplicar del 1 al 10- Doble y el triple- Propiedades de la multiplicación: Orden de los factores no altera el producto- Multiplicación con multibase	<ul style="list-style-type: none">- Multiplicar por 10, 100 o 1000- Algoritmo estándar de la multiplicación- Multiplicación sin y con llevadas

Tabla 2. Contenidos que trata SM. Proyecto: Conecta 2.0

Tema 1	Tema 2	Tema 3
<ul style="list-style-type: none">- Multiplicación- Producto- Multiplicar por 2. El doble.- Multiplicar por 4	<ul style="list-style-type: none">- Tablas de multiplicar del 1 al 10.	<ul style="list-style-type: none">- Multiplicar por 10.- Algoritmo estándar de la multiplicación- Multiplicación por sistema multibase.- Multiplicación con llevadas

Tabla 3. Contenidos que trata Teide. Proyecto polar.

Tema 1
<ul style="list-style-type: none">- Términos de la división: Definición, factor y producto.- Propiedad de la multiplicación: Orden de los factores no altera el producto.- Multiplicación por 0, 1 y 10- El doble y el triple.- Multiplicar por 4,5 y 6- Multiplicar por 7,8 y 9- Multiplicar sin y con llevadas

Tabla 4. Contenidos que trata Edelvives: Proyecto: Cometa mágica.

Gracias a las tablas 2,3 y 4, donde se recogen los contenidos que las editoriales trabajan, podemos confirmar la hipótesis anterior de que los libros de texto hacen más énfasis en los contenidos conceptuales y procedimentales que en los actitudinales, dejando estos al cargo del docente.

Teniendo en cuenta las tablas anteriores y la tabla 5, podemos ver que el número de temas no tiene una relación directa con el número de contenidos propuestos, ya que como se observa en la siguiente tabla, las tres editoriales trabajan prácticamente en su totalidad los mismos contenidos.

Editorial/ Contenidos	SM	Teide	Edelvives
Definición	X		X
Factor	X		X
Producto	X	X	X
Tablas	X	X	X
Doble	X	X	X
Triple	X		X
Multiplicación multibase	X	X	
Multiplicar por 10	X	X	X
Multiplicar por 100	X		
Multiplicar por 1000	X		
Multiplicación sin llevadas	X	X	X
Multiplicación con llevadas	X	X	X
Algoritmo estándar	X	X	X
Propiedad conmutativa	X		X
Propiedad asociativa	X		

Tabla 5. Comparativa de los contenidos trabajados por cada editorial

Algunas de las observaciones que se pueden extraer, es que la editorial Teide, en comparación con las otras dos editoriales, no trabaja el factor, el triple, la multiplicación por 100 y por 100 y la propiedad conmutativa y asociativa. El hecho de que no proponga una definición para la multiplicación es llamativo, ya que las otras dos editoriales definen la multiplicación como una suma repetida, mientras que la editorial Teide no propone una definición para la multiplicación porque se trabajan más

significados para la misma. No obstante, excepto la definición de multiplicación los demás contenidos que no propone esta editorial no forman parte de los contenidos mínimos que se establecen en el Real Decreto 1315/2006.

También es conveniente comentar que ninguna editorial propone el uso de la calculadora en función de la complejidad de los cálculos, como se establece en el Real Decreto, por lo que en este aspecto ninguna de las editoriales cumple con las enseñanzas mínimas.

- **Los significados de la multiplicación**

El marco legislativo anterior recoge la utilización en situaciones familiares de la multiplicación como suma repetida, en disposiciones rectangulares y problemas combinatorio, es decir, se debe trabajar la multiplicación con los tres significados.

Como se observa en la tabla 6 ninguna de las tres editoriales trabaja los tres significados. Mientras que el significado de suma repetida se lleva a cabo en las tres editoriales el significado de combinación no se trabaja en ninguna de ellas. Únicamente la editorial Teide trabaja la multiplicación como área.

Editorial/Significados	SM	Teide	Edelvives
Suma repetida	X	X	X
Área		X	
Combinación			

Tabla 6. Comparativa de los significados de la multiplicación por cada editorial

- **Sistema de representación**

La interpretación que se hace de la multiplicación hace posible que se utilicen distintos modelos para su representación. La gran mayoría de estos modelos responden a modelos pictóricos, como son el modelo de conjunto, de área, lineal, intersección de rectas, combinación y el multibase, que también puede ser concreto. También está aceptado el modelo simbólico, como el numérico. Como se observa en la tabla 7, los modelos más utilizados son los modelos de conjunto y el numérico, por contra, los modelos lineal y de combinación no se emplea en ninguna editorial.

La editorial Teide, es la editorial que más modelos de representación utiliza, cinco. Mientras la editorial Edelvives es la editorial que menos modelos utiliza, en total tres.

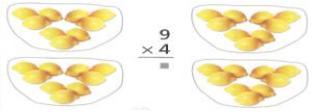
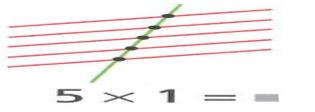
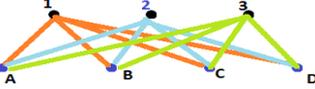
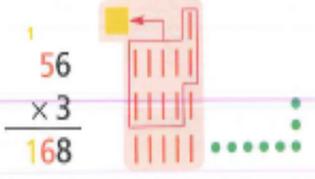
Editorial/ Sistema de representación	SM	Teide	Edelvives
Modelo de conjunto 	X	X	X
Modelo de área 		X	X
Modelo lineal 			
Modelo intersección de rectas 	X	X	
Modelo de combinación 			
Modelo numérico 	X	X	X
Modelo material multibase 	X	X	

Tabla 7. Comparativa de los sistemas de representación por cada editorial

- **Las tareas**

- Tipo de tarea

Respecto al tipo de tarea, como se observa en la tabla 8, el número de ejercicios es superior al número de problemas en cinco de los seis temas analizados, así pues, en total se han analizado 269 tareas, de las cuales 163 son ejercicios y 106 problemas.

No obstante, la tendencia que llevan las editoriales con más de un tema, es compensar el número de ejercicios y problemas, llegando incluso a haber más problemas que ejercicios como se observa en el tema 3 de la editorial Teide.

Tarea/ Editorial	SM			Teide				Edelvives		Total
	T. 1	T. 2	Total	T. 1	T. 2	T. 3	Total	T. 1	Total	
Ejercicios	43	30	73	22	11	9	42	48	48	163
Problemas	18	20	38	11	9	16	36	32	32	106
Total	61	50	111	33	20	25	78	80	80	269

Tabla 8. Tareas y problemas registrados por editorial y por tema

○ Tipo de problema:

En las tres editoriales el tipo de problema más recurrido es el de proporcionalidad simple. Muy lejos de este, en cantidad, el siguiente tipo de problema que se propone es el de comparación. Por su parte, los problemas de igualación, combinación y producto de medidas no aparecen en ninguno de los libros analizados. Un dato que confirma lo anterior es que los problemas de más de una etapa, donde los alumnos tienen que realizar más de una operación, son problemas donde se le pide al alumno que realice dos problemas proporción simple o de comparación para posteriormente con estos datos realizar una suma o una resta.

Así, en la tabla 9 podemos observar que no todos los problemas que se plantean son multiplicativos, es decir, se requiere la ejecución de la multiplicación o la división, sino que también hay problemas que no se resuelven a través de estas dos operaciones.

Editorial/ Tipo de problema		SM			Teide				Edelvives		Total
		T.1	T.2	Total	T.1	T.2	T.3	Total	T.1	Total	
Problemas de más de una etapa	Proporcionalidad simple	8	9	17	1	6	13	20	21	21	58
	Comparación multiplicativa	1	1	2	0	0	0	0	3	3	5
	Igualación	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Producto de combinaciones	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Producto de medidas	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Editorial/ Tipo de problema		SM			Teide				Edelvives		Total
		T.1	T.2	Total	T.1	T.2	T.3	Total	T.1	Total	
Más de una etapa	Proporción simple	3	6	9	0	0	0	0	1	1	10
	Comparación multiplicativa	1	0	1	0	0	0	0	3	3	4
	Problema no multiplicativo	5	4	9	10	3	3	16	4	4	29

Tabla 9. Tipos de problemas multiplicativos por editorial

○ Contextos PISA

En referencia a los contextos, como se puede observar (en la tabla 10) en los tres libros el contexto más recurrente es el contexto personal, seguido por el contexto personal. Por contra, los contextos menos empelados son el social y el científico.

Así, se puede observar como la editorial SM trata en su primer tema únicamente el contexto personal y ocupacional, para posteriormente disminuir estos e introducir los dos contextos restantes. Por su parte, Edelvives propone problemas para los cuatro contextos aunque les da más importancia a los contextos personal y ocupacional.

Editorial/ Contextos	SM			Teide				Edelvives		Total
	T.1	T.2	Total	T.1	T.2	T.3	Total	T.1	Total	
Personal	14	9	23	0	2	15	17	13	13	53
Ocupacional	4	8	12	11	5	1	17	9	9	38
Social	0	2	2	0	1	0	1	5	5	8
Científico	0	1	1	0	1	0	1	5	5	7
Total	18	20	38	11	9	16	36	32	32	106

Tabla 10. Contextos trabajados por editorial

4. Discusión y conclusiones

Discusiones

Este trabajo de investigación se ha limitado al análisis de los libros de texto, pero el trabajo de las editoriales no se queda ahí, ya que además de los libros de texto las editoriales ofrecen también fichas de ampliación y de refuerzo, recursos materiales y actividades virtuales que también sería conveniente que se tengan en cuenta en el proceso de enseñanza aprendizaje de la multiplicación. Además, también sería interesante analizar los exámenes que cada editorial propone y ver entre otras cosas que tarea, tipo de problema o contexto predomina.

Otro aspecto a tener muy en cuenta es la transversalidad de contenidos. Anteriormente se han recogido todos aquellos contenidos relacionados con la multiplicación, pero además de estos, las editoriales han introducido contenidos de otros temas de matemáticas o incluso de otras asignaturas facilitando así la transversalidad entre áreas. Este aspecto es muy importante, ya que de esta manera los alumnos no verán en las Matemáticas un mundo aislado sin utilidad, sino que a través de la transversalidad podemos ver como las Matemáticas están presentes en la vida, tanto propia como de la sociedad. Además de la transversalidad de contenidos, también es importante que el libro de texto cuente con tareas para desarrollar el cálculo mental y la enseñanza de heurísticos para la resolución de problemas, ya que estos ayudarán en el proceso de enseñanza aprendizaje de las Matemáticas.

También sería pertinente, tener en cuenta desde qué punto parte cada editorial. Es decir, si este libro de tercero de primaria es el primer libro de esa editorial donde se trabaja la multiplicación o si por el contrario, la editorial ha incluido la multiplicación en los libros de segundo curso. No obstante, las tres editoriales se encuentran en el mismo nivel, ya que en ninguno de los casos, se han dado multiplicaciones en los que uno de sus factores, multiplicando o multiplicador, tenga más de una cifra.

Un punto a tener muy en cuenta, es la facilidad que tienen los libros para realizar adaptaciones. Es decir, aunque no se trabajen explícitamente algunos contenidos, significados de la multiplicación o modelos de representación, se pueden realizar

pequeñas adaptaciones de tal manera que el tutor a partir una actividad puede explicar cada uno de estos aspectos.

Conclusiones

Este trabajo fin de grado me ha ayudado a comprender porque los alumnos no son capaces de resolver algunos problemas multiplicativos cuando se le da un significado de producto cartesiano o combinación, el problema recurre en que el proceso de enseñanza- aprendizaje en muchos casos es memorístico y los alumnos realizan las tareas de forma mecánica, inclusive si son problemas, ya que la variedad de estos, como hemos podido comprobar anteriormente, es escasa. Por esta razón es conveniente proponer tareas que no sean mecánicas, sino que sean más deductivas.

En mi opinión, los libros de texto deben de equiparar la cantidad de problemas tanto en tipo de problema como en el contexto en el que se ubican. Si limitamos la enseñanza de la multiplicación en un solo significado y además no los distribuimos en los distintos contextos estamos acotando el abanico de posibilidades, es decir, no le estamos mostrando a nuestros alumnos las distintas salidas que puede haber. Lo que quiero decir con esto es, ¿cómo un alumno puede ser científico sí en nuestros libros de texto no hay tareas ubicadas en ese contexto que despierten el interés en el alumno por la investigación?

Por estas razones, y dada la importancia que tienen los libros de texto en las escuelas es muy importante que los docentes no solo sepan los puntos fuertes de cada editorial, sino también conocer las carencias que presentan cada una de ellas ya que la elección de estas además de acarrear problemas en el proceso de enseñanza-aprendizaje puede tirar por la borda las inquietudes de los alumnos.

5. Referencias bibliográficas

- Ayllon, M. F. (2012). *Invención-resolución de problemas por alumnos de Educación Primaria*. Tesis doctoral. Universidad de Granada, España
- Boletín Oficial del Estado (2006). Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo de Educación.(Vol. BOE N° 106, pp.17159-17207).Madrid. España: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Boletín Oficial del Estado (2006). Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. (Vol. BOE N° 293, pp. 43053-43102). Madrid, España: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Boletín Oficial de la Junta de Andalucía. Ley 17/2007, de 10 de diciembre, de Educación.(Vol. N° 252, pp. 5- 36). Sevilla, España: Consejería de Educación, Cultura y Deporte.
- Butts, T (1980). Posing problems properly. En S. Krulik y R. E. Reys (Eds.), *Problems solving in school mathematics* (pp. 23-33).
- Castro, E. (2001):*Didáctica de la matemática en la Educación Primaria*. Granada: Editorial: Síntesis
- Castro, E. y Ruiz, J. F. (2011). Capítulo 4: Aritmética de los números naturales. Estructura multiplicativa. En L. Rico e I. Segovia (2011), *Matemáticas para maestros de Educación Primaria*. (pp.99- 121). Madrid: Editorial Pirámide.
- Cobo, B. y Batanero, C. (2004). Significado de la media en los libros de texto de secundaria. *Enseñanza de las ciencias*, 22(1), 5-18.
- Cockcroft, W. H (1985). *Las matemáticas si cuenta. Estudios de educación*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Díaz, J. (1994). *El currículo de la educación física en la reforma educativa*. Barcelona: INDE
- Larios, V. (2000). *Las conjeturas en los procesos de validación matemática. Un estudio sobre su papel en los procesos relacionados con la Educación Matemática*. Tesis doctoral. Universidad de México, México.
- OCDE (2011) Marco conceptual PISA 2012. La evaluación de la competencia matemática. Montevideo, Uruguay.

Moreira, M. (1993). *Unidades didácticas e investigación en el aula*. Gran Canaria. Consejería de educación, cultura y deporte del gobierno de canarias/Librería nogal ediciones.

Santos, L. M (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. México DF, México: Iberoamérica.

Webgrafía

Autor la universidad <http://www.upla.cl/inicio/>

<http://biblio-edu.wikispaces.com/cleses+de+contenidos+curriculares>

http://didacticageneralodosunicaes.blogspot.com.es/p/unidad-uno_8.html

Libros analizados

Arribas, C. Puras, Y. Rodríguez, P. J. y Rodríguez, C. (2001). *3º Primaria Matemáticas Edelvives. Proyecto cometa mágica*. 2001. Zaragoza. Editorial Edelvives.

Santaolalla, E. Pellicer, C. Abelló, N. Berenguer, L. y González, Y. (2010). *3º Primaria Matemáticas SM. Proyecto Conecta 2.0*. Madrid. Editorial SM.

Segarra, L. (2004). *3º Primaria Matemáticas Teide. Proyecto Polar*. 2004. Barcelona. Editorial Teide.