## UNIVERSIDAD DE GRANADA DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL



# OPTIMIZACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN Y DIMENSIONADO DE PLANTAS FOTOVOLTAICAS CON SEGUIMIENTO SOLAR MEDIANTE ALGORITMOS EVOLUTIVOS

# OPTIMIZATION OF DISTRIBUTION AND SIZING OF PHOTOVOLTAIC PLANTS WITH SOLAR TRACKERS USING EVOLUTIONARY ALGORITHMS

TESIS DOCTORAL - 2013

DANIEL GÓMEZ LORENTE

Para la obtención del

GRADO DE DOCTOR INTERNACIONAL POR LA UNIVERSIDAD DE GRANADA

DIRECTORES:

ANTONIO ESPÍN ESTRELLA, Universidad de Granada

CONSOLACIÓN GIL MONTOYA, Universidad de Almería

## UNIVERSIDAD DE GRANADA DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL



# OPTIMIZACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN Y DIMENSIONADO DE PLANTAS FOTOVOLTAICAS CON SEGUIMIENTO SOLAR MEDIANTE ALGORITMOS EVOLUTIVOS

### OPTIMIZATION OF DISTRIBUTION AND SIZING OF PHOTOVOLTAIC PLANTS WITH SOLAR TRACKERS USING EVOLUTIONARY ALGORITHMS

**TESIS DOCTORAL - 2013** 

**Daniel Gómez Lorente** 

Los Directores de la Tesis

Editor: Editorial de la Universidad de Granada Autor: Daniel Gómez Lorente

D.L.: GR 1019-2014 ISBN: 978-84-9028-989-1

## UNIVERSIDAD DE GRANADA DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL



## OPTIMIZACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN Y DIMENSIONADO DE PLANTAS FOTOVOLTAICAS CON SEGUIMIENTO SOLAR MEDIANTE ALGORITMOS EVOLUTIVOS

### OPTIMIZATION OF DISTRIBUTION AND SIZING OF PHOTOVOLTAIC PLANTS WITH SOLAR TRACKERS USING EVOLUTIONARY ALGORITHMS

**TESIS DOCTORAL - 2013** 

**Daniel Gómez Lorente** 

El acto de defensa y lectura de Tesis se celebra el día	de		de	2013
en la Universidad de Granada, ante el siguiente Tribu	ınal	evaluador	quién (	decide
otorgar la calificación de:				

El Presidente

Dr. José Ramón Sáenz Ruiz

Catedrático de Universidad

El Secretario

Fdo. Dr. Enrique Alameda Hernández

Profesor Titular de Universidad

La vocal.
Dra. María Dolores Gil Montoya

\*Profesora Titular de Universidad\*

## UNIVERSIDAD DE GRANADA DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL



## OPTIMIZACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN Y DIMENSIONADO DE PLANTAS FOTOVOLTAICAS CON SEGUIMIENTO SOLAR MEDIANTE ALGORITMOS EVOLUTIVOS

### OPTIMIZATION OF DISTRIBUTION AND SIZING OF PHOTOVOLTAIC PLANTS WITH SOLAR TRACKERS USING EVOLUTIONARY ALGORITHMS

**TESIS DOCTORAL - 2013** 

**Daniel Gómez Lorente** 

#### **Directores de Tesis**

Dr. Antonio Espín Estrella Profesor Titular de Universidad (Universidad de Granada) Dra. Consolación Gil Montoya Catedrática de Universidad (Universidad de Almería)

#### TRIBUNAL EVALUADOR

Presidente: Dr. José Ramón Sáenz Ruiz. Catedrático de Universidad (Universidad de Cádiz)

Secretario: Dr. Enrique Alameda Hernández. Profesor Titular de Universidad (Universidad de Granada)
Vocal 1º: Dra. María Dolores Gil Montoya. Profesora Titular de Universidad (Universidad de Almería)

Vocal 2º: Dr. António Machado Moura. Catedrático de Universidad (Universidade do Porto)
Vocal 3º: Dr. Salvador García López. Profesor Titular de Universidad (Universidad de Jaén)

El doctorando Daniel Gómez Lorente y los directores de la tesis Antonio Espín Estrella y Consolación Gil Montoya garantizamos, al firmar esta tesis doctoral, que el trabajo ha sido realizado por el doctorando bajo la dirección de los directores de la tesis y hasta donde nuestro conocimiento alcanza, en la realización del trabajo, se han respetado los derechos de otros autores a ser citados, cuando se han utilizado sus resultados o publicaciones.

Granada, 12 de noviembre de 2013.

Director/es de la Tesis

Doctorando

Fdo.: Antonio Espín Estrella

Fdo.: Consolación Gil Montoya

Fdo.:Daniel Gómez Lorente



### Agradecimientos

Quisiera dedicar la finalización de esta Tesis Doctoral a todas aquellas personas que me han acompañado y facilitado su apoyo, consejo y ánimo a lo largo de este proceso, sin las cuales no hubiera sido posible lograr este objetivo.

En primer lugar agradecer a mis directores de Tesis, Antonio Espín Estrella y Consolación Gil Montoya, no sólo por ofrecerme sus valiosos conocimientos y experiencia profesional, sino también por animarme y alentarme en cada una de las fases de la investigación.

Hago extensivos estos agradecimientos a los profesores del Área de Ingeniería Eléctrica del Departamento de Ingeniería Civil, Enrique Alameda, Antonio Peña, Ovidio Rabaza, Fernando Aznar y Evaristo Molero por facilitarme la integración en el Departamento y hacerme sentir un compañero más durante estos años de desarrollo de mi beca.

Y por último, aunque no menos importante, a mi mujer, Cintia, a la que la elaboración de esta Tesis quitó tanto tiempo de convivencia, y a mis padres por su eterna entrega y capacidad para mantener la ilusión por una meta alcanzable y porque han sido una indudable referencia y guía durante estos años. Espero continuar sus pasos.

Desde estas páginas, un recuerdo muy especial para todas y todos.

¡Gracias!

#### **RESUMEN**

Un Sistema Fotovoltaico Conectado a Red (SFVCR) con seguimiento solar está compuesto, principalmente, por los módulos fotovoltaicos que transformarán la luz solar incidente en corriente continua, las estructuras de seguimiento sobre las que se dispondrán dichos módulos, los conductores eléctricos que transportarán esa corriente continua hasta los inversores eléctricos, los cuales transformarán la corriente continua en alterna, que a su vez será elevada hasta los transformadores, que elevarán el voltaje de esa corriente alterna hasta un nivel apto para su traslado por la líneas eléctricas de media y alta tensión.

Si bien los costes de instalación de un SFVCR con seguimiento solar son cada vez menores, gracias a la estandarización de la tecnología y al aumento de la demanda, las subvenciones para la instalación inicial de dichos SFVCRs son cada vez menores debido a la incapacidad de los gobiernos y administraciones públicas de mantener las ayudas adecuadas a su implantación y difusión.

La disminución de incentivos y la inseguridad jurídica hace que la rentabilidad de los SFVCR caiga a niveles cada vez menos atractivos para los inversores, lo que ha conllevado en los últimos años una severa ralentización de la penetración del sector fotovoltaico en España. Por lo tanto, cualquier mecanismo que sea capaz de aumentar dicha rentabilidad debe ser minuciosamente estudiado.

Esta Tesis Doctoral se centra en las pérdidas por efecto Joule que se producen en los conductores de los SFVCR con seguimiento solar. Gran cantidad de este tipo de instalaciones funcionan con inversores eléctricos de forma centralizada, transportando la energía generada por los módulos fotovoltaicos en corriente continua hasta la ubicación de los inversores. En las instalaciones de dimensiones considerables, estos conductores serán de unas longitudes que hacen que este tipo de pérdidas no sean ni mucho menos despreciables.

La primera parte de esta Tesis Doctoral se centra en la minimización de dichas pérdidas, diseñando y dimensionando el SFVCR de forma óptima. Para ello, dado un terreno determinado donde se desea instalar un SFVCR con seguimiento solar, haciendo uso de algoritmos evolutivos monobjetivo, se proporciona un diseño que consta de una

elección determinada de módulos fotovoltaicos e inversores, un dimensionado de las estructuras de seguimiento con su correspondiente tipología de conexionado serie-paralelo y una distribución de dichas estructuras en el terreno estudiado.

Aunque los resultados obtenidos por los algoritmos evolutivos monobjetivo, utilizados en la primera parte de esta Tesis han sido muy satisfactorios, se ha presentado el problema consistente en que, en algunos de los terrenos estudiados, si bien el diseño obtenido hacía que las pérdidas eléctricas por efecto Joule fuesen muy pequeñas, aparecía el inconveniente de que ese diseño no aprovechaba de forma óptima el terreno propuesto, dejando algunas zonas sin seguidores solares, haciendo que la potencia total instalada no fuese tan alta como sería posible.

Como consecuencia de lo anterior, en la segunda parte de esta Tesis Doctoral, se ha introducido otra herramienta de optimización: los algoritmos evolutivos multi-objetivo. Con esta herramienta se puede maximizar la potencia instalada en el terreno, a la vez que se sigue minimizando las pérdidas eléctricas por efecto Joule. Como resultado de esta optimización multi-objetivo se han obtenido soluciones mucho más flexibles que en la ocasión anterior, proporcionando diseños y dimensionados de SFVCR más equilibrados y más rentables económicamente.

La Tesis Doctoral se encuentra dividida en seis capítulos. El primer capítulo consiste en una breve introducción al sector fotovoltaico mundial, y se plantean los objetivos perseguidos por la Tesis. En el segundo capítulo se caracterizan los sistemas SFVCR con seguimiento solar y las posibles pérdidas energéticas que se producen en ellos. El tercer y cuarto capítulo exponen los algoritmos evolutivos utilizados y los resultados obtenidos por cada uno de ellos. En el quinto capítulo se realiza una aplicación de uno de los algoritmos evolutivos utilizados en el capitulo anterior para diseñar un nuevo método de diseño de alumbrado vial en el que optimiza la eficiencia energética de la instalación. Este capítulo se ha introducido como addenda para verificar la utilidad del método empleado en otra aplicación, como es el alumbrado vial, que hace más destacable la bondad del algoritmo de optimización empleado. Por último, el sexto capítulo esquematiza las conclusiones del trabajo realizado en la Tesis Doctoral y expone las futuras líneas de investigación.

Daniel Gómez Lorente

Granada, Noviembre 2013

#### **ABSTRACT**

A grid connected photovoltaic system with trackers (SFVCR) is composed, mainly, of photovoltaic (PV) modules that transform sunlight into dc power, the tracking structures on which these modules are installed, the electrical wires that transport this current to the inverters, which convert the direct current into alternating current. Finally, this current will be directed to the transformation stations, where the voltage is increased to a level suitable to be carried by the medium and high voltage power lines.

Installation costs are decreasing due to the standardization of technology and rising demand among other factors; however, by contrast, the premiums for the sale of electricity and subsidies for the initial installation of SFVCRs are also lower due to the inability of governments to maintain the high initial aid.

This decline of incentives and the legal uncertainty make the profitability of the SFVCRs fall, becoming less attractive to investors, which has resulted, in recent years, in a severe slowdown of the photovoltaic sector penetration in Spain. Therefore, any mechanism that is able to increasing this performance must be closely studied.

The PhD Thesis focuses on Joule losses that occur in the electrical wires of SFVCR with solar tracking. Many of this type of facilities operate with electrical inverters centrally located, transporting the dc energy generated by PV modules dc to the booth where the inverters are placed. In installations of considerable size, these wires will have very great lengths, which cause that such losses cannot be trivial.

The first part of this PhD Thesis focuses on minimizing such losses, designing and sizing the SFVCR optimally. To do this, provided a particular field where we want to install a SFVCR, through monobjective evolutionary algorithms, the software provides a design that consists of a choice of specific PV modules and inverters, the tracking structures sizing with their corresponding typology of series-parallel connection, and the distribution of these structures on the field studied.

Even though the results obtained by monobjective evolutionary algorithms used in the first part of this PhD Thesis have been very satisfactory, we have had the problem that, in some of the fields studied, although the obtained design provides very small electrical Joule losses, a new disadvantage appeared; the design does not use the

proposed field optimally, leaving some areas without trackers and thus making that the total installed power capacity is not as high as possible.

In the second part of this PhD Thesis, multi-objective evolutionary algorithms have been introduced as a new optimization tool to maximize, so that, the total installed power capacity in the field, while we keep minimizing the Joule electrical losses. As a result of this multi-objective optimization much more flexible solutions, than the previous time, have been obtained, providing SFVCR sizing and designs more balanced and more economically profitable.

The PhD Thesis is divided into six chapters. The first chapter is a brief introduction to the global PV industry, and the objectives of the PhD Thesis are raised. In the second chapter, the SFVCRs with solar tracking are described and the potential energy losses that occur in them are outlined. The third and four chapters expose the evolutionary algorithms used and the results obtained by each one of them. In the fifth chapter an application of one of the evolutionary algorithms used in the previous chapter is presented, to design a new method of road lighting design which optimizes the energy efficiency of the installation. This chapter has been introduced as an addendum to verify the usefulness of the used method in other applications, such as street lighting. Finally, in chapter six, the final features and the future areas of research are summarized.

Daniel Gómez Lorente

Granada, November 2013

### <u>ÍNDICE</u>

Lis	sta de símb	olosxiii
Lis	sta de figur	asxv
Lis	sta de tabla	sxvii
Lis	sta de abrev	viaturasxix
	1. OBJE	TIVOS Y PLANTEAMIENTO DE LA TESIS DOCTORAL 1
	1.1.	<b>Introducción</b> 1
	1.2.	Evolución del sector fotovoltaico en España 4
	1.3.	Objetivos y planteamiento de la Tesis5
	1.4.	Estructura de la Tesis
		ACTERIZACIÓN DE LOS SISTEMAS OVOLTAICOS CONECTADOS A RED CON SEGUIMIENTO 11 R
	2.1.	El módulo fotovoltaico
	2.2.	El inversor
	2.3.	Pérdidas energéticas en una planta fotovoltaica
		Pérdidas por no cumplimiento de la potencia nominal20
		Pérdidas de conexionado
		Pérdidas por polvo y suciedad21
		Pérdidas angulares y espectrales
		Pérdidas por caídas óhmicas en el cableado22
	2.3.6.	Pérdidas por temperatura22
	2.3.7.	Pérdidas por rendimiento CA/CC del inversor22
	2.3.8.	Pérdidas por rendimiento de seguimiento del punto de máxima
		potencia del generador fotovoltaico
	2.3.9.	Pérdidas por sombreado del generador fotovoltaico23
	2.4.	Conclusiones 23
	3. USO 1	DE ALGORITMOS EVOLUTIVOS EN LA
	OPTI	MIZACIÓN DE SISTEMAS FOTOVOLTAICOS
	CONE	ECTADOS A RED CON SEGUIMIENTO SOLAR

3.1.	Intro	ducción a la optimización	25
3.1.1.	Meta-	heurísticas de optimización	26
3.1.2.	Clasif	icación de las meta-heurísticas	28
3.1	.2.1.	Técnicas meta-heurísticas basadas en trayectorias	28
3.1	.2.2.	Técnicas meta-heurísticas basadas en poblaciones	29
<b>3.2.</b>	Algor	ritmo genético	32
3.2.1.	Codifi	cación de las soluciones	33
3.2.2.	Pobla	ción inicial	34
3.2.3.	Evalu	ación: función objetivo	34
3.2.4.	Selecc	rión	35
3.2	.4.1.	Selección proporcional	36
3.2	.4.2.	Selección por torneo	37
3.2	.4.3.	Selección de estado uniforme	37
3.2.5.	Cruce		
3.2	.5.1.	Cruce de un punto	
3.2	.5.2.	Cruce de dos puntos	
	.5.3.	Cruce uniforme	
	.5.4.	Cruce aritmético	
	.5.5.	Cruce geométrico	
	.5.6.	Cruce BLX-α.	
	.5.7.	Cruce SBX	
		ión	
		no	
3.2.8.		cciones e individuos no factibles	
		lo estacionario	
		lo generacional	
	_	itmo de evolución CHC	
	0	itmo de evolución diferencial	
	.12.1.	Operador de mutación del DE	
	.12.2.	Operador de cruce del DE	
	.12.3.	Operador de selección del DE	46
3.3.		ritmos evolutivos para la optimización del diseño	47
	-	antas fotovoltaicas conectadas a red con	47
	U	miento solar	
3.3.1.	•	cación de los parámetros y estructura de los individuos	
3.3.2.		ración de nuevas configuraciones	
		ón de aptitud	
		experimental y resultados obtenidos	
	.4.1.	Trabajo experimental y resultados	
	.4.2.	Análisis de los resultados de los EAs	
3 3	.4.5.	Análisis de convergencia	57

3.4.	Con	clusiones	58
4. API	LICACIÓ	ÓN DE ALGORITMOS EVOLUTIVOS MULTI-	
		EN LA OPTIMIZACIÓN DE SISTEMAS	
		ΓAICOS CONECTADOS A RED CON	
SEC	GUIMIEI	NTO SOLAR	59
4.1.	Opti	mización multi-objetivo	59
4.1.	1. Conc	eptos básicos y terminología	59
4.1.	2. Proce	eso de solución de un MOP	64
4.1.	3. Méto	dos tradicionales de optimización	66
4	.1.3.1.	Métodos de suma ponderada	66
4	.1.3.2.	Programación de metas	68
4	1.1.3.3.	Ordenamiento lexicográfico	68
4	1.1.3.4.	El método de las restricciones ε	70
4.1.	4. Disci	ısión de los métodos clásicos	70
4.2.	Algo	ritmos evolutivos multi-objetivo	71
4.2.	1. MOE	As de primera generación	74
4	.2.1.1.	Nondominated Sorting Genetic Algorithm	74
4.2.	2. <i>MOE</i>	As de segunda generación	77
4	1.2.2.1.	Strength Pareto Evolutionary Algorithm	77
4	1.2.2.2.	Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2	80
4	1.2.2.3.	Nondominated Sorting Genetic Algorithm II	82
4.3.	Algo	ritmos evolutivos multi-objetivo para la	
	optii	mización del diseño de plantas fotovoltaicas	86
	cone	ctadas a red con seguimiento solar	
4.3.	1. Func	iones de aptitud	87
4.3.	2. Marc	o experimental y resultados obtenidos	88
4	1.3.2.1.	Trabajo experimental	88
4	1.3.2.2.	Medida del rendimiento de los MOEAs	89
4	1.3.2.3.	Resultados obtenidos por los MOEAs	90
4	1.3.2.4.	Comparación con los algoritmos monobjetivo	94
4	1.3.2.5.	Individuos resultados	97
4.4.	Con	clusiones	99
5. A N	IEW ME	THODOLOGY FOR CALCULATING ROADWAY	
LIC	HTING	DESIGN BASED ON NSGA-II	101
5.1.	Intro	oduction	101
<b>5.2.</b>	Road	dway lighting	102
5.2.	1. Back	ground and positioning	102

	5.2.2.	Num	erical data	103
	5.2.3.	Light	ing systems	105
	5.2	.3.1.	One-sided arrangement	105
	5.2	3.2.	Two-sided staggered arrangement	106
	5.2	.3.3.	Two-sided coupled arrangement	106
5	3.	Road	d lighting criteria and results	107
	5.3.1.	Tests		108
	5.3.2.	First	case study: One-sided arrangement	109
	5.3.3.	Secon	nd case study: Two-sided staggered arrangement	111
	5.3.4.	Third	l case study: Two-sided coupled arrangement	113
5.4	4.	Con	clusions	114
6.	CONC	CLUSI	ONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓ	N 117
6.	1.	Con	clusiones y aportaciones de la Tesis	115
6.2	2.	Futu	ras líneas de investigación	118

### Lista de símbolos

En esta Tesis Doctoral las variables y funciones utilizadas tendrán la siguiente notación de acuerdo al Sistema Internacional de unidades de medida<sup>1</sup>.

Símbolo	Parámetro	Unidad
$T_C$	Temperatura de la célula fotovoltaica	C
$T_a$	Temperatura ambiente	C
$T_M$	Temperatura de operación del generador fotovoltaico	C
$T_R$	Temperatura de referencia del generador fotovoltaico	C
V	Velocidad del viento	m/s
G	Irradiancia global incidente sobre la superficie del módulo fotovoltaico	W/m <sup>2</sup>
G*	Irradiancia en condiciones estándar de medida	$W/m^2$
$P_{PV}$	Potencia nominal del generador fotovoltaico	W
$P_{INV}$	Potencia nominal de entrada al inversor	W
$S_{GF}$	Superficie del generador fotovoltaico	$m^2$
N	Tamaño de una población de cromosomas	
$L_{SS}$	Porcentaje de pérdidas eléctricas por efecto Joule en todos los conductores de la planta fotovoltaica sobre la potencia total instalada	%
L	Longitud del conductor	m
ρ	Resistividad del conductor de cobre	$\Omega{\cdot}m$

-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> El Sistema Internacional de Unidades de medida (S.I.) es obligatorio en España y vigente en la Unión Europea, de acuerdo al Real Decreto 1317/1989, de 27 de octubre de 1989 por el que se establecen las Unidades Legales de Medida.

I	Intensidad	A
$I_{mpp}$	Intensidad de salida del módulo fotovoltaico en el punto de máxima potencia	A
N <sub>seg</sub>	Número de seguidores solares instalados en la planta fotovoltaica	
$U_{i,G}$	Individuo $i$ de una población $G$	
$X^*$	Individuo óptimo de una función objetivo	

## Lista de figuras

Figura 2.1. Esquema de una planta solar fotovoltaica	11
Figura 2.2: Esquema de conexión en serie de módulos fotovoltaicos	14
Figura 2.3: Esquema de conexión en paralelo de módulos fotovoltaicos	14
Figura 2.4: Variación de la energía producida por dos instalaciones fotovoltaicas, con distintos valores de potencia nominal del inversor	16
Figura 2.5: Rendimiento anual del inversor en Friburgo (Alemania)	17
Figura 2.6: Rendimiento anual del inversor en Florianopolis (Brasil)	17
Figura 2.7: Rendimiento de tres tipos de inversores en función del "sizing ratio"	18
Figura 2.8: Rendimiento de un inversor de eficiencia media, en función del "sizing ratio" y de la irradiancia	19
Figura 2.9: Rendimiento anual del inversor en función del "sizing factor" en tres ciudades españolas	20
Figura 3.1: Esquema básico de un algoritmo genético	33
Figura 3.2. Esquema de un cruce de un punto.	38
Figura 3.3. Esquema de un cruce BLX-α.	39
Figura 3.4. Ejemplo de mutación en un individuo.	40
Figura 3.5. Ciclo de un algoritmo genético.	42
Figura 3.6. Esquema de funcionamiento de un algoritmo genético estacionario	. 42
Figura 3.7. Esquema de funcionamiento de un algoritmo genético generacional	.43
Figura 3.8. Esquema de funcionamiento de un algoritmo genético CHC	. 44
Figura 3.9. Ejemplo de individuo que usarán los EAs en este problema	. 48
Figura 3.10. Mapa de convergencia de los EAs utilizados	.57
Figura 4.1. Pseudocódigo de NSGA	. 76

Figura 4.2. Pseudocódigo de SPEA	80
Figura 4.3. Distancia <i>crowding</i> en el algoritmo NSGA-II.	84
Figura 4.4. Estructura básica del algoritmo NSGA-II.	86
Figura 4.5. Frentes obtenidos por los MOEAs utilizados para el terreno nº 5	92
Figura 4.6. Frentes obtenidos por los MOEAs utilizados para el terreno nº 10	92
Figura 4.7. Frentes obtenidos por los MOEAs utilizados para el terreno nº 11	93
Figura 4.8. Frentes obtenidos por los MOEAs utilizados para el terreno nº 12	93
Figura 4.9. Individuo generado de forma arbitraria.	98
Figura 5.1. C-γ Coordinate system.	104
Figura 5.2. One-sided installation.	105
Figura 5.3. Two-sided staggered installation.	106
Figura 5.4. Two-sided coupled installation.	106
Figura 5.5. Polar intensity diagrams of the luminaires of 70 W, 100 W, 150 W high pressure sodium lamps and a 125W high pressure mercury lamp	108
Figura 5.6. NSGA-II fronts to the one-sided installation.	110
Figura 5.7. Simulation result obtained with DIALUX in the case of a one-sided installation.	111
Figura 5.8. NSGA-II fronts to the two-sided staggered installation	112
Figura 5.9. Simulation result obtained with DIALUX in the case of a two-sided staggered installation.	113
Figura 5.10. NSGA-II fronts to the two-sided coupled installation	113
Figura 5.11. Simulation result obtained with DIALUX in the case of a two-sided coupled installation.	114

### Lista de tablas

Tabla 1.1. Potencia fotovoltaica total instalada (MWp) por país	3
Tabla 2.1. Parámetros empíricos según tipología del módulo	13
Tabla 3.1. Rangos de diseño del problema.	48
Tabla 3.2. Terrenos elegidos para el estudio.	51
Tabla 3.3. Parámetros de todos los métodos empleados en la optimización	51
Tabla 3.4. Resultados de los AGs y del algoritmo CHC	52
Tabla 3.5. Resultados del algoritmo DE con CR = 0,7	53
Tabla 3.6. Resultados del algoritmo DE con CR = 0,9.	54
Tabla 3.7. Media del ranking FA para todos los métodos empleados	55
Tabla 4.1. Notación utilizada para las relaciones de dominancia Pareto entre vectores objetivo	63
Tabla 4.2. Terrenos elegidos para el estudio de MOEAs	89
Tabla 4.3. Parámetros de todos los métodos empleados en la optimización	89
Tabla 4.4. Resultados de hipervolumen de SPEA2 y NSGA-II	91
Tabla 4.5. Comparación de la máxima potencia instalada obtenida por DE y NSGA-II.	95
Tabla 4.6. Comparación de las pérdidas eléctricas por efecto Joule obtenidas por DE y NSGA-II.	96
Tabla 4.7. Individuos resultados de los puntos extremos y medio de los frentes de NSGA-II.	97
Tabla 4.8. Potencia instalada y pérdidas por efecto Joule para un terreno de 400x400 m.	98
Tabla 5.1. Luminous intensities $I(C,\gamma)$	104
Tabla 5.2. NGSA-II parameters used for this optimization	107

Tabla 5.3. Comparison between the values obtained with the proposed algorithm and DIALUX.	109
Tabla 5.4. Design parameters and resulting values of the solution with the highest efficiency (one-sided installation)	110
Tabla 5.5. Design parameters and resulting values of the solution with the highest efficiency (two-sided staggered installation)	112
Tabla 5.6. Design parameters and resulting values of the solution with the highest efficiency (two-sided coupled installation)	114

### Lista de abreviaturas

AG Algoritmo genético

CA Corriente alterna

CC Corriente continua

CIE Comisión Internacional de Iluminación

CR Tasa de cruce

COP Problema de optimización combinatoria

DE Evolución diferencial

EA Algoritmo evolutivo

FA Alineado de Friedman

FER Fuente de energía renovable

FV Fotovoltaico

IA Inteligencia artificial

MOEA Algoritmo evolutivo multi-objetivo

MOP Problema de optimización multi-objetivo

EMOO Optimización evolutiva multi-objetivo

PER Plan de energías renovables

PF Frente óptimo de Pareto

RD Real Decreto

SF Sizing Factor

SFVCR Sistema fotovoltaico conectado a red

SODA Solar Radiation Database for Environment

STC Condiciones estándar de funcionamiento

### **CAPÍTULO 1**

### Objetivos y planteamiento de la Tesis Doctoral

#### 1.1. Introducción

El XVI Congreso del Consejo Mundial de Energía, que tuvo lugar en Tokio, hizo ver la necesidad de definir una estrategia de desarrollo sostenible a largo plazo. Por una parte, se prevé que en el 2020 el crecimiento poblacional alcanzará los 8.000 millones de personas y en el 2050, serán 10.000. Además, la prioridad del desarrollo económico para que todos los pueblos tengan acceso a una calidad de vida aceptable, la prioridad medioambiental y el miedo al impacto del desarrollo económico sobre el calentamiento del planeta junto con la amenaza a la biodiversidad han hecho aparecer un estado de preocupación para la comunidad mundial, que hizo que se llegara a la conclusión de la necesidad de ampliar las formas de energía disponibles, llevando a término una política conjunta de todos los países que establezca la sustitución paulatina de los combustibles fósiles y la financiación necesaria para lograrlo.

Esta política de sustitución, junto con el agotamiento de las reservas de combustibles fósiles y la contaminación causada por las fuentes convencionales de energía, ha necesitado la explotación de fuentes de energía renovables (FER), tales como los sistemas fotovoltaicos (FV), con el apoyo de muchos gobiernos en todo el mundo. Dentro de los sistemas FV vamos a destacar los sistemas fotovoltaicos conectados a la red (SFVCRs), que se utilizan para abastecer la red eléctrica con la energía producida por los módulos fotovoltaicos. Las grandes inversiones en la

instalación de SFVCRs están respaldadas mediante las primas ofrecidas por los gobiernos y las subvenciones del coste de instalación inicial.

Es cierto que los costes de instalación son cada vez menores debido a la estandarización de la tecnología y a la subida de la demanda entre otros factores pero, por el contrario, las primas para la venta de energía eléctrica y las subvenciones para la instalación inicial de los SFVCRs son, a su vez, también menores o inexistentes debido a la incapacidad por parte de los países de mantener las altas ayudas iniciales. Por tanto, cualquier proyecto de un SFVCR en el que se pueda optimizar la energía producida y disminuir el coste de instalación para esa misma energía producida debe ser investigable y actuar en consecuencia.

Globalmente, el crecimiento de las ventas en paneles fotovoltaicos ha sido del 20% anual desde los años noventa. En Europa la media ha sido del 30%. Alemania es, junto a Italia, Japón, China y Estados Unidos, uno de los países donde la fotovoltaica está experimentando actualmente un crecimiento más importante.

En la UE, se instalaron en 2009 más de las tres cuartas partes de los nuevos sistemas fotovoltaicos sumando un total acumulado (equipos nuevos más los ya existentes) de generación de electricidad fotovoltaica de 16 GW, casi el 70% del total mundial (22 GW). Cada GW de capacidad de generación de electricidad fotovoltaica puede abastecer a unos 250.000 hogares europeos durante un año.

El mayor crecimiento del sector se ha producido en Alemania, país líder mundial por capacidad instalada acumulada. En 2009, la UE aumentó su capacidad energética total en 27,5 GW, de los que el 21% procedía del sector fotovoltaico: su crecimiento (5,8 GW) fue superior al de 2008 (5,1 GW).

Analizando con más detalle el caso de Alemania, observamos que es líder mundial en la instalación de energía fotovoltaica, con una potencia instalada a finales de 2012 superior a los 32 GW. En la Tabla 1 se muestra el detalle de la potencia instalada por países en el resto del mundo a finales de 2011.

El sector solar fotovoltaico español incrementó su potencia instalada en 322 MW durante 2011, alcanzando un total acumulado de 4.214 MW, como puede observarse en la Tabla 1.1, con un crecimiento respecto a 2010 de cerca de un 15%. Esto supuso una producción eléctrica total de 7.343 GWh, representando un 2,5% del total del país. El

Plan de Energías Renovables (PER) 2011-2020 prevé que esta cifra se incrementará hasta los 7.250 MW instalados en 2020, que producirían 12.356 GWh de energía eléctrica, lo que llevará asociado que se evite la emisión de 12.934.085 tCO<sub>2</sub>.

En cuanto a los costes de inversión, la tecnología fotovoltaica ha reducido sus costes en un 70% en los últimos cuatro años. Las estimaciones indican que los costes seguirán disminuyendo, si bien, no con la misma intensidad, a un ritmo de un 10% anual. Según los estudios realizados se prevé un descenso en los costes de inversión desde el rango de 2,5 E/W a 3,0 E/W en 2010 hasta un rango de entre 1,1 E/W a 1,3 E/W en 2020.

País	2010	2011	2012
Total mundial	39.778	69.684	101.700
Unión Europea	29.328	51.360	68.110
Alemania	17.320	24.875	32.509
Italia	3.502	12.764	15.930
Estados Unidos	2.519	4.383	8.683
China	893	3.093	8.100
Japón	3.617	4.714	6.900
España	3.892	4.214	4.381
Francia	1.025	2.831	3.923
Bélgica	803	2.018	2.678
Reino Unido	72	1.014	2.114
República Checa	1.953	1.960	2.085
Australia	504	1.298	2.000

Tabla 1.1. Potencia fotovoltaica total instalada (MW pico) por país [1].

El gran desarrollo tecnológico acontecido en los últimos años, ha favorecido esta reducción de costes, especialmente en los paneles fotovoltaicos, que representan aproximadamente el 60% del coste total del proyecto. No obstante, la energía fotovoltaica cuenta aún con mucho margen de mejora en este punto al no ser una tecnología madura, afirmación que se fundamenta en el hecho de que, en la actualidad, se sigue mejorando continuamente la eficiencia de los generadores fotovoltaicos, tanto para la tecnología cristalina como para la de capa delgada, alcanzando nuevos récords

en laboratorio. Esta mejora de eficiencia reduce la superficie necesaria para las instalaciones a igualdad de potencia lo que, a su vez, disminuye más aún el coste total inicial de la instalación.

Por último, la tecnología fotovoltaica sigue fielmente su curva de eficiencia, con un factor que llega a alcanzar el 22%; es decir, cada vez que se duplica el mercado, el coste de producción de una unidad de producto se reduce hasta un 22%. Como se ha comentado con anterioridad, las previsiones del PER muestran que en el 2020, España estará cerca de doblar su parque fotovoltaico actual, por lo que no se perciben impedimentos técnicos para la extrapolación de su curva de experiencia y, por tanto, de la continuación en la bajada de costes.

#### 1.2. Evolución del sector fotovoltaico en España

En marzo de 2004, el gobierno español sacó adelante el primer Real Decreto [2] que pretendía promocionar la generación de energía por medios renovables e inversión privada. En el caso de la energía solar fotovoltaica, se impusieron unos primeros objetivos de potencia muy humildes para un país como España (380 MW) conectados a la red de distribución. La prima para los inversores era muy atractiva: 575% del precio medio de la electricidad convencional durante 25 años. Aún así se tardó más de dos años en cubrir esos 380 MW de potencia (potencia que instala Alemania actualmente en 3 meses).

En agosto de 2005 se aprueba el PER 2005-2010. El PER exige crecimientos del 30 por ciento entre 2007 y 2010 para cumplir sus objetivos mientras que en los últimos años el incremento es del 85%. En junio de 2007, el gobierno legisla unilateralmente y de forma retroactiva anulando el RD 436/2004 y desvincula el precio que se paga por cada kWh generado por la energía fotovoltaica y marca un precio fijo que se revisará anualmente con el IPC-0,50.

En 2008 se instalan en España más de 2.500 MW de potencia fotovoltaica. Se produjo un incremento de más del 300% de la potencia instalada con respecto a 2007. Es en septiembre de 2008, mediante el RD 1578/2008, cuando se publican las condiciones técnicas y económicas que regulan las nuevas instalaciones fotovoltaicas. Se imponen unos cupos máximos de instalación de poco más de 100 MW al trimestre y

se rebajan las primas a la producción entre un 30% y un 40% con un coeficiente decreciente con el tiempo. El sector mejora su curva de aprendizaje, cada vez es más eficiente y el precio de cada MW instalado es más barato, casi el 50% de lo que valía en 2007.

El sector industrial (instaladores, ingenierías, fabricantes de equipos, etc.) que había crecido espectacularmente desde 2006 llegando a generar más de 120.000 empleos entre directos e indirectos, se viene abajo a principios de 2009 por la baja demanda, muchas jóvenes empresas desaparecen y las grandes comienzan a despedir personal masivamente. En España, existen actualmente más de 50.000 instalaciones fotovoltaicas conectadas a la red de distribución eléctrica, la gran mayoría no pertenecen a grandes grupos financieros ni empresariales.

#### 1.3. Objetivos y planteamiento de la Tesis

La descentralización de la producción de energía eléctrica ha propiciado un uso más eficaz y armonioso de los recursos energéticos. Por esta razón, los SFVCRs [3], así como otras fuentes de energía renovables, han cobrado un gran interés en los últimos años ya que amplían el suministro de energía eléctrica de la red. La optimización del diseño de un SFVCR ha sido previamente tratada en términos de pérdidas eléctricas con resultados exitosos, como se cita a continuación.

La viabilidad de un SFVCR [4] se puede ver afectada por muchos factores [5], como son, el coste inicial de la instalación y los costes unitarios de generación [6]. Los costes unitarios de generación es el factor que es más fácil de optimizar, ya que tanto el coste de la inversión y el valor de venta de la energía eléctrica son factores externos independientes de la propia planta fotovoltaica. Por lo tanto, en este trabajo se aborda el problema de la optimización de un SFVCR desde el punto de vista de la instalación inicial, con el objetivo de maximizar la energía eléctrica generada.

Generalmente se han utilizado metodologías convencionales (empíricas, analíticas, numéricas, híbridas, etc.) [7, 8] para el diseño de sistemas fotovoltaicos, donde se requieren los datos meteorológicos, como la irradiancia, la temperatura, la humedad, el índice de claridad y la velocidad del viento, además de la información relacionada con el lugar donde queremos instalar el SFVCR [9]. Todos estos métodos

presentan buenas soluciones cuando se dispone de estos datos meteorológicos. Sin embargo, estas técnicas no se pueden aplicar cuando disponemos de terrenos en áreas aisladas donde no se disponen de datos meteorológicos relevantes.

El diseño de un SFVCR se puede ver como un problema continuo y, por lo tanto, puede ser resuelto mediante técnicas evolutivas. Estas técnicas [10, 11, 12] se han utilizado satisfactoriamente en diferentes problemas de optimización energética [13, 14], como grandes sistemas de distribución de energía eléctrica, y sistemas de energías renovables [15]. Por un lado, se han presentado métodos de dimensionamiento de sistemas fotovoltaicos aislados [16] y de SFVCRs [9], mientras que por otro lado, se han desarrollado estudios para incrementar el rendimiento de los SFVCRs, eligiendo y dimensionando inversores eléctricos para alcanzar el punto de máxima potencia [17, 18, 19], y cómo la temperatura y la localización del terreno donde se encuentra la planta fotovoltaica, afectan a este factor de dimensionado existente entre inversores y SFVCRs [20].

Como se ha indicado, antes de comenzar la instalación de un SFVCR deben considerarse diversos parámetros, como la irradiación, temperatura y viento en la ubicación propuesta, todos necesarios para evaluar la viabilidad y rentabilidad de la SVFCR. Sin embargo, incluso después de que finalicen estos pasos, el diseño de la distribución y el dimensionado de una planta fotovoltaica con seguidores solares está lejos de ser una tarea sencilla [21], ya que hay un gran número de variables que deben tenerse en cuenta. Estas variables determinan la eficiencia y eficacia de la instalación fotovoltaica. Así, dependiendo de la ubicación potencial de la instalación FV, sería mejor optar por un menor número de seguidores solares grandes o por el contrario, un mayor número de seguidores pequeños. Cualquiera que sea la solución, afectará a la distancia entre los seguidores, la longitud de los conductores eléctricos y la elección de los inversores.

Esta Tesis pretende mejorar el rendimiento de las plantas fotovoltaicas conectadas a red con seguidores solares. Para ello, dado un terreno donde se prevé instalar una planta fotovoltaica, la Tesis permite proyectar el diseño y el dimensionado de esa planta, de tal forma que el resultado sea óptimo y las pérdidas eléctricas que se produzcan sean las más bajas posibles, a la vez que se logra un alto aprovechamiento energético del terreno.

Por lo tanto, se van a estudiar las pérdidas que se producen en una central fotovoltaica compuesta por seguidores solares y posteriormente trataremos de elegir, dentro de las distintas variables que componen la instalación solar, las más adecuadas para optimizar y reducir los costes de explotación. Estas variables estarán compuestas principalmente por la distribución de los módulos dentro de la estructura de seguimiento, la elección de un módulo fotovoltaico determinado, la elección de un inversor determinado y la disposición de los seguidores en el terreno dado.

Como objetivos adicionales, se va a efectuar la comparación de las distintas técnicas evolutivas utilizadas en la Tesis. En primer lugar, se hace una comparación mediante test estadísticos de los algoritmos monobjetivo utilizados, para determinar cuál de ellos se adapta mejor al problema de optimización de SFVCRs. En segundo lugar, se hace una comparación de los algoritmos multi-objetivo utilizados y, mediante frentes de Pareto, obtenemos las curvas soluciones que, haciendo uso de mediciones de hipervolumen, nos permiten conocer qué algoritmo multi-objetivo nos está proporcionando las soluciones más óptimas. Finalmente, se realiza una confrontación entre los algoritmos evolutivos monobjetivo y multi-objetivo que mejores resultados han proporcionado, y se enumeran las ventajas de las soluciones proporcionadas por este último.

#### 1.4. Estructura de la Tesis

La Tesis ha sido estructurada en seis capítulos. En este primer capítulo se hace una introducción al problema objeto de la Tesis, así como al enfoque planteado para su resolución. Por otro lado, se hace una revisión de la situación de la energía fotovoltaica en el contexto energético mundial, para terminar haciendo un pequeño análisis de la evolución que ha tenido la energía fotovoltaica en España en los últimos años. A continuación, se exponen brevemente los contenidos de cada uno del resto de capítulos:

• El Capítulo 2 presenta los principales componentes que forman la planta fotovoltaica y que van a formar parte de la optimización que se va a llevar a cabo en los siguientes capítulos. Así pues, se describe el módulo fotovoltaico con sus posibles disposiciones y conexionado en la estructura de seguimiento, junto con el inversor. Se detallan numerosos estudios de optimización de los

inversores llevados a cabo en la literatura científica. El Capítulo acaba con una descripción de los tipos de pérdidas que podemos encontrar en una planta fotovoltaica, algunas de las cuales van a ser objeto de optimización en esta Tesis.

- El Capítulo 3 presenta la aplicación de varios algoritmos evolutivos a la optimización de plantas fotovoltaicas conectadas a red con seguimiento solar. La estructura del capítulo se compone de la presentación de las características de los distintos mecanismos evolutivos de estos algoritmos, así como una descripción detallada de los algoritmos evolutivos escogidos y su adaptación para la solución del problema. Por otro lado, se presentan unos casos de estudio que servirán para comprobar la aptitud de los algoritmos evolutivos estudiados. Además, se exponen los resultados obtenidos en cada uno de los terrenos elegidos, mostrando diferentes gráficas y tablas explicativas del proceso.
- En el Capítulo 4 se describen los principios de optimización multi-objetivo formalizando los conceptos principales. Se eligen los algoritmos multi-objetivo que van a ser estudiados y utilizados para proceder a la optimización de la planta fotovoltaica conectada a red con seguimiento solar, introduciendo un segundo objetivo adicional: la maximización de la potencia instalada en el terreno, lo cual nos va a permitir una optimización mucho más completa que en el Capítulo anterior. Se hace un estudio de los resultados proporcionados por cada uno de los algoritmos evolutivos multi-objetivo utilizados, presentando los resultados obtenidos en cada uno de los terrenos, mostrando diferentes gráficas y tablas explicativas del proceso. Por último, se hace una comparación de los resultados obtenidos por el mejor algoritmo del Capítulo anterior y el mejor algoritmo evolutivo multi-objetivo.
- En el Capítulo 5 se realiza una aplicación de uno de los algoritmos multiobjetivo implementados en el Capítulo anterior, para optimizar la eficiencia energética de las instalaciones de alumbrado vial exterior. Los resultados de esta aplicación dejan entrever una nueva metodología de diseño óptimo de este tipo de instalaciones.

• En el Capítulo 6, finalmente, se recogen las principales conclusiones del trabajo realizado en el ámbito de la presente Tesis, proponiendo asimismo, futuros desarrollos y líneas de investigación

Por último, se indican las referencias bibliográficas más relevantes que se han consultado para la elaboración del presente documento. Este documento incluye además, un breve apartado donde se detallan las publicaciones internacionales relacionadas con la Tesis en las que ha participado el doctorando como autor principal.

"Optimización del diseño y dimensionado de plantas fotovoltaicas con seguimiento solar mediante algoritmos evolutivos"

## CAPÍTULO 2

## Caracterización de los sistemas fotovoltaicos conectados a red con seguimiento solar

Un sistema fotovoltaico está compuesto por un conjunto de elementos que son capaces de realizar un suministro de electricidad para cubrir las necesidades [22] planteadas (consumo energético directo o vertido a una red de distribución) a partir de la energía procedente del Sol.

Una planta fotovoltaica conectada a red está compuesta fundamentalmente por los siguientes elementos: estructuras de seguimiento, módulos fotovoltaicos, inversores, conductores eléctricos, centros de transformación y elementos de evacuación. En la Figura 2.1 se puede observar el camino que sigue la energía desde que es captada por los módulos fotovoltaicos hasta que llega a los hogares y otros puntos de consumo.

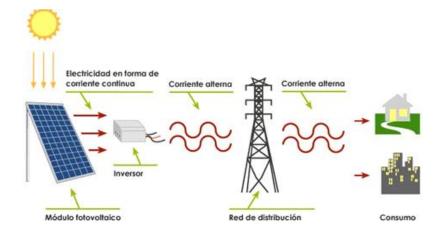


Figura 2.1. Esquema de una planta solar fotovoltaica. [23].

#### 2.1. El módulo fotovoltaico

Se llama módulo o panel fotovoltaico a la asociación de un determinado número de células solares. Las células solares convierten directamente la energía de la luz del Sol en energía eléctrica por un proceso denominado "efecto fotovoltaico". Hay que tener en cuenta que esta conversión no aumenta con el calor, sino al contrario, el aumento de la temperatura de la célula va a ser un inconveniente desde el punto de vista del rendimiento, que va a disminuir, y de los parámetros eléctricos del panel (potencia (P), tensión (V), intensidad (I)) que, como veremos más adelante, se van a ver modificados con el cambio de la temperatura del panel.

En esa línea, algunos investigadores [24] han realizado estudios sobre la influencia de la temperatura en la potencia y el rendimiento de la célula fotovoltaica. De esta forma, se ha observado una variación de la potencia generada por la célula de  $(0,40\% \ /\ K)$ , mientras que la relación de la caída del rendimiento de la célula es de  $(0,08\% \ /\ K)$ .

Esta disminución de potencia y rendimiento con el aumento de la temperatura de la célula por encima de la temperatura óptima de funcionamiento se explica por diversos factores como:

- aumento de las vibraciones de la red térmica, dando lugar a la dispersión electrón-fotón,
- disminución de la movilidad de los portadores de carga,
- reducción de la unión p-n y de la capacidad para arrancar electrones de los huecos en los pares fotogenerados.

Existen algunos estudios [25] que se encargan de obtener la temperatura óptima de funcionamiento de una célula fotovoltaica determinada y como ésta puede variar ligeramente según las distintas partes del día y del año. Aunque son estudios muy interesantes, desde el punto de vista de nuestro caso, no es práctico calcular la temperatura óptima de funcionamiento de los casi trescientos módulos fotovoltaicos disponibles en la base de datos generada. En consecuencia, vamos a hacer uso de las fichas técnicas suministradas por los fabricantes, en los que se nos especifica la temperatura óptima de funcionamiento del panel para cada modelo determinado, incluyendo una variación siempre de ±2 C en los que puede oscilar dicha temperatura.

La temperatura de la célula fotovoltaica va a depender de numerosos factores [26], entre los que se encuentran la irradiancia solar incidente sobre la propia célula, la temperatura ambiente, los mecanismos de disipación de los que ésta esté provista y de la velocidad del viento en el lugar donde se encuentre instalada. Dicha velocidad es un tema complejo ya que no sólo varía en función de la dirección del viento, sino que también depende de las características topográficas del terreno en el cual se encuentre instalado el parque fotovoltaico.

Según el estudio [27], la temperatura de la célula fotovoltaica se puede obtener de la siguiente forma:

$$T_{C} = \frac{G}{G^{*}} \left( T_{1} e^{b \cdot v} + T_{2} \right) + T_{a} + \frac{G}{G^{*}} \Delta T$$
 (2.1)

donde:  $T_c$  es la temperatura de la célula;  $T_a$  es la temperatura ambiente;  $\nu$  es la velocidad del viento (m/s); G es la irradiancia global incidente sobre la superficie del módulo fotovoltaico (W/m²);  $G^*$  es la irradiancia en condiciones estándar de medida (STC) (1.000 W/m²);  $\Delta T$ , T1, T2 y b parámetros empíricos para el tipo de módulo (Tabla 2.1).

Tipo de módulo	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	b	ΔΤ
Vidrio/Vidrio	25,0	8,2	-0,112	2,0
Vidrio/Tedlar	19,6	11,6	-0,223	3,0

Tabla 2.1. Parámetros empíricos según tipología del módulo.

De la misma forma que hemos indicado antes, debido a la gran cantidad de módulos solares de distintos fabricantes, introducidos en la base de datos, los cuales tienen unas características físicas y eléctricas muy parecidas pero no idénticas, hemos optado por la elección de las fichas técnicas proporcionadas por cada fabricante para obtener de ellas, los datos de variación de las características eléctricas de los módulos.

En este sentido, para el diseño de la planta fotovoltaica es necesario tener en cuenta estas variaciones de las características eléctricas del modulo en función de la temperatura. Así, en el momento de colocar los inversores, debemos tener en cuenta en el dimensionamiento de éstos, las temperaturas más bajas y más altas a las que se puede encontrar el módulo fotovoltaico en distintas épocas del año, para así prever los valores de tensión (V) e intensidad (I) que pueden llegar al inversor.

En el momento de dimensionar la planta fotovoltaica objeto es conocido que normalmente no se construye un generador solar en un solo panel, sino que se divide en varios paneles de igual voltaje e intensidad, asociándolos en serie, paralelo o serie-paralelo, según se necesite variar la tensión, la corriente, o ambas cosas a la vez.

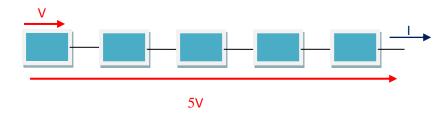


Figura 2.2. Esquema de conexión en serie de módulos fotovoltaicos.

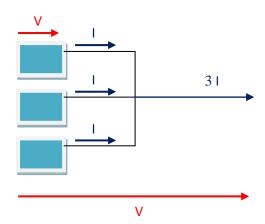


Figura 2.3. Esquema de conexión en paralelo de módulos fotovoltaicos.

Viendo los esquemas de las Figuras 2.2 y 2.3, es importante mencionar que el transporte de la energía eléctrica generada por un seguidor solar hasta el inversor es conveniente hacerlo con el máximo número de módulos solares en serie que admita dicho inversor, es decir, tratar de transportar dicha corriente a la máxima tensión admisible por el inversor, ya que de esta forma la caída de tensión en el conductor será menor y la intensidad que circule por él también será menor, conllevando una disminución de las pérdidas en el conductor por efecto Joule.

#### 2.2. El inversor

El inversor es el elemento de la planta fotovoltaica que se va a encargar de transformar la corriente continua producida por los módulos solares en corriente alterna. Posteriormente, se elevará su tensión en el transformador. Es importante destacar que el rendimiento del inversor se va a ver afectado por la diferencia de potencia que le llega en corriente continua y la potencia nominal de trabajo del inversor, como se observa en la Figura 2.4.

Existen diversos estudios sobre la relación entre la potencia instalada en la planta fotovoltaica y la máxima potencia admisible por el inversor, los cuales a esa relación la denominan Sizing Factor" (SF) [18] y lo definen como:

$$P_{NV} = SF \cdot P_{GF} \tag{2.2}$$

siendo:  $P_{INV}$  la potencia nominal del inversor y  $P_{GF}$  la potencia instalada del generador fotovoltaico.

Según estos estudios, los principales factores que van a influir en SF son los siguientes:

- Irradiancia y evolución de la temperatura en el lugar donde se instale el generador fotovoltaico.
- Características del generador fotovoltaico (temperatura de funcionamiento, tipo de montaje).
- Características eléctricas del inversor (máxima potencia, curva de rendimiento).

Concretamente, en [18] se utilizan las bases de datos "Solar Radiation Database for Environment" (SODA) de radiación solar y de temperatura de las 47 capitales de provincia de España. Como modelo del generador fotovoltaico se parte de [28, 29]:

$$P_{DC} = \eta_1 \cdot G \cdot \left[1 - \beta \cdot \left(T_M - T_R\right)\right] \cdot S_{GF} \tag{2.3}$$

donde:  $\eta_1$  es el rendimiento del generador fotovoltaico a 25 C; G es la irradiancia incidente en el plano del generador fotovoltaico;  $\beta$  es el coeficiente de temperatura del material del generador fotovoltaico;  $T_M$  es la temperatura de operación del generador

fotovoltaico;  $T_R$  es la temperatura de referencia (25 C);  $S_{GF}$  es la superficie del generador fotovoltaico.

Por otro lado, la potencia de salida del inversor va a depender únicamente de la potencia de entrada y del rendimiento del inversor ( $\eta_2$ ). Si aceptamos el contrastado modelo expuesto en [30], el rendimiento del inversor será:

$$\eta_2 = \frac{p}{p + k_0 + k_1 \cdot p + k_2 \cdot p^2} \tag{2.4}$$

donde: p es el ratio  $P_{DC}/P_{INV}$ ,  $k_{\theta}$  es el coeficiente de pérdidas sin carga;  $k_{1}$ ,  $k_{2}$  son los coeficientes de pérdidas lineal y cuadrático respectivamente.

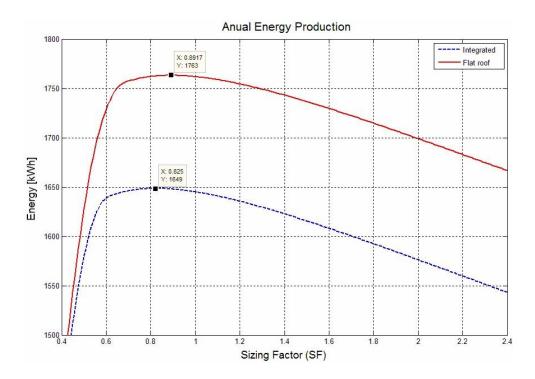


Figura 2.4. Variación de la energía producida por dos instalaciones fotovoltaicas, con distintos valores de potencia nominal del inversor [18].

Otros trabajos, como [17], nos muestran el rendimiento del inversor en función de la relación entre la potencia instalada y la potencia nominal del inversor, y de la localización del generador en términos de latitud. Más concretamente, como se observa en las Figuras 2.5 y 2.6, este estudio nos enseña la diferencia de este factor en dos ciudades, Florianopolis (Brasil) y Friburgo (Alemania), y cómo varía el valor óptimo en función de la situación y de la frecuencia de toma de datos de la radiación solar.

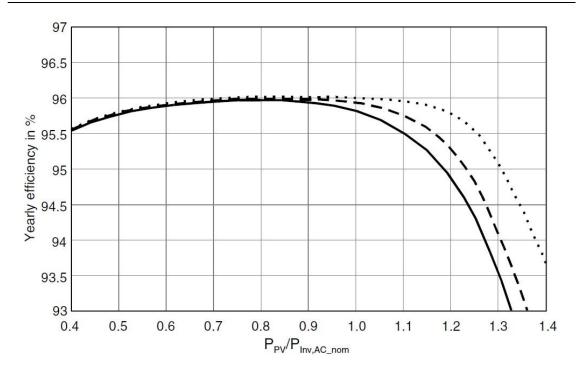


Figura 2.5. Rendimiento anual del inversor en Friburgo (Alemania) [17].

En las Figuras 2.5 y 2.6 aparecen en línea continua los valores medios de radiación solar tomados cada diez segundos, en línea discontinua los valores medios tomados cada minuto, mientras que en línea de puntos aparecen los valores medios tomados cada hora.

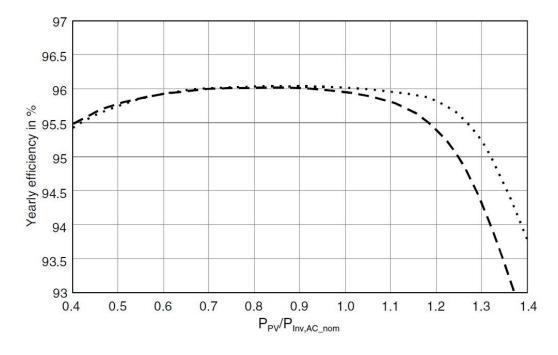


Figura 2.6. Rendimiento anual del inversor en Florianopolis (Brasil) [17].

Así, observamos como en ambos casos el rendimiento del inversor empieza a decaer cuando se supera el 90% de la relación entre  $P_{PV}/P_{INV,AC\_nom}$ , donde  $P_{PV}$  es la potencia instalada de la planta fotovoltaica  $P_{INV,AC\_nom}$  es la potencia nominal del inversor. Además, si se hace una toma con intervalos más cortos de la radiación solar, se observa cómo, en realidad, el inversor mantiene su rendimiento constante aunque aumente un 10% más esta relación, lo que nos indica que los promedios por hora de irradiación esconden picos importantes que deben tenerse en cuenta.

Otros estudios, como [19], demuestran como este sobredimensionamiento del inversor afecta a la vida útil del mismo y, que para los valores indicados por:

$$0.6 < P_{INV}/P_{PV} < 1.0$$
 (2.5)

la calidad del inversor es un factor mucho más relevante para el rendimiento de éste, que la relación entre potencias anteriormente citadas.

Como podemos observar en la figura 2.7, el grado de calidad del inversor también se ve reflejado en trabajos como [20], en los que se proponen tres tipos de inversores (bajo, medio y alto rendimiento) con valores de eficiencia máxima del 84, 91 y 98 % respectivamente.

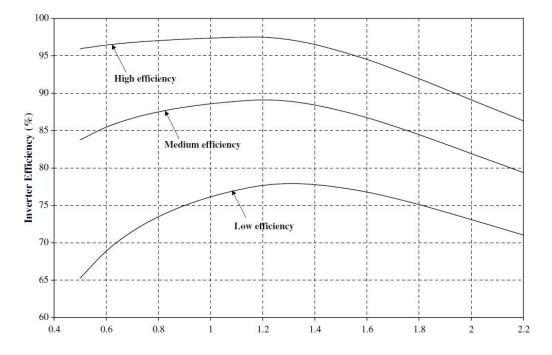


Figura 2.7. Rendimiento de tres tipos de inversores en función del "sizing ratio" [20].

siendo en este caso:

Sizing Ratio = 
$$R_S = \frac{P_{PV,rated}}{P_{inv,rated}}$$
 (2.6)

Además se estudia la influencia de la irradiancia en el "Sizing Ratio", de tal forma que, para distintos niveles de irradiancia, con distintos dimensionamientos del inversor en función del generador fotovoltaico viene representado en la Figura 2.8:

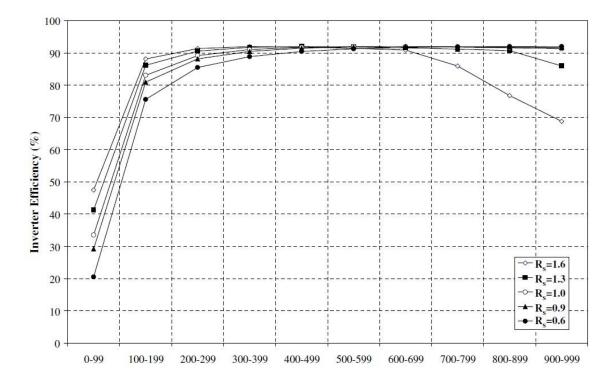


Figura 2.8. Rendimiento de un inversor de eficiencia media, en función del "sizing ratio" y de la irradiancia (W/m²) [20].

En la Figura 2.8 se puede observar claramente que, aunque para irradiancias muy bajas, tener un inversor con una potencia nominal bastante más baja que la potencia del generador fotovoltaico viene muy bien, ya que eleva el rendimiento casi al 50%, cuando pasamos de 600 W/m² su rendimiento va a estar muy por debajo de los otros casos de dimensionado.

Más concretamente, en algunas ciudades españolas [31] se obtienen los resultados anuales representados en la Figura 2.9. En este trabajo se denomina  $P_{inv}$  a la potencia nominal del inversor y  $P_{dc}$  a la potencia instalada en el generador fotovoltaico, mientras que el cociente entre ellos se denomina "sizing factor" (SF).

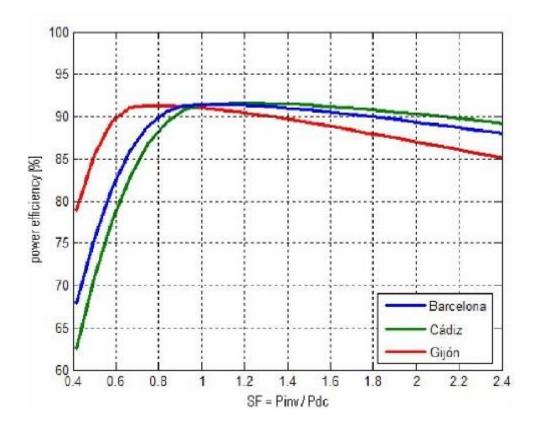


Figura 2.9. Rendimiento anual del inversor en función del "sizing factor" en tres ciudades españolas [18].

Lo que nos muestra que el rendimiento óptimo se consigue en torno a valores del *SF* de 0,9, pero que en un rango de [0,8 - 1,2] el rendimiento se ve afectado en un valor inferior al 0,3 %.

#### 2.3. Pérdidas energéticas en una planta fotovoltaica

#### 2.3.1. Pérdidas por no cumplimiento de la potencia nominal

Los módulos fotovoltaicos obtenidos de un proceso de fabricación industrial no son todos idénticos, sino que su potencia nominal referida a las STC, presenta una determinada dispersión. En general, los fabricantes garantizan que la potencia de un módulo fotovoltaico de potencia nominal (Pn), está dentro de una banda que oscila entre  $P_n\pm3\%$ ,  $P_n\pm5\%$  o  $P_n\pm10\%$ . Lamentablemente, en algunas ocasiones, suele acontecer que la potencia de cada uno de los módulos fotovoltaicos se sitúa dentro de la banda inferior de potencias garantizadas por el fabricante.

#### 2.3.2. Pérdidas de conexionado

Son pérdidas energéticas originadas por la conexión de módulos fotovoltaicos de potencias ligeramente diferentes para formar un generador fotovoltaico. Esto tiene su origen en que si conectamos dos módulos en serie con diferentes corrientes, el módulo de menor corriente limitará la corriente de la serie. De modo semejante ocurre para la tensión de la conexión de módulos en paralelo. Las pérdidas de conexionado se pueden reducir mediante una instalación ordenada en potencias (o en corrientes en el punto de máxima potencia) de los módulos fotovoltaicos, así como la utilización de diodos de "bypass" que entran en conducción permitiendo que el flujo de corriente vaya en una sola dirección.

#### 2.3.3. Pérdidas por polvo y suciedad

Tienen su origen en la disminución de la potencia de un generador fotovoltaico por la deposición de polvo y suciedad en la superficie de los módulos fotovoltaicos. Cabría destacar dos aspectos: por un lado, la presencia de una suciedad uniforme da lugar a una disminución de la corriente y tensión entregada por el generador fotovoltaico y, por otro lado, la presencia de suciedades localizadas (como puede ser el caso de excrementos de aves) da lugar a un aumento de las pérdidas de conexionado y a las pérdidas por formación de puntos calientes en las cuales por polarización inversa de las células, se puede producir quemaduras de la cubierta posterior e incluso la rotura del vidrio.

#### 2.3.4. Pérdidas angulares y espectrales

La potencia nominal de un módulo fotovoltaico suele estar referida a unas STC, que además de 1000 W/m² de irradiancia y 25 C de temperatura de célula, implican una incidencia normal y un espectro estándar AMG1.5. No obstante, en la operación habitual de un módulo fotovoltaico, ni la incidencia de la radiación es normal, ni el espectro es estándar durante todo el tiempo de operación. El que la radiación solar incida sobre la superficie de un módulo fotovoltaico con un ángulo diferente de 0º implica unas pérdidas adicionales (mayores pérdidas a mayores ángulos de incidencia). Las pérdidas angulares se incrementan con el grado de suciedad. Por otro lado, los dispositivos fotovoltaicos son espectralmente selectivos, esto es, la corriente generada es diferente para cada longitud de onda del espectro solar de la radiación incidente (respuesta espectral). La variación del espectro solar en cada momento respecto del

espectro normalizado puede afectar la respuesta de las células fotovoltaicas dando lugar a ganancias o pérdidas energéticas.

#### 2.3.5. Pérdidas por caídas óhmicas en el cableado

Tanto en la parte corriente continua (CC) como en la parte corriente alterna (CA) (desde la salida de los inversores hasta los contadores de energía) de la instalación se producen unas pérdidas energéticas originadas por las caídas de tensión cuando una determinada corriente circula por un conductor de un material y sección determinados. Estas pérdidas se minimizan dimensionando adecuadamente la sección de los conductores en función de la corriente que por ellos circula.

#### 2.3.6. *Pérdidas por temperatura*

Los módulos fotovoltaicos presentan unas pérdidas de potencia del orden de un 4% por cada 10 C de aumento de su temperatura de operación (este porcentaje varía ligeramente en función de cada tecnología). La temperatura de operación de los módulos fotovoltaicos depende de los factores ambientales de irradiancia, temperatura ambiente y velocidad del viento y de la posición de los módulos o aireación por la parte posterior. Esto implica que, por ejemplo, a igualdad de irradiación solar incidente un mismo sistema fotovoltaico producirá menos energía en un lugar cálido que en un clima frío.

#### 2.3.7. Pérdidas por rendimiento CA/CC del inversor

El inversor fotovoltaico se puede caracterizar por la curva de rendimiento en función de la potencia de operación. Es importante seleccionar un inversor de alto rendimiento en condiciones nominales de operación y también es importante una selección adecuada de la potencia del inversor en función de la potencia del generador fotovoltaico (como hemos desarrollado en el apartado anterior).

## 2.3.8. Pérdidas por rendimiento de seguimiento del punto de máxima potencia del generador fotovoltaico

El inversor fotovoltaico de conexión a red opera directamente conectado al generador fotovoltaico y tiene un dispositivo electrónico de seguimiento del punto de máxima potencia del generador fotovoltaico (este punto de máxima potencia cambia con la irradiancia y la temperatura) cuyos algoritmos de control pueden variar entre diferentes

modelo y fabricantes. Se puede caracterizar al inversor por una curva de rendimiento de seguimiento del punto de máxima potencia definida como el cociente entre la energía que el inversor es capaz de extraer del generador fotovoltaico y la energía que se extraería en un seguimiento ideal. Un problema adicional puede surgir cuando hay sombras sobre el generador fotovoltaico. En este caso puede haber escalones en la curva corriente-tensión (I-V) y el inversor operar en un punto que no es el de máxima potencia.

#### 2.3.9. Pérdidas por sombreado del generador fotovoltaico

En los sistemas fotovoltaicos de conexión a red que se suelen instalar en entornos urbanos, en muchas ocasiones es inevitable la presencia de sombras en determinadas horas del día sobre el generador fotovoltaico que conducen a unas determinadas pérdidas energéticas causadas, en primer lugar, por la disminución de captación de irradiación solar y por las posibles pérdidas de conexionado a las que puedan dar lugar. También pueden producirse sombras importantes de unos paneles fotovoltaicos sobre otros, aunque se proyecten para que esto no ocurra.

#### 2.4. Conclusiones

Este Capítulo introduce el marco energético en el cual se va a llevar a cabo la optimización. Se describen todos los componentes de la planta fotovoltaica con seguimiento solar que van a constituir el diseño de ésta y se hace un repaso del estado del arte en el ámbito de la optimización de plantas fotovoltaicas. Como se ha podido ir observando a lo largo del Capítulo, la mayor parte de estas investigaciones se centran en ajustar de forma idónea la relación entre la potencia nominal de la planta fotovoltaica y la potencia nominal de los inversores utilizados.

Por otro lado, se sintetizan todas las posibles pérdidas eléctricas que pueden ocurrir en SFVCR y se detalla una breve descripción de cada una de ellas.

"Optimización del diseño y dimensionado de plantas fotovoltai	cas con seguimiento solar mediante algoritmos evolutivos"

### CAPÍTULO 3

# Uso de Algoritmos Evolutivos en la optimización de sistemas fotovoltaicos conectados a red con seguimiento solar

En este capítulo se presenta la base teórica de los métodos de resolución empleados para resolver el problema de la optimización de SFVCRs, así como una breve descripción de cada uno de los algoritmos utilizados. Estas técnicas de resolución se encuadran dentro de las llamadas "Técnicas de Computación Evolutiva". Este tipo de computación evolutiva agrupa al conjunto de técnicas de optimización inspiradas en la naturaleza y en la evolución de los seres vivos. Particularmente, se ha trabajado en profundidad el método del algoritmo genético, el algoritmo genético de evolución (*Cross generational elitist selection, Heterogeneous recombination and Cataclism mutation* - CHC) y el algoritmo de evolución diferencial (DE).

#### 3.1. Introducción a la optimización

La optimización [32] es la disciplina que estudia los problemas relacionados con la mejora de determinados procesos y sus posibles alternativas. Las técnicas de búsqueda pueden clasificarse en función de si aseguran obtener el resultado óptimo (técnicas exactas) o so por el contrario permiten obtener soluciones cercanas al óptimo (técnicas aproximadas).

La optimización combinatoria [33] consiste en encontrar la mejor solución (óptima) de entre un conjunto finito de soluciones alternativas. La calidad u optimalidad

de las soluciones vendrá definida por la capacidad de dichas soluciones para minimizar o maximizar una determinada función, denominada función objetivo, compuesta por un conjunto determinado de variables definidas sobre un conjunto discreto. No se exige ninguna condición o propiedad sobre la función objetivo o la definición del conjunto finito de soluciones alternativas. Es importante notar que dada la finitud de ese conjunto, las variables han de ser discretas, restringiendo su dominio a una serie finita de valores. Habitualmente, el número de elementos del conjunto es muy elevado, haciendo impracticable la evaluación de todas sus soluciones para determinar el óptimo.

Siguiendo la definición utilizada por Blum y Roli [34], un problema de optimización combinatoria (Combinatorial Optimization Problem - COP) se puede definir como COP=(F,f), utilizando los siguientes conceptos:

- un conjunto de variables  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ ;
- dominios de las variables  $D_1, \dots, D_n$ ;
- una función objetivo f:  $D_1 \times ... \times D_n \to \Re^+$ ;
- un conjunto de restricciones entre las variables;

El conjunto de todas las soluciones que satisfacen las restricciones entre las variables constituye el llamado *espacio de búsqueda*, o *espacio de soluciones*, F. Formalmente,  $F = \{s = \{(x_1, u_1), ..., (x_n, u_n)\}$  con  $u_i \in D_i$ , i = 1, ..., n tal que s satisface todas las restricciones del problema $\}$ .

#### 3.1.1. Meta-heurísticas de optimización

En Inteligencia Artificial (IA) se emplea el calificativo heurístico, en un sentido muy genérico, para aplicarlo a todos aquellos aspectos que tienen que ver con el empleo de conocimiento en la realización dinámica de tareas. Se habla de heurística [35] para referirse a una técnica, método o procedimiento inteligente de realizar una tarea que no es producto de un riguroso análisis formal, sino de conocimiento experto sobre la tarea.

La idea más genérica del término heurístico está relacionada con la tarea de resolver inteligentemente problemas reales usando conocimiento. Una solución heurística de un problema es la proporcionada por un método heurístico, es decir, aquella solución sobre la que se tiene cierta confianza de que es factible y óptima, o de que alcanza un alto grado de optimalidad y/o factibilidad.

El término meta-heurística se obtiene de anteponer a heurística el sufijo "meta" que significa "más allá" o "a un nivel superior". Los algoritmos meta-heurísticos [35] son procedimientos iterativos que guían una heurística subordinada, combinando de forma inteligente distintos conceptos para explorar y explotar adecuadamente el espacio de búsqueda. Son algoritmos aproximados de optimización y búsqueda de propósito general.

Este tipo de técnicas se caracterizan por las siguientes propiedades:

- Las meta-heurísticas son estrategias generales que guían el proceso de búsqueda.
- El objetivo es una búsqueda eficiente que encuentre soluciones casi óptimas.
- Pueden incorporar mecanismos para evitar la exploración en regiones del espacio de búsqueda no óptimas.
- El procedimiento de cualquier meta-heurística es genérico, no depende del problema.
- Las meta-heurísticas utilizan métodos heurísticos específicos que son controlados por una estrategia de más alto nivel.
- Las meta-heurísticas utilizan funciones de bondad para cuantificar el grado de adecuación de una determinada solución.

Entre las principales técnicas meta-heurísticas de optimización [35, 36] podemos encontrar el enfriamiento simulado (Simulated Annealing - SA) [37], la búsqueda tabú (Tabu Search - TS) [38, 39], los algoritmos genéticos (Genetic Algorithms - GA) [40, 41], la búsqueda dispersa (Scatter Search - SS) [42], los algoritmos meméticos (Memetic Algorithms - MA) [43], la búsqueda en vecindario variable (Variable Neighborhood Search - VNS) [44], la búsqueda local guiada (Guied Local Search - GLS) [45], los procedimientos de búsqueda basados en procedimientos adaptativos aleatorizados avaros (Greedy Randomized Adaptive Search Procedures - GRASP) [46], la optimización mediante colonias de hormigas (Ant Colony Optimization - ACO) [47], la búsqueda local iterada (Iterated Local Search - ILS) [48], las redes neuronales Neural Networks - NN) [49] y los algoritmos basados en Nubes de Partículas (Particle Swarm Optimization - PSO) [50, 51].

#### 3.1.2. Clasificación de las Meta-heurísticas

Hay diferentes formas de clasificar las técnicas meta-heurísticas [52]: basadas en la naturaleza (algoritmos bioinspirados) o no basadas en la naturaleza, basadas en memoria o sin memoria, con función objetivo estática o dinámica, etc.

La clasificación más empleada es la que se basa en si la técnica utiliza un único punto del espacio de búsqueda o trabaja sobre un conjunto o población. Según esta clasificación, las meta-heurísticas se dividen en las basadas en trayectoria y las basadas en población.

#### 3.1.2.1. Técnicas meta-heurísticas basadas en trayectorias

Estas técnicas parten de un punto inicial y van actualizando la solución presente mediante la exploración del vecindario, formando una trayectoria. La búsqueda finaliza cuando se alcanza un número máximo de iteraciones, se encuentra una solución con una calidad aceptable, o se detecta un estancamiento del proceso.

A continuación se describen algunas de las técnicas meta-heurísticas basadas en trayectoria:

- El Enfriamiento Simulado. El Enfriamiento Simulado (Simulated Annealing SA) es una de las meta-heurísticas más antigua [37]. Es una técnica de búsqueda local propuesta con el objetivo de evitar, en la medida de lo posible, quedar atrapados en óptimos locales tal y como sucede en los métodos de ascenso de colinas. SA simula el proceso de recocido de los metales y del cristal. En cada iteración se elige una solución S<sub>1</sub>, a partir de la solución actual S<sub>0</sub>. Si S<sub>1</sub> es mejor que S<sub>0</sub>, S<sub>1</sub> sustituye a S<sub>0</sub> como solución actual. Si S<sub>1</sub> es peor que S<sub>0</sub>, se sigue aceptando pero asignándole una determinada probabilidad. El algoritmo permite elegir soluciones peores a la actual para evitar caer en un óptimo local.
- La Búsqueda Tabú. La Búsqueda Tabú (Tabu Search TS) [38, 39] es una de las meta-heurísticas más utilizadas en problemas de optimización. La TS se basa fundamentalmente en la utilización de un historial de búsqueda, que permite ejecutar su estrategia de análisis y exploración de diferentes regiones del espacio de búsqueda. A tal efecto, hace uso del concepto de memoria y lo implementa

mediante estructuras simples con el objetivo de dirigir la búsqueda teniendo en cuenta la historia previa. Puede decirse que se lleva a cabo un cierto aprendizaje y que la búsqueda es inteligente. El principio fundamental que rige a los procedimientos de TS se basa en que es mejor una mala decisión basada en información que una buena decisión al azar, ya que, en un sistema que emplea memoria, una mala elección basada en una estrategia proporcionará claves útiles para continuar la búsqueda de forma eficiente. Una buena elección fruto del azar no proporcionará ninguna información para posteriores acciones. Este historial o memoria se implementa como una lista tabú. En cada iteración se elige la mejor solución entre las permitidas y se añade a la lista tabú, donde se mantienen las soluciones recientes que se excluyen de las siguientes iteraciones.

- La Búsqueda en Vecindario Variable. La Búsqueda en Vecindario Variable (Variable Neighborhood Search VNS) [44] es un algoritmo muy genérico, con muchos grados de libertad y permite variaciones y modificaciones particulares. Utiliza una estrategia de cambio entre diferentes estructuras del vecindario. Estas estructuras se definen en el comienzo del proceso algorítmico.
- Procedimientos de Búsqueda basados en Procedimientos Adaptativos Aleatorizados Avaros (Greedy Randomized Adaptive Search Procedures GRASP). Los GRASPs [46] son meta-heurísticas de propósito general que combinan heurísticas constructivas y de búsqueda local. Los GRASPs constan de una fase de construcción en la cual se aplica un procedimiento heurístico constructivo para obtener una buena solución inicial, y una fase de mejora mediante un algoritmo de búsqueda local. La mejor de todas las soluciones examinadas se guarda como resultado final.

#### 3.1.2.2. Técnicas meta-heurísticas basadas en poblaciones

• Los Algoritmos Evolutivos. Los Algoritmos Evolutivos (Evolutionary Algorithms – EAs) [53] se inspiran en la capacidad de la evolución de seres o individuos para adaptarlos a los cambios de su entorno. Cada individuo representa una posible solución. El funcionamiento básico de estos algoritmos es el siguiente: La población se genera de forma aleatoria. Cada individuo de la población tiene asignado un valor de su bondad con respecto al problema

considerado, por medio de una función de aptitud, capacidad, adaptabilidad o estado, también denominada con bastante frecuencia por la palabra inglesa "fitness". El valor de la aptitud de un individuo es la información que el algoritmo utilizar para realizar la búsqueda. La modificación de la población se efectúa mediante la aplicación de tres operadores: selección, recombinación y mutación. En estos algoritmos se pueden distinguir la fase de selección, explotación de buenas soluciones, y la fase de reproducción, búsqueda de nuevas regiones. Se debe de mantener un equilibro entre estas dos fases. La política de reemplazo permite la aceptación de nuevas soluciones que no necesariamente mejoran las existentes.

Los EAs se pueden clasificar en las siguientes tres categorías: Programación Evolutiva (PE) [54], Estrategias Evolutivas (EEs) [55], y los Algoritmos Genéticos (GAs), que constituyen una de las técnicas más conocidas, y que fueron introducidos por Holland [40].

- Búsqueda Dispersa. La Búsqueda Dispersa (Scatter Search SS) [42], se basa en mantener un conjunto relativamente pequeño de soluciones, conjunto de referencia, que contiene buenas soluciones y otras soluciones diversas. A los diferentes subconjuntos de soluciones que se forman se les aplica operaciones de recombinación y mejora.
- Sistemas basados en Colonias de Hormigas, Los sistemas basados en Colonias de Hormigas (Ant Colony Optimization ACO) [47], se inspiran en el comportamiento de las hormigas cuando buscan comida: inicialmente, las hormigas exploran el área cercana al hormiguero de forma aleatoria. Cuando una hormiga encuentra comida, la lleva al hormiguero. En el camino, la hormiga va depositando una sustancia química denominada feromona que guía al resto de hormigas a encontrar la comida. El rastro de feromona sirve a las hormigas para encontrar el camino más corto entre el hormiguero y la comida. Este rastro es simulado mediante un modelo probabilístico.
- Algoritmos Meméticos. Dentro de las técnicas heurísticas más recientes encontramos los algoritmos meméticos (Memetic Algorithms - MA) [43]. Los MAs presentan aspectos de especial similitud con los algoritmos evolutivos,

sobre todo en lo referente a las mejoras individuales de las soluciones junto con procesos cooperativos y competitivos de tipo poblacional. Los componentes de las poblaciones en MAs no se denominan individuos, sino agentes. En cada generación se actualiza la población de agentes, usando para tal fin una población temporal obtenida mediante la recombinación de algunos agentes seleccionados. La selección se encarga de elegir una muestra de los mejores agentes contenidos en la población actual haciendo uso de una determinada función objetivo. Por otro lado, el proceso de reemplazo incide en el aspecto competitivo, limitando el tamaño de la población y permitiendo de esta forma que otros nuevos agentes puedan entrar y diversificar la búsqueda. Tanto la selección como el reemplazo son procesos competitivos en los que únicamente varía la distribución de agentes existentes, pero no se crean nuevos, ya que esto corresponde a la fase de reproducción. Los operadores utilizados son los de recombinación y mutación. La recombinación es responsable de llevar a cabo los procesos de cooperación entre dos o más agentes haciendo uso de la información del grupo de agentes recombinados. El operador de mutación consiste en modificar las características de un determinado agente.

El empleo de estos meta-operadores es uno de los rasgos más distintivos de los MAs. Concretamente, dichos meta-operadores iteran la aplicación del operador de mutación, conservando los cambios que llevan a una mejora en la calidad del agente, motivo por el cual son denominados optimizadores locales. Estos optimizadores locales pueden emplearse en diferentes fases de la reproducción.

Existen diferentes alternativas de diseño. Así, por ejemplo, pueden usarse tras la aplicación de otros operadores de recombinación y mutación, aplicarse sólo a un subconjunto de los agentes, o ser únicamente aplicado al final del ciclo reproductivo. En cualquier caso, el empleo de optimización local es un elemento diferenciador de los MAs con respecto a los EAs pero no el único.

Los Algoritmos Basados en Nubes de Partículas o (Particle Swarm Optimization - PSO) [50, 51] son técnicas meta-heurísticas inspiradas en el comportamiento del vuelo de las bandadas de aves o el movimiento de los bancos de peces. La toma de decisión por parte de cada individuo o partícula se realiza teniendo en

cuenta una componente social y una componente individual, mediante las que se determina el movimiento de esta partícula para alcanzar una nueva posición.

#### 3.2. Algoritmo genético

Los algoritmos genéticos (AG) son algoritmos de búsqueda de propósito general que utilizan los principios inspirados en las poblaciones naturales para desarrollar soluciones a los problemas [40, 41]. La idea básica es mantener una población de cromosomas, que representan soluciones candidatas al problema concreto, que evoluciona con el tiempo a través de un proceso de competencia y variación controlada.

Un algoritmo genético comienza con una población de cromosomas generados aleatoriamente, y va avanzando hacia una población mejor de cromosomas mediante la aplicación de los operadores genéticos, a semejanza de los procesos genéticos que ocurren en la naturaleza. De esta manera, la población se somete a la evolución en una forma de selección natural. Durante las sucesivas iteraciones, llamadas generaciones, los cromosomas de la población están clasificados por su adaptación como soluciones y, sobre la base de estas evaluaciones, se forma una nueva población de cromosomas mediante un mecanismo de selección y los operadores genéticos específicos, tales como cruce y mutación. Se debe estudiar una evaluación o "función de aptitud" f, para cada problema a resolver. Dado un cromosoma determinado, en una solución, la función de aptitud devuelve un único valor numérico, que se supone que es proporcional a la utilidad o la adaptación de la solución que ese cromosoma representa.

El esquema del algoritmo genético básico es el que se muestra en la Figura 3.1 y consiste en:

- Generar (aleatoriamente) una población inicial.
- Calcular la aptitud de cada individuo.
- Seleccionar (probabilísticamente) en base a la aptitud o *fitness*.
- Aplicar operadores genéticos (cruce y mutación) para generar la siguiente población.
- Repetir el ciclo hasta que se satisfaga cierta condición.

Por otro lado es importante conocer que para poder aplicar el algoritmo genético se requiere de los cinco componentes básicos siguientes:

• Una representación de las soluciones potenciales del problema.

- Una forma de crear una población inicial de posibles soluciones (normalmente un proceso aleatorio).
- Una función de evaluación que juegue el papel del ambiente, clasificando las soluciones en términos de su "aptitud".
- Operadores genéticos que alteren la composición de los hijos que se producirán para las siguientes generaciones.
- Valores para los diferentes parámetros que utiliza el algoritmo genético (tamaño de la población, probabilidad de cruce, probabilidad de mutación, número máximo de generaciones, etc.).

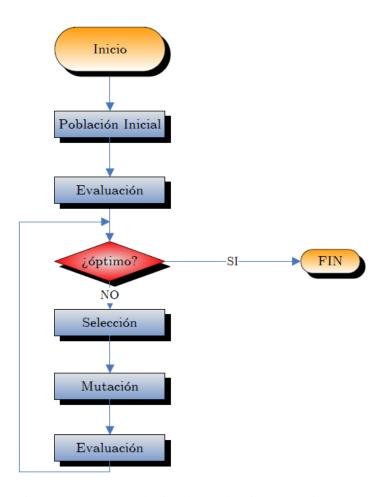


Figura 3.1: Esquema básico de un algoritmo genético [56].

#### 3.2.1. Codificación de las soluciones

La codificación o representación de las soluciones es el mecanismo por el cual éstas se representan de forma que el algoritmo pueda hacer uso de ellas para su manipulación en el proceso evolutivo. Para un mismo problema pueden existir distintos tipos de codificación, pero es importante destacar que la elección de la codificación óptima para un problema determinado hará que el algoritmo genético genere mejores resultados.

La codificación binaria ha sido la más usada históricamente. Las soluciones al problema se representan en números binarios con los que el algoritmo genético realiza sus operaciones. No obstante, la codificación binaria ha generado una serie de problemas [57], como soluciones ilegales producidas por los operadores genéticos, donde se presentan soluciones que son físicamente imposibles, pérdida de la información por el hecho de tener que elegir un número finito de posiciones decimales o pérdida de intuición, ya que muchos problemas se prestan de manera natural a hacer las operaciones con números enteros.

Posteriormente se han ido difundiendo otro tipo de codificaciones, como la codificación en números reales o en números enteros, sobre todo en ingeniería, donde la mayoría de los problemas tienen variables de este tipo [57]. En esta Tesis hemos elegido una codificación real de las soluciones, ya que los valores de las dimensiones y de los parámetros eléctricos de los módulos fotovoltaicos e inversores se adaptan mejor a números reales que a una codificación binaria y las soluciones se hacen mucho más legibles.

#### 3.2.2. Población inicial

Una vez decidido el esquema de representación, el primer paso en la estructura del algoritmo genético es crear una población inicial. Habitualmente, esto se consigue generando una distribución aleatoria de individuos uniformemente repartida en el rango de búsqueda de nuestras variables.

Algunos investigadores [58] han optado por otros procedimientos donde se producen inicializaciones aleatorias para cada individuo y se escogen aquellas con mejor rendimiento o prestación para la población inicial. Además de la inicialización aleatoria, otros autores [59] han propuesto, como semillas para la población inicial, individuos que se saben están cerca de la solución óptima.

#### 3.2.3. Evaluación: función objetivo

En los problemas de optimización con objetivo único, el espacio de búsqueda se encuentra totalmente ordenado por medio de la función objetivo por lo que es posible hablar de un óptimo global el cual se define formalmente como [60]:

dada una función global  $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ , para  $x \in \mathbb{R}^n$  el valor  $f^* = f(x^*)$  se le llama un óptimo global (máximo o mínimo) sí y sólo sí:

$$\forall x \in \mathbb{R}^n : f(x^*) \text{ es mejor que } f(x) \tag{3.1}$$

Entonces, x\* es la solución global óptima, f es la función objetivo. El problema de determinar la solución global óptima es llamado problema de optimización global.

La función objetivo nos va a dar una idea de cómo se comporta cada uno de los individuos como solución a nuestro problema. Para problemas de minimización como el nuestro, los mejores individuos tendrán el nivel más bajo de la función objetivo asociada. Pero ésta no es la medida real del comportamiento de los individuos en nuestro algoritmo. Existe la llamada "función de aptitud" que se usa para transformar la función objetivo en una medida de la aptitud relativa [61].

En los problemas de minimización, la función de aptitud empleada por el algoritmo debe estar relacionada con la inversa de la función objetivo, de tal manera que las soluciones con función objetivo baja tendrán una medida de la calidad elevada. Matemáticamente se puede expresar la función aptitud como de la siguiente manera:

$$F(x) = g(f(x)) \tag{3.2}$$

donde: F(x) es la aptitud resultante; f(x) es la función objetivo; g(f(x)) es una transformación de la función objetivo en valores no negativos.

Esta transformación es siempre necesaria cuando la función objetivo es de minimización, como es el caso que nos ocupa en esta Tesis, ya que los valores más bajos corresponderán con individuos más aptos.

La elección de una medida de la calidad adecuada es fundamental, pues, por un lado, debe proporcionar valores que permitan diferenciar entre individuos buenos y malos; pero, al mismo tiempo, debe permitir la coexistencia de ambos tipos de individuos para que el espacio de búsqueda no quede muy restringido.

#### 3.2.4. Selección

Considerando G como una población de cromosomas  $V_{i,G} = \{V_{1,G}, \dots, V_{n,G}\}$ , el mecanismo de selección es el proceso mediante el cual se produce una población intermedia G' compuesta por copias de los cromosomas que forman G. El número de descendientes de cada cromosoma o individuo, dependerá de la aptitud de dicho individuo; así cromosomas con una buena aptitud relativa tienen más opciones de

contribuir con copias para formar la población G'. El mecanismo de selección consta de dos pasos:

- Cálculo de la probabilidad de selección.
- Muestreo. Reproducción de los descendientes basándose en las probabilidades de selección.

Podemos clasificar las técnicas de selección en tres grupos:

#### 3.2.4.1. Selección proporcional

La selección proporcional [40, 41] requiere dos pasos en cada generación: calcular la aptitud media de cada individuo y calcular su valor esperado. Dentro de la selección proporcional, podemos distinguir cuatro grupos:

Muestreo Estocástico o "La Ruleta" [61].

Los individuos se sitúan de forma contigua formando segmentos angulares de un círculo, de tal forma que la longitud de cada segmento es igual a la aptitud relativa de cada individuo con respecto a la del resto. A la vez, se genera un número aleatorio (entre 0 y 1) de manera que aquel individuo que es abarcado por el número aleatorio queda seleccionado. El proceso se repite hasta que se obtiene el número de individuos deseado.

- Sobrante Estocástico [62].

En este caso, asignamos las partes enteras de los valores esperados de descendientes para cada individuo y, posteriormente, con las partes decimales se utiliza el esquema anterior, de La Ruleta.

- Universal Estocástica [63].

El funcionamiento es similar a una ruleta clásica con la salvedad de que en vez de existir un solo puntero, en este caso, se generan N punteros igualmente espaciados, donde N es el número de selecciones requeridas. La población se reordena aleatoriamente y se genera un número aleatorio en el rango [0 - 1/N]

- Muestreo Determinístico [61].

Es similar al sobrante estocástico, pero requiere un algoritmo de ordenación.

#### 3.2.4.2. Selección por torneo

La idea básica del método [64] es seleccionar con base en comparaciones directas de los individuos. Se baraja la población, se escogen p individuos (normalmente p es 2) y se comparan con base en su aptitud relativa. El ganador del "torneo" es el individuo más apto. Posteriormente se vuelve a barajar la población y se repite el proceso para así seleccionar N padres (siendo N el tamaño de la población).

#### 3.2.4.3. Selección de estado uniforme

Se usa en algoritmos genéticos no generacionales [65], en los cuales sólo unos cuantos individuos son reemplazados en cada generación (los menos aptos).

#### 3.2.5. Cruce

Es el proceso por el cual los cromosomas se fraccionan en segmentos de cadenas lineales y se combinan con otros cromosomas. Existe gran cantidad de mecanismos para llevar a cabo el cruce de cromosomas [66].

#### 3.2.5.1. Cruce de un punto

Es el cruce más sencillo de todos. Dadas dos cadenas  $V_{1,G}$  y  $V_{2,G}$  de longitud n, se escoge aleatoriamente un escalar i entre [1, n] que va a ser el punto de cruce de ambas cadenas. Se generan, pues, dos soluciones "hijas" donde una de ellas poseerá los i primeros genes de  $V_{1,G}$  y el resto de genes de  $V_{2,G}$ , mientras que la otra solución se generará de forma inversa. La Figura 3.2 muestra un ejemplo en el que se utiliza el cruce de un punto.

$$i \in \{1,2,...,n-1\}$$

$$V_{1,G} = (c_1^1, c_2^1, ..., c_i^1, c_{i+1}^2, ..., c_n^2)$$

$$V_{2,G} = (c_1^2, c_2^2, ..., c_i^2, c_{i+1}^1, ..., c_n^1)$$
(3.3)

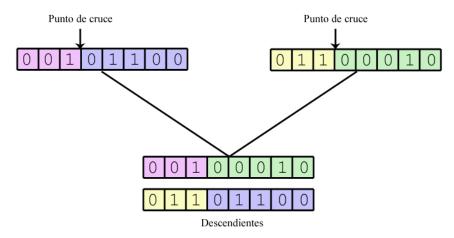


Figura 3.2. Esquema de un cruce de un punto.

#### 3.2.5.2. Cruce de dos puntos

Se trata del mismo proceso que el cruce de un punto, con la diferencia de que se escogen aleatoriamente dos puntos de cruce.

$$i, j \in \{1, 2, ..., n-1\} \text{ con } i < j$$

$$V_{1,G} = \left(c_1^1, c_2^1, ..., c_i^2, c_{i+1}^2, ..., c_j^2, c_{j+1}^1, ..., c_n^1\right)$$

$$V_{2,G} = \left(c_1^2, c_2^2, ..., c_i^1, c_{i+1}^1, ..., c_j^1, c_{j+1}^2, ..., c_n^2\right)$$
(3.4)

#### 3.2.5.3. Cruce uniforme

Se crean dos cromosomas hijos  $V_{k,G} = (h_1^k, h_i^k, h_n^k), k = 1,2$ . El valor de cada gen de los cromosomas hijos se determina a través de una elección aleatoria entre uno de los genes de los cromosomas padres.

$$\mathbf{h}_{k}^{i} = \begin{cases} c_{i}^{1} & si \ u = 0 \\ c_{i}^{2} & si \ u = 1 \end{cases}$$
 (3.5)

Siendo *u* un número aleatorio que puede tomar los valores 1 ó 0.

#### 3.2.5.4. Cruce aritmético

Se crean dos cromosomas hijos  $V_{k,G} = (h_1^k, h_i^k, h_n^k), k = 1, 2$  donde:

$$\mathbf{h}_{i}^{1} = \lambda \cdot c_{i}^{1} + (1 - \lambda) \cdot c_{i}^{2}$$

$$\mathbf{h}_{i}^{2} = \lambda \cdot c_{i}^{2} + (1 - \lambda) \cdot c_{i}^{1}$$

$$\lambda \in [0, 1]$$
(3.6)

#### 3.2.5.5. Cruce geométrico

Se crean dos cromosomas hijos  $V_{k,G} = (h_1^k, h_i^k, h_n^k), k = 1, 2$  donde:

$$h_{i}^{1} = c_{i}^{1^{\omega}} \cdot c_{i}^{2^{1-\omega}}$$

$$h_{i}^{2} = c_{i}^{2^{\omega}} \cdot c_{i}^{1^{1-\omega}}$$

$$\omega \in [0,1]$$
(3.7)

#### 3.2.5.6. Cruce BLX-α

Se crean dos cromosomas hijos  $V_{k,G} = (h_1^k, h_i^k, h_n^k), k = 1, 2$  donde  $h_i^k$  es un número escogido aleatoriamente del intervalo  $[C_{min} - I\alpha, C_{max} + I\alpha]$  tal y como muestra la Figura 3.3, siendo:

$$C_{\text{max}} = \max \left\{ c_i^1, c_i^2 \right\}$$

$$C_{\text{min}} = \min \left\{ c_i^1, c_i^2 \right\}$$

$$I = C_{\text{max}} - C_{\text{min}}$$
(3.8)

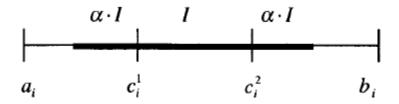


Figura 3.3. Esquema de un cruce BLX-α [67].

#### 3.2.5.7. Cruce SBX

El cruce SBX (Simulated Binary Crossover) fue propuesto por Deb [68] e intenta emular el efecto del cruce en un punto usado con representación binaria. Este cruce genera dos hijos:

$$\beta^{s1} = \frac{1}{2} [(1 + B_k)\beta^{f_1} + (1 - B_k)\beta^{f_2}]$$

$$\beta^{s2} = \frac{1}{2} [(1 - B_k)\beta^{f_1} + (1 + B_k)\beta^{f_2}]$$
(3.9)

Donde  $B_k \geq 0$  es un valor generado según la función de densidad

$$p(B) = \begin{cases} \frac{1}{2}(\eta + 1)B^n & \text{si } 0 \le B \le 1\\ \frac{1}{2}(\eta + 1)\frac{1}{B^{\eta + 2}} & \text{si } B > 1 \end{cases}$$
 (3.10)

Esta distribución puede ser obtenida fácilmente a partir de una distribución uniforme u(0,1) mediante la transformación:

$$B(u) = \begin{cases} (2u)^{\frac{1}{\eta+1}} & \text{si } u \le \frac{1}{2} \\ \left(\frac{1}{2(1-u)}\right)^{\frac{1}{\eta+1}} & \text{si } u > \frac{1}{2} \end{cases}$$
(3.11)

El parámetro  $\eta$  establece la amplitud de la distribución con la que se generan los descendientes. En general  $\eta = 5$  establece un buen compromiso entre exploración y explotación para un amplio rango de problemas [69, 66]

#### 3.2.6. Mutación

El operador mutación altera de forma aleatoria uno o más genes de un cromosoma según una determinada probabilidad de mutación (ver Figura 3.4).

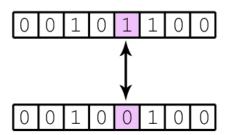


Figura 3.4. Ejemplo de mutación en un individuo.

Tradicionalmente, el papel desempeñado por la mutación en el desarrollo de los algoritmos genéticos ha sido secundario frente al operador cruce. Sin embargo, recientes trabajos [53] indican que no se puede asegurar que algoritmos genéticos basados fundamentalmente en un operador mutación (con una probabilidad de ocurrencia mayor) en detrimento del cruce, obtengan peores resultados que los algoritmos genéticos convencionales.

#### 3.2.7. Elitismo

Puede ocurrir en ocasiones que los individuos más aptos de una generación no sean seleccionados y desaparezcan. Para evitarlo, el empleo de estrategias elitistas implica la

selección del mejor o los mejores individuos de la población, y su introducción de manera directa en la siguiente generación.

El tamaño de la élite es un parámetro fundamental en la obtención de buenos resultados con esta estrategia. Es habitual emplear un tamaño de 1 ó 2 individuos élite por cada 50 individuos en la población.

#### 3.2.8. Restricciones e individuos no factibles

No todos los individuos generados por un algoritmo genético son físicamente realizables. Puede ocurrir que se generen ciertas soluciones que, aunque posean un alto grado de aptitud relativa, sean incoherentes o físicamente imposibles. Los métodos más usados para tratar las restricciones son los expuestos a continuación.

• Técnica de penalización [70, 71].

Resuelve el problema sin tener en cuenta las restricciones y posteriormente penaliza la función objetivo, según el grado de no cumplimiento de esas restricciones.

• Técnica de reparación [71].

Se trata de modificar la estructura de la solución para que cumpla las restricciones impuestas.

Técnica para operadores específicos.

Se introducen estructuras de datos más complejas adaptadas al problema. Así, las restricciones se cumplirán de manera implícita.

• Técnica para restricciones lineales [72].

Si el problema tiene restricciones lineales, se pueden transformar en restricciones de desigualdad, las cuales forma un conjunto convexo. Esto asegura que combinaciones de las soluciones actuales, sólo pueden proporcionar soluciones factibles en el espacio de búsqueda.

A continuación se exponen tres modelos de algoritmos genéticos, cuyo uso dependerá del problema a resolver. Aunque el esquema básico del algoritmo es el mismo para los tres modelos, existen ciertas variaciones en el momento de seleccionar los individuos padres y de aplicar los operadores de cruce y mutación que vamos a pasar a explicar a continuación.

#### 3.2.9. *Modelo estacionario*

El ciclo de la evolución de un algoritmo genético es el que muestra la Figura 3.5.

En el modelo estacionario, vamos a coger únicamente dos individuos de la población. Una vez escogidos, le vamos a aplicar el operador de cruce con una probabilidad de cruce que definiremos previamente. Una vez aplicado el operador de cruce, se les aplica a los dos individuos el operador de mutación con una probabilidad de mutación que definiremos previamente al igual que con la de cruce.

Una vez aplicados los operadores de cruce y mutación, ya disponemos de dos individuos "hijos" que van a competir para que uno de ellos retorne a la población inicial mediante algún tipo de selección, dando lugar así al reemplazamiento.

El esquema de funcionamiento es el mostrado en la Figura 3.6:

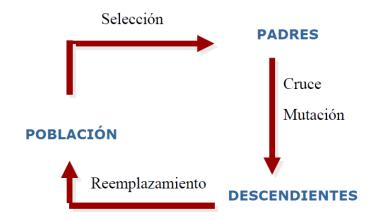


Figura 3.5. Ciclo de un algoritmo genético [73].

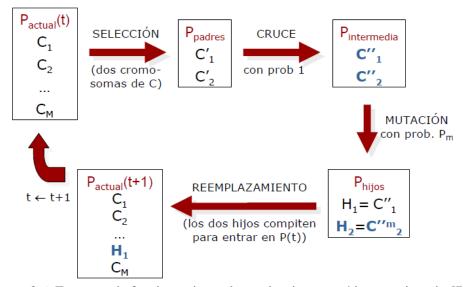


Figura 3.6. Esquema de funcionamiento de un algoritmo genético estacionario [73].

En este caso, se observa como el descendiente  $H_1$  reemplaza a un individuo de la población inicial.

# 3.2.10. Modelo generacional

En el modelo generacional se crea una población de padres seleccionando los mejores individuos de la población inicial, mediante alguno de los mecanismos de selección. Una vez creada, se forma una población intermedia cruzando (con una probabilidad de cruce determinada al inicio del algoritmo) esta población de padres anteriormente generada, mediante alguno de los mecanismos de cruce anteriormente definidos.

Cuando se ha generado esta población intermedia, se le aplica a los individuos el operador de mutación, con una probabilidad de mutación definida. Por último, se sustituye la población inicial completa por esta nueva población intermedia, exceptuando el mejor individuo de la población inicial, que se mantiene aplicando elitismo.

El esquema de funcionamiento de este modelo es el que se muestra en la Figura 3.7.

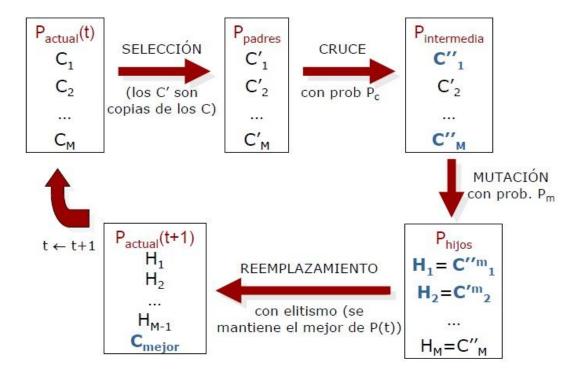


Figura 3.7. Esquema de funcionamiento de un algoritmo genético generacional [73].

Se observa, como a diferencia del modelo estacionario donde sólo reemplazábamos un individuo, en este caso reemplazamos la población entera.

# 3.2.11. Algoritmo de evolución CHC

El algoritmo genético de evolución *Cross generational elitist selection, Heterogeneous recombination and Cataclism mutation* (CHC) [74] es una de las primeras propuestas de algoritmos genéticos que introducen un equilibrio entre diversidad y convergencia.

La falta de diversidad en una población de individuos, es decir, que todos los individuos de la población sean muy parecidos, nos va a llevar hacia una convergencia prematura del algoritmo a óptimos locales. Por otro lado, la convergencia se va a encargar de buscar en regiones prometedoras mediante la presión selectiva, lo cual nos va a reducir los tiempos de búsqueda.

El modelo CHC incluye una reinicialización cuando se produce convergencia prematura, y asegura la diversidad utilizando un operador de cruce que produce hijos muy diferentes a sus padres. Su esquema de funcionamiento se muestra en la Figura 3.8.



Figura 3.8. Esquema de funcionamiento de un algoritmo genético CHC [73].

El algoritmo genético CHC comienza creando una población intermedia, con los individuos de la población individual colocados de forma aleatoria. Se forman N/2 parejas en la población intermedia y se cruzan sólo las parejas cuyos miembros difieren un número determinado de genes llamado umbral de cruce. Este umbral de cruce se suele iniciar en L/4, siendo L en número de genes que tenga un individuo.

El cruce "half uniform crossover" (HUX) [75] consiste en que se intercambian exactamente la mitad de los genes que son distintos en los padres. Una vez cruzados, se

sustituyen los n mejores individuos por los n peores individuos de la población inicial, siendo n un número predefinido al inicio del programa, cuyo valor será el que más convenga en cada problema.

Si durante un ciclo no se generan individuos mejores, se le resta uno al umbral de cruce, y cuando éste es menor que cero, se reinicializa la población quedándonos con los *N* mejores individuos y el resto se generan aleatoriamente.

# 3.2.12. Algoritmo de evolución diferencial

El algoritmo de evolución diferencial (DE) sigue el procedimiento general de un AE. Como en los algoritmos anteriores, el DE, usualmente empieza con una población uniforme aleatoria para cubrir el espacio de búsqueda, tanto como le sea posible.

# 3.2.12.1. Operador de mutación del DE

Después de la inicialización, el algoritmo DE aplica el operador de mutación para generar el vector mutado  $V_{i,G}$ , respecto a cada individuo  $X_{i,G}$ , en la población actual. Para cada objetivo  $X_{i,G}$  en la generación G, se asocia un vector mutado  $V_{i,G} = \{V_{i,G}^1, ..., V_{i,G}^D\}$ . El método de creación de este vector de mutación es lo que diferencia el algoritmo DE de otras estrategias. Seis de las estrategias más frecuentemente usadas se expresan a continuación:

"DE/Rand/1":

$$V_{i,G} = X_{r_1^i,G} + F \cdot \left( X_{r_2^i,G} - X_{r_3^i,G} \right) \tag{3.12}$$

"DE/Best/1":

$$V_{i,G} = X_{best,G} + F \cdot \left( X_{r_i^i,G} - X_{r_2^i,G} \right) \tag{3.13}$$

"DE/RandToBest/1":

$$V_{i,G} = X_{i,G} + F \cdot \left( X_{best,G} - X_{i,G} \right) + F \cdot \left( X_{r_1^i,G} - X_{r_2^i,G} \right)$$
(3.14)

"DE/Best/2":

$$V_{i,G} = X_{best,G} + F \cdot \left( X_{r_1^i,G} - X_{r_2^i,G} \right) + F \cdot \left( X_{r_3^i,G} - X_{r_4^i,G} \right)$$
(3.15)

"DE/Rand/2":

$$V_{i,G} = X_{r_1^i,G} + F \cdot \left( X_{r_2^i,G} - X_{r_3^i,G} \right) + F \cdot \left( X_{r_4^i,G} - X_{r_5^i,G} \right)$$
(3.16)

"DE/RandToBest/2":

$$V_{i,G} = X_{i,G} + F \cdot \left( X_{best,G} - X_{i,G} \right) + F \cdot \left( X_{r_1^i,G} - X_{r_2^i,G} \right) + F \cdot \left( X_{r_3^i,G} - X_{r_4^i,G} \right)$$
(3.17)

Los índices  $r_1^i$ ,  $r_2^i$ ,  $r_3^i$ ,  $r_4^i$ ,  $r_5^i$  son integradores generados aleatoriamente dentro del rango [1, NP]. Estos índices se generan aleatoriamente en cada mutación. El factor escalar F es un parámetro de control positivo para escalar los diferentes vectores.  $X_{best,G}$  es el mejor individuo de la población, en términos de aptitud.

# 3.2.12.2. Operador de cruce del DE

Después de la etapa de mutación, se aplica el operador cruce para incrementar el potencial de diversidad de la población. El algoritmo DE puede usar tres tipos de estrategias de cruce, conocidas como "Binomial", "Exponencial" y "Aritmética". Este operador se aplica a cada par de vectores  $X_{i,G}$  y su correspondiente vector mutado  $V_{i,G}$  para generar un nuevo vector que denotamos como  $U_{i,G}$ . El vector mutado intercambia sus componentes con el vector  $X_{i,G}$ . Nos centraremos en la estrategia de cruce binomial, que se realiza en cada componente cada vez que un número elegido aleatoriamente entre 0 y 1 es menor o igual a la tasa de cruce (CR). CR es una constante especificada por el usuario dentro del intervalo [0, 1), que controla la fracción de valores de los parámetros copiados a partir del vector mutado. Esta estrategia se define como:

$$U_{i,G}^{j} = \begin{cases} V_{i,G}^{j} & if \ rand(0,1) \le CR \ o \ j = j_{rand} \\ X_{i,G}^{j} & en \ cualquier \ otro \ caso \end{cases}$$
(3.18)

donde: rand $(0,1) \in [0,1]$  es un número aleatorio uniformemente distribuido; j oscila en  $\{1,2,...,D\}$ ;  $j_{rand} \in \{1,2,...,D\}$  es un índice elegido aleatoriamente, que garantiza que  $U_{i,G}$  obtiene, al menos, una componente de  $V_{i,G}$ .

Finalmente, describimos el cruce aritmético, que genera un vector  $U_{i,G}$  como el siguiente:

$$U_{i,G} = X_{i,G} + K \cdot (V_{i,G} - X_{i,G}) \tag{3.19}$$

donde K es el coeficiente de combinación que se elige generalmente en el intervalo [0,1]. Esta estrategia es conocida como "DE/CurrentToRand/1".

# 3.2.12.3. Operador de selección del DE

Cuando el individuo hijo ha sido generado, debemos decidir qué individuo entre  $X_{i,G}$  y  $U_{i,G}$  debe sobrevivir en la población de la próxima generación G+1. El operador de selección se describe de la siguiente manera:

$$X_{i,G+1} = \begin{cases} U_{i,G} & \text{si } f(U_{i,G}) \text{ es mejor que } f(X_{i,G}) \\ X_{i,G} & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$
(3.20)

donde *f* es la función de aptitud que queremos minimizar. Si el nuevo vector hijo proporciona una solución igual o mejor que la del individuo padre éste remplazará al individuo padre en la siguiente generación; en caso contrario, el individuo padre permanecerá en la población. Por lo tanto, la población siempre mejora o al menos mantiene el mismo valor de aptitud, no viéndose nunca deteriorado. Este mecanismo de selección "uno a uno" es el se utiliza normalmente en los algoritmos DE.

# 3.3. Algoritmos evolutivos para la optimización del diseño de plantas fotovoltaicas conectadas a red con seguimiento solar

En esta sección se va a explicar la estructura del problema, así como las soluciones que se han adoptado para su resolución. El problema que abordamos consiste en, dado un terreno donde queremos instalar una planta fotovoltaica, con unas dimensiones y unas coordenadas conocidas, el algoritmo tratará de encontrar la configuración de la planta fotovoltaica óptima para que las pérdidas eléctricas por efecto Joule, que ocurren en los conductores que llevan la energía eléctrica generada desde los paneles fotovoltaicos hasta el centro de transformación, sean lo más bajas posibles.

Cuando trabajamos con algoritmos genéticos, el conjunto de variables que forman una solución del problema se denomina cromosoma, mientras que cuando hablamos de algoritmos evolutivos (Evolutionary Algorithms - EAs) lo vamos a definir como individuo. Así mismo, en vez de definir como genes a los distintos elementos que forman el individuo, vamos a hablar de atributos.

# 3.3.1. Codificación de los parámetros y estructura de los individuos

En primer lugar, es necesario definir una codificación de las soluciones. En los EAs propuestos, cada individuo en la población contiene una solución completa del problema, que comprende todas las variables necesarias para el diseño de la planta FV. Por lo tanto, cada individuo está compuesto por ocho variables distintas, como muestra la Figura 3.9:

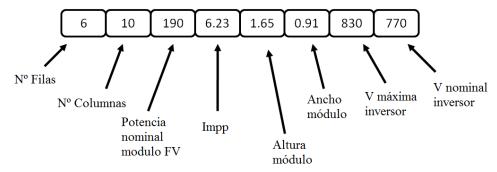


Figura 3.9. Ejemplo de individuo que usarán los EAs en este problema.

Previamente, los valores límites de esas variables se han especificado para que de esta forma, el algoritmo, en su búsqueda, no se salga de esos valores y no forme soluciones incoherentes. Es importante apuntar que esos valores son fácilmente ajustables al principio de la simulación, y que por tanto, el usuario puede ajustarlos a los valores que estime oportunos. Para nuestro estudio, como límites, hemos introducido los valores aportados por los principales fabricantes de módulos fotovoltaicos e inversores. Siguiendo las ideas mostradas en [76], los valores iniciales de cada individuo se generan aleatoriamente dentro de los rangos citados.

# 3.3.2. Generación de nuevas configuraciones

Tras el proceso de inicialización, cada algoritmo evolutivo entra en un bucle iterativo para realizar las diferentes operaciones que permitirán la generación de nuevos individuos  $U_{i,G}$ . Los operadores de mutación y cruce generarán las nuevas poblaciones en cada generación siguiendo las ideas que se han comentado con anterioridad. Una vez aplicados estos operadores, es necesario verificar si el nuevo individuo  $U_{i,G}$  se ha generado dentro de los límites establecidos al inicio del programa. Ver Tabla 3.1.

Parámetro	Mínimo	Máximo	
Nº filas	5	9	
Nº columnas	8	14	
Potencia nominal módulo (W)	150	290	
Impp (A)	4,49	10,23	
Altura módulo (m)	1,32	2,00	
Ancho módulo (m)	0,80	1,06	
Tensión máxima inversor (V)	700	880	
Tensión nominal inversor (V)	600	800	

Tabla 3.1. Rangos de diseño del problema.

# 3.3.3. Función de aptitud.

Para poder evaluar cada individuo generado necesitamos una función de aptitud que nos proporcione un valor de aptitud que asignaremos a cada individuo. En nuestro caso, el valor de aptitud se establecerá como el valor de las pérdidas eléctricas por efecto Joule, como muestra la Ecuación 3.21, obtenidas por la configuración correspondiente al individuo examinado.

$$Lss(\%) = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{2 \cdot \rho \cdot L_{i} \cdot I_{i}^{2}}{s_{i}}}{N^{\circ} Filas \cdot N^{\circ} Columnas \cdot Pot \cdot N_{seg}}$$
(3.21)

donde:  $L_{ss}$  es el porcentaje de pérdidas eléctricas por efecto Joule en todos los conductores de la planta FV sobre la potencia total instalada;  $N_{seg}$  es el número de seguidores solares instalados en el terreno;  $\rho$  es la resistividad del conductor de cobre utilizado; L es la longitud de los conductores utilizados; I es la intensidad que circula por dichos conductores;  $N^{\varrho}$  Filas y  $N^{\varrho}$  Columnas son el número de filas y número de columnas que componen cada seguidor solar; Pot es la potencia nominal de cada módulo fotovoltaico.

Como se ha comentado anteriormente, se han elegido las pérdidas eléctricas por efecto Joule por ser uno de los factores más importantes en el diseño de sistemas fotovoltaicos. De hecho, existen más tipos de pérdidas en las plantas fotovoltaicas, como se ha comentado en el Capítulo 2, pero se ha decidido realizar la optimización considerando las pérdidas por efecto Joule debido a que son eléctricamente más tratables e influenciadas por la topología de las conexiones a realizar, siendo muy optimizables con una correcta distribución y un correcto dimensionamiento del sistema. Además, el algoritmo programado elimina las pérdidas por auto-sombreado, ya que en cada una de las soluciones obtenidas se estima el valor de la superficie de la estructura de seguimiento y se distribuyen los seguidores de tal forma que ninguno proyecte sombra sobre los seguidores vecinos.

De esta manera, una vez que la función de aptitud es definida, los individuos con un mejor nivel de la función aptitud (con un menor número de pérdidas) son más aptos para pasar sus atributos a la nueva generación.

$$X_{i,G+1} = \begin{cases} U_{i,G} & si\ P\'{e}rdidas\ Joule\ (U_{i,G}) \leq P\'{e}rdidas\ Joule\ (X_{i,G}) \\ X_{i,G} & En\ cualquier\ otro\ caso \end{cases} \tag{3.22}$$

# 3.3.4. Marco experimental y resultados obtenidos

En esta sección mostramos los aspectos del estudio experimental realizado junto con los resultados obtenidos de dicho trabajo. Se especifican los detalles de los terrenos elegidos para la experimentación, así como los parámetros de los algoritmos utilizados. Posteriormente se muestran los resultados conseguidos por todos los algoritmos evolutivos utilizados y se propone una herramienta estadística para realizar una comparación entre dichas técnicas.

# 3.3.4.1. Trabajo experimental y resultados

Se ha analizado el rendimiento de los algoritmos implementados escogiendo cuarenta terrenos propuestos. Estos terrenos han sido aleatoriamente seleccionados de terrenos de dimensiones estándar donde han sido o, pueden ser, colocados sistemas fotovoltaicos conectados a red. La Tabla 3.2 nos muestra las características de estos terrenos. Para cada terreno se muestra su tamaño (dimensión X e Y). Se ha elegido el mismo valor de 37 grados de latitud para todos los terrenos propuestos, a fin de realizar la comparación en la misma área geográfica.

Los parámetros de configuración de los algoritmos utilizados se presentan en la Tabla 3.3. Estos parámetros han sido seleccionados con el fin de comparar justamente todos los algoritmos. De este modo, se ha fijado el número de iteraciones empíricamente en 400, con el mismo valor para todos los algoritmos. Además, todos los EAs considerados (AG estacionario, AG generacional, CHC y DE) han sido inicializados con el mismo número de individuos. Los parámetros del algoritmo DE han sido seleccionados como F = 0,5 y CR = 0,7 y 0,9 como se recomienda en [76]. Los demás parámetros se han elegido siguiendo las especificaciones de los correspondientes autores de los algoritmos, asumiendo, de esta forma, que los parámetros son elegidos de manera óptima. Para cada terreno, cada algoritmo se ejecuta diez veces con diferentes semillas, de tal forma que, los resultados presentados son la media y la desviación típica del porcentaje de pérdidas eléctricas por efecto Joule sobre la potencia total instalada, en las diez simulaciones realizadas.

Terreno	Dimensión X (m)	Dimensión Y (m)	Terreno	Dimensión X (m)	Dimensión Y (m)
1	130	90	21	485	415
2	150	100	22	500	450
3	185	100	23	500	500
4	200	135	24	530	485
5	200	150	25	530	510
6	210	165	26	570	510
7	250	150	27	600	525
8	280	180	28	605	550
9	280	210	29	620	540
10	300	200	30	600	600
11	300	250	31	650	600
12	300	300	32	680	620
13	325	275	33	700	620
14	335	290	34	730	600
15	350	300	35	750	610
16	400	315	36	750	680
17	420	350	37	800	700
18	450	350	38	825	680
19	400	400	39	860	800
20	470	380	40	900	900

Tabla 3.2. Terrenos elegidos para el estudio.

Algoritmo	Población (individuos)	Iteraciones	Cruce	Parámetros
AG Estacionario	50	400	Un punto	Prob. Cruce = 1,0 Prob. Mut = 0,1
AG Generacional	50	400	BLX-α	$\alpha$ = 0,5 Prob. Cruce = 0,9 Prob. Mut = 0,2
СНС	50	400	HUX	$\alpha = 0.5$ Dist. Ham. = D/4
DE	50	400	Binario	F = 0.5 $CR = 0.7$
DE	50	400	Binario	F = 0.5 $CR = 0.9$

Tabla 3.3. Parámetros de todos los métodos empleados en la optimización.

	AG Esta	cionario	AG Gene	racional	Cl	СНС		AG Estac	ionario	AG Gene	eracional	Cl	НС
Terreno	Media	Des. Tip.	Media	Des. Tip.	Media	Des. Tip.	Terreno	Media	Des. Tip.	Media	Des. Tip.	Media	Des. Tip.
1	0,3968	0.0090	0,2998	0,0174	0,2712	0,0246	21	1,0397	0,1013	0,8376	0,0830	0,7350	0,0382
2	0,4108	0,0278	0,3294	0,0271	0,3098	0,0126	22	1,1205	0,1134	0,9590	0,0813	0,8173	0,0631
3	0,4645	0,0136	0,3649	0,0268	0,3655	0,0211	23	1,0986	0,1230	0,9077	0,0326	0,8022	0,0286
4	0,4583	0,0451	0,4180	0,0170	0,3787	0,0114	24	1,2183	0,1492	0,8826	0,0582	0,8689	0,0522
5	0,5282	0,0388	0,4378	0,0183	0,4075	0,0274	25	1,2666	0,1461	0,8950	0,0621	0,7945	0,0148
6	0,5233	0,0293	0,4459	0,0158	0,4051	0,0206	26	1,1453	0,1598	0,9567	0,0802	0,8896	0,0388
7	0,5685	0,0366	0,4676	0,0244	0,4341	0,0164	27	1,2932	0,1995	1,0086	0,1265	0,9507	0,1114
8	0,5840	0,0643	0,5134	0,0209	0,4703	0,0284	28	1,3775	0,1174	0,9248	0,0632	0,9295	0,0616
9	0,6202	0,0506	0,5551	0,0418	0,4752	0,0234	29	1,4817	0,1301	0,9639	0,1158	0,9493	0,0823
10	0,6668	0,0748	0,5130	0,0321	0,5009	0,0273	30	1,3389	0,2427	1,1007	0,1571	0,9608	0,1064
11	0,6917	0,0193	0,5548	0,0203	0,5135	0,0213	31	1,3029	0,0264	1,0009	0,0281	0,9869	0,0611
12	0,7458	0,0199	0,5704	0,0557	0,5312	0,0226	32	1,5384	0,1241	1,0163	0,0848	0,9896	0,0245
13	0,7535	0,1005	0,6586	0,0412	0,5413	0,0169	33	1,5049	0,1124	1,2050	0,0776	1,0642	0,0404
14	0,7385	0,0359	0,5731	0,0470	0,5366	0,0036	34	1,4059	0,2404	1,1079	0,0926	1,0483	0,0529
15	0,7823	0,0611	0,6374	0,0415	0,5968	0,0333	35	1,5020	0,0832	1,0520	0,0202	1,0425	0,0421
16	0,8133	0,1043	0,7111	0,0541	0,6231	0,0230	36	1,4785	0,1961	1,2135	0,1280	1,1283	0,0484
17	0,9358	0,1197	0,7243	0,0663	0,6425	0,0110	37	1,6077	0,1751	1,3593	0,1378	1,2198	0,0900
18	0,9707	0,0643	0,7977	0,0480	0,7230	0,0688	38	1,6568	0,1902	1,3064	0,1372	1,2956	0,1094
19	0,9727	0,1032	0,7591	0,0279	0,7052	0,0845	39	2,0137	0,0980	1,5327	0,1273	1,3108	0,1165
20	1,0176	0,0771	0,7791	0,0414	0,7214	0,0504	40	2,1479	0,2771	1,4053	0,0909	1,3750	0,0830
							Media	1,0545	0,4411	0,8286	0,3130	0,7576	0,2941

Tabla 3.4. Resultados de los AGs y del algoritmo CHC.

New   Media   Pes.   Media   Pes.   Media   Pes.   Pip.   Media   Pip.   Pip.   Media   Pip.   Media   Pip.   Pip.   Media   Pip.   Pip.   Media   Pip.   Pip.   Media   Pip.   Pip.	Terre-	DE/R	and/1	DE/E	Best/1	•	dToBest/	DE/B	est/2	DE/R	and/2	DE/Rand	lToBest/
2		Media		Media		Media		Media		Media		Media	Des. Tip.
3	1	0,2441	0,0051	0,2477	0,0068	0,2475	0,0018	0,2409	0,0083	0,2484	0,0022	0,2467	0,0000
4	2	0,2836	0,0059	0,2874	0,0010	0,2872	0,0010	0,2865	0,0001	0,2865	0,0001	0,2865	0,0001
5         0,3644         0,0047         0,3695         0,0017         0,3682         0,0001         0,3682         0,0001         0,3684         0,0047         0,3682         0           6         0,3746         0,0039         0,3816         0,0070         0,3805         0,0025         0,3863         0,0036         0,3794         0,0003         0,3793         0           7         0,4146         0,0016         0,4112         0,0085         0,4174         0,0019         0,4148         0,0055         0,4188         0,0033         0,4141         0,0003         0,4141         0,0003         0,4141         0,0039         0,4468         0,0007         0,4468         0,0003         0,4411         0,0033         0,4412         0,0004         0,4556         0,0008         0,4661         0,0056         0,4631         0,0096         0,4678         0,0044         0,4678         0,0013         0,5553         0,0087         0,4682         0,0008         0,4661         0,0056         0,4631         0,0094         0,4681         0,0094         0,4678         0,0013         0,5553         0,0689         0,5074         0,0063         0,5048         0,0004         0,5268         0,0009         0,4911         0,0094         0,5244	3	0,3359	0,0056	0,3323	0,0053	0,3389	0,0046	0,3383	0,0014	0,3329	0,0054	0,3383	0,0014
6	4	0,3603	0,0043	0,3709	0,0043	0,3626	0,0003	0,3626	0,0003	0,3575	0,0040	0,3624	0,0001
7         0,4146         0,0016         0,4112         0,0085         0,4174         0,0019         0,4143         0,0055         0,4188         0,0041         0,4145         0           8         0,4376         0,0055         0,4552         0,0039         0,4471         0,0007         0,4448         0,0059         0,4369         0,0003         0,4412         0           10         0,4667         0,0001         0,4561         0,0007         0,4562         0,0008         0,4661         0,0056         0,4631         0,0096         0,4678         0           11         0,4863         0,0001         0,4657         0,0087         0,4682         0,0008         0,4661         0,0006         0,4631         0,0081         0,4863         0,0001         0,4823         0,0081         0,4863         0,0001         0,4863         0,0001         0,4863         0,0001         0,4863         0,0001         0,4863         0,0001         0,4863         0,0001         0,4863         0,0001         0,4863         0,0001         0,4863         0,0001         0,5015         0,0001         0,5014         0,0001         0,5015         0,0004         0,5058         0,0074         0,5045         0,0005         0,5309         0	5	0,3644	0,0047	0,3695	0,0017	0,3682	0,0001	0,3682	0,0001	0,3644	0,0047	0,3682	0,0001
8         0,4376         0,0055         0,4552         0,0039         0,4471         0,0007         0,4448         0,0059         0,4369         0,0003         0,4412         0           9         0,4469         0,0047         0,4561         0,0007         0,4556         0,0008         0,4511         0,0031         0,4444         0,0035         0,4524         0           10         0,4678         0,0001         0,4657         0,0087         0,4682         0,0008         0,4661         0,0056         0,4631         0,0096         0,4678         0           11         0,4823         0,0081         0,4812         0,0106         0,4887         0,0021         0,4863         0,0001         0,4823         0,0081         0,4863           12         0,4995         0,0130         0,55553         0,0554         0,5129         0,0084         0,5049         0,0074         0,5045         0,0021         0,4863         0,0074         0,5038         0,0074         0,5045         0,0021         0,5386         0,0086         0,5555         0,0554         0,5131         0,0004         0,5285         0,0098         0,5244         0,0116         0,5380           17         0,6212         0,0011	6	0,3746	0,0039	0,3816	0,0070	0,3805	0,0025	0,3863	0,0036	0,3794	0,0003	0,3793	0,0001
9	7	0,4146	0,0016	0,4112	0,0085	0,4174	0,0019	0,4143	0,0055	0,4118	0,0041	0,4145	0,0009
10	8	0,4376	0,0055	0,4552	0,0039	0,4471	0,0007	0,4448	0,0059	0,4369	0,0003	0,4412	0,0052
11         0,4823         0,0081         0,4812         0,0106         0,4887         0,0021         0,4863         0,0001         0,4823         0,0081         0,4863         0           12         0,4995         0,0130         0,5553         0,0698         0,5074         0,0063         0,5049         0,0099         0,4915         0,0096         0,4980         0           13         0,5115         0,0017         0,5565         0,0554         0,5129         0,0084         0,5088         0,0074         0,5045         0,0053         0,5106         0           14         0,5213         0,0116         0,5253         0,0086         0,5313         0,0004         0,5268         0,0099         0,5211         0,0050         0,5309         0           15         0,5386         0,0086         0,5695         0,0252         0,5485         0,0020         0,5285         0,0098         0,5244         0,0116         0,5369         0         0,6261         0,0116         0,5389         0,0040         0,6510         0,0001         0,6141         0,0096         0,6688         0,0104         0,65113         0         0,6269         0,0120         0,6304         0,0044         0,6311         0         0,6281 <td>9</td> <td>0,4469</td> <td>0,0047</td> <td>0,4561</td> <td>0,0007</td> <td>0,4556</td> <td>0,0008</td> <td>0,4511</td> <td>0,0031</td> <td>0,4444</td> <td>0,0035</td> <td>0,4542</td> <td>0,0029</td>	9	0,4469	0,0047	0,4561	0,0007	0,4556	0,0008	0,4511	0,0031	0,4444	0,0035	0,4542	0,0029
12         0,4995         0,0130         0,5553         0,0698         0,5074         0,0063         0,5049         0,0099         0,4915         0,0096         0,4980         0           13         0,5115         0,0017         0,5565         0,0554         0,5129         0,0084         0,5058         0,0074         0,5045         0,0053         0,5106         0           14         0,5213         0,0116         0,5253         0,0086         0,5313         0,0004         0,5268         0,0099         0,5211         0,0050         0,5309         0           15         0,5386         0,0086         0,5695         0,0252         0,5485         0,0020         0,5285         0,0098         0,5244         0,0116         0,5360         0           16         0,5892         0,0032         0,5238         0,0006         0,6245         0,0001         0,6141         0,0096         0,6688         0,0104         0,6511         0,0041         0,6510         0,0004         0,6537         0,0004         0,6509         0,0160         0,6491         0,0134         0,6740         0,0124         0,6737         0,0005         0,6538         0,0114         0,6793         0           20         0,6696 <td>10</td> <td>0,4678</td> <td>0,0001</td> <td>0,4657</td> <td>0,0087</td> <td>0,4682</td> <td>0,0008</td> <td>0,4661</td> <td>0,0056</td> <td>0,4631</td> <td>0,0096</td> <td>0,4678</td> <td>0,0001</td>	10	0,4678	0,0001	0,4657	0,0087	0,4682	0,0008	0,4661	0,0056	0,4631	0,0096	0,4678	0,0001
13         0,5115         0,0017         0,5565         0,0554         0,5129         0,0084         0,5058         0,0074         0,5045         0,0053         0,5106         0           14         0,5213         0,0116         0,5253         0,0086         0,5313         0,0004         0,5268         0,0099         0,5211         0,0050         0,5309         0           15         0,5386         0,0086         0,5695         0,0252         0,5485         0,0020         0,5285         0,0098         0,5244         0,0116         0,5360         0           16         0,5892         0,0032         0,5935         0,0049         0,5923         0,0035         0,5881         0,0000         0,5793         0,0064         0,5852         0           17         0,6212         0,0001         0,6238         0,0001         0,6614         0,0096         0,6688         0,0104         0,6507         0,0004         0,6500         0,0060         0,6369         0,0160         0,6499         0           19         0,6276         0,0112         0,6281         0,0124         0,6368         0,0022         0,6269         0,0120         0,6331         0           20         0,6696 <td< td=""><td>11</td><td>0,4823</td><td>0,0081</td><td>0,4812</td><td>0,0106</td><td>0,4887</td><td>0,0021</td><td>0,4863</td><td>0,0001</td><td>0,4823</td><td>0,0081</td><td>0,4863</td><td>0,0001</td></td<>	11	0,4823	0,0081	0,4812	0,0106	0,4887	0,0021	0,4863	0,0001	0,4823	0,0081	0,4863	0,0001
14         0,5213         0,0116         0,5253         0,0086         0,5313         0,0004         0,5268         0,0099         0,5211         0,0050         0,5309         0           15         0,5386         0,0086         0,5695         0,0252         0,5485         0,0020         0,5285         0,0098         0,5244         0,0116         0,5360         0           16         0,5892         0,0032         0,5935         0,0049         0,5923         0,0035         0,5881         0,0000         0,5793         0,0064         0,5852         0           17         0,6212         0,0001         0,6238         0,0006         0,6245         0,0001         0,6141         0,0096         0,6068         0,0104         0,6113         0           19         0,6276         0,0112         0,6281         0,0124         0,6388         0,0032         0,6269         0,0120         0,6304         0,0034         0,6331         0           20         0,6696         0,0109         0,6941         0,0134         0,6740         0,0124         0,6737         0,0059         0,6538         0,0114         0,6793           21         0,7333         0,0313         0,7692         0,0021	12	0,4995	0,0130	0,5553	0,0698	0,5074	0,0063	0,5049	0,0099	0,4915	0,0096	0,4980	0,0145
15         0,5386         0,0086         0,5695         0,0252         0,5485         0,0020         0,5285         0,0098         0,5244         0,0116         0,5360         0           16         0,5892         0,0032         0,5935         0,0049         0,5923         0,0035         0,5881         0,0000         0,5793         0,0064         0,5852         0           17         0,6212         0,0001         0,6238         0,0006         0,6245         0,0001         0,6141         0,0096         0,6068         0,0104         0,6113         0           18         0,6475         0,0041         0,6510         0,0004         0,6507         0,0004         0,6500         0,0060         0,6389         0,0160         0,6499         0           20         0,6696         0,0109         0,6941         0,0134         0,6740         0,0124         0,6737         0,0059         0,6538         0,0114         0,6793         0           21         0,7033         0,0013         0,7699         0,0160         0,7398         0,0016         0,7391         0,0021         0,7123         0,0132         0,7394           23         0,7599         0,0154         0,7691         0,0066	13	0,5115	0,0017	0,5565	0,0554	0,5129	0,0084	0,5058	0,0074	0,5045	0,0053	0,5106	0,0001
16         0,5892         0,0032         0,5935         0,0049         0,5923         0,0035         0,5881         0,0000         0,5793         0,0064         0,5852         0           17         0,6212         0,0001         0,6238         0,0006         0,6245         0,0001         0,6141         0,0096         0,6668         0,0104         0,6113         0           18         0,6475         0,0041         0,6510         0,0004         0,6507         0,0004         0,6500         0,0060         0,6369         0,0160         0,6499         0           19         0,6276         0,0112         0,6281         0,0124         0,6368         0,0032         0,6269         0,0120         0,6304         0,0034         0,6331         0           20         0,6696         0,0109         0,6941         0,0134         0,6740         0,0124         0,6737         0,0059         0,6538         0,0114         0,6793         0         0,6899         0,0109         0,6896         0           21         0,7304         0,0148         0,7269         0,0160         0,7398         0,0016         0,7391         0,0021         0,7123         0,0132         0,7394           23 <td< td=""><td>14</td><td>0,5213</td><td>0,0116</td><td>0,5253</td><td>0,0086</td><td>0,5313</td><td>0,0004</td><td>0,5268</td><td>0,0099</td><td>0,5211</td><td>0,0050</td><td>0,5309</td><td>0,0001</td></td<>	14	0,5213	0,0116	0,5253	0,0086	0,5313	0,0004	0,5268	0,0099	0,5211	0,0050	0,5309	0,0001
17         0,6212         0,0001         0,6238         0,0006         0,6245         0,0001         0,6141         0,0096         0,6068         0,0104         0,6113         0           18         0,6475         0,0041         0,6510         0,0004         0,6507         0,0004         0,6500         0,0060         0,6369         0,0160         0,6499         0           19         0,6276         0,0112         0,6281         0,0124         0,6368         0,0032         0,6269         0,0120         0,6304         0,0034         0,6331         0           20         0,6696         0,0109         0,6941         0,0134         0,6740         0,0124         0,6737         0,0059         0,6538         0,0114         0,6793         0           21         0,7033         0,0031         0,7082         0,0060         0,7398         0,0016         0,7391         0,0021         0,7123         0,0132         0,7394         0           23         0,7599         0,0154         0,7691         0,0006         0,7692         0,0008         0,7614         0,0071         0,7327         0,0168         0,7591         0,000         0,7819         0,0168         0,7551         0,0124         0,7801 <td>15</td> <td>0,5386</td> <td>0,0086</td> <td>0,5695</td> <td>0,0252</td> <td>0,5485</td> <td>0,0020</td> <td>0,5285</td> <td>0,0098</td> <td>0,5244</td> <td>0,0116</td> <td>0,5360</td> <td>0,0142</td>	15	0,5386	0,0086	0,5695	0,0252	0,5485	0,0020	0,5285	0,0098	0,5244	0,0116	0,5360	0,0142
18         0,6475         0,0041         0,6510         0,0004         0,6507         0,0004         0,6500         0,0060         0,6369         0,0160         0,6499         0           19         0,6276         0,0112         0,6281         0,0124         0,6368         0,0032         0,6269         0,0120         0,6304         0,0034         0,6331         0           20         0,6696         0,0109         0,6941         0,0134         0,6740         0,0124         0,6737         0,0059         0,6538         0,0114         0,6793         0           21         0,7033         0,0031         0,7682         0,0021         0,7060         0,0015         0,6894         0,0122         0,6989         0,0109         0,6896         0           22         0,7304         0,0148         0,7269         0,0160         0,7398         0,0016         0,7391         0,0021         0,7123         0,0132         0,7394         0           23         0,7599         0,0154         0,7691         0,0006         0,7692         0,0008         0,7614         0,0071         0,7327         0,0168         0,7551         0,0124         0,7801         0           24         0,7801 <td< td=""><td>16</td><td>0,5892</td><td>0,0032</td><td>0,5935</td><td>0,0049</td><td>0,5923</td><td>0,0035</td><td>0,5881</td><td>0,0000</td><td>0,5793</td><td>0,0064</td><td>0,5852</td><td>0,0126</td></td<>	16	0,5892	0,0032	0,5935	0,0049	0,5923	0,0035	0,5881	0,0000	0,5793	0,0064	0,5852	0,0126
19         0,6276         0,0112         0,6281         0,0124         0,6368         0,0032         0,6269         0,0120         0,6304         0,0034         0,6331         0           20         0,6696         0,0109         0,6941         0,0134         0,6740         0,0124         0,6737         0,0059         0,6538         0,0114         0,6793         0           21         0,7033         0,0031         0,7082         0,0021         0,7060         0,0015         0,6894         0,0122         0,6989         0,0109         0,6896         0           22         0,7304         0,0148         0,7269         0,0160         0,7398         0,0016         0,7391         0,0021         0,7123         0,0132         0,7394         0           23         0,7599         0,0154         0,7691         0,0006         0,7692         0,0008         0,7614         0,0071         0,7327         0,0168         0,7529         0           24         0,7801         0,0000         0,7816         0,0018         0,7835         0,0018         0,7830         0,0015         0,7551         0,0124         0,7801         0           25         0,7963         0,0005         0,8277 <td< td=""><td>17</td><td>0,6212</td><td>0,0001</td><td>0,6238</td><td>0,0006</td><td>0,6245</td><td>0,0001</td><td>0,6141</td><td>0,0096</td><td>0,6068</td><td>0,0104</td><td>0,6113</td><td>0,0109</td></td<>	17	0,6212	0,0001	0,6238	0,0006	0,6245	0,0001	0,6141	0,0096	0,6068	0,0104	0,6113	0,0109
19         0,6276         0,0112         0,6281         0,0124         0,6368         0,0032         0,6269         0,0120         0,6304         0,0034         0,6331         0           20         0,6696         0,0109         0,6941         0,0134         0,6740         0,0124         0,6737         0,0059         0,6538         0,0114         0,6793         0           21         0,7033         0,0031         0,7082         0,0021         0,7060         0,0015         0,6894         0,0122         0,6989         0,0109         0,6896         0           22         0,7304         0,0148         0,7269         0,0160         0,7398         0,0016         0,7391         0,0021         0,7123         0,0132         0,7394         0           23         0,7599         0,0154         0,7691         0,0006         0,7692         0,0008         0,7614         0,0071         0,7327         0,0168         0,7529         0           24         0,7801         0,0000         0,7816         0,0018         0,7835         0,0018         0,7830         0,0015         0,7551         0,0124         0,7801         0           25         0,7963         0,0005         0,8277 <td< td=""><td>18</td><td>0,6475</td><td>0,0041</td><td>0,6510</td><td>0,0004</td><td>0,6507</td><td>0,0004</td><td>0,6500</td><td>0,0060</td><td>0,6369</td><td>0,0160</td><td>0,6499</td><td>0,0001</td></td<>	18	0,6475	0,0041	0,6510	0,0004	0,6507	0,0004	0,6500	0,0060	0,6369	0,0160	0,6499	0,0001
20         0,6696         0,0109         0,6941         0,0134         0,6740         0,0124         0,6737         0,0059         0,6538         0,0114         0,6793         0           21         0,7033         0,0031         0,7082         0,0021         0,7060         0,0015         0,6894         0,0122         0,6989         0,0109         0,6896         0           22         0,7304         0,0148         0,7269         0,0160         0,7398         0,0016         0,7391         0,0021         0,7123         0,0132         0,7394         0           23         0,7599         0,0154         0,7691         0,0006         0,7692         0,0008         0,7614         0,0071         0,7327         0,0168         0,7629         0           24         0,7801         0,0000         0,7816         0,0018         0,7835         0,0018         0,7830         0,0015         0,7551         0,0124         0,7801         0           25         0,7963         0,0010         0,7999         0,0016         0,7964         0,0010         0,7819         0,0168         0,7956         0,0001         0,7956         0,0001         0,7956         0,0001         0,7956         0,0001         0,7816 <td>19</td> <td>0,6276</td> <td>0,0112</td> <td>0,6281</td> <td></td> <td>0,6368</td> <td>0,0032</td> <td>0,6269</td> <td>0,0120</td> <td>0,6304</td> <td>0,0034</td> <td></td> <td>0,0001</td>	19	0,6276	0,0112	0,6281		0,6368	0,0032	0,6269	0,0120	0,6304	0,0034		0,0001
21         0,7033         0,0031         0,7082         0,0021         0,7060         0,0015         0,6894         0,0122         0,6989         0,0109         0,6896         0           22         0,7304         0,0148         0,7269         0,0160         0,7398         0,0016         0,7391         0,0021         0,7123         0,0132         0,7394         0           23         0,7599         0,0154         0,7691         0,0006         0,7692         0,0008         0,7614         0,0071         0,7327         0,0168         0,7629         0           24         0,7801         0,0000         0,7816         0,0018         0,7835         0,0018         0,7830         0,0015         0,7551         0,0124         0,7801         0           25         0,7963         0,0010         0,7999         0,0016         0,7964         0,0010         0,7819         0,0168         0,7956         0,0001         0,7956         0,0001         0,7956         0,0001         0,7956         0,0001         0,7956         0,0001         0,7956         0,0001         0,7956         0,0001         0,8259         0,0020         0,8125         0,0181         0,7904         0,0001         0,8261         0	20	0,6696	0,0109	0,6941	0,0134	0,6740	0,0124		0,0059	0,6538	0,0114	0,6793	0,0023
22         0,7304         0,0148         0,7269         0,0160         0,7398         0,0016         0,7391         0,0021         0,7123         0,0132         0,7394         0           23         0,7599         0,0154         0,7691         0,0006         0,7692         0,0008         0,7614         0,0071         0,7327         0,0168         0,7629         0           24         0,7801         0,0000         0,7816         0,0018         0,7835         0,0018         0,7830         0,0015         0,7551         0,0124         0,7801         0           25         0,7963         0,0010         0,7999         0,0011         0,8292         0,0020         0,8125         0,0181         0,7956         0,0001         0,7956         0           26         0,8259         0,0005         0,8277         0,0011         0,8292         0,0020         0,8125         0,0181         0,7904         0,0001         0,8261         0           27         0,8576         0,0022         0,8588         0,0002         0,8598         0,0013         0,8187         0,0020         0,8457         0,0155         0,8148         0           29         0,8526         0,0162         0,8807 <td< td=""><td>21</td><td>0,7033</td><td>0,0031</td><td>0,7082</td><td></td><td>0,7060</td><td>0,0015</td><td>0.6894</td><td>0,0122</td><td></td><td>0.0109</td><td>0,6896</td><td>0,0124</td></td<>	21	0,7033	0,0031	0,7082		0,7060	0,0015	0.6894	0,0122		0.0109	0,6896	0,0124
23         0,7599         0,0154         0,7691         0,0006         0,7692         0,0008         0,7614         0,0071         0,7327         0,0168         0,7629         0           24         0,7801         0,0000         0,7816         0,0018         0,7835         0,0018         0,7830         0,0015         0,7551         0,0124         0,7801         0           25         0,7963         0,0010         0,7999         0,0016         0,7964         0,0010         0,7819         0,0168         0,7956         0,0001         0,7956         0           26         0,8259         0,0005         0,8277         0,0011         0,8292         0,0020         0,8125         0,0181         0,7904         0,0015         0,8261         0           27         0,8576         0,0022         0,8588         0,0002         0,8598         0,0013         0,8187         0,0020         0,8457         0,0155         0,8148         0           28         0,8694         0,0122         0,8612         0,0178         0,8690         0,0148         0,8760         0,0005         0,8663         0,0168         0,8758         0           29         0,8526         0,0162         0,8807 <td< td=""><td>22</td><td>0,7304</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>0,0001</td></td<>	22	0,7304											0,0001
24         0,7801         0,0000         0,7816         0,0018         0,7835         0,0018         0,7830         0,0015         0,7551         0,0124         0,7801         0           25         0,7963         0,0010         0,7999         0,0016         0,7964         0,0010         0,7819         0,0168         0,7956         0,0001         0,7956         0           26         0,8259         0,0005         0,8277         0,0011         0,8292         0,0020         0,8125         0,0181         0,7904         0,0001         0,8261         0           27         0,8576         0,0022         0,8588         0,0002         0,8598         0,0013         0,8187         0,0020         0,8457         0,0155         0,8148         0           28         0,8694         0,0122         0,8612         0,0178         0,8690         0,0148         0,8760         0,0005         0,8663         0,0168         0,8758         0           29         0,8526         0,0162         0,8807         0,0003         0,9815         0,0016         0,8804         0,0004         0,8801         0,0001         0,8809           30         0,8995         0,0027         0,9036         0,0030	23												0,0083
25         0,7963         0,0010         0,7999         0,0016         0,7964         0,0010         0,7819         0,0168         0,7956         0,0001         0,7956         0           26         0,8259         0,0005         0,8277         0,0011         0,8292         0,0020         0,8125         0,0181         0,7904         0,0001         0,8261         0           27         0,8576         0,0022         0,8588         0,0002         0,8598         0,0013         0,8187         0,0020         0,8457         0,0155         0,8148         0           28         0,8694         0,0122         0,8612         0,0178         0,8690         0,0148         0,8760         0,0005         0,8663         0,0168         0,8758         0           29         0,8526         0,0162         0,8807         0,0003         0,8815         0,0016         0,8804         0,0004         0,8801         0,0001         0,8809         0           30         0,8995         0,0027         0,9036         0,0030         0,9005         0,0035         0,8755         0,0202         0,8512         0,0228         0,8987         0           31         0,9299         0,0192         0,9417 <td< td=""><td>24</td><td>0,7801</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>-</td><td></td><td></td><td>0,0001</td></td<>	24	0,7801								-			0,0001
26         0,8259         0,0005         0,8277         0,0011         0,8292         0,0020         0,8125         0,0181         0,7904         0,0001         0,8261         0           27         0,8576         0,0022         0,8588         0,0002         0,8598         0,0013         0,8187         0,0020         0,8457         0,0155         0,8148         0           28         0,8694         0,0122         0,8612         0,0178         0,8690         0,0148         0,8760         0,0005         0,8663         0,0168         0,8758         0           29         0,8526         0,0162         0,8807         0,0003         0,8815         0,0016         0,8804         0,0004         0,8801         0,0001         0,8809         0           30         0,8995         0,0027         0,9036         0,0030         0,9905         0,0035         0,8755         0,0202         0,8512         0,0228         0,8987         0           31         0,9299         0,0192         0,9417         0,0009         0,9410         0,0013         0,8390         0,0007         0,9105         0,0232         0,9396         0           32         0,9543         0,0217         0,9769 <td< td=""><td>25</td><td>0,7963</td><td></td><td>l -</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>0,0001</td></td<>	25	0,7963		l -									0,0001
27         0,8576         0,0022         0,8588         0,0002         0,8598         0,0013         0,8187         0,0020         0,8457         0,0155 <b>0,8148</b> 0           28         0,8694         0,0122 <b>0,8612</b> 0,0178         0,8690         0,0148         0,8760         0,0005         0,8663         0,0168         0,8758         0           29 <b>0,8526</b> 0,0162         0,8807         0,0003         0,8815         0,0016         0,8804         0,0004         0,8801         0,0001         0,8809         0           30         0,8995         0,0027         0,9036         0,0030         0,9005         0,0035         0,8755         0,0202 <b>0,8512</b> 0,0228         0,8987         0           31         0,9299         0,0192         0,9417         0,0009         0,9410         0,0013         0,8390         0,0007 <b>0,9105</b> 0,0232         0,9396         0           32         0,9543         0,0217         0,9769         0,0017         0,9738         0,0026         0,9635         0,0198 <b>0,9378</b> 0,0173         0,9675         0           33         0,9681         0,0209         0,9956	26							-					0,0005
28         0,8694         0,0122 <b>0,8612</b> 0,0178         0,8690         0,0148         0,8760         0,0005         0,8663         0,0168         0,8758         0           29 <b>0,8526</b> 0,0162         0,8807         0,0003         0,8815         0,0016         0,8804         0,0004         0,8801         0,0001         0,8809         0           30         0,8995         0,0027         0,9036         0,0030         0,9005         0,0035         0,8755         0,0202 <b>0,8512</b> 0,0228         0,8987         0           31         0,9299         0,0192         0,9417         0,0009         0,9410         0,0013         0,8390         0,0007 <b>0,9105</b> 0,0232         0,9396         0           32         0,9543         0,0217         0,9769         0,0017         0,9738         0,0026         0,9635         0,0198 <b>0,9378</b> 0,0173         0,9675         0           33         0,9681         0,0209         0,9956         0,0067         0,9752         0,0203         0,9746         0,0180 <b>0,9676</b> 0,0138         0,9800         0           34         0,9859         0,0179 <b>0,9850</b> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>0,8187</td> <td></td> <td>_</td> <td></td> <td></td> <td>0,0001</td>								0,8187		_			0,0001
29         0,8526         0,0162         0,8807         0,0003         0,8815         0,0016         0,8804         0,0004         0,8801         0,0001         0,8809         0           30         0,8995         0,0027         0,9036         0,0030         0,9005         0,0035         0,8755         0,0202         0,8512         0,0228         0,8987         0           31         0,9299         0,0192         0,9417         0,0009         0,9410         0,0013         0,8390         0,0007         0,9105         0,0232         0,9396         0           32         0,9543         0,0217         0,9769         0,0017         0,9738         0,0026         0,9635         0,0198         0,9378         0,0173         0,9675         0           33         0,9681         0,0209         0,9956         0,0067         0,9752         0,0203         0,9746         0,0180         0,9676         0,0138         0,9800         0           34         0,9859         0,0179         0,9850         0,0243         1,0056         0,0006         0,9949         0,0080         0,9986         0,0008         1,0030         0           35         1,0117         0,0179         1,0057 <td< td=""><td>28</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>-</td><td></td><td></td><td>· ·</td><td>0,0005</td></td<>	28								-			· ·	0,0005
30       0,8995       0,0027       0,9036       0,0030       0,9005       0,0035       0,8755       0,0202       0,8512       0,0228       0,8987       0         31       0,9299       0,0192       0,9417       0,0009       0,9410       0,0013       0,8390       0,0007       0,9105       0,0232       0,9396       0         32       0,9543       0,0217       0,9769       0,0017       0,9738       0,0026       0,9635       0,0198       0,9378       0,0173       0,9675       0         33       0,9681       0,0209       0,9956       0,0067       0,9752       0,0203       0,9746       0,0180       0,9676       0,0138       0,9800       0         34       0,9859       0,0179       0,9850       0,0243       1,0056       0,0006       0,9949       0,0080       0,9986       0,0008       1,0030       0         35       1,0117       0,0179       1,0057       0,0227       1,0251       0,0010       1,0137       0,0205       1,0020       0,0269       1,0237       0         36       1,0451       0,0244       1,0670       0,0015       1,0657       0,0013       1,0451       0,0245       1,0469       0,0002       1	29			· ·	0,0003	0,8815	0,0016		0,0004				0,0001
31       0,9299       0,0192       0,9417       0,0009       0,9410       0,0013       0,8390       0,0007       0,9105       0,0232       0,9396       0         32       0,9543       0,0217       0,9769       0,0017       0,9738       0,0026       0,9635       0,0198       0,9378       0,0173       0,9675       0         33       0,9681       0,0209       0,9956       0,0067       0,9752       0,0203       0,9746       0,0180       0,9676       0,0138       0,9800       0         34       0,9859       0,0179       0,9850       0,0243       1,0056       0,0006       0,9949       0,0080       0,9986       0,0008       1,0030       0         35       1,0117       0,0179       1,0057       0,0227       1,0251       0,0010       1,0137       0,0205       1,0020       0,0269       1,0237       0         36       1,0451       0,0244       1,0670       0,0015       1,0657       0,0013       1,0451       0,0245       1,0649       0,0002       1,0662       0         37       1,1031       0,0201       1,1186       0,0001       1,1154       0,0028       1,1175       0,0022       1,1032       0,0199       1	30				0,0030						0,0228		0,0017
32       0,9543       0,0217       0,9769       0,0017       0,9738       0,0026       0,9635       0,0198       0,9378       0,0173       0,9675       0         33       0,9681       0,0209       0,9956       0,0067       0,9752       0,0203       0,9746       0,0180       0,9676       0,0138       0,9800       0         34       0,9859       0,0179       0,9850       0,0243       1,0056       0,0006       0,9949       0,0080       0,9986       0,0008       1,0030       0         35       1,0117       0,0179       1,0057       0,0227       1,0251       0,0010       1,0137       0,0205       1,0020       0,0269       1,0237       0         36       1,0451       0,0244       1,0670       0,0015       1,0657       0,0013       1,0451       0,0245       1,0649       0,0002       1,0662       0         37       1,1031       0,0201       1,1186       0,0001       1,1154       0,0028       1,1175       0,0022       1,1032       0,0199       1,1131       0													0,0001
33       0,9681       0,0209       0,9956       0,0067       0,9752       0,0203       0,9746       0,0180       0,9676       0,0138       0,9800       0         34       0,9859       0,0179       0,9850       0,0243       1,0056       0,0006       0,9949       0,0080       0,9986       0,0008       1,0030       0         35       1,0117       0,0179       1,0057       0,0227       1,0251       0,0010       1,0137       0,0205       1,0020       0,0269       1,0237       0         36       1,0451       0,0244       1,0670       0,0015       1,0657       0,0013       1,0451       0,0245       1,0649       0,0002       1,0662       0         37       1,1031       0,0201       1,1186       0,0001       1,1154       0,0028       1,1175       0,0022       1,1032       0,0199       1,1131       0													0,0184
34       0,9859       0,0179 <b>0,9850</b> 0,0243       1,0056       0,0006       0,9949       0,0080       0,9986       0,0008       1,0030       0         35       1,0117       0,0179       1,0057       0,0227       1,0251       0,0010       1,0137       0,0205 <b>1,0020</b> 0,0269       1,0237       0         36 <b>1,0451</b> 0,0244       1,0670       0,0015       1,0657       0,0013 <b>1,0451</b> 0,0245       1,0649       0,0002       1,0662       0         37 <b>1,1031</b> 0,0201       1,1186       0,0001       1,1154       0,0028       1,1175       0,0022       1,1032       0,0199       1,1131       0													0,0184
35     1,0117     0,0179     1,0057     0,0227     1,0251     0,0010     1,0137     0,0205     1,0020     0,0269     1,0237     0       36     1,0451     0,0244     1,0670     0,0015     1,0657     0,0013     1,0451     0,0245     1,0649     0,0002     1,0662     0       37     1,1031     0,0201     1,1186     0,0001     1,1154     0,0028     1,1175     0,0022     1,1032     0,0199     1,1131     0													0,0030
36     1,0451     0,0244     1,0670     0,0015     1,0657     0,0013     1,0451     0,0245     1,0649     0,0002     1,0662     0       37     1,1031     0,0201     1,1186     0,0001     1,1154     0,0028     1,1175     0,0022     1,1032     0,0199     1,1131     0				· ·									0,0001
37													0,0005
													0,0001
38   1,1122   0,0207   1,1389   0,0302   1.1259   0.0021   1,1244   0.0025   <b>1.1120</b>   0.0206   1.1226   0	38	1,1122	0,0207	1,1389	0,0302	1,1259	0,0021	1,1244	0,0025	1,1120	0,0206	1,1226	0,0002
													0,0010
													0,0030
													0,2737

Tabla 3.5. Resultados del algoritmo DE con CR = 0.7.

Terre-	DE/R	and/1	DE/B	sest/1		dToBest/	DE/B	sest/2	DE/R	and/2		dToBest/
no	Media	Des. Tip.										
1	0,2470	0,0008	0.2875	0.0501	0.2502	0.0018	0.2459	0.0063	0.2425	0.0071	0.2484	0.0022
2	0.2807	0.0072	0.2867	0.0003	0.2883	0.0012	0.3381	0.0610	0.2807	0.0072	0.2866	0.0002
3	0.3383	0.0014	0.3861	0.0591	0.3827	0.0543	0.3394	0.0001	0.3350	0.0051	0.3394	0.0001
4	0.3624	0.0000	0.4054	0.0354	0.3761	0.0151	0.3594	0.0042	0.3603	0.0043	0.3626	0.0003
5	0.3651	0.0039	0.3717	0.0041	0.3881	0.0109	0.3695	0.0017	0.3568	0.0071	0.3682	0.0001
6	0.3793	0.0000	0.4057	0.0468	0.3894	0.0016	0.4023	0.0462	0.3784	0.0089	0.3810	0.0036
7	0.4156	0.0023	0.4405	0.0451	0.4174	0.0019	0.4121	0.0113	0.4127	0.0009	0.4165	0.0023
8	0.4410	0.0057	0.5037	0.0687	0.4516	0.0046	0.4479	0.0001	0.4369	0.0002	0.4418	0.0072
9	0.4530	0.0029	0.4591	0.0053	0.4505	0.0074	0.4565	0.0001	0.4457	0.0035	0.4565	0.0001
10	0.4697	0.0001	0.4660	0.0106	0.4810	0.0140	0.4690	0.0010	0.4686	0.0010	0.4686	0.0009
11	0.4863	0.0001	0.5378	0.0499	0.4940	0.0085	0.4883	0.0017	0.4741	0.0048	0.4823	0.0081
12	0.4958	0.0071	0.5185	0.0058	0.5395	0.0388	0.4943	0.0011	0.4861	0.0072	0.5073	0.0052
13	0.5123	0.0021	0.5298	0.0036	0.5196	0.0020	0.5132	0.0021	0.5066	0.0081	0.5071	0.0062
14	0.5163	0.0088	0.5359	0.0045	0.5817	0.0524	0.5312	0.0007	0.5260	0.0061	0.5220	0.0123
15	0.5372	0.0128	0.5462	0.0103	0.5917	0.0831	0.5474	0.0076	0.5449	0.0033	0.5476	0.0001
16	0.5910	0.0037	0.5960	0.0024	0.5896	0.0073	0.5765	0.0096	0.5730	0.0129	0.5901	0.0044
17	0.6210	0.0020	0.6752	0.0994	0.7082	0.1027	0.6220	0.0011	0.6183	0.0022	0.6234	0.0013
18	0.6483	0.0034	0.7038	0.0654	0.6504	0.0001	0.6501	0.0005	0.6372	0.0126	0.6489	0.0024
19	0.6244	0.0119	0.6480	0.0133	0.6662	0.0335	0.7307	0.1361	0.6093	0.0145	0.6326	0.0054
20	0.6769	0.0004	0.7909	0.1369	0.6827	0.0060	0.6681	0.0161	0.6499	0.0087	0.6716	0.0049
21	0.6782	0.0011	0.7156	0.0064	0.7071	0.0022	0.7046	0.0003	0.6937	0.0134	0.7060	0.0015
22	0.7301	0.0145	0.7258	0.0146	0.7492	0.0174	0.7376	0.0005	0.7336	0.0134	0.7344	0.0175
23	0.7563	0.0145	0.7810	0.0064	0.7777	0.0079	0.7670	0.0039	0.7420	0.0198	0.7561	0.0065
24	0.7760	0.0054	0.9067	0.1717	0.7749	0.0109	0.7799	0.0002	0.7779	0.0019	0.7682	0.0159
25	0.7964	0.0010	1.0235	0.1750	0.7985	0.0017	0.7983	0.0020	0.7956	0.0001	0.7904	0.0124
26	0.8261	0.0005	0.9797	0.1697	0.8404	0.0331	0.8198	0.0148	0.8107	0.0191	0.8201	0.0149
27	0.8566	0.0027	0.9363	0.0885	0.8603	0.0014	0.8603	0.0014	0.8536	0.0028	0.8457	0.0155
28	0.8588	0.0212	0.9777	0.1248	0.8772	0.0016	0.8587	0.0212	0.8511	0.0199	0.8756	0.0004
29	0.8756	0.0058	0.8876	0.0070	0.8809	0.0001	0.8807	0.0004	0.8727	0.0061	0.8675	0.0148
30	0.8981	0.0017	0.9047	0.0007	1.0634	0.2002	0.8840	0.0222	0.8518	0.0169	0.9014	0.0039
31	0.9012	0.0192	0.9307	0.0327	0.9621	0.0277	0.9396	0.0001	0.9199	0.0231	0.9173	0.0191
32	0.9694	0.0144	0.9744	0.0032	1.1573	0.2194	0.9721	0.0004	0.9504	0.0165	0.9762	0.0017
33	0.9960	0.0064	0.9901	0.0007	0.9904	0.0009	0.9894	0.0003	0.9684	0.0211	0.9891	0.0001
34	1.0022	0.0027	1.0045	0.0012	1.0173	0.0223	0.9832	0.0229	0.9928	0.0061	1.0010	0.0033
35	1.0241	0.0003	1.0282	0.0036	1.0263	0.0019	1.0241	0.0003	1.0239	0.0001	1.0241	0.0003
36	1.0649	0.0002	1.1297	0.0606	1.0670	0.0007	1.0655	0.0005	1.0541	0.0216	1.0460	0.0251
37	1.1131	0.0000	1.2254	0.2189	1.1749	0.0729	1.0943	0.0254	1.0815	0.0259	1.1131	0.0001
38	1.1225	0.0002	1.5421	0.2074	1.1254	0.0019	1.1249	0.0023	1.0914	0.0253	1.1021	0.0248
39	1.2214	0.0000	1.2263	0.0010	1.3395	0.2302	1.2214	0.0000	1.1999	0.0264	1.2248	0.0028
40	1.2702	0.0252	1.3979	0.0816	1.3546	0.0414	1.2807	0.0277	1.2784	0.0297	1.2946	0.0296
Media	0.7050	0.2713	0.7596	0.3061	0.7361	0.2884	0.7112	0.2677	0.6972	0.2675	0.7065	0.2705

Tabla 3.6. Resultados del algoritmo DE con CR = 0,9.

Algoritmo	Ranking FA	Holm APV	Finner APV
DE/Rand/2 (CR = 0.7)	169,4875	-	-
DE/Rand/2 (CR = 0.9)	176,9125	1,0000	0,8481
DE/Rand/1 ( $CR = 0.7$ )	204,6875	1,0000	0,3856
DE/Best/2 (CR = $0.7$ )	210,9750	1,0000	0,3290
DE/Rand/1 ( $CR = 0.9$ )	212,3250	1,0000	0,3290
DE/RandToBest/2 ( $CR = 0.9$ )	225,4125	0,8283	0,2063
DE/RandToBest/2 ( $CR = 0.7$ )	226,9750	0,8283	0,2063
DE/Best/2 (CR = $0.9$ )	242,6500	0,2879	0,0709
DE/RandToBest/1 (CR = 0.7)	254,9125	0,2203	0,0543
DE/Best/1 (CR = $0.7$ )	261,7625	0,1556	0,0399
DE/RandToBest/1 (CR = 0.9)	351,7500	0	0
DE/Best/1 (CR = 0.9)	402,1250	0	0
СНС	462,5750	0	0
AG Generacional	528,8500	0	0
AG Estacionario	570,1000	0	0
P-valor del test $FA = 0.00161$			

Tabla 3.7. Media del ranking FA para todos los métodos empleados.

#### 3.3.4.2. Análisis de los resultados de los EAs

En esta sección se procede a analizar los resultados obtenidos por los AGs, el algoritmo CHC y las doce estrategias del algoritmo DE, en términos de pérdidas eléctricas por efecto Joule. Las Tablas 3.4-3.6 muestran la media y la desviación típica de las diez simulaciones realizadas para cada uno de los cuarenta terrenos considerados, donde se ha resaltado en negrita el mejor resultado en cada terreno. Las tablas están compuestas por tres columnas para cada modelo de EA. La primera columna indica la referencia del terreno (ver Tabla 3.2). La segunda, nos muestra la media de las diez ejecuciones realizadas con diferentes semillas, mientras que la tercera columna nos indica la desviación típica de las simulaciones.

Por otro lado, la Tabla 3.7 muestra los resultados obtenidos por el análisis estadístico de comparación múltiple no paramétrica para las pérdidas eléctricas por efecto Joule. Los test estadísticos aplicados identifican las diferencias más relevantes encontradas entre los distintos métodos usados. El uso de test estadísticos no paramétricos en el campo de las técnicas evolutivas se encuentra enormemente recomendado en [77, 78, 79]. Más concretamente, se ha utilizado el procedimiento

"alineado de Friedman" (FA) [80] para calcular el ranking de la efectividad asociada a cada algoritmo utilizado (segunda columna). En la tercera columna se ha usado el test de Holm que es un procedimiento incremental que define diferentes niveles de rechazo por hipótesis [81]. Sea  $p_1, ..., p_m$ , los valores p ordenados (del más pequeño al más grande) y  $H_1, ..., H_m$ , las correspondientes hipótesis, el procedimiento de Holm rechaza  $H_1$  hasta  $H_{i-1}$  si i es el entero más pequeño tal que  $p_i > \alpha/(m-i+1)$ .

La Tabla 3.7 está ordenada por el valor del ranking del test estadístico, siendo los mejores algoritmos los situados en la parte alta de la tabla y los peores los situados en la parte baja. Además, la tercera columna muestra el p-valor asociado al test de Holm (Holm APV) [81]. Por otro lado, la cuarta columna presenta el p-valor con el test de Finner (Finner APV). Es importante destacar que se ha elegido el algoritmo diferencial con la estrategia DE/Rand/e con CR = 0,7 como el algoritmo de control debido a que ha obtenido el mejor ranking FA. Hemos establecido un nivel de tolerancia de 0,1 para determinar cuándo una hipótesis o método ha sido rechazado. Los APV en negrita indican que esos algoritmos no han alcanzado un nivel significativo.

Consideraciones de las tablas anteriormente expuestas:

- Como podemos observar, cuando el tamaño de los diferentes terrenos estudiados aumenta, las pérdidas eléctricas por efecto Joule también aumentan en todos los EAs, debido a que se incrementan las longitudes que tienen que recorrer los conductores eléctricos.
- Todos los métodos que han utilizado el algoritmo DE en cualquiera de sus seis estrategias, han proporcionado mejores resultados medios que los proporcionados por los AGs o el algoritmo CHC. Observamos que se ha utilizado un mismo tamaño de la población y el mismo número de iteraciones para los cuatro EAs utilizados.
- Las Tablas 7 y 8 nos muestran que las estrategias más competitivas dentro del algoritmo DE, en términos de pérdidas eléctricas por efecto Joule, son DE/Rand/2 con CR = 0.7 y DE/Rand/2 con CR = 0.9. Consecuentemente, para nuestro problema, la estrategia de mutación "Rand" supera a todas las demás estrategias del algoritmo DE.
- Derivado del punto anterior, podemos confirmar pues, que el número de atributos de cada individuo que son perturbados por el operador de mutación tiene una importancia significativa en el resultado de cada una de las estrategias del algoritmo DE.

- El p-valor del test FA, que se muestra en la Tabla 9, es más bajo de 0,005, lo que quiere decir que se han encontrado diferencias significativas entre los métodos experimentados.
- El test estadístico confirma, finalmente, que el algoritmo DE con la estrategia DE/Rand/2 con CR = 0.7 supera significativamente el resto de EAs utilizados que no son algoritmos DE. Además, es importante destacar que el procedimiento de Holm ha concluido que existen diferencias significativas entre la mejor estrategia del algoritmo DE y otras dos estrategias de algoritmo DE. Por otro lado, el test de Finner va más allá y expone que hay diferencias significativas con otras tres estrategias de algoritmo DE.

# 3.3.4.3. Análisis de convergencia

Uno de las cuestiones más importantes en el desarrollo de cualquier EA es el análisis de la convergencia de su población. Si el EA no evoluciona en un tiempo determinado, no será capaz de encontrar las soluciones deseadas.

En la Figura 3.10 se muestra una representación gráfica de la capacidad de convergencia de distintos modelos de EAs utilizados en este problema. Concretamente, el algoritmo DE con la estrategia "DE/Rand/2" con CR = 0,7, el algoritmo CHC y los AGs generacional y estacionario. Para llevar a cabo el análisis de convergencia hemos seleccionado el terreno de 400x400 m de la Tabla 3.2. La Figura 3.10 muestra una línea que representa el valor de aptitud del mejor individuo de cada población, para cada uno de los cuatro EAs citados. El eje X representa el número de iteraciones llevadas a cabo, mientras que el eje Y representa el valor de aptitud (pérdidas eléctricas por efecto Joule) alcanzado en cada momento.

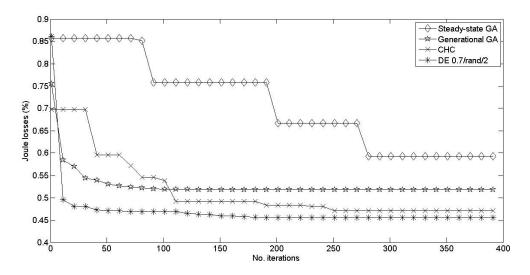


Figura 3.10. Mapa de convergencia de los EAs utilizados [82].

Como podemos observar en la gráfica, el algoritmo DE y el algoritmo CHC encuentran de manera muy rápida soluciones muy prometedoras y no necesitan un gran número de iteraciones para encontrar una solución cercana al óptimo. No obstante, el algoritmo DE supera ampliamente los resultados del algoritmo CHC. Finalmente, en vista de los resultados mostrados por la Figura 3.10 podemos afirmar que el algoritmo DE es un algoritmo de optimización muy eficiente para el problema de la optimización de plantas fotovoltaicas conectadas a red con seguimiento solar, ya que es capaz de encontrar buenos resultados de forma muy rápida puesto que necesita un número muy bajo de iteraciones para llegar a encontrar estos resultados.

## 3.4. Conclusiones

Este Capítulo introduce el concepto de optimización, proporcionando una breve visión de las principales técnicas existentes en la literatura científica. Posteriormente, se hace una descripción más detallada de los algoritmos evolutivos utilizados para llevar a cabo la minimización de pérdidas eléctricas en plantas fotovoltaicas conectadas a red con seguimiento solar.

A continuación se ha detallado la codificación de los algoritmos implementados para nuestro problema y cómo se han elegido y acotado las variables de la planta fotovoltaica con seguimiento solar que van a formar los atributos de los individuos.

Por último se ha realizado una comparación de los resultados obtenidos por los algoritmos implementados, realizando unas simulaciones sobre cuarenta terrenos donde se pueden instalar plantas fotovoltaicas con seguimiento solar (AG estacionario, AG generacional, algoritmos CHC y algoritmo de evolución diferencial), y se han aplicado los test estadísticos pertinentes para verificar que el algoritmo de evolución diferencial es el que mejor se comporta en nuestro problema.

# Aplicación de algoritmos evolutivos multi-objetivo en la optimización de sistemas fotovoltaicos conectados a red con seguimiento solar

# 4.1. Optimización multi-objetivo

# 4.1.1. Conceptos básicos y terminología

Una gran cantidad de los problemas necesitan la búsqueda de soluciones que optimicen al mismo tiempo varios objetivos. Esto es así no sólo en cuestiones relacionadas con la ingeniería o la toma de decisiones para los negocios, sino que también forma parte de la vida diaria de las personas.

En todos los problemas de optimización con objetivos múltiples, los distintos objetivos pueden ser conflictivos, tener distintas unidades de medidas y ser inconmensurables [83]. Al presentarse objetivos contradictorios, no existe una única solución que sea mejor que otras con respecto a todos los objetivos, sino que se tiene un conjunto de alternativas de solución, las cuales representan los mejores compromisos entre los distintos objetivos. De las alternativas existentes, sólo interesa el conjunto de soluciones que cumplen con ciertas restricciones (soluciones factibles) y finalmente, existiendo un conjunto de alternativas posibles, es necesario que un tomador de decisiones experto proporcione información de preferencia a fin de seleccionar la solución a ser implementada [83].

Cuando se tiene un objetivo único, el proceso de optimización se reduce a hallar el máximo o el mínimo valor de una función. Por lo tanto, el enfoque usual de los métodos tradicionales para la resolución de problemas donde se contemplan objetivos múltiples es el de combinar de algún modo los distintos objetivos en una única función para luego resolver el problema mono-objetivo. A estos métodos se les conoce como métodos de escala, puesto que transforman una función de optimización vectorial  $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^k$  en una función de optimización escalar  $\mathbf{F}' = \mathbf{f} \in \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ .

El problema que presentan los métodos de escala es que, cuando se consideran simultáneamente objetivos contradictorios con distintas unidades de medida o inconmensurables, resulta inadecuado combinar los diferentes objetivos en una única medida de desempeño. De la misma forma, para la gran mayoría de los problemas, no resulta posible priorizar un único objetivo, sino más bien todos deben ser considerados en forma simultánea. En estos casos, se tiene un problema de optimización multiobjetivo (Multi-objective Optimization Problem - MOP) [84].

Mientras que la optimización con objetivo único busca un vector de decisión ndimensional que optimice una función escalar, en optimización multi-objetivo se intenta encontrar uno que optimice una función vectorial cuyos elementos representan las distintas funciones objetivo. Formalmente, un problema de optimización multi-objetivo puede definirse como:

$$y = F(x) = [(f_1(x), ..., f_k(x)]$$
 (4.1)

sujeto a:

$$g(x) = (g_1(x), ..., g_m(x)) \le 0$$
 (4.2)

donde:

$$x = (x_1, ..., x_n) \in X \subseteq \mathbb{R}^n$$
  
 $y = (y_1, ..., y_k) \in Y \subseteq \mathbb{R}^k$ 

x es una variable de decisión vectorial n-dimensional, y es un vector objetivo k-dimensional,  $X \subseteq \mathbb{R}^n$  denota el espacio de decisión, e  $Y \subseteq \mathbb{R}^k$  denota el espacio objetivo.

El conjunto de restricciones dadas por la Ecuación 4.2 define la región de factibilidad  $X_f \subseteq R^n$  y cualquier punto  $x \in X_f$  es una solución factible.

El conjunto factible  $X_f$  está definido como el conjunto de vectores de decisión x que satisfacen las restricciones g(x):

$$X_f = \{ x \in X | g(x) \le 0 \} \tag{4.3}$$

La imagen de  $X_f$ , es la región de factibilidad en el espacio objetivo y se denota por:

$$Y_f = \mathbf{F}(X_f) = \bigcup_{x \in X_f} \{\mathbf{F}(x)\}$$
(4.4)

Como se dijo anteriormente, en optimización con un solo objetivo, el espacio de búsqueda (el conjunto de variables de decisión factibles) está completamente ordenado de acuerdo al valor de la función objetivo. Esto es, dadas dos soluciones a y b en el espacio de soluciones factibles, se cumple sólo una de las siguientes proposiciones: f(a) > f(b), f(a) = f(b) o f(a) < f(b). Sin embargo, cuando se busca la solución de un MOP con objetivos contradictorios, el espacio de búsqueda se encuentra sólo parcialmente ordenado y dos soluciones pueden ser indiferentes entre sí, siendo poco usual que una única variable de decisión optimice de manera simultánea todas las funciones objetivo. Por tanto, no existe una solución única que pueda ser considerada como "la mejor", sino un conjunto de soluciones que representan los mejores compromisos entre los distintos objetivos.

Considérese, por ejemplo, el diseño de una red de transmisión de datos. Teniendo en cuenta sólo el costo y la fiabilidad, en función del número de paquetes perdidos o alterados como una fracción del total de enviados, un diseño óptimo sería uno que minimice los costos y la tasa de error residual. Si tal solución existe, se tiene un problema de optimización de objetivo único pues la solución óptima para cualquier objetivo es también la solución óptima para la otra. Sin embargo, en el caso del ejemplo, los objetivos son usualmente conflictivos: la red más económica por lo general es de menor confiabilidad, y una red con mayor confiabilidad, por lo general, es más costosa. Puesto que se tienen objetivos contradictorios, éstos no pueden ser optimizados simultáneamente y no existe una solución única sino, en vez de ello, se tiene un conjunto de soluciones satisfactorias que representen un compromiso entre los dos objetivos considerados. Dependiendo de las reflexiones del diseñador, puede resultar aceptable una solución intermedia [85].

El conjunto de soluciones de compromiso es un conjunto de soluciones óptimas en el sentido que cada una es mejor que las otras en algún objetivo, pero ninguna puede considerarse mejor cuando se tienen en cuenta todos los objetivos de forma simultánea. La existencia de múltiples soluciones óptimas hace necesaria una noción distinta de óptimo [83].

La noción de óptimo para problemas multi-objetivo más comúnmente aceptada es una propuesta original de Francis Ysidro Edgeworth, y generalizada posteriormente por Vilfredo Pareto, llamada **óptimo de Pareto** [86]. Los conceptos esenciales para entender la noción de óptimo de Pareto son: *dominancia de Pareto*, *optimalidad de Pareto*, *conjunto Pareto óptimo* y *frente de Pareto* [86] definidos a continuación.

Dominancia de Pareto: un vector  $u = (u_1, ..., u_k)$  se dice que domina a otro vector  $v = (v_1, ..., v_k)$  sí y sólo sí: u es parcialmente mejor que v, esto es:

 $\forall i \in \{1, ..., k\}, u_i$  es mejor o igual que  $v_i \land \exists i \in \{1, ..., k\} / u_i$  es estrictamente mejor que  $v_i$ .

Es decir,  $\boldsymbol{u}$  domina a  $\boldsymbol{v}$  si  $\boldsymbol{u}$  es mejor o igual a  $\boldsymbol{v}$  en todos los objetivos y estrictamente mejor en, al menos, un objetivo. En este caso, se dice que existe una dominancia de  $\boldsymbol{u}$  respecto a  $\boldsymbol{v}$  lo que se denota como  $\boldsymbol{u} > \boldsymbol{v}(\boldsymbol{u})$  es mejor que  $\boldsymbol{v}$ ). Nótese que la definición anterior de dominancia de Pareto es independiente de que se trate de minimizaciones, maximizaciones o combinaciones de éstas.

Dominancia débil de Pareto: un vector  $\mathbf{u} = (u_1, ..., u_k)$  se dice que domina de forma débil a otro vector  $\mathbf{v} = (v_1, ..., v_k)$  sí y sólo sí:  $\mathbf{u}$  es parcialmente mejor o igual que  $\mathbf{v}$ , esto es:

 $\forall i \in \{1, ..., k\}, u_i$  es mejor o igual que mejor o igual que  $v_i$ 

Es decir, u > v o u = v. La dominancia débil de u respecto a v se denota como  $u \ge v$ .

Dominancia estricta de Pareto: un vector  $\mathbf{u} = (\mathbf{u}_1, ..., \mathbf{u}_k)$  se dice que domina de forma estricta a otro vector  $\mathbf{v} = (\mathbf{v}_1, ..., \mathbf{v}_k)$  sí y sólo sí:  $\mathbf{u}$  es mejor que  $\mathbf{v}$  para todos los objetivos considerados, esto es:

 $\forall i \in \{1, ..., k\}, u_i \text{ es mejor que } v_i$ 

La dominancia estricta de u respecto a v se denota como u >> v.

Relación de no dominancia: un vector  $\mathbf{u} = (\mathbf{u}_1, ..., \mathbf{u}_k)$  se dice que no domina al vector  $\mathbf{v} = (\mathbf{v}_1, ..., \mathbf{v}_k)$  sí y sólo si la relación  $\mathbf{u} \succ \mathbf{v}$  no se cumple. La relación de no dominancia del vector  $\mathbf{u}$  respecto al vector  $\mathbf{v}$  se denota como  $\mathbf{u} \not\succ \mathbf{v}$  y se lee  $\mathbf{u}$  no domina a  $\mathbf{v}$ .

*Vectores no comparables*: los vectores  $\boldsymbol{u}$  y  $\boldsymbol{v}$  son no comparables o indiferentes sí y sólo si:

$$(u > v) \land (v > u) \land (v \neq u)$$

En este caso, ni  $\boldsymbol{u}$  es mejor que  $\boldsymbol{v}$ , ni  $\boldsymbol{v}$  puede ser considerado mejor que  $\boldsymbol{u}$ . Si bien los vectores  $\boldsymbol{u}$  y  $\boldsymbol{v}$  no son estrictamente iguales, ambas soluciones pueden ser consideradas igualmente buenas debido a que ninguna es superior a la otra cuando consideramos todos los objetivos. Se dice entonces que el vector  $\boldsymbol{v}$  es indiferente o no comparable al vector  $\boldsymbol{u}$  y se lo denota como  $\boldsymbol{v} \sim \boldsymbol{u}$ .

Relación	Notación	Significado
Dominancia estricta	u >> v	${f u}$ es mejor que ${f v}$ en todos los objetivos
Dominancia	$\mathbf{u} \succ \mathbf{v}$	<b>u</b> domina a <b>v</b>
No dominancia	u ⊁ v	<b>u</b> no domina a <b>v</b>
Dominancia débil	$\mathbf{u} \geqslant \mathbf{v}$	<b>u</b> no es peor que <b>v</b> en ningún objetivo
No comparable	$\mathbf{v} \sim \mathbf{u}$	ni <b>u</b> domina débilmente a <b>v</b> , ni <b>v</b> domina débilmente a <b>u</b>

Tabla 4.1. Notación utilizada para las relaciones de dominancia Pareto entre vectores objetivo.

La Tabla 4.1 resume la notación utilizada en el presente trabajo para los conceptos de dominancia Pareto. Definidas las distintas relaciones de dominancia, se define formalmente un óptimo de Pareto y el conjunto Pareto óptimo como:

Óptimo de Pareto: se dice que una solución  $x \in X_f$  es Pareto óptima con respecto a un conjunto  $\Omega \subseteq X_f$  si y sólo si:

$$\exists x' \in \Omega \text{ para el cual } v' = \mathbf{F}(x') = (f_1(x'), \dots, f_k(x')) \text{ domina a } \mathbf{u} = \mathbf{F}(x) = (f_1(x), \dots, f_k(x))$$

Si en el contexto resulta claro a qué conjunto  $\Omega$  se hace referencia, simplemente no se lo menciona. La solución  ${\pmb x}$  es una solución Pareto óptima si y solo si es no dominada con respecto al conjunto  $X_f$ .

Conjunto Pareto óptimo: para un MOP, el conjunto Pareto óptimo, denotado por  $P^*$ , se define como:

$$P^* = \{x \in X_f | \exists x' \in X_f \text{ para el cual } F(x') \text{ domine a } F(x)\}$$

O sea, un vector  $\mathbf{x}$  es Pareto óptimo si no existe algún otro vector de decisión factible  $\mathbf{x} \in \mathbf{X}_{\mathbf{f}}$  que lo domine. El conjunto de soluciones en un MOP, denotado por  $P^*$  está compuesto por todos estos vectores Pareto óptimos. Las soluciones Pareto óptimas son también llamadas soluciones no inferiores, admisibles, o soluciones eficientes, mientras que sus vectores objetivo correspondientes son denominados no dominados. El conjunto de vectores no dominados en el espacio objetivo, correspondiente al conjunto de soluciones  $P^*$ , es llamado Frente óptimo de Pareto y denotado por PF [87]. Formalmente, el Frente Pareto óptimo puede definirse como:

Frente Pareto Óptimo: dado un problema de optimización mutiobjetivo  $\mathbf{F}(\mathbf{x})$  y un conjunto Pareto Óptimo  $P^*$ , el Frente Pareto óptimo  $PF^*$  se define como:

$$PF^* = \{ \boldsymbol{u} = F(\boldsymbol{x}) = (f_1(\boldsymbol{x}), ..., f_k(\boldsymbol{x})) | \boldsymbol{x} \in P^* \}$$

# 4.1.2. Proceso de solución de un MOP

Un problema de optimización multi-objetivo se considera matemáticamente resuelto cuando se encuentra el conjunto Pareto óptimo [88]. En problemas reales, usualmente se requiere de una única solución. Puesto que desde un punto de vista estrictamente matemático todas las soluciones en el conjunto Pareto son igualmente buenas, para obtener la solución a ser implementada en un caso concreto, se necesita información adicional de preferencia. Un tomador de decisiones (decision maker - DM) humano experto es quien se encarga de proporcionar la información de preferencia necesaria para seleccionar una solución del conjunto Pareto. Así, el proceso de solución de un MOP puede dividirse en dos procesos conceptualmente distintos [89, 90]:

- *Proceso de búsqueda u optimización*, por el cual se explora el conjunto de soluciones factibles en busca de soluciones Pareto óptimas.
- Proceso de toma de decisiones, por el cual se selecciona una solución de compromiso adecuada, a partir del Conjunto Pareto óptimo hallado por el proceso anterior.

La importancia de la toma de decisiones, como parte del proceso de solución es una buena razón para clasificar los distintos métodos para solucionar problemas de optimización multi-objetivo de acuerdo con la manera en que se combinan la búsqueda del conjunto de soluciones y la toma de decisiones [90]. Así, los métodos se clasifican en:

- Métodos a priori: la toma de decisiones se realiza antes de la búsqueda de soluciones. Usualmente los distintos objetivos se combinan en uno, el cual implícitamente incluye información de preferencia proporcionada por el tomador de decisiones. Esto hace que efectivamente el MOP se convierta en un problema de optimización monobjetivo, antes de la optimización.
- Métodos a posteriori: la toma de decisiones se realiza de forma posterior a la búsqueda. La optimización se realiza sin ninguna información de preferencia. El resultado del proceso de búsqueda es un conjunto de soluciones candidatas, idealmente Pareto-Optimas, a partir de las cuales la decisión final será realizada por el tomador de decisiones, conociendo las alternativas disponibles.
- Métodos interactivos o progresivos: la toma de decisiones se realiza durante la búsqueda de soluciones de manera interactiva. Después de cada paso de optimización, se presenta un conjunto de soluciones compromiso al tomador de decisiones, quien proporcionará información de preferencia que guiará el proceso de búsqueda.

Con los métodos a priori, donde se combinan múltiples objetivos en un único criterio de optimización, cuando son aplicables, se tiene la ventaja que las estrategias clásicas de optimización monobjetivo pueden ser utilizadas sin modificaciones. La desventaja es que requiere un conocimiento profundo del dominio del problema que permita realizar el escalado de forma correcta. Este conocimiento del dominio del problema requerido por los métodos a priori usualmente no se encuentra disponible. Es más, en distintos problemas de diseño en ingeniería lo que se desea específicamente es ganar mayor conocimiento sobre el problema y sobre las soluciones alternativas. Realizar la toma de decisiones después del proceso de búsqueda (métodos a posteriori) resuelve el problema, pero excluye la articulación de la preferencia del tomador de decisiones, lo que podría, a su vez, reducir la complejidad del espacio de búsqueda. Los métodos interactivos superan las desventajas de los métodos a priori y posteriori

permitiendo al experto expresar sus preferencias a medida que avanza en el conocimiento del problema considerado.

Como se dijo anteriormente, los métodos tradicionales de búsqueda de óptimos para problemas multi-objetivo se basan en convertir el problema considerado en un problema monobjetivo. Estos métodos encuentran una solución a la vez por lo que se proponen varios métodos para aproximar un conjunto de soluciones en vez de un único punto. En la siguiente sección se presentan algunos enfoques tradicionales, representativos para la solución de MOPs, seguida de una discusión sobre sus principales características.

# 4.1.3. Métodos tradicionales de optimización

# 4.1.3.1. Métodos de suma ponderada

En los métodos de suma ponderada [91], las funciones objetivo del problema de optimización multi-objetivo original se combinan de forma lineal utilizando diferentes coeficientes de peso para formar una función escalar a ser optimizada. Esto significa que un problema original de optimización con objetivos múltiples:

Optimizar 
$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x}, \dots, f_k(\mathbf{x}))$$
 (4.5)

sujeto a:

$$g(x) = (g_1(x), \dots, g_m(x)) \le 0 \tag{4.6}$$

se transforma en un problema de optimización de la forma:

Optimizar 
$$y = f(x) = w_1 \cdot f_1(x) + \dots + w_k \cdot f_k(x) = \sum_{i=1}^k w_i \cdot f_i(x)$$
 (4.7)

sujeto a:

$$g(x) = (g_1(x), \dots, g_m(x)) \le 0 \tag{4.8}$$

donde:

$$w_i \ge 0 \ para \ todo \ i = 1, ..., k, \sum_{i=1}^k w_i = 1$$
 (4.9)

Los métodos de suma ponderada pueden ser utilizados tanto a priori, de forma interactiva o a posteriori. Como método a priori, el tomador de decisiones expresa su preferencia por los diferentes objetivos seleccionando un vector de pesos dado y evaluando la función f(x) correspondiente para obtener una solución. El problema es

que el tomador de decisiones no puede estar seguro de reflejar la importancia de cada objetivo original de forma apropiada. La única solución obtenida por el método de suma ponderada utilizando un vector de pesos seleccionado a priori no brinda información al tomador de decisiones sobre otras alternativas de solución y debe confiar en su decisión inicial. La obtención de un conjunto de soluciones alternativas sería de indudable utilidad.

Para obtener un conjunto de soluciones utilizando el método de suma ponderada, es necesario resolver la Ecuación 4.7 empleando diferentes combinaciones de pesos. Así, el proceso de búsqueda de soluciones se inicia con la selección de un vector inicial de pesos **w** con el que se obtiene una solución. Esta selección puede hacerse bien sea de acuerdo a las preferencias del tomador de decisiones o en forma aleatoria. Luego, el vector de pesos inicial se modifica para obtener uno nuevo. El proceso se repite hasta que se encuentre un número dado de soluciones.

En [92] se proponen varias formas de modificar los pesos para obtener diferentes soluciones Pareto óptimas. Así, los pesos no reflejan proporcionalmente la importancia relativa de los objetivos, sino que son sólo factores que, al variarse, localizan puntos diferentes en el conjunto Pareto. Una vez que se ha obtenido un conjunto de soluciones, las soluciones se presentan al tomador de decisiones para que se seleccione una que le resulte satisfactoria. La principal desventaja con este método es que no se pueden generar todas las soluciones Pareto óptimas cuando el espacio de soluciones compromiso no es convexo. Además, en los métodos numéricos que pueden ser utilizados para buscar el óptimo de la Ecuación 4.7, la localización de puntos depende no sólo de *wi*, sino también de las unidades en las que se expresen las funciones.

Así mismo, el método puede utilizarse de forma interactiva, en el cual una vez seleccionado un vector de pesos inicial, el tomador de decisiones interfiere ajustando este vector, expresando su preferencia a medida que se realiza el proceso de búsqueda de soluciones, lo que implica una pérdida de tiempo para el tomador de decisiones.

#### 4.1.3.2. Programación de metas

En este método [93], el tomador de decisiones tiene que asignar objetivos o metas que desee alcanzar para cada objetivo. Estos valores se incorporan en el problema como restricciones adicionales. La técnica tratará, entonces, de minimizar las desviaciones absolutas de cada objetivo con respecto a lo deseado.

La forma más simple de este método puede formularse de la manera siguiente:

$$Minimizar \sum_{i=1}^{k} \left| \frac{f_1(x) - T_i}{T_i} \right| sujeta \ a \ \mathbf{x} \in X_f$$
 (4.10)

donde  $T_i$  denota la meta u objetivo establecido por el tomador de decisiones para la iésima función objetivo  $f_i$ .

El criterio es, entonces, minimizar la suma de los valores absolutos de las diferencias entre los valores deseados y los obtenidos.

Esta técnica puede ser muy eficiente en términos de tiempo de procesamiento si conocemos las metas que deseamos obtener y si éstas se encuentran en la zona factible, aunque para ello el tomador de decisiones tiene la tarea de encontrar pesos o prioridades adecuadas para los objetivos lo cual es difícil para la mayoría de los casos. Así mismo, si la región factible es difícil de localizar, este método puede volverse muy ineficiente. Sin embargo, la técnica puede ser muy útil en casos en los que se pueden efectuar aproximaciones lineales parciales de las funciones objetivo, debido a la disponibilidad de excelentes programas para esa tarea y a la posibilidad de eliminar las metas dominadas fácilmente. Por otra parte, en los casos no lineales, otras técnicas resultarán generalmente más eficientes.

#### 4.1.3.3. Ordenamiento lexicográfico

En el ordenamiento lexicográfico [90], las funciones objetivo se ordenan teniendo en cuenta la importancia de cada objetivo antes de iniciar el proceso de búsqueda de soluciones. Luego, la solución óptima se obtiene minimizando las funciones objetivo, empezando con la más importante y procediendo de acuerdo con el orden de importancia asignado a cada uno de los objetivos. Supongamos que los subíndices de los objetivos indican no sólo el número de función objetivo al que corresponden, sino también la prioridad de cada objetivo. Tendremos entonces que  $f_1(\mathbf{x})$  y  $f_k(\mathbf{x})$  denotan las

funciones objetivo más y menos importantes respectivamente. Entonces, el primer problema se formula como:

Optimizar 
$$f_1(x)$$
 sujeta a: (4.11)

$$g(\mathbf{x}) = (g_1(\mathbf{x}), \dots, g_m(\mathbf{x})) \le 0 \tag{4.12}$$

obteniendo su solución  $x_1^*$  y  $f_1^* = f_1(x_1^*)$ .

Posteriormente, el segundo problema se formula como:

$$Optimizar f_2(\mathbf{x}) (4.13)$$

sujeta a:

$$g(x) = (g_1(x), \dots, g_m(x)) \le 0$$

$$f_1(x) = f_1^*$$
(4.14)

y la solución a este problema se obtiene como  $x_2^*$  y  $f_2^* = f_2(x_2^*)$ .

Este procedimiento se repite hasta que han sido considerados todos los k objetivos. El k-ésimo problema está dado mediante:

$$Optimizar f_k(\mathbf{x}) (4.15)$$

sujeta a:

$$g(\mathbf{x}) = (g_1(\mathbf{x}), \dots, g_m(\mathbf{x})) \le 0$$

$$f_1(x) = f_1^*$$

$$f_{k-1}(x) = f_{k-1}^*$$

La solución obtenida al final, es decir  $x_k^*$ , se considera como la solución deseada del problema. Este método es adecuado sólo cuando la importancia de cada objetivo es conocida y puede determinarse claramente. En la práctica, esto no es lo usual.

#### 4.1.3.4. El método de las restricciones &

Este método [94] se basa en la optimización de una función objetivo (la principal o preferida) y considera a los demás objetivos como restricciones que están acotadas por ciertos niveles permisibles  $\varepsilon_i$ . Por lo tanto, se efectúa una optimización con un sólo objetivo para la función objetivo más relevante,  $f_i$ , sujeta a restricciones adicionales en las otras funciones objetivo. Los niveles  $\varepsilon_i$  se alteran después para generar otros puntos del conjunto Pareto. El método puede formularse de la siguiente manera:

1. Encontrar el óptimo de la r-ésima función objetivo; es decir, encontrar  $x^*$ tal que:

$$f_r(x^*) = f_r^*$$
 (4.17)

sujeta a restricciones adicionales de la forma:

$$f_i(x^*) \le \varepsilon_i \qquad \forall i \ne r \ (i, r \in \{1, \dots, k\})$$
 (4.18)

donde  $\varepsilon_i$  son los valores supuestos de las funciones objetivo que no deseamos exceder, en un contexto de minimización.

2. Repetir (1) para diferentes valores de  $\varepsilon_i$ . La información derivada de un conjunto bien seleccionado de  $\varepsilon_i$  puede ser útil para tomar la decisión final. La búsqueda se detiene cuando el tomador de decisiones encuentra una solución satisfactoria.

Puede ser necesario repetir el proceso anterior para diferentes índices r. Para obtener valores adecuados de  $\varepsilon_i$ , se efectúan normalmente optimizaciones individuales para cada una de las funciones objetivo en turno, usando técnicas de programación matemática. El inconveniente obvio de esta técnica es que consume mucho tiempo y que la codificación de las funciones objetivo puede ser muy difícil o incluso imposible para ciertos problemas, particularmente si hay múltiples objetivos. Además, este método tiende a encontrar soluciones débilmente no dominadas, lo cual puede no ser muy adecuado en ciertas aplicaciones.

#### 4.1.4. Discusión de los métodos clásicos

Los distintos métodos tradicionales que han sido presentados cuentan con al menos una de las siguientes dificultades [95, 96]:

- El algoritmo de optimización se debe aplicar varias veces para encontrar un conjunto de soluciones Pareto óptimas. Como cada ejecución es independiente de las demás, generalmente no se obtiene un efecto sinergético. Por tanto, delinear el frente Pareto óptimo resulta costoso en términos computacionales.
- La mayoría de los algoritmos requieren conocimiento previo del problema a resolver y son muy sensibles a los parámetros del algoritmo: pesos de los objetivos, orden de evaluación, nivel de objetivos, valor de las restricciones, etc.
- Algunos algoritmos son sensibles a la forma del frente Pareto.
- La variación entre las diferentes soluciones encontradas depende de la eficiencia del optimizador de un sólo objetivo. Podría darse el caso de encontrar siempre la misma solución o soluciones muy parecidas en distintas ejecuciones.
- Relacionado con el punto anterior, tenemos que, en problemas que involucren al azar o incertezas, los métodos clásicos no son necesariamente confiables.

Investigaciones recientes han demostrado que las dificultades arriba mencionadas pueden ser superadas con la utilización de algoritmos evolutivos [95, 96]. En el siguiente capítulo se presentan estos algoritmos aplicados a optimizaciones con objetivos múltiples.

# 4.2. Algoritmos evolutivos multi-objetivo

La falta de métodos determinísticos eficientes y eficaces para la resolución de problemas con objetivos múltiples motivó la búsqueda de métodos alternativos. El notable éxito obtenido por los algoritmos evolutivos en optimización monobjetivo y las características propias de los mismos despertaron el interés de los investigadores para utilizarlos en optimización multi-objetivo. En la actualidad, la optimización evolutiva multi-objetivo (Evolutionary Multiobjective Optimization - EMOO) es un área de investigación muy importante tanto para científicos como para ingenieros, no sólo porque la mayor parte de los problemas consideren por naturaleza objetivos múltiples, sino también porque aún quedan por resolver un sin número de interrogantes en esta disciplina.

Si bien la noción de búsqueda genética para la exploración de soluciones óptimas en problemas con varios objetivos se remonta a fines de la década de los 60s, los primeros algoritmos evolutivos que consideraban de forma simultánea objetivos múltiples se desarrollaron recientemente, a inicios de los noventa. Como una muestra de lo incipiente del área, el primer congreso internacional de EMOO se realizó en marzo del 2001 [97]. A pesar de esto, en poco tiempo, la computación evolutiva multi-objetivo, se ha establecido como el método para aproximar el frente Pareto-óptimo en problemas de este tipo. Esto se debe fundamentalmente al paralelismo intrínseco de los algoritmos evolutivos que les permite explorar similaridades entre las soluciones de forma eficiente y a la capacidad de capturar varias soluciones Pareto-óptimas en una única ejecución de optimización [98].

Los diferentes métodos para trabajar con objetivos múltiples utilizando algoritmos evolutivos se pueden clasificar, en forma sencilla, en técnicas de primera y segunda generación. Pertenecen a la primera generación las propuestas iniciales que no consideran conceptos de Pareto. Así mismo, ésta generación abarca a los primeros algoritmos evolutivos multi-objetivo basados en Pareto que no incluyen mecanismos para la preservación de las buenas soluciones encontradas durante el proceso evolutivo (elitismo). La segunda generación está caracterizada básicamente por algoritmos basados en Pareto y que incorporan alguna forma de elitismo.

Puesto que los algoritmos genéticos requieren información escalar sobre el valor de adaptabilidad de los individuos, no es extraño que los primeros enfoques evolutivos para lidiar con objetivos múltiples se basen en la idea de combinar un algoritmo genético simple con métodos de escalarización de la función objetivo. Así, estos primeros enfoques se encargaban de optimizar la función agregada en vez de optimizar la verdadera función multi-objetivo [84, 99, 60].

En [100], Schaffer presentó el primer algoritmo evolutivo (Evolutionary Algorithm – EA) que no utiliza funciones de agregación para resolver problemas multiobjetivo [99], al que llamó *Vector Evaluated Genetic Algorithm* (VEGA). Este algoritmo utiliza un procedimiento evolutivo que básicamente divide una población genética en subpoblaciones, en las que se considera el valor de adaptación de los individuos de acuerdo a un objetivo distinto para cada subpoblación y realiza el cruzamiento mezclando individuos de distintas subpoblaciones. El resultado final del

procedimiento de selección del VEGA corresponde a promediar los valores de cada uno de los objetivos [99]. A pesar que Schaffer tuvo algún éxito, especialmente para la resolución de problemas en aprendizaje de máquina [101], el método propuesto resultó ineficiente para explorar espacios de objetivos no convexos comportándose bien sólo en una dimensión [84].

En los años siguientes a la presentación de VEGA, se publicaron muy pocos trabajos en el área de optimización evolutiva para problemas con objetivos múltiples, los cuales tampoco lograron el éxito esperado. Estos trabajos proponían, por lo general, alguna combinación de métodos tradicionales con algoritmos evolutivos [99, 60]. Por ejemplo, en [102] se presenta un algoritmo que utiliza un método de selección basado en ordenamiento lexicográfico, donde pares de individuos se comparan de acuerdo a un objetivo prioritario, en caso de empate se considera el segundo objetivo de mayor prioridad, y así para cada objetivo.

Un renacimiento en el campo se produjo en la década de los noventa con la aparición de los primeros algoritmos que consideraban de forma simultánea la optimización de objetivos múltiples utilizando el concepto de dominancia Pareto. El *Multiobjective Genetic Algorithm* (MOGA) de Fonseca y Flemming [103, 104], el *Niched Pareto Genetic Algorithm* (NPGA) de Horn y Nafpliotis [105, 106], y el *Nondominated Sorting Genetic Algorithm* (NSGA) de Srinivas y Deb [107, 108] fueron los primeros MOEAs basados en Pareto. Estos algoritmos, pertenecientes a la primera generación de algoritmos evolutivos multi-objetivo, fueron aplicados a una amplia gama de problemas multi-objetivo, donde demostraron un mejor desempeño que el de los enfoques no basados en Pareto.

A pesar del éxito obtenido por los MOEAs de la primera generación basados en Pareto, una vez que éstos encontraban una solución no dominada en una generación, éstas podían perderse cuando se aplicaban los operadores genéticos en las sucesivas generaciones. Para evitar la pérdida de buenas soluciones, el concepto de elitismo, utilizado en algoritmos monobjetivo, se extendió al campo de la optimización evolutiva multi-objetivo considerando la existencia de múltiples soluciones posibles. Así, los MOEAs de segunda generación están caracterizados por la utilización de conceptos de Pareto conjuntamente con alguna forma de elitismo para la búsqueda de soluciones. Algunos algoritmos correspondientes a la segunda generación son: el *Strenght Pareto* 

Evolutionary Algorithm (SPEA) de Zitzler y Thiele [109, 110], el NSGA-II de Deb, Agrawal, Pratab y Meyarivan [111], y el Controlled Elitist NSGA-II (CNSGA-II) de Deb y Goel [97], entre otros.

Durante la ejecución de un MOEA basado en Pareto se encuentra un conjunto de soluciones Pareto óptimas en cada generación, con respecto a la población genética actual. A dicho conjunto se le denomina  $P_{actual}(t)$ , donde t representa el número de generaciones transcurridas desde el inicio del procedimiento de evolución. Mientras que el frente Pareto correspondiente a  $P_{actual}(t)$  se denota como  $PF_{actual}(t)$ . El conjunto de soluciones obtenidas al final de la ejecución de un MOEA basado en Pareto, esto es, el conjunto Pareto conocido, se denota con  $P_{conocido}$ . La notación utilizada para el frente Pareto asociado es  $PF_{conocido}$ , respectivamente.

Puesto que los MOEAs se implementan sobre un modelo computacional finito (una computadora), los conjuntos generados son finitos. El conjunto Pareto "verdadero" para el modelo computacional se denota con  $P_{verdadero}$  y su correspondiente frente Pareto óptimo como PF<sub>verdadero</sub>. Los diferentes conjuntos generados deben ser suficientemente fieles al modelo matemático original, utilizado en el planteamiento del MOP. Cuando se resuelve un MOP utilizando MOEAs, la suposición implícita es que se cumple con al menos una las siguientes relaciones:  $P_{conocido} = P_{verdadero}, P_{conocido} \subset P_{verdadero} \circ P_{conocido} \approx P^*$ Donde representa el frente Pareto óptimo teórico real.

En las secciones que siguen se presentan los MOEAs los algoritmos de primera y segunda generación más destacados, algunos de los cuales han sido seleccionados en la presente Tesis para la realización de los estudios experimentales.

#### 4.2.1. MOEAs de primera generación

# **4.2.1.1.** Nondominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA)

El NSGA [107, 108], al igual que el MOGA, difiere del algoritmo genético simple sólo en la manera en que procede la selección, específicamente en la manera de asignar el valor de adaptabilidad. Los operadores de cruzamiento y mutación permanecen sin modificaciones. Así mismo, tanto el NSGA como el MOGA se basan en la utilización de un método de selección por clasificación para enfatizar los puntos actuales no

dominados y un método de *niching* [113, 114] para preservar la diversidad en la población. Sin embargo, el NSGA utiliza un procedimiento de clasificación que, a diferencia del utilizado en MOGA, no considera el número de elementos que dominan a un individuo para clasificarlo, sino su nivel de dominancia. Esto es, el NSGA utiliza en forma directa la idea de realizar un procedimiento de búsqueda de óptimos para optimización multi-objetivo basado en una clasificación según la no dominancia, conforme se presentó en [41].

En el procedimiento de asignación del valor de adaptación basado en clasificación por no dominancia (non dominated sorting procedure), primeramente se identifican los elementos no dominados de la población considerada, estos constituyen el primer frente no dominado de la población. Para ello, inicialmente, se marcan todos los elementos de la población como no dominados. Luego, el primer individuo de la población, P[i] con i = 1, se compara con relación a la dominancia contra cada uno de los individuos de la población hasta encontrar un elemento que lo domine. Cuando esto ocurre, se marca el individuo P[i] como dominado y se repite el procedimiento para el siguiente individuo en la población hasta que i = N, siendo N el tamaño de la muestra.

Una vez que todos los individuos se comparan con respecto a la dominancia, los individuos no marcados son los no dominados con respecto a la población P. Estos individuos constituyen el primer frente de individuos no dominados. Nótese que, en el peor de los casos, cuando todos son no dominados, el procedimiento de clasificación presentado requiere  $N^2$  comparaciones con respecto a la dominancia.

A todos los elementos del frente identificado se le asigna un valor de adaptación α, que inicialmente es igual al tamaño de la población genética *N*. Este valor de adaptación asignado a cada elemento del frente identificado, es un valor de adaptación ficticio (*dummy fitness*) que provee a todos los individuos del primer frente de un igual potencial reproductivo [107]. Con el fin de mantener la diversidad en la población, el valor de adaptación asignado a cada individuo del primer frente se comparte entre los elementos que componen dicho frente, dividiéndolo por la cuenta del nicho en el frente. Para ello, se implementa el procedimiento de *fitness sharing* [107].

Determinado el primer frente de individuos no dominados de la población y finalizado el procedimiento de *fitness sharing*, se obtiene el peor valor de adaptación entre los individuos del primer frente y se guarda en α. Un valor ligeramente inferior a

este será asignado como *dummy fitness* para los elementos del siguiente frente considerado, por lo que  $\alpha$  se reduce en un  $\varepsilon > 0$ . Luego, los individuos del primer frente son eliminados de la población genética P de forma temporal. El procedimiento de clasificación se repite para los elementos de la población P sin los elementos del primer frente. Para ello, los elementos en P se vuelven a marcar todos como no dominados. El procedimiento continúa hasta que todos los frentes hayan sido identificados, es decir todos los elementos tengan asignado su correspondiente valor de adaptabilidad.

Finalizado el procedimiento de asignación del valor de adaptabilidad, la población es sometida al operador de selección utilizando el método de ruleta ponderada y a los demás operadores genéticos como es usual. Puesto que los elementos del primer frente tienen valores de adaptación mejores que los de cualquier otro frente, éstos siempre obtienen más copias que el resto de la población. Así, este método dirige la búsqueda hacia las regiones de no dominancia, lo que finalmente conduce al frente óptimo de Pareto. En la Figura 4.1 podemos observar el pseudocódigo del algoritmo NSGA.

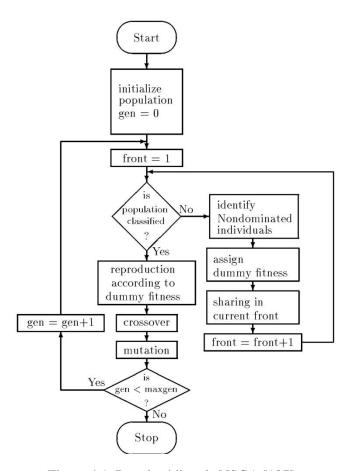


Figura 4.1. Pseudocódigo de NSGA [107].

# 4.2.2. MOEAs de segunda generación

# **4.2.2.1** Strength Pareto Evolutionary Algorithm (SPEA)

En [109, 110] se presenta un nuevo enfoque evolutivo para la optimización multiobjetivo, el SPEA. Este algoritmo difiere de los anteriores en varios aspectos. Primeramente, utiliza dos poblaciones, incorporando el concepto de elitismo a través del almacenamiento de las soluciones no dominadas en una población externa, la cual participa del procedimiento de selección. Además, el cálculo del valor de adaptación se realiza utilizando un procedimiento basado en la asignación de un valor de fuerza (*strength*) a todos los elementos de la población externa. Este procedimiento induce la formación de nichos a partir del concepto de dominancia Pareto, llamado *niching* por *strength* [110]. Puesto que el conjunto de soluciones en la población externa puede ser grande y ésta interviene en el proceso evolutivo, también se utiliza un procedimiento de *clustering* para reducir el número de soluciones en dicho conjunto.

Inicialmente, se crea una población genética P de tamaño N y un conjunto externo de soluciones no dominadas  $P_0$  vacío. Luego, las soluciones no dominadas de la población genética son copiadas al conjunto  $P_0$ . De este conjunto se eliminan las soluciones cubiertas por cualquier otro miembro de dicho conjunto.

Soluciones cubiertas en una población: dada una población P de tamaño N, para cualquier par de individuos en la población P[i] y P[j],  $i,j \in \{1,...,N\}$ , se dice que P[i] cubre a P[j] si y sólo si:  $i \neq j$  y  $P[i] \geqslant P[j]$ . Es decir, si dados dos individuos en una población, con índices distintos i y j, el individuo en la posición i cubre al individuo en j si y sólo si considerando sus objetivos el individuo P[i] es mejor o igual al individuo P[j], esto es  $P[i] \geqslant P[j]$ .

En ciertos problemas, el conjunto Pareto puede ser extremadamente grande, incluso infinito. Desde el punto de vista del tomador de decisiones, recibir todas las soluciones no dominadas encontradas es poco útil cuando el número de éstas excede los límites razonables. Más aún, el tamaño del conjunto externo no dominado influencia el comportamiento del algoritmo. Por un lado, debido a que P' participa en la selección, demasiadas soluciones no dominadas podrían reducir la presión de selección y hacer la búsqueda más lenta. Por otro lado, el mecanismo de *niching* por *strength* se basa en una disposición uniforme de los puntos en P'. Si estos puntos no están distribuidos en forma

uniforme, el proceso de asignación de aptitud (fitness) posiblemente tenderá hacia ciertas regiones del espacio de búsqueda, conduciendo esto a una distribución desbalanceada de la población. Por tanto, si el número de elementos en el conjunto de no dominados supera un número máximo dado ( $N_0$ ), se procede a reducir el conjunto utilizando el procedimiento de *clustering*.

Luego, se calcula el valor de *fitness*. Primero, a cada individuo del conjunto externo de no dominados  $P_0$  se le asigna un valor real entre [0,1). Este valor indica la utilidad de un individuo y se le denomina su *strength*. El *strength* de un individuo P'[i] está directamente relacionado con el número de elementos en la población genética para los cuales es mejor o igual. Esto es, dados dos individuos cualquiera en la población externa, el que domina de forma débil a más elementos en la población genética tiene el valor de *strength* mayor. El cálculo del valor del *strength* para un individuo en la posición i de la población externa  $P_0$  es:

$$P'[i]_{strength} = \frac{\|\{j|j \in \{1, \dots, N\} \land P'[i] \ge P[j]\}\|_{\mathcal{C}}}{N+1}$$
(4.19)

El valor de adaptación del individuo P'[i] será igual a la inversa de su valor de strength, esto es

$$P'[i]_{fitness} = \frac{1}{P'[i]_{strength}}$$
(4.20)

Después de obtener el valor de adaptación de los individuos en la población externa, también basados en el cálculo del valor de *strength*, se calcula el valor de adaptación de los individuos en la población genética. El *strength* de un individuo  $P[j] \in P$  se calcula a partir de los *strengths* de todas las soluciones externas no dominadas  $P'[i] \in P'$  que lo dominen. Esto es:

$$P[j]_{strength} = 1 + \sum_{i,P'_i \ge P_j} P'[i]_{strength}$$
(4.21)

Nuevamente, el valor de adaptación del individuo *P[j]* será igual a la inversa de su valor de strength:

$$P[j]_{fitness} = \frac{1}{P[j]_{strength}}$$
(4.22)

Como resultado del procedimiento, los individuos en  $P_{\theta}$  que cubren una cantidad menor de individuos en P reciben mayores valores de fitness que los otros miembros de la población. Los individuos que tienen muchos vecinos en el nicho son penalizados debido al alto valor del strength de los puntos no dominados asociados, esto es conocido como el niching por strength. La idea detrás de este mecanismo es preferir siempre los individuos que están más cerca del frente Pareto óptimo y al mismo tiempo, distribuirlos en toda la superficie factible. La principal diferencia de este método con respecto al fitness sharing es que el nicho no está definido en términos de la distancia, sino de acuerdo a la dominancia de Pareto y no requiere el establecimiento de ningún parámetro predefinido. Esto es más adecuado ya que en muchos problemas del mundo real la distancia no tiene un significado práctico si se computa en el espacio objetivo, ya que cada objetivo puede estar expresado en magnitudes totalmente diferentes y no comparables a las de los demás (millones de dólares, segundos, metros, etc).

Finalizado el procedimiento de asignación del valor de adaptabilidad, se procede a la selección de los individuos para el cruce. Esta selección se realiza entre los elementos de ambas poblaciones. En [109] se utiliza un procedimiento de selección basado en torneo binario. Luego se aplican los operadores genéticos como es usual hasta que el número máximo de generaciones sea alcanzado. La Figura 4.2 muestra el pseudocódigo del algoritmo SPEA.

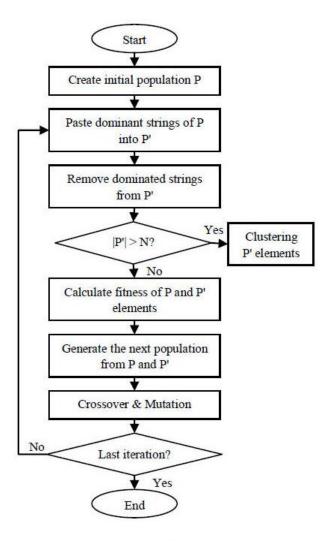


Figura 4.2. Pseudocódigo de SPEA [115].

# **4.2.2.2** Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2 (SPEA 2)

En [116] se presenta una actualización mejorada del algoritmo SPEA, llamada SPEA 2, debido a que se han observado algunas deficiencias en el funcionamiento del algoritmo SPEA, tales como la asignación de inexactitud de la aptitud y la pobre diversidad de las soluciones. SPEA 2 utiliza una estrategia de asignación de fitness de grano fino, lo que mejora el nivel de aptitud de SPEA, e incorpora una técnica de estimación de la densidad del vecino más cercano para una orientación más precisa del proceso de búsqueda. Además, se adopta un método de truncamiento de archivo mejorado para garantizar la preservación de soluciones de contorno.

En comparación con SPEA, SPEA 2 tiene una tasa de convergencia más rápida y las soluciones óptimas de Pareto obtenidas tienen una distribución más uniforme. Los principales aspectos que diferencian SPEA de SPEA2 son la estrategia de asignación de

fitness y el procedimiento de selección en el medio. El proceso detallado del algoritmo SPEA 2 se muestra a continuación:

- Inicialización: generar una población inicial  $P_0$  y crear el archivo vacío (conjunto exterior)  $\overline{P_0} = \phi$ . Para  $t = \phi$ .
- Asignación del fitness: calcular el valor de aptitud de los individuos en  $P_t$  y  $\overline{P_t}$
- Selección del medio: copiar todos los individuos no dominados de  $P_t$  y de  $\overline{P}_t$  en  $\overline{P}_{t+1}$ . Si el tamaño de  $\overline{P}_{t+1}$  supera  $\overline{N}$  (el tamaño de la población) tenemos que reducir  $\overline{P}_{t+1}$  mediante el operador de truncamiento. Si por otro lado, el tamaño de  $\overline{P}_{t+1}$  es menor que  $\overline{N}$ , hay que rellenar  $\overline{P}_{t+1}$  con individuos dominados de  $P_t$  y de  $\overline{P}_t$ .
- Finalización: si t ≥ T o se cumple cualquier otro criterio de parada, seleccionar como conjunto A al conjunto de vectores de decisión representados por los individuos nodominados de P̄<sub>t+1</sub>. Parar.
- Selección de apareamiento: realizar la selección por torneo binario con reemplazamiento en  $\bar{P}_{t+1}$  con el fin de llenar la piscina de apareamiento.
- Variación: aplicar los operadores de cruce y mutación a la piscina de apareamiento e introducir en  $\bar{P}_{t+1}$  en la población resultante. Incrementar el contador de generaciones (t = t + 1) y continuar con el paso 2.

A cada individuo i del archivo  $\overline{P}_t$  y de la población  $P_t$  se le asigna un valor fuerza S(i), que representa el número de soluciones que domina.

$$S(i) = |\{j | j \in P_t + \overline{P_t} \land i > j\}| \tag{4.23}$$

donde | · | denota la cardinalidad de un conjunto.

La aptitud parcial R(i) de un individuo i se calcula mediante la Ecuación 4.26:

$$R(i) = \sum_{j \in P_t + \overline{P_t}, j > i} S(j) \tag{4.24}$$

donde la aptitud parcial del individuo se encuentra determinada por las fuerzas de sus individuos dominadores, tanto en el archivo externo como en la población.

Por otro lado, se incorpora información de densidad adicional para discriminar entre individuos que tienen idéntico fitness. La técnica de estimación de densidad usada en SPEA 2 es una adaptación del método *k-ésimo* vecino, donde la densidad de cada

punto es una función decreciente de la distancia al k-ésimo punto más cercano. Para cada individuo i, se calcula la distancia hasta los demás individuos, tanto del archivo, como de la población y se introduce en una lista. Después de ordenarla en orden ascendente, el k-ésimo elemento nos proporciona la distancia solicitada, y denotada como  $\sigma_i^k$ .

$$k = \sqrt{N + \overline{N}} \tag{4.25}$$

$$D(i) = \frac{1}{\sigma_i^k + 2} \tag{4.26}$$

Finalmente, el valor de aptitud del individuo i se calcula como:

$$F(i) = R(i) + D(i) \tag{4.27}$$

El otro aspecto que diferencia SPEA 2 de SPEA es que el número de individuos contenidos en el archivo externo es constante y el método de truncamiento hace que las soluciones de los extremos sean eliminadas. Por lo tanto, es necesario copiar todos los individuos no dominados desde el archivo y la población al archivo externo de la próxima generación:

$$P_{t+1} = i|i \in P_t, \overline{P_t} \wedge F(i) < 1 \tag{4.28}$$

Si el frente no dominado es más pequeño que  $\overline{N}$ , los mejores  $\overline{N} - \overline{P}_{t+1}$  individuos dominados, tanto del archivo externo como de la población anterior, se copiarán al nuevo archivo. Por el contrario, si el tamaño de frente actual de no dominados excede el tamaño de  $\overline{N}$ , procederemos a aplicar el truncamiento, eliminando individuos de  $\overline{P}_{t+1}$ , hasta que  $|\overline{P}_{t+1}| = \overline{N}$ .

# 4.2.2.3 Nondominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II)

En [111] se presentan los detalles del NSGA-II, un nuevo algoritmo basado en clasificación por no dominancia para asignar el valor de adaptabilidad a los elementos de la población genética. Son varias las características del NSGA-II que lo hacen diferente del NSGA original [107, 108]. En primer lugar, el NSGA-II incorpora un mecanismo de preservación de élites que asegura el mantenimiento de las buenas soluciones encontradas con anterioridad. En segundo lugar, el NSGA-II utiliza un procedimiento rápido de clasificación por no dominancia (fast non dominated sorting

procedure), el cual incorpora un procedimiento especial de almacenamiento a fin de reducir la complejidad computacional del algoritmo presentado en [107]. Por último, a diferencia de su antecesor, el NSGA-II no requiere de parámetro ajustable alguno (ejemplo:  $\sigma_{share}$ ) [111].

En el procedimiento de clasificación por nodominancia, en este algoritmo, primeramente se determinan, para cada solución *P[i]* de una población *P* a clasificar:

- 1. El conjunto  $S_i$  de las soluciones dominadas por P[i].
- 2. El número  $nd_i$  de soluciones que dominan a P[i].

Para ello, se comparan entre sí con respecto a la dominancia todos los miembros de la población a clasificar. Si un elemento P[i] domina a un elemento P[j], este último se agrega a un conjunto  $S_i$ . En caso contrario, si P[j] es dominado por P[i] entonces se incrementa el valor del contador  $nd_i$  de soluciones que dominan a P[i]. Nótese que un elemento P[j] de la población puede pertenecer simultáneamente a  $nd_j$  conjuntos de soluciones dominadas.

Una vez determinados tanto el conjunto de soluciones dominadas como el número de soluciones que lo dominan, para cada elemento de la población, se forma el primer frente de soluciones no dominadas, denotado  $\mathcal{F}^i$ , con todos los elementos cuya cuenta de individuos que los dominan es igual a 0. El algoritmo prosigue recorriendo para cada elemento  $P[i] \in \mathcal{F}^i$  su respectivo conjunto de soluciones dominadas  $S_i$ , reduciendo para cada elemento  $P[j] \in S_i$  el valor de  $nd_j$  que le corresponde. Cuando el valor de  $nd_j$  se hace igual a 0, se agrega P[j] a una lista  $\mathcal{H}$  inicialmente vacía. Cuando se han recorrido todos los elementos del primer frente, en  $\mathcal{H}$  quedan los elementos que sólo son dominados por los elementos del primer frente, es decir, los elementos del segundo frente  $\mathcal{F}^2$ . Luego se consideran los elementos de  $\mathcal{F}^2$ , repitiendo el procedimiento para cada elemento de dicho frente. El procedimiento finaliza cuando no quedan elementos cuya cuenta de elementos que lo dominan se haga cero, esto es cuando todos los frentes han sido identificados y  $\mathcal{H} = \emptyset$ .

El NSGA-II incluye también un procedimiento para estimar la densidad de soluciones alrededor de cada solución particular  $\mathcal{F}[i]$  con respecto a los demás

elementos del frente  $\mathcal{F}$ . En éste, para cada individuo  $\mathcal{F}[i]$ , se calcula un valor denotado  $\mathcal{F}[i]$  distance que sirve como un estimador del tamaño del cuboide más grande que encierra la solución sin incluir ningún otro punto de la población (a esto se le llama crowding distance). Para ello, se determina, para cada individuo del frente considerado y para cada objetivo, cual es el siguiente menor y el siguiente mayor dentro de dicho frente. Esto se consigue ordenando de menor a mayor los elementos del frente para cada uno de los objetivos considerados. A continuación, el valor de la distancia de crowding de un elemento  $\mathcal{F}[i]$  se calcula sumando las distancias entre los individuos inmediatamente mayor y menor considerando cada objetivo, como ilustra la Figura 4.3. Téngase en cuenta que los objetivos usualmente se encuentran expresados en unidades diferentes por lo que para obtener una estimación correcta es conveniente la normalización de los diferentes objetivos.

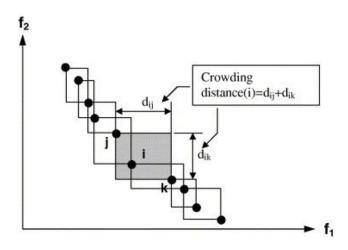


Figura 4.3. Distancia crowding en el algoritmo NSGA-II.

Además de definir un procedimiento de asignación de *crowding*, se define también un operador de comparación por *crowding* ( $\geq_n$ ). El objetivo de este operador es guiar el proceso de selección en las diferentes etapas del algoritmo hacia un frente Pareto óptimo uniformemente distribuido.

Operador de Crowding ( $\geq_n$ ). Asumiendo que cada uno de los individuos en la población tiene dos atributos: la posición en la clasificación por no dominancia ( $P[i]_{rank}$ ) y su distancia local de crowding ( $P[i]_{distance}$ ), se define el orden parcial  $\geq_n$  como:

$$P[i] \ge_n P[j] si (P[i]_{rank} < P[j]_{rank}) o ((P[i]_{rank} = P[j]_{rank}) y$$

$$(P[i]_{distance} > P[j]_{distance}))$$
(4.29)

donde  $P[i]_{rank} = f \operatorname{si} P[i] \in \mathcal{F}$ 

Esto es, se define un orden lexicográfico con dos objetivos, con la posición en la clasificación por no dominancia como el de mayor importancia. Entonces, entre dos soluciones con diferente posición en la clasificación por no dominancia se prefiere aquella con la clasificación más baja. De otra forma, si ambas soluciones están localizadas en el mismo frente, se prefiere la que está ubicada en una región con un menor número de puntos.

Presentados todas las partes que conforman el NSGA-II, explicamos el bloque principal del mismo. Inicialmente se genera una población padre P(0) de tamaño N. Esta población se clasifica en base a la no dominancia, como ilustra la Figura 4.4. Terminado el proceso de clasificación, se asigna a cada solución un valor de inadaptabilidad igual a su nivel de no dominancia. Luego, se utilizan los operadores de selección por torneo binario, cruzamiento y mutación para generar, a partir de P(0), una nueva población hijo Q(0) también de tamaño N. Obtenidas las poblaciones padre e hijo iniciales, se realizan las sucesivas generaciones mientras la condición de parada no se cumpla.

En cada generación, se forma una población combinada  $R(t) = P(t) \cup Q(t)$ . Esto permite que las soluciones padres sean comparadas con la población hijo, asegurando el elitismo. Luego, la población R(t), de tamaño 2N, se clasifica de acuerdo a la no dominancia. Para ello, se utiliza de nuevo el algoritmo de ordenamiento rápido por no dominancia, con el cual se identifican los diferentes frentes no dominados existentes en R(t). Una vez que se obtienen todos los frentes, la nueva población padre P(t+1) se forma agregando soluciones del primer frente  $\mathcal{F}^1$ , continuando con los demás frentes hasta que el tamaño exceda o sea igual a N. Luego, la población P(t+1) se ordena de acuerdo al operador de *crowding* y se forma la población P(t+1) con los primeros N elementos. Los individuos de cada frente se utilizan para calcular la distancia entre las soluciones vecinas (distancia de crowding) utilizando el procedimiento crowding distance assignment. Las soluciones del último frente aceptado se ordenan de acuerdo a un criterio de comparación de crowding y se toman los elementos de este frente hasta completar el total de N soluciones en P. Finalmente, los elementos en P(t+1) se utilizan para crear una nueva población Q(t+1) empleando selección, cruzamiento y mutación. A diferencia del procedimiento de selección por torneo binario usual, se utiliza un procedimiento que considera el operador de *crowding* para la competencia entre individuos. El procedimiento se repite hasta que se alcance el número máximo de generaciones u otro criterio de parada. La Figura 4.4 muestra la estructura básica del algoritmo NSGA-II.

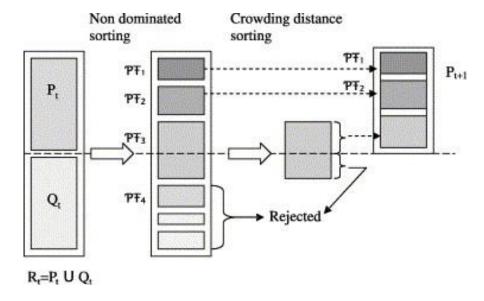


Figura 4.4. Estructura básica del algoritmo NSGA-II.

# 4.3. Algoritmos evolutivos multi-objetivo para la optimización del diseño de plantas fotovoltaicas conectadas a red con seguimiento solar

Si bien, en el capítulo anterior utilizábamos EAs de un solo objetivo para minimizar las pérdidas eléctricas por efecto Joule en los conductores de las plantas fotovoltaicas conectadas a red, en esta ocasión, vamos a hacer uso de algoritmos evolutivos multi-objetivo (Multi-Objective Evolutionary Algorithms – MOEAs) para poder abordar al mismo tiempo otro objetivo más. En este caso, el problema va a consistir en obtener un diseño de la planta fotovoltaica de tal forma que, manteniendo bajas las pérdidas eléctricas por efecto Joule en los conductores, consigamos un aprovechamiento óptimo del terreno propuesto en términos de potencia instalada.

Analizando los resultados proporcionados por los EAs utilizados en el capítulo anterior, observamos que en una gran cantidad de casos, la solución obtenida nos proporciona un diseño en el que las pérdidas por efecto Joule son muy bajas, pero en el que la distribución de los seguidores solares en el terreno propuesto no es la adecuada, dejando zonas vacías y, por tanto, haciendo que la potencia instalada en ese terreno no sea la adecuada.

Utilizando MOEAs pretendemos obtener conjuntos de soluciones que equilibren estos dos objetivos. Concretamente, hemos utilizado los MOEAs, NSGA-II y SPEA 2 para nuestro problema. De este modo, obtendremos curvas o frentes de soluciones óptimas, en las cuales, movernos a través de estas curvas representa optar más por un objetivo que por el otro, pero siempre teniendo en cuenta que son soluciones óptimas, lo cual nos va a proporcionar la flexibilidad y adaptabilidad necesarias para construir un SFVCR.

La codificación de las soluciones y la generación de los individuos se realiza exactamente igual a la explicada en el Capítulo 3, por lo que vamos a detallar la nueva función objetivo introducida y el trabajo experimental realizado con los MOEAs utilizados.

# 4.3.1. Funciones de aptitud

Como hemos mencionado anteriormente, en este caso, la optimización tiene dos objetivos. Consecuentemente, hay una función objetivo y un valor de aptitud para cada uno de los dos objetivos del problema que vendrán representados en unos ejes cartesianos.

La función de aptitud que nos va a medir las pérdidas eléctricas en los conductores del SFVCR va a ser exactamente igual a la utilizada en el Capítulo 3 donde se utilizaban los algoritmos de optimización monobjetivo, y que se encuentra representada por la Ecuación 3.21.

Por otro lado, la función aptitud que introducimos en este Capítulo 4 es la función que nos va a permitir calcular el valor de la potencia instalada en el terreno para un dimensionado y una distribución determinados del SFVCR. Como muestra la Ecuación 4.32, se trata de la suma de la potencia que nos proporcionan todos los módulos FV que el algoritmo, en su diseño, ha sido capaz de introducir en el terreno proporcionado.

Potencia total instaslada (kW) =  $N^{\circ}Filas \cdot N^{\circ}Columnas \cdot Pot \cdot N$  (4.30) donde N es el número de seguidores solares instalados en el terreno,  $N^{\circ}Filas$  y  $N^{\circ}Columnas$  son el número de filas y número de columnas que componen cada seguidor solar y Pot es la potencia nominal de cada módulo fotovoltaico.

# 4.3.2. Marco experimental y resultados obtenidos

En esta sección mostramos los aspectos del estudio experimental realizado junto con los resultados obtenidos de dicho trabajo. Se especifican los detalles de los terrenos elegidos para la experimentación, así como los parámetros de los algoritmos utilizados. Posteriormente se muestran los resultados obtenidos por todos los MOEAs utilizados y se realiza un análisis de dichos resultados. Por último, realizamos una comparación de los mejores resultados obtenidos por los MOEAs, con los mejores resultados obtenidos por los algoritmos monobjetivo utilizados en el Capítulo 3.

# 4.3.2.1. Trabajo experimental

Se ha analizado el rendimiento de los MOEAs utilizados con veinte terrenos aleatoriamente escogidos donde se pueden instalar SFVCRs, para realizar el estudio de los algoritmos multi-objetivo. Sus dimensiones se encuentran expuestas en la Tabla 4.2. Al igual que en el Capítulo anterior, se ha escogido una latitud de 37º para todos los terrenos propuestos.

La Tabla 4.3 muestra los parámetros de los MOEAs utilizados. Se han establecido los parámetros especificados para comparar los dos algoritmos de forma justa y verificar cuál de ellos se comporta mejor en nuestro problema y proporciona mejores soluciones. De esta manera, se ha establecido un número de evaluaciones de 15.000 para ambos algoritmos. Además, tanto NSGA-II como SPEA 2 se han iniciado con el mismo número de individuos. El resto de parámetros se han seleccionado como especifican los correspondientes autores de ambos algoritmos, lo que nos hace asumir que se encuentran óptimamente elegidos. Al igual que hacíamos en el Capitulo 3, cada algoritmo se ha ejecutado diez veces con diferentes semillas, por lo que los resultados comprenden la media y la desviación típica de esas diez ejecuciones.

Terreno	Dimensión X (m)	Dimensión Y (m)
1	200	100
2	210	170
3	280	180
4	300	150
5	300	200
6	335	290
7	380	300
8	400	300
9	400	375
10	400	400
11	420	350
12	450	390
13	500	400
14	500	430
15	500	500
16	600	525
17	700	580
18	750	610
19	825	680
20	900	900

Tabla 4.2. Terrenos elegidos para el estudio de MOEAs.

Algoritmo	Tamaño población	Evaluaciones	Cruce	valor	Prob. cruce	Prob. mutación
SPEA 2	100	15000	SBX	5	0,9	0,2
NSGA-II	100	15000	SBX	5	0,9	0,2

Tabla 4.3. Parámetros de todos los métodos empleados en la optimización.

# 4.3.2.2. Medida del rendimiento de los MOEAs

El objetivo final para la optimización multi-objetivo es encontrar el frente óptimo de Pareto para el problema. Sin embargo, en la práctica, los algoritmos de MOEAs solo pueden encontrar un frente representativo. Este conjunto solución, normalmente contiene peores soluciones que las del frente óptimo de Pareto, o bien, no contiene todas las posibles soluciones (que pueden ser innumerables para problemas continuos), por lo que es necesario medir la calidad de los frentes obtenidos. Con este propósito, se han diseñado distintos indicadores, también conocidos como métricas, que nos determinan la calidad de los frentes solución obtenidos por los MOEAs. La medida de la calidad de esos frentes aproximados es una tarea complicada, y en cada evaluación se debe medir la distancia del frente obtenido con el frente óptimo de Pareto, además de la distribución de las soluciones en el espacio objetivo [117].

Uno de los indicadores más populares para medir la calidad de un frente no dominado para problemas multi-objetivo es la medida del hipervolumen. Si las soluciones se consideran puntos en el espacio objetivo, el hipervolumen es el espacio n-dimensional contenido por el frente solución.

De este modo, por ejemplo, dado el frente  $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$ :

$$HV(A) = \bigcup_{i=1...|A|} V_i$$
 (4.30)

En un valor unitario, el hipervolumen encapsula la medida de dispersión de las soluciones a lo largo del frente de Pareto, así como la distancia desde el frente obtenido al frente óptimo de Pareto. Por otro lado, tiene una gran cantidad de propiedades matemáticas favorables, ya que, por ejemplo, es la primera métrica unitaria que detecta cuándo un conjunto de soluciones no es peor que otro, para todos los pares soluciones.

En este trabajo, donde tenemos un problema de minimización, estamos interesados en que el hipervolumen sea tan bajo como sea posible, lo que quiere decir que el frente obtenido se aproxime a los ejes tanto como sea posible.

# 4.3.2.3. Resultados obtenidos por los MOEAs

En esta sección se muestran y analizan los resultados obtenidos por los dos MOEAs utilizados, en términos de hipervolumen. La Tabla 4.4 nos muestra la media y la desviación típica del hipervolumen obtenido en las simulaciones realizadas para los veinte terrenos propuestos. La tabla está compuesta por tres columnas para cada MOEA. La primera columna identifica el número del terreno analizado, la segunda columna proporciona la media de las diez ejecuciones realizadas con diferentes semillas, y la tercera columna muestra la desviación típica de esas ejecuciones. Finalmente, la última

fila nos proporciona la media y la desviación típica de los veinte terrenos estudiados, para cada uno de los dos MOEAs.

T	SPE	EA 2	NSGA	A-II
Terreno	Media	Des. Tip.	Media	Des. Tip.
1	0,05360	0,00653	0,04580	0,00098
2	0,03011	0,00179	0,02869	0,00020
3	0,02727	0,00295	0,02301	0,00021
4	0,02848	0,00184	0,02618	0,00017
5	0,02285	0,00189	0,02011	0,00027
6	0,01788	0,00339	0,01477	0,00007
7	0,01492	0,00095	0,01375	0,00022
8	0,01548	0,00118	0,01335	0,00005
9	0,01313	0,00143	0,01140	0,00005
10	0,01300	0,00116	0,01087	0,00005
11	0,01209	0,00016	0,01172	0,00005
12	0,01133	0,00039	0,01051	0,00005
13	0,01176	0,00162	0,00990	0,00019
14	0,01300	0,00166	0,00952	0,00014
15	0,01028	0,00159	0,00866	0,00011
16	0,00786	0,00014	0,00774	0,00013
17	0,00780	0,00107	0,00676	0,00005
18	0,00650	0,00005	0,00629	0,00005
19	0,00636	0,00105	0,00563	0,00005
20	0,00528	0,00096	0,00467	0,00005
Media	0,01645	0,00162	0,01447	0,00015

Tabla 4.4. Resultados de hipervolumen de SPEA2 y NSGA-II.

Las Figuras 4.5 – 4.8 muestran los frentes soluciones obtenidos por los dos MOEAs utilizados. Se han escogido cuatro terrenos representativos para ilustrar los frentes obtenidos. Cada eje representa uno de los objetivos del problema. De esta manera, en el eje de ordenadas aparece el inverso de la potencia total instalada en el terreno, mientras que en el eje de abscisas se representan las pérdidas eléctricas por efecto Joule en los conductores de la planta FV. Como podemos observar en las figuras, cada frente está formado por puntos, donde cada punto es una de las 100 soluciones proporcionadas por cada uno de los MOEAs.

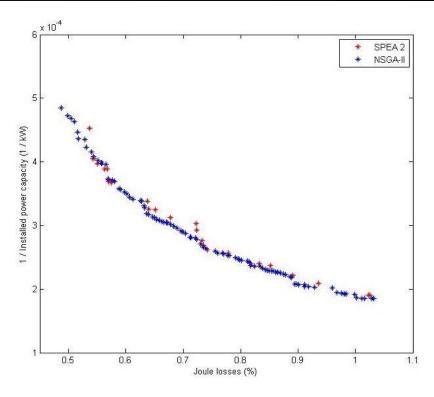


Figura 4.5. Frentes obtenidos por los MOEAs utilizados para el terreno nº 5.

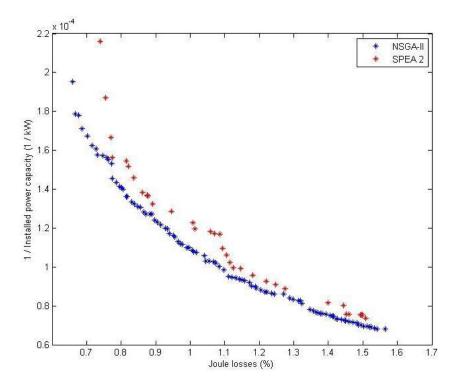


Figura 4.6. Frentes obtenidos por los MOEAs utilizados para el terreno nº 10.

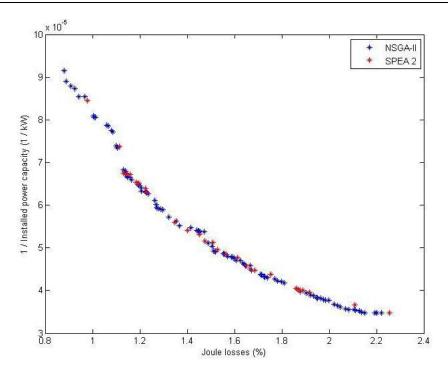


Figura 4.7. Frentes obtenidos por los MOEAs utilizados para el terreno nº 16.

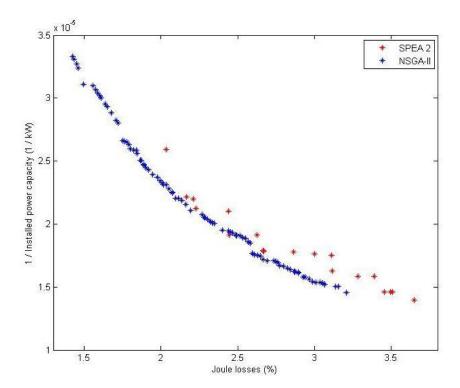


Figura 4.8. Frentes obtenidos por los MOEAs utilizados para el terreno nº 20.

En base a las Figuras 4.5 - 4.8, y a la Tabla 4.4, se pueden hacer las siguientes consideraciones:

- Como se puede observar en la Tabla 4.4, el algoritmo NSGA-II supera a SPEA 2 en todos los terrenos propuestos, ya que todos los hipervolúmenes obtenidos son significativamente menores.
- Las Figuras 4.5 4.8 muestran los frentes obtenidos para los terrenos de 300x200m, 400x400m, 600x525m y 900x900m. En casi todos los casos, las figuras muestran cómo los frentes obtenidos por NSGA-II superan de manera clara a los frentes obtenidos por SPEA 2. Por un lado, los puntos se encuentran más dispersos a lo largo de todo el espacio de búsqueda, mientras que, por otro lado, los frentes se encuentran más próximos al frente óptimo de Pareto.
- Como se puede observar, cuando el tamaño de los terrenos incrementa, el hipervolumen baja. Esto ocurre por el hecho de que cuanto mayor es el terreno, la potencia instalada será mayor. Por lo tanto, los puntos que representan el inverso de la potencia instalada en el eje de ordenadas se acercan al origen, haciendo que el área encerrada bajo el frente sea menor.

# 4.3.2.4. Comparación con los algoritmos monobjetivo

Esta sección compara los resultados obtenidos por el mejor MOEA, en nuestro caso NSGA-II con los resultados obtenidos por el algoritmo monobjetivo que mejores resultados ha proporcionado en el Capitulo 3, o sea, el algoritmo DE. Para este fin, se han seleccionado terrenos del mismo tamaño y la misma latitud. Las Tablas 4.5 y 4.6 muestran los valores de la máxima potencia instalada y de las pérdidas eléctricas por efecto Joule en los conductores respectivamente, obtenidas por cada uno de los dos algoritmos evolutivos comparados.

Terreno	DE(CR=0,7)	DE(CR=0,9)	NSGA-II(max.)	NSGA-II(min.)	NSGA-II(med.)
1	610	609	1711	786	1183
2	897	1128	2942	1156	1835
3	1633	1643	4462	1761	2656
4	1282	1075	3960	1543	2763
5	1816	1816	5411	2064	3787
6	2307	2383	8583	3226	6123
7	2478	2876	10066	3973	6381
8	3114	3119	10677	4196	6693
9	4927	4940	13781	4824	8077
10	3945	3945	14702	5599	8340
11	4170	4183	13114	5485	8417
12	4093	4576	15723	6964	10291
13	5594	5594	18057	7668	11673
14	4242	4242	19444	7917	12362
15	5760	4950	22129	8841	13693
16	8375	8339	28835	10928	17482
17	13535	9282	35881	15094	22936
18	13098	9021	42355	15451	27034
19	14766	13842	51493	20964	34048
20	23058	23064	68776	30030	47506
Media	5985	5531	19813	7960	12692

Tabla 4.5. Comparación de la máxima potencia instalada obtenida por DE y NSGA-II.

Terreno	DE(CR=0,7)	DE(CR=0,9)	NSGA-II(max.)	NSGA-II(min.)	NSGA-II(med.)
1	0,3562	0,3562	0,6960	0,4199	0,5196
2	0,3847	0,3881	0,8007	0,4069	0,5396
3	0.4369	0,4369	0,9837	0,4662	0,6085
4	0.4513	0,4546	0,9801	0,4676	0,6916
5	0.4631	0,4660	1,0320	0,4878	0,7393
6	0.5211	0,5163	1,2150	0,5462	0,8793
7	0.5456	0,5696	1,3130	0,5978	0,8759
8	0.5878	0,5878	1,3590	0,6395	0,5967
9	0.6238	0,6238	1,5840	0,6270	0,9049
10	0.6269	0,6093	1,5650	0,6664	0,9278
11	0.6020	0,6024	1,4730	0,6831	0,9798
12	0,6501	0,6666	1,6530	0,7710	1,0830
13	0,7132	0,7132	1,7060	0,8019	1,1450
14	0,7265	0,7265	1,8110	0,7975	1,1650
15	0,7327	0,7420	1,8690	0,8009	1,1880
16	0,8148	0,8457	2,2210	0,8774	1,3210
17	0,9669	0,9225	2,3630	1,0430	1,5430
18	1,0020	1,0239	2,6720	1,0890	1,6740
19	1,1120	1,0914	2,8930	1,2070	1,8910
20	1,2709	1,2702	3,2090	1,4260	2,1920
Media	0,6794	0,6806	1,6786	0,7456	1,0879

Tabla 4.6. Comparación de las pérdidas eléctricas por efecto Joule obtenidas por DE y NSGA-II.

En las Tablas 4.5 y 4.6 se puede observar que para el algoritmo NSGA-II aparecen tres columnas distintas. Cada una de las tres columnas se refiere a una zona determinada del frente. De esta manera, la columna especificada como NSGA-II (max.) nos indica el valor del punto del frente situado en el extremo de dicho frente donde se encuentre el máximo del objetivo especificado. Por otro lado, la columna NSGA-II (min.) nos indica el valor del punto del frente solución que más se aleja del objetivo buscado. Por último, la columna indicada como NSGA-II (med.) nos muestra el valor del punto situado en el centro geométrico del frente solución.

Una vez analizadas las Tablas 4.5 y 4.6 podemos concluir que, aunque solamente se han mostrado tres columnas para el algoritmo NSGA-II, en realidad,

tenemos una columna por cada uno de los cien puntos del frente solución. Esta cantidad de puntos nos proporcionan una gran flexibilidad a la hora de proyectar el diseño de una planta fotovoltaica, ya que podemos escoger, entre un amplio abanico de soluciones óptimas, la solución que mejor se adapte a nuestras necesidades, mientras que con los algoritmos monobjetivo, la solución era única.

Otro aspecto importante a destacar es que, si bien el algoritmo NSGA-II no es capaz de encontrar diseños del SFVCR tales que las pérdidas por efecto Joule en los conductores sean tan bajas como las obtenidas por el algoritmo DE, esos diseños sí proporcionan una potencia instalada en el terreno mucho mayor que la proporcionada por los diseños del algoritmo DE, haciendo, de esta manera, las soluciones mucho más interesantes desde el punto de vista económico.

#### 4.3.2.5. Individuos resultados

En la Tabla 4.7 se muestran los individuos soluciones correspondientes a los puntos extremos del frente y al punto central proporcionados por el algoritmo NSGA-II. Los terrenos que aparecen en la tabla son los mismos que los terrenos que hemos elegido para ilustrar las Figuras 4.5 - 4.8.

Terreno	Filas	Colum.	Pot. (W)	Impp (A)	Altura (m)	Ancho (m)	V.max. (V)	V.nom. (V)
300x200 min.	5	8	157	4,55	1,32	0,90	870	716
300x200 med.	5	14	165	5,49	1,33	1,00	874	653
300x200 max.	5	14	235	4,55	1,55	0,95	876	702
400x400 min.	5	8	156	8,91	1,32	0,92	880	795
400x400 med.	5	9	206	6,70	1,43	0,98	875	783
400x400 max.	5	14	234	7,85	1,51	1,05	878	690
600x525 min.	5	8	156	4,49	1,31	0,89	878	795
600x525 med.	5	12	166	4,73	1,34	0,93	878	613
600x525 max.	5	14	235	5,96	1,33	0,94	878	668
900x900 min.	5	8	167	4,79	1,35	0,94	874	623
900x900 med.	5	11	192	5,02	1,42	1,01	880	775
900x900 max.	5	14	219	5,50	1,46	1,04	874	704

Tabla 4.7. Individuos resultados de los puntos extremos y medio de los frentes de NSGA-II.

Como podemos observar en la Tabla 4.7, para cada terreno, las soluciones que se corresponden con una alta potencia instalada y unas altas pérdidas eléctricas por efecto Joule, son las soluciones con grandes seguidores solares compuestos por módulos FV de gran potencia. Además, los valores de la  $I_{mpp}$  y de la tensión del inversor no son dependientes del tamaño de la instalación, pero son ajustados por el algoritmo para poder alcanzar el objetivo deseado.

Por último, vamos a comparar un diseño arbitrario de un SFVCR con seguidores solares, con los diseños proporcionados por NSGA-II para un terreno de 400x400m. Para generar el individuo aleatorio hemos seleccionado módulos FV del fabricante "Suntech", inversores del fabricante "Siemens" y una estructura de seguimiento lo más grande posible dentro de las restricciones que hemos incorporado al algoritmo, es decir, nueve filas de módulos y catorce columnas, quedándonos el individuo de la Figura 4.9:

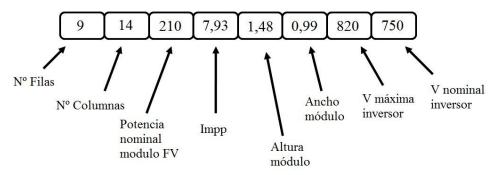


Figura 4.9. Individuo generado de forma arbitraria.

Diseño	Pérdidas (%)	Pot. Instalada (kW)
NSGA-II(max.)	1,5650	14702
NSGA-II(min.)	0,6664	5599
NSGA-II(med.)	0,9278	8340
Diseño arbitrario	3,8800	5927

Tabla 4.8. Potencia instalada y pérdidas por efecto Joule para un terreno de 400x400 m.

Comparando los resultados obtenidos por NSGA-II y el diseño arbitrario, expuestos en la Tabla 4.8, observamos claramente que cualquier punto del frente proporcionado por NSGA-II va a superar ampliamente en rendimiento, a cualquier diseño que realicemos basándonos exclusivamente en una distribución trivial de seguidores solares sobre el terreno y una elección arbitraria de los componentes del SFVCR.

# 4.4. Conclusiones

En este Capítulo se introducen los algoritmos evolutivos multi-objetivo en la optimización de plantas fotovoltaicas con seguimiento solar con la finalidad de introducir un nuevo objetivo y, por tanto, poder maximizar la potencia instalada en el terreno proporcionado, a la vez que se minimizan las pérdidas eléctricas por efecto Joule. En la primera parte del Capítulo se hace una breve introducción a la optimización multi-objetivo y se detalla la terminología que será usada posteriormente.

A continuación se exponen los algoritmos evolutivos multi-objetivo utilizados en este Capítulo (NSAGA-II y SPEA 2) y los resultados, en términos de hipervolumen, por cada uno de ellos para veinte terrenos propuestos, donde pueden ser instaladas plantas fotovoltaicas con seguimiento solar.

Para finalizar el Capítulo se comparan los resultados obtenidos por los algoritmos monobjetivo utilizados en el capítulo anterior, y los algoritmos multiobjetivo mencionados, constatando cómo estos últimos nos proporcionan mejores soluciones, tanto a niveles de pérdidas eléctricas y potencia instalada, como a nivel de flexibilidad de soluciones.

"Optimización del diseño y dimensionado de plantas fotovoltaicas con seguimiento solar mediante algoritmos evolutivos"

# A new methodology for calculating roadway lighting design based on NSGA-II

This chapter presents a new method for calculating the design of roadway lighting. Apart from its accuracy, this method, which is based on NSGA-II, has the added advantage of enhancing the energy efficiency of lighting installations. This is positive because the economic use of energy resources is evidently a priority in the world today. In our study, an exhaustive calibration process was used to fine-tune the accuracy and precision of the new method presented. The results obtained were then compared with those of DIALUX, a well-known free software program that is frequently used for the design of lighting installations. In the second phase of this research, the lighting installation was made more complex in order to verify the applicability of this new method to a wide range of different contexts.

# 5.1. Introduction

The design of roadway lighting can be regarded as a continuous optimization problem that is solvable with EAs. Nevertheless, such algorithms have not been widely applied to lighting [118], where the distribution of luminaires in exterior or interior lighting installations is generally calculated with software applications based on Finite Elements, Monte Carlo methods, or Linear Optimization [119]. Fortunately, this state of affairs has begun to change, and there is now increasing interest in optimizing all types of lighting, especially since lighting has an incalculable impact on human safety, ergonomics, energy savings, and even human physiology and psychology. However, until now, most studies have only provided partial solutions without attacking the core of the problem, namely, the lighting itself. In this Thesis we describe a calculation method for the distribution of roadway luminaires, which is entirely based on EAs.

Once developed, this method was calibrated by comparing its results in a wide variety of situations with the results of DIALUX, a well-known free software program.

The algorithm used in our study is the NSGA-II [111]. The algorithm incorporates mechanisms specifically conceived to deal with roadway lighting optimization and has the following objectives:

- To maximize the overall illuminance uniformity, U0.
- To maximize the installation efficiency,  $\epsilon$ .

In the examples given, the algorithm is used to select and distribute roadway lighting properties (i.e. the height of the lamps and the spacing between them) in such a way as to maximize these two objectives. Both properties are part of the solution to the problem in which the overall illuminance uniformity and the installation efficiency are identified and specified. Our experimental study also compared the NSGA-II results with those obtained with DIALUX.

# 5.2. Roadway lighting

# 5.2.1. Background and positioning

The main objective of road lighting is to produce safe and comfortable vision at night. The effective use of public lighting on roadways evidently helps to protect drivers and improve vehicle traffic by making it more fluid. In addition, it also provides economic benefits stemming from the rationalization of illumination levels. When levels are optimal, they provide sufficient illumination to reduce night-time accidents. Yet, at the same time, illumination should not be excessive since sustainable lighting installations should minimize electricity consumption.

Roadway lighting installations are characterized by geometrical parameters as well as by the light distribution of the luminaires and their light sources. The requirements for the lighting performance of such installations have been specified by the International Commission on Illumination [120]. The performance level is calculated as the values of certain criteria known as light technical parameters. For example, certain light technical parameters are illuminance-based (where the illuminance is the luminous flux received per unit of surface) whereas other parameters are luminance-based (i.e. the emitted luminous flux within a given solid angle per unit

of surface in a given direction), taking into account the relevant parameters for the visual tasks. Ideally, luminaires for roadway lighting should ensure a spatial redistribution of the luminous flux of the lamps inside them. In this way, the required average illuminance of the road surface as well as the other parameters specified by the CIE, are attained with a minimum luminous flux, and therefore, a minimum electrical power consumption.

An important criterion for the roadway lighting design in this article was to achieve a compromise between the maximum overall illuminance uniformity of the road surface and the maximum energy efficiency of the installation, while maintaining a constant mean illuminance. The overall illuminance uniformity is:

$$U_0 = \frac{E_{\min}}{E_{av}} \tag{5.1}$$

where  $E_{min}$  is the minimum illuminance value calculated over all units between the next two lighting fittings, and where  $E_{av}$  is the average illuminance. The maximum energy efficiency of the installation can be represented as follows:

$$\varepsilon = \frac{A \cdot E_{av}}{P} \tag{5.2}$$

where *A* is the illuminated surface, and *P* is the total electrical power installed, including the light sources and the electrical auxiliary devices. Given the objectives of maximum efficiency and maximum uniformity within the constraints imposed by the CIE norms for road lighting, this can be regarded as an optimization problem.

#### 5.2.2. Numerical data

To calculate the spatial light distribution on the roadway surface, the manufacturers provide the spatial light distribution of the luminous flux for each type of luminaire in terms of light intensity. These intensities are shown in Table 5.1.

	C0º	C15º	C30º	-	C360º
00	I(0º,0º)	I(15º,0º)	I(30º,0º)		I(360º,0º)
5º		I(15º,5º)	I(30º,5º)		I(360°,5°)
10º	I(0º,10º)	I(15º,10º)	I(30º,10º)		I(360°,10°)
-					
90º	I(0º,90º)	I(15º,90º)	I(30°,90°)		I(360º,90º)

Table 5.1. Luminous intensities  $I(C, \gamma)$ .

The luminous intensity is defined as follows:

$$I(C,\gamma) = \frac{d\Phi}{d\omega} \tag{5.3}$$

where  $d\Phi$  is the luminous flux emitted in an elementary spatial direction  $d\omega$ ; C is the azimuthal angle; and  $\gamma$  is the elevation or vertical angle (see Figure 5.1.).

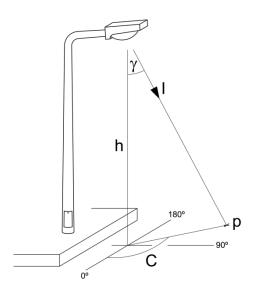


Figure 5.1. C-γ Coordinate system.

As shown in Table 5.1, the luminous intensity is represented by means of a coordinate system (I, C,  $\gamma$ ) where I represents the numerical value of the luminous intensity measured in cd/klm. Therefore, the horizontal illuminance of a luminaire at a certain point of the roadway can be calculated with the following formula:

$$E(p) = \frac{\Phi_L}{1000} \cdot \frac{I(C, \gamma)}{h^2} \cdot Cos^3 \gamma$$
 (5.4)

where h is the mounting height of the luminaire, and  $\Phi L$  is the luminous flux of the lamp. The horizontal illuminance of all the luminaires installed at a certain point is expressed as follows:

$$E(p) = \frac{\Phi_L}{1000} \cdot \sum \frac{I(C, \gamma)}{h^2} \cdot Cos^3 \gamma$$
 (5.5)

In this way, it is possible to calculate the lighting contribution of all the luminaires at any point of the road surface.

# 5.2.3. *Lighting systems*

For straight stretches of road, there are three basic distributions of aiming points.

# 5.2.3.1 One-sided arrangement

A one-sided or single-sided arrangement (Figure 5.2) is generally used when the width of the road is smaller than the mounting height of the luminaires. Luminaires in this type of configuration are installed on one side of the road. The luminance of the road surface at the far side of the road is inevitably less intense than that on the side where the luminaires are located. This arrangement has the advantage of providing good visual guidance for drivers on the road as well as good longitudinal uniformity.

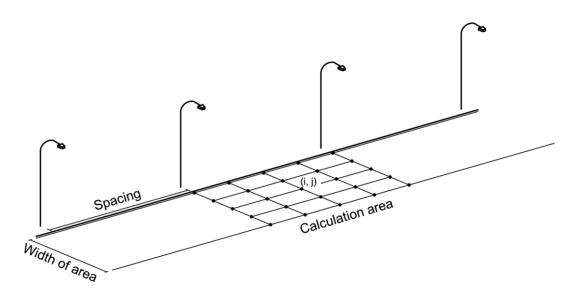


Figure 5.2. One-sided installation.

# 5.2.3.2 Two-sided staggered arrangement

A two-sided staggered arrangement is mainly used when the width of the road is between 1 and 1.5 times the mounting height of the luminaires. Luminaires in this type of configuration are located on both sides of the road in a staggered or zigzag pattern (Figure 5.3). It is necessary to ensure that the luminance on the road surface is uniform since alternate bright and dark patches can produce an unpleasant zigzag effect.

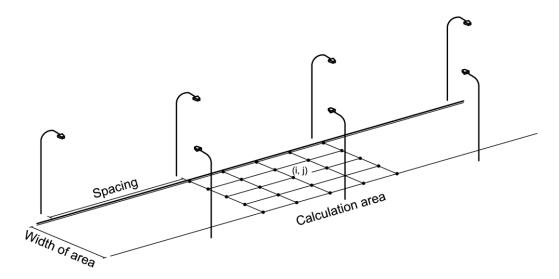


Figure 5.3. Two-sided staggered installation.

# 5.2.3.3 Two-sided coupled arrangement

A two-sided coupled or opposite arrangement (Figure 5.4) is used mainly when the width of the road is more than 1.5 times the mounting height of the luminaires. Luminaires in this type of configuration are located opposite each other.

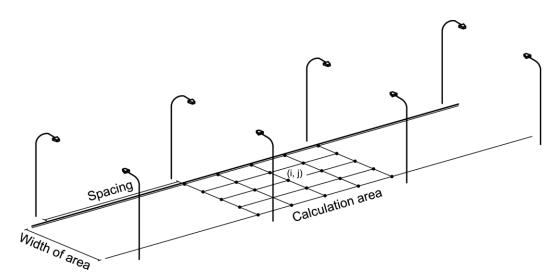


Figure 5.4. Two-sided coupled installation.

For the sake of simplicity, a specific application scenario was selected for the I-table optimization. This scenario was the following: a two-lane road with a width of 7.5m, no tilt angle, and no overhang. Accordingly, the  $E_{av}$ ,  $U_0$  and other relative parameters are only dependent on the I-table. The calculation area is composed of i rows and j columns (i=8 and j=40 divided into 1m × 1m intervals). The illuminance of point  $P_{ij}$  comes from k luminaires, as shown in Figures 5.2 - 5-4, and can be calculated with Equation 5.5. The following expression can be used to calculate the overall illuminance uniformity:

$$U_{0} = \frac{Min\left(E_{ij}\right)}{Avg\left(E_{ij}\right)} \tag{5.6}$$

The result obtained with this method is the mounting height and spacing of luminaires. The two optimization variables are the overall uniformity,  $U_0$ , and the installation efficiency,  $\epsilon$ . These objectives are contradictory. In fact, as the overall uniformity increases, so does the spacing between the streetlights. This means that, the installed power in the street will be greater, and thus, the installation will be less efficient. Consequently, the bi-objective optimization outcomes are a solution set that is a compromise between these two objectives. The genetic algorithm parameters used for the different optimizations are shown in Table 5.2.

Parameter	Value
Number of generations (Ngen)	150
Number of individuals per generation	100
Crossing probability	90%
Mutation probability	10%

Table 5.2. NGSA-II parameters used for this optimization.

# 5.3. Road lighting criteria and results

In order to ascertain the potential of the evolutionary algorithms applied to road lighting, this study analyzed the single-side, staggered, and double-side luminaire arrangements. The randomly selected case study was a road for motor vehicles driving at a very limited speed or a suburban residential street with sidewalks for pedestrians on both sides of the road. Based on the CIE recommended values, this is lighting class

CE2, where  $E_{av} \ge 20$  lux is the minimum average illuminance and  $U_0 \ge 0.4$ . The length of the street is 300 meters. These data were necessary to calculate the energy efficiency,  $\varepsilon$ .

# 5.3.1. *Tests*

This process was composed of two well-defined steps: (i) program calibration; (ii) optimization of lighting systems for a specific road lighting case. The calibration of the method followed a sequence from the simplest to the most complex situations in public lighting. We thus started with the  $I(C, \gamma)$  data of certain luminaires that are frequently used in public lighting (see Figure 5.5 for their polar intensity diagrams). Typical values were entered for the geometrical parameters of a given street (height, spacing between luminaires, street dimensions, etc.). The mean illuminance,  $E_{av}$ , the overall uniformity, U0, and the installation efficiency,  $\varepsilon$ , were then calculated for the simple case of a High Pressure Sodium (HPS) lamp at 70 W. The resulting values were compared with those obtained with DIALUX [121], a well-known and effective free software program, which was applied to the same conditions and configuration.

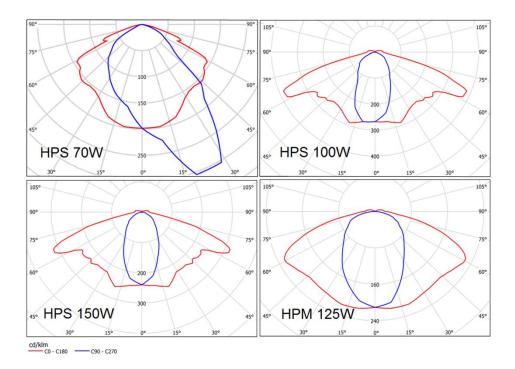


Figure 5.5. Polar intensity diagrams of the luminaires of 70 W, 100 W, 150 W high pressure sodium lamps and a 125W high pressure mercury lamp.

The comparison was performed by means of the *Relative Difference*, which is given by:

$$RD = \frac{|\text{Value Algorithm}| - |\text{Value Dialux}|}{|\text{Value Dialux}|} \cdot 100$$
 (5.7)

This process was repeated for the most typical public lighting arrangements (one-sided, two-sided staggered, and two-sided coupled) as shown in Table 5.3.

Config.	One-sided			Two-sided Staggered			Two-sided Coupled		
	Alg.	DIAL.	RD (%)	Alg.	DIAL.	RD (%)	Alg.	DIAL.	RD (%)
$E_{av}(lux)$	15.65	15.00	4.33	16.33	16.00	2.10	16.33	16.00	2.06
$U_{0}$	0.40	0.40	0	0.53	0.50	6.00	0.18	0.20	10.0
ε	35.94	34.44	4.36	35.00	34.30	2.04	32.82	36.73	10.65

Table 5.3. Comparison between the values obtained with the proposed algorithm and DIALUX.

The small differences between both methods (the algorithm proposed in this paper and DIALUX) clearly show the accuracy and thus the perfect calibration of our method. After the calibration, the second step was the optimization of the road lighting design by maximizing the overall uniformity and energy efficiency of the installation by means of the multi-objective algorithm. These objectives were attained for reasonable ranges of the geometrical parameters (height and spacing between luminaires) and a minimum value of average illuminance, E<sub>av</sub>, based on the CIE recommendations. In fact, as shall be seen, certain results were quite surprising.

# 5.3.2. First case study: One-sided arrangement

The consideration of the previously mentioned parameters in the simplest lighting installation (i.e. the one-sided arrangement) yielded four families of results, one for each luminaire (see Figure 5.5). The plot of efficiency vs. uniformity in Figure 5.6 shows that the most efficient installation is the one using high pressure sodium light sources of 70 W. As can be observed in this graph, each point corresponds to a potential solution.

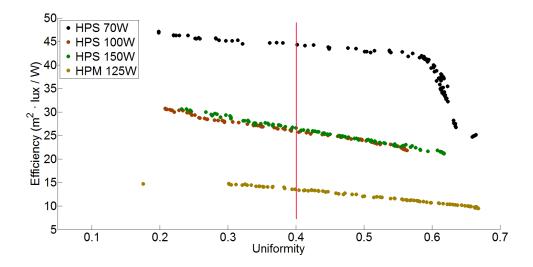


Figure 5.6. NSGA-II fronts to the one-sided installation.

Given that the CIE recommends a minimum uniformity  $U_0 = 0.4$ , the most efficient solution in which the  $U_0$  exceeds this value is the most accurate for the design of the lighting installation. The nearest point to the right of the red line in Figure 5.6 was thus selected. The parameters of this solution are shown in Table 5.4.

Parameter	Value
Spacing (m)	14.30
Height (m)	6.30
Uniformity	0.405
Efficiency	44.30
E <sub>av</sub> (lux)	25,00
E <sub>min</sub> (lux)	10.13
E <sub>max</sub> (lux)	49.49

Table 5.4. Design parameters and resulting values of the solution with the highest efficiency (one-sided installation).

Figure 5.7 shows the lighting distribution on the road and its main parameters as specified by DIALUX.

As can be seen, there is a clear linear relationship between the efficiency of the installation and its overall uniformity, which would take the following form:

$$\varepsilon = -aU_0 + b \tag{5.8}$$

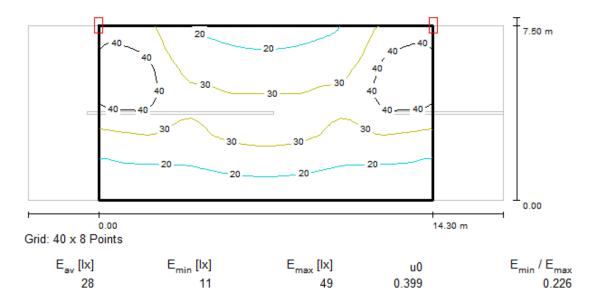


Figure 5.7. Simulation result obtained with DIALUX in the case of a one-sided installation.

In the first case, (HPS 70 W), this relationship is clearer if the data are divided into two sets.

# 5.3.3. Second case study: Two-sided staggered installation

Sometimes, when the streets are wider, it is necessary to set luminaires on both sides of the street. In the two-sided staggered installation, luminaires are placed on the two sides of the street though not in front of each other. However, there is a shift as shown in Figure 5.3. The insertion of the parameters of this configuration in the evolutionary algorithm (Figure 5.8) again shows that the most efficient installation is the one with high pressure sodium light sources of 70 W.

Table 5.5 shows the parameters of the two-sided staggered installation.

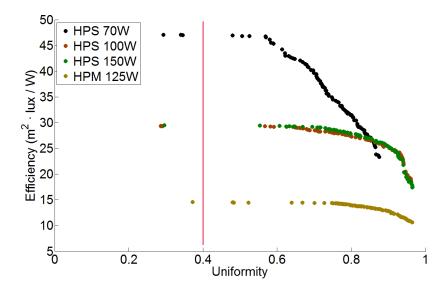


Figure 5.8. NSGA-II fronts to the two-sided staggered installation.

Parameter	Value
Spacing (m)	12.27
Height (m)	5.00
Uniformity	0.478
Efficiency	46.97
E <sub>av</sub> (lux)	71.61
E <sub>min</sub> (lux)	34.33
$E_{max}(lux)$	101.98

Table 5.5. Design parameters and resulting values of the solution with the highest efficiency (two-sided staggered installation).

Figure 5.9 shows the light distribution on the road.

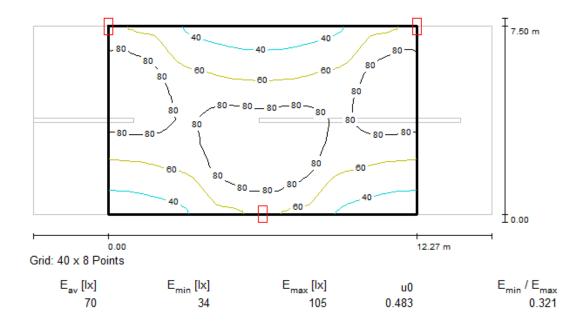


Figure 5.9. Simulation result obtained with DIALUX in the case of the two-sided staggered installation.

In this case as in the previous one, there is also an evident linear relationship between efficiency and uniformity.

# 5.3.4. Third case study: Two-sided coupled installation

Finally, when a street requires greater illuminance or when it is very wide, luminaires must be installed on both sides. However, in this case, unlike the previous one, the luminaires are placed directly opposite each other (Figure 5.4). Once again, the evolutionary algorithm shows that the most efficient solutions are those that use high pressure sodium light sources of 70 W (see Fig. 5.10).

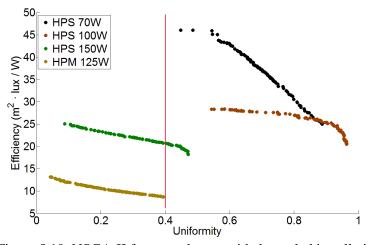


Figure 5.10. NSGA-II fronts to the two-sided coupled installation.

The parameters of the most accurate solution are shown in Table 5.6.

Parameter	Value
Spacing (m)	14.00
Height (m)	5.00
Uniformity	0.449
Efficiency	46.04
E <sub>av</sub> (lux)	63.03
E <sub>min</sub> (lux)	28.27
E <sub>max</sub> (lux)	87.23

Table 5.6. Design parameters and resulting values of the solution with the highest efficiency (two-sided coupled installation).

Figure 5.11 shows the illumination levels.

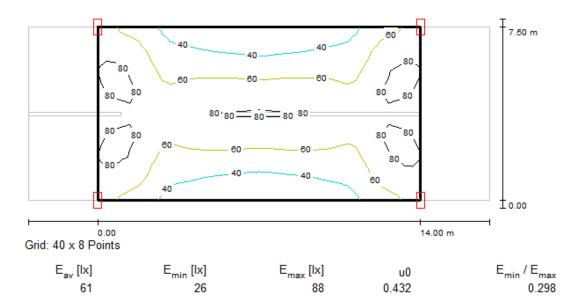


Figure 5.11. Simulation result obtained with DIALUX in the case of the two-sided coupled installation.

Once more, a linear relationship between efficiency and uniformity can be observed in the data in Figure 5.10.

#### 5.4. Conclusions

This chapter has described a new methodology based on a MOEA. The results obtained were compared with those of DIALUX, a software program that is widely used to design lighting installations. The following calculations can be derived from this research:

- The direct evaluation of the overall uniformity and average illuminance performed with formula (5.1) and (5.5) agree with the DIALUX results.
  - Although DIALUX give accurate results when calculating urban lighting installations, it does not provide certain important parameters such as energy efficiency. This is a critical parameter because it measures the economical and environmental friendliness of an installation. Hence, it is necessary to develop and use programs and algorithms that include this parameter. This research demonstrates that the highest efficiency is achieved when the light sources used are those that consume less power.
- Of the three lighting configurations simulated for a given street with fixed conditions of mean illuminance, the two-sided staggered installation yielded the best results in terms in energy efficiency.
- The new methodology based on NSGA-II optimizes the results in terms of energy efficiency. In other words, it gives the most economical results in terms of power consumption and number of luminaires for a fixed uniformity, while fulfilling the requirements for each installation.
- Figures 5.6, 5.8, and 5.10 show that there is a clear linear relationship between efficiency and overall uniformity (see Equation 5.8). Even in those cases where this relationship is not as clear, the data can be rearranged in two sets, each of which individually fulfills the linear dependence. This relationship, which until now has not been reported in the literature, was detected, thanks to the powerful tool provided by NSGA-II that allow the handling of large sets of solutions.
- The implications of the relationship between efficiency and uniformity as well as its potential applications to the design of lighting installations open an exciting field of research that has hitherto been unexplored. Future research will also focus on applying this new methodology to other lighting situations and contexts.

# Conclusiones y futuras líneas de investigación

#### 6.1. Conclusiones y aportaciones de la Tesis

En esta Tesis Doctoral se ha abordado el problema de la optimización en el diseño y dimensionado de una planta fotovoltaica con seguimiento solar, haciendo uso de algoritmos evolutivos. Dicha optimización comprende el tamaño y la distribución de los módulos fotovoltaicos en la estructura de seguimiento solar, así como la distribución de los seguidores solares en el terreno proporcionado y los parámetros eléctricos de los inversores utilizados para encontrar la configuración que genere las menores pérdidas eléctricas por efecto Joule en los conductores, a la vez que el diseño obtenido permita un alto aprovechamiento del terreno en términos de potencia instalada.

En las plantas fotovoltaicas conectadas a red, instaladas en terrenos de medianas o grandes dimensiones, es necesario utilizar conductores eléctricos de longitudes considerables, lo cual va a repercutir en pérdidas eléctricas nada despreciables. Si se hace una mala elección de los módulos fotovoltaicos y un diseño equívoco de las conexiones serie-paralelo dentro de la estructura de seguimiento, podemos estar transportando la energía eléctrica de los generadores fotovoltaicos a unos parámetros de intensidad y tensión no deseables para los inversores eléctricos escogidos y que no sean óptimos, desde el punto de vista de dichas pérdidas.

 Se ha hecho uso de algoritmos evolutivos monobjetivo para minimizar, en la medida de lo posible, las pérdidas eléctricas por efecto Joule en los conductores que llevan la energía de los generadores fotovoltaicos hasta los inversores. Se ha realizado dicho transporte en corriente continua, aprovechando, de este modo, las tensiones de entrada de los inversores y pudiendo hacer el transporte de la energía a una intensidad tan baja como ha sido posible.

Los algoritmos evolutivos utilizados para esta primera fase del trabajo han sido: un algoritmo genético estacionario, un algoritmo genético generacional, un algoritmo evolutivo CHC y seis variantes de un algoritmo de evolución diferencial (DE). Se han propuesto cuarenta terrenos ejemplo, donde podrían instalarse plantas fotovoltaicas con seguimiento solar, y se han analizado los resultados proporcionados por cada uno de los algoritmos evolutivos utilizados. Posteriormente, se han utilizado test estadísticos para confirmar las diferencias entre los algoritmos utilizados, concluyendo el algoritmo de evolución diferencial como la mejor opción de todas las utilizadas, gracias a su rápida convergencia hacia el óptimo buscado y a su capacidad para encontrar la mejor solución.

Tras realizar esta primera parte del trabajo y analizar los resultados, se ha comprobado que aunque las soluciones obtenidas son muy buenas desde el punto de vista de las pérdidas eléctricas por efecto Joule en los conductores, el aprovechamiento que se hace de los terrenos proporcionados no es óptimo. Así, se han obtenido soluciones de diseño tales que, para mantener bajo el nivel de dichas pérdidas, se quedan vacías ciertas zonas del terreno, haciendo que la planta fotovoltaica tenga una potencia instalada menor a la que podría ser la adecuada, dadas las dimensiones disponibles.

 La segunda parte de esta Tesis Doctoral ha consistido en la inclusión de un segundo objetivo a optimizar, con la intención de conseguir soluciones más eficientes desde el punto de vista energético. El objetivo adicional introducido ha sido la maximización de la potencia instalada en el terreno.

Para llevar a cabo esta parte del trabajo se ha hecho uso de algoritmos evolutivos multi-objetivo de segunda generación, más concretamente, los algoritmos SPEA 2 y NSGA-II. En este caso, las soluciones proporcionadas por los algoritmos no han sido valores numéricos, sino frentes o curvas sobre unos ejes cartesianos que representan cada uno de los dos objetivos a optimizar. Estas curvas están

formadas por diversos puntos solución, cada uno de los cuales lleva asociado un valor de pérdidas eléctricas y de potencia instalada.

- Se han analizado los resultados obtenidos por SPEA 2 y NSGA-II y se ha hecho uso del indicador de hipervolumen para medir la calidad de los frentes obtenidos por cada uno de los dos algoritmos evolutivos multi-objetivo utilizados, el cual nos da una idea de la cercanía de los frentes al frente óptimo de Pareto, y de cómo de dispersas se encuentran las soluciones dentro del frente obtenido. Se ha comprobado cómo NSGA-II supera a SPEA 2 en todos los terrenos propuestos, tanto en la proximidad al frente óptimo de Pareto, como en la dispersión de las soluciones, concluyendo que el algoritmo evolutivo multi-objetivo NSGA-II es el que mejor se adapta al problema de la optimización de plantas fotovoltaicas conectadas a red con seguimiento solar.
- Se ha realizado una comparación de los resultados obtenidos por el algoritmo evolutivo que mejores soluciones ha aportado de la primera parte del trabajo (el algoritmo de evolución diferencial), con los resultados del algoritmo evolutivo multi-objetivo que mejor se ha comportado en la segunda parte de este trabajo (NSGA-II). A la vista de esta comparación, se ha concluido que la gran cantidad de puntos solución que posee el frente proporcionado por NSGA-II suministran una gran flexibilidad a la hora de proyectar el diseño de una planta fotovoltaica, ya que podemos escoger, entre un amplio abanico de soluciones óptimas, la solución que mejor se adapte a nuestras necesidades, mientras que con los algoritmos monobjetivo la solución es única. Además, si bien el algoritmo NSGA-II no es capaz de encontrar diseños de la planta fotovoltaica tales que las pérdidas por efecto Joule en los conductores sean tan bajas como las obtenidas por el algoritmo de evolución diferencial, esos diseños sí proporcionan una potencia instalada en el terreno mucho mayor que la proporcionada por los diseños del algoritmo de evolución diferencial, haciendo, de esta manera, las soluciones mucho más interesantes desde el punto de vista económico.
- En último lugar, se ha aplicado uno de los MOEAs utilizado en la optimización de SFVCRs, más concretamente NSGA-II, para diseñar un nuevo método de diseño de alumbrado vial en el que optimiza la eficiencia energética de la instalación. La metodología, obtenida a través de los frentes proporcionados por

NSGA-II proporciona los resultados más económicos en términos de potencia consumida y número de luminarias instaladas, para una uniformidad fijada, mientras se cumplen los demás requisitos de la instalación. De esta forma podemos destacar que el algoritmo NSGA-II implementado, tiene aplicación en el campo del alumbrado vial exterior.

#### 6.2. Futuras líneas de investigación

La incapacidad por parte de las administraciones públicas de mantener las ayudas inicialmente propuestas para el sector fotovoltaico hace que cobre más importancia, si cabe, la optimización de las instalaciones fotovoltaicas para encontrar una rentabilidad tal, que atraiga los capitales de los inversores y permita continuar el crecimiento de un sector que se ha visto enormemente penalizado en los últimos años. A partir de esta consideración y de los resultados obtenidos en la Tesis Doctoral, se sugieren los siguientes trabajos como futuras líneas de investigación:

- Análisis económico de las soluciones adoptadas. Haciendo uso de bases de datos de precios, proporcionadas por los fabricantes, se puede hacer un estudio económico de los costes de instalación de cada una de las soluciones proporcionadas por los frentes obtenidos, así como de la producción energética alcanzada.
- Uso de algoritmos evolutivos multi-objetivo con más de dos objetivos para introducir más parámetros a optimizar. Así, se puede introducir un tercer parámetro como son las pérdidas por mismatch o conexionado en las conexiones serie-paralelo de los paneles fotovoltaicos. De esta manera, en vez de curvas, las soluciones serían planos formados por puntos que harían referencia a los tres objetivos del problema.
- Optimización de la calidad de la forma de onda proporcionada por los inversores eléctricos que convierten la corriente continua generada por los módulos fotovoltaicos en corriente alterna que es inyectada a la red.

## Final features and future research

#### **Conclusions**

The problem of optimizing the design and sizing of a PV plant with solar tracking has been solved in this PhD Thesis using evolutionary algorithms (EAs). This optimization includes the size and distribution of the PV modules on the solar tracking structure, the distribution of solar trackers on the field and the electrical parameters of the used inverters, to find the setting generating lower electrical Joule losses in the wires. In addition, the obtained design provide us a high level of utilization of the field in terms of total power capacity.

The grid-connected photovoltaic systems (SFVCRs) installed on fields of medium or large size, require electrical wires of considerable length. It has a remarkable impact in the electrical Joule losses. If a bad choice of PV modules is made, and the design of series-parallel connections within the tracking structure is wrong, the electrical energy produced by the PV modules could be carried at levels of voltage and intensity not accurate for the inverters to be used, and far from optimal, from the point of view of such losses.

Monobjective evolutionary algorithms have been used to minimize, as much as
possible, the electrical Joule losses in the wires carrying electrical current from

PV arrays to inverters. Such transport has been made in DC current, taking advantage of input inverters voltage and therefore making the current intensity is as low as possible.

• The EAs used for this first phase of the study were: a steady genetic algorithm, a generational genetic algorithm, the evolutionary algorithm CHC and six variants of a differential evolution algorithm (DE). Forty fields have been proposed where SFVCRs with solar tracking could be installed, and the results provided by each EAs, have been analyzed. Then, statistical tests were used to confirm the differences between the algorithms implemented, concluding the DE algorithm as the best option of all used, thanks to its fast convergence towards the searched optimal and its capability to find the best solution.

After carrying out this first part of the work and analyzing the results, it was found that although the obtained solutions were very good from the standpoint of electrical Joule losses in the conductors, the use made of the field provided is not optimal. Thus, we have obtained design solutions in which, keeping low levels of the losses, made some areas of the land empty. It makes the PV plant have a lowest installed capacity, given the available dimensions.

 The second part of this PhD Thesis consisted on the inclusion of a second objective to be optimized, with the aim of achieving more efficient solutions in terms of energy. The additional objective introduced has been the maximization of the power capacity installed on the field.

To perform this part of the work, multi-objective evolutionary algorithms (MOEAs) of second generation, (SPEA 2 and NSGA-II) have been used. In this case, the solutions provided by the algorithms are not numerical data but fronts or curves on Cartesian axes representing each one of the two targets to optimize. These curves are formed by several solution points, where each point is associated to a electrical losses and an installed power value.

• The results obtained by SPEA 2 and NSGA-II have been analyzed and, using the quality indicator "hypervolume", the quality of the fronts achieved by each one of the two MOEAs, has been measured. It gives an indication of the proximity of the fronts to the Pareto optimal front and the dispersion of the solutions within

- the obtained in front. We have verified that NSGA-II outperforms SPEA 2 in the
  twenty proposed fields, in proximity to the Pareto optimal front and dispersion
  of the solutions. From these results we can conclude that NSGA-II is the best
  adapted algorithm to the problem of the optimization of grid-connected PV
  plants with solar tracking.
- The results obtained by the EA providing better solutions in the first part of the work (the differential evolution algorithm) have been compared with the results of the best MOEA in the second half of this work (NSGA-II). After the comparison, we can conclude that the large number of solution points held by the NSGA-II front provides an excellent flexibility when planning the design of a PV plant, since we can choose among a wide range of optimal solutions, the best adapted one to our needs, whereas with the monobjective algorithms the solution is only one. Moreover, although the algorithm NSGA-II does not allow to find PV plant designs with electrical Joule losses as low as those obtained by the DE algorithm, its designs provide an installed power capacity on the field much greater than the one provided by the designs of the DE algorithm.
- Finally, one of the MOEAs used for SFVCRs optimization, specifically NSGA-II, has been applied to design a new methodology to calculate the design of roadway lighting that optimizes the efficiency of the installation. The methodology, obtained through the fronts provided by NSGA-II incorporates mechanisms specifically conceived to deal with roadway lighting optimization and has two main objectives: maximize the overall illuminance uniformity and maximize the installation efficiency. It gives the most economical results in terms of power consumption and number of luminaires for a fixed uniformity, while fulfilling the requirements for each installation.

#### **Future research**

The difficulties of governments to keep the incentives initially proposed for the photovoltaic industry make the optimization of photovoltaic systems even more important (if possible) in order to find profitability attractive for investors and enable to keep the growth of a sector that has been greatly penalized in the last years. From this consideration and the results obtained from the PhD Thesis, the following works are suggested as future research:

- Economic analysis of the solutions adopted. Using databases prices, provided by
  the manufacturers. An economic study of the costs of installation, and the
  energy production gained of each one of the solutions provided by the fronts
  obtained can be completed.
- The use of multi-objective evolutionary algorithms, with more than two targets, to introduce more parameters to be optimized. In this way, a third parameter such as mismatch losses or wiring in series-parallel connections of PV modules, can be introduced. Thus, instead of curves, the solutions would be planes formed by points that would refer to the three objectives of the problem.
- Optimizing the quality of the provided waveform by the electrical inverters that convert DC power generated by the PV modules to AC power that is injected into the grid.

## **Curriculum Vitae**

Daniel Gómez Lorente nació en Granada el 30 de junio de 1983, comenzando sus estudios universitarios de Ingeniería Industrial en 2001 en la Universidad de Málaga, concluyéndolos en 2007, tras el Proyecto Fin de Carrera.

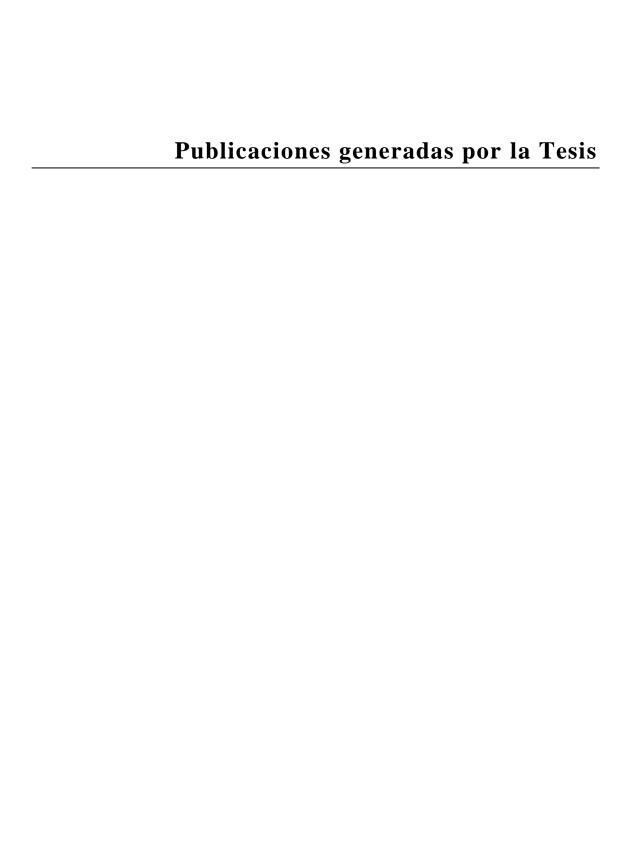
En 200,7 comienza a trabajar en un estudio de ingeniería en Granada, desempeñando tareas de cálculo de instalaciones eléctricas, cálculo de estructuras de naves industriales, cálculo de estudios acústicos y diseño de planos con herramientas de CAD en la realización de proyectos.

En 2009, se matricula del programa de Doctorado Seguridad, Calidad y Optimización de Recursos en Infraestructuras y su Relación Medioambiental de la Universidad de Granada, obteniendo en 2010 el Diploma de Estudios Avanzados (DEA), que le permite continuar con sus estudios de Doctorado.

En 2010, la Junta de Andalucía le concede una beca pre-doctoral en el Área de Ingeniería Eléctrica, dentro del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Granada, que le ayuda a seguir con la investigación que derivará en esta Tesis Doctoral y otras líneas de investigación actualmente abiertas, a la vez, que permite su formación como docente, impartiendo clases prácticas en los Grados de Ingeniería Civil, Ingeniería Química e Ingeniería Electrónica Industrial de la UGR.

Durante el periodo del 3 de diciembre de 2012 al 3 de marzo de 2013, realiza una estancia internacional en el Departamento Enzo Ferrari de la Universidad de Módena y Reggio Emilia en Italia. Durante esta estancia, realiza una colaboración

especial con la Empresa Amplio Solar Srl con domicilio fiscal en la ciudad de Bolonia. Fruto de la investigación realizada durante este periodo, se ha llegado al envío de una comunicación a la revista científica "Solar Energy", donde se encuentra en periodo de revisión.



## **PUBLICACIONES**

- D. Gómez-Lorente, E. Alameda-Hernández, F. Aznar Dols, A. Espín Estrella. Gridconnected photovoltaic-systems design using evolutionary strategies. Journal of Renewable and Sustainable Energy, vol. 4, no. 1, 2012.
- D. Gómez-Lorente, I. Triguero, C. Gil, A. Espín Estrella. Evolutionary algorithms for the design of grid-connected PV-systems. Expert Systems with Applications, vol. 39, no. 9, pp. 8086-8094, 2012.
- D. Gómez-Lorente, O. Rabaza, A. Espín Estrella, A. Peña-García. A new methodology for calculating roadway lighting design based on a multi-objective evolutionary algorithm.
   Expert Systems with Applications, vol. 40, no. 6, pp. 2156-2164, 2013.
- O. Rabaza, A. Peña-García, F. Pérez-Ocón. D. Gómez-Lorente. A simple method for designing efficient public lighting, based on a new parameter relationships. Expert Systems with Applications, vol. 40, no. 18, pp. 7305-7315, 2013.

## ARTÍCULOS EN REVISIÓN

- D. Gómez-Lorente, I. Triguero, C. Gil, A. Espín Estrella. Multi-objective evolutionary algorithms for the design of grid-connected solar tracking systems. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2013.
- D. Gómez Lorente, S, Pedrazzi, G. Zini, A. Dalla Rosa, P. Tartarini. Mismatch losses in PV power plants. Solar Energy, 2013.

## **CONFERENCIAS INTERNACIONALES**

D. Gómez-Lorente, E. Alameda-Hernández, F. Aznar Dols, M.J. Mercado-Vargas, A. Espín Estrella. Grid-connected PV-systems Joule design using Evolutionary Strategies.
 International Conference on Renewable Energies and Power Quality. (ICREPQ'12)
 Santiago de Compostela (Spain), 28th to 30th March, 2012.

## **CONFERENCIAS NACIONALES**

 D. Gómez-Lorente, I. Triguero, C. Gil, A. Espín Estrella. Algoritmos evolutivos multiobjetivo para el diseño de plantas fotovoltaicas con seguimiento solar. IX Congreso Español de Metaheurísticas, Algoritmos Evolutivos y Bioinspirados (MAEB 2013) Madrid (España), 17-20 septiembre 2013.

		seguimiento sola	

# Bibliografía

Las referencias bibliográficas que se han utilizado para la realización de esta Tesis se han situado según el orden de aparición en el documento.

[1] EPIA, 2013. [En línea]. Available: www.epia.org.

- [2] Real Decreto 436/2004, de 12 de marzo por el que se establece la metodología para la actualización y sistemización del régimen jurídico y económico de la actividad de producción de energía eléctrica en régimen especial.
- [3] P. Bhubaneswari, S. Iniyanb y G. Ranko, «A review of solar photovoltaic technologies,» *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 15, nº 3, pp. 1625-1636, 2011.
- [4] R. Swanson, «Photovoltaics power up,» Science, vol. 324, nº 5929, pp. 891-892, 2009.
- [5] D. J. Swider, L. Beurskens, S. Davidson, J. Twidell, J. Pyrko y W. Pruggler, «Conditions and costs for renewables electricity grid connection: Examples in Europe,» *Renewable Energy*, vol. 33, nº 8, pp. 1832-1842, 2008.
- [6] L. Kenneth y M. Jared, «Configuration optimization of a photovoltaic power plant in relation to cost and performance,» de *In Proceedings ASME conference 4th international conference on energy sustainability*, 2010.
- [7] Y. Asiedu y M. Chen, «Photovoltaic generation network design via a mixed integer programming model: A case study,» *Information Systems and Operational Research*, vol. 35, nº 3, p. 225, 1997.
- [8] B. Bartoli, V. Cuomo, F. Fontana, C. Serio y V. Silvestrini, «The design of photovoltaic plants: An optimization procedure,» *Applied Energy*, vol. 18, nº 1, pp. 37-47, 1984.
- [9] J. C. Hernández, A. Medina, S. Davidson y F. Jurado, «Optimal allocation and sizing for profitability and voltage enhancement of PV systems on feeders,» *Renewable Energy*, vol. 32, nº 10, pp. 1768-1789, 2007.
- [10] A. Eiben y J. E. Smith, «Introduction to Evolutionary Computing,» Springer-Verlag, 2003.
- [11] A. Fernandez, S. Garcia, E. Luengo, J. Bernado-Mansilla y F. Herrera, «Genetics-based machine learning for rule induction: State of the art, taxonomy and comparative study,» *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 14, nº 6, pp. 913-941, 2010.
- [12] S. Garcia y F. Herrera, «Evolutionary under-sampling for classification with imbalanced data sets: Proposals and taxonomy,» *Evolutionary Computation*, vol. 13, nº 3, pp. 275-

- 306, 2009.
- [13] I. Triguero, S. García y F. Herrera, «IPADE: Iterative prototype adjustment for nearest neighbor classification,» *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 21, nº 12, pp. 1984-1990, 2010.
- [14] I. Triguero, S. García y F. Herrera, «Differential evolution for optimizing the positioning of prototypes in nearest neighbor classification,» *Pattern Recognition*, vol. 44, nº 4, pp. 901-916, 2011.
- [15] R. Banos, F. Manzano-Agugliaro, F. Montoya, C. Gil, A. Alcayde y J. Gómez, «Optimization methods applied to renewable and sustainable energy: A review,» *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 15, nº 4, pp. 1753-1766, 2011.
- [16] G. B. Shrestha y L. Goel., «A study on optimal sizing of stand-alone photovoltaic stations,» *IEEE Transactions, Energy Conversion*, vol. 13, nº 4, pp. 373-378, 1998.
- [17] B. Burger y R. Rüther, «Inverter sizing of grid-connected photovoltaic systems in the light of local solar resource distributioncharacteristics and temperature,» *Solar Enery,* vol. 80, nº 1, pp. 32-45, 2006.
- [18] G. Velasco, F. Guijoan, R. Piqué, A. Conesa y J. Negroni, «Inverter Power Sizing Considerations in Grid-Connected PV Systems,» de *European Conference on Power Electronics and Applications*, Aalborg, Dinamarca, 2-5 septiembre 2007.
- [19] W. Macedo y R. Zilles, «Operational results of grid-connected photovoltaic system with different inverter's sizing factors (ISF),» *Progress in Photovoltaics*, vol. 15, nº 4, pp. 337-352, 2007.
- [20] J. Mondol, Y. Yohanis y B. Norton, «Optimal sizing of array and inverter for grid-connected photovoltaic systems,» *Solar Energy*, vol. 80, nº 12, pp. 1517-1539, 2006.
- [21] G. Tsengenes y G. Adamidis, «A multi-function grid connected pv system with three level npc inverter and voltage oriented control,» *Solar Energy,* vol. 85, nº 11, pp. 2595-2610, 2011.
- [22] E. Alameda Hernández, F. Aznar Dols, A. Espín Estrella y J. Sáez Calvo, Planificación de Sistemas Energéticos, Universidad de Granada: Área de Ingeniería Eléctrica, Departamento de Ingeniería Civil, 2009-2010.
- [23] «Casadomo Soluciones S.L.,» 1999-2010. [En línea]. Available: http://www.construible.es/.
- [24] E. Radziemska, «The effect of temperature on the power drop in crystalline silicon solar cells,» *Renewable Energy*, vol. 28, nº 1, pp. 1-12, 2003.

- [25] M. Alonso García y J. Balenzategui, «Estimation of photovoltaic module yearly temperature and performance based on Nominal Operation Cell Temperature calculations,» Renewable Energy, vol. 29, nº 12, pp. 1997-2010, 2004.
- [26] Y. Franghiadakis y P. Tzanetakis, «Explicit Empirical Relation for the Monthly Average Cell-temperature Performance Ratio of Photovoltaic Arrays,» *Progress in Photovoltaics*, vol. 14, nº 6, pp. 541-551, 2006.
- [27] D. King, J. Kratochvil y W. Boyson, «Field Experience with a New Performance Characterization Procedure for Photovoltaic Arrays,» de *Proc. of the 2nd World Conference and Exhibition on PV Solar Energy Conversion*, Viena, 1998.
- [28] N. van der Borg y A. Burgers, «Inverter Undersizing in PV Systems,» de *3rd World Conference on Photovoltaic Energy Conversion*, Osaka, Japan, 2003.
- [29] D. King, J. Kratochvil y W. Boyson, «Temperature Coefficients for PV Modules and Arrays: Measurement Methods, Difficulties and Results,» de *Photovoltaic Specialists Conference*, Anaheim, CA, USA, 1997.
- [30] E. Lorenzo, «Retratos de la Conexión Fotovoltaica a la Red,» Era Solar, nº 113, pp. 52-59, 2003.
- [31] G. Velasco, R. Piqué, F. Guinjoan y J. Negroni, «Sizing Factor Considerations for Grid-Connected PV Systems Based on a Central Inverter Configuration,» de *32nd Annual Conference of the IEEE-Industrial-Electronics-Society*, París. Francia, 2006.
- [32] P. Pardalos y M. Resende, Handbook of Applied Optimization, Oxford University Press, 2000.
- [33] M. Grotschel, "Combinatorial Optimization," de Handbook of Combinatorics, Vol 2, North-Holland, R. Graham y col., 1995, pp. 1541-1597.
- [34] C. Blum y A. Roli, «Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison,» *ACM Computing Surveys*, vol. 35, nº 3, p. 268–308, 2003.
- [35] F. Glover y G. Kochenberger, Handbook of Metaheuristics, Springer, International Series in Operations Research Management Science, 57, 2003.
- [36] R. Baños, Tesis Doctoral. Meta-heurísticas híbridas para optimización mono-objetivo y multi-objetivo. Paralelización y aplicaciones, Almería: Universidad de Almería, 2006.
- [37] S. Kirkpatrick, C. Gelatt y M. Vecchi, «Optimization by simulated annealing,» *Science*, vol. 220, nº 4598, pp. 671-680, 1983.
- [38] F. Glover y M. Laguna, Tabu search, Boston: Kluwer Academic Publishers, 1997.

- [39] F. Glover, M. Laguna y K. Dowsland, Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems, Blackwell, London: C.R. Reeves, 1993.
- [40] J. Holland, «Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence,» de *Ann Arbor: University of Michigan*, 1975.
- [41] D. Goldberg, «Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning,» Reading, Mass.: Addison-Wesley Pub., 1989.
- [42] R. Marti, M. Laguna y F. Glover, «Principles of Scatter Search,» *European Journal of Operations Research*, vol. 169, nº 2, pp. 359-372, 2006.
- [43] P. Moscato, Memetic Algorithms. Handbook of Applied Optimization, Oxford University: P.M. Pardalos y M.G.C. Resende, 2000.
- [44] P. Hansen y N. Mladenovic, «An Introduction to Variable Neighborhood Search,» de *Metaheuristics, Advances and Trends in Local Search Paradigms for Optimization*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1999, pp. 433-458.
- [45] C. Voudouris y E. Tsang, «Guided Local Search,» *European Journal of Operational Research*, vol. 113, nº 2, pp. 80-110, 1998.
- [46] T. Feo y M. Resende, «Greedy Randomized Adaptive Search Procedures,» Journal of Global Optimization, vol. 6, pp. 109-133, 1995.
- [47] M. Dorigo y G. Di Caro, «The Ant Colony Optimization Metaheuristic,» de *New Ideas in Optimization*, McGraw-Hill, 1999, pp. 11-32.
- [48] H. Ramalhino, O. Martin y T. Stutzle, «Iterated Local Search,» de *Handbook of Metaheuristics*, Norwell, Kluwer Academic Publishers, 2001, pp. 321-353.
- [49] K. Smith, «Neural Networks for Combinatorial Optimization: A Review of More Than a Decade of Research,» *Informs Journal on Computing*, vol. 11, pp. 15-34, 1999.
- [50] J. Kennedy y R. Eberhart, «A Discrete Binary Version of the Particle Swarm Algorithm,» de *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 1997.
- [51] J. Kennedy y R. Eberhart, «Particle Swarm Optimization,» de *In Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, Perth, Australia, 1995.
- [52] T. Crainicand y M. Toulouse, «Chapter Parallel Strategies for Metaheuristics,» de *Handbook of Metaheurist*, Kluwer Academic Publishers, 2003, pp. 475-51.
- [53] D. Fogel y I. Council, Evolutionary computation: toward a new philosophy of machine

- intelligence, Hoboken, N.J.: John Wiley & Sons, 2006.
- [54] L. Fogel, J. Owens y M. Walsh, Artificial Intelligence Through Simulated Evolution, 1966.
- [55] I. Rechenberg, Evolutions strategie: Optimierung Technischer System e Nach Prinzipien der Biologischen Evolution, Stuttgart: Fromman-Holzboog Verlag, 1973.
- [56] F. Gil Montoya, Optimización de Tensión en Redes de Distribución utilizando Técnicas Evolutivas, Granada: Universidad de Granada, 2009.
- [57] S. Ronald, «Robust encodings in genetic algorithms: a survey of encoding issues,» Proceedings of 1997 IEEE International Conference on Evolutionary Computation ICEC 97 Cat No 97TH8283, pp. 43-58, 1997.
- [58] M. Bramlette, «Initialization, Mutation and Selction Methods in Genetic Algorithms for Function Optimization,» de *Proceedings of the Fourth International Conference on Genetic Algorithms*, San Diego, CA, 1991.
- [59] J. Grefenstette y L. Davis, «Incorporating problem specific knowledge into genetic algorithms,» *Genetic Algorithms and Simulated Annealing*, pp. 42-60, 1987.
- [60] D. van Veldhuizen, Multiobjective Evolutionary Algorithms: Classifications, Analyses, and New Innovations, Air Force Institute of Technology, Wright-Patterson AFB, Ohio: PhD thesis, Department of Electrical and Computer Engineering., Mayo 1999.
- [61] K. De Jong, «An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems,» *Dissertation Abstracts International*, vol. 36, nº 10, p. 5140B, 1975.
- [62] L. Booker, Intelligent Behavior as an Adaptation to the Task Environment, 1982.
- [63] J. Baker, «Reducing Bias and Inefficiency in the Selection Algorithm,» de *Proceedings of the 2nd International Conference on Genetics Algorithms*, Hillsdale, NJ, USA, 1987.
- [64] A. Wetzel, Evaluation of the Effectiveness of Genetic Algorithms in Combinatorial Optimization, University of Pittsburgh, 1983.
- [65] D. Whitley, «he Genitor Algorithm and Selection Pressure: Why Rank-Based Allocation,» de Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms, San Mateo, CA, 1989.
- [66] F. Herrera, M. Lozano y A. Sánchez, «A Taxonomy for the Crossover Operator for Real-Coded Genetic Algorithms: An Experimental Study,» *International Journal of Intelligent Systems*, vol. 18, nº 3, pp. 309-338, 2003.
- [67] F. Herrera, M. Lozano y A. Sánchez, «A Taxonomy for the Crossover Operator for Real-Coded Genetic Algorithms: An Experimental Study,» INTERNATIONAL JOURNAL OF

- INTELLIGENT SYSTEMS, vol. 18, pp. 309-338, 2003.
- [68] K. Deb y R. Agrawal, «Simulated binary crossover for continuous search space,» *Complex Systems*, vol. 9, pp. 115-148, 1995.
- [69] K. Deb y H. Beyer, «Self-adaptive genetic algorithms with simulated binary crossover,» *Evolutionary Computation*, vol. 9, nº 2, pp. 195-219, 2001.
- [70] D. Powell y M. Skolnick, «Using genetic algorithms in engineering design optimization with non-linear constraints,» de *Proceedings of the 5th International Conference on Genetic Algorithms*, Urbana-Champaign, Illinois, USA, 1993.
- [71] A. Smith y D. Tate, «Genetic Optimization Using A Penalty Function,» de *Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms*, San Mateo, California, USA, 1993.
- [72] Z. Michalewicz y C. Janikow, «Handling Constraints in Genetic Algorithms,» de Proceedings of the 4th International Conference on Genetic Algorithms, San Diego, USA, 1991.
- [73] F. Herrera Triguero y R. Alcalá Fernández, «Bioinformática,» eparatamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial, Universidad de Granada, 2009/20010.
- [74] L. Eshelman, «The CHC Adaptive Search Algorithm: how to Have Safe Search When Engaging in Nontraditional Genetic Recombination,» de *Foundations of Genetic Algorithms*, San Mateo: Morgan Kaufmann Pubishers, 1991.
- [75] L. Eshelman y J. Schaler, «Preventing premature convergence in genetic algorithms by preventing incest,» de *Proceedings of the Fourth International Conference on Genetic Algorithms*, San Diego, CA, USA, 1991.
- [76] Z. &. S. A. Jingqiao, «JADE: Adaptive differential evolution with optional external archive,» *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 13, nº 5, pp. 945-958, 2009.
- [77] J. Luengo, S. García y F. Herrera, «A study on the use of statistical tests for experimentation with neural networks: Analysis of parametric test conditions and non-parametric tests,» *Expert Systems with Applications*, vol. 36, nº 4, p. 7798–7808, 2009.
- [78] S. García, A. Fernández, J. Luengo y F. Herrera, «Advanced nonparametric tests for multiple comparisons in the design of experiments in computational intelligence and data mining: Experimental analysis of power,» *Information Sciences*, vol. 180, nº 10, p. 2044–2064, 2010.
- [79] S. García, A. Fernández, J. Luengo y F. Herrera, «A study of statistical techniques and performance measures for genetics-based machine learning: Accuracy and

- interpretability,» Soft Computing, vol. 13, nº 10, p. 959-977, 2009.
- [80] J. Hodges y E. Lehmann, «Ranks methods for combination of independent experiments in analysis of variance,» *Annals of Mathematical Statistics*, vol. 33, p. 482–497, 1962.
- [81] S. Holm, «A simple sequentially rejective multiple test procedure,» *Scandinavian Journal of Statistics*, vol. 6, p. 65–70, 1979.
- [82] D. Gómez-Lorente, I. Triguero, C. Gil y A. Espin-Estrella, «Evolutionary algorithms for the design of grid-connected PV-systems,» *Expert Systems with Applications*, vol. 39, nº 9, p. 8086–8094, 2012.
- [83] R. Horst y P. Pardalos, Handbook of Global Optimization, Kluwer, Dordrecht, 1995.
- [84] C. Coello Coello, «An Updated Survey of GA-Based Multiobjective Optimization Techniques,» *ACM Computing Surveys*, vol. 32, nº 2, p. 109–143, 2000.
- [85] T. Bäck, Evolutionary algorithms in theory and practice, New York: Oxford University Press, 1996.
- [86] C. Coello Coello, «A Short Tutorial on Evolutionary Multiobjective Optimization,» de *First International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, Berlin, 2001.
- [87] D. Van Veldhuizen, Multiobjective Evolutionary Algorithms: Classifications, Analyses, and New Innovations, Ohio: Department of Electrical and Computer Engineering. Graduate School of Engineering. Air Force Institute of Technology, Wright-Patterson AFB, 1999.
- [88] C. Von Lücken, Algoritmos evolutivos para optimización multi-objetico: un estudio comparativo en un ambiente paralelo asíncrono, Universidad Nacional de Asunción, Diciembre 2013.
- [89] J. Horn, The Nature of Niching: Genetic Algorithms and the Evolution of Optimal, Cooperative Populations, Urbana, Illinois: University of Illinois at Urbana Champaign, 1997.
- [90] K. Miettien, «Some methods for nonlinear multi-objetive optimization,» de First International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization, Jyväskylä, Finlandia, 2001.
- [91] Y. Sawaragi, H. Nakayama y T. Tanino, «Theory of multiobjective optimization,» de Volume 176 of Mathematics in science and engineering, Harcourt, Jonanovich, Academic Press Inc, 1985.
- [92] V. Chankong y Y. Haimes, Multi-objective Decision making Theory and Methodology, Elsevier Science Publishing Co., 1983.

- [93] J. Ignizio, Goal Programming and Extensions, Massachusetts: Lexington Books, 1976.
- [94] J. Marglin, Public Investment Criteria, Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1967.
- [95] K. Deb, «Evolutionary Algorithms for Multi-Criterion Optimization in Engineering Design,» de Evolutionary Algorithms in Engineering and Computer Science, K. Miettinen, M. Mäkelä, P. Neittaanmäki y J. Periaux, Edits., Chichester, UK, John Wiley & Sons, 1999, p. 135–161.
- [96] K. Deb, Non-Linear Goal Programming using Multi-Objective Genetic Algorithms, Dortmund, Germany: Technical Report CI-60/98: Department of Computer Science/LS11, University of Dortmund, 1999.
- [97] K. Deb y T. Goel, «Controlled Elitist Non-dominated Sorting Genetic Algorithms for Better Convergence,» de Proceedings of the First International conference on EMOO, Berlin, Germany, 2001.
- [98] E. Zitzler, K. Deb y y. L. Thiele, «Comparison of Multiobjective Evolutionary Algorithms: Empirical Results,» *Evolutionary Computation*, vol. 8, nº 2, p. 173–195, 2000.
- [99] C. Fonseca y P. Fleming, An Overview of Evolutionary Algorithms in Multiobjective Optimization, Sheffield, U.K.: Technical report, Department of Automatic Control and Systems Engineering, University of Sheffield, 1994.
- [100] J. Schaffer, Multiple Objective Optimization with Vector Evaluated Genetic Algorithms, Vanderbilt University, 1984.
- [101] J. Schaffer y J. Grefenstette, «Multiobjective Learning via Genetic Algorithms,» de Proceedings of the 9th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-85), Los Angeles, California, 1985.
- [102] M. Fourman, «Compaction of Symbolic Layout using Genetic Algorithms,» de Genetic Algorithms and their Applications: Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms, Lawrence Erlbaum, 1985.
- [103] C. Fonseca y P. Fleming, «Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation, Discussion and Generalization,» de *Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms*, San Mateo, California, 1993.
- [104] C. Fonseca y P. Fleming, «Multiobjective Genetic Algorithms,» de *IEE Colloquium on Genetic Algorithms for Control Systems Engineering*, 1993.
- [105] J. Horn y N. Nafpliotis, Multiobjective Optimization using the Niched Pareto Genetic Algorithm, Urbana, Illinois, USA: Technical Report IlliGAl Report 93005, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1993.

- [106] J. Horn, N. Nafpliotis y D. Goldberg, «A Niched Pareto Genetic Algorithm for Multiobjective Optimization,» de Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation. IEEE World Congress on Computational Intelligence, Piscataway, New Jersey, 1994.
- [107] N. Srinivas y K. Deb, «Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms,» *Evolutionary Computation*, vol. 2, nº 3, p. 221–248, 1994.
- [108] N. Srinivas y K. Deb, «Comparative study of vector evaluated GA and NSGA applied to multiobjective optimization,» de *Proceedings of the Symposium on Genetic Algorithms*, 1995.
- [109] E. Zitzler y L. Thiele, «Multiobjective Evolutionary Algorithms: A Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach,» *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 3, nº 4, p. 257–271, 1999.
- [110] E. Zitzler y L. Thiele, An Evolutionary Algorithm for Multiobjective Optimization: The Strength Pareto Approach, Zurich, Switzerland: Technical Report 43, Computer Engineering and Communication Networks Lab (TIK), Swiss Federal Institute of Technology (ETH), 1998.
- [111] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal y T. Meyarivan, «A fast and elitist multiobjetive genetic algorithm: Nsga-II,» *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 6, nº 2, p. 82–197, 2002.
- [112] D. Van Veldhuizen, J. Zydallis y G. Lamont, «Considerations in Engineering Parallel Multiobjective Evolutionary Algorithms,» *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 7, nº 2, p. 144–173, 2003.
- [113] S. Mahfoud, Niching methods for genetic algorithms, Urbana, IL, USA: PhD thesis, University of Michigan, 1995.
- [114] S. Mahfoud, «Niching methods,» de *Handbook of Evolutionary Computation*, Bristol, New York, 1997.
- [115] H. Jalili, A. Karamizadeh, M. Foroughi, M. Pazhoohesh y M. Jalili, «Optimization of distributed generation location and capacity for improving voltage profile and reducing loss using genetic algorithm (SPEA) with proposing a new index,» *Scientific Research and Essays*, vol. 6, nº 20, pp. 4421-4427, 2011.
- [116] E. Zitzler, M. Laumanns y L. Thiele, «Improving the strength pareto evolutionary algorithm,» de *Proceedings of the evolutionary methods for design*, 2001.
- [117] E. Zitzler, L. Thiele, M. Laumanns, C. Fonseca y V. Fonseca, «Performance assessment of multiobjective optimizers: An analysis and review,,» *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 7, nº 2, pp. 117-132, 2003.

- [118] M. Corcione y L. Fontana, «Optimal design of outdoor lighting systems by genetic algorithms,» *Lighting Research and Technology*, vol. 35, nº 3, pp. 261-280, 2003.
- [119] A. Pachamanov y D. & Pachamanova, «Optimization of the light distribution of luminaries for tunnel and street lighting,» *Engineering Optimization*, vol. 40, nº 1, pp. 47-65, 2008.
- [120] CIE, «(International Commission on Illumination). Lighting of Roads for Motor and Pedestrian Traffic,» CIE Public 115, Vienna, Austria., 2010.
- [121] «DIAL official website,» [En línea]. Available: http://www.dial.de/DIAL/en/home.html.
- [122] K. Deb y D. Goldberg, «An investigation of niche and species formation in genetic function optimization,» de *Proceedings of the 3rd International Conference on Genetic Algorithms*, George Mason University, 1989.
- [123] R. Purshouse y P. Fleming, The Multi-Objective Genetic Algorithm Applied to Benchmark Problems—An Analysis, Sheffield, U.K.: Department of Automatic Control and Systems Engineering, University of Sheffield, 2001.
- [124] M. Erickson, A. Mayer y J. Horn, «Multi-objective optimal design of groundwater remediation systems: application of the niched Pareto genetic algorithm (NPGA),» *Advances in Water Resources*, vol. 25, nº 1, pp. 51-65, 2002.