

DIALÉCTICAS EN EL DISEÑO DE MATERIALES CURRICULARES Y ENTORNOS DE APRENDIZAJE PARA ESTUDIANTES PARA MAESTRO EN EL ÁREA DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

*Julia Valls
Mari Luz Callejo
Salvador Llinares*

Dpto. de Innovación y Formación Didáctica
Universidad de Alicante

Recibido: 7 mayo 2008 / Aceptado: 13 junio 2008

RESUMEN

En este artículo presentamos una manera de entender el diseño de materiales curriculares y entornos de aprendizaje en la formación de profesores que tiene en cuenta las dialécticas entre el diseñador-formador, un modelo de aprendizaje del profesor, y los estudiantes para profesor. Para desarrollar estos materiales usamos ciclos de experimentación denominados “experimentos de enseñanza” apoyados en dos aspectos: (i) considerar la enseñanza de las matemáticas como una práctica que debe ser comprendida y desde la cual derivar los dominios de conocimiento y características de uso del conocimiento, y (ii) considerar las acciones cognitivas de los estudiantes de “identificar” e “interpretar” la enseñanza de las matemáticas en contextos sociales de interacción.

Palabras clave: aprendizaje del profesor, materiales curriculares, entornos de aprendizaje, investigación apoyada en el diseño, uso de video en la formación de profesores, interacción.

ABSTRACT

In this paper we present an approach to the design of curriculum materials and learning environment (thought as learning tools) in teacher education taking into account the dialectics between designer-teacher educator, an explicit model of teacher learning, and the teacher students. We use cycles of experimentation called “teaching experiments” considering: (i) mathematics teaching as a practice that have to be understood and from which to derive knowledge domains and characteristics of knowledge use, and (ii) the cognitive actions of “identifying” and “interpreting” of mathematics teaching in interaction social contexts.

Key words: teacher learning, curriculum materials, learning environment, design-based research, using video in teacher education, interaction.

1. INTRODUCCIÓN

En estos momentos dos desafíos importantes para la educación matemática en relación a la formación de maestros y profesores de matemáticas son: (i) crear materiales para ayudar a los futuros maestros y profesores de matemáticas a dotar de sentido y gestionar las ideas de Didáctica de la Matemática que son pertinentes en la conceptualización de la enseñanza de las matemáticas, y (ii) desarrollar entornos de aprendizaje entendidos como oportunidades para que los estudiantes para maestro y profesores puedan desarrollar destrezas que les permitan seguir aprendiendo a lo largo de la vida profesional (Hiebert *et al.*, 2007; Llinares & Krainer, 2006; Penalva *et al.*, 2006). Una manera de dar una respuesta a estos desafíos es tener en cuenta las características de los procesos de construcción del conocimiento que es pertinente para la enseñanza de las matemáticas. Desde esta perspectiva, los formadores de profesores en nuestro papel de diseñadores de oportunidades de aprendizaje (materiales curriculares y entornos de aprendizaje) debemos vincular la toma de decisiones en el diseño de materiales y en la creación de entornos de aprendizaje con la manera en la que se supone se genera el aprendizaje de los estudiantes para profesor (el modelo de aprendizaje).

En este ámbito las tecnologías de la comunicación y la información están proporcionando nuevas herramientas para el diseño de materiales didácticos y para favorecer los espacios de interacción entre sujetos (Derry *et al.*, 2000; Llinares & Olivero, 2008) que permiten tener en cuenta esta coherencia entre el diseño de materiales y entornos de aprendizaje y las características del aprendizaje. Por otra parte, y en paralelo a esta situación, es posible desarrollar una línea de investigación para caracterizar los procesos de construcción colaborativa de conocimiento de los estudiantes para profesor cuando usan este tipo de entornos (Callejo *et al.*, 2008; Llinares & Valls, 2007; Schrire, 2006; Strijbos *et al.*, 2006; Weinberger & Fisher, 2006). Durante los últimos años en nuestro grupo hemos estado explorando formas de conceptualizar el diseño de entornos de aprendizaje) que tiene en cuenta tanto la relación entre el diseñador-formador y la consideración explícita de un modelo de aprendizaje, como la dialéctica entre el diseñador-formador y los usuarios de estos materiales a través de ciclos de experimentación. Para caracterizar estas relaciones dialécticas tenemos en cuenta dos aspectos. En primer lugar, consideramos la enseñanza de las matemáticas como una práctica que debe ser comprendida y desde la cual derivar los dominios de conocimiento y características de uso del conocimiento que ayuden al desarrollo de la competencia en la enseñanza de las matemáticas. En segundo lugar, consideramos las acciones cognitivas de los estudiantes de “identificar” e “interpretar” la enseñanza de las matemáticas como articuladoras del proceso de aprender a dotar de sentido a los sucesos en el aula de matemáticas. A continuación describimos las características del proceso seguido a través de la aproximación denominada “experimentos de enseñanza”.

2. ENSEÑAR MATEMÁTICAS COMO UNA PRÁCTICA

Las investigaciones sobre el conocimiento y la práctica profesional del profesor de matemáticas aportan evidencias de que el conocimiento del profesor en los contextos de la práctica está integrado por diferentes dominios (Escudero & Sánchez, 2007; García, 1997; Gavilán *et al.*, 2007; Llinares, 2000) pero el rasgo que lo caracteriza es lo que el profesor hace con lo que conoce –uso del conocimiento– (Eraut, 1996); es decir, el uso del conocimiento en la resolución de las situaciones problemáticas generadas en su actividad profesional (la práctica de enseñar matemáticas). Desde este punto de vista, la enseñanza de las matemáticas se puede caracterizar como (Llinares, 2004-a):

- Realizar unas tareas (sistema de actividades) para lograr un fin,
- hacer uso de unos instrumentos y
- justificar su uso.

Desde esta caracterización como paso previo al diseño de materiales curriculares que promuevan el aprendizaje del estudiante para profesor es necesario analizar el “sistema de actividades” que configuran la práctica de enseñar matemáticas. Podemos identificar tres sistemas de actividades que la articulan y los componentes del conocimiento profesional que permiten realizarlas (Figura 1). Por ejemplo:

- *Analizar, diagnosticar y dotar de significado a las producciones matemáticas de los alumnos* y comparar estas producciones con lo que el profesor pretendía (objetivos).
- *Planificar y organizar el contenido matemático para enseñarlo –determinar planes de acción–.*
- *Dotar de sentido y gestionar la comunicación matemática en el aula.*

Para desarrollar cada uno de estos “sistemas de actividades” el estudiante para profesor debe llegar a conocer el conocimiento que los definen, y aprender a usar dicho conocimiento para interpretar los diferentes aspectos de la enseñanza de las matemáticas. En este artículo nos centramos en describir el proceso seguido en el diseño de materiales curriculares y entornos de aprendizaje que tienen como objetivo el que los estudiantes para profesor conceptualicen la práctica de enseñar matemáticas como parte del sistema de actividad que hemos denominado “Iniciar y guiar el discurso matemático y gestionar las interacciones matemáticas en el aula”. En particular, en el ejemplo que vamos a describir centraremos nuestra atención en lo relativo al desarrollo de la competencia: “interpretar las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas”.

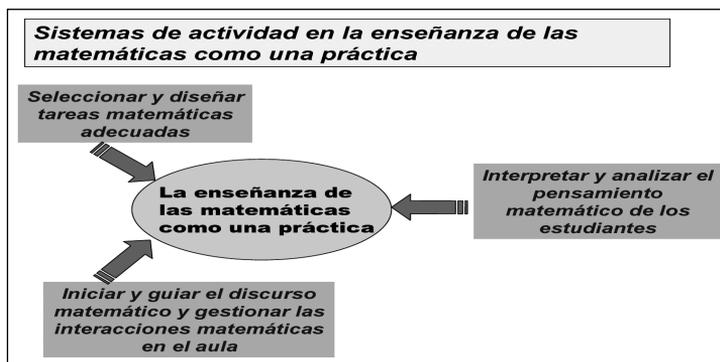


Figura 1. Sistemas de actividad que articulan la enseñanza de las matemáticas como una práctica

3. APRENDER A ANALIZAR E INTERPRETAR SITUACIONES DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE

En el sistema de actividad de la enseñanza de las matemáticas como una práctica que constituye “iniciar y guiar el discurso matemático y gestionar las interacciones matemáticas en el aula”, uno de los objetivos es que los estudiantes para profesor aprendan a relacionar los sucesos de una clase con principios teóricos procedentes de Didáctica de la Matemática como una forma de interpretar lo que sucede en la clase de matemáticas. Establecer relaciones entre lo que ocurre en el proceso de enseñanza de las matemáticas y el conocimiento teórico se entiende como una manera de aprender a interpretar y explicar los diferentes aspectos de una lección de matemáticas, vinculando lo particular a lo general y por tanto ello puede ser el germen del desarrollo de este aspecto del conocimiento profesional (Llinares, 2002). El desarrollo de este proceso interpretativo se vincula de esta manera a llegar a ser competente en el ámbito de la enseñanza de las matemáticas. En este proceso consideramos importantes las acciones cognitivas de “identificar” e “interpretar” la enseñanza de las matemáticas como aspectos característicos de la manera en la que se supone que aprenden los estudiantes para maestro y profesores de matemáticas.

Recientemente se ha empezado a desarrollar a nivel internacional una línea de investigación que trata de aportar información sobre los procesos a través de los cuales los estudiantes para profesor aprenden a identificar e interpretar los aspectos de la enseñanza de las matemáticas (Masingila & Doerr, 2002; Morris, 2006; Van Es & Sherin, 2002). El desarrollo de estos procesos de identificación e interpretación se considera un aspecto del proceso de llegar a ser competente en la enseñanza de las matemáticas. De ahí que se genere la necesidad de aportar nuevo conocimiento sobre cómo estos procesos se generan con el objetivo de poder describirlos y explicarlos. Desde perspectivas teóricas se ha propuesto la hipótesis (Hiebert *et al.*, 2007) de que el que los estudiantes para profesor

puedan centrar su atención en el aprendizaje matemático de los estudiantes para explicarlo proporciona un camino sistemático para construir el conocimiento necesario para enseñar matemáticas y desarrollar destrezas para generar conocimiento desde la propia enseñanza. En esta agenda de investigación se plantea la cuestión sobre cómo el uso de los casos y los vídeos reflejando situaciones de enseñanza pueden ayudar a fomentar discusiones productivas sobre la enseñanza de las matemáticas y a caracterizar la manera en la que el discurso generado evoluciona (Pea, 2006; Sherin, 2004; Seago, 2004).

4. CICLO DE UN “EXPERIMENTO DE ENSEÑANZA”

Una manera de aproximarse al diseño de materiales curriculares y de entornos de aprendizaje que fomenten el desarrollo de los procesos de identificación e interpretación de diferentes aspectos de la enseñanza de las matemáticas en los estudiantes para profesor es a través de ciclos de “experimentos de enseñanza”. Desde este planteamiento, en los últimos años nuestro grupo “Tecnología de la Información y Comunicación aplicadas a la Educación Matemática” (TICEM) en la Universidad de Alicante hemos estado diseñando materiales curriculares y entornos de aprendizaje (Callejo *et al.*, 2007; Llinares, 2004-b; Valls *et al.*, 2006), con el objetivo de relacionar la teoría con la práctica y de producir conocimiento sobre cómo parece funcionar la instrucción en la formación inicial de maestros en el área de Didáctica de la Matemática.

Los experimentos de enseñanza desarrollados se han formalizado mediante el diseño e implementación de entornos de aprendizaje (García *et al.*, 2006) y su análisis posterior (Cycles of design-based research). Los entornos de aprendizaje diseñados desde este punto de vista se articulan a través de la resolución de tareas-actividades en las que los estudiantes para maestro pueden usar ideas procedentes de la Didáctica de la Matemática para identificar e interpretar lo relevante en una situación de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Además, en los entornos de aprendizaje se constituyen espacios de interacción social con el propósito de que los estudiantes para profesor puedan negociar y discutir los significados de las diferentes ideas, por ejemplo, sobre la gestión de la maestra de las interacciones en el aula y la manera en la que estas ideas se vinculan a los sucesos observados en los registros de la práctica que constituyen los video-clips. La metodología de los “experimentos de enseñanza” contempla un “ciclo de investigación” en tres fases (Gravemeijer, 2004; Simon, 1995, 2000):

Fase 1: Diseño y planificación de la instrucción:

- Definición de los objetivos de aprendizaje que definen las metas a alcanzar.
- Diseño de las tareas propuestas a los estudiantes.
- Caracterización de una trayectoria hipotética de aprendizaje o predicción de cómo el pensamiento y la comprensión de los estudiantes pueden evolucionar cuando resuelven las tareas propuestas.

Fase 2: Experimentación de las tareas diseñadas en un entorno virtual.

Fase 3: Análisis retrospectivo: En esta última fase se analiza la experiencia desde las referencias teóricas que fundamentan la trayectoria hipotética de aprendizaje de los estudiantes para maestro. Se trata de investigar si la actividad cognitiva y social desarrollada por los estudiantes para maestro se corresponde o no con la que habíamos previsto en la primera fase y, en ese caso, en qué medida los materiales y el entorno diseñado apoyan el proceso de aprendizaje. Este análisis puede dar lugar a modificaciones del material curricular y de las condiciones del entorno de aprendizaje y/o a cambiar la trayectoria hipotética de aprendizaje inicialmente conjeturada. El producto de esta última fase es por tanto doble:

1. Una secuencia de actividades y formas de llevarla a cabo corregida, y
2. un nuevo conocimiento sobre cómo parece funcionar la enseñanza desde la perspectiva del aprendizaje generado.

En el siguiente apartado describimos un ejemplo de este proceso de diseño-análisis-refinamiento que constituye un ciclo de un “experimento de enseñanza”. En este ejemplo, los materiales curriculares y el entorno de aprendizaje diseñados tienen como objetivo que los estudiantes para maestro desarrollen la comprensión de la relación entre las características de la gestión que hace la maestra de la enseñanza y el desarrollo de la competencia matemática en alumnos de primaria en una clase de matemáticas. Esta temática se concibe dentro de una secuencia más amplia de instrucción, caracterizada por la incorporación sucesiva de nuevas funciones del estudiante para maestro de educación primaria como gestor de una situación de enseñanza de las matemáticas y por el incremento de las dimensiones con que éste ha de abordar las tareas que se le plantean (Callejo, 1999):

1. Aprender a resolver problemas.
2. Aprender a observar y a interpretar la enseñanza de la resolución de problemas.
3. Enseñar a resolver problemas.

5. CÓMO PROMOVER EL ANÁLISIS DE LA ENSEÑANZA: UN EJEMPLO DE DISEÑO

Los materiales curriculares y el entorno de aprendizaje diseñado se han articulado a través de una serie de tareas en cuya resolución los estudiantes para maestro pueden negociar y discutir sobre diferentes aspectos de la enseñanza de la resolución de problemas. Algunos de estos aspectos son:

- Los problemas y la resolución de problemas en el currículo de Primaria.
- Problemas aritméticos elementales de estructura aditiva y multiplicativa. Perspectiva de clasificación y diferentes estrategias de resolución.
- Planificación de la enseñanza de la resolución de problemas. Formas de aproximarse a la evaluación de los procesos de resolución de problemas.

Por otra parte, el entorno de aprendizaje que estamos describiendo tiene una metodología b-learning en la cual se integran actividades presenciales y actividades on-line. En la modalidad presencial los estudiantes para maestro formaron grupos de trabajo para resolver de forma colaborativa una colección de problemas con un determinado nivel de dificultad. Esta tarea inicial pretende crear un contexto para que reflexionen sobre sus propios procesos de resolución de problemas con el objetivo de ayudarles a conocer con mayor profundidad la complejidad de dicho proceso y centrar su atención sobre cómo se aprende a resolver problemas (Simon y Schifter, 1991). En la parte on-line del entorno de aprendizaje, los estudiantes para maestro analizan e interpretan registros de la enseñanza de las matemáticas presentados mediante vídeo-clips a través de participaciones en un debate on-line (foro virtual). Estas actividades tienen como objetivo que aprendan a observar e interpretar las situaciones de enseñanza de la resolución de problemas. La resolución de estas actividades de manera colaborativa permite que puedan compartir sus ideas con otros compañeros en los distintos debates on-line. La creación de este espacio de interacción social exige a los estudiantes para maestro el esfuerzo de verbalizar el pensamiento, argumentar las propias ideas, comprender las expuestas por otros compañeros, apoyarlas o rebatirlas, relacionar ideas, etc.

En el ejemplo que estamos describiendo, que trata sobre “*Gestión de la maestra del proceso de resolución de un problema en pequeño grupo*”, la Fase 1 del ciclo diseño-implementación-análisis tenía la siguiente concreción:

1. Objetivo

El objetivo era que los estudiantes para maestro aprendiesen a identificar, describir e interpretar cómo una determinada gestión por parte de la maestra de la interacción del trabajo de un pequeño grupo de alumnos de primaria resolviendo un problema favorece o no el proceso de resolución del problema (figura 2).

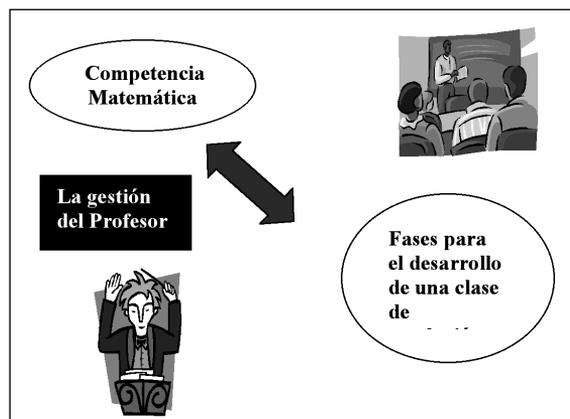


Figura 2. Conocimiento de Didáctica de la matemática necesario para la resolución de la actividad propuesta

2. Diseño de los materiales curriculares: Tareas propuestas a los estudiantes

El diseño del entorno de aprendizaje (material curricular) se ha llevado a cabo en cuatro etapas (figura 3): identificación del foco de atención, planificación y desarrollo de clases, selección de fragmentos de clase y diseño del entorno de aprendizaje:

- a) En primer lugar, se *identificó el foco al que dirigir la atención* y se plantearon algunas cuestiones que los estudiantes para maestro debían responder desde los marcos teóricos que ofrece la Didáctica de la Matemática. En este caso el foco elegido fue “la gestión que hace la maestra de la resolución de problemas en pequeño grupo”. El marco teórico seleccionado hacía referencia a los modelos de intervención del profesor en las diferentes fases de la resolución de un problema.
- b) A continuación, los formadores de profesores junto a un grupo de maestros *planificaron el desarrollo de una clase* de resolución de problemas en 5º de Primaria. Se registraron en vídeo varias clases con objeto de tener suficiente material para poder elegir un fragmento que ilustrase adecuadamente el foco de atención.



Figura 3. Etapas para el diseño de la tarea

- c) En tercer lugar, los formadores de profesores y los maestros de manera conjunta *seleccionamos un fragmento del video* que considerábamos que ilustraba mejor el foco de atención objeto de este entorno “la gestión que hace la maestra de la resolución de problemas en pequeño grupo”. Además, se reformularon las cues-

tiones planteadas y se especificó a través de un documento el marco teórico desde el que se debía hacer la observación (la gestión del maestro de las fases de resolución de un problema descritas por Polya: qué debe hacer el maestro en cada una de estas fases). Las ideas teóricas consideradas se proporcionaron a los estudiantes para maestro en un documento de texto titulado: “Fases para el desarrollo de una clase de resolución de un problema”¹.

El fragmento de video seleccionado tenía una duración de 8.59 minutos. En este segmento de video cuatro alumnos, dos chicos y dos chicas, están resolviendo la segunda pregunta del problema “farolas de un pueblo”². Las cuestiones que formularon a los estudiantes para maestro tenían como objetivo que estos centraran su atención en la intervención de la maestra con uno de los alumnos (Daniel). Estas fueron las siguientes:

1. “Identificad los tipos de intervenciones de la maestra para que Daniel se dé cuenta de que su estrategia no es correcta.”
2. “Indicad qué fases del proceso de resolución parece que la maestra intenta que aborde Daniel.”

El video-clip se acompañó de la programación de la maestra, del material curricular utilizado, de las producciones de los alumnos y de la transcripción de la interacción. De esta manera, se tiene el contexto en el que la intervención ha tenido lugar. Estos registros de la práctica son la evidencia empírica sobre las que los estudiantes para maestros pueden vincular sus reflexiones más generales.

d) Por último, se diseñó la parte on-line del *entorno de aprendizaje* a través de la herramienta “Sesiones” del Campus virtual de la Universidad de Alicante. Esta herramienta permite construir un espacio-web en el que los estudiantes para maestro tienen acceso a los objetivos del entorno, a los materiales que se deben usar (video-clip y documentos que lo contextualizan), a las cuestiones a las que

¹ Resumen de:

Guzmán, M. (1994). *Para pensar mejor. Desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos*. Pirámide: Madrid.

National Council of Teachers of Mathematics (1970). *Sugerencias para resolver problemas*. Trillas: México.

Stacey, K. & Groves, S. (1999). *Resolver problemas: Estrategias*. Ediciones Narcea: Madrid.

² El alcalde de un pueblo, de cuyo nombre no puedo acordarme, para celebrar su quinto centenario decidió enumerar y pintar las farolas del pueblo de los colores de su bandera. La número uno la pintó de roja, la número dos de verde, la número tres de azul, la número cuatro de rojo, la número cinco de verde y así sucesivamente.

¿de qué color será la farola número 24?

¿de qué color será la farola número 317?

¿cuántas farolas tiene el pueblo si la última farola es de color verde y el número que le corresponde es un número próximo a 500?

deben responder, al documento con la información teórica de Didáctica de la Matemática, a la metodología que se debe seguir y a los debates virtuales y espacios de trabajos habilitados. Los debates y espacios de trabajo on-line permiten que cada grupo de estudiantes para maestros compartan sus observaciones y debatan sobre las cuestiones propuestas, analizando, interpretando, produciendo materiales de síntesis, justificando la toma de decisiones prácticas y planteando nuevas preguntas (figura 4).

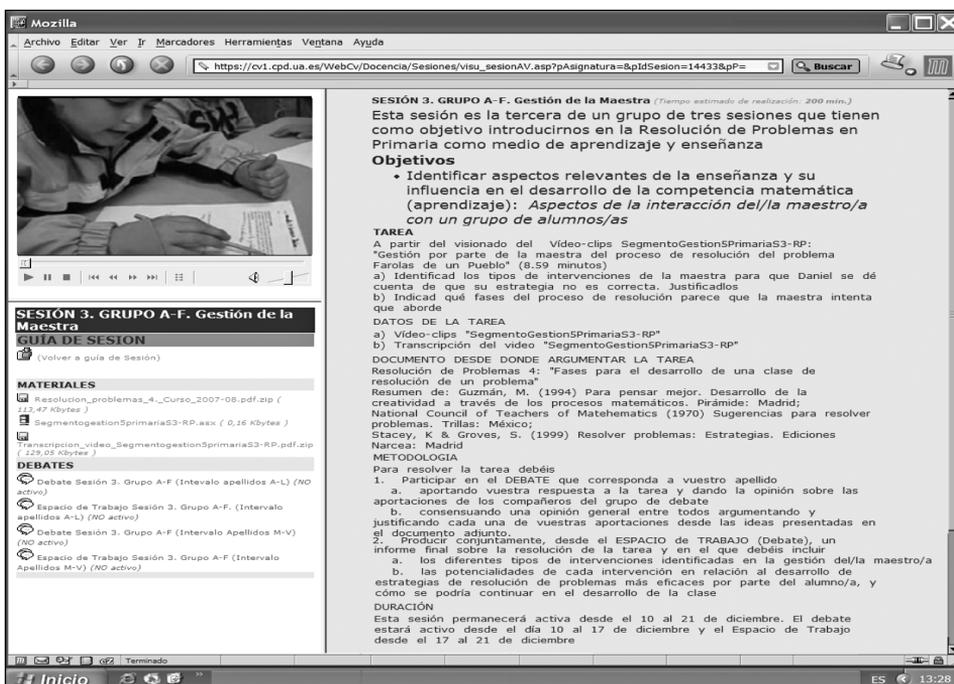


Figura 4. Carátula de la sesión: Gestión de la maestra del proceso de resolución de problemas

Cada uno de los debates y espacios de trabajo virtuales se inicia con una participación del moderador-formador en la que se incluyen las preguntas que deben focalizar el análisis e interpretación del video-clips, el tiempo que van estar activo los debates e indicaciones para facilitar la discusión on-line. Por ejemplo, cómo mostrar acuerdo o desacuerdo, argumentar o pedir clarificación. En este contexto el moderador además de proponer las preguntas iniciales, de explicar las normas de participación y los criterios que se tendrán en cuenta a la hora de valorar las intervenciones, interviene en el transcurso del debate con distintos propósitos: reconducir la discusión cuando ésta se ha desenfocado, animar a profundizar en las aportaciones y cuestiones suscitadas o a participar, hacer preguntas que ayuden a profundizar o explorar aspectos nuevos.

3. Secuencia metodológica de la tarea y de los debates virtuales

Para llevar a cabo la tarea planteada, los estudiantes para maestro deben (figura 5):

- a) Visionar el video-clip en el que la maestra gestiona las interacciones de los cuatro alumnos de 5º de educación Primaria mientras resuelven el problema planteado;
- b) leer el documento sobre las fases para el desarrollo de una clase de resolución de problemas;
- c) participar en un debate virtual para intercambiar y consensuar con sus compañeros los análisis e interpretaciones del video-clip focalizados por las preguntas planteadas. En las indicaciones dadas por el moderador-formador sobre cómo participar en los debates se sugiere que la primera participación sea concisa y clara teniendo en cuenta las preguntas planteadas y que se destaque en el título de la participación la idea clave de la aportación con la finalidad de motivar a los otros compañeros a leerla. También se sugiere que para realizar las siguientes participaciones se revisen primero las participaciones de los compañeros, para relacionarlas, buscar los puntos fuertes y débiles de las ideas expuestas y comentar de forma argumentada los aspectos que se compartan y los que no se compartan. Es importante hacer tres o más intervenciones, distribuidas en los distintos momentos de desarrollo del debate, al inicio, en medio y al final; y
- d) escribir un informe en pequeño grupo sobre lo realizado.

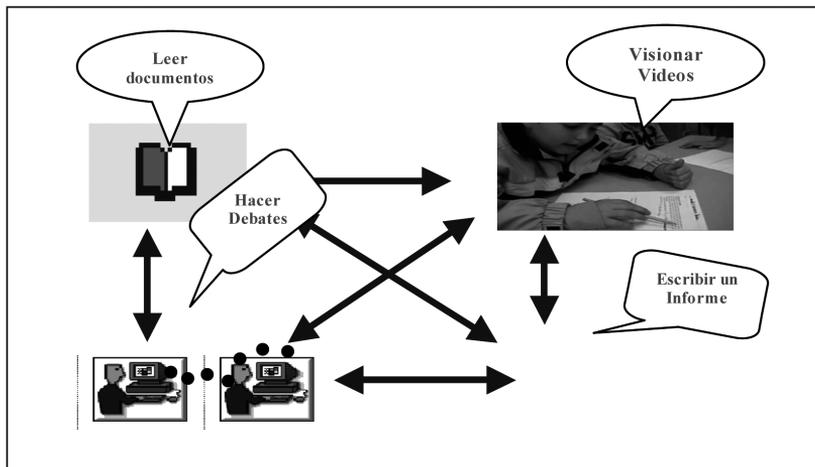


Figura 5. Estructura metodológica del entorno de aprendizaje diseñado en el experimento de enseñanza

4. Trayectorias hipotéticas de aprendizaje

Entendemos que los estudiantes para maestro construyen conocimiento útil sobre la enseñanza de la resolución de problemas y en concreto sobre la gestión de la interacción en pequeño grupo cuando son capaces de:

- a) Identificar tipos de intervenciones de la maestra para que un alumno de primaria se dé cuenta de que su estrategia no es correcta;
- b) identificar qué fases del proceso de resolución parece que la maestra intenta que aborde un alumno determinado;
- c) interpretar las producciones de los alumnos e identificar los momentos en los que la maestra orienta los procesos de resolución (gestión de la maestra); y
- d) relacionar entre sí de forma sistémica los elementos anteriores justificándolos desde la teoría para explicar las situaciones reales de enseñanza.

6. RELACIÓN ENTRE EL DISEÑO DE MATERIALES CURRICULARES EN LA FORMACIÓN DE MAESTROS Y UN MODELO DE APRENDIZAJE DEL PROFESOR: EL DESARROLLO DE UNA AGENDA DE INVESTIGACIÓN

Los resultados de los trabajos realizados por los investigadores de nuestro equipo TICEM en la Universidad de Alicante y por otros grupos de investigadores sobre cómo aprenden los estudiantes en este tipo de entorno están mostrando que:

1. El uso de estos entornos en la formación inicial que privilegian la interacción y la reflexión sobre registros de la práctica ayuda a los estudiantes a generar una visión más compleja de las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (Callejo *et al.*, 2007).
2. Los estudiantes para profesor centran más su atención en cuestiones relativas al conocimiento de contenido pedagógico que al propio contenido matemático y al aprendizaje matemático de los estudiantes. Sin embargo, las discusiones alrededor de los vídeos ayudan a que la atención se focalice en determinados aspectos y permite mejorar la habilidad para identificar situaciones problemáticas desde diferentes perspectivas (Lin, 2005).

Por otra parte, se ha constatado que la competencia docente para identificar evidencias del aprendizaje matemático de los estudiantes como un medio para analizar el efecto de la enseñanza y poderla revisar es difícil de desarrollar y depende de las condiciones en las que se diseñan los entornos de aprendizaje para los estudiantes para profesor (Morris, 2006).

Las características de los entornos de aprendizaje parece que determinan la manera en la que los estudiantes para profesor llegan a usar los elementos teóricos desde la Didáctica de la Matemática como instrumentos conceptuales (Callejo *et al.*, 2008). La

identificación e interpretación de los aspectos de la enseñanza de las matemáticas que pueden tener poder explicativo en relación al aprendizaje de las matemáticas (Llinares & Valls, 2007) y sobre la interpretación que los profesores realizan de las dificultades de los estudiantes (Rey *et al.*, 2007) son por tanto procesos cognitivos característicos del desarrollo de la conceptualización de la enseñanza de las matemáticas.

Los ciclos de diseño-experimentación y análisis de materiales curriculares y entornos de aprendizaje están creando nuevas oportunidades para examinar el aprendizaje de los estudiantes para maestro en contextos tecnológicamente ricos. De esta manera, la información que estamos reuniendo nos permite explorar formas de conceptualizar la relación entre el formador-diseñador-investigador y los estudiantes para maestro como usuarios de estos nuevos instrumentos tecnológicos cuando se explicita un modelo de aprendizaje del profesor.

Reconocimiento: Este trabajo se ha realizado al amparo del proyecto I+D+i del Plan Nacional de Investigación, SEJ2004-054479-EDU, y parcialmente subvencionado por el proyecto de investigación GVPRE/2008/367 de la Generalitat Valenciana.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Callejo, M.L. (1999). Un marco para actividades de formación permanente centradas en la resolución de problemas. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*. N° 20, 75-87.
- Callejo, M.L.; Valls, J. y Llinares, S. (2007). Interacción y análisis de la enseñanza. Aspectos claves en la construcción del conocimiento profesional. *Investigación en la escuela*, vol. 61, pp. 5-21.
- Callejo, M.L.; Llinares, S.; & Valls, J. (2008). Using video-case and on-line discussion to learn to “notice” mathematics teaching. En Figueras, O. & Sepulveda, A. (eds.) *Proceedings of the joint Meeting of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of mathematics Education, and the XX North American Chapter*. Morelia, Michoacán, México: PME.
- Derry, Sh.; Gance, S.; Gance, L.; & Schlager, M. (2000). Toward Assessment of Knowledge-Building Practices in Technology-Mediated Work Group Interactions. En S. Lajoie (ed.) *Computers as cognitive tools. No more walls. Vol. 2*. (pp. 29-68). Mahwal: Lawrence Erlbaum Associates.
- Escudero, I.; & Sánchez, V. (2007). How do domains of knowledge integrate into mathematics teachers’ practice?. *Journal of Mathematical Behavior*, 26, 312-327.
- Eraut, M. (1996). *Developing Professional Knowledge and Competence*. London: The Falmer Press.
- García, M. (1997). *Conocimiento profesional del profesor de matemáticas. El concepto de función como objeto de enseñanza-aprendizaje*. Sevilla: GIEM-Kronos
- García, M.; Sánchez, V.; Escudero, I. & Llinares, S. (2006). The Dialectic Relationship between Research and Practice in Mathematics Teacher Education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(2), 109-128.

- Gavilán, J.M.; García, M.; & Llinares, S. (2007) Una perspectiva para el análisis de la práctica del profesor de matemáticas. Implicaciones metodológicas. *Enseñanza de las Ciencias*, 25(2), 157-170.
- Gravemeijer, K. (2004). Local Instruction Theories as Means of Support for Teachers in Reform Mathematics Education. *Mathematical Thinking and Learning*, 6 (2), 105-128.
- Hiebert, J., Morris, A., Berk, D. & Jansen, A. (2007). Preparing teachers to learn from teaching. *Journal of Teacher Education*, 58(1), January/February, 47-61.
- Lin, P. (2005). Using research-based video-cases to help pre-service primary teachers conceptualize a contemporary view of mathematics teaching. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 3, 351-377.
- Llinares, S. (2000). Comprendiendo la práctica del profesor de matemáticas (pp.109-132). En J.P. da Ponte & L. Serrazina (Org.), *Educação matemática em Portugal, Espanha e Itália*. Secção de Educação Matemática da Sociedade Pottuguesa de Ciencias de Educação, Lisboa.
- Llinares, S. (2002). Participation and reification in learning to teach. The role of knowledge and beliefs. En G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education* (pp.195-210). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Llinares, S. (2004-a). La generación y uso de instrumentos para la práctica de enseñar matemáticas. *UNO. Revista de Didáctica de la Matemática*, nº 36, 93-115
- Llinares, S. (2004-b). *Building virtual learning communities and the learning of mathematics student teacher*. Invited Regular Lecture Tenth International Congress for Mathematics Education (ICME), Copenhagen, Denmark.
- Llinares, S.; & Krainer, K. (2006). Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. En A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 429-459). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Llinares, S.; & Olivero, F. (2008). Virtual communities and networks of prospective mathematics teachers. Technologies, Interactions and new forms of discourse. En K. Krainer & T. Wood (Eds.), *International handbook of mathematics teacher education: Vol. 3. Participants in mathematics teacher education: individuals, teams, communities and networks*. Sense Publishers: Rotterdam-Taipei
- Llinares, S.; & Valls, J. (2007). The building of preservice primary teachers' knowledge of mathematics teaching: interaction and online video case studies. *Instructional Science*, DOI: 10.1007/s11251-007-9043-4.
- Masingila, J.O.; & Doerr, H.M. (2002). Understanding pre-service teachers' emerging practices through their analyses of a multimedia case study of practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5(3), 235-263.
- Morris, A. K. (2006). Assessing pre-service teachers' skills for analyzing teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 471-505.
- Pea, R. (2006). Video-as-Data and Digital Video Manipulation Techniques for Transforming Learning Science Research, Education and Other Cultural Practices. In J. Weiss, J.

- Nolan, Hunsinger, J. & P. Trifonas (Eds.) *The International Handbook of Virtual Learning Environments*, Volume II. (pp. 1321-1394). Netherland: Springer.
- Penalva, M.C.; Escudero, I.; y Barba, D. (2006). *Conocimiento, entornos de aprendizaje y autorización para la formación del profesorado de matemáticas. Construyendo comunidades de práctica*. Granada: Proyecto Sur.
- Rey, C.; Penalva, C.; y Llinares, S. (2007). Aprendizaje colaborativo y formación de asesores en matemáticas: Análisis de un caso. *Cuadrante*, vol. XV, pp. 95–120.
- Schrire, S. (2006). Knowledge building in asynchronous discussion groups: going beyond qualitative analysis. *Computers & Education*, 46, 49-70.
- Seago, N. (2004). Using video as an object of inquiry for mathematics teaching and learning. En J. Brophy (ed.) *Using Video in Teacher Education*, (pp. 259-286). Oxford: Elsevier Ltd.
- Sherin, M.G. (2004). New perspectives on the role of video in teacher education. En J. Brophy (ed.), *Using video in teacher education* (p.1-28). Oxford: Elsevier Ltd.
- Simon, M. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114-145.
- Simon, M. A. (2000). Research on the development of mathematics teachers: The teacher development experiment. En A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education*. (pp. 335-359). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Simon, M. y Schifter. D. (1991). Towards a constructivist perspective: An intervention study of mathematics teacher development. *Educational Studies in Mathematics* 22, 309-331.
- Strijbos, J.; Martens, R.; Prins, F. & Jochems, W. (2006). Content analysis. What are they talking about? *Computers & Education*, 46, 29-48.
- Valls, J. Llinares, S. & Callejo, ML. (2006). Video-Clips y análisis de la enseñanza: construcción del conocimiento necesario para enseñar matemáticas. En M C. Penalva, I. Escudero & D. Barba (eds.) *Conocimiento, entornos de aprendizaje y tutorización para la formación del profesorado de matemáticas* (pp. 25-43). Granada: Grupo proyecto Sur.
- Van Es, E.; & Sherin, M.G. (2002). Learning to notice: Scaffolding New Teachers' Interpretations of Classroom Interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10(4), 571-596.
- Weinberger, A.; & Fisher, F. (2006). A framework to analyze argumentative knowledge construction in computer-supported collaborative learning. *Computers & Education*, 46, 71-95.

