### Universidad de Granada

Grupo de Investigación de Dinámica de Flujos Ambientales Departamento de Mecánica de Estructuras e Ingeniería Hidráulica

### Capa límite de fondo y superficial asociada a oscilaciones de múltiple escala: influencia en el transporte de sedimentos y la morfología costera

Tesis doctoral realizada por:

Simona Bramato

Directores:

Miguel Ángel Losada Rodríguez Elena Sánchez-Badorrey

Granada, Diciembre 2008

Editor: Editorial de la Universidad de Granada Autor: Simona Bramato D.L.: GR. 486-2009 ISBN: 978-84-691-9298-6

a Chris

# Agradecimientos

La presente tesis doctoral cierra una etapa fundamental de mi vida, un período de formación como investigadora y de adquisición de herramientas para la aplicación del método científico al estudio del Medio Ambiente. Por este motivo, mi agradecimiento en primer lugar a todos mis compañeros del Grupo de Investigación de Dinámica de Flujos Ambientales, y a Miguel Losada, nuestro profesor, director y mentor por su apoyo y dedicación incondicional a cada uno de nosotros. También quiero agradecer a Elena Sánchez-Badorrey su motivación durante la etapa del Máster en Hidráulica Ambiental, que ha sido importante para la realización de la presente tesis doctoral.

Un agradecimiento especial a Miguel Ortega-Sánchez, por sus observaciones inteligentes y sus criticas, no sólo durante la realización de la presente tesis sino también durante la preparación de los artículos relacionados. Además, agradezco a Asunción Baquerizo Azofra sus importantes aportaciones durante el análisis de los datos de campo, y a Edwin Cowen su apoyo durante la fase de análisis de los datos de laboratorio y por haberme enseñado el uso de la técnica de medida con Anemometría Láser. También quiero agradecer a Mónica su ayuda, apoyo y preciosos consejos.

Finalmente a mi familia, que representa lo mas importante en mi vida y a Chris que ha estado siempre a mi lado y en cada momento , compartiendo todo, a quien dedico esta tesis.

El ministerio español de ciencia y educación (Proyecto BORRASCAS CTM2005-06583) y la junta de Andalucía (Proyectos P05-RNM-968 y P06-RNM-1573) han financiado la presente investigación.

### Resumen

La presente tesis doctoral se estructura en dos partes en las que se han caracterizado respectivamente las implicaciones en la dinámica litoral y la morfología costera (1) del acoplamiento entre parámetros atmosféricos (viento y presión barométrica), e hidrodinámicos (oleaje y corriente) en la capa límite superficial de una playa natural y (2) de la dinámica de la capa límite de fondo inducida por flujos oscilatorios estacionarios de múltiple escala, reproducidos en un canal de generación oleaje-corriente.

En la primera parte se ha estudiado la hidrodinámica cerca de la costa, empleando perfiladores de corrientes y velocímetros, posicionados fuera de la zona de rompientes, así como los parámetros atmosféricos en la playa, empleando sensores barométricos de presión y anemómetros sónicos bidimensionales. El estudio ha permitido definir el efecto local de la topografía en el campo del viento a lo largo de la línea de costa, junto con la variabilidad espacial de la altura de ola significante y de la dirección media de incidencia del oleaje. Se ha mostrado la existencia física del fenómeno de acoplamiento entre los parámetros atmosféricos e hidrodinámicos creado por la separación del flujo de aire sotavento de un obstáculo geográfico y cómo este acoplamiento puede reforzar las formaciones morfológicas de gran escala presentes en la línea de costa.

Un análisis de las imágenes de una estación de vídeo-monitorización costera, capturadas durante una sucesión de eventos forzadores de elevado y moderado contenido energético, ha permitido analizar la evolución de la línea de costa y la recuperación a su estado previo. Este estudio, junto con la evolución del transporte de sedimentos fuera de la zona de rompiente, ha permitido cuantificar la capacidad potencial de transporte en playas mixtas de arena y grava.

En la segunda parte se ha efectuado un estudio experimental de la hidrodinámica de la capa límite de fondo inducida por flujos oscilatorios estacionarios de múltiple escala, caracterizados por valores bajos del número de Reynolds, propagándose sobre fondo fijo e impermeable de profundidad constante, bajo condiciones de teoría lineal de ondas sin rotura. Las medidas han sido realizadas en el canal de generación oleaje-corriente instalado en el Centro Andaluz de Medio Ambiente (CEAMA-UGR), empleando simultáneamente sensores de nivel para la obtención de la superficie libre y anemometría láser (LDV) para la obtención de las componentes de velocidad en la capa límite de fondo. Se ha desarrollado una metodología de análisis de datos de LDV, que tiene en cuenta el carácter de múltiple escala del flujo oscilatorio. La metodología se ha aplicado para definir las componentes de velocidad en la capa límite de fondo inducida, tanto por oleaje monocromático como por un grupo regular. Los perfiles de velocidad, en el caso monocromático, se ajustan bien a la predicción teórica (modelo lineal, laminar), dando confianza a la calidad de los ensayos y a la validez del método de análisis.

A partir de los perfiles instantáneos de la velocidad en la capa límite, se ha estimado la corriente residual Euleriana inducida por un grupo de ondas regular y asociada a las escalas de la onda corta y del grupo. Los resultados experimentales muestran la existencia (1) de inversión de flujo en la capa límite en presencia de grupos regulares estacionarios y, (2) de células de circulación relacionadas con las escalas de la onda corta y del grupo.

# Índices

Capítulo 1 Introducción General	. 1
1.1       Motivaciones         1.2       Objetivos         1.3       Organización y contenidos         Parte I       1	. 1 . 6 . 7 11
Capítulo_2 Introducción	13
2.1       Estado del arte       1         2.2       Zona de estudio       1         2.3       Metodología experimental       1         2.3.1       Medidas de parámetros atmosféricos       1         2.3.2       Madidas de parámetros hidro dinóminos       1	13 16 18 19
2.5.2 Metodología de Análisis de datos	20 23
2.4       Metodología de Analisis de datos         2.4.1       Aplicación del método espectral a la presión dinámica	23
2.4.2 Análisis temporal del estado de Mar	25
2.4.3 Análisis espectral	27
Capítulo_3 Medidas en la playa de Carchuna	31
<ul> <li>3.1 Forzamiento meteorológico exterior</li></ul>	31 32 34
3.3       Medidas de nivel y de oleaje       3         3.3.1       Análisis de la hidrodinámica costera       3	37 37
3.3.2 Anchura y estimación espectral	41
3.4       Circulación costera fuera de la ensenada	43 47
<ul> <li>4.1 Procesos físicos en la playa de Carchuna</li></ul>	47 49 55
<ul> <li>5.1 Movimiento incipiente, formas de lecho y profundidad de cierre</li></ul>	56 51 62
5.2.2 Instrumentación y datos disponibles	63
5.2.3 Resultados y discusión	64
Capítulo_6 Conclusiones y futuras líneas de investigación	79
6.1       Conclusiones       7         6.2       Futuras líneas de investigación       8         Parte II       8	79 81 83

Capítulo_7 I	ntroducción	85
7.1 Det	finición de capa límite de fondo	85
7.2 Hic	lrodinámica de un tren monocromático	86
7.3 Hic	lrodinámica de un grupo regular	87
7.3.1	Procesos de transformación del grupo	87
7.3.2	Capa límite de fondo y procesos de transporte	88
Capítulo_8 H	Fundamentos hidrodinámicos	91
8.1 Det	finición de grupo regular	91
8.2 For	mulación del problema hidrodinámico	92
8.3 Hid	lrodinámica de la región no viscosa	93
8.3.1	Ecuaciones de gobierno	94
8.3.2	Problema matemático	95
8.4 Hic	lrodinámica de la capa límite de fondo	100
8.4.1	Capa límite oscilatoria: Oleaje monocromático	101
8.4.2	Capa límite oscilatoria: grupo regular	102
8.5 Ecu	aciones de transporte y modelos de viscosidad	103
8.6 Nat	tura del flujo cerca del fondo	104
Capítulo_9 M	Metodología experimental	105
9.1 El c	canal de generación ola-corriente	105
9.2 Inst	trumentación	106
9.2.1	Sensores de niveles	106
9.2.2	Sistema de anemometría Láser (LDV)	107
9.3 Dis	eño del experimento	108
9.3.1	Fórmulas empleadas en el análisis dimensional	111
9.3.2	Validez de la teoría lineal de ondas	112
9.4 Ana	álisis de datos de superficie libre	114
9.4.1	Calculo del nivel medio y corrección de la serie	114
9.4.2	Análisis de Fourier	115
9.4.3	Análisis de la reflexión	117
Capítulo_10 H	Resultados: tren monocromático	119
10.1 Ana	álisis de datos de capa límite	119
10.2 Res	sultados	124
10.2.1	Representación de la velocidad instantánea (MA)	124
10.2.2	Representación de la velocidad instantánea (ME)	124
Capítulo_11 H	Resultados: Grupo regular	129
11.1 An:	álisis de datos de capa límite	129
11.2 Res	sultados: Caso GT1.12	132
11.2.1	Representación de la velocidad instantánea	132
11.2.2	Deriva Euleriana	136

11.2.3	Variación en el tiempo del gradiente de velocidad	
11.3 F	esultados: Caso GT1.03	
11.3.1	Representación de la velocidad instantánea	
11.3.2	Deriva Euleriana	
Capítulo_12	Conclusiones y futuras líneas de investigación	
12.1 C	onclusiones	
12.2 F	uturas líneas de investigación	1.50
	uturas inicas de investigación	
Capítulo_13	Bibliografía	
Capítulo_13 Anejo A Re	Bibliografía solución del problema matemático: método WJKB	

# Lista de Figuras

Figura 1.1: Playa de Carchuna (Granada). Línea de costa con formas rítmicas de gran escala (gráfica izquierda), <i>beach cusps</i> con granulometría heterogénea (gráfica central), y Cabo Sacratif (gráfica derecha)
Figura 1.2: Evolución longitudinal del coeficiente de propagación, para oleaje incidente procedente del sector Oeste (Ortega-Sánchez et al., 2003)
Figura 1.3: Espectro de oleaje medido en la boya de Cabo de Gata el día 23 Diciembre de 2000, a las 5:00 horas (Ortega-Sánchez et al., 2003)
Figura 1.4: Pulsos de presión en la playa de Carchuna en el día 21 Enero 2003, 17GTM (Quevedo et al., 2008)
Figura 1.5: Detalle de la batimetría en frente del dique de Motril ( <i>breakwater</i> ). Identificación de barras(Bar#1-4?) en vista tridimensional (Sánchez-Badorrey et al., 2008)
Figura 2.1: Ubicación y batimetría general de la playa de Carchuna. En la esquina inferior derecha se representa una foto de la ensenada seleccionada para el estudio
Figura 2.2: Distribución de sedimentos (gráfica derecha) y perfiles transversales (gráfica izquierda) a lo largo de la playa
Figura 2.3: Vista en planta y batimetría de la ensenada de estudio con ubicación de la instrumentación (se incluye una fotografía de una estación de medida de parámetros atmosféricos)
Figura 2.4: Estación meteorológica (gráfica izquierda) y detalle de la caja estanca (gráfica derecha)
Figura 2.5: Estructura de soporte para el fondeo de VECTOR (gráfica izquierda), AWAC (gráfica superior derecha) y ADCP (gráfica inferior derecha)
Figura 2.6: Comparación entre <i>HS</i> (gráfica superior) y <i>TS</i> (gráfica inferior) obtenido con el método espectral (línea continua) y con los registros AST (línea discontinua) medidos en AW2.
Figura 2.7: Pasos principales empleados en el análisis temporal de los registros hidrodinámicos. 
Figura 2.8: Pasos principales empleados en el análisis espectral de los registros hidrodinámicos y meteorológicos
Figura 3.1: Mapa sinóptico del clima en Europa, 8 (gráfica izquierda), 10 (gráfica central) y 12 (gráfica derecha) de Marzo [Fuente: http://wxmaps.org/pix/euro2.00hr.png ]

Figura 3.4: Nube de puntos promedios de 10 minutos de la velocidad del viento (gráfica izquierda) y dirección del viento (gráfica derecha) de la estación E4 frente a la estación E1....35

Figura 3.9: Altura de ola significante media horaria (gráfica superior) y Coeficiente de propagación de la altura de ola significante Hs/H0 representado cada 3 horas (gráfica inferior) para AD1 (línea discontinua), AD2 (línea segmento- punto) y AW2 (línea continua)......40

Figura 4.5: Densidad de distribución espectral del sensor de presión en AD2 durante condiciones energéticas moderadas (gráfica izquierda) y medios-bajas (gráfica derecha)........53

Figura 5.1: Velocidad de fricción en V2 (gráfica superior a la izquierda) y V1 (gráfica superior a la derecha); parámetro de Shields en V2 (gráfica central a la izquierda) y V1 (gráfica central a la derecha); parámetro de tasa de transporte en el fondo en V2 (gráfica inferior a la izquierda) y V1 (gráfica inferior a la derecha). Las contribuciones de corriente están expresadas según Van Rjin, 1990 (línea discontinua) y Soulsby, 1997(línea segmento-punto). Las contribuciones del oleaje están expresadas según Swart, 1974 (línea a puntos) y Soulsby, 1997 (línea continua). 59

Figura 5.10: Evolución del Flujo de energía máximo diario por unidad de anchura (línea continua) y del desplazamiento medio diario de la línea de costa (gráfico de barra), donde el valor nulo se corresponde a la posición original de la línea de costa (20 de Marzo). Los valores negativos y positivos se corresponden a las fases de erosión y de recuperación, respectivamente.

Figura 5.15: Evolución en el tiempo de la morfología de la línea de costa antes y después del paso de $S_{E}^{+}$ (a-b) y donde la línea blanca continua representa la línea de costa original (desde la imagen a) y evolución en el tiempo de la morfología de la línea de costa antes y después del paso de $S_{E}^{-}$ (c-d) y donde la línea blanca discontinua representa la línea de costa original (desde la imagen c)
Figura 8.1: Ejemplo de la superficie libre de un grupo regular estacionario
Figura 8.2: Esquema del problema para trenes monocromáticos estacionarios
Figura 8.3: Esquema del problema para un grupo regular estacionario
Figura 8.4: Modelos de viscosidad invariantes en el tiempo (Fredsoe y Deigaard, 1992) 103
Figura 9.1: Dispositivo experimental. Canal de generación ola-corriente del CEAMA, Universidad de Granada
Figura 9.2: Sistema de anemometría láser y esquema de funcionamiento (gráfica inferior derecha)

Figura 9.3: Descripción del experimento y ubicación de los puntos de medida (GT1.03). ..... 109

Figura 9.4: Descripción del experimento y ubicación de los puntos de medida (GT1.12) 109
Figura 9.5: Regiones de validez de diferentes teorías de ondas (Reeve et al., 2004) 112
Figura 9.6: Evolución temporal de la superficie libre de un grupo regular en las ubicaciones E (GT1.12), y A-D (GT1.03)
Figura 9.7: Valores absolutos de los coeficientes complejos de FFT caso GT1.03 (gráfica superior) y MT1.03 (gráfica inferior)
Figura 10.1: Técnica de análisis
Figura 10.2: Representación simultanea de los registros de superficie libre y velocidad (Caso MHA1)
Figura 10.3: Técnica de análisis (Caso MHA1). (a) Datos brutos sincronizados. (b)Filtro datos de nivel. (c) Separación datos de nivel en ondas individuales. (d) Filtro datos de velocidad. (e) Separación datos de velocidad en ondas individuales
Figura 10.4: Evolución en el tiempo del perfil de velocidad horizontal (a la izquierda) y vertical (a la derecha) no simultáneos con intervalos confianza del 95% (Caso MA) 125
Figura 10.5: Evolución en el tiempo del perfil de velocidad horizontal (a la izquierda) y vertical (a la derecha) simultáneos con intervalos confianza del 95% (Caso ME)
Figura 10.6: Análisis de frecuencia de datos de velocidad (MHE) a las distancias de 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.6, 0.8, 2.0 mm desde el fondo
Figura 11.1:Representación simultánea de registros de superficie libre y velocidad (Caso GHE0.6)
Figura 11.2: Técnica de análisis (Caso GHE0.6). (a) Datos brutos sincronizados. (b)Filtro datos de nivel. (c) Separación datos de nivel en ondas individuales. (d) Filtro datos de velocidad. (e) Separación datos de velocidad en ondas individuales
Figura 11.3: Análisis de frecuencia de datos de velocidad (GHE) a las distancias de 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.6, 0.8, 2.0 mm desde el fondo
Figura 11.4: Evolución en el tiempo del perfil de la velocidad horizontal, cada línea representa una onda del paquete (Caso GHE), cada columna una fase. El caso monocromático correspondiente (en gris) se compara con la onda máxima del grupo
Figura 11.5: Evolución en el tiempo del perfil de la velocidad vertical cada línea representa una onda del paquete (Caso GVE) cada columna una fase. El caso monocromático correspondiente (en gris) se compara con la onda máxima del grupo
Figura 11.6: Evolución en el tiempo del perfil de velocidad horizontal de (Onda 4 Caso GHE gráfica superior, Caso MHE gráfica inferior) e incertidumbre del 95%
Figura 11.7: Evolución en el tiempo del perfil de velocidad vertical de (Onda 4 Caso GVE gráfica superior, Caso MVE gráfica inferior) e incertidumbre del 95%

Figura 11.8: Evolución de la deriva Euleriana horizontal(izquierda) y vertical (derecha) asociada Figura 11.9: Perfil de la deriva estacionaria euleriana asociada a un grupo de ola regular (a) Deriva horizontal,  $U_{SR}$ ; (b) Deriva vertical,  $W_{SR}$  e incertidumbre del 95%......140 Figura 11.10: Distribución del contenido energético de la componente horizontal de velocidad en función de la distancia del lecho representativa (a) de la banda de baja frecuencia, de los Figura 11.11: Gradiente de velocidad horizontal en el fondo U\*( en negro) y de la velocidad calculada a 100 mm U<sub>inf</sub> (en gris) y gradiente de velocidad horizontal residual asociada a cada ondas del paquete.....142 Figura 11.12: Gradiente de velocidad horizontal residual asociada a cada onda (W1-W7). .... 143 Figura 11.13: Representación simultanea de registros de superficie libre y velocidad (Caso Figura 11.14: Evolución en el tiempo del perfil de velocidad horizontal (Caso GHA), cada línea representa una onda del paquete, cada columna una fase. El caso monocromático Figura 11.15: Evolución en el tiempo del perfil de velocidad vertical (Caso GVA), cada línea representa una onda del paquete cada columna una fase. El caso monocromático Figura 11.16: Evolución en el tiempo del perfil de velocidad horizontal de onda max. de GHA e incertidumbre del 90% (gráfica superior) con MHA e incertidumbre del 95% (gráfica inferior). Figura 11.17: Evolución en el tiempo del perfil de velocidad vertical de onda max. de GHA e incertidumbre del 90% (gráfica superior) con MHA e incertidumbre del 95% (gráfica inferior). Figura 11.18: Evolución del régimen estacionario de la deriva Euleriana para las 6 ondas (W1-W6) horizontal (gráfica izquierda) y vertical (gráfica derecha) con incertidumbre del 90% (en gris)......149 Figura 11.19: Evolución del régimen estacionario de la deriva Euleriana e incertidumbre del 

### Lista de Tablas

Tabla 5.1: Tasa de erosión y recuperación junto con el flujo de energía máximo diario por unidad de anchura disponible durante los siete días. (* se corresponde al máximo nivel
Tabla 8.1: Parámetros característicos de un grupo regular
Tabla 9.1: Características principales del grupo de ondas (GT1.03 y GT1.12) 109
Tabla 9.2: Peralte límite : Onda Progresiva.    111
Tabla 9.3 Parámetros característicos.    112
Tabla 9.4: Límite de profundidad relativa.    113
Tabla 9.5:Características hidrodinámicas (MT1.03 y MT1.12)113
Tabla 9.6: Componentes de frecuencia para GT1.03 y GT1.12

# Capítulo 1

# Introducción General

#### 1.1 Motivaciones

Las playas naturales suelen presentar líneas de costa con formaciones morfológicas que pueden ser rítmicas o no rítmicas, con diferentes características geométricas (p. ej. separación entre ellas). Tradicionalmente, se considera que estas formaciones son generadas por procesos hidrodinámicos inducidos por el oleaje, una línea de investigación que ha sido ampliamente desarrollada durante las últimas décadas (Komar, 1998; Holland y Holman, 1996; Ortega-Sánchez et al., 2003, 2004, 2008 a, b).

La existencia de una capa límite superficial en el mar, donde la interacción entre los parámetros hidrodinámicos y atmosféricos es importante, induce a considerar el fenómeno de acoplamiento viento-oleaje en el estudio de la dinámica litoral y de la morfología costera y no sólo en la fase de generación, como se hace tradicionalmente. Sin embargo, los estudios de morfodinámica costera, que consideran los procesos hidrodinámicos inducidos por la variabilidad atmosférica (viento y presión barométrica), son a día de hoy escasos. Los efectos de acantilados costeros (o cabos) y en general, de una topografía compleja alrededor de playas naturales, en presencia de vientos intensos, parecen tener un papel clave en la comprensión de la hidrodinámica asociada a flujos de múltiple escala cerca de la costa.

La playa de Carchuna (Granada) es una playa natural de unos 4km de longitud, ubicada en la costa mediterránea del sur de España; en la Figura 1.1 se muestran sus características principales; La playa se caracteriza por: (1) una línea de costa morfológicamente compleja con formas rítmicas de gran escala (puntas y ensenadas), (2) una granulometría heterogénea (grava y arena) y (3) un obstáculo geográfico de elevadas dimensiones (Cabo Sacratif) situado en su extremo Oeste; dichas características se presentan en la Figura 1.1 respectivamente en las gráficas izquierda, central y derecha.

Los estudios previos realizados en la playa de Carchuna se han centrado en identificar y caracterizar todos los procesos responsables de su peculiar morfología costera. Inicialmente se consideró que los procesos hidrodinámicos inducidos por el oleaje, con su acción continuada, debían haber sido principal mecanismo forzador.



Figura 1.1: Playa de Carchuna (Granada). Línea de costa con formas rítmicas de gran escala (gráfica izquierda), *beach cusps* con granulometría heterogénea (gráfica central), y Cabo Sacratif (gráfica derecha).

Ortega-Sánchez et al. (2003) evidenciaron que la energía del oleaje se concentra y diverge a lo largo de la playa. Empleando así, un modelo numérico parabólico (Kirby y Dalrymple, 1983), los autores mostraron como la batimetría existente, surcada por la presencia de antiguos cauces fluviales inundados tras la transgresión flandriense, afecta a la propagación del oleaje e induce una variación longitudinal del coeficiente de propagación,  $C_H$  (cociente entre altura de ola significante espectral en profundidades indefinidas,  $H_0$  y la profundidad de rotura,  $h_b$ ). La Figura 1.2 muestra que, en el caso de oleaje procedentes del sector Oeste, cuando las condiciones energéticas empiezan a ser moderadas ( $H_0=1$ m y  $T_0=7$ s, donde  $T_0$  es el período de pico espectral en profundidades indefinidas), la energía del oleaje se concentra en la zonas entre puntas. El oleaje se propaga y rompe en las bahías y debido a la ocurrencia de elevados gradientes longitudinales de la altura de ola, se genera una circulación que va desde la bahía hacia las puntas, que transporta sedimentos y refuerza la morfología del sistema. En el estudio se evidencia, además, cómo en condiciones energéticas medios-bajas ( $H_0 < 1$ m y 4s  $< T_0 <$ 6s), debido al menor contenido energético, el sistema sufre un proceso de autoorganización que mantiene en equilibrio dinámico las formas arqueadas.



Figura 1.2: Evolución longitudinal del coeficiente de propagación, para oleaje incidente procedente del sector Oeste (Ortega-Sánchez et al., 2003).

El análisis del espectro de energía de los oleajes incidentes en la playa de Carchuna, en condiciones energéticas moderadas, evidencia generalmente la existencia de dos picos armónicos  $(f_1 \ y \ f_2)$  de diferente frecuencia y dirección, que se corresponden a diferentes condiciones de generación del oleaje. Un ejemplo se muestra en la Figura 1.3 donde se representa el espectro del oleaje medido en la boja de Cabo de Gata (Almería), el día 23 de Diciembre de 2000 a las 5 de la mañana. La interacción no lineal entre las dos componentes armónicas del espectro, puede generar una oscilación infragravitatoria de segundo orden (Hasselmann, 1962) que, cuando el oleaje rompe, se libera y se propaga hacia la costa. La existencia de ondas infragravitatorias, algunas de las cuales atrapadas cerca de la línea de costa (ondas de borde), fenómeno que se verifica bajo determinado ángulo de incidencia del oleaje, puede actuar reforzando la morfología de la playa (Ortega-Sánchez et al., 2003).



Figura 1.3: Espectro de oleaje medido en la boya de Cabo de Gata el día 23 Diciembre de 2000, a las 5:00 horas (Ortega-Sánchez et al., 2003).

Por otro lado se estudió de forma teórica la variabilidad atmosférica cerca de la costa (viento y presión barométrica) como consecuencia de la presencia de acantilados naturales o cabos que delimitan la playa y que están sometidos a la acción del viento. Quevedo et al. (2008) examinaron teóricamente los pulsos de presión inducidos en la superficie del agua por la emisión de vórtices asociados a la presencia de un obstáculo geográfico (cabo Sacratif) situado en el extremo Oeste de la playa de Carchuna. Este fenómeno puede generar ondas infragravitatorias que, atrapadas entre puntas, pueden propagarse como ondas de borde estacionarias o parcialmente estacionarias, y reforzar la morfología existente como en el ejemplo anterior. En la Figura 1.4 se representa una imaginen capturada por una estación de vídeo monitorización costera, ubicada en el Cabo Sacratif, donde se puede identificar la existencia de pulsos de presión en la superficie libre, con los vórtices espaciados del orden de O~(500 m). La Figura 1.4 se refiere a condiciones típicas de tormentas Norte-atlántica con vientos del orden de O~(10 m/s) procedente del Oeste.

Este fenómeno puede ser responsable de inducir además perturbaciones hidrodinámicas que, a su vez podrían dar lugar a formaciones morfológicas de menor escala (p. ej. *beach cusps*); así, por ejemplo, después de unas condiciones hidrodinámicas caracterizadas por

una altura de ola significante máxima de 1.4m, oleaje de corto período tipo *swell* y viento del Oeste de 10m/s se han observado, en la línea de costa de Carchuna, formaciones morfológicas de pequeña escala de reducidas dimensiones (*beach cusps*), espaciadas unos 10 metros (Figura 1.1-gráfica central). Estas formaciones están compuestas por puntas de sedimentos gruesos y ensenadas de sedimentos más finos (Masselink y Pattiaratchi, 1998; Buscombe y Masselink, 2006; Nolan et al., 1999; Ortega-Sánchez et al., 2008b) y se generan en zonas donde la reflexión del oleaje es dominante.



Figura 1.4: Pulsos de presión en la playa de Carchuna en el día 21 Enero 2003, 17GTM (Quevedo et al., 2008).

De lo dicho anteriormente se deduce que Carchuna es una playa natural peculiar, con una serie de características interesantes desde el punto de vista: (1) morfológico (formas arqueadas de gran dimensión, granulometría heterogénea, antiguos valles fluviales sumergidos en su batimetría, presencia del Cabo Sacratif en su topografía) y (2) físico (patrones de refracción del oleaje, acoplamiento viento-oleaje, generación de ondas largas y en particular existencia de ondas de borde, oleaje incidente con gran oblicuidad); dichas características hacen de ella una zona de estudio idónea para una campaña de campo. A partir de los estudios previos realizados en la playa de Carchuna, se deduce que la principal carencia es la inexistencia de datos hidrodinámicos y climáticos que permiten verificar los procesos involucrados y los mecanismos evidenciados, y que motiva la primera parte de la presente tesis doctoral.

Sin embargo, para caracterizar la hidrodinámica asociada a flujos oscilatorios de múltiple escala, es necesario estudiar los procesos que actúan no sólo en la capa límite superficial, sino también en la capa límite de fondo, donde la fricción ejercida por el lecho modifica el movimiento oscilatorio y las corrientes de deriva relacionadas con las escalas características del flujo, dominan el transporte de sedimentos. Conocer los parámetros hidrodinámicos en la capa límite de fondo es un aspecto clave para la comprensión de la dinámica del transporte de sedimentos en la plataforma continental interior, zona donde se encuentran ubicadas la mayor parte de las estructuras costeras.

Frente a una estructura marítima reflejante, la acción combinada de oleaje y corriente y la hidrodinámica derivada de su interacción, puede explicar la generación de formas de lecho rítmicas de gran escala en fondos arenosos frente a la estructura y explicar la existencia de fenómenos de erosión y deposición de sedimentos en su base (Baquerizo y Losada, 1998 a, b).

La existencia de barras en el fondo ha sido comprobada con una serie de campañas batimétricas efectuadas frente al muelle vertical del puerto de Motril (España), como se

muestra en la Figura 1.5, donde Sánchez-Badorrey et al. (2008) describen la formación de al menos tres barras frente a la estructura como consecuencia de la reflexión del oleaje y relacionan dichas formas de lecho con el clima marítimo local y el régimen de transporte dominante (por suspensión o por fondo).

La formación de barras ha sido predicha teóricamente antes por Carter et al. (1973) considerando incidencia normal del oleaje y por Baquerizo y Losada (1998a) en el caso de incidencia oblicua, analizando la estructura espacial de las corrientes residuales inducidas por la interacción del oleaje incidente y reflejado. Más recientemente el estudio teórico ha sido extendido por Sánchez-Badorrey y Losada (2006) al caso de grupos regulares y ondas largas.



Figura 1.5: Detalle de la batimetría en frente del dique de Motril (*breakwater*). Identificación de barras(Bar#1-4?) en vista tridimensional (Sánchez-Badorrey et al., 2008).

La caracterización de los parámetros hidrodinámicos en la capa límite de fondo asociada a flujos oscilatorios estacionarios de múltiple escala, permite explicar algunos procesos que a día de hoy no están plenamente estudiados como, por ejemplo, la influencia de la fricción ejercida por el fondo en todo los procesos de transformación y propagación del oleaje y el papel de la turbulencia y de la estructura de la capa límite de fondo en la capacidad de transporte y proceso de mezcla de sustancias orgánicas e inorgánicas.

Hasta la fecha existen datos experimentales de la capa límite de fondo inducida por la interacción entre oleaje y corriente pero no existen datos experimentales, con elevada resolución en la vertical y en el tiempo, de la estructura de la capa límite de fondo inducida por grupos regulares (simple ejemplo de flujos oscilatorios de múltiple escala), lo que motiva la segunda parte de la presente tesis doctoral.

Así pues, de lo dicho anteriormente, para describir y caracterizar el transporte de sedimentos y los cambios morfológicos asociados, en la plataforma continental interior y en la costa, resulta primordial el estudio de los procesos que actúan en la capa límite tanto de fondo como de superficie.

Conforme a la motivación anterior, a continuación se exponen los objetivos de la presente tesis doctoral.

### 1.2 Objetivos

El objetivo general de la tesis es profundizar en el conocimiento de los procesos que influyen en la capa límite de fondo y superficial asociadas a flujos oscilatorios de múltiple escala.

Para alcanzar dicho objetivo se proponen los dos objetivos específicos siguientes:

- La obtención de datos hidrodinámicos y climáticos de forma simultánea en una playa natural (Carchuna, Granada) que permitan (a) validar los estudios teóricos existentes, (b) profundizar en el conocimiento de cómo los parámetros atmosféricos pueden modificar la capa límite superficial y (c) avanzar en el estudio de los procesos responsables de la morfodinámica litoral.
- Un estudio experimental de la hidrodinámica de la capa límite inducida por flujos oscilatorios estacionarios (oleaje monocromático y grupo regular), de bajos números de Reynolds y propagándose sobre fondo fijo impermeable de profundidad constante, fuera de la zona de rotura que permitan (a) obtener datos con elevada resolución en la vertical y en el tiempo de la capa límite inducida por un grupo regular estacionario y (b) avanzar en el estudio de los procesos físicos que se verifican en la capa límite de fondo inducida por oleaje estacionario de múltiple escala.

Para alcanzar el primer objetivo específico se ha planificado y realizado una campaña de campo que ha permitido caracterizar la hidrodinámica y la variabilidad de los parámetros atmosféricos en la playa de Carchuna (Granada). Para el estudio de la hidrodinámica cerca de la costa se han empleado perfiladores de corrientes y velocímetros 3D. Para la medida de la presión atmosférica, la velocidad y la dirección del viento en la playa se han empleado sensores barométricos y anemómetros sónicos 2D. Además para el estudio de la morfodinámica litoral se han empleado imágenes capturadas por una estación de vídeomonitorización costera ubicada en el Cabo Sacratif.

Para alcanzar el segundo objetivo específico se ha desarrollado una metodología de análisis de datos de anemometría laser (LDV) para el caso de flujos oscilatorios estacionarios. Las medidas se han realizado en el canal de generación oleaje-corriente instalado en el Centro Andaluz de Medio Ambiente (CEAMA-UGR) y la metodología se ha aplicado tanto a oleaje monocromático como a grupo regular.

Conforme al cumplimiento de los objetivos específicos, a continuación se expone la organización de la tesis con un resumen de los contenidos.

#### 1.3 Organización y contenidos

En la tesis se tratarán procesos físicos que caracterizan los dos contornos del medio marino, la capa límite superficial y la capa límite de fondo.

La tesis se estructura así en dos partes:

Una primera parte con el título de "Acoplamiento atmosférico-hidrodinámico en la capa límite superficial de un playa mixta natural" que incluye los capítulos 2, 3, 4, 5 y 6 y una segunda con el título de "Medidas de alta resolución de la capa límite de fondo inducida por oleaje estacionario" que incluye los capítulos 7, 8, 9, 10, 11 y 12.

La primera parte empieza con el *capítulo* 2 donde se tratarán en el estado del arte los principales procesos morfodinámicos costeros y un resumen de los estudios previos relacionados con la playa de Carchuna. En este capítulo se definirán las principales características físicas, la climatología y la hidrodinámica de la zona de estudio y se presentará la metodología empleada (experimental, de adquisición y de análisis de datos).

En el *capítulo 3* se proporcionarán los principales resultados de la campaña. Especial cuidado se dedicará al estudio de la influencia local de la topografía local en el campo del viento. Los resultados de circulación que se presentarán, no solo permitirán validar estudios previos de circulación costera (Ortega-Sánchez et al.,2003), sino también relacionar directamente los patrones de circulación fuera de una ensenada costera natural a las características del viento y a su ciclo diario (p.ej. brisa marina).

En el *capítulo 4* se presentará la evidencia experimental, a través de datos de campo, del fenómeno de acoplamiento entre parámetros atmosféricos e hidrodinámicos en la capa límite superficial y se validarán consecuentemente, los estudios previos presentados por Quevedo et al. (2008). Se relacionarán los vórtices turbulentos en la capa límite superficial a la generación de ondas de bajas frecuencias y se describirá cómo esta interacción puede actuar reforzando las formaciones morfológicas de gran escala (puntas-ensenadas) en la línea de costa de la playa de Carchuna.

El *capítulo 5* será totalmente dedicado al transporte de sedimentos; se emplearán para el estudio el parámetro de Shields y la formulación de movimiento incipiente y formacióndesaparición de rizaduras propuesta por Losada et al. (1987) y Losada y Desiré (1985), que se aplicarán a las componentes de velocidad medidas cerca del lecho por dos velocímetros 3D. Además, para estudiar el comportamiento de la playa frente a eventos severos, se examinará su recuperación natural después de una sucesión de eventos de breve duración, analizando imágenes capturadas por una estación de monitorización costera basada en la técnica ARGUS y ubicada en el Cabo Sacratif. En este capítulo se formulará así, un modelo conceptual de la respuesta de una playa mixta de arena y grava frente a los agentes forzadores hidrodinámicos y climáticos.

El *capítulo 6* cierra la primera parte y proporcionará las conclusiones del estudio con las principales líneas de investigación futuras.

El *capítulo* 7 sirve de introducción a la segunda parte y presentará un estado del arte de las principales investigaciones relacionadas con la hidrodinámica de la capa límite de

fondo y de la región no viscosa en presencia de oleaje monocromático y modulado. El objetivo principal de este capítulo es presentar un resumen de las investigaciones disponibles, y planificar una línea de estudio.

El *capítulo* 8 presentará una definición de grupo regular e introducirá además, el problema hidrodinámico con una metodología de estudio, proporcionando un resumen de los resultados analíticos de la región no viscosa, considerada agente "forzador" de la región viscosa. Se empleará la solución obtenida para describir la hidrodinámica de la capa límite de fondo. Este capítulo es importante porque contiene todas las hipótesis simplificadas que han llevado a la solución del problema hidrodinámico.

En el *capítulo 9* se introducirá el tema experimental con objetivos y metodologías y se proporcionarán los parámetros característicos del oleaje, elegidos respetando la hipótesis de teoría lineal de Stokes. Se describirá el dispositivo experimental (canal de generación oleaje-corriente), los instrumentos empleados para la adquisición de datos (sensores de niveles y anemometría láser) y las técnicas experimentales. Finalmente se analizarán los datos de superficie libre de oleaje monocromático y de grupo regular obtenidos con sensores de niveles, mediante un análisis de Fourier y un análisis para el control de la reflexión.

En los *capítulos 10 y 11* se analizarán los datos de velocidad, respectivamente para oleaje monocromático y grupo regular, obtenidos con un sistema de anemometría láser (LDV). Desde la comparación entre el oleaje monocromático y el grupo se observará como la estructura del grupo modifica la hidrodinámica de la capa límite. En estos capítulos se describirán la técnica de análisis de los datos y los resultados obtenidos.

Finalmente en el *capítulo 12* se proporcionarán las conclusiones de la segunda parte y a partir de éstas, se individualizarán las principales líneas de investigación futuras.

La principales publicaciones relacionadas con los argumentos presentados en la tesis se describen a continuación:

#### Relacionadas con los capítulos 3 y 5:

- Bramato, S., Ortega-Sánchez, M., Navidad, D. and M.A. Losada (2008a), Atmospheric and hydrodynamic interaction outside a natural coastal embayment, *Continental Shelf Research*, CSR-S1257, *Submitted*.
- Bramato, S., Ortega-Sánchez, M., Mans, C., and M.A. Losada (2008b), Natural recovery of a mixed sand and gravel beach after a sequence of a short duration storm and moderate sea states, *Marine Geology*, MARGO-3921, *Submitted*.

Relacionada con el capítulo 4:

• Ortega-Sánchez, M., Bramato, S., Quevedo, E., Mans C., and M.A. Losada (2008c), Atmospheric-hydrodynamic coupling in the nearshore, *Geophysical Research Letters*, 2008GL036043 doi: 10.1029, *In press*.

Relacionadas con el *capítulo 10:* 

- Bramato, S., Mans, C., Sánchez-Badorrey, E. and M.A. Losada (2007a), High resolution LDV measurements of BBL velocities under standing monochromatic oscillating flows: uncertainty analysis, *Proc. Hydraulic Measurements & Experimental Methods Conference, Lake Placid, NY (U.S.A)*, 437-442.
- Bramato, S., Sánchez Badorrey, E., Mans, C. y M.A. Losada (2007b), Medidas de alta resolución con LDV en la capa límite de fondo inducida por flujos oscilatorios, *IX Jornadas Españolas de Ingeniería de Costas y Puertos, San Sebastián*, 26-31.

Relacionadas con el capítulo 11:

- Sánchez -Badorrey, E., Mans, C.Bramato, S. and M.A Losada (2008), About wave-group-induced oscillatory contributions to shear stress: theory and experimental evidence, *Journal of Geophysical Research, Submitted.*
- Sánchez -Badorrey, E., Bramato, S., Mans, C., Losada, M.A and E.A. Cowen (2007), Bottom Boundary Layer under standing wave groups: Eulerian Drift. *Proc. Int. Conf. Coastal Eng., San Diego (U.S.A)* 3, 2233-2245.

# Parte I

# Acoplamiento atmosférico-hidrodinámico en la capa límite superficial de una playa mixta natural

### Capítulo 2

### Introducción

Este capítulo, de introducción a la primera parte de la tesis, presenta una revisión del estado del arte relacionado con los principales procesos morfodinámicos costeros e introduce brevemente dos estudios teóricos previos relacionados con la morfodinámica de la playa de Carchuna; estudios que se pretenden validar con datos de campo en la presente tesis. Dichos estudios (tanto analíticos como numéricos) indican (véase Capítulo 1), que en la playa de Carchuna pueden coexistir un gran número de procesos físicos entre los que destacan: (1) patrones de refracción asociados a la propagación del oleaje sobre antiguos valles fluviales sumergidos, (2) ondas de borde progresivas y estacionarias atrapadas entre puntas, (3) inestabilidades de la línea de costa asociadas a oleajes incidentes con gran oblicuidad y (4) acoplamiento viento-oleaje, cuya acción podría reforzar la morfología existente (Ortega-Sánchez et al. 2003,2004, 2008a-b-c; Quevedo et al., 2008). Definidas así, las principales características físicas, la climatología y la hidrodinámica general de la zona de estudio, se presenta una metodología para la obtención de datos hidrodinámicos y meteorológicos (experimental y de adquisición de datos) y una metodología de análisis que incluye un análisis temporal para la caracterización de los parámetros hidrodinámicos y meteorológicos en el dominio del tiempo y un análisis espectral para la caracterización de la distribución de la energía en el dominio de la frecuencia.

#### 2.1 Estado del arte

Hay una gran multitud de playas naturales en todo el mundo (circa el 80%) flanqueadas por diferentes tipologías de acantilados costeros (o Cabos) (Komar, 1998), que se pueden definir como "*Steep slopes that border ocean coasts*" (Masselink y Hughes, 2003).

Dichos acantilados (p. ej. costa mediterránea del sur de España; costa de Oregón; costa de Reino Unido, entre otros) presentan diferentes características geométricas (p.ej. altura y dimensión transversal hacia el mar con respecto a la alineación media de la línea de costa). La existencia de acantilados influye directamente no sólo en los procesos
hidrodinámicos, sino también en los procesos atmosféricos; dichos procesos se acoplan e interaccionan en la zona más cercana a la costa y en la plataforma continental interior (Quevedo et al, 2008; Ortega Sánchez et al.,2008c).

La línea de costa de una playa natural, con independencia de que esté o no delimitada lateralmente por cabos u otros elementos fijos, muestra a menudo la existencia de una gran variedad de formaciones morfológicas con diferentes escalas espaciales y temporales que se generan debido, fundamentalmente, a la interacción entre sedimentos, oleajes y corrientes (Komar, 1998; Coco et al., 2007). Aunque estas formaciones pueden manifestarse de forma aislada, en general se muestran como series o secuencias de pequeñas formas sedimentarias que tienden a posicionarse perpendiculares o con cierta oblicuidad con respecto a la línea de costa.

Así, podemos encontrar formas con escalas características que van generalmente desde pocos metros en el caso de *beach cusps* (Guza e inman, 1975; Coco et al. 1999) hasta centenas de metros en el caso de *megacusps* (Komar, 1998; Short, 1999). A su vez, con frecuencia, estas formaciones generan ensenadas que son del orden (O~100-1000m) en dirección longitudinal a la línea de costa y del orden (O~ 10-100m) en dirección transversal (Komar, 1998; Ashton y Murray, 2004, 2006a-b, 2008; Coco et al., 2007, Coco et al., 2004). Consecuentemente, a menudo se pueden encontrar playas encajadas con formas rítmicas que, a su vez, pueden delimitar ensenadas de menores dimensiones.

En el pasado, la atención de los investigadores se centró principalmente en el estudio de las formaciones cuspidales de corta escala o *beach cusps*, tanto en playas de arena como en playas de grava, debido a sus periodicidades y a sus formas peculiares (Guza e Inman, 1975; Inman y Guza, 1982; Coco et al., 1999; Masselink et al., 2004). Su formación se atribuye generalmente a procesos inducidos por el oleaje (Komar, 1998; Holland y Holman, 1996) y los procesos físicos que determinan su generación han sido ampliamente estudiados. Guza e Inman (1975) han evidenciado cómo la existencia de ondas infragravitatorias periódicas, atrapadas cerca de la costa (ondas de borde), superpuestas con el *swash* (flujo-reflujo del oleaje incidente), puede generar en la dirección longitudinal a la costa, patrones regulares de erosión, que pueden a su vez generar las formas cuspidales.

Sin embargo, la existencia de ondas de borde es todavía un argumento objeto de controversia, ya que varios autores han mostrado evidencias de su existencia (Huntley y Bowen, 1973; Coco et al., 1999), mientras que otros han mostrado lo contrario (Holland y Holman, 1996; Masselink et al. 2004). Werner y Fink (1993) propusieron un modelo alternativo basado en mecanismos de auto-organización que predice el espaciamiento entre *beach cusps* relacionándolo con la anchura de la zona de flujo-reflujo. Una validación de este modelo se puede encontrar en Coco et al. (2003). Este nuevo concepto puede explicar la formación de *beach cusps* (Figura 1.1, gráfica central), observada en la playa de Carchuna, después de la ocurrencia de condiciones energéticas moderadas, cuando la playa, al reducirse el contenido energético del oleaje, sufre un proceso de auto-organización.

Recientemente se ha manifestado un creciente interés por el estudio de líneas de costa con formaciones cuspidales de gran escala, casi-periódicas, espaciadas cientos-miles de metros y de pendiente suave (Coco et al., 2007). Komar (1998) muestra un resumen de

las formaciones cuspidales de gran escala observadas en la costa este de Estados Unidos, indicando que dos son los posibles mecanismos responsables de su formación: (1) ondas de borde estacionarias atrapadas entre las puntas de mayores dimensiones (Dolan et al. 1979a) y (2) efecto de una compleja batimetría exterior que genera patrones de refracción del oleaje (Dolan at al. 1979b). Ashton et al. (2001) añaden un nuevo mecanismo en la generación de formaciones de gran escala en la línea de costa; los autores muestran que cuando el ángulo de incidencia del oleaje en profundidad indefinida, excede el valor del ángulo que maximiza el transporte longitudinal de sedimentos, la forma de la línea de costa se torna inestable; aparecen así, perturbaciones de la línea de costa que no se suavizan como se pensaba tradicionalmente, sino que pueden crecer dando lugar a la aparición de formas rítmicas. A través de simulaciones numéricas, Ashton y Murray (2006 a, b; 2008) han encontrado que, cuando en el clima marítimo predominan oleajes incidentes de elevada oblicuidad, la morfología de la línea de costa puede presentar diferentes formaciones costeras, como barras crecienticas, flechas y ondas de arena en la línea de costa.

La mayoría de las investigaciones sobre formaciones de gran escala han sido efectuadas, hasta la fecha, en playas de arena (Ashton et al., 2001; Coco et al., 2007; Masselink et al., 2006; Falques, 2006; Falques et al., 2008). Son pocos los estudios de los procesos hidrodinámicos que se producen e intervienen en la morfología de las playas de grava o con granulometría mixta (grava y arena), con excepción de los estudios relacionados con la zona de flujo-reflujo y la formación de *beach cusps*.

Sin embargo, en los últimos años las investigaciones se han incrementado (Mason y Coates, 2001; Lorang, 2002; Jennings y Shulmeister, 2002; Pedrozo-Acuña et al., 2006; Lopez de San Roman-Blanco et al., 2006; Buscombe y Masselink, 2006), estando esencialmente relacionadas con: (1) los procesos físicos que caracterizan las playas con granulometría mixta y (2) los experimentos de campo y de laboratorio. Estos últimos, como se ha indicado anteriormente, se refieren normalmente al estudio de la zona de *swash*, que domina los procesos hidrodinámicos y de transporte de sedimentos en el litoral de playas con granulometría mixta y se ocupan principalmente de predecir su evolución morfológica (Kulkarni et al., 2004; Austin y Masselink, 2006; Ivamy y Kench, 2006; Austin y Buscombe, 2008, Buscombe y Masselink, 2006; Masselink y Puleo, 2006).

En el caso de la playa de Carchuna existen unos estudios previos tanto numéricos como teóricos que han permitido definir los principales mecanismos responsables de su peculiar morfología (véase Capítulo 1). Entre ellos destacan: (1) los estudios relacionados con el oleaje y con la variación longitudinal del flujo de energía del mismo, debido a su propagación sobre antiguos valles fluviales sumergidos y (2) los estudios relacionados a la existencia de ondas de borde, atrapadas entre puntas, que refuerzan la morfología existente.

En particular, Quevedo et al. (2008) estudiaron la relación existente entre las formas cuspidales de Carchuna y la circulación costera, generada por la presencia de vórtices turbulentos del viento en la superficie del mar, inducidos por la existencia de un obstáculo geográfico de elevadas dimensiones (Cabo Sacratif), que se interpone en la propagación del campo del viento, evidenciando teóricamente la importancia de considerar los efectos

de una compleja topografía y la interacción entre parámetros hidrodinámicos y atmosféricos en un estudio de morfodinamica costera.

### 2.2 Zona de estudio

Carchuna es una playa semi-reflejante (Wright y Short, 1984) de 4km de longitud, que se encuentra ubicada en la costa mediterránea, al sur de Granada (Figura 2.1). La granulometría de la zona muestra la existencia de sedimentos de composición heterogénea, variando desde arena fina ( $D_{50}$  aprox. 0.1mm) hasta arena gruesa con bolos (Ortega-Sánchez et al., 2003). Su línea de costa se encuentra orientada en dirección E-W y está caracterizada por una serie de formas cuspidales de gran escala, espaciadas entre sí del orden de centenas de metros y limitadas por puntas de diferentes dimensiones que penetran en el mar (Figura 2.1, H1-H6).

Según los estudios teóricos previos, las dimensiones transversales de las puntas pueden variar según los agentes forzadores (viento y oleaje), aunque su posición longitudinal no varía (Ortega-Sánchez et al. 2003). La playa presenta unas condiciones adecuadas para estudiar la interacción entre el viento y el oleaje debido a la presencia de Cabo Sacratif en su extremo Oeste (Figura 2.1, H1). Se trata de un obstáculo geográfico con dimensiones principales medias del orden de (O~ 100m) tanto en vertical ( $H_c$ ) como en horizontal ( $D_c$ ) con respecto a la orientación media de la línea de costa; en el extremo Este de la playa se encuentra el promontorio denominado "Punta del Llano" (Figura 2.1, H6).

En la batimetría de la zona de estudio (Figura 2.1) se pueden diferenciar 3 zonas:

- *"Zona de asomeramiento y rompientes"*, que se extiende desde la línea de costa hasta una profundidad de 25m aproximadamente. En ella el oleaje se transforma y rompe, generando corrientes y liberando energía que puede quedar atrapada cerca de la costa en forma de ondas de borde, siendo ambos mecanismos capaces de transportar sedimentos.
- *"Plataforma continental"*, estrecha y con una pendiente que decrece de Este a Oeste, y que se extiende hasta una profundidad de 75m. En esta zona el oleaje comienza a sentir el fondo y se pueden encontrar ondas (y circulación) generadas por el viento y la presión atmosférica. Esta zona se encuentra limitada al Oeste por el Cañón de Jolúcar, y al Este por un punto que marca la antigua posición de la desembocadura del cauce principal de Carchuna.
- "*Talud continental*" que se extiende hasta 500m de profundidad.

La compleja batimetría, resultado de una serie de fenómenos fluviales y marinos, influye en los procesos morfodinámicos cerca de la costa. El clima general de la playa está regulado por el paso de tormentas atlánticas y mediterráneas (Quevedo, 2005). Las tormentas Norte-atlánticas generan vientos intensos desde el sector Oeste, mientras que las tormentas Sur-atlánticas generan vientos desde el sector Este. Consecuentemente, el clima marítimo general está caracterizado por oleajes energéticos inducidos por el viento procedente,principalmente, de las direcciones Oeste y Este. El análisis de los datos de nivel del mar, medidos en el puerto de Motril, unos 5 Km al Oeste de la playa, indican la presencia de una marea astronómica semi-diurna con variaciones máximas entre 0.5m y 0.8m. Las precipitaciones en la zona de estudio son escasas, lo que corresponde a un clima semiárido con fuertes e intensas lluvias torrenciales durante la temporada seca (Ortega-Sánchez, 2003).



Figura 2.1: Ubicación y batimetría general de la playa de Carchuna. En la esquina inferior derecha se representa una foto de la ensenada seleccionada para el estudio.

La composición de sedimentos a lo largo de la playa (Figura 2.2, gráfica derecha) es heterogénea (arena y grava). Teóricamente, ésto implica que la zona de flujo-reflujo representará la zona principal de transporte de sedimentos y, consecuentemente que existe una elevada probabilidad de encontrar formas cuspidales en la línea de costa (Nolan et al., 1999; Ortega-Sánchez et al., 2003; Jennings y Shulmeister, 2002).

Los perfiles transversales (Figura 2.2, gráfica izquierda), obtenidos con una estación topográfica total, muestran la existencia de un escalón ubicado en la parte superior de la zona de flujo-reflujo, que depende directamente del régimen hidrodinámico cerca de la costa (Masselink y Hughes, 2003; Buscombe y Masselink, 2006). La pendiente de la playa a lo largo de la costa no es constante, variando desde 0.04 a 0.3; éste variación se puede deber a la distribución longitudinal del tamaño y de la forma del sedimento, de manera que, las pendientes más elevadas se corresponden con zonas de grava (Jennings y Shulmeister, 2002)

.Empleando el esquema de clasificación adoptado por Simm et al. (1996) y las informaciones de campo sobre la distribución en vertical de los sedimentos (véase capítulo 5), la playa de Carchuna es una playa mixta de arena y grava con un  $D_{50}$  de 2mm y de pendientes medias respectivamente de 0.1 y 0.046 cerca de la línea de costa y a 20m de profundidad.



Figura 2.2: Distribución de sedimentos (gráfica derecha) y perfiles transversales (gráfica izquierda) a lo largo de la playa.

#### 2.3 Metodología experimental

El estudio de campo se efectuó entre los días 7 y 14 de Marzo de 2008; debido a la longitud total de la playa (4Km), el estudio se centró en unos de los sistemas de puntabahía-punta de la playa. En concreto, se seleccionó una ensenada natural de 735m de longitud, situada entre las puntas H3 y H4, que penetran en el mar unos 100m con respecto a la alineación media de la línea de costa (Figura 2.1).

La batimetría de la ensenada presenta una pendiente relativamente constante en la parte central que aumenta hacia las puntas (H3-H4). La ubicación de la instrumentación de campo (cuatro anemómetros y barógrafos (Figura 2.3, E1-E4), cuatro perfiladores de corrientes y dos velocímetros (Figura 2.3, AW1-AW2, AD1-AD2, V1-V2) es el resultado de un proceso de planificación experimental previa. Dicha planificación tiene como objetivos medir: (1) la influencia del Cabo Sacratif en las características del campo del viento y de presión barométrica en la playa, (2) las propiedades atmosféricas cerca de la zona donde se efectúan las medidas hidrodinámicas, (3) las posibles variaciones transversales y longitudinales de los parámetros climáticos (viento y presión) y (4) la propagación del oleaje, la circulación cerca de la costa y los posibles efectos de acoplamiento viento-oleaje.



Figura 2.3: Vista en planta y batimetría de la ensenada de estudio con ubicación de la instrumentación (se incluye una fotografía de una estación de medida de parámetros atmosféricos).

#### 2.3.1 Medidas de parámetros atmosféricos

Se emplearon cuatro estaciones meteorológicas dispuestas a lo largo de la línea de costa, alrededor de la punta H3 y separadas entre ellas unos 100m. Cada una de las estaciones se compone de un sensor barométrico SETRA CS100 y de un anemómetro GILL 2D, que se instaló en un soporte metálico y se orientó en dirección del norte magnético. Los datos se almacenaron en un *datalogger* CR800 de Campbell SCI (Figura 2.4, gráfica derecha) y se descargaron manualmente durante la campaña de campo. Las estaciones meteorológicas se programaron para medir datos con una frecuencia de muestreo de 4Hz. Los datos se almacenaron en el *datalogger* en una única tabla y se descargaron cada 8 horas. Ocasionalmente, en presencia de vientos intensos, para capturar cualquier fluctuación turbulenta, la estación meteorológica E1 se programó para muestrear los datos de presión atmosférica a 20Hz; en este caso, debido a la elevada frecuencia de muestreo y a la diferencia de muestreo entre presión atmosférica y viento, los datos se almacenaron en el *datalogger* en dos tablas que se descargaron cara hora.

Las estaciones meteorológicas se alimentaron por medio de una batería recargable y de un panel solar que durante la instalación se posicionó en dirección del sur y se inclinó unos 45° con respecto al plano horizontal.Las estaciones se instalaron en la playa sobre unos trípodes metálicos de soporte y todos los equipos se conectaron eléctricamente a tierra para evitar cualquier sobrecarga eléctrica que, no solo podría dañar el instrumento, sino también corromper los propios datos meteorológicos. La Figura 2.4 (gráfica izquierda) muestra una estación meteorológica con sus componentes, mientras que en la Figura 2.4 (gráfica derecha) se muestra en detalle la caja estanca, que contiene: (1) sensor barométrico SETRA, (2) *datalogger* CR800, (3) Batería y (4) Regulador de carga.



Figura 2.4: Estación meteorológica (gráfica izquierda) y detalle de la caja estanca (gráfica derecha).

Tanto la distancia con respecto a la alineación media de la costa como la excursión máxima de la línea de agua por efecto de la elevación de la superficie libre, se monitorizaron gracias a vídeo-imágenes, durante toda la semana, con el objetivo de referenciar la altura de todos los instrumentos (anemómetros y barómetros) con respecto al nivel medio del mar. La altura de los anemómetros y de los barómetros con respecto al nivel del suelo fue respectivamente de 2 y de 0.5m cuando se instalaron las estaciones. Todos los equipos que se usaron durante la campaña de campo, se sincronizaron con respecto al reloj interno de un ordenador de campo.

Para descargar y sincronizar los datos se empleó el programa PC400; cada vez que se descargaron los datos se anotó el desfase de tiempo entre el datalogger y el ordenador de campo, y se efectuó la sincronización con respecto al ordenador de campo. Esta operación fue fundamental para sincronizar todas las estaciones meteorológicas en la siguiente fase de post-proceso.

#### 2.3.2 Medidas de parámetros hidrodinámicos

Para caracterizar el comportamiento del oleaje en la playa de Carchuna (altura, período y dirección media) se emplearon datos en profundidades indefinidas y medidas cerca de la costa, obtenidos por 4 perfiladores de corrientes y 2 velocímetros; dichos aparatos se ubicaron en el tramo de costa entre H3 y H4 espaciados unos 170m. Los datos capturados han permitido definir superficie libre, presión dinámica, oscilaciones de largo período y circulación del agua entre puntas.

Las condiciones hidrodinámicas y las características del viento en profundidades indefinidas fueron obtenidas en el punto WANA20200013 (Puerto del estado, España). Los puntos WANA proporcionan datos, en intervalos de 3 horas, empleando el modelo de propagación de oleaje WAM (Günther et al., 1992); los datos incluyen altura de ola significante espectral ( $H_0$ ), período de pico espectral ( $T_0$ ), dirección media del oleaje ( $\theta$ ), velocidad y dirección del viento (medidas a 10m sobre el nivel medio del mar).

La elevación de la superficie libre inducida por la componente de marea se obtuvo gracias a un mareógrafo instalado en el puerto de Motril, situado unos 5 km al Oeste de la playa de Carchuna, con una frecuencia de muestreo de 5min. El mareógrafo proporciona datos horarios de la componente astronómica (marea) y de la componente meteorológica (residuo) que sumadas constituyen la elevación del mar.

Las condiciones cercanas a la costa se midieron empleando perfiladores de corriente y velocímetros ubicados frente a la ensenada en dos secciones, una longitudinal y otra transversal a la playa (Figura 2.3). La instrumentación empleada fue:

 Dos "*perfiladores acústicos de corriente AWAC*" (Figura 2.3,AW1-AW2). Dichos instrumentos incorporan una brújula interna y sensores de temperatura, presión y rotación; Estos perfiladores permiten obtener la velocidad y dirección de la corriente en capas respectivamente de 1m y 0.5m y medir ondas largas. Funcionan midiendo tres variables relacionadas con el oleaje: (1) presión, (2) velocidades orbitales forzadas por el oleaje y (3) sobrelevación. La presión se mide gracias a un sensor piezo-resistivo de alta resolución, la velocidad orbital se mide a partir de la desviación doppler y la sobrelevación se obtiene mediante el seguimiento acústico de la superficie (AST).

- Dos "perfiladores acústicos de corriente ADCP" (Figura 2.3,AD1-AD2). Dichos instrumentos incorporan una brújula interna y sensores de temperatura, presión y rotación; miden con precisión el perfil de las corrientes en un número de capas seleccionadas, como en el caso de AW1 y AW2, a través de la desviación doppler que se produce cuando una señal acústica es transmitida y recibida a lo largo de dos o más haces acústicos; esta desviación doppler es proporcional a la componente de la velocidad a lo largo del haz. Se puede programar el perfilador para tomar datos relacionados con el oleaje a la frecuencia de muestreo de 1 y 2 Hz. El perfil de corrientes está dividido en un número programado de capas a contar del instrumento hasta un máximo que depende de varias condiciones acústicas. El rango inferior corresponderá a aguas claras y pequeñas capas y el rango superior a agua acústicamente turbias y células grandes.
- Dos "velocímetros Vector 3D" (Figura 2.3,V1-V2). Dichos instrumentos, gracias a un velocímetro acústico Doppler, permiten obtener datos de velocidad precisos a frecuencias de muestreo hasta 64 Hz. Cada velocímetro integra una brújula, así como sensores de presión, actitud y temperatura y puede ser utilizado en modo autónomo o en tiempo real. Estos sistemas permiten obtener medidas de las tres componentes de la corriente del agua en una posición fija desde el lecho. La diferencia entre este instrumento y un perfilador es que el Vector mide las componentes de la velocidad en un cierto volumen de control del fluido. Las medidas de velocidad en el agua tiene un rango seleccionable de ±0, 01; 1; 3, 2, 4 y 7; y una incertidumbre típica de 1% del rango de velocidad a 16 Hz; el volumen de muestreo tiene una distancia desde la sonda de 0.15 m, un diámetro de 15 mm y una altura seleccionable entre 5-20mm.

Sensor	<i>h</i> (m)	$\Delta T_{cm}(s)$	$\Delta T_c$ (s)	$\delta_c(\mathbf{m})$	$\delta_0$ (m)	Ν	$F_m$ (Hz)	$\Delta T_s$ (s)
AW1	8	55	60	1	0.5	1024	1	3600
AW2	5	55	60	0.5	0.4	1024	1	3600
AD1	5	55	60	0.5	0.4	1024	1	3600
AD2	5	55	60	0.5	0.2	1024	1	3600
V2	5	-	-	-	-	16384	16	3600
V1	5	-	-	-	-	1024	1	7200

La Tabla 2.1 presenta un resumen los parámetros de configuración de los instrumentos.

Tabla 2.1: Parámetros de configuración.  $\Delta T_{cm}$  es el intervalo de tiempo promedio de las medidas de corriente;  $\Delta T_c$  y  $\Delta T_s$  son respectivamente el intervalo de tiempo entre cada medida de corriente y de oleaje (AW1, AW2, AD1, AD2) o velocidad en el fondo (V1, V2);  $\delta_c$  y  $\delta_o$  son respectivamente la dimensión de la celdas y de blanqueo (donde no hay medida); N es el numero de muestra;  $F_m$  es la frecuencia de muestreo y h es la profundidad de fondeo.

Los trípodes metálicos de soporte empleado para el fondeo de cada instrumento se muestran en la Figura 2.5. La brújula interna de cada equipo fue calibrada entes de cada fondeo admitiendo un error máximo de  $\pm 1$  grado.



Figura 2.5: Estructura de soporte para el fondeo de VECTOR (gráfica izquierda), AWAC (gráfica superior derecha) y ADCP (gráfica inferior derecha).

El perfilador acústico denominado como AW1 se fondeó sobre un trípode metálico a 0.55m desde el fondo, a unos 350m con respecto a la alineación media de la línea de costa apuntando verticalmente hacia arriba. La profundidad media del agua en esta ubicación fue de aproximadamente unos 8m y ha permitido definir las condiciones hidrodinámicas iníciales del área de estudio. El aparato se programó para tomar 1024 muestras de la elevación de la superficie libre, de presión y de velocidad orbital al principio de cada hora a la frecuencia de muestreo de 1Hz y secuencialmente durante el tiempo restante dentro de esa hora, los perfiles de corrientes se obtuvieron cada 60s con un intervalo de promedio de las medidas de 55s.

Para definir los parámetros hidrodinámicos en la zona más próxima a la costa en la parte exterior (mar adentro) de la ensenada, se fondeó el resto de la instrumentación en una sección longitudinal a una profundidad de 5m y a suficiente distancia desde las puntas para despreciar influencias por parte de la topografía local. La instrumentación de esta sección de medida fue, en primer lugar, un AWAC (AW2) fondeado como el AW1 a 150 metros de la alineación media de la costa y programado respetando los mismos parámetros definidos anteriormente; cerca de las puntas H3 y H4, en la misma sección longitudinal se fondearon dos perfiladores acústicos de corriente doppler (ADCP) sobre trípodes metálicos a 0.55 metros desde el lecho, respectivamente 100m (AD1) y 80m (AD2) mar adentro con la misma configuración que los AWAC. Debido al consumo de batería el perfilador AD1 estuvo operativo sólo hasta 13/03/2008.

Adicionalmente, se posicionaron en la misma sección longitudinal dos velocímetros VECTOR (V1-V2), fondeados sobre un trípode metálico apuntando hacia abajo; El vector V2 fue programado para medir la presión, la velocidad vertical, transversal y

longitudinal de la corriente durante 1024s cada hora con una frecuencia de muestreo de 16 Hz y estuvo operativo durante todo el período de medida. La menor capacidad de memoria del sensor V1 hizo que se programase para medir durante 1024s cada dos horas con una frecuencia de muestreo de 1 Hz y estuvo operativo sólo durante los primeros tres días de campo (hasta las 13:00 del 10/03/2008).

Después de la campaña los datos almacenados en los equipos se descargaron y se sincronizaron teniendo en cuenta del desfase entre el reloj del ordenador de campo y de los instrumentos.

#### 2.4 Metodología de Análisis de datos

En el análisis cada registro de oleaje de 1024s de duración, es representativo de un estado de mar. A cada estado de mar se aplica: (1) un análisis temporal para la obtención de las distribuciones de la altura de ola significante y del período de pico en el dominio del tiempo, y (2) un análisis espectral para la obtención, en el dominio de la frecuencia, de la función de densidad espectral que cuantifica la energía total, asociada a cada uno de los trenes de ondas en que se puede descomponer el registro del oleaje. Asímismo, se aplica un análisis espectral a los registros de 1 hora de duración de los parámetros atmosféricos (velocidad del viento y presión barométrica)

#### 2.4.1 Aplicación del método espectral a la presión dinámica

En la naturaleza las series temporales de la superficie libre se obtienen a partir de los registros temporales de la presión dinámica medida a una cierta profundidad z; dicha profundidad se calcula restando a la profundidad media de la columna de agua en la zona de fondeo, la distancia entre el sensor y el lecho (el sensor está ubicado sobre un trípode metálico de soporte, Figura 2.5). Existen numerosas formulaciones para relacionar las señales de presión dinámica a las señales de la superficie libre.

En el caso más simple de una onda sinusoidal con frecuencia angular  $\omega$ , se puede obtener una función de transferencia, que relaciona la presión dinámica y la superficie libre, a partir de la nota ecuación de Bernoulli en 2D (Dean y Dalrymple, 1994):

$$-\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(U^2 + W^2) + \frac{p}{\rho} + gz = C(t)$$
(2.1)

Donde  $\Phi(x, z, t)$  es la función potencial que se relaciona con las componentes horizontal y vertical de la velocidad según las expresiones:

$$U = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} \tag{2.2}$$

$$W = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} \tag{2.3}$$

siendo en la formula (2.1), C(t) la constante de Bernoulli que varía en el tiempo, p la presión total,  $\rho$  la densidad del agua, g la aceleración de gravedad y z el eje vertical (con origen en la superficie libre y apuntando hacia arriba).

Despreciando los términos cuadráticos y aplicando la ecuación de Bernoulli en z=0 (superficie libre) se puede escribir que:

$$\frac{p}{\rho} = -gz + \frac{\partial\Phi}{\partial t} \tag{2.4}$$

Recordando la expresión del potencial de una onda, la última ecuación se queda en:

$$p = -\rho g z + \rho g K_p(\omega) \eta \tag{2.5}$$

donde la función de transferencia  $K_p(\omega)$  relaciona la superficie libre del agua de la onda con la presión dinámica a la profundidad z e indicando con k el numero de onda es igual al valor:

$$K_p(\omega) = \frac{\cosh k \ (z+h)}{\cosh kh} \tag{2.6}$$

Las medidas de presión obtenidas por los equipos fondeados han sido procesadas para obtener los datos instantáneos de la superficie libre, extendiendo la misma teoría de una onda monocromática al caso de un tren irregular de ondas. Así, aplicando el método espectral (Baquerizo, 1995), se puede admitir que los coeficientes de desarrollo en serie de Fourier,  $\{C_{pn}\}_{n=1}^{N}$  de la presión dinámica medida a una cierta profundidad *z* se pueden obtener a partir de los coeficientes de Fourier,  $\{C_{\eta n}\}_{n=1}^{N}$  de la serie temporal de la superficie libre a través de una función de transferencia  $K_p(\omega_n)$ , dada por la expresión:

$$K_p(\omega_n) = \frac{\cosh k_n (z+h)}{\cosh k_n h}$$
(2.7)

De esta forma, la presión medida en *z* está relacionada con la elevación de la superficie libre según la expresión:

$$p = -\rho g z + \sum_{n=1}^{N} K_p(\omega_n) \rho g C_{\eta n} e^{i\omega_n t}$$
(2.8)

Dicha técnica asume el carácter lineal del oleaje y admite, además, que la presión y la superficie libre del agua están relacionadas linealmente. Admitiendo que los sensores de presión se encuentran suficientemente mar adentro y lejos de la zona de rotura durante la campaña de campo, se puede asumir que la función de transferencia resulta independiente de la altura de ola. Las posibles fuentes de error de este método están relacionadas con el hecho que la técnica es muy sensible al ruido y que a las frecuencias más altas amplifican la señal. Por ello, se aplica un filtro a la señal que elimina todas las frecuencias por encima de (1/2.6) Hz para evitar la presencia de amplificaciones de la señal debido a componentes de alta frecuencia.

#### 2.4.2 Análisis temporal del estado de Mar

Los registros de la superficie libre del mar  $\eta(t)$  se constituyen de la suma de ondas sinusoidales de diferentes amplitudes, frecuencias y fases aleatorias (Longuet-Higgins,1952). Las oscilaciones en el mar se componen de una secuencia de ondas grandes seguida por otras pequeñas (flujo modulado) y por tanto la muestra tiene que ser lo suficientemente larga para poder identificar todas las oscilaciones presentes. Durante la campaña de campo se tomaron muestras de oleaje de 1024s de duración con una frecuencia de 1Hz (AW1, AW2, AD1, AD2, V1) y de 16Hz (V2) cada hora (AW1, AW2, AD1, AD2, V2) o cada dos horas (V1), admitiendo que la duración del estado de mar es atribuible a esa hora o a esas dos horas.

Para caracterizar los estados de mar se efectúa un análisis de los registros en el dominio del tiempo. Generalmente se emplean muestras medidas a una cierta profundidad z por sensores de presión ubicados en los perfiladores y velocímetros, donde los registros de presión han sido convertidos en superficie libre, aplicando un método de tipo espectral (véase sección 2.4.1). Dentro del registro de superficie libre, se define el oleaje por su altura de ola H y su período asociado T, donde los registros de oleaje están influenciados por la presencia de ondas largas (p. ej. mareas).

Para evitar errores en el cálculo de los parámetros que definen el oleaje, es necesario corregir el nivel medio (Goda, 2000). Para ello se ha asumido que en Carchuna, la sobrelevación inducida por la marea no tiene gran influencia sobre el registro de oleaje, por lo que en el análisis temporal se calcula simplemente la media aritmética  $\bar{\eta}$  y se resta este valor de cada uno de los datos; la media aritmética se calcula según la fórmula:

$$\bar{\eta} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \eta_n \tag{2.9}$$

Una vez corregido el nivel medio se pueden calcular las alturas y los períodos individuales, empleando el método de pasos ascendentes por cero, respetando las dos condiciones:

$$\eta_n \eta_{n+1} < 0 \ y \ \eta_{n+1} > 0 \tag{2.10}$$

El tiempo de paso ascendente por cero, se determina por medio de una interpolación lineal entre los tiempos que corresponden a las muestras  $\eta_n$  y  $\eta_{n+1}$ . La diferencia entre dos pasos ascendentes por cero consecutivos define el período del oleaje. Dentro de cada período se define el valor máximo y mínimo de la superficie libre y la altura de ola como diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo.

La altura significante ( $H_S$ ) se obtiene como media aritmética del 33% de las alturas de ola mayores, mientras que el período significante ( $T_S$ ) es el promedio de los períodos asociados a dichas ondas. Si se comparan las alturas y períodos significantes calculados con la técnica de paso ascendente por cero de los registros directos de la superficie libre (AST) y los valores de la altura de ola obtenidos aplicando el método espectral a los registros de presión, se observa cómo, por ejemplo en el caso del AW2 (Figura 2.6), estos últimos son un poco más elevados con respecto a la medida directa de la superficie libre por parte del módulo AST; pese a ello, las diferencias entre los períodos resultan despreciables durante la mayor parte de la semana, siendo más pronunciadas sólo en la fase final de la campaña, debido a la tendencia intrínseca del método espectral de amplificar la señal para los períodos cortos. La Figura 2.6 muestra, en general, un buen acuerdo entre las dos medidas, dando confianza en el empleo del método espectral a los datos de presión dinámica de los sensores, ubicados en los dos ADCP y los dos VECTOR que no tienen, como en el caso de los AWAC, el módulo (AST) de medida directa de la superficie libre.



Figura 2.6: Comparación entre  $H_S$  (gráfica superior) y  $T_S$  (gráfica inferior) obtenido con el método espectral (línea continua) y con los registros AST (línea discontinua) medidos en AW2.

Para determinar la dirección del oleaje en la naturaleza es necesario considerar que el oleaje se propaga a lo largo de varias direcciones, dependiendo de factores como la dirección del viento, fenómenos de refracción, difracción y reflexión. Para definir la dirección del oleaje, se utilizan las componentes de la velocidad orbital con respecto a las direcciones N-S y E-W, se dibujan ambas velocidades en un sistema de referencia xy y se determina el ángulo del oleaje de acuerdo con la posición de la costa. Se obtiene así la dirección del oleaje, simplemente desde la correlación entre las dos componentes, medida en la superficie del agua por los perfiladores de corriente AWAC y ADCP.

En el caso de los velocímetros V1 y V2, la direccionalidad de la corriente en el fondo se puede obtener a partir de la correlación entre las componentes longitudinal y transversal de corriente medida en el volumen de control.

Finalmente en la Figura 2.7 se resume en forma de diagrama, los pasos principales empleados en el análisis temporal de los registros de la superficie libre.



Figura 2.7: Pasos principales empleados en el análisis temporal de los registros hidrodinámicos.

#### 2.4.3 Análisis espectral

El registro de la superficie libre del mar se constituye a partir de la suma de un gran número de armónicos de diferentes amplitudes. La energía total del oleaje por unidad de superficie, queda definida a través de la función de distribución de densidad espectral. Para el cálculo del espectro se emplea la transformada rápida de Fourier (FFT). El análisis espectral se aplica a los registros de 1 hora de duración de las variables atmosféricas y a los registros de oleaje de 1024s de duración. El valor del intervalo de muestreo determina la resolución espectral. En función del intervalo de muestreo seleccionado  $\Delta T$ , la frecuencia máxima para la cual se puede calcular la FFT se define como frecuencia de Nyquist y es igual a  $1/2\Delta t$ . Si en el registro original existen frecuencias superiores a la frecuencia de Nyquist, éstas introducen en el espectro una cierta distorsión denominada efecto de solapamiento o *aliasing*.

Para la obtención del espectro de energía, es necesario emplear una metodología específica que se compone de una serie de pasos, que se resumen según el esquema en Figura 2.8 y que se describen a continuación:

• *Corrección del nivel medio aplicada al registro total.* Se aplica una corrección lineal a los datos de oleaje, a través de una técnica de ajuste por mínimos cuadrados, que permite obtener la variación lineal del nivel medio. Este valor se resta a partir del valor original, permitiendo eliminar distorsiones en el registro de oleaje y efectos de ondas de más largo período. Considerando que, en la playa de Carchuna, el efecto debido a la marea es muy reducido, no se ha aplicado un filtrado de la energía contenida en las frecuencias típicas de las mareas. Además, se ha aplicado una corrección parabólica a los datos atmosféricos (velocidad del

viento y presión barométrica), siendo en este caso las oscilaciones de más largos períodos muchos más importantes (p.ej. ciclo diario, componentes de macroescala y/o efectos inducidos por las tormentas), sin embargo también en este caso no se ha aplicado ningún otro tipo de filtrado.

- Segmentación del registro. Esta operación permite aumentar el número de grados de libertad del análisis, si no se efectuase, la estimación de los espectros sería simplemente un bruto períodograma, con un número total de grados de libertad DOF igual a dos y significancia estadística de cada pico del espectro igual a cero. Si el períodograma se suaviza (a través de la segmentación y/o un suavizado del espectro) se incrementa consecuentemente la significancia de las estimaciones espectrales y se puede así extraer información sobre dónde se encuentran efectivamente los picos de energía. Por ello, se ha decidido dividir el registro de los parámetros atmosféricos e hidrodinámicos, en intervalos de 512s y en 12 y 4 segmentos ( $n_s$ ) respectivamente, permitiendo así poder obtener un número total de grados de libertad igual a  $2n_s$ , respectivamente de 24 y 8.
- Corrección del nivel medio aplicada a cada uno de los segmentos. Se aplica una corrección lineal a cada segmento relacionado con el análisis de datos hidrodinámicos y una corrección parabólica a cada segmento relacionado con el análisis de datos climáticos.
- Aplicación de una función ventana a cada segmento. Se calcula una función denominada profundidad de peso  $b_n$ , que viene multiplicada por el registro  $\eta_n$  para reducir las oscilaciones en sus extremos antes de efectuar el análisis armónico. La ventana que se utiliza es de tipo cosenoidal y se expresa a través de las siguientes ecuaciones:

$$b_{n} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{\pi n}{l}\right) \right], 0 < n < l$$
  
$$b_{n} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{\pi (N-n)}{l}\right) \right], N-1 < n < N$$
  
$$b_{n} = 1, l < n < N-1$$
  
(2.11)

Donde l = 0.1N y N es la duración del registro o número de puntos de cada segmento. Cuando se aplica una función ventana al registro, la energía total se reduce y los valores espectrales estimados son menores con respecto a los valores reales, por lo que deben multiplicarse por un factor de corrección  $\beta$  que se evalúa según:

$$\beta = \frac{N}{\sum_{n=1}^{N} \left[ b_n^2 \right]} \tag{2.12}$$

• *Estimación del espectro y corrección de la energía por la aplicación de la función ventana*. Se calcula la transformada rápida de Fourier de la serie de datos de la superficie libre según la fórmula :

$$F(f_j) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \eta_n \, e^{-2i\pi f_j \, n\Delta t} \, , j = 0, 1, 2 \dots N/2$$
(2.13)

Así, se calcula la densidad espectral  $S(f_i)$  según las expresiones:

$$S(f_{j}) = 0, j = 0$$

$$S(f_{j}) = \frac{1}{2\Delta f} |2F(f_{j})|^{2}, j = 1, 2 \dots N/2$$
(2.14)

donde  $f_j = j\Delta f$  y  $\Delta f = \frac{1}{N\Delta t}$ .

 Cálculo del espectro promediado y evaluación del intervalo de confianza.
 Finalmente se calcula el promedio de los espectros asociados a los segmentos, *G̃*(*f<sub>i</sub>*).

Para la evaluación del intervalo de confianza (Emery et al., 1997) se considera que el cociente entre el espectro estimado y el valor real se distribuye según una variable *chi-square*, con *DOF* grados de libertad según las expresiones:

$$\frac{DOF\tilde{G}(f_j)}{G(f_j)} = \chi^2_{DOF}$$

$$P\left[\chi^2_{\alpha/2,DOF} < \frac{DOF\tilde{G}(f_j)}{G(f_j)} < \chi^2_{1-\alpha/2,DOF}\right] = 1 - \alpha$$
(2.15)

donde  $P[\chi^2_{DOF} \le \chi^2_{\alpha/2,DOF}] = \alpha/2$  y consecuentemente el valor real del espectro $G(f_i)$  está en el intervalo:

$$\frac{DOF\tilde{G}(f_j)}{\chi^2_{1-\alpha/2,DOF}} < G(f_j) < \frac{DOF\tilde{G}(f_j)}{\chi^2_{\alpha/2,DOF}}$$
(2.16)

donde  $(1 - \alpha)100\%$  es el intervalo de confianza. Los niveles de confianza se obtiene encontrando los valores de  $\chi^2_{1-\alpha/2,DOF}$  y de  $\chi^2_{\alpha/2,DOF}$  en una tabla de distribución de probabilidad *chi-square*.



Figura 2.8: Pasos principales empleados en el análisis espectral de los registros hidrodinámicos y meteorológicos.

# Capítulo 3

# Medidas en la playa de Carchuna

\*Los argumentos del presente capítulo se encuentran en la publicación:

Bramato, S., Ortega-Sánchez, M., Navidad, D. and M.A. Losada (2008a), Atmospheric and hydrodynamic interaction outside a natural coastal embayment, *Continental Shelf Research*,CSR-S1257, *Submitted*.

En este capítulo se presentan los principales resultados de la campaña. Empleando la metodología experimental definida en la introducción (véase capítulo 2), se han medido simultáneamente las variaciones transversal y longitudinal de (1) las características hidrodinámicas (altura de ola, período, ángulo de incidencia del oleaje, corriente) fuera de una ensenada natural de unos 750m de longitud, lejos de la zona de rompientes, y (2) los parámetros atmosféricos(velocidad y dirección del viento, presión barométrica) en la playa. El análisis de la interacción entre viento oleaje y corriente se ha efectuado con una metodología de estudio que emplea, no sólo técnicas experimentales, sino también herramientas de análisis de datos, y formulaciones analíticas. Especial cuidado se ha dedicado aquí al estudio de la influencia local de la topografía de la playa en la evolución del campo del viento a lo largo de la costa, gracias a la comparación de las características atmosféricas en la región costera (zona de estudio) y mar adentro (punto WANA). Los resultados presentados en este capítulo han permitido validar estudios previos de circulación costera inducida por el oleaje (Ortega-Sánchez et al., 2003) y el análisis de dicha circulación, ha permitido individualizar el efecto del viento en las características de los patrones de corriente en dirección longitudinal y transversal a la costa.

#### 3.1 Forzamiento meteorológico exterior

Para caracterizar los patrones meteorológicos y las situaciones barométricas que han forzado la zona de estudio durante la semana de la campaña, se han analizado en primer lugar, los mapas sinópticos representativos de las condiciones atmosféricas. Del análisis de dichos mapas (Figura 3.1) se puede observar que la circulación atmosférica se

encuentra bajo la influencia de un intenso sistema de baja presión situado sobre Europa Central, procedente del hemisferio Norte (Atlántico Norte). La semana se puede dividir en tres períodos de interés:

- Durante los primeros dos días (7 a 9 de marzo) la presencia de un anticiclón sobre el Norte de Portugal y un campo de altas presiones en todo el Mediterráneo produce condiciones de calma y oleaje de medio-bajo contenido energético; durante la tarde se producen vientos de hasta 7m/s procedentes del sector Oeste (Figura 3.1, gráfica izquierda).
- En el día 9 de marzo la borrasca situada sobre las Islas Británicas induce un sistema frontal de baja presión, que barre la península hasta alcanzar el Mar Mediterráneo empujado por fuertes vientos del Norte-Oeste. Este sistema determina la existencia de vientos intensos y constantes desde el sector Oeste en la playa con valores máximos de velocidad de 10m/s (Figura 3.1, gráfica central).
- El día 12 de marzo los efectos del sistema frontal cesan y se verifican condiciones de calma del viento y de oleaje, generadas por la existencia de una celda de alta presión que se sitúa en el Norte de Portugal. La climatología se caracteriza por un ciclo diario del viento (Figura 3.1, gráfica derecha)



Figura 3.1: Mapa sinóptico del clima en Europa, 8 (gráfica izquierda), 10 (gráfica central) y 12 (gráfica derecha) de Marzo [Fuente: <u>http://wxmaps.org/pix/euro2.00hr.png</u>].

#### 3.2 Forzamiento meteorológico en la zona de estudio

En la Figura 3.2 se representa la evolución temporal de la presión atmosférica y de la velocidad y dirección del viento en profundidades indefinidas (punto WANA) y en la línea de costa (estación E2). La estación E2 se considera como una estación de referencia debido a su proximidad con el Cabo Sacratif. Los valores se representan aquí como promedio de 10min de datos, proporcionando así una mejor estabilidad estadística.

La evolución de la presión atmosférica (Figura 3.2, gráfica superior) manifiesta la existencia de fluctuaciones de gran escala con dos picos diarios. El carácter de esta modulación depende de las celdas de circulaciones diarias que se generan a causa de variaciones en la temperatura y en la estabilidad de la atmosfera, más pronunciadas en regiones costeras montañosas (Whiteman, 2000); además esta modulación depende directamente del pasaje del sistema frontal en la playa. Durante la semana, el valor

mínimo de la presión barométrica se midió el día 9 de marzo alrededor de las 18:00 y el máximo el día 12 de marzo alrededor de las 12:00. La variación de presión barométrica está directamente relacionada (véase sección 3.3) con la elevación de la superficie libre del mar (componente meteorológica) y consecuentemente, con la generación de corrientes en la costa. En la Figura 3.2 se pueden identificar como en la sección anterior, tres diferentes períodos de tiempo:

- Desde la hora 18:00 del día 7 a las 12:00 del día 9; período caracterizado por la presencia de fluctuaciones en la velocidad del viento con velocidades que varían entre 1-7m/s y direcciones entre NE y NW;
- Desde la hora 12:00 del día 9 a la hora 15:00 del día 11; período caracterizado por vientos que soplan desde el Oeste con velocidades entre 3.6-10.5m/s;
- Finalmente, durante el período restante (desde la 15:00 del día 11) las velocidades del viento se reducen y la dirección es muy variable.

La comparación entre los datos de velocidad y dirección del viento en profundidades indefinidas (WANA) y en la playa (E2), muestra el mismo patrón de comportamiento; sin embargo las mayores diferencias se verifican durante el período de vientos intensos que soplan desde el Oeste (Figura 3.2, días 9-11). En estos días, la presencia del Cabo Sacratif y la topografía de la costa están claramente influyendo en la propagación del viento, reduciendo su velocidad cerca de la costa y alterando su direccionalidad, confirmando cómo los efectos locales de la topografía alrededor de la playa pueden tener implicaciones sobre la dinámica costera (Quevedo et al. 2008).



Figura 3.2: Presión atmosférica (gráfica superior), velocidad (gráfica central) y dirección (gráfica inferior) del viento del punto WANA (línea discontinua) y de la estación meteorológica de referencia E2 (línea continua).

#### 3.2.1 Variabilidad longitudinal y transversal del viento

En la presente sección se analizan las variables atmosféricas (velocidad y dirección del viento), medidas durante la semana de estudio, en las 4 estaciones meteorológicas instaladas en la playa de Carchuna.

La representación gráfica de las cuatro rosas del viento (Figura 3.3) permite caracterizar su variabilidad espacial en dirección longitudinal y transversal a la línea de costa gracias a una distribución de probabilidad bidimensional, que contempla las variables módulo y dirección del viento de forma simultánea, representando la dirección en sectores y el módulo en intervalo de intensidad. Para el análisis de distribución de frecuencias del viento en la capa límite atmosférica superficial se considera el módulo dividido en 4 intervalos: 1-3, 3-6, 6-9 y >9m/s.

De la rosa del viento semanal se observa que hay dos direcciones predominantes: W y ESE (para las estaciones E1, E2 y E3), mientras que la estación E4 presenta direcciones trasladadas en sentido horario (WNW y SE). Los vientos más intensos durante la semana de estudio han sido los procedentes del WNW.



Figura 3.3: Rosa del viento de la semana de estudio de la estación E2 (gráfica superior izquierda), E3 (gráfica superior derecha), E1 (gráfica inferior izquierda) y E4 (gráfica inferior derecha), donde  $0^{\circ}$  representa el Norte.

Para analizar la variabilidad transversal y longitudinal de los parámetros del viento en la playa, se ha estudiado la correlación entre las estaciones, mediante una representación de gráficos de dispersión de puntos de la estación E4 frente a la estación E1 (Figura 3.4) y de las estaciones E1, E3 y E4 frente a la estación de referencia E2 (Figura 3.5).

Por su ubicación geográfica es de esperar que las máximas variaciones en dirección transversal, se produzcan entre las estaciones E1 y E4, situadas respectivamente en la punta H3 y dentro de la ensenada natural entre H3 y H4 (Figura 2.3). La velocidad media del viento en E4 es aproximadamente unos 0.2m/s menor durante condiciones energéticas moderadas, debido a que E1 está mayormente expuesta a la acción del viento. La dirección del viento cerca de la costa es muy variable (elevada dispersión de puntos) y presenta, durante la ocurrencia de vientos del Oeste, una cierta variabilidad en el espacio con un desfase del orden (O~10°) en los valores medios, que depende del cambio de orientación de la playa.



Figura 3.4: Nube de puntos promedios de 10 minutos de la velocidad del viento (gráfica izquierda) y dirección del viento (gráfica derecha) de la estación E4 frente a la estación E1.

La comparación entre las estaciones E2 y E3 (Figura 3.5,gráficas superiores), espaciada unos 100m en dirección longitudinal y situada en la misma ensenada (entre H3-H2), muestra que las direcciones del viento son similares en las dos ubicaciones (gráfica derecha), mientras que las velocidades del viento (gráfica izquierda) resultan ligeramente superiores en la estación E3; en ambas gráficas no existe una elevada dispersión de puntos.

Como se esperaba, la variación máxima longitudinal de la dirección del viento se encuentra entre E2 y E4 (Figura 3.5, gráfica inferior derecha), que están espaciadas unos 300 m y se encuentran ubicadas en dos sistemas (punta-ensenada-punta) diferentes; el ángulo de procedencia del viento presenta en E4 una rotación en sentido horario del orden  $(O~10^\circ)$  con respecto a E2. Las velocidades del viento (Figura 3.5, gráfica inferior izquierda) tienen un comportamiento similar, siendo más elevadas en E4 que en E2, aunque las diferencias son sólo del orden (O~0.5m/s). Estas diferencias se deben esencialmente a efectos locales de la topografía: (1) la protección ofrecida por el cabo y (2) los cambios en la alineación de la línea de costa. Finalmente La comparación entre las estaciones E2 y E1 (espaciadas 60 m en la dirección transversal), muestra una dirección

del viento muy similar en las dos estaciones (Figura 3.5, gráfica central derecha) aunque con mayores velocidades en E1 (Figura 3.5, gráfica central izquierda). Es interesante observar que en este caso, la dispersión de los datos es más acentuadas con respecto a las comparaciones precedentes. De los resultados obtenidos, se puede concluir que los cambios más acentuados en la dirección del viento ocurren principalmente pasada la punta H3 en la ensenada entre H3 y H4, lo que permite concluir que (1) el Cabo está influyendo sobre el valor de la velocidad del viento en la región costera cuando el viento procede del Oeste y (2) la dirección del viento queda determinada, fundamentalmente, por la orientación de la playa.



Figura 3.5: Grafico de nubes de puntos de valores promedio de 10 minutos de la velocidad del viento (gráficas izquierdas) y de la dirección del viento (gráficas derechas) con respecto a la estación E2. Respectivamente los gráficos superior central e inferior se corresponden a las estaciones E3, E1 y E4.

#### 3.3 Medidas de nivel y de oleaje

Las componentes de la elevación de la superficie libre (meteorológica y astronómica), medidas cada hora en el puerto de Motril, 5 km al Oeste de Carchuna, se representan en la Figura 3.6. Los datos del mareógrafo están compuestos por dos subconjuntos de datos, diferenciados por el canal de llegada de la información y por el tipo de tratamiento y control de calidad: (1) datos históricos que han pasado un control de calidad exhaustivo (lo que implica eliminación de valores anómalos) y (2) datos recibidos en tiempo real sobre los que se ha realizado un control de calidad que elimina valores fuera de rango, saltos y datos anómalos. Durante la campaña la componente astronómica evidenció una oscilación micro-mareal semi-diurna con período alrededor de 12h, con una variación máxima de 0.50m el día 7 de Marzo, que coincide con una nueva fase lunar, y un valor mínimo de 0.20m el día 14 de Marzo. La componente meteorológica sigue el mismo patrón de comportamiento que la presión atmosférica (véase Figura 3.2, gráfica superior) con un mínimo de 0.0 m el día 9 de Marzo y un máximo de 0.2m el día 12 de Marzo, que coinciden respectivamente con el valor máximo y el mínimo alcanzado por la presión atmosférica medida en E2.



Figura 3.6: Componentes astronómica (gráfica superior) y meteorológica (gráfica inferior) de la elevación de la superficie libre medida en el puerto de Motril.

#### 3.3.1 Análisis de la hidrodinámica costera

La evolución en el tiempo de la altura de ola significante en profundidades indefinidas (punto WANA) y cerca de la costa (AW1-AW2) se representa en la Figura 3.7 (gráfica superior). Se puede observar que el comportamiento general en las tres ubicaciones es muy similar en el caso de bajas condiciones energéticas ( $H_0$ <1m, Ortega-Sánchez et al., 2003). Cuando las condiciones energéticas empiezan a ser moderadas (1m< $H_0$ <2m), el valor de la altura de ola es significativamente mayor en el punto WANA que en AW1 y AW2 (0.5m en media).

La evolución temporal de la dirección media del oleaje para el punto WANA y las ubicaciones AW1 y AW2 se muestra en la Figura 3.7 (gráfica inferior). Se puede observar que en la parte central de la ensenada, como consecuencia del fenómeno de la refracción, el oleaje que en profundidades indefinidas procede del Oeste cuando se acerca a la costa incide casi perpendicularmente en ella. La comparación entre AW1 y AW2 muestra claramente que hay una diferencia de orientación alrededor de los 10-15°.

Es interesante observar cómo en los últimos días de la campaña, el punto WANA manifiesta un cambio de dirección desde el Oeste al Este, que está inducido por el cambio en la direccionalidad predominante del viento. Cerca de la línea de costa, este cambio en la direccionalidad no se aprecia con el oleaje que sigue incidiendo perpendicularmente en ella. Finalmente, la evolución temporal de los períodos de ola significantes en las tres ubicaciones, se representan en la Figura 3.7 (gráfica central), con diferencias que en algún caso son del orden de (O~2s) entre el punto WANA y los instrumentos cerca de la costa.



Figura 3.7: Altura de ola significante (gráfica superior), período de ola significante (gráfica central) y dirección media (gráfica inferior). Comparación entre datos WANA (línea segmentopunto), AW1 (línea continua) y AW2 (línea discontinua). Las condiciones energéticas moderadas se evidencian en gris.

Durante la semana de estudio se muestra que el período del oleaje ha sido relativamente corto; según la teoría lineal de onda, ondas de períodos cortos, están sometidas a un menor fenómeno de refracción. Sin embargo, un estudio local detallado de la oblicuidad del oleaje cerca de la línea de costa (Figura 3.8) muestra en planta una elevada variabilidad espacial en el ángulo de incidencia del oleaje, especialmente alrededor de las puntas. Este fenómeno puede explicar las inestabilidades de la línea de costa presentes en la playa de Carchuna.

En la Figura 3.8 se representa la rosa de oleaje de toda la semana de estudio, asociada a cada sensor de presión dinámica ubicado en los AWAC y ADCP, donde las alturas de ola significantes (en metros) se obtienen desde el análisis temporal de la elevación de la superficie libre derivada aplicando el método espectral (Figura 2.7) y la dirección media del oleaje se obtiene desde la correlación entre las series temporales de las componentes de la velocidad orbital, medidas en la superficie libre. La Figura 3.8 confirma que cerca de las puntas (en particular H3), las alturas de ola se distribuyen en un amplio rango de direcciones, evidenciando la existencia de una cierta oblicuidad del oleaje cerca de la costa.



Figura 3.8: Variación espacial dentro de la ensenada de estudio de la rosa de oleaje medido durante la campaña de campo.

La evolución temporal de la altura de ola significante medida en AD1, AD2 y AW2 se muestra en la Figura 3.9 (gráfica superior). Durante estados de mar de contenidos energéticos bajos ( $H_s$ <0.8m cerca de la costa), la altura de ola significante medida en H3 (AD2) resulta más elevada con respecto al resto de la ensenada (~0.3m). Este comportamiento fue observado teóricamente por Ortega-Sánchez et al. (2003) en el caso de oleaje procedente de Oeste y parece estar relacionado con la variación local de la batimetría (Figura 2.1).

Por otra parte, durante condiciones energéticas moderadas ( $H_s > 0.8$ m), la distribución de la altura de ola significante a lo largo de la ensenada es mucho más uniforme, aunque las alturas de ola significantes máximas se han registrados en AW2, ubicado en la parte central de la ensenada, confirmando los resultados teóricos de Ortega-Sánchez et al. (2003) que se presentaron en la Figura 1.2. La variación longitudinal de la altura de ola significante puede explicarse como generada por oleaje que inciden con gran oblicuidad (Figura 3.8) y se representa en la Figura 3.9 (gráfica superior). La comparación entre los datos de H3 (AD2) y H4 (AD1) en condiciones energéticas moderadas muestra que la altura de ola significante en H4 es de poco inferior a la altura en H3.

Para visualizar mejor la modulación del oleaje, se representa en la Figura 3.9 (gráfica inferior), un coeficiente de propagación como cociente entre la altura de ola significante medida (AD1, AD2 y AW2) y la del punto WANA.

El resultado muestra que, en condiciones de bajo contenido energético, la energía del oleaje se concentra alrededor de la punta H3 y decrece a lo largo de la costa, llegando a un valor mínimo en correspondencia de la punta H4, con un valor del coeficiente normalizado siempre mayor que la unidad; por el contrario, durante condiciones energéticas moderadas la distribución de la energía es más uniforme a lo largo de la ensenada con un coeficiente de propagación menor que la unidad y de poco mayor en la parte central de la ensenada. Es interesante observar que, aunque la modulación longitudinal de la altura de ola significante se ha medido a una profundidad de 5m, dicha modulación tiene implicaciones en la circulación cerca de la costa y en el transporte de sedimentos en la zona de rompientes.



Figura 3.9: Altura de ola significante media horaria (gráfica superior) y Coeficiente de propagación de la altura de ola significante  $H_s/H_0$  representado cada 3 horas (gráfica inferior) para AD1 (línea discontinua), AD2 (línea segmento- punto) y AW2 (línea continua).

#### 3.3.2 Anchura y estimación espectral

El análisis espectral se aplica a los datos de presión dinámica medidos por el AW1 (Figura 2.3). En Figura 3.10 se presenta, en forma de períodograma (véase sección 2.4.3) una estimación espectral ( $m^2/Hz$ ) en el dominio de la frecuencia (Hz), durante condiciones energética moderadas (gráfica central) y condiciones energéticas mediosbajas que la preceden (gráfica superior) y la siguen (gráfica inferior).



Figura 3.10: Períodograma de datos de presión dinámica medidos en AW1 durante condiciones energética moderadas (gráfica central) y condiciones energéticas medios-bajas que la preceden (gráfica superior) y la siguen (gráfica inferior).

Los picos de energía a las frecuencias  $f_1 \approx 0.14 Hz$  y  $f_2 \approx 0.17 Hz$  (Figura 3.10-gráfica central) se corresponden a dos diferentes condiciones de generación (véase Figura 1.3 del capítulo 1); el pico más elevado se debe a oleaje del Oeste, que se genera en el Golfo de Cádiz y llega a Carchuna como mar de fondo, después de propagarse a través del Estrecho de Gibraltar; por el contrario, el segundo pico, de menor contenido energético, está relacionado con ondas que se generan en el Mediterráneo, procedentes desde S-W (Ortega-Sánchez et al., 2003). Estos dos tipos de oleaje aparecen como dos picos de energía de diferentes frecuencias, que pueden interaccionar entre sí generando oscilaciones de largo período que se liberan en la zona de rompientes. Las ondas libres que viajan hacia la costa, dependiendo del período y del ángulo de incidencia, se reflejan en la línea de costa y podrían quedar atrapadas en la zona más cercana a la playa entre puntas.

El análisis del períodograma en la Figura 3.11, (gráfica inferior), que se corresponde a la banda de baja frecuencia (<0.1Hz) del períodograma de datos de presión dinámica medidos en AW1 durante condiciones energéticas moderadas, evidencia la existencia de

una porción de energía con frecuencias menores que 0.05Hz con un pico en  $f_1 - f_2 \approx$  0.03 Hz, que se puede explicar como interacción entre las dos componentes harmónicas principales  $f_1$  y  $f_2$  (Figura 3.11, gráfica superior) (Hasselmann, 1962). Este espectro confirma que, durante condiciones de tormenta, podrían existir en la playa de Carchuna ondas largas atrapadas entre puntas.

La evolución de la anchura espectral,  $\varepsilon_s$ , a lo largo de la semana de estudio se representa en la Figura 3.12 evidenciando la existencia de un espectro de banda estrecha y oleaje regular de tipo *swell* (Massel, 1996). En la naturaleza valores de  $\varepsilon_s \approx 0.4$ -0.5 indican oleaje tipo *swell* mientras que valores de  $\varepsilon_s \approx 0.8$  indican oleaje tipo *sea* mue irregular y de banda ancha.



Figura 3.11: Períodograma de datos de presión dinámica medidos en AW1 durante condiciones energéticas moderadas en todo el dominio de frecuencia (gráfica superior) y detalle del mismo Períodograma en la banda de baja frecuencia (<0.1Hz) (gráfica inferior).



Figura 3.12: Evolución de la anchura espectral de los datos de presión dinámica medida en AW1 durante la campaña de campo.

Generalmente la anchura espectral se relaciona con el agrupamiento del oleaje, cuando la anchura es reducida el agrupamiento es mayor. Para la evaluación de la anchura espectral se emplea el parámetro  $\varepsilon_s$  (Cartwright y Longuet-Higgins,1956) que está valorado entre 0 y 1; dicho parámetro se define a partir de los momentos del espectro de frecuencia según la relación:

$$\varepsilon_s = \left[1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}\right]^{1/2}$$
(3.1)

La Figura 3.12 evidencia que, durante condiciones energéticas moderadas, la anchura espectral llega a un valor mínimo de 0.28, confirmando la existencia en la zona de estudio de oleaje tipo *swell* de muy corto período que se genera mar adentro, lejos de la playa. Además, la Figura 3.12 muestra que durante el paso de la tormenta, la anchura espectral aumenta a medida que el período decrece.

#### 3.4 Circulación costera fuera de la ensenada

Como se hs evidenciado anteriormente, la semana de estudio se puede dividir en dos períodos que se corresponden a diferentes condiciones atmosféricas e hidrodinámicas: (1) condiciones energéticas moderadas y (2) condiciones energéticas medios-bajas (Figura 3.9-gráfica superior). Las componentes de la corriente media horaria transversal (positiva hacia el Norte) y longitudinal (positiva hacia el Este) se presentan en la Figura 3.13, donde los valores se refieren a una distancia de 1.2 m desde el lecho con los perfiladores de corrientes ubicados en correspondencia de las puntas H3 (AD2) y H4 (AD1) y en el centro de la ensenada (AW2). La comparación entre el comportamiento de la corriente y las condiciones atmosféricas representadas en Figura 3.2 muestra cómo la circulación del agua depende directamente de los parámetros atmosféricos.

Durante condiciones energéticas moderadas, con oleaje procedente del Oeste propagándose dentro de la ensenada, las componentes transversales de la corriente positiva en AD2 (hacia la costa) y negativa en AD1 (hacia mar adentro) junto con el comportamiento de las componentes longitudinales muestra la existencia de una celda de circulación de gran escala fuera de la ensenada del orden de O(700)m; el agua circula desde el Oeste al Este siguiendo los principales patrones de la dirección del viento y del oleaje. La magnitud de la componente longitudinal parece reducirse en H3 (AD2) debido a algún efecto de protección ofrecido por la protuberancia de la punta y probablemente por efectos locales de la batimetría; y llega a un valor máximo en H4, debido a la acumulación del volumen de agua que está saliendo de la ensenada.

Cuando el oleaje rompe cerca de la costa teóricamente se generan celdas de circulación que constan de corriente longitudinales confinadas en la zona de *surf* y corrientes salientes (*rip current*) que se extienden fuera de la zona de *surf* cuyas características dependen del ángulo de incidencia del oleaje. Las corrientes representadas en la Figura 3.13 no se pueden explicar cómo inducidas por la rotura del oleaje porque las medidas se han obtenido en profundidades intermedias fuera de la zona de rompientes; por ello, se atribuyen al efecto del viento y de la marea. A pesar de esto las corrientes inducidas por

el oleaje rompiendo y el sistema circulatorio asociado pueden reforzar la circulación del agua generada por efecto del viento, o modificar su comportamiento cerca de la costa.

La relación directa entre el incremento de las corrientes longitudinales y el incremento del viento procedente del sector Oeste se puede claramente individualizar en la Figura 3.13. La orientación a lo largo de la costa de la corriente resulta estar directamente relacionada con las fluctuaciones en la velocidad del viento. Adicionalmente, durante las condiciones de bajo contenido energético, las corrientes parecen seguir el ciclo diario del viento (brisa marina durante las horas de la tarde). En las horas de la tarde, cuando el viento procedente del sector Oeste se incrementa, las corrientes longitudinales procedentes del Oeste aumentan (los valores son positivos y consecuentemente la corriente va hacia el Este), como se experimenta en los días 11 y 12 de Marzo, reduciendo su magnitud durante las horas de la noche, cuando la brisa marina pierde intensidad. Finalmente, durante la tarde del día 13 de Marzo se verifica una brisa marina procedente del sector Este, que puede explicar el aumento en las corrientes longitudinales procedente del Este registradas por los instrumentos durante la tarde (los valores son negativos y consecuentemente la corriente va hacia el Oeste).



Figura 3.13: Corriente media horaria transversal (N-S, gráfica izquierda) y longitudinal (E-W, gráfica derecha) medida a 1.2m desde el lecho en AD1 (gráfica superior), AW2 (gráfica central) y AD2 (gráfica inferior).

En la Figura 3.14 se muestra la correlación existente entre la marea astronómica medida en el Puerto de Motril, la velocidad media horaria y la dirección del viento en la estación meteorológica E2 y las características medias horarias de oleaje y de la corriente medidas en la ubicación AW1. Se muestra que durante condiciones energéticas moderadas con vientos fuerte del Oeste de O (10)m/s, el oleaje incide la playa casi perpendicularmente con corrientes de valores del O (0.2)m/s, orientadas hacia el Este. Durante la semana de estudio, el ángulo de incidencia del oleaje osciló siempre alrededor de 180° dependiendo de la dirección del viento. Análogamente, las corrientes longitudinales oscilaron alrededor de 0°, variando enormemente con la dirección del viento. Como en la Figura 3.13, existe también aquí una gran correlación entre corrientes longitudinales y velocidad y dirección del viento. En particular en el día 11 de Marzo, la velocidad del viento se incrementó de 1 a 5m/s, con vientos de limitada intensidad durante el día hacia mar adentro y vientos de magnitud moderado durante la tarde hacia la costa. Este cambio en la dirección del viento causa un cambio en el ángulo de incidencia del oleaje que se aproxima a la costa con un desfase de 45°, lo que genera una corriente hacia el Este a lo largo de costa del orden de 0.4 m/s. Análogamente en el día 13 de Marzo, cuando se verifica una brisa marina procedente del sector Este con viento que pasan de 1 a 5 m/s, la corriente longitudinal aumenta hasta 0.2m/s y esta vez está orientada hacia el oeste. Por ello, parece evidenciarse que el principal mecanismo forzador de las corrientes longitudinal es el viento y los ciclos diarios de la brisa marina. Los efectos inducidos por la marea parecen ser aquí de importancia secundaria con respecto a los forzamientos meteorológicos.



Figura 3.14: Marea astronómica medida en el puerto de Motril, Velocidad y Dirección del viento medida en E2, Altura de ola significante y Dirección media del oleaje en AW1, Velocidad media horaria longitudinal (E-W) y transversal (N-S) de la corriente a 1.7 m desde el lecho medida en AW1, respectivamente desde arriba hacia abajo.

La elevada correlación entre las corrientes longitudinales a lo largo de la costa y la velocidad media del viento sugieren la importancia de incluir la variabilidad de los parámetros meteorológicos, como el viento y la presión atmosférica, como una condición de contorno adicional en los modelos analíticos y numéricos de circulación cerca de la costa junto con la rotura del oleaje y la fricción ejercida por el fondo. La importancia de considerar los efectos locales de vientos en el cálculo de la corriente longitudinal fue introducido por primera vez por Hubertz (1986) usando medidas del CERC, efectuadas en playas arenosas de EEUU, y aquí encuentra una confirmación para el caso de playas con tamaño del sedimento heterogéneo y playas mixtas de arena y grava.

# Capítulo 4

# Acoplamiento entre parámetros atmosféricos e hidrodinámicos

\*Los argumentos del presente capítulo se encuentran en la publicación:

Ortega-Sánchez, M., Bramato, S., Quevedo, E., Mans C., and M.A. Losada (2008c), Atmospherichydrodynamic coupling in the nearshore, *Geophysical Research Letters*, 2008GL036043 doi:10.1029, *In press*.

En este Capítulo se demuestra la existencia, a través de datos de campo, del fenómeno de acoplamiento entre parámetros atmosféricos e hidrodinámicos, validando experimentalmente los estudios teóricos previos presentados por Quevedo et al. (2008). En el presente capítulo se relaciona la generación de ondas de baja frecuencia a los forzamientos atmosféricos, modificados por la presencia de un obstáculo costero de elevadas dimensiones. Así pues, las condiciones atmosféricas en la playa de Carchuna, se relacionan a las dimensiones principales del Cabo Sacratif, individualizando la relación entre el fenómeno de acoplamiento y las formaciones irregulares de gran escala observadas en la línea de costa. Vórtices turbulentos en la capa límite superficial, responsables de reforzar formas morfológicas de gran escala (sistemas punta-ensenadapunta) representa así, un parámetro clave para entender la morfología de la zona de estudio.

#### 4.1 Procesos físicos en la playa de Carchuna

La playa de Carchuna se puede definir como una playa recta delimitada lateralmente por un cabo en su extremo Oeste (Figura 2.1, H1). Además, la playa se caracteriza por una línea de costa y una batimetría peculiar como ampliamente definido en la introducción (véase Capítulo 2). En los capítulos anteriores se ha enumerado un cierto número de procesos físicos (fenómenos de refracción sobre antiguos valles fluviales, ondas de borde progresivas o casi estacionarias atrapada entre puntas, elevada oblicuidad en el ángulo de incidencia del oleaje y consiguientes fenómenos de inestabilidad, acoplamiento vientooleaje, etc.) que coexisten en la playa y que interaccionan determinando su morfología (Ortega-Sánchez et al. 2003, 2008a, b, c y Quevedo et al., 2008). La playa de Carchuna es adecuada para estudiar el fenómeno de la interacción entre parámetros atmosféricos e hidrodinámicos ya que cuenta con la presencia del Cabo Sacratif en su extremo Oeste, un obstáculo geográfico de dimensiones características del orden (O~100m) con respecto a la orientación media de la línea de costa, tanto en dirección vertical (altura,  $H_c$ ) como horizontal (normalmente hacia el mar,  $D_c$ ). Cuando los vientos proceden del sector Oeste se encuentran con el cabo en su propagación, por lo que la masa de aire es forzada a bordear y pasar por encima del obstáculo geográfico, fenómeno que perturba el flujo de aire a sotavento. Siguiendo la formulación propuesta por Quevedo et al. (2008), el aire al pasar alrededor del cabo (Figura 4.1, gráfica izquierda) puede generar una serie de vórtices de Von-Karman de gran escala que viajan sobre la superficie libre del agua a sotavento del cabo. La frecuencia de estos vórtices  $f_v$  se obtiene a partir del número de Strouhal, según la fórmula:

$$S_t = D_c f_v / U_{10} = 0.21 \tag{4.1}$$

donde  $D_c$  indica la dimensión principal del obstáculo y  $U_{10}$  es la velocidad del viento. Por otro lado, en algún punto sotavento del obstáculo, el viento que circula por encima del obstáculo (Figura 4.1, gráfica derecha) genera en la superficie del agua unas oscilaciones de vórtices que pueden quedar atrapadas (Good y Joubert, 1968; Nezu y Nakagawa, 1989) y que inducen un campo atmosférico de presión casi estacionario con puntos de máxima succión separados una distancia de  $L_v \sim 4 - 6H_c$ . Esto produce un campo atmosférico de presión en la superficie de agua asociado a los dos fenómenos de *vortex shedding y flow reattachement*.



Figura 4.1: Esquema del flujo de aire perturbado por la presencia del obstáculo geográfico. La gráfica a la izquierda representa el efecto inducido por el fenómeno de "*vortex shedding*" y la gráfica a la derecha el efecto inducido por el "*flow re-attached flow*"

Resolviendo las ecuaciones lineales para profundidades reducidas (Dean y Dalrymple, 1994) en una playa semi-infinita con batimetría recta y paralela similar a la playa de Carchuna (Figura 4.2, gráfica izquierda), la respuesta del cuerpo de agua a un campo de pulsación de presión atmosférica es una onda de borde con las características cinemáticas de las fluctuaciones del campo de presión. Para el caso de un espectro discreto de ondas de borde, solo algunas ondas satisfacen la ecuación de dispersión para la morfología de la plataforma continental de Carchuna (Figura 4.2, gráfica derecha). Además, la superposición de ondas de borde del mismo período produce oscilaciones estacionarias o parcialmente estacionarias, cuyo transporte neto de masa en la capa límite superficial podría crear una morfología rítmica compleja (Holman y Bowen, 1982), reforzando la generación de formaciones en la línea de costa y actuando como un proceso de retroalimentación.



Figura 4.2: Esquema de un perfil de playa similar a la playa de Carchuna (gráfica izquierda) y ecuación de dispersión de la onda de borde (gráfica derecha)

# 4.2 Espectro de energía del viento, presión dinámica y barométrica

Durante el período de estudio, se ha visto que la playa ha sido caracterizada por la presencia de un sistema de baja presión extenso a toda Europa central (Figura 3.1) con tres días de vientos de intensidad moderada del Oeste y valor máximo de 10 m/s, medido en la estación de referencia E2 (Figura 3.2); las condiciones de oleaje fueron de mediosbajas y moderadas energías (Figura 3.9, gráfica superior).

Desde la comparación entre la estación de referencia E2 y las otras estaciones meteorológicas se muestra que existe una cierta variabilidad en la velocidad del viento (0.5m/s) debido a la presencia del Cabo, y en la dirección del viento debido a la alineación de la línea de costa (Figura 3.4, Figura 3.5). Además el análisis de la elevación de la superficie libre fuera de la ensenada ha demostrado como la distribución longitudinal de la altura de ola varía en función del contenido energético de las condiciones de forzamiento exterior (estado de mar de bajas o moderadas energías), que
pueden mantener o reforzar la morfología de la playa respectivamente (Figura 3.9, gráfica inferior).

En la Figura 4.3 se representa la función de distribución de densidad espectral de las condiciones atmosféricas (velocidad del viento y presión barométrica) medidas en el sensor E2, junto con las relacionadas a los sensores de presión dinámica ubicados en AW1, AW2, AD1 y AD2.

La función de distribución de densidad de las condiciones atmosféricas se obtiene de una serie continua de una hora de duración. Debido a las oscilaciones de baja frecuencia en los registros de presión barométrica, el comportamiento medio obtenido mediante un ajuste parabólico se resta del registro original, luego (1) se segmenta el valor corregido en 12 intervalos de 512s, (2) cada segmento se corrige con respecto a su comportamiento medio obtenido siempre con ajuste parabólico y (3) se aplica a cada segmento una ventana cosenoidal. La función de distribución de densidad espectral resultante se obtiene como distribución promediada sobre 12 segmentos, proporcionando un análisis espectral con un total de 24 grados de libertad.

El mismo procedimiento se aplica a la serie temporal de presión dinámica. La duración de los registros hidrodinámicos es en este caso de 1024s, y por esto los datos se segmentan en 4 intervalos de 512s. La variación media de la presión dinámica se corrige con un ajuste lineal para remover las posibles oscilaciones de baja frecuencia inducidas por efecto de la marea. En este caso los grados de libertad del análisis son igual a 8. Detalles de la metodología de análisis espectral se pueden encontrar en la Introducción (Capítulo 2, Sección 2.4.3) junto con la teoría empleada para el cálculo del intervalo de confianza asociado con la estimación espectral.

La Figura 4.3 presenta dos casos de acoplamiento presión barométrica-viento-oleaje de baja frecuencia en condiciones energéticas moderadas (Figura 4.3, gráfica izquierda, hora 23:00 del 10 de marzo) y menos energéticas (Figura 4.3, gráfica derecha, hora 12:00 del 10 de marzo). Durante el primer caso (Figura 4.3, gráfica izquierda), el viento procede del sector Oeste con una velocidad media de 9 m/s. Los cuatro sensores de presión dinámica presentan dos picos de energía a las frecuencias de  $f_1 = 0.018 Hz$  y  $f_2 = 0.024 Hz$ , que se encuentran también en el espectro de velocidad del viento. El pico en  $f_1$  se observa además en la presión barométrica y se puede atribuir a efectos de *vortex shedding* generados por la presencia del Cabo Sacratif.

Usando la relación (4.1), asumiendo una dimensión transversal del Cabo del orden (O~100m), el forzamiento inducido por un viento de velocidad igual a 9 m/s proporciona una frecuencia de los vórtices de 0.018 Hz con un espaciamiento entre ellos de 500m, que coincide con la frecuencia  $f_1$  observada experimentalmente. El campo de presión resultante genera diferentes modos progresivos de onda de borde con un período de 55s y una longitud de onda entre 600m y 2400m.

De la interacción entres los modos (Guza e inman, 1975; Holman y Bowen, 1982) estas ondas podrían generar puntas espaciadas entre sí de 1200m y 760m, que se corresponden bien con el espaciamiento entre H3-H5 y H3-H4 respectivamente. El segundo pico  $f_2$ , aparece también en el espectro de la velocidad del viento, pero no en la presión barométrica; hasta la fecha no se ha encontrado una explicación física de tal evento, pero se supone que puede ser debido a un fenómeno adicional de acoplamiento entre viento y

oleaje en la playa inducido por efectos combinados de la batimetría (cañones sumergidos, Apotsos et al, 2008) y/o por efectos inducidos por las características del espectro macrometeorológico del viento (*gust* o turbulencia generada por convección y/o efectos mecánicos inducidos por la rugosidad de la tierra, Harris, 2006). Se anticipa que estos tipos de fenómenos físicos se estudiaran en detalle después una serie de futuras campañas de campo.

La Figura 4.3 (gráfica derecha) presenta una segunda observación del fenómeno de acoplamiento en condiciones menos energéticas con un viento que sopla de la dirección Oeste con una velocidad media de 7 m/s. En este caso, un solo pico se puede observar en el espectro de la presión dinámica en correspondencia de las puntas H3 y H4 con una frecuencia  $f_3$  de 0.014 Hz. Aplicando la misma relación (4.1), dicha condición del viento induce una frecuencia de los vórtices de 0.014 Hz, que también coincide con las observaciones experimentales.

Este campo de presión genera diferentes modos progresivos de ondas de borde con período de 71s y longitud de onda entre 800m y 1800m, que podrían generar puntas espaciadas de 1460m, aproximadamente igual al espaciamiento entre H5-H6. En los dos casos de acoplamiento, el contenido energético observado en el sensor AW1 es siempre menor que los observados más cerca de la costa (AW2, AD1 y AD2) confirmando los resultados teóricos (Baquerizo et al., 2002, Schäffer y Jonsson, 1992) que la energía de las ondas infragravitarias decrece con el incremento de la profundidad de agua. El máximo contenido energético se observa en correspondencia de las dos puntas, H3 y H4, sugiriendo que las ondas infragravitatorias se quedan atrapadas dentro de la ensenada y se reflejan en correspondencia de las puntas.



Figura 4.3: Distribución de densidad espectral de la velocidad del viento (gráficas superiores) y de la presión barométrica (gráficas centrales) registrada en el sensor E2, junto con la correspondiente distribución de densidad espectral medida por los sensores de presión dinámica en AW1, AW2, AD1 y AD2 (gráficas inferiores) durante condiciones energéticas moderadas (gráficas izquierdas) y medios-bajas (gráficas derechas).

Para mejor interpretar la significancia de cada pico en la Figura 4.4 se presenta una información adicional sobre el intervalo de confianza del 95% asociado a la Figura 4.3 y calculado según la metodología expuesta precedentemente (véase Capítulo 2).

Los datos históricos de las condiciones atmosféricas en la región muestran que los vientos del Oeste con modulo de velocidad hasta 10 m/s ocurren con frecuencia en la playa de Carchuna (Quevedo et al., 2008). Es necesario observar que el acoplamiento entre los picos de energía en los espectros de la presión atmosférica e hidrodinámica no han sido observados constantemente durante la semana, sino sólo cuando las condiciones atmosféricas de forzamiento coinciden con los parámetros requeridos para el desarrollo de los vórtices; adicionalmente, aunque el viento puede generar un campo de presión sobre la superficie de agua, la batimetría de la zona selecciona solo algunas frecuencias posibles de ondas infra gravitatorias.

Finalmente para cuantificar la contribución de la banda de baja frecuencia con respecto al contenido energético total, la Figura 4.5 presenta dos casos de acoplamiento de baja frecuencia entre parámetros atmosféricos e hidrodinámicos en condiciones energéticas moderadas (Figura 4.5, gráfica izquierda, 23:00h- 10th Marzo) y medios-bajas (Figura 4.5, gráfica derecha, 12:00-10th de Marzo).



Figura 4.4: Distribución de densidad espectral de la velocidad del viento (arriba) y de la presión barométrica (centro) registrada en el sensor E2, junto con la correspondiente distribución de densidad espectral medida por los sensores de presión dinámica en AW1, AW2, AD1 y AD2 (abajo) durante condiciones energéticas moderadas (izquierda) y medios-bajas (derecha). Las líneas verticales representan el 95% del intervalo de confianza.



Figura 4.5: Densidad de distribución espectral del sensor de presión en AD2 durante condiciones energéticas moderadas (gráfica izquierda) y medios-bajas (gráfica derecha)

La Figura 4.5 muestra el espectro total relacionado a todo el intervalo de frecuencia con los picos de baja frecuencia (f<0.04Hz) que representan respectivamente el 12% y el 1.5% de la energía incidente del oleaje (0.12Hz< f<0.24Hz) en condiciones energéticas moderadas y medios-bajas.

El contenido energético de las oscilaciones de baja frecuencia es reducido y no se puede decir que el fenómeno de acoplamiento observado por sí sólo pueda generar las formas cuspidales irregulares en la línea de costa de Carchuna, pero sí que puede actuar reforzando otros mecanismos de mayor importancia.

## Capítulo 5

# Transporte de sedimentos y morfo dinámica costera

\*Los argumentos del presente Capítulo se encuentran en las publicaciones:

Bramato, S., Ortega-Sánchez, M., Navidad, D. and M.A. Losada (2008a), Atmospheric and hydrodynamic interaction outside a natural coastal embayment, *Continental Shelf Research*,CSR-S1257, *Submitted*.

Bramato, S., Ortega-Sánchez, M., Mans, C., and M.A. Losada (2008b), Natural recovery of a mixed sand and gravel beach after a sequence of a short duration storm and moderate sea states, *Marine Geology*, MARGO-3921, *Submitted*.

Las variaciones en la línea de costa se deben al transporte de sedimentos, cuyo gradiente puede producir erosiones o deposiciones y, por consiguiente, cambios en la planta y/o perfil de la costa. El transporte de sedimentos en la zona más próxima a la costa está relacionado principalmente con el oleaje y el sistema circulatorio inducido por la rotura del mismo, que varía en función del contenido energético incidente.

Las medidas de campo que se han presentado en los Capítulo 3 y 4 permiten caracterizar la respuesta hidrodinámica a corto plazo de la playa de Carchuna, en condiciones energéticas moderadas y medios-bajas fuera de la zona de rompientes. La posible respuesta morfodinámica durante estas condiciones y la existencia de transporte de sedimentos a la profundidad de 5m se evalúa en este capítulo, determinando el esfuerzo de corte en el fondo y el parámetro de Shields de las componentes de velocidad medida cerca del lecho por dos velocímetros puntales 3D (V1 y V2 Figura 2.3). El análisis del sistema circulatorio permite evidenciar la implicación que el efecto local del viento tiene en el transporte de sedimentos en profundidades superiores a la profundidad de cierre.

Además, para estudiar el comportamiento de la playa frente a eventos severos, en este capítulo se estudia su recuperación natural después de una sucesión de eventos de breves duración. Para ello se han analizado una serie de imágenes promediadas en el tiempo y capturadas por una estación de vídeo monitorización costera ubicada en el cabo Sacratif. El análisis se ha aplicado a una "celda" constituida por una ensenada y una punta (H2), que se considera representativa de

la línea de costa de Carchuna. Los resultados obtenidos permiten evidenciar cómo el transporte de sedimentos en una playa mixta de arena y grava durante una secuencias de eventos (tormentas y estados de mar moderados) está limitado en el espacio, con una consiguiente rápida recuperación de la playa tras fenómenos erosivos.

# 5.1 Movimiento incipiente, formas de lecho y profundidad de cierre

El transporte de sedimentos por fondo representa el modo de transporte dominante en playas mixtas de arena y grava (Jennings y Shulmeister, 2002). La tasa de transporte de sedimentos por fondo se relaciona generalmente con el esfuerzo de corte cerca del lecho y con el diámetro medio de los sedimentos ( $D_{50}$ ). Las playas naturales se pueden dividir en cuatro categorías principales según la cantidad de arenas y de gravas presentes , el grado de mezcla y la pendiente de la batimetría cerca de la línea de costa (Simm et al., 1996); aplicando dicha clasificación, Carchuna se caracteriza por un  $D_{50} \sim 2$ mm.

El transporte de sedimentos se genera por efecto de oleaje o corriente, o por una combinación de ambas. Asumiendo un lecho plano, la condición de inicio de movimiento se puede evaluar comparando el parámetro de Shields con el valor teórico crítico que condiciona el movimiento. El parámetro de Shields se calcula según la expresión general:

$$\theta_s = \frac{\tau_s}{(\rho_s - \rho)gD} \tag{5.1}$$

donde  $\tau_s$  es el esfuerzo de corte en el fondo debido a la fricción del fondo, *g* es la aceleración de gravedad, *D* el diámetro del sedimento con  $\rho_s$  y  $\rho$  respectivamente la densidad del sedimento y del agua.

Existen numerosas formulaciones explícitas que han sido propuestas en la literatura para evaluar dicho valor crítico para flujo oscilatorio; en este trabajo se considera la formulación de Soulsby y Whitehouse (1997), dada por:

$$\theta_{cr} = \frac{0.3}{1 + 1.2D_*} + 0.055[1 - exp(-0.02D_*)]$$
(5.2)

donde el diámetro adimensional de las partículas  $D_*$  se expresa como:

$$D_* = \left[\frac{g(s-1)}{v^2}\right]^{\frac{1}{3}} D$$
(5.3)

siendo  $s = \rho_s / \rho$  y v la viscosidad cinemática del agua.

El esfuerzo de corte total en el fondo se obtiene sumando tres contribuciones: (1) el esfuerzo de corte inducido por la fricción del fondo, (2) el esfuerzo de corte inducido por la presencia de formas de lecho y (3) el esfuerzo de corte inducido por la contribución del transporte de sedimentos.

La evaluación de los esfuerzos de corte en el fondo se ha determinado combinando las componentes transversal y longitudinal de la velocidad medida cerca del lecho por los velocímetros 3D, V1 y V2, (Figura 2.3). Se han empleado dos formulaciones diferentes para calcular las velocidades de fricción inducidas por el oleaje y la corriente. La velocidad media de la corriente se ha obtenido como  $\overline{U} = \sqrt{\overline{u}^2 + \overline{v}^2}$  y la velocidad orbital máxima en el caso de oleaje irregular como  $U_m = 2.8\sigma_u$  (Aagard y Greenwood, 1994) que ha sido además validada experimentalmente por Masselink y Pattiaratchi (1998), donde  $\sigma_u$  es la desviación estándar de la corriente transversal.

El esfuerzo de corte en el fondo inducido por la corriente (p. ej contribuciones de marea y de ondas largas) se puede obtener desde la cuantificación de la velocidad de corte inducida por la corriente que se calcula, según (5.4) Van Rjin (1990) y (5.5) Soulsby (1997), respectivamente como:

$$u_{*c}^{2} = \frac{1}{8} \left[ 0.24 \left( \log \frac{12h}{k_{s}} \right)^{-2} \right] \overline{U}^{2}$$
(5.4)

$$u_{*c}{}^{2} = \left[\frac{0.4}{1 + \log\frac{Z_{0}}{h}}\right]^{2} \overline{U}^{2}$$
(5.5)

donde *h* es la profundidad de agua,  $z_0 = k_s/30$  es la rugosidad del fondo en el caso de flujo hidráulicamente rugoso y  $k_s = 2.5 D_{50}$  es la rugosidad de Nikuradse.

El esfuerzo de corte en el fondo inducido por el oleaje es mucho más elevado que la contribución de la corriente y se avalúa desde la cuantificación de la velocidad de fricción inducida por el oleaje. La velocidad de fricción se ha calculado empleando dos expresiones del coeficiente de fricción aproximadas por Swart (1974) y Soulsby (1997) para flujos turbulentos rugosos y resultan, respectivamente:

$$u_{*w}^{2} = \frac{1}{2} exp \left[ 5.213 \left( \frac{k_s}{A_m} \right)^{0.194} - 5.977 \right] U_m^2$$
(5.6)

$$u_{*w}^{2} = \frac{1.39}{2} \left(\frac{A_{m}}{z_{0}}\right)^{-0.52} U_{m}^{2}$$
(5.7)

Donde  $A_m = U_m T/2\pi$  es la excursión semi-orbital y *T* es el período del oleaje. Cuando el oleaje y la corriente coexisten, se verifica una interacción no lineal y el esfuerzo de corte en el fondo se puede calcular según la formulación propuesta por Soulsby (1997).

En la Figura 5.1 se representa la velocidad en el fondo inducida por el oleaje y la corriente, calculada usando las expresiones anteriormente definidas, asociadas a los dos instrumentos V1 y V2. El velocímetro V1 estuvo operativo sólo los tres primeros días de estudio, proporcionado datos de elevada resolución y precisión en este intervalo de tiempo; por el contrario, el velocímetro V2 estuvo operativo durante toda la campaña, proporcionando información de los tres días de condiciones energéticas moderadas. En la Figura 5.1 se muestra que los dos métodos dan valores parecidos de la velocidad de fricción debida al movimiento del oleaje. La velocidad de corte del oleaje calculada según la expresión (5.6) es menor que la velocidad calculada con la fórmula (5.7) para velocidades menores que 0.05 m/s. La velocidad de fricción asociada con la contribución de la corriente calculada con la expresión (5.5) es mayor que la

calculada con la expresión (5.4). La velocidad de fricción inducida por la corriente presenta un gran número de picos durante el período de estudio y aparece mucho más pronunciada durante la tarde (posiblemente debida al efecto de la brisa marina). Todo ello permite concluir que la contribución de la corriente durante el período de estudio no es suficiente para inducir el inicio de transporte de sedimentos.

En la Figura 5.1 se representa además el parámetro de Shields asociado sólo al esfuerzo de corte en el fondo inducido por el oleaje. Durante condiciones energéticas moderadas, el parámetro de Shields es siempre mayor que el valor crítico ( $\theta_{cr}=0.0385$ ,  $D = D_{50}$ ) confirmando que a profundidades de 5m hay transporte neto de sedimentos "potencial". En condiciones energéticas moderadas, el valor del parámetro de Shields no excede nunca el valor de 0.8 (valor límite para condiciones de *sheet flow* sobre lecho plano). En la ubicación V1, durante condiciones energéticas bajas, el parámetro de Shields es algo menor que el valor crítico y sólo lo excede durante la tarde, en presencia de brisa marina (Masselink y Pattiaratchi, 1998); en el velocímetro ubicado en V2, el parámetro de Shields es siempre más elevado que el valor crítico.

Así pues, el análisis del parámetro de Shields muestra como, durante condiciones energéticas moderadas y en las horas de la tarde durante el período de tiempo de las condiciones de bajas energía, el transporte de sedimentos (y los cambios morfológicos) no están sólo limitados a la zona más cercana a la costa, sino que se extienden hasta una profundidad de 5m. Este comportamiento ya fue observado por Austin y Masselink (2006).

En Figura 5.1 se incluyen también los resultados calculados empleando la teoría energética para oleaje irregular fuera de la zona de rompiente (Losada et al,1987 y Losada y Desiré, 1985) donde se introduce un coeficiente que cuantifica la contribución de transporte por fondo definido como:

$$\alpha_t = A_{\rm m}^{3} / D \left[ \frac{\rho_s - \rho}{\rho} g / \omega^2 \right]$$
(5.8)

y  $\omega$  es la velocidad angular, con  $D = D_{50}$ . Los resultados que se obtienen con este método son similares al análisis del parámetro de Shields; sin embargo, este último método, a través del valor del parámetro  $\alpha_t$ , permite obtener una información adicional relacionada con el límite del inicio de movimiento incipiente ( $\alpha_t = 0.061$ ), el movimiento generalizado y la formación de *ripples* ( $\alpha_t = 0.280$ ). Los valores obtenidos en Carchuna nunca fueron superiores a  $\alpha_t = 9.34$ , que se corresponde con la desaparición de los *ripples*. Pese a ello, durante la semana de estudio no se midió la morfología del lecho para poder confirmar estos resultados. Este ultimo método ha sido recientemente aplicado para explicar la formación de barras frente a estructuras marítimas reflejantes (Sanchez-Badorrey et al., 2008).

Según los resultados anteriores, tanto para condiciones energéticas bajas como moderadas las mediciones indican la existencia de transporte de sedimentos neto a 5m de profundidad. Considerando que en los últimos 4 años en la playa de Carchuna la altura significante de  $H_e$ = 3m ha sido alcanzada solo en 4 eventos de tormentas, todos de muy breve duración, (< 12*h*), para calcular un valor aproximado de la profundidad de cierre podemos emplear la formulación de Hallermeier (1981):

$$h_c = 1.57H_e = 4.71m \pm 0.5m \tag{5.9}$$

El concepto de profundidad de cierre, definido como el límite mar adentro donde se verifica un transporte neto de sedimentos en la dirección transversal (Masselink y Hughes, 2003), se usa generalmente en aplicaciones de ingeniería costera.



Figura 5.1: Velocidad de fricción en V2 (gráfica superior a la izquierda) y V1 (gráfica superior a la derecha); parámetro de Shields en V2 (gráfica central a la izquierda) y V1 (gráfica central a la derecha); parámetro de tasa de transporte en el fondo en V2 (gráfica inferior a la izquierda) y V1 (gráfica inferior a la derecha). Las contribuciones de corriente están expresadas según Van Rjin, 1990 (línea discontinua) y Soulsby, 1997(línea segmento-punto). Las contribuciones del oleaje están expresadas según Swart, 1974 (línea a puntos) y Soulsby, 1997 (línea continua).

Empleando el parámetro de Shields (Hallermeier, 1981) y teniendo en cuenta del diámetro del sedimento D, la evolución a lo largo de la tormenta de la profundidad de cierre se ha calculado a partir de los datos de campo:

$$h_c = \frac{8D\theta_s}{0.03f_w} \tag{5.10}$$

con  $f_w$  el coeficiente de friccion en el fondo en el caso de régimen totalmente turbulento (Soulsby, 1997). La evolución de la profundidad de cierre obtenida en V2 y V1 se representa en la Figura 5.2 empleando un valor de D=2mm.



Figura 5.2: Profundidad de cierre  $h_c$  calculada a partir de los datos medidos en V2 (gráfica izquierda) y en V1 (gráfica derecha).

El análisis de las medidas efectuadas muestra la existencia de condiciones energéticas que pueden inducir un transporte neto de sedimentos (formación de *ripples* a 5m de profundidad). Además, teniendo en cuenta el tamaño del sedimento y los datos de campo se ha obtenido que la profundidad de cierre para condiciones energéticas moderadas puede alcanzar los 7m, confirmando que la formulación clásica (5.9) subestima el valor real. Nicholls et al. (1998) consideraron dos aspectos relacionados con la formula de Hallermeier´s que pueden explicar estas diferencias: (1)la formula fue derivada por playa de arena con diámetro medio de sedimentos hasta 0.42mm y (2) no incluye el efecto de marea y corrientes inducidas por el viento.

Los resultados presentados confirman ambos aspectos e indican la necesidad de revisar o aplicar con cautela la formulación de profundidad de cierre empleada hasta ahora y por ello, la necesidad de incluir en la predicción del transporte de sedimentos longitudinal (p.ej. CERC), mecanismos convectivos de mezcla de gran escala asociado al tipo de rotura, y la tendencia de transporte asociada a la composición de sedimentos.

Además es necesario incluir la mayor capacidad de transporte de sedimentos asociado a playas con sedimentos gruesos o mixta como la de Carchuna.

# 5.2 Respuesta natural de una playa mixta a tormentas de breve duración

Los sistemas costeros son generalmente sistemas complejos, no lineales y dinámicos con estados de equilibrios definidos a través de la persistencia de unas formaciones morfológicas que varían en función de numerosos agentes forzadores (oleaje, viento, corrientes y sus combinaciones). Sin embargo, los cambios morfodinámicos más acentuados de un sistema costero se manifiestan después de tormentas y condiciones energéticas moderadas (Baquerizo y Losada, 2008). La capacidad natural de un sistema costero de retroalimentarse y de regresar a un estadio casi-estable, a través de cambios morfodinámicos, se verifica gracias al fenómeno del transporte de sedimentos, lo que depende de variables internas y/o externas al sistema, factores forzadores y condiciones de contorno (Klein et al., 2003; Coco y Murray, 2007).

La respuesta costera a las tormentas o a las condiciones energéticas moderadas se desarrolla en la escala temporal del "evento" (Baquerizo y Losada, 2008; Short, 1999), que incluye el período en el cual el sistema se perturba (tiempo de reacción) y el período en el cual la costa reacciona a estas perturbaciones recuperando su estado original (tiempo de relajación),(Avila, 2007). Los dos períodos no son necesariamente consecutivos, sino que dependen de la progresión de los eventos (p ej. cuando un evento que perturba el sistema es seguido por otro antes de que el sistema tenga tiempo de recuperarse, induciendo efectos adicionales sobre el sistema que no se observan durante eventos aislados).

La respuesta de una playa frente a una secuencia de eventos depende de numerosos parámetros (p.ej. características morfodinámicas, procesos hidrodinámicos relacionados con la capacidad de reflexión y disipación de la energía incidente por parte de la playa, tamaño del sedimento y forma, perfiles transversales de la playa, etc.), donde las playas reflejantes muestran una tendencia a responder más rápidamente con respecto a playas disipativas; análogamente, playas con tamaño del sedimento más grueso responden más rápidamente que las de arena fina (Losada, 1988; Ivamy y Kench, 2006).

Existen muy pocos estudios relacionados con los procesos morfodinámicos en playas mixtas (López de San Román- Blanco et al. 2006), debido a que en los últimos veinte años la mayor parte de los estudios se han centrado en costas arenosas (Jennings and Shulmeister, 2002). Recientemente diferentes investigaciones han empezado a limitar esta carencia gracias a la individualización de aspectos claves, como la importancia de la variabilidad espacial del tamaño y de la forma del sedimento a lo largo de la playa (Buscombe y Masselink, 2006). El creciente interés, en la monitorización de los fenómenos de transporte de sedimentos en playas mixtas se debe, principalmente, a que con frecuencia se emplean tamaños del sedimento gruesos para la regeneración de playas, estando estos sedimentos caracterizados por una elevada rugosidad hidráulica y por una mayor capacidad de defensa frente a los procesos forzadores del medio marino y atmosférico durante eventos de tormenta (Kirk, 1991).

Una significativa porción de costas alrededor del mundo se componen de playas mixtas (Coates y Hawkes, 1998); la costa Mediterránea del sur de España es un buen ejemplo de este tipo de playa muchas de las cuales están limitadas por promontorios, como el caso de la playa de Carchuna. Dicha tipología de playa generalmente presenta un bien definido punto de rotura y se caracteriza por procesos hidrodinámicos y de transporte de sedimentos que occurren en la zona

de *swash* y de *surf* (Buscombe y Masselink, 2006; Nolan et al., 1999). La zona de flujo-reflujo del oleaje (*swash*) es el área principal de transporte de sedimentos y consecuentemente se pueden generar en la línea de costa morfologías cuspidales de diferentes características (Nolan 1999; Ortega-Sánchez et al., 2003; Jennings and Shulmeister, 2002). Sin embargo, escasos trabajos estudian el comportamiento de este tipo de playas frente a eventos de tormenta. Este conocimiento se considera esencial para profundizar en aspectos relacionados con la gestión integral costera.

#### 5.2.1 Distribución y estatificación de sedimentos

Las características principales y la climatología general de la zona de estudio han sido proporcionadas precedentemente (véase capítulo 2), donde se ha clasificado la playa de Carchuna como una playa mixta no solo en dirección vertical sino también en dirección transversal a la playa. Empleando el criterio definido por Simm et al. (1996) una playa mixta de arena y grava se ha caracterizado por un  $D_{50}=2mm$ .

Las observaciones de campo y los resultados de análisis granulométricos han evidenciado que existe una estratificación de los sedimentos en la zona costera de la playa de Carchuna, con sedimentos más finos en superficie (arena) y más grueso en profundidad (grava y cantos gruesos), consecuentemente la distribución de sedimentos es variable en la vertical. En la Figura 5.3 se muestra dicha estratificación y la correspondiente distribución de sedimentos (%) con respecto a la dimensión del grano, en la figura se puede observar que la playa de Carchuna es una playa bimodal con dos picos de distribución en correspondencia de los rangos de 0.25-0.50mm y de 2-8mm.



Figura 5.3: Estratificación de los sedimentos en la zona costera de la playa de Carchuna: (a) con sedimentos más finos en superficie y (b) más grueso en profundidad; la distribución de sedimento (%) es bimodal con materiales finos (<2mm) y gruesos (>2mm).

#### 5.2.2 Instrumentación y datos disponibles

En las siguientes secciones se estudiarán los efectos de una secuencia de eventos del oeste que se han verificado en la playa de Carchuna, a través del análisis de imágenes capturadas por un sistema de monitorización costera; además se analizará el comportamiento de la playa frente a tormentas aisladas procedentes del este. La metodología que se empleará para el análisis se compone de dos pasos básicos:

- En primer lugar, se han seleccionado los eventos de tormentas y condiciones energéticas moderadas a partir de los datos WANA (profundidades indefinidas) empleando como criterio de selección la clasificación introducida por Ortega-Sánchez et al. (2003).
- En segundo lugar, los cambios morfológicos se han analizado a partir de las vídeo imágenes (a) oblicuas y (b) rectificadas (en planta). Las imágenes seleccionadas permiten individualizar los cambios morfológico de la línea de costa en la escala temporal del evento y caracterizar consecuentemente los pasos de erosión- recuperación de la playa (Holman et al., 1991, Ortega-Sánchez et al., 2008a,b).

#### 5.2.2.1 Características de las tormentas

Los datos hidrodinámicos durante las tormentas se obtienen de los registros de oleaje en el punto WANA 2020013 (Figura 2.1), referidos a profundidades indefinidas y proporcionados por el Puerto del Estado (Ministerio de Fomento de España).Se recuerda que los datos hidrodinámicos son el resultado de un modelo numérico espectral WAN de propagación de oleaje por viento que incluyen los procesos de transformación por refracción, disipación por fricción por el fondo y por la rotura del oleaje y fenómenos de interacción no lineales.

En cuatro ocasiones separadas en los últimos 4 años, la playa ha sido caracterizada por eventos de tormenta, con altura de ola significante espectral en profundidad indefinida ( $H_0$ ) superior a 3m. Solo en dos ocasiones se ha tratado de tormentas aisladas del Este (28 de Enero y 19 de Diciembre de 2007), mientras que en las otras dos se ha tratado de tormentas del Oeste seguidas en rápida sucesión por una condición energética moderada siempre del Oeste (20-27 de Marzo de 2008, y 29 de Abril-6 de Mayo de 2004).

#### 5.2.2.2 Estación de vídeo monitorización costera

Los procesos litorales que se manifiestan en la playa de Carchuna han sido monitorizados a partir del 2003 gracias a la instalación de una estación de monitorización del litoral (basada en la técnica ARGUS). Este estación ha sido instalada por el Grupo de Dinámica de Flujos Ambientales (CEAMA- Universidad de Granada) en el Cabo Sacratif, unos 100m sobre el nivel medio del mar (Figura 5.4). La estación se compone de tres vídeo cámaras que toman imágenes durante los primeros 10 minutos de cada hora de luz. La estación proporciona, de forma

estándar, la siguiente información: (1) una imagen instantánea o snap shot que muestra una visión general del tramo de costa analizado, (2) imagen promediada o time exposure, que se obtiene promediando 9000 imágenes instantánea tomadas en un intervalo de 10 minutos que permite definir los cambios morfológicos que se producen en la playa; (3) una imagen de la varianza o variance de los 10 minutos, que permite definir las zonas que manifiestan más cambios; y (4) las imágenes horarias de cada día se promedian para obtener una imagen diaria media o daytimex.La posición de la cámara y de un cierto número de puntos de control se topografian respecto a un sistema de referencia conocido (Quevedo et al.,2008). De la comparación entre las imágenes y la ubicación de los puntos de control, a través de una transformación fotogramétrica (Holland y Holman, 1997, Aarninkhok y Holman, 1999) se pueden obtener las coordenadas reales de la imagen, con una resolución de 1 pixel, que corresponde a una resolución espacial de 1.5 y 3.4 m en dirección transversal y longitudinal, respectivamente, en la zona de estudio. En este capítulo la secuencia de eventos se describe seleccionando una imagen promediada (time exposure) de cada día y correspondiente a la bajamar. El avance y erosión de la línea de costa (alrededor de H2, Figura 5.4) se cuantifica directamente desde las imágenes geo-referenciadas.



Figura 5.4: Vista general de la línea de costa y del Cabo Sacratif (gráfica izquierda) y ubicación de la camera ARGUS con vista en planta de la celda entre H1 y H2 (gráfica derecha).

#### 5.2.3 Resultados y discusión

#### 5.2.3.1 Evolución general de la línea de costa

A final de Marzo de 2008 se ha verificado en la playa de Carchuna una secuencia de eventos constituido por una tormenta y dos condiciones energéticas moderadas. Cada evento se caracteriza por: (1) altura significante espectral ( $H_0$ ), (2) período de pico espectral ( $T_0$ ) y (3) dirección media del oleaje ( $\theta$ ) en forma de estados de mar de 3 horas de duración (Figura 5.5). Usando la clasificación introducida por Ortega-Sánchez et al. (2003), durante el período de estudio la playa ha experimentado un evento de tormenta( $H_0>3$ ,  $T_0 \approx 9$ -7s,indicado como S<sub>w</sub> en la Figura 5.5) y dos eventos de contenido energético moderado ( $H_0>1m$ ,  $T_0 \approx 9$ -6s,indicados como M<sub>E</sub> y M<sub>w</sub> en la Figura 5.5).

Durante el primer día (20 de Marzo), el oleaje tipo *swell* de moderado contenido energético ( $M_E$ ) llega a la costa desde el sector Este con una altura significante espectral  $H_0$ =1.5 m y un

período de pico  $T_0 \approx 9$ s. En el día 22 de Marzo, una tormenta del Oeste (S<sub>W</sub>) llega a la playa, con  $H_0$ =3.5m y  $T_0 \approx 8$ s. Finalmente se verifican unas condiciones energéticas moderadas del Oeste en el día 26 de Marzo (M<sub>W</sub>) con  $H_0$ =2m y  $T_0 \approx 7$ s.



Figura 5.5: Evolución en el tiempo de: (a) altura de ola significante  $H_0$ , (b) período de pico espectral  $T_0$ , (c) dirección media del oleaje  $\theta$ . La evolución en el tiempo del perfil de la playa se representa en la parte superior de la figura (Tormenta del oeste del 2008).

La tormenta  $S_W$  determina los cambios morfológicos más acentuados en la línea de costa de la playa y es representativa de condiciones severas (eventos que raramente se verifican en la zona); El evento  $M_W$  es representativo de condiciones moderadas del oeste que suelen ocurrir con mayor frecuencia. La Figura 5.6 presenta la componente de la marea astronómica medida durante el mes de marzo de 2008 en el puerto de Motril, ubicado unos 5 km al Oeste de Carchuna. El período de estudio se representa evidenciado en gris, donde el inicio del período de monitorización costera (20 de marzo) se corresponde con el valor máximo de la envolvente (marea viva) de la oscilación de marea seguido por una fase descendiente de oscilación (marea muerta).



Figura 5.6: Evolución en el tiempo de la componente de marea astronómica medida en el puerto de Motril (el período de estudio es evidenciado en gris).

La Figura 5.7 presenta la morfología de la zona de estudio después de la ocurrencia de los tres eventos a través de una secuencia de fotos promediadas obtenidas por el sistema de monitorización; la Figura 5.8 representa las mismas fotos rectificadas en planta. Inicialmente la playa presenta una forma con un perfil tradicional con berma (Figura 5.7A, Figura 5.8 A) con sedimento más fino en superficie y sedimento grueso en profundidad (Figura 5.3). Durante el primer día, el evento M<sub>E</sub> induce una tasa muy reducida de transporte de sedimentos y no se observan cambios significativos en la punta H2. Este estado se indica con las letras BE (Berma) en la Figura 5.5. El día 22 de Marzo la ocurrencia de la tormenta desde el sector Oeste (S<sub>w</sub>) erosiona la playa, en particular a la altura de la punta H2, modificando el perfil desde el de berma a uno erosionado representado en Figura 5.5 e indicado con las letras ER (Erosionado). Ello implica que se ha movilizado un importante volumen de sedimentos para formar la barra de tormenta (Figura 5.7D-Figura 5.8D), los sedimentos más finos se mueven desde la línea de costa y se depositan en la zona de surf, dejando solo los sedimentos más gruesos en la línea de costa, con los granos gruesos que interaccionan para producir nuevo material fino (Dean and Dalrymple, 2002). Este nuevo perfil es más tendido que el perfil original y el oleaje ahora rompe sobre la barra de tormenta disipando su energía; los sedimentos gruesos en el perfil actúan protegiendo la playa de una posible sucesiva erosión. Durante los siguientes dos días, la tormenta cesa rápidamente y se verifican condiciones de medio-bajo contenido energético. Normalmente, el perfil erosionado necesita semanas y/o meses para recuperarse (Woodroffe, 2007) pero aquí la playa muestra variaciones después de menos de 24 horas, y el perfil lentamente pasa de un estado erosionado a un estado más intermedio, indicado con la letras IN (Intermedio) en la Figura 5.5. Esto implica que durante condiciones moderadas, los materiales arenosos se mueven hacia la playa.

El día 26 de Marzo se produce un tercer evento de contenido energético moderado que se aproxima del Oeste  $(M_w)$ . En lugar de incrementar la erosión, esta tormenta acelera la

recuperación de la playa moviendo sedimentos finos desde la zona *surf* hacia la costa, "forzándola" a regresar a la configuración originaria de playa con berma con el consiguiente avance de la playa, en particular en la punta H2 (Figura 5.7H-Figura 5.8 H). El perfil recupera así la estratificación previa, con sedimentos finos en superficie y grueso en profundidad.

La Figura 5.9, muestra las líneas de costa solapadas en el mismo gráfico para los siete días y el máximo nivel alcanzado por el mar durante  $S_W$  (C). Esta figura permite cuantificar la magnitud de los movimientos de la línea de costa.



Figura 5.7: Evolución en el tiempo de la morfología de la línea de costa obtenida con una cámara de la estación de monitorización ARGUS (H1), desde 20 hasta 27 de Marzo de 2008 (A-H) donde la línea negra representa la línea de costa original (desde la imagen A).



Figura 5.8: Evolución en el tiempo de la línea de costa en una vista en planta en metros, desde el 20 hasta el 27 de Marzo de 2008 (A-H), donde la línea continua y discontinua representa la línea de costa original y modificada. La línea discontinua en C representa el máximo nivel de agua durante la tormenta  $T_2$ .



Figura 5.9: Evolución en el tiempo de la línea de costa (A-H) con una vista en planta en metros (m) en el mismo grafico obtenida desde la Figura 5.8.

La Figura 5.10 presenta la evolución en el tiempo del flujo de energía máximo diario por unidad de anchura de playa y del desplazamiento medio diario de la línea de costa, donde el valor nulo se corresponde con la posición original de la línea de costa (20 de Marzo). El nivel máximo alcanzado por el agua que se verifica durante la tormenta  $M_w$  se representa también en la figura. El flujo de energía máximo diario por unidad de anchura de playa cuantifica la capacidad del oleaje de transportar energía y se define como:  $F_{max} = E_{max} C_g$ , donde  $C_g = 0.5c$  representa la celeridad de grupo en profundidades indefinidas y  $c = gT_0/2\pi$  es la celeridad de un onda;  $E_{max} = (1/8)\rho g H_{0max}^2$  es la energía por unidad de área donde  $\rho$  es la densidad de agua, g es la aceleración de gravedad y  $H_{0max}$  es la altura de ola significante máxima diaria en profundidades indefinidas. Los resultados muestran que la energía incidente asociada a la tormenta S<sub>w</sub> es suficiente para movilizar un gran volumen de sedimentos desde la berma, reduciendo consecuentemente la anchura de la sección transversal de la playa. Las condiciones de calma que se producen después, inducen una recuperación total de la playa con un movimiento de los sedimento más finos hacia la costa, que determina un incremento en la anchura de la playa. Las condiciones moderadas  $(M_W)$  inducen, tras una cierta regresión de la línea de costa, la recuperación total de la playa, incrementando su anchura respecto al estado original.



Figura 5.10: Evolución del Flujo de energía máximo diario por unidad de anchura (línea continua) y del desplazamiento medio diario de la línea de costa (gráfico de barra), donde el valor nulo se corresponde a la posición original de la línea de costa (20 de Marzo). Los valores negativos y positivos se corresponden a las fases de erosión y de recuperación, respectivamente.

Los valores representados en la Figura 5.10 se muestran en la Tabla 5.1 que incluye además la tasa de erosión-recuperación asociada a cada evento, como distancia relativa entre dos sucesivas posiciones de la línea de costa. La tormenta  $S_W$  induce un desplazamiento medio de la línea de costa de aproximadamente 5 m/día seguido por una recuperación rápida durante los sucesivos dos días de condiciones de calma. La tasa de recuperación media como desplazamiento de la línea de línea de costa es de casi 2 m/día y se puede obtener como media de los valores de distancias relativas  $\Delta D_s$  después de la tormenta (Tabla 5.1).

Interval	F <sub>max</sub>	D <sub>s</sub>	$\Delta D_s$	$\tau = \Delta D_s / F_{max}$
diario	(W/m)	(m)	(m)	(m <sup>2</sup> /W)
20-21	19169	-0,67	-0,67	-3,50E-05
21-22	92956	-20,36*	-	-
22-23	98504	-5,59	-4,92	-4,99E-05
23-24	2512	10,74	16,33	0,0065
24-25	1447	12,08	1,34	0,00092
25-26	10985	2,24	-9,84	-0,00089
26-27	24536	3,36	1,12	4,55E-05

Tabla 5.1: Tasa de erosión y recuperación junto con el flujo de energía máximo diario por unidad de anchura disponible durante los siete días. (\* se corresponde al máximo nivel alcanzado por el agua).

#### 5.2.3.2 Parámetros adimensionales

Para cuantificar los efectos combinados de la magnitud de la sucesión de eventos, de la distribución de sedimentos y de la batimetría en el fenómeno de erosión – deposición de sedimentos en la línea de costa se analizan los cuatro parámetros adimensionales mas característicos :

(a) "Velocidad de caída adimensional en aguas profundas":

$$H_0/\omega_S T_0 \tag{5.11}$$

donde  $\omega_S$  representa la velocidad de caída del sedimento calculada según la fórmula de Soulsby (1997):

$$\omega_s = \frac{\mu}{\rho D} \left[ \sqrt{\left( 10.36^2 + 1.049 D_*^3 \right)} - 10.36 \right]$$
(5.12)

siendo  $D_*$  el diámetro adimensionalizado del grano,  $\mu$  la viscosidad molecular del fluido,  $\rho$  la densidad del agua. Con respecto al valor de D, considerando la clasificación de playas introducida por Simm et al. (1996), una playa mixta de arena y grava puede ser caracterizada por un  $D_{50}$  =2mm. Sin embargo para describir el comportamiento de una playa mixta y la tendencia de transporte de los sedimentos más finos con respecto a la grava, se considera en los cálculos un segundo valor del diámetro ,  $D_f$  =0.35mm, que

se corresponde con un pico en la distribución de sedimentos representada en la Figura 5.3.

(b) "Peralte de la ola en aguas indefinidas" y "parámetro de pendiente en aguas profundas", respectivamente término a la izquierda y la derecha de la fórmula propuesta por Sunamura y Horikawa (1974):

$$\frac{H_o}{L_0} = C_s \left( tan\bar{\beta} \right)^{-0.27} \left( \frac{D}{L_0} \right)^{0.67}$$
(5.13)

donde  $C_s = 18$  es una constante empírica y  $tan\bar{\beta} = 0.046$  es la pendiente media del fondo en Carchuna a la profundidad de 20 m.

(c) *"Parámetro de Iribarren"* que se define como el cociente entre la pendiente de la playa en la línea de costa  $tan\beta_{lc} = 0.1$  y la raíz del peralte de ola en aguas indefinidas, según la relación (Iribarren y Nogales 1954).

$$\zeta = \tan\beta_{lc} / \sqrt{H_0 / L_0} \tag{5.14}$$

La evolución a lo largo de la semana de los parámetros característicos se muestra en la Figura 5.11 respectivamente en a, b y C.

Recientes experimentos de gran escala en laboratorio y estudios de campo presentes en la literatura indican que valores de velocidad de caída adimensional (Figura 5.11-a) mayores que 2 tienden a favorecer un transporte de sedimentos directo hacia mar adentro y un perfil de tipo a barra (Masselink y Hughes, 2003) y valores menores que 2 un transporte de sedimentos hacia la playa y un perfil de tipo a berma. La Figura 5.11-a muestra la evolución del parámetro calculado empleando  $D_{50}$  =2mm y  $D_f$  =0.35mm. Los valores del parámetro asociados a la fracción fina exceden el valor límite de 2 casi durante todo el período de estudio, sugiriendo que los sedimentos más finos se encuentran constantemente en un estado de re-suspensión y transición, promoviendo una tendencia de transporte de sedimentos directo hacia mar adentro y la formación de un perfil de tipo a barra. Sin embargo las observaciones presentadas en las Figuras 5.7 y 5.8, muestran que un perfil de tipo a barra se verifica solo cuando, durante el evento S<sub>w</sub>, los sedimentos más gruesos empiezan a moverse hacia mar adentro y los valores del parámetro de velocidad de caída adimensional calculado con  $D_{50}$  resultan superiores al valor límite de 2. Este resultado evidencia la principal diferencia de comportamiento entre playas arenosas y playas mixtas, donde con las mismas condiciones forzadoras las playas de arena teóricamente presentarían durante toda la semana un perfil de tipo a barra.

Las ondas se definen típicamente peraltadas para valor de  $H_0/L_0 > 0.02$  asumiendo que en esta condición (Figura 5.11-b ) existe un transporte neto de sedimentos que induce la formación de un perfil de tipo barra. La Figura5.11-b (línea discontinua) muestra que el oleaje excede este límite consistentemente después del evento de tormenta, (S<sub>W</sub>) y durante las siguientes condiciones moderadas (M<sub>W</sub>); sin embargo, el perfil tipo barra solo se ha visualizado en Figuras 5.7D y 5.8D, inmediatamente después de la tormenta. Este resultado implica que el límite de peralte en agua profunda de  $H_0/L_0 > 0.02$  en una playa mixta de arena y de grava no resulta por si solo un criterio apropiado para definir la tendencia de transporte neto del sedimento hacia la costa o mar adentro, por lo que debe ser necesariamente combinado con los efectos inducidos por la distribución de sedimentos y la batimetría de la playa. Estudios efectuados en tanque de oleaje por Sunamura y Horikawa (1974) han permitido definir una relación de erosión-deposición de sedimentos representada en la formula (5.13), que relaciona directamente la dirección (hacia la costa o mar adentro) de la migración de la barra con el cambio de la línea de costa (deposición o erosión). La deposición (o erosión) se verifica cuando el termino a la derecha de la ecuación es mayor (o menor) que el término de la izquierda. La Figura 5.11-b muestra, con un rectángulo de color gris, el intervalo donde se verifica según la relación de Sunamura y Horikawa (calculada con  $D_{50} = 2\text{mm}$ ) la erosión de la línea de costa. Se puede observar que este resultado es análogo a lo que predice el límite de velocidad de caída adimensional de sedimentos (Figura 5.11-a). Sin embargo la Figura 5.11-b muestra que los sedimentos más finos ( $D_f = 2\text{mm}$ ) en la línea de costa son erosionados durante los tres eventos (S<sub>w</sub>, M<sub>E</sub> y M<sub>w</sub>), con la fase de recuperación que se limita solo al estado energético medio-bajo. Las imágenes ARGUS muestran en general una buena correlación con este resultado, con excepción del evento M<sub>w</sub> que envés de inducir en la playa una ulterior erosión acelera su recuperación favoreciendo la migración hacia la costa de los sedimentos más finos.

Finalmente, la evolución en el tiempo del parámetro de Iribarren (Figura5.11-c) está directamente relacionada con las características de rotura del oleaje y considera la interacción entre altura de ola, período y pendiente de la línea de costa. Los valores calculados se encuentran en un intervalo que va de 0.5 a 1; este rango indica que el oleaje durante la semana de estudio rompe prevalentemente en voluta con un valor mínimo del parámetro durante la tormenta  $S_w$ . Generalmente, cuando el oleaje rompe en voluta una gran cantidad de sedimentos finos se mueve hacia la superficie cerca del punto de voluta y se inyecta horizontalmente a lo largo de la superficie, a medida que el valor del parámetro de similitud surf decrece otros mecanismos de gran escala como formación de vórtices casi verticales asociados a la rotura (Nadaoka et al., 1988) influyen en los procesos de mezcla y transporte de sedimentos.

Debido a la estratificación de sedimentos (finos y gruesos) que se manifiesta en la zona más cercana a la costa (Figura 5.7) se puede concluir que la ocurrencia de una tormenta como la S<sub>w</sub> en una playa mixta de arena y grava induce los sedimentos más finos a moverse desde la línea de costa y depositarse mar adentro, dejando sólo los sedimentos más gruesos en la línea de costa. Los efectos combinados de protección ofrecido de una parte por los sedimentos más gruesos en la línea de costa y por otra por la movilización de sedimentos finos hacia la costa gracias a un valor del peralte en agua profunda  $H_0/L_0 > 0.02$  (Figura 5.11-b) y a un tipo de rotura en voluta puede explicar la rápida recuperación de playa mixta y el consecuente manifestarse de una sección transversal más ancha después de una sucesión de eventos de este tipo.

La migración hacia la costa de barras costeras ha sido investigada por Sunamura y Takeda (1982) presentando la siguente relación empirica:

$$5D/(H_b)_{max} < (H_b)_{max} / gT_{max}^2 < 20D/(H_b)_{max}$$
(1.1)

donde  $(H_b)_{max}$  es el valor máximo diario de la altura de ola en rotura y  $T_{max}$  su período. La altura de ola en rotura se calcula según la relación:

$$(H_b)_{max} = (H_0)_{max} \left( tan\bar{\beta} \right)^{0.2} \left( \frac{(H_0)_{max}}{(L_0)_{max}} \right)^{-0.25}$$
(1.2)



La velocidad media de migración de la barra hacia la costa es una función de la altura de ola en rotura  $(H_b)_{max}$  y la dimensión de los granos  $D_{50}$  y  $D_f$ .

Figura 5.11: Evolución en el tiempo de: (a) velocidad de caída adimensional calculada con  $D_{50}$  (línea negra) y  $D_f$  (línea gris), (b) peralte de la ola en agua profunda, (línea discontinua) con termino a la derecha de la expresión de Sunamura calculado con  $D_{50}$  (línea continua negra) y  $D_f$  (línea continua gris) y (c) Parámetro de Iribarren.

La Figura 5.12 (a) identifica la dirección teórica de migración (hacia la costa, hacia mar adentro) y la condición de no migración de una barra costera longitudinal en el caso del  $D_{50}$  en función de la altura máxima diaria en rotura medida durante la semana de estudio y de su período. La figura muestra que las condiciones hidrodinámicas nunca promueven la migración hacia mar adentro de la barra con los sedimentos que no sobresalen de la zona costera. Durante la tormenta (S<sub>W</sub>) los puntos tienden a moverse hacia el límite que determina el inicio de movimiento de la barra hacia mar adentro pero nunca sobrepasan este límite, confirmando pero con esta tendencia el estado erosivo de la playa. Durante condiciones energéticas moderadas  $(M_w)$ , los puntos se mueven hacia el límite de no migración, confirmando así el estado de recuperación de la playa. La Figura 5.12 (b) identifica la dirección teórica de migración y la condición de no migración en el caso de  $D_f$ . La figura muestra un estado de casi constante migración hacia mar adentro de la barra. Este fenómeno evidencia otra vez la principal diferencia entre playas de arenas y mixtas donde con las mismas condiciones forzadoras una playa de arena dará lugar a la formación de barras de tormentas que se mueven hacia mar adentro con un transporte de sedimentos no limitado en el espacio como en el caso de una playa mixta y un incremento del tiempo de recuperación de la playa.



Figura 5.12: Identificacion de migración hacia la costa-maradentro y no migración de barras costeras con  $D_{50}= 2mm$  (a) y  $D_f= 0.35mm$  (b),en función de la altura máxima diaria en rotura y su período , junto con la condiciones hidrodinámicas registradas durante la semana.

#### 5.2.3.3 Análisis de datos históricos

Para estudiar la repetitividad de la respuesta de playas mixtas frente a secuencias de una tormenta y moderadas condiciones energéticas que se verifican en rápida sucesión. El mismo análisis se ha aplicado a las vídeos imágenes de los datos históricos de la estación de monitorización costera de Carchuna. Entre abril y mayo de 2004 se ha registrado una secuencia de eventos constituida por una tormenta y dos condiciones energéticas del oeste con características muy similares a la secuencia de eventos de Marzo de 2008; las características hidrodinámicas de la secuencia del 2007 se presentan en la Figura 5.13.

La respuesta de la playa se representa en la Figura 5.14, donde cada línea representa la respuesta de la playa a condiciones energéticas moderadas del oeste, una tormenta del oeste y otra condiciones energéticas moderadas del oeste respectivamente. Así, análogamente a la secuencia precedente, la línea de costa frente a condiciones energéticas moderadas responde con un avance hacia el mar de la punta H2 (Figura 5.14 C y Figuras 5.14 H-I) y frente a tormentas del oeste con un retroceso de la punta H2 y erosión de la zona circundante la punta.

El comportamiento de la playa es exactamente igual a la secuencia de eventos registrada en 2008 dando confianza en los resultados presentados. Finalmente la Figura 5.15 presenta la

respuesta de la playa frente a dos tormentas aisladas que se verificaron a principio y a final de 2007, con oleaje de tipo *swell* incidente del este.

Las dos tormentas  $S_E^+$  y  $S_E^-$  se caracterizan por un altura significante espectral de respectivamente 3.6m y 3.01m y un período de pico de 8.4s y 7.4s. La figura muestra que en ambos casos se verifica un transporte neto de sedimentos hacia la parte oeste de la ensenada cerca de la punta H2 y un acumulo de sedimentos en esta zona. Sin embargo a diferencia de cuanto ocurre para la secuencia de eventos precedentes, el tiempo de recuperación de la playa a su estado previo en este caso es más elevado(> 24 horas).



Figura 5.13: Evolución en el tiempo de: (a) altura de ola significante  $H_0$ , (b) período de pico espectral  $T_0$ , (c) dirección media del oleaje  $\theta$ . La evolución en el tiempo del perfil de la playa se representa en la parte superior de la figura (Tormenta del oeste del 2004).



Figura 5.14: Evolución en el tiempo de la morfología de la línea de costa obtenida con una cámara de la estación de monitorización ARGUS (H1), desde 29 de Abril hasta 08 de Mayo de 2004 (A-I) donde la línea negra representa la línea de costa original (desde la imagen A).



Figura 5.15: Evolución en el tiempo de la morfología de la línea de costa antes y después del paso de  $S_E^+$  (a-b) y donde la línea blanca continua representa la línea de costa original (desde la imagen a) y evolución en el tiempo de la morfología de la línea de costa antes y después del paso de  $S_E^-$  (c-d) y donde la línea blanca discontinua representa la línea de costa original (desde la imagen c).

#### 5.2.3.4 Validación de modelos de circulación

Los estudios previos realizados en la playa de Carchuna se han centrado en identificar y estudiar todos los procesos que han podido ser responsables de su peculiar morfología costera. Tal y como se definió en los capítulos anteriores, inicialmente se consideró que los procesos hidrodinámicos inducidos por el oleaje parecían ser el principal mecanismo forzador. Así, Ortega-Sánchez et al. (2003), empleando un modelo numérico parabólico de propagación REF-DIF (Kirby y Dalrymple, 1983), describieron el sistema circulatorio inducido por la rotura del oleaje relacionándolo con las formas arqueadas de la playa de Carchuna. El modelo predice que, en el caso de eventos severos, la rotura del oleaje se verifica uniformemente a lo largo de la línea de costa y fuera de las ensenadas, erosionando la zona alrededor de las puntas y depositando el sedimento en la parte central de la ensenada donde se pueden formar barras longitudinales. Las observaciones obtenidas con las vídeo imágenes confirman estos resultados, mostrando que después de la tormenta (S<sub>w</sub>) en las dos secuencias de eventos de 2004 y 2008, la erosión máxima se verifica en la punta H2, con una reducción de la dimensión transversal de la punta y la formación de una barra de tormenta cerca y paralela a la línea de costa original.

En condiciones moderadas del Oeste  $(M_W)$ , el modelo teorético establece que el oleaje se propaga dentro de la ensenada antes de la rotura con una distribución no uniforme de la energía del oleaje a lo largo de la línea de costa, donde las alturas máximas se producen en el centro de la ensenada, reduciéndose hacia las puntas. Consecuentemente, el sistema circulatorio resultante induce transporte de sedimentos desde el centro de las ensenadas hacia las puntas, produciendo un avance transversal de las puntas, que coincide con las observaciones de las imágenes.

El modelo predice además que en el caso de condiciones moderadas procedentes del sector Este  $(M_E)$ , el sistema circulatorio se mueve desde el centro hasta la parte más Oeste de las puntas, siendo menos efectivo en su capacidad de transporte en comparación con las condiciones moderadas procedentes del Oeste, lo que induce unas variaciones poco significativas en la dimensión transversal de la punta, como efectivamente se observa después de la tormenta  $M_E$  en el 2008.

Finalmente para tormentas del este  $(S_E)$  el modelo predice que el sedimento erocionado en la celda punta-ensenada-punta es transportado hacia el extremo oeste de la ensenada acumulándose cerca de la punta H2, que coincide con las observaciones de las imágenes de las tormentas del 2007. Para las restante condiciones hidrodinámicas, el sistema experimenta un procesos de auto-organización.

Estos resultados permiten formular un modelo conceptual del comportamiento de este tipo de playa después de una sucesión de eventos de diferentes contenidos energéticos y compensar la falta de conocimiento de la movilidad de sistemas granulares de dos fases; en acumulación, la fase fina (en suspensión)siempre queda en la superficie por encima de la fase gruesa (arrastre porfondo) ver foto; en erosión, la fase fina desaparece rápidamente y la gruesa va siendo arrastrada hasta que se produce el "armado" del talud.

## Capítulo 6

# Conclusiones y futuras líneas de investigación

### 6.1 Conclusiones

En la primera parte de la tesis doctoral se ha presentado la evolución a lo largo de una semana (7-14 de Marzo, 2008) de las medidas simultáneas de parámetros atmosféricos (viento y presión barométrica) e hidrodinámicos (oleaje y corriente) en una playa mixta de arena y grava, la playa de Carchuna (Granada, España).

El análisis de los parámetros del viento permite concluir que:

- La topografía de la zona de estudio (en particular la presencia del cabo y la alineación de la línea de costa) modifica las características del campo del viento en dirección longitudinal y transversal a la playa tanto en el modulo de la velocidad del viento(~0.5m/s) como en su dirección (~10°).
- La velocidad y dirección del viento en la zona costera difieren con respecto a los valores medidos mar adentro en profundidades indefinidas.

El análisis de los parámetros de oleaje permite concluir que:

- Existe una cierta variabilidad de la altura de ola significante a lo largo de la costa que cambia en función del contenido energético del estado de mar (baja o moderada energía).
- El oleaje en la parte central de la ensenada al aproximarse a la costa incide casi normalmente a la alineación media de la línea de costa, sin embargo cerca de las puntas incide con mayor oblicuidad.

• Los resultados hidrodinámicos validan el modelo previo de circulación obtenido por Ortega-Sánchez et al.(2003) con una circulación costera que en el caso de bajas condiciones energéticas, mantiene la morfología existente en equilibrio dinámico, mientras que en el caso de condiciones energéticas moderadas la refuerza, produciendo el avance o el retroceso de las puntas.

El análisis de corriente permite concluir que:

- Existe una celda de circulación de gran escala con patrones de corrientes longitudinales de Oeste a Este a lo largo de la longitud de la ensenada natural de estudio.
- Existe gran correlación entre los parámetros del viento y las corrientes longitudinales medidas fuera de la zona de rompientes en profundidades de 5 y 8m, lo que implica que la circulación frente a la ensenada se encuentra esencialmente forzada por la acción del viento y por su ciclo diario.

El análisis espectral permite concluir que:

- Existe una interacción no lineal entre armónicos principales del espectro del oleaje incidente, que genera oscilaciones infragravitorias de largo período. Estas oscilaciones pueden quedar atrapadas entre puntas de la línea de costa, propagándose como ondas de borde; mecanismo que puede, asimismo, reforzar la morfología existente.
- Existe un acoplamiento entre los parámetros atmosféricos e hidrodinámicos en Carchuna, donde las condiciones atmosféricas se ven afectadas por un obstáculo geográfico lateral (Cabo Sacratif). Así, el fenómeno de acoplamiento puede reforzar la morfología existente, validando el modelo teórico propuesto por Quevedo et al.,(2008).

El análisis de la velocidad cerca del lecho permite concluir que:

• Existe una capacidad potencial de transporte de sedimentos por fondo en profundidades mayores que la profundidad de cierre (Hallermaier, 1981).

Finalmente del análisis de las imágenes de la estación de monitorización costera se ha encontrado que:

- Durante eventos severos la playa modifica su perfil original (berma con estratificación del sedimento) adquiriendo un perfil erosionado (tendido y con barra longitudinal de tormenta constituida por sedimentos finos); durante esta fase se observa una erosión de la sección transversal de la punta (H2). Después de la tormenta, la playa se regenera rápidamente hasta que nuevas condiciones energéticas moderadas aceleran el procesos de recuperación con consecuente avance en correspondencia de la punta H2.
- El avance y erosión de las puntas confirma estudios previos realizados por Ortega-Sánchez et al (2003) y se puede explicar teniendo en cuenta el carácter heterogéneo de los sedimentos y la estratificación de sedimentos en el perfil, el tipo de rotura del oleaje (principalmente en voluta) y el mayor coeficiente de reflexión asociado a este tipo de playa.
- Los resultados obtenidos han permitido formular un modelo conceptual de la respuesta de una playa mixta frente a una sucesión de eventos tormentosos.

#### 6.2 Futuras líneas de investigación

A partir de los resultados obtenidos se delinean aquí una serie de futuras líneas de investigación:

- Formular modelo teóricos de circulación y morfodinámicos que incluyen el efecto local del viento y de los ciclos diarios (brisa marina).
- (2) Necesidad de revisar la formulación de profundidad de cierre empleada hasta ahora y de incluir en la predicción del transporte de sedimentos longitudinal (p.ej. CERC) mecanismos conectivos de mezcla de gran escala asociados al tipo de rotura y la tendencia de transporte asociada a la composición y la distribución de los sedimentos.
- (3) Formular modelos teóricos morfodinámicos que tengan en cuenta los efectos de la topografía circundante la playa y el acoplamiento entre parámetros atmosféricos e hidrodinámicos en la costa.
- (4) Futuras campañas de campo para estudiar teóricamente y experimentalmente otros fenómenos que pueden inducir acoplamiento entre viento y oleaje en la costa. En particular profundizar sobre dos aspectos: (a) efectos inducidos por batimetrías complejas (p.ej. cañones sumergidos, Apotsos et al., 2008) y (b) las características del espectro macro-meteorológico del viento ("gust" o turbulencia generada por convección y/o efectos mecánicos inducidos por la rugosidad de la tierra, Harris, 2006).
- (5) Aplicar el mismo análisis a los datos históricos de la estación de monitorización costera de la playa arenosa de Trafalgar (Cadiz), para determinar la morfodinamica de playas con diferentes composición de sedimentos bajos las mismas condiciones de tormentas.

# Parte II

# Medidas de alta resolución de la capa límite de fondo inducida por oleaje estacionario

## Capítulo 7

### Introducción

#### 7.1 Definición de capa límite de fondo

La capa límite de fondo es una zona cerca del lecho caracterizada por una elevada vorticidad, inducida por los gradientes verticales de la velocidad del flujo. Los procesos de trasporte de sedimentos y de mezcla de sustancias orgánicas e inorgánicas en la capa límite de fondo, en las regiones costeras, dependen principalmente de: (1) los procesos hidrodinámicos, (2) la fricción ejercida por el fondo durante la transformación y propagación del oleaje y (3) la influencia de la turbulencia.

El esfuerzo de corte en el fondo puede resultar puntualmente muy reducido, comparado con los procesos que actúan en toda la columna de agua, pero conforme el oleaje se mueve, la energía que se disipa por efecto de la fricción ejercida por el fondo aumenta. Conocer la distribución del campo de velocidad y del esfuerzo de corte en la capa límite de fondo, es un aspecto clave para modelar cómo los flujos de múltiple escala que varían en el tiempo (p.ej. inducido por viento, oleaje, grupos de ola y marea) pueden movilizar los sedimentos.

Modelar las corrientes residuales, el transporte de sedimentos y los procesos biológicos en las zonas costeras está vinculado entonces a la comprensión de la dinámica de la capa límite de fondo inducida por flujos de múltiple escala, que hasta la fecha es incompleta, así como la comprensión de la dinámica del transporte neto de sedimentos asociado a grupos de ola en la zona de rompientes con lecho plano, liso y/o rugoso, fijo y/o móvil y el papel de las corrientes residuales y de los esfuerzos de corte inducidos por los grupos de olas y las ondas largas relacionadas con el grupo en el transporte neto de sedimentos.

En la zona costera la presencia de estructuras marítimas (p.ej. el muelle de un puerto) induce a considerar además la reflexión del oleaje para poder explicar los procesos de erosión/deposición que se verifican en la base de las mismas (Baquerizo y Losada, 1998 a,b) y prevenir problemáticas relacionadas a la generación de formas de lecho rítmicas de gran escala en los canales de accesos a los puertos (Sánchez-Badorrey y Losada, 2006). Sánchez-Badorrey et al. (2008) han probado experimentalmente la existencia de
formaciones morfológicas como consecuencia de la reflexión del oleaje y sus ubicaciones, relacionadas con las de nodos y antinodos del oleaje estacionario que se genera por la presencia de la estructura, en función del régimen de transporte dominante y del clima marítimo local (véase capítulo 1). Sin embargo, la respuesta morfodinámica del fondo es diferente en el caso que se considere por ejemplo, oleaje monocromático, o bien un grupo de olas porque en el primer caso la posición de nodos y antinodos es fija en el dominio espacial y temporal, mientras que en el segundo, tal posición oscila en el espacio y en el tiempo (Bramato, 2007).

Para caracterizar los flujos oscilatorios de múltiple escala y la distribución del campo de velocidad en la capa límite de fondo, con sus componentes periódicas de diferentes magnitudes, es necesario antes validar una metodología de estudio que se puede emplear para describir la dinámica de la capa límite asociada a oleaje monocromático, empezando por considerar una capa límite de fondo laminar, donde existe una solución analítica disponible y ampliamente validada.

## 7.2 Hidrodinámica de un tren monocromático

En el pasado la hidrodinámica de un tren monocromático de ondas en la región no viscosa (flujo potencial), bajo la hipótesis de reflexión perfecta, con fondo fijo e impermeable, ha sido obtenida a partir de la interacción de una onda progresiva con una pared vertical impermeable (Miche, 1944; Goda y Abe, 1968). Sin embargo, la hipótesis de flujo potencial resulta válida sólo en una zona fuera de la capa límite y fuera de la zona de rompientes mientras que, en la proximidad del fondo la viscosidad induce a que el flujo tenga velocidades nulas (Noda, 1968; Carter et al., 1973; Mei, 1989). Hasta hace poco tiempo los ensayos de capa límite, para validar las soluciones analíticas disponibles, han sido escasos a causa de las dificultades de medir en una zona cerca del fondo, del espesor del orden de algunos milímetros; hasta que a partir de 1970 la técnica de anemometría láser (LDV) ha permitido medir con elevada precisión el esfuerzo de corte y el campo de velocidad en la zona viscosa (Jonson y Carlsen, 1976; Hwung y Lin, 1990; Jensen, 1989; Sleath, 1970, 1984, 1987; Sumer et al., 1993, Sumer y Fredsoe, 1989).

Medidas con LDV del campo de velocidad inducido por flujos oscilatorios en distintos regímenes turbulentos se encuentran en las investigaciones de Sleath (1987) y Jensen (1989). En Lin et al. (2002), se pueden encontrar medidas con LDV del campo de velocidad y del esfuerzo de corte en el fondo, de la capa límite inducida por oleaje monocromático estacionario no lineal. Más recientemente, Liu et al. (2007) han obtenido medidas de velocidades y esfuerzos de corte en la capa límite de fondo inducida por una onda solitaria.

Unos de los objetivos específicos de la presente tesis es no sólo presentar los datos obtenidos con LDV de la hidrodinámica de la capa límite laminar asociada a trenes monocromáticos estacionarios, sino calibrar, gracias a dichas medidas, el análisis experimental para posteriormente aplicarla al caso de oleaje modulado, obteniendo así una metodología de análisis de datos de velocidad en la capa límite inducida por flujos

oscilatorios de múltiple escala de elevada resolución y que incluye la incertidumbre asociada a los procesos físicos (Bramato et al., 2007 a, b).

## 7.3 Hidrodinámica de un grupo regular

### 7.3.1 Procesos de transformación del grupo

Las oscilaciones de la superficie libre del mar se componen de una secuencia de ondas grandes seguidas por otras pequeñas (flujo oscilatorio de múltiple escala) y se pueden modelar como un grupo regular de ondas en el caso más simple. Un grupo regular de ondas se obtiene superponiendo dos ondas monocromáticas con una pequeña diferencia en la fase. En el caso más general, las dos ondas tienen una pequeña diferencia en la frecuencia angular (Schäffer, 1992). El estudio de la propagación de un grupo regular se puede realizar adoptando el método JWKB (Jeffreys, Wentzel, Kramers y Brillouis), que lo describe en función de un tren transportador con frecuencia angular y número de onda de la onda corta principal y una modulación con escala de longitud y tiempo igual a la del grupo.

Empleando la técnica JWKB (véase Anejo A), el potencial de velocidad total de un grupo regular puede expresarse así, como desarrollo de potenciales parciales en función de un parámetro de modulación. La solución del potencial de velocidad comprende el tren de ondas cortas, modulado en la escala de la onda larga y la onda larga asociada. Si se considera además el fenómeno de la reflexión, la solución del potencial comprende también la onda larga libre que se genera de la interacción del grupo con la estructura reflejante. Los procesos de transformación del grupo en presencia de discontinuidades y los mecanismos de generación de ondas largas han sido estudiados analíticamente por Losada et al. (1993), obteniendo las expresiones completas del potencial de velocidad de los modos libres.

Cuando el grupo se propaga sobre fondo variable (p. ej. perfil de una playa), la generación de ondas largas libres se verifica por la rotura del grupo incidente y la consecuente oscilación temporal del punto de rotura. A causa de la rotura del grupo se generan ondas largas libres con la frecuencia del grupo en dirección hacia la playa y en dirección contraria. Munk (1949) y Tucker (1950) han sido los primeros en observar oscilaciones de baja frecuencia en el mar, que llamaron *surf beat*. En sus investigaciones se encuentra la correlación existente entre la amplitud de la onda de baja frecuencia y la onda máxima del grupo.

Siguiendo esta observación, Longuet Higgins y Stewart (1962) encontraron que un grupo de ondas cortas incidente induce siempre una onda larga vinculada que definieron *set-down*. Sin embargo, existiendo un desfase de tiempo entre los modos de baja frecuencia observados por Munk y Tucker y el grupo, de la misma forma que las ondas necesitan ir desde el instrumento de medida a la línea de costa, reflejarse y regresar al instrumento con la celeridad del grupo, estas oscilaciones no se pueden relacionar con la onda larga vinculada sino con su reflexión desde la línea de costa una vez que la onda larga se libera

a causa de la rotura del grupo. La onda larga vinculada y la generada por la oscilación del punto de rotura se pueden separar numéricamente (List, 1992). Existen modelos teóricos que describen la generación de *surf beat*, basándose en la variación en el tiempo del punto de rotura. El primero ha sido elaborado por Symonds el al. (1982) y sucesivamente expandido por Schäffer (1992), incluyendo incidencia oblicua; este último trabajo ha mostrado una buena comparación con los datos experimentales existentes (Kostense, 1984).

### 7.3.2 Capa límite de fondo y procesos de transporte

Existen varios estudios que modelan la tasa del transporte neto de sedimentos inducido por grupos de ondas y onda larga vinculada sobre fondo horizontal y fuera de la zona de rompientes. Estos estudios evidencian cómo, en presencia de un régimen de transporte dominante por suspensión, la interacción entre la onda larga libre reflejada desde la línea de costa y el grupo incidente, puede causar la acumulación de sedimentos en la ubicación del antinodo del oleaje estacionario y la generación en el lecho de formaciones morfológicas de gran escala (Fredsoe y Deigaard, 1992).

Entre los modelos analíticos y numéricos que pretenden modelar la dinámica en la capa límite y los complejos mecanismos que la caracterizan es necesario mencionar (1) la investigación de Deigaard et al. (1999), donde se formula un modelo numérico para la descripción de la dinámica del transporte de sedimentos inducido por grupos de ondas progresivos y ondas largas, (2) la investigación numérica de Quevedo (2007) que incluye los efectos de la turbulencia en la estructura de la capa límite de fondo, para el caso de oleaje monocromático y grupos progresivos de onda y (3) el estudio teórico de Sánchez-Badorrey y Losada (2004, 2006) donde se consideran grupos de ondas regulares progresivos y estacionarios que inciden con oblicuidad y que se propagan sobre fondo de profundidad constante y la influencia de las ondas largas relacionadas con el grupo.

En este último estudio, empleando el método WJKB y la formulación propuesta por Mei (1989), los autores han definido la existencia de un régimen débilmente estacionario (WUR) y un régimen estacionario (SR) en la escala del tiempo, y un régimen débilmente no homogéneo (WNHR) y homogéneo (HR) en la escala espacial. La estructura de las corrientes residuales en la capa límite de fondo asociada a grupos regulares resultan ser función de los parámetros característicos del oleaje, del coeficiente de reflexión y de la viscosidad de remolino. La influencia de ondas largas libres reflejadas puede explicar, según los autores, fenómenos de inversión de flujo en la capa límite.

Es fundamental emplear estudios in situ y medidas experimentales en laboratorio para validar modelos analíticos y numéricos, siempre más sofisticados y cuya bondad depende de la comparación directa con datos experimentales. Aunque para el estudio del tema las investigaciones experimentales son importantes, éstas resultan todavía a día de hoy escasas.

Medidas del transporte de sedimentos en suspensión en el campo (Hay y Sheng, 1992) y en laboratorio (Vicent y Hanes, 2002) muestran la existencia de pulsaciones locales de transporte en todo el perfil vertical de la capa límite .

El efecto de la reflexión de la onda larga vinculada en el fenómeno de transporte neto de sedimentos ha sido investigado por Shi y Larsen (1984) y Domen-Janssen y Hanes (2004), llegando a la conclusión que la onda larga vinculada puede inducir una contribución en dirección contraria a la dirección de propagación del grupo. Además, se ha encontrado la evidencia experimental que la contribución inducida por ondas largas estacionarias puede determinar la formación de barras cerca de la línea de costa (Liu et al., 1994; Sánchez–Badorrey et al., 2008).

En los siguientes capítulos, se presentarán datos de anemometría láser de la hidrodinámica en la capa límite de fondo en presencia de grupos de ondas regulares. Los datos han sido obtenidos sobre fondo fijo y horizontal con reflexión perfecta producida por una pared vertical impermeable (Bramato, 2007; Bramato et al., 2007 a,b; Sánchez–Badorrey et al., 2007). El análisis de estos datos y de los resultados de capa límite inducida por la interacción entre oleaje y corriente efectuadas por Van Doorn y Godefroy (1978), Van Doorn (1981), Umeyema (2005) han permitido evidenciar un comportamiento común en la dinámica de la capa límite asociada a flujos oscilatorios de múltiple escala.

# Capítulo 8

# Fundamentos hidrodinámicos

### 8.1 Definición de grupo regular

Empleando la metodología propuesta por Schäffer (1992), un grupo regular se obtiene, asumiendo teoría lineal de ondas, como suma de dos ondas monocromáticas con frecuencias angulares muy próximas. Un grupo regular se compone de (1) un tren de ondas cortas modulado en la escala de la onda larga, (2) de la onda larga vinculada y (3) en caso de reflexión, de la onda larga libre que se genera por la interacción con la estructura reflejante (Losada et al., 1993).

Los grupos regulares presentan en la naturaleza distintas escalas naturales en el tiempo y en el espacio, y por tanto la estructura espacial y temporal del campo de velocidad inducido por el grupo es una magnitud espacial y modulada en el tiempo en la escala de la onda corta y del grupo. Típicamente en la naturaleza estas escalas son del orden (O~10s) y (O~100m) para la onda corta y del orden (O~10os) y (O~km) para el grupo.

Los parámetros característicos para la definición de un grupo regular (Sanchez-Badorrey, 2004) son:

• *"Parámetro de modulación"* que se define como:

$$\varepsilon = O\left(\frac{T}{T_g}\right) \ll 1 \tag{8.1}$$

y representa el cociente entre el período de la onda corta principal, T, y el período del grupo,  $T_g$ . Este parámetro influye en la modulación del grupo.

• "Parámetro de amplificación" que se define como:

$$\lambda = \frac{a^+}{a^-} \in (0,1] \tag{8.2}$$

y representa el cociente entre la amplitud de las dos ondas que constituyen el grupo, con  $a^- > a^+$ . Este parámetro influye en la forma de la envolvente del grupo.

• "Parámetro de Stokes" que se define como:

$$\delta_s = ak \ll 1 \tag{8.3}$$

y representa el producto entre la amplitud de la onda corta principal y su número de onda. Este parámetro define si es válida la hipótesis de teoría lineal.

La Tabla 8.1 muestra los parámetros característicos de un grupo regular empleado en los ensayos en el laboratorio del CEAMA. En la tabla,  $H_{max}$  es la altura de la onda máxima del grupo y *h* es la profundidad de la columna de agua en condición de flujo a reposo. La superficie libre del grupo  $\eta$ , medida en régimen estacionario, se representa en Figura 8.1, donde se pueden apreciar además las distintas escalas naturales existentes.

<i>H<sub>max</sub></i> (m)	<i>h</i> (m)	<i>T</i> <sup>+</sup> (s)	<i>T</i> <sup>-</sup> (s)	$T_g(s)$	<i>T</i> (s)	$a^{-}/a^{+}(m)$	λ	$\delta_s$	Е
0.04	0.46	1.05	1.2	16.8	1.12	0.01	1	0.07	0.067



Tabla 8.1: Parámetros característicos de un grupo regular

Figura 8.1: Ejemplo de la superficie libre de un grupo regular estacionario.

### 8.2 Formulación del problema hidrodinámico

Las hipótesis adoptadas para la formulación del problema hidrodinámico son:

• El problema analítico se resuelve en dos dimensiones. La solución del problema se obtiene con respecto al eje x, coincidente con la dirección de propagación del oleaje y con respecto al eje z, normal a x con valor nulo en supeficie y apuntando hacia arriba.

- El oleaje se propaga sobre fondo fijo, horizontal e impermeable.
- El análisis se obtiene en el intervalo de profundidades relativas intermedias, donde los efectos de no linealidad son menos evidentes. Adoptando esta hipótesis se pueden despreciar la rotura del oleaje, la fricción por el fondo y las interacciones no lineales entre las componentes del oleaje.
- El único fenómeno que se considera es la reflexión perfecta del oleaje, que se obtiene desde la interacción del grupo con una pared vertical impermeable. Se asume, por tanto, un coeficiente de reflexión,  $C_R$  igual a la unidad.
- El régimen hidráulico se supone turbulento liso.

La metodología adoptada en la formulación del problema hidrodinámico considera los siguientes aspectos:

- (a) La existencia de una capa límite en proximidad del fondo induce a analizar el problema en dos regiones distintas:
- "Zona no viscosa", donde el flujo puede ser considerado incompresible, irrotacional e ideal, y donde se pueden despreciar los efectos debidos a la viscosidad. En esta zona se considera un régimen lineal de Stokes con parámetro  $\delta_s \ll 1$ .
- "Capa límite ", donde los efectos viscosos resultan dominantes y el flujo no puede ser considerado potencial. En esta zona, próxima al fondo, el fluido no desliza sobre el contorno sólido y se verifica la existencia de vorticidad y esfuerzos de corte.
- (b) La zona no viscosa influye en la capa límite pero la región viscosa no influye en la zona de flujo potencial. Por este motivo se describirá antes la hidrodinámica en la región no viscosa y se empleará la solución obtenida para describir la hidrodinámica en la región viscosa con la hipótesis que la primera es un agente "forzador" de la segunda.

### 8.3 Hidrodinámica de la región no viscosa

La solución del problema hidrodinámico se obtiene introduciendo en cada punto del fluido una función escalar que se define potencial de velocidades y que se indica con  $\Phi^T$ , suma de los potenciales incidente (I) y reflejado (R). Las componentes del campo de velocidades en dos dimensiones se obtienen desde el potencial como:

$$\overline{\mathcal{U}^{T}} = (U^{T}, W^{T}) = \left(\frac{\partial \Phi^{T}}{\partial x}, \frac{\partial \Phi^{T}}{\partial z}\right)$$
(8.4)

donde el eje x, coincide con la dirección de propagación del oleaje y el eje z, normal a x, orientado hacia arriba es nulo en superficie.

Si el flujo es incompresible e irrotacional sin tensión superficial o presión aplicada en la superficie libre, el problema no lineal resulta definido por las ecuaciones de gobierno y las condiciones de contorno del problema clásico de la teoría de onda.

### 8.3.1 Ecuaciones de gobierno

Considerando una superficie de control fija en el plano (x, z) de lados (dx, dz) el principio de conservación de la masa, para un flujo incompresible, se puede escribir como:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \tag{8.5}$$

Haciendo uso de la definición del potencial de velocidades y de la ecuación de continuidad se obtiene la ecuación de Laplace, definida desde el fondo hasta la superficie libre como:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0, -h \le z \le \eta$$
(8.6)

El principio de conservación de movimiento se resume según el eje x y z como:

$$\rho \frac{dU}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + F_{visc} \tag{8.7}$$

$$\rho \frac{dW}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g + F_{visc} \tag{8.8}$$

donde  $\rho$  es la densidad del fluido, p la presión total (hidrostática y dinámica), g es la aceleración de gravedad y  $F_{visc}$  son las fuerzas viscosas.

Para cada partícula fluida, la velocidad es una función del tiempo según la relación  $\vec{u} = \vec{u}(x(t), z(t), t)$ . Aplicando el operador derivada total en las ecuaciones de conservación del movimiento se obtienen las ecuaciones de Navier-Stokes:

$$\rho \frac{dU}{dt} = \rho \left( \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + W \frac{\partial U}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + v \nabla^2 U$$
(8.9)

$$\rho \frac{dW}{dt} = \rho \left( \frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial x} + W \frac{\partial W}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g + \upsilon \nabla^2 W$$
(8.10)

donde v es la viscosidad cinemática.

Si en las ecuaciones de Navier-Stokes se desprecian las fuerzas viscosas (región no viscosa) se obtienen las ecuaciones de Eulero:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U\frac{\partial U}{\partial x} + W\frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\rho \partial x}$$
(8.11)

$$\frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial x} + W \frac{\partial W}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\rho \partial z} - g$$
(8.12)

Finalmente integrando las ecuaciones de Eulero con respecto a x y z, se obtiene la ecuación de Bernoulli definida desde el fondo hasta la superficie libre con la constante de integración C, definida constante de Bernoulli:

$$gz + \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \mathcal{C}(t) , -h \le z \le \eta$$
(8.13)

La ecuación de Bernoulli y la ecuación de Laplace representan las ecuaciones de gobierno del problema matemático. En el caso de oleaje monocromático , la constante de Bernoulli es generalmente, una función dependiente del tempo pero no del espacio, y al primer orden resulta igual a cero. En el caso de oleaje modulado la constante de Bernoulli puede obtenerse a partir de la expansión WJKB (véase Anejo A) y al primer orden puede ser en el caso más general, una función de las coordenadas de gran escala del problema (Sánchez-Badorrey, 2004). En el caso de grupos regulares con existencia de ondas largas, la constante de Bernoulli (nivel medio) puede ser una cantidad distinta de cero y de orden  $O(\epsilon^2)$ .

### 8.3.2 Problema matemático

El problema consiste en resolver la ecuación de Laplace especificando las condiciones de contorno cinemáticas y dinámicas.

• Condición cinemática de impermeabilidad en el fondo:

$$W = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, z = -h \tag{8.14}$$

• Condición dinámica de energía total constante a lo largo de la superficie libre:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] + g\eta = C(t), \qquad z = \eta$$
(8.15)

• Condición cinemática de flujo cero a través de la superficie libre:

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{\partial\eta}{\partial t} + \frac{\partial\eta}{\partial x}\frac{\partial\Phi}{\partial x} = \frac{\partial\Phi}{\partial z}, z = \eta$$
(8.16)

• La condición dinámica y cinemática en la superficie libre se pueden agrupar definiendo una *condición combinada* en la superficie libre:

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{\mathcal{U}}\right)^2 + \frac{1}{2}\vec{\mathcal{U}}\nabla\left(\left(\vec{\mathcal{U}}\right)^2\right) + g\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial C}{\partial t} = 0, \qquad z = \eta$$
(8.17)

donde:

$$\left(\vec{\mathcal{U}}\right)^2 = \left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)^2\right] \tag{8.18}$$

- Condición de periodicidad en el tiempo y en el espacio. En presencia de un tren modulado de ondas el movimiento oscilatorio presenta, como se ha mencionado anteriormente, distintas escalas naturales en el tiempo y en el espacio. Así, pues el concepto de valor promedio tiene que ser evaluado en función de las distintas escalas naturales características del problema, definiendo posibles regímenes oscilatorios promedios en la escala de la onda corta y en la escala del grupo.
- Condición de contorno lateral en la pared reflejante:

$$U = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0, x = 0$$
(8.19)

#### 8.3.2.1 Solución analítica: Región no viscosa y oleaje monocromático

El esquema del problema se visualiza en la Figura 8.2 para el caso de trenes monocromáticos estacionarios.



Figura 8.2: Esquema del problema para trenes monocromáticos estacionarios.

El problema lineal al primer orden se resume a seguir:

$$\Phi_{1xx} + \Phi_{1zz} = 0, -h \le z \le 0 \tag{8.20}$$

$$\Phi_{1z} = 0, z = -h$$
 (8.21)

$$\Phi_{1tt} + g\Phi_{1z} - C_{1t} = 0, \qquad z = 0$$
(8.22)

$$-\Phi_{1t} + C_1 = g\eta, \qquad z = 0 \tag{8.23}$$

La resolución del problema lineal permite encontrar la expresión analítica del potencial de velocidades al primer orden para una onda monocromática progresiva y estacionaria y

el campo de velocidad asociado. La descripción analítica de cómo resolver el problema hidrodinámico al primer orden de la región no viscosa se puede encontrar (caso de oleaje monocromático) en Baquerizo et al. (2004).

Finalmente el potencial de velocidad para oleaje monocromático estacionario resulta:

$$\Phi^T = \Phi^I + \Phi^R = \varepsilon (\Phi^I_1 + \Phi^R_1) \tag{8.24}$$

$$\Phi^{T}_{1} = \Re\left[\frac{-igA}{\omega}\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}\left(e^{-ikx} + C_{R}e^{ikx}\right)e^{-i\omega t}\right]$$
(8.25)

Donde A es la amplitud de la onda monocromática incidente.

#### 8.3.2.2 Solución analítica: Región no viscosa y grupos regulares

Un flujo oscilatorio de múltiple escala y en el caso más simple, un grupo regular se estudia adoptando el método WJKB, que se basa en las siguientes hipótesis:

(a) El potencial total se obtiene como desarrollo de potenciales parciales en función de un parámetro pequeño  $\varepsilon$ :

$$\Phi = \varepsilon \Phi_1 + \varepsilon^2 \Phi_2 + \cdots \tag{8.26}$$

(b) Se supone que el tren modulado de ondas está formado por un tren trasportador con frecuencia ω y numero de onda k y una modulación con escalas de longitud y tiempo que, al menos, son de orden O(ε)x y O(ε)t. Consecuentemente las variables x, y t se pueden escribir como:

$$x = x + \varepsilon x + \varepsilon^2 x + \dots = x + X_1 + X_2 + \dots$$
(8.27)

$$t = t + \varepsilon t + \varepsilon^2 t + \dots = t + T_1 + T_2 + \dots$$
(8.28)

El esquema del problema se visualiza en la Figura 8.3 para un grupo regular estacionario



Figura 8.3: Esquema del problema para un grupo regular estacionario.

El desarrollo completo del potencial de velocidad (caso de un grupo regular) se encuentra en Roldan (1992) y la metodología empleada se describe en el anejo A. Así pues, en el caso de reflexión del grupo, el potencial total de velocidad se representa como suma de los potenciales incidente y reflejado.

Empleando la técnica JWKB:

$$\Phi_1^{I/R} = \Phi_{1,0}^{I/R} + \left\{ \Phi_{1,1}^{I/R} e^{i\varphi^{I/R}} + \Phi_{1,-1}^{I/R} e^{-i\varphi^{I/R}} \right\}$$
(8.29)

con  $\varphi^R = -kx - \omega t$  y  $\varphi^I = kx - \omega t$ , donde  $\Phi_{1,-1} = \Phi_{1,1}^*$  es el complejo conjugado de  $\Phi_{1,1}$ .

El potencial  $\Phi_{1,1}^{l/R}$  y su complejo conjugado  $\Phi_{1,-1}^{l/R}$  representan las *contribuciones del grupo*, donde:

$$\Phi_{1,1}{}^{I/R} = -\frac{ig}{2\omega} A_{1,1}{}^{I/R} \frac{\cosh(k(z+h))}{\cosh(kh)}$$
(8.30)

Como se ha especificado anteriormente (véase sección 8.1) el grupo regular incidente se obtiene, al primer orden, sumando dos armónicos con una pequeña diferencia en la frecuencia angular y de amplitudes  $A_{1,1}^{I+}$  y  $A_{1,1}^{I-}$ , relacionadas entre sí a través del parámetro de amplificación:

$$\lambda = \frac{\min(A_{1,1}^{l+}, A_{1,1}^{l-})}{\max(A_{1,1}^{l+}, A_{1,1}^{l-})} \epsilon(0,1]$$
(8.31)

que influye como ya se ha dicho en la forma del envolvente del grupo. Así, pues la amplitud de la onda corta principal del grupo se define en forma más general como:

$$A^{I} = max(A_{1,1}^{I+}, A_{1,1}^{I-})$$
(8.32)

con:

$$A_{1,1}{}^{I} = A^{I} e^{i(\kappa_{g} X_{1} - \Omega g T_{1})} + \lambda A^{I} e^{-i(\kappa_{g} X_{1} - \Omega g T_{1})}$$
(8.33)

$$A_{1,1}{}^R = C_R A^I e^{-i(\kappa_g X_1 + \Omega g T_1)} + \lambda C_R A^I e^{i(\kappa_g X_1 + \Omega g T_1)}$$

$$(8.34)$$

Se puede observar que a diferencia del caso monocromático, donde la amplitud del tren es constante, en el caso de un grupo regular la amplitud está modulada en la escala de la onda corta y del grupo.

El numero de onda promedio de la onda corta principal se define como:

$$\vec{k} = \left(\vec{k^+} + \vec{k^-}\right)/2 \tag{8.35}$$

En nuestro problema bidimensional  $\vec{k} = k_x = k$ ,  $A^{I} = a \ y \ C_{R} = 1$  (reflexión perfecta).

Las frecuencias angulares de las dos ondas que componen el grupo se obtiene como:

$$\omega^{+/-} = \omega \pm \Omega_g \tag{8.36}$$

con:

$$\Omega_g = \frac{\omega^+ - \omega^-}{2} \tag{8.37}$$

$$\overline{\kappa_g} = \frac{\overline{k^+ - \overline{k^-}}}{2} \tag{8.38}$$

Donde  $\Omega_g$  es la frecuencia angular del grupo y  $\vec{\kappa_g} = K_{gx} = \kappa_g$  es el numero de onda del grupo; la celeridad del grupo que se define según la fórmula:

$$\overrightarrow{C_g} = \frac{\Omega_g}{\overrightarrow{\kappa_g}} \tag{8.39}$$

Finalmente se pueden definir las longitudes de las modulaciones que caracterizan un grupo regular: la longitud del grupo  $(L_g)$  y la longitud de la onda corta principal (L):

$$L_g = \frac{2\pi}{\left|\vec{\kappa_g}\right|} \tag{8.40}$$

$$L = \frac{2\pi}{|\vec{k}|} \tag{8.41}$$

Los grupos regulares incidentes se reflejan en presencia de una estructura marítima y de la interacción del grupo con la estructura reflejante se generan ondas largas libres. Las *contribución de las ondas largas*  $\Phi_{1,0}$  se debe a las variaciones espaciales del tensor de radiación inducido por el modo principal  $\Phi_{1,1}$  (primer orden) del tren de ondas, y su valor se obtiene sólo después de haber resuelto el problema al segundo y tercer orden (Roldan, 1992).

El termino  $\Phi_{1,0}$  no depende de z y representa la contribución de la onda larga del grupo (incidente y reflejada) y la posible contribución de las ondas largas libres generadas desde la interacción entre el grupo e la estructura reflejante. La estructura del potencial del termino  $\Phi_{1,0}$  ha sido obtenida por Losada et al. (1993).

El potencial  $\Phi_{1,0}^{l}$  representa la contribución de la onda larga incidente, que en el caso más general es la contribución de la onda larga vinculada incidente ( $\Phi_{1,0}^{l,b}$ ), siendo nula la contribución de la onda larga libre incidente ( $\Phi_{1,0}^{l,f}$ ).

Entonces se puede escribir que:

$$\Phi_{1,0}{}^{I} = \Phi_{1,0}{}^{I,b} \tag{8.42}$$

La contribución de la onda larga reflejada, vinculada y libre resulta:

$$\Phi_{1,0}{}^{R} = \Phi_{1,0}{}^{R,b} + \Phi_{1,0}{}^{R,f} \tag{8.43}$$

y es una función de  $(X_1, T_1)$ .

Así pues, considerando las fases del grupo incidente  $\varphi_g^I = \kappa_g X_1 - \Omega_g T_1$  y reflejada  $\varphi_g^R = \kappa_g X_1 - \Omega_g T_1$ , las contribuciones de la onda larga vinculada incidente y reflejada resultan iguales a:

$$\Phi_{1,0}^{I/R,b} = \frac{-ig}{2\Omega_g} D_{1,0}^{I/R} e^{\left(2i\varphi_g^{I/R}\right)} + c.c$$
(8.44)

La contribución de la onda larga libre reflejada resulta:

$$\Phi_{1,0}^{R,f} = \frac{-ig}{2\Omega_g} E_{1,0}^R e^{\left(2i\varphi_g^{R,f}\right)} + c.c$$
(8.45)

con:

$$D_{1,0}^{I/R} = \gamma \left(a^{I/R}\right)^2 \frac{\Omega_g}{\kappa_g^2} \left(\frac{g}{2\omega} - \frac{C_g}{2sinh2kh}\right) \left(\frac{\alpha^{I/R}k\kappa_g}{C_g^2 - gh}\right)$$
(8.46)

donde:

$$a^I = a , a^R = C_R a \tag{8.47}$$

$$\alpha^I = 1 \ y \ \alpha^R = -1 \tag{8.48}$$

$$E_{1,0}^{R} = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\kappa_{g}}{\kappa_{g}^{f}} - 1 \right) D_{1,0}^{I} - \left( \frac{\kappa_{g}}{\kappa_{g}^{f}} + 1 \right) D_{1,0}^{R} \right]$$
(8.49)

$$\kappa_g{}^f = \frac{\Omega g}{\sqrt{gh}} \tag{8.50}$$

$$\varphi_g^{R,f} = -\kappa_g{}^f X_1 - \Omega_g T_1 \tag{8.51}$$

### 8.4 Hidrodinámica de la capa límite de fondo

La capa límite de fondo es una zona donde el flujo pasa desde un valor nulo de la velocidad en correspondencia del contorno sólido, al valor que le corresponde en la región no viscosa. En esta zona el valor del gradiente de velocidad en dirección normal al contorno sólido  $\partial u/\partial Z$  es muy elevado, y la viscosidad molecular  $\mu$  tiene una influencia dominante sobre el perfil de velocidad y la generación de turbulencia.

Generalmente los contornos sólidos caracterizados por elevados valores de rugosidad tienen una condición de turbulencia que se extiende hasta el contorno, mientras que en el caso de régimen turbulento liso se aprecia la existencia de una sub-capa viscosa cerca del fondo, con un perfil vertical de la velocidad que se aproxima a una recta. La componente vertical *w*, normal al contorno resulta del mismo orden de magnitud del espesor de la

capa límite y el valor de  $w/u = O(k\delta)$ , donde k es el número de onda y  $\delta$  es el espesor de la capa límite.

La diferencia existente entre la ecuación clásica de la capa límite y la correspondiente ecuación para una región no viscosa, está en el término  $v \partial^2 u / \partial Z^2$ , que representa conceptualmente un termino de difusión viscosa a través de la capa límite. Por este motivo la capa límite de fondo es la zona donde los efectos difusivos viscosos son significativos, y podemos compararlos con los términos de inercia, representados por  $u\partial u / \partial x$ . Para resolver el problema matemático dentro de la capa límite se emplea un sistema de referencia con el eje x orientado en la dirección de propagación del oleaje y el eje Z con origen en el fondo y orientado hacia arriba.

A continuación se presentan las soluciones para capa límite oscilatoria en el caso de un tren monocromático y de un grupo regular.

### 8.4.1 Capa límite oscilatoria: Oleaje monocromático

Siguiendo la formulación presente en Mei (1989), las ecuaciones de Navier-Stokes a lo largo del eje x y Z, resultan respectivamente:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial Z} = 0 \tag{8.52}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + w\frac{\partial u}{\partial Z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial(P)}{\partial x} + v\frac{\partial^2 u}{\partial Z^2}$$
(8.53)

$$\frac{\partial P}{\partial Z} = -\rho g \tag{8.54}$$

Donde  $p = P - \rho gZ$  no varía en dirección normal a la capa límite y es igual al valor en la región no viscosa. Indicando con  $U_{\infty}$  la componente tangencial de la velocidad en la región no viscosa la ecuación de capa límite oscilatoria queda:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial Z} = \frac{\partial U_{\infty}}{\partial t} + U_{\infty} \frac{\partial U_{\infty}}{\partial x} + v \frac{\partial^2 u}{\partial Z^2}$$
(8.55)

Las componentes de velocidad en la capa límite se obtienen empleando una técnica de perturbación de la solución de parámetro  $\varepsilon$ , y al primer orden O ( $\varepsilon^0$ ) el problema resulta:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial w_1}{\partial Z} = 0 \tag{8.56}$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = \frac{\partial U_{1,\infty}}{\partial t} + v \frac{\partial^2 u_1}{\partial Z^2}$$
(8.57)

Con las condiciones de contorno:

$$u_1 = w_1 = 0, Z = 0 \tag{8.58}$$

$$u_1 \to U_{1,\infty}, Z/\delta \gg 1 \tag{8.59}$$

Donde  $\delta = \sqrt{2v/\omega}$  es el espesor de la capa límite, con v la viscosidad cinemática. La solución al primer orden resulta:

$$u_1^T = \Re \left\{ U_0^T(x) \left( 1 - e^{-(1-i)Z\sqrt{\frac{\omega}{2\nu}}} \right) e^{-i\omega t} \right\}$$
(8.60)

$$w_1^T = \Re \left\{ \delta \frac{\partial U_0^T(x)}{\partial x} e^{-i\omega t} \left[ \frac{1+i}{2} \left( 1 - e^{-(1-i)\frac{z}{\delta}} \right) - \frac{z}{\delta} \right] \right\}$$
(8.61)

$$U_0^T = \Re\left\{\frac{-\omega A}{sinhkh} \left(e^{-ikx} - C_R e^{ikx}\right)\right\}$$
(8.62)

## 8.4.2 Capa límite oscilatoria: grupo regular

El campo de velocidad instantáneo se puede escribir (Sánchez-Badorrey y Losada, 2006):

$$\overline{u^{T}} = \varepsilon \overline{u_{1}^{T}} + \varepsilon^{2} \overline{u_{2}^{T}} + \cdots$$
(8.63)

Al primer orden y en el caso estacionario la velocidad residual en z = -h resulta:

$$U_{1,\infty}^{T} = U_{1,\infty}^{I} + U_{1,\infty}^{R}$$
(8.64)

$$U_{1,\infty}^{I/R} = U_0^{I/R} e^{-i\omega t} +$$
(8.65)

Y análogamente al caso monocromático se emplea la solución de la región no viscosa:

$$U_{0}^{I/R} = \frac{\alpha^{I/R} A_{1,1}^{I/R} g k}{2\omega \cosh(kh)} e^{i\alpha^{I/R} kx}$$
(8.66)

Así, pues, la solución de la capa límite de fondo laminar al primer orden se conoce por Hunt y Johns (1963), donde  $\beta' = 1 - i \ y \ \beta'^*$  es el complejo conjugado de  $\beta'$ :

$$u_1^{I/R} = \Re \left\{ U_0^{I/R} \left[ 1 - e^{-\beta' Z/\delta} \right] e^{-i\omega t} \right\}$$
(8.67)

$$w_1^{I/R} = \Re \left\{ W_0^{I/R} \left( \frac{\beta'^*}{2} \left[ 1 - e^{-\beta' Z/\delta} \right] - \frac{Z}{\delta} \right) e^{-i\omega t} \right\}$$
(8.68)

$$W_0^{I/R} = \delta i \alpha^{I/R} k U_0^{I/R}$$
(8.69)

Las soluciones algebraicas de orden superior son muy complejas y se pueden encontrar en Sánchez-Badorrey et al. (2006). Si se observa la estructura de la solución al primer orden (ecuación 8.67) se nota que se trata de un movimiento oscilatorio en el tiempo que varía en Z, comportándose como una onda amortiguada según el parámetro de Stokes  $\delta$ .

## 8.5 Ecuaciones de transporte y modelos de viscosidad

Se puede afirmar que, excepto en el caso de flujo laminar, la viscosidad de remolino  $v_t$  (o viscosidad anisótropa turbulenta) dentro de la capa límite oscilatoria es función de la distancia desde el lecho, y generalmente no es constante en el tiempo para cada profundidad Z. Si se consideran solo términos al primer orden, la capa límite oscilatoria está caracterizada por un esfuerzo de corte armónico, y la viscosidad de remolino generalmente se considera función de Z, pero no del tiempo.

En la Figura 8.4, se muestran algunos modelos de viscosidad invariantes en el tiempo, utilizados en la bibliografía. Cuando el esfuerzo de corte y el gradiente de velocidad no están en fase, la viscosidad de remolino puede describirse como una magnitud compleja. De lo expuesto anteriormente, se puede entonces decir que la magnitud de la viscosidad depende, principalmente (1) del número de Reynolds (2) de la rugosidad aparente del lecho y (3) de la distancia al mismo.

Un aumento de la viscosidad con la distancia al lecho produce en general un incremento del espesor de la capa límite. En la bibliografía pueden encontrarse modelos con una estructura vertical de la viscosidad bastante compleja. En la Figura 8.4 pueden verse los modelos de Kajuira (1968) con tres espesores de viscosidad de remolino y de Grant y Madsen (1979), entre otros. La mayoría de estos modelos muestra una buena comparación con datos experimentales.



Figura 8.4: Modelos de viscosidad invariantes en el tiempo (Fredsoe y Deigaard, 1992)

## 8.6 Natura del flujo cerca del fondo

Considerando una capa límite oscilatoria, para definir la natura del flujo cerca del lecho se emplean dos parámetros adimensionales independientes: (1) el numero de Reynolds,  $RE = U_{\infty}^2/\omega v$  donde  $U_{\infty}$  y  $\omega$  representan la amplitud y la frecuencia angular de la velocidad lejos desde el fondo y v la viscosidad cinemática del fluido y (2) el parámetro  $U_{\infty}/\omega k_s$  donde  $k_s$  representa la rugosidad del lecho (rugosidad de Nikuradse).

En hipótesis de fondo liso, para cuantificar el nivel de turbulencia en el fluido y el nivel de mezcla del sistema, se usa el número de Reynolds de la capa límite de Stokes que se define como:

$$R_e = U_{\infty} \sqrt{2\nu/\omega} / \nu \tag{8.70}$$

 $\cos \delta = \sqrt{2\nu/\omega}$ , espesor de la capa límite.

A partir de los resultados presentados en la literatura, cuando el valor del número de Reynolds crece el flujo en la capa límite pasa desde laminar a turbulento (Scandura, 2007):

- Si  $R_e < 100$  el flujo es laminar y unidireccional y puede ser definido empleando la solución de Stokes.
- Si  $R_e \ge 100$  se empiezan a observar pequeñas perturbaciones, pero el flujo sigue la solución de Stokes.
- Si  $R_e \ge 550$  el flujo es en el régimen turbulento intermitente, donde las perturbaciones crecen y aparecen pulsos turbulentos (*bursts*). En este régimen el flujo es significativamente distinto desde la solución de Stokes.
- Si  $R_e \ge 3500$  el flujo es en completo régimen turbulento.

# Capítulo 9

# Metodología experimental

## 9.1 El canal de generación ola-corriente

El canal de generación ola-corriente del CEAMA tiene una longitud de 23m, una anchura nominal de 0.65m y una altura de 0.9m. El dispositivo experimental está dotado de sensores de nivel y la posición de los sensores para la adquisición de datos y para la separación entre oleaje incidente y reflejada, se define en función de las características del oleaje. La Figura 9.1 muestra un detalle del dispositivo experimental.



Figura 9.1: Dispositivo experimental. Canal de generación ola-corriente del CEAMA, Universidad de Granada.

El sistema de generación consta de una pala-pistón y la solución clásica empleada para la generación del oleaje sigue la formulación lineal de Biesel (Moñino et al., 2003). Los

ensayos han sido planificados haciendo que los parámetros elegidos respeten la teoría lineal (análisis dimensional) para limitar posibles fenómenos no lineales, que en el dispositivo experimental pueden encontrarse como movimientos propagantes vinculados al movimiento principal. La sección de los ensayos se ha puesto suficientemente alejada de la pala, tanto para poder despreciar posibles modos evanescentes asociados al sistema de generación. Finalmente, no se han considerado fenómenos de rotura del oleaje o efectos de disipación durante la generación.

El control del movimiento de la pala se efectúa en el canal mediante AWACS<sup>2</sup> que relaciona entre ellos el dispositivo electrónico de generación y control informático. La pala presenta un captador analógico de posición, que indica al AWACS<sup>2</sup> y al ordenador la posición del cilindro en cada instante. El dispositivo AWACS<sup>2</sup> tiene además un sistema de control de la reflexión que corrige el movimiento de la pala en cada instante, eliminando la onda reflejada que incide sobre ésa y que continuaría propagándose en el mismo sentido que la onda incidente. El dispositivo de separación de las dos componentes puede ser activado o desactivado según las condiciones operativas requeridas en los experimentos. En los ensayos efectuados en esta tesis el sistema estuvo siempre activado.

El movimiento oscilatorio medido en la canal durante los ensayos se compone generalmente de ondas incidentes, reflejadas, modos armónicos vinculados a las frecuencias principales y modos libres de altas frecuencias; el movimiento oscilatorio incidente medido experimentalmente, puede ser distinto del valor teórico que la pala tiene que generar según la relación de Biesel, valor que es empleado por el AWACS<sup>2</sup> para el control del movimiento de la pala–pistón. Los ensayos de calibraciones disponibles (Moñino et al., 2003) proporcionan informaciones de la diferencia existente entre el comportamiento teórico esperado (teoría lineal de Biesel) y la respuesta real del sistema para un amplio rango de período de olas y de profundidad de ensayo.

## 9.2 Instrumentación

### 9.2.1 Sensores de niveles

El canal fue equipado con 10 sensores de nivel para la adquisición de datos de superficie libre. Los sensores consideran la señal de entrada de 10 Voltios que procede desde la tarjeta amplificativa y los datos registrados vienen transmitidos al ordenador y recopilados mediante un programa de control. Antes de cada ensayo, los sensores tienen que ser calibrados.

### 9.2.2 Sistema de anemometría Láser (LDV)

El uso de la técnica de anemometría láser ha sido empleada desde 1970. El sistema presenta dos grandes ventajas: (1) es una técnica no intrusiva y (2) es capaz de medir velocidades próximas a cero con una elevada precisión. Para medir el campo de velocidad en los ensayos se ha empleado un instrumento TSI LDV. El esquema del instrumento se muestra en la Figura 9.2 junto con unas imágenes. El sistema se compone de un láser argón INNOVA-70, separador de dos rayos FBL, un sensor de fibra óptica con un amplificador de rayos de 2.6 y un procesador de la señal FSA3500. Gracias a un sistema de control en dos dimensiones, el instrumento se dispone en correspondencia con los puntos de medida.

El sistema permite determinar la velocidad del flujo gracias a la medida de la reflexión de la luz desde partículas suficientemente pequeñas sumergidas en el flujo. Los dos rayos de luz de la misma longitud de onda empleados en la medida, se cruzan en un punto configurando un volumen de control que tiene una dimensión de 150 µm de anchura y de 1mm de longitud. Cuando la partícula entra en el volumen de control encuentra periódicamente líneas de luminosidad generadas por los dos rayos, produciendo un reflejo. Debido a que las líneas están igualmente distanciadas, el reflejo de la luz tendrá una frecuencia constante que puede ser medida con un receptor óptico. Combinando la frecuencia registrada  $f_D$  con la distancia entre las dos líneas  $\Delta x$ , se puede obtener la velocidad de las partículas.



Figura 9.2: Sistema de anemometría láser y esquema de funcionamiento (gráfica inferior derecha).

Las partículas de medida se han introducido en el canal antes de cada experimento. De este modo la concentración de las partículas en el volumen de medida, ha permitido maximizar la frecuencia de muestreo de datos del experimento.

Generalmente se emplean partículas de vidrio (*sphericel hollow glass*), que tienen un diámetro medio de 10 micrones. Para poder asegurar el requisito de uniformidad en la mezcla de agua y partículas que se introduce, éstas se han colocado previamente en una cámara de sedimentación con agua.

El sistema láser funciona en la hipótesis en la que las partículas son suficientemente pequeñas para seguir la trayectoria del flujo. Si la partícula es demasiado grande, sedimenta y al caer no sigue la trayectoria. Las partículas que se han introducido vienen desde la parte central de la cámara de sedimentación, en este caso se eliminan las partículas que han sedimentados.

Una desventaja del sistema láser es que cuando una partícula se mueve en una dirección a través del volumen de medida, su velocidad tiene la misma frecuencia doppler que una partícula que se mueve con la misma velocidad en dirección contraria. Para resolver este problema se aumenta la frecuencia de uno de los dos rayos de 40Mhz, así pues en el volumen de medida las líneas de luminosidad y oscuridad no son estacionarias y tienen un movimiento en dirección contraria al flujo; si una partícula se mueve en la dirección positiva, la frecuencia medida será de 40 MHz, más la frecuencia debida a la velocidad de la partícula y, análogamente en el caso en que se mueve en la dirección negativa con una frecuencia de 40MHz, menos la debida a la velocidad de la partícula. De este modo se puede establecer el signo de la velocidad y efectuar medidas cerca del fondo donde la velocidad es próxima a cero o cambia constantemente de signo.

Pese a las bondades de la técnica, hay múltiples fuentes de error (p.ej. no uniformidad espacial de las ondas, sistema óptico, iluminación y dimensión de las partículas, medida y gradiente de velocidad, ruido del sistema) que tienen que ser consideradas para una mayor comprensión de los resultados y una mejor calidad de los datos (Mans, 2006). En los experimentos con un sistema de anemometría láser para reducir el nivel de error hay que controlar, durante la adquisición de datos, la dimensión y densidad de las partículas que se añaden al flujo, siendo estos parámetros fundamentales para definir la precisión de los datos y la calidad de los experimentos.

## 9.3 Diseño del experimento

Con las abreviaturas GT1.03 y GT1.12 se indicarán dos grupos regulares caracterizados por el mismo parámetro de amplitud  $\lambda$  (igual a la unidad), el mismo valor de la altura máxima  $H_{max}$  y distintos valores de  $\varepsilon$  (respectivamente igual a 0.075 y 0.067). Con las abreviaturas MT1.03 y MT1.12 se indicarán los casos monocromáticos correspondientes. El caso monocromático correspondiente es representado por un tren con altura igual a la altura máxima del grupo  $H_{max}$  y período igual al período de la corta principal *T* del caso considerado.

Las Figura 9.3 y 9.4 muestran las dimensiones del canal y la geometría de los experimentos para los dos grupos regulares (o casos monocromáticos correspondientes) considerados. La pared vertical, que genera la reflexión perfecta, ha sido ubicada a una distancia de 9.9 m (GT1.03) y de 16.1 m (GT1.12) desde el sistema de generación. Para la eliminación de cualquier oscilación transversal, dos guías de madera de 3m de longitud han sido ubicadas a lo largo del canal a 1.15m desde la pala. La profundidad durante los experimentos ha sido de 0.46m.

Los datos de velocidad y de superficie libre han sido obtenidos simultáneamente en cinco ubicaciones distintas (AA-D) en el caso GT1.03 y en una ubicación (E) en el caso GT1.12.



Figura 9.3: Descripción del experimento y ubicación de los puntos de medida (GT1.03).



Figura 9.4: Descripción del experimento y ubicación de los puntos de medida (GT1.12).

En hipótesis de teoría de Stokes al primer orden, el grupo regular ha sido generado como suma de dos componentes armónicos de pequeña amplitud  $a^+$  y  $a^-$ y períodos  $T^+$  y  $T^-$ , las características principales del caso (GT1.03) y (GT1.12) se resumen en la Tabla 9.1.

Caso	$H_{max}(\mathbf{m})$	<i>h</i> (m)	<i>T</i> (s)	$T_g$ (s)	$\omega$ (s <sup>-1</sup> )	$a^{+/-}$ (m)	Е
GT1.03	0.04	0.46	1.03	13.73	6.10	0.01	0.075
GT1.12	0.04	0.46	1.12	16.80	5.60	0.01	0.067

Tabla 9.1: Características principales del grupo de ondas (GT1.03 y GT1.12).

La frecuencia de muestreo de datos de niveles fue de 2000 Hz. Si en el caso GT1.03 los datos empleados para el análisis del campo de velocidad son contínuos y cada registro tiene una duración de 90 s, en el caso GT1.12, la duración total ha sido obtenida considerando 20 "*paquetes*" (1 paquete=medio grupo) obtenidos de experimentos no contínuos a la misma profundidad. En ambos casos la frecuencia de muestreo de los datos de velocidad fue siempre superior a 200 Hz.

La elección de una frecuencia de muestreo tan alta para la elevación de la superficie libre (2000 Hz), se debe al hecho de que los datos de nivel se emplean en el análisis para separar en ondas individuales los datos de velocidad. Todas las medidas fueron efectuadas después de 240s desde el inicio de la generación del movimiento oscilatorio en el canal.

Para el oleaje estacionario empleado en el análisis experimental (caso monocromático y caso de grupo regular), los perfiles verticales de las componentes horizontal y vertical del campo de velocidades se obtienen empleando la técnica LDV. La elección de las ubicaciones de medida para el grupo se efectuó después de haber individualizado las posiciones de los nodos y antinodos del caso monocromático correspondiente.

En los ensayos, B ocupa la posición de un antinodo mientras que D ocupa la posición de un nodo del caso MT1.03. Los puntos A, C son puntos intermedios. El punto AA es un punto intermedio ubicado a una distancia igual a L (longitud de la onda) desde A y se encuentra más cerca del sistema de generación. La distancia entre A B C D es alrededor de L/8. Análogamente, el punto E representa un punto intermedio entre un nodo y un antinodo del oleaje monocromático MT1.12. En cada ubicación se han obtenido los campos de velocidad para el grupo regular y para el caso monocromático correspondiente.

En el caso monocromático, la profundidad (región viscosa y no viscosa) ha sido dividida en 33 puntos mientras que, en el caso del grupo en 37 puntos con una mayor resolución de medida en la zona de la capa límite. En el caso monocromático, por ejemplo, la resolución empleada ha sido de 0.1 mm hasta 0.4 mm, 0.2 mm hasta 2 mm, 0.4 hasta 4 mm y 1 mm hasta 10 mm, 2 mm hasta 20 mm, y así creciendo con el último punto de medida a 100 mm desde el lecho.

Para identificar cada punto de medida, se ha empleado una nomenclatura específica que se compone de una primera letra que indica el tipo de oleaje (M: monocromático, G: grupo), una segunda que especifica la dirección de la componente de la velocidad (H: horizontal y V: vertical), una tercera con la ubicación de los puntos de medidas (A, B, C, D, AA, E) y finalmente, un número que representa la distancia desde el lecho en mm (0.1, 0.2, etc.). Por ejemplo GHE1 se refiere al caso de grupo, velocidad horizontal, punto E y ubicación a 1mm desde el fondo. La resolución de los puntos de medida, no puede prescindir de las limitaciones intrínsecas en el instrumento de medida (LDV), que son representadas por el volumen de medida y en particular por su altura de 0.1 mm, que no permite medir con mayores resoluciones cerca del lecho. La comparación entre los datos experimentales para oleaje monocromático y la teoría existente (Mei, 1989), permite comprobar la calidad de la técnica de análisis elaborada. En los capítulos siguientes se presentarán los resultados de la capa límite en las ubicaciones A y E, que resumen los dos casos de estudio (GT1.03 y GT1.12).

### 9.3.1 Fórmulas empleadas en el análisis dimensional

En el diseño experimental es necesario considerar dos aspectos fundamentales, que son (1) el rango de la teoría lineal de ondas y (2) las condiciones del flujo. El primer aspecto depende de los parámetros característicos del oleaje (H/L,  $HL^2/h^3$ , H/h, h/L) mientras que el segundo, del número de Reynolds.

Considerando como datos de inicio el período de la onda corta principal T y una profundidad h en la zona de generación, se puede emplear la ecuación de dispersión  $\omega^2 = gktanh(kh)$  para calcular el número de onda, obteniendo consecuentemente la longitud como  $L = 2\pi/k$ .

Un tren de ondas que se propaga sobre el lecho, tiene un peralte límite que no puede superar, si lo supera el perfil empieza a romper. Este valor límite varía en el caso de profundidades indefinidas, intermedias y reducidas y varía en el caso de onda progresiva o estacionaria. Se tiene que calcular entonces el cociente H/L y comprobar que no alcanza los valores límites  $(H/L)_{lim}$  que se presentan para el caso de trenes progresivos en la Tabla 9.2

Profundidades indefinidas	Profundidades intermedias	Profundidades reducidas
0.14	0.14tankh	0.88

Tabla 9.2: Peralte límite : Onda Progresiva.

En el caso de trenes estacionarios y reflexión perfecta, el valor del peralte límite se calcula con la siguiente formula empírica:

$$(H/L)_{lim} = 0.11tanh(kh) \tag{9.1}$$

Donde *H* es la altura de onda monocromática incidente (igual a 0.04m).

El grupo regular empleado para la generación, se obtiene según la teoría lineal sumando las dos ondas monocromáticas:

$$\eta = a^{-} \cos(k^{-} x - \omega^{-} t) + a^{+} \cos(k^{+} x - \omega^{+} t)$$
(9.2)

donde las amplitudes de las dos componentes monocromáticas del grupo en la zona de generación se ha determinado a partir de la relación  $a^{+/-} = H/4 = 0.01m$ . Las dos ondas tienen períodos:

$$T^{-} = \frac{2\pi}{\omega^{-}} \tag{9.3}$$

$$T^+ = \frac{2\pi}{\omega^+} \tag{9.4}$$

Los números de onda se obtienen aplicando la ecuación de dispersión con  $k^+ = f(T^+, h)$ y  $k^- = f(T^-, h)$ .

### 9.3.2 Validez de la teoría lineal de ondas

Los ensayos se realizaron empleando como profundidad de agua en el canal un valor h que se eligió respetando la teoría lineal de onda, junto con la altura H del oleaje y su longitud L (Figura 9.5).



Figura 9.5: Regiones de validez de diferentes teorías de ondas (Reeve et al., 2004).

En la Figura 9.5 se puede apreciar el rango de validez de la teoría lineal de onda, una vez que se han elegido los parámetros del oleaje. Una vez definidas las características del oleaje monocromático, se van a generar los grupos regulares con período de la onda corta principal igual a la del oleaje monocromático correspondiente. Por ejemplo los siguientes parámetros característicos (H/L,  $HL^2/h^3$ , H/h, h/L) para el caso MT1.12 y GT 1.12 (Tabla 9.3) han sido empleado en la Figura 9.5 para comprobar la validez de la teoría lineal de Stokes.

H/L	$HL^2/h^3$	H/h	h/L
0,022154	1,339639	0,086957	0,254775

Tabla 9.3 Parámetros característicos.

Entre los parámetros fundamentales se encuentra el número de Ursell, que proporciona informaciones sobre el campo de validez de la teoría lineal porque relaciona los tres parámetros H, L, h de una onda; este número se puede calcular con la onda máxima del grupo que representa la condición más desfavorable, y vale en la zona de generación:

$$U_r = \frac{H_{max} L^2}{h^3} \tag{9.5}$$

Si  $U_r < 21.6$  estamos en régimen de Stokes, si  $U_r > 21.6$  estamos en régimen de Boussinesq; durante los ensayos este número fue del orden (O~1). En el canal de generación se asume además que el valor de la viscosidad cinemática, v es igual a  $1.14 \times 10^{-6} (\text{m}^2/\text{s})$ .

La hipótesis de teoría lineal implica que  $kA \ll 1$ , donde *A* es la amplitud de la ola; dicha hipótesis resulta menos restrictiva en profundidades intermedias o indefinidas; durante los ensayos  $kA \ll 0.08$  y kh > 1.6.

Para ésto es conveniente siempre verificar el valor de kh y comprobar el rango de profundidad relativa (reducidas, intermedias o indefinidas, Tabla 9.4).

Finalmente en la Tabla 9.5 se muestran las características hidrodinámicas resultado del análisis dimensional.

Profundidades indefinidas	Profundidades intermedias	Profundidades reducidas
$kh > \pi$	$\frac{\pi}{10} < kh < \pi$	$kh < \frac{\pi}{10}$

Caso	<i>H</i> (m)	<i>T</i> (s)	<i>h</i> (m)	$k(\mathrm{m}^{-1})$	hH/2	kh	<i>L</i> (m)	<i>U</i> <sub>r</sub>
MT1.03	0.04	1.03	0.46	3.99	0.079	1.83	1.57	1.02
MT1.12	0.04	1.12	0.46	3.49	0.07	1.61	1.79	1.30

Tabla 9.4: Límite de profundidad relativa.

Tabla 9.5: Características hidrodinámicas (MT1.03 y MT1.12).

En el campo de las aplicaciones en ingeniería de costa, el uso de la teoría lineal fuera de su rango de validez implica que la celeridad y la longitud de ola no están estrechamente vinculadas comportando errores en el cálculo de los parámetros hidrodinámicos. Además, la presencia de olas con perfil asimétrico implica la existencia de armónicos en el análisis de Fourier que pueden ser incorrectamente interpretados como ondas libres de alta frecuencia. El cálculo del espesor de la capa límite para el caso de grupo y para el caso monocromático permite elegir la resolución vertical en los puntos de medidas. El espesor de la capa límite en el caso monocromático vale por ejemplo 0.638 mm en el caso de MT1.12 y se calcula como:

$$\delta = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}} \tag{9.6}$$

mientras que por ejemplo en el caso del grupo GT1.12 es igual a 2.31mm y se calcula según la relación:

$$\delta_g = \sqrt{\frac{2\nu}{\Omega_g}} \tag{9.7}$$

## 9.4 Análisis de datos de superficie libre

En primer lugar se visualizó la serie registrada para comprobar la existencia de errores en el registro o irregularidades durante la fase de adquisición, debidas al mal funcionamiento de los aparatos empleados.

Se seleccionaron registros con un número entero de grupos regulares u ondas monocromáticas y con una elevación de la superficie libre que empieza y acaba en cero (nivel del agua a reposo).

### 9.4.1 Calculo del nivel medio y corrección de la serie

Se calculó la media aritmética de todo el registro (véase Capítulo 2), y se restó de los registros brutos. El valor experimental de corrección fue del orden de  $O(\varepsilon^2)$ .

La Figura 9.6 muestra la evolución temporal de la superficie libre de un grupo regular en las ubicaciones E relativamente al caso GT1.12 y A-D relativamente al caso GT1.03. Las ubicaciones A, C, E representan posiciones intermedias entre nodo y antinodo del caso monocromático correspondiente, como se muestra en figura.



Figura 9.6: Evolución temporal de la superficie libre de un grupo regular en las ubicaciones E (GT1.12), y A-D (GT1.03).

Las posibles causas de existencia de un nivel medio distinto de cero se reasumen en:

• Causas experimentales

Posibilidad de errores durante la fase de calibración de los sensores de nivel. Antes de efectuar los experimentos en el canal se calibraron los sensores con un nivel medio nulo. Los errores pueden ser inducidos por causas vinculadas al dispositivo experimental (Goda, 2000).

• Causas teóricas

El valor de la constante de Bernoulli ha sido puesto igual a cero que se relaciona directamente con la hipótesis de que el nivel medio sea nulo. En el caso de oleaje monocromático la constante de Bernoulli es una función que depende del tiempo pero no del espacio. En el caso de grupos modulados la constante de Bernoulli, empleando la técnica de expansión JWKB al primer orden, puede ser una función de las coordenadas de gran escala del problema. La contribución de la constante de Bernoulli a la variación del nivel medio es de segundo orden  $O(\varepsilon^2)$  (Sánchez-Badorrey, 2004). En el caso de grupos modulados estacionarios, debido a la interacción del grupo con una pared reflejante se generan ondas libres de largo período de segundo orden que pueden ser posibles causas de reducción del nivel medio asociado (Losada, 1993).

Resumiendo, en el caso de grupo regular de ondas la existencia de un nivel medio muy reducido y de orden  $O(\varepsilon^2)$  tiene tres posibles explicaciones: errores en la toma de datos y en el dispositivo experimental, contribuciones del segundo orden de la constante de Bernoulli y posibles modos libres de largo período que se generan desde la interacción del grupo con la estructura que provoca la reflexión.

### 9.4.2 Análisis de Fourier

A continuación se realiza una estimación espectral de los datos de superficie libre, empleando la técnica de la transformada rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform*, FFT). La Figura 9.7 muestra en ordenada, los resultados del algoritmo FFT y en abscisa las componentes de frecuencia del registro medido en un punto fijo del canal relativo al caso GT1.03 (gráfica superior) y MT1.03 (gráfica inferior). La estimación espectral se visualiza hasta una frecuencia de 3 Hz. Las principales componentes de frecuencia para el caso GT1.03 y GT1.12 se resumen en la Tabla 9.6.

Las frecuencias:  $f^+$  y  $f^-$  se muestran en la Figura 9.6 y corresponden a los dos picos de energía del grupo (gráfica superior). El carácter bicromatico de la superficie libre, relativo al caso GT1.03, resulta evidente si se efectúa la comparación con el caso monocromático MT1.03 correspondiente (gráfica inferior), donde sólo está presente un solo pico de energía que se corresponde a la frecuencia f de la onda corta.

Además, la Figura 9.6 (gráfica superior) muestra un pico muy reducido de energía en correspondencia de la frecuencia de 0.145Hz, valor que se obtiene como diferencia entre

las frecuencias de las ondas monocromáticas. La misma gráfica muestra también otros picos reducidos de energía, que pueden ser generados desde la interacción de ondas primarias, ondas de largo período y libres de segundo y tercer orden, interferencia entre ondas primarias y ondas libres (Goda, 1997). En la Figura 9.6 se pueden individualizar claramente la suma de las frecuencias de las componentes principales de las dos ondas y los armónicos de orden superiores de las frecuencias dominantes  $2f^-$  y  $2f^+$ .

Sin embargo la energía asociada a efectos de orden superiores al primero resulta muy reducida, como se esperaba debido a las hipótesis de teoría lineal de ondas.



Figura 9.7: Valores absolutos de los coeficientes complejos de FFT caso GT1.03 (gráfica superior) y MT1.03 (gráfica inferior).

Caso	$f(\mathrm{Hz})$	<i>T</i> (s)	$T_g(s)$	$f^{-}(\mathrm{Hz})$	$f^+(\text{Hz})$	$f^{+} - f^{-}$	$f^{+} + f^{-}$	$2f^{-}$	2 <i>f</i> +
GT1.03	0.97	1.03	13.7	0.9	1.04	0.145	1.94	1.8	2.08
GT1.12	0.89	1.12	16.8	0.83	0.95	0.119	1.79	1.6	1.90

Tabla 9.6: Componentes de frecuencia para GT1.03 y GT1.12.

## 9.4.3 Análisis de la reflexión

Para poder individualizar las ondas que componen el grupo, los datos han sido filtrados de las componentes de alta frecuencia (ruidos) y de baja frecuencia (oscilaciones de largos períodos). Cada paso ascendente por la línea del nivel medio ha sido contado como una onda. En un grupo se ha así individualizado la onda máxima y desde ésta se han enumerado todas las otras. Para el análisis de la reflexión se consideran registros que contienen 10 grupos, 20 paquetes.

Las fases del análisis resultan:

- Elección de datos de la superficie libre en el tiempo con registros que tienen que empezar y acabar en cero y contener 10 grupos de ondas (20 paquetes).
- Cálculo de la media aritmética del registro y corrección.
- Análisis espectral empleando la transformada rápida de Fourier e individualización de todas las componentes de frecuencia.
- Eliminación de las componentes de bajas frecuencias creando un filtro, de este modo el nuevo registro no contiene oscilaciones de largos períodos; análogamente se eliminan las componentes de altas frecuencias que representan interferencias internas en el canal debidas a problemas eléctricos o de instrumentación.
- Aplicación de la inversa de la Transformada Rápida de Fourier obteniendo un valor de la superficie libre filtrada de las componentes de largo y corto períodos.
- Finalmente, se puede separar el registro filtrado en ondas individuales empleando la técnica de cruce por cero creciente.

Para la evaluación del coeficiente de reflexión en el canal en función del período y de la profundidad se aplica el método de los tres sensores desarrollado por Baquerizo (1995). Considerando los datos relativos a la elevación de la superficie libre registrados en el mismo instante y en posiciones distintas, es posible construir un sistema de dos ecuaciones de dos incógnitas. Los datos correspondientes a un tercer sensor permiten resolver el sistema eliminando las frecuencias singulares. Los tres sensores del método Baquerizo tienen que estar situados a distancias determinadas, con la función de evitar un mal condicionamiento de la matriz de los coeficientes del sistema. Para evaluar si el método presenta o no soluciones es necesario verificar que:  $d_i 2/L \neq n_i$ , donde L es la longitud de onda calculada a la profundidad en la cual se aplica el método,  $d_i$  son las distancias relativas entre los tres sensores y  $n_i$  es un numero entero.

# Capítulo 10

## Resultados: tren monocromático

\*Los argumentos del presente capítulo se encuentran en las publicaciones:

Bramato, S., Mans, C., Sánchez-Badorrey, E. and M.A. Losada (2007a), High resolution LDV measurements of BBL velocities under standing monochromatic oscillating flows: uncertainty analysis, *Proc. Hydraulic Measurements & Experimental Methods Conference, Lake Placid, NY* (U.S.A), 437-442.

Bramato, S., Sánchez Badorrey, E., Mans, C. y M.A. Losada (2007b), Medidas de alta resolución con LDV en la capa límite de fondo inducida por flujos oscilatorios, *IX Jornadas Españolas de Ingeniería de Costas y Puertos, San Sebastián*, 26-31.

### 10.1 Análisis de datos de capa límite

La metodología de análisis de datos de capa límite se presenta en la Figura 10.1.

Los datos de velocidad en la capa límite de fondo han sido obtenidos empleando el sistema de medida LDV. Los datos experimentales de la capa límite asociada a oleaje monocromático estacionario, comparados con la teoría existente al primer orden, han sido empleados para comprobar la calidad de la técnica de análisis elaborada.

En el análisis, los datos de nivel, medidos simultáneamente con los datos de velocidad, empleando un sistema NIDAQ, se utilizan para la separación del registro de velocidad en ondas individuales. Sucesivamente para cada onda del tren monocromático, se aplica un análisis promediado en la fase.

En la Figura 10.2 se representan simultáneamente los datos de la superficie libre a la izquierda y los datos de velocidad a la derecha de la serie seleccionada (20 ondas). Este resultado muestra la óptima repetitividad de los experimentos.



Figura 10.1: Técnica de análisis.



Figura 10.2: Representación simultanea de los registros de superficie libre y velocidad (Caso MHA1).

A los registros brutos (nivel y velocidad) se le aplica la metodología que se resume en la Figura 10.3 y que se describe a continuación:

Visualización de los registros brutos de superficie libre y de velocidad. Se efectúa una primera visualización de los datos para comprobar que no existen errores debidos al mal funcionamiento del dispositivo experimental y de los instrumentos de adquisición de datos. La evolución en el tiempo de la superficie libre se convierte de Voltios a metros de acuerdo con el factor de calibración, introducido en el sistema de adquisición en fase de calibración de los sensores de nivel. Además, se multiplican los datos obtenidos con el sistema de anemometría láser por un coeficiente correctivo que considera el efecto del ángulo de inclinación del sistema óptico durante el experimento. El ángulo de inclinación fue de 8 grados.

- Sincronización de los datos de velocidad y superficie libre. Los datos de superficie libre y de velocidad han sido obtenidos simultáneamente para las seis ubicaciones (AA, A, B, C, D, E) a lo largo del canal. Los datos han sido medidos empleando dos instrumentos independientes (sensores de nivel y LDV), sincronizados, eligiendo un instante inicial común de tiempo. Como instante inicial se elije el momento en que se empieza a medir datos de velocidad con el sistema LDV. Cuando se activa el sistema de medida con LDV se genera un pulso de voltaje, que se puede identificar fácilmente en la fase de post-proceso de los datos. A partir del pulso de voltaje, trasmitido sin desfase de tiempo por el sistema LDV a un sistema de adquisición de datos Nidaq, se puede efectuar la sincronización. En la Figura 10.3 (a) se representan los datos de velocidad y superficie libre sincronizados. La figura se refiere al caso MHA1. En gris se representan los datos de velocidad y en negro lo de nivel. El análisis, representado a una distancia desde el fondo y en cada ubicación.
- *Filtro de los datos de superficie libre*. Después de corregir el registro con respecto a su media aritmética como se ha especificado en el Capítulo precedente, los datos de superficie libre han sido filtrados de las frecuencias mayores de 2.82Hz para eliminar las interferencias electrónicas e interferencias de altas frecuencias generadas por el dispositivo experimental. Esta operación permite una correcta separación de los registros de la superficie libre en ondas individuales empleando una técnica de cruce creciente por cero. Si no se efectuase esta operación, la superficie libre alrededor de cero presentaría oscilaciones de pequeña amplitud que podrían introducir errores en la separación de las ondas. En la Figura 10.3 (b) se muestran los datos filtrados (negro) y no filtrados (gris).
- Separación de superficie libre en ondas individuales. Los datos de superficie libre se pueden ahora separar en ondas para luego aplicar un análisis de valores promediados en la fase de la onda (*Phase Average Method*). La separación se efectúa definiendo cada paso por cero e individualizando cada onda con un paso por cero creciente. La separación en ondas individuales se muestra en la Figura 10.3(c).
- Selección de la serie de ondas. Como ya se ha especificado, la frecuencia de muestreo de los datos de velocidad no es constante y depende de la cantidad de partículas que se encuentran en el volumen de medida durante los experimentos. La frecuencia de muestreo ha sido siempre superior a 200Hz en cada registro (de duración de 90 s). Si se efectúa el análisis con un número de ondas igual a 20, se extrapola desde el registro original el intervalo contínuo correspondiente a las 20 ondas con mayor frecuencia y consecuentemente de más alta calidad.
- *Construcción de un nuevo registro con frecuencia constante*. Para poder filtrar los datos medidos con LDV, la serie temporal tendría antes que ser modificada para contener datos con frecuencia constante. Así pues, para obtener una serie temporal de datos uniformes en el tiempo el registro total ha sido dividido en intervalos de tiempo de 0.04 s correspondientes a la frecuencia de 24 Hz (análisis
*slot* ), obteniendo para cada uno de estos intervalos un valor medio representativo y una desviación estándar asociada.

- *Filtro de los datos de velocidad*. Finalmente los datos han sido filtrados de las frecuencias mayores de 4 Hz que representan interferencias electrónicas y ruidos externos y que podrían introducir errores en el análisis. En la Figura 10.3(d) se presentan los datos brutos (gris) y filtrados (negro).
- *Separación de datos de velocidad en ondas individuales*. Los datos de velocidad se separan en ondas individuales según la técnica de cruce por cero creciente . En la Figura 10.3 (e) se muestran los datos de LDV filtrados y separados en ondas individuales.



Figura 10.3: Técnica de análisis (Caso MHA1). (a) Datos brutos sincronizados. (b)Filtro datos de nivel. (c) Separación datos de nivel en ondas individuales. (d) Filtro datos de velocidad. (e) Separación datos de velocidad en ondas individuales.

### 10.2 Resultados

#### 10.2.1 Representación de la velocidad instantánea (MA)

En la Figura 10.4 se muestra la evolución temporal del perfil vertical de la velocidad horizontal a la izquierda y de la velocidad vertical a la derecha en A para ocho fases. La figura muestra con puntos aislados en gris, la incertidumbre del 95 % asociada a las medidas y calculada como  $2\sigma/\sqrt{n}$  (Vardeman, 1994), donde  $\sigma$  es la desviación estándar de la velocidad y n=2 es el numero de ondas consideradas en el análisis.

Los resultados experimentales han sido comparados con la solución teórica al primer orden de Mei (1989) y representada en la figura con línea continua. En la figura, Z es la distancia desde el fondo,  $\delta$  es la longitud de Stokes igual a 0.611 mm y  $\varepsilon$  es el parámetro de modulación, igual a 0.075. Las dos componentes de velocidad no están medidas simultáneamente.

Desde la comparación con los datos teóricos existentes se puede concluir que la metodología de análisis empleada es válida debido a la buena comparación entre los datos experimentales y la teoría existente, y puede ser aplicada al caso más complejo de oleaje modulado.

#### 10.2.2 Representación de la velocidad instantánea (ME)

En la Figura 10.5 se muestra la evolución temporal del perfil vertical de la velocidad horizontal a la izquierda y de la velocidad vertical a la derecha para ocho fases en la ubicación E. La figura muestra con puntos aislados en gris la incertidumbre asociada con un intervalo de confianza del 95 % y análogamente a la ubicación A la solución teórica al primer orden se representa con línea continua.

Las componentes horizontal y vertical de la velocidad están medidas simultáneamente. Los parámetros que permiten optimizar la resolución (PMT, SNR, Umbral de pulso, filtro y frecuencia de *downmixing*) cambian en el caso de que se midan componentes horizontal o vertical y generalmente es conveniente obtener no simultáneamente las dos medidas para optimizar la resolución que le corresponde a cada componente.

En el caso ME las medidas simultaneas han sido obtenidas optimizando los parámetros para la componente horizontal, un dato se considera de elevada resolución sólo si su frecuencia de muestreo es superior a 200 Hz.

Es importante especificar que la estructura del oleaje existe ya a 0.1 mm desde el fondo, como se puede observar con un análisis de Fourier de los datos de la velocidad horizontal. En Figura 10.6 se muestra el resultado del análisis de frecuencia para el caso MHE a las distancias de 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.6, 0.8, 2.0 mm desde el lecho.



Figura 10.4: Evolución en el tiempo del perfil de velocidad horizontal (a la izquierda) y vertical (a la derecha) no simultáneos con intervalos confianza del 95% (Caso MA).



Figura 10.5: Evolución en el tiempo del perfil de velocidad horizontal (a la izquierda) y vertical (a la derecha) simultáneos con intervalos confianza del 95% (Caso ME).



Figura 10.6: Análisis de frecuencia de datos de velocidad (MHE) a las distancias de 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.6, 0.8, 2.0 mm desde el fondo.

# Capítulo 11

# Resultados: Grupo regular

\*Los argumentos del presente capítulo se encuentran en las publicaciones:

Sánchez -Badorrey, E., Bramato, S., Mans, C., Losada, M.A and E.A. Cowen (2007), Bottom Boundary Layer under standing wave groups: Eulerian Drift, *Proc. Int. Conf. Coastal Eng., San Diego (U.S.A)* 3, 2233-2245.

Sánchez -Badorrey, E., Mans, C.Bramato, S. and M.A Losada (2008). About wave-group-induced oscillatory contributions to shear stress: theory and experimental evidence, *Journal of Geophysical Research, Submitted.* 

#### 11.1 Análisis de datos de capa límite

Validada la metodología de análisis con oleaje monocromático, se puede emplear la misma metodología para cada onda que compone el grupo regular. En la Figura 11.1 se presentan a la izquierda los datos de la superficie libre y a la derecha los datos de velocidad de los 20 paquetes seleccionados. Como se observa, existen 7 ondas en total en cada paquete, tres en cada lado con respecto a la onda máxima del grupo (onda 4, W4). Los datos además muestran una buena repetitividad de los experimentos dando confianza en la metodología de análisis empleada.



Figura 11.1:Representación simultánea de registros de superficie libre y velocidad (Caso GHE0.6).

La metodología empleada se compone de unos pasos, que se resumen a continuación:

- Visualización de los registros brutos de superficie libre y de velocidad. Análogamente al caso monocromático se visualizan los datos obtenidos, comprobando posible existencia de mal funcionamiento de los aparatos. Se convierten los datos de superficie libre de Voltios a metros de acuerdo con el factor de calibración y se multiplican los datos obtenidos con LDV por un coeficiente correctivo que considera la inclinación de ocho grados del sistema óptico durante los experimentos.
- Sincronización de los datos de velocidad y superficie libre. Como en el caso monocromático, los datos de velocidad y superficie libre tienen que ser sincronizados con un instante inicial común de tiempo coincidente con el instante de inicio de medida del sistema láser. En la Figura 11.2 (a) se representan los datos de velocidad y de superficie libre sincronizados. La Figura 11.2 representa el caso GHE0.6. En gris se representan los datos de velocidad y en negro lo de nivel.
- Filtro de los datos de superficie libre. Como en el caso monocromático se efectúa la corrección del registro con respecto a su media aritmética y se aplica un filtro a las frecuencias de 0.56 Hz y 2.82 Hz para eliminar cada interferencia electrónica de altas frecuencias generadas por el dispositivo experimental y las contribuciones de largos períodos no relacionadas con el grupo. En la Figura 11.2 (b) se muestran los datos filtrados (Negro) y no filtrados (Gris).
- Separación de la superficie libre en paquetes y en ondas. Los datos de superficie libre tienen que ser separados en paquetes de ondas y en las ondas que componen cada paquete para aplicar un análisis de valores promediados en la fase a cada onda individual. La separación en paquete se obtiene identificando la máxima onda de cada paquete y a partir de ésta las sobrantes. La separación se efectúa definiendo cada paso por cero creciente como en el caso monocromático. La separación en ondas individuales se muestra en la Figura 11.2(c).
- Selección de la serie de paquetes de ondas. La duración del registro en el caso GT1.03 ha sido de 90 s con frecuencia no constante. Desde el registro total se obtiene el intervalo correspondiente a 6 paquetes de ondas. Para el caso GT1.12 se extrapola el intervalo correspondiente a 20 paquetes (10 grupos) de registros múltiplos, no continuos obtenidos a la misma profundidad. Los datos seleccionados son los de más alta calidad.
- *Construcción de un nuevo registro con frecuencia constante*. Para obtener un registro de datos que contenga una serie temporal uniforme en el tiempo, el registro total ha sido dividido en intervalos de tiempo de 0.04s y frecuencia constante de 24Hz obteniendo para cada uno de estos intervalos un valor medio representativo y una desviación estándar.
- *Filtro de los datos de velocidad*. Finalmente se aplica un filtro que elimina todas las frecuencias mayores de 4Hz para eliminar interferencia y ruidos externos que podrían inducir a errores en el análisis. En la Figura 11.2 (d) se muestran los datos medidos con LDV brutos (gris) y filtrados (negro).

Separación de datos de velocidad en ondas individuales. Como en el caso monocromático, se separa cada paquete en ondas individuales. En la Figura 11.2 (e) se muestran los datos con LDV filtrados y separados en ondas individuales.



Figura 11.2: Técnica de análisis (Caso GHE0.6). (a) Datos brutos sincronizados. (b)Filtro datos de nivel. (c) Separación datos de nivel en ondas individuales. (d) Filtro datos de velocidad. (e) Separación datos de velocidad en ondas individuales.

Los datos en las Figura 11.1 y Figura 11.2 se refieren a una distancia al lecho de 0.6 mm pero es importante especificar que la estructura del oleaje y su carácter bicromatico es

visible ya a 0.1 mm desde el fondo como se puede observar aplicando al algoritmo FFT a los datos de velocidad horizontal (GHE) capturados a 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.6, 0.8, 2.0 mm y representados en la Figura 11.3, donde Cc es el resultado del algoritmo. Un estudio de las componentes de frecuencias de los datos de velocidad brutos es importante para la individualización de la influencia de cada componente (frecuencias principales, armónicos y frecuencia de grupo) en la dinámica de la capa límite.



Figura 11.3: Análisis de frecuencia de datos de velocidad (GHE) a las distancias de 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.6, 0.8, 2.0 mm desde el fondo.

#### 11.2 Resultados: Caso GT1.12

#### 11.2.1 Representación de la velocidad instantánea

Para cada onda de los 20 paquetes seleccionados se dispone de 25 datos (el período de una onda se divide en 25 puntos). Entonces para cada fase se puede obtener un valor promedio sobre un numero de 20 paquetes seleccionados y representar su evolución en la vertical. Cada perfil se refiere a una fase distinta. En la Figura 11.4 y 11.5 se muestran, respectivamente, la evolución temporal de la velocidad horizontal y vertical en el punto E



sólo para ocho fases. En las figuras, Z, es la distancia desde el fondo,  $\delta$  es la longitud de Stokes igual a 0.638 mm y  $\varepsilon$  es el parámetro de modulación igual a 0.067.

Figura 11.4: Evolución en el tiempo del perfil de la velocidad horizontal, cada línea representa una onda del paquete (Caso GHE), cada columna una fase. El caso monocromático correspondiente (en gris) se compara con la onda máxima del grupo.



Figura 11.5: Evolución en el tiempo del perfil de la velocidad vertical cada línea representa una onda del paquete (Caso GVE) cada columna una fase. El caso monocromático correspondiente (en gris) se compara con la onda máxima del grupo.

Los perfiles verticales para la onda 4 del grupo (onda central) se comparan con los perfiles del caso monocromático correspondiente para las mismas fases (en gris). La comparación muestra cómo la onda máxima del grupo está en fase con el caso monocromático correspondiente, aunque el espesor de la capa límite asociado a la onda monocromática es de  $\delta \sim \sqrt{\epsilon} \delta_g$ . Sin embargo, todas las otras ondas que constituyen el grupo(Figura 11.4) muestran un comportamiento completamente distinto con respecto a

la onda central, presentando un desfase. Esto induce a concluir que el comportamiento del grupo es mucho más complejo debido a las escalas que lo caracterizan y no podemos analizarlo como si estuviese constituido por una sucesión de 7 ondas monocromáticas.

En las Figura 11.6 y 11.7 se muestran, respectivamente, un detalle de los componentes horizontal y vertical del campo de velocidad relativo a la onda central del grupo (gráficas superiores) y al oleaje monocromático correspondiente (gráficas inferiores) con la incertidumbre del 95% asociada (gris).



Figura 11.6: Evolución en el tiempo del perfil de velocidad horizontal de (Onda 4 Caso GHE gráfica superior, Caso MHE gráfica inferior) e incertidumbre del 95%.



Figura 11.7: Evolución en el tiempo del perfil de velocidad vertical de (Onda 4 Caso GVE gráfica superior, Caso MVE gráfica inferior) e incertidumbre del 95%.

#### 11.2.2 Deriva Euleriana

#### 11.2.2.1 Régimen débilmente estacionario de la deriva

Se consideran 20 paquetes y para cada paquete se identifican las ondas que lo componen. Para cada paquete se asocia una evolución instantánea de la velocidad horizontal del tipo representado en la Figura 11.4, y una evolución instantánea de la velocidad vertical del tipo representado en la Figura 11.5. Se quiere encontrar el valor promedio de la velocidad instantánea sobre el período de la onda corta. Para ello se calcula el valor promedio asociado a cada una de las siete ondas y se promedia para los 20 paquetes. En este modo se puede calcular el valor promedio sobre n=20 paquetes con un intervalo de confianza del 95%. La Figura 11.8 representan la evolución de la deriva Euleriana asociada a las 7 ondas del paquete (W1-W7).











Figura 11.8: Evolución de la deriva Euleriana horizontal(izquierda) y vertical (derecha) asociada a las 7 ondas del paquete (W1-W7) e incertidumbre del 95% en gris .

Como se puede observar se trata de componentes medias que varían lentamente en el tiempo debido al cambio de la amplitud de la onda durante la evolución del grupo. Los perfiles muestran una evidente modulación en la vertical. La amplitud y la longitud de onda de estas modulaciones cambian pasando desde W1 a W7, y la existencia de estas modulaciones implica la posible inversión de flujo que varia lentamente en el tiempo y que ocurre, además, hasta gran distancia desde el fondo. Un punto interesante es que las modulaciones en el perfil de la componente horizontal aparecen también en la componente vertical.

#### 11.2.2.2 Régimen estacionario de la deriva

Análogamente, empleando la metodología de análisis y los datos instantáneos de velocidad, se puede calcular la deriva asociada al paquete, que se denomina "deriva

euleriana estacionaria". La deriva se obtiene promediando en el período del paquete los datos experimentales instantáneos de 20 paquetes medidos por el sistema LDV con una frecuencia de muestreo mayor de 200 Hz. Cada paquete se considera estadísticamente como un evento periódico independiente con período  $T_g/2$ . Se obtiene así un valor promedio y un intervalo de confianza del 95%.

En Figura 11.9 se presenta en (a) la componente horizontal  $U_{SR}$  y en (b) la componente vertical  $W_{SR}$  donde P<sub>0</sub> indica el límite superior de la subcapa viscosa. La figura muestra que hay una corriente residual no nula inducida por el paquete. La componente horizontal a la izquierda muestra un perfil modulado, donde los máximos se evidencian con círculos rojos.

Estas modulaciones de pequeña amplitud en la ubicación (P1...P5) se superponen al perfil principal y sus amplitudes disminuyen con la distancia al lecho. La longitud de esta modulación se incrementa con la distancia al fondo y pasa desde la escala de  $O(\delta)$  en la parte inferior a la escala de  $O(\delta_g)$  en la parte superior. Los puntos donde el perfil de la componente vertical de la deriva  $W_{SR}$  pasa por cero están claramente vinculados a la modulación del perfil de la componente horizontal, sugiriendo la existencia de celdas de circulación locales estacionarias inducidas por vórtices estacionarios e inyecciones puntuales de momento horizontal, como se indica en el caso más evidente en la ubicación P2.

La existencia de modulaciones en la deriva Euleriana estacionaria ha sido previamente observada por Umeyama (2005) en régimen laminar con interacción ola corriente y por Jensen (1989) en capa límite oscilatoria turbulenta, sin embargo esta es la primera vez que se mide este proceso en presencia de un grupo regular estacionario. Los modelos analíticos existentes no son capaces de reproducir las modulaciones de pequeña amplitud inducidas por grupos de ola regulares sobre lecho plano y observadas experimentalmente en los perfiles de  $U_{SR}$  y de  $W_{SR}$ .

La metodología de análisis desarrollada y la relación de estas modulaciones con las escalas características del grupo inducen a establecer que son reales , por lo que hay que considerarlas para modelar la dinámica de la capa límite asociada a flujos oscilatorios de múltiple escala con bajo número de Reynolds y todos los procesos de transporte de sedimentos y de sustancias dentro y fuera de la capa límite . Una explicación a estas modulaciones se puede obtener considerando las diferentes contribuciones oscilatorias al esfuerzo de corte estacionario que existen en el caso de un grupo regular.

Empleando la técnica de descomposición de Reynolds de la velocidad en la capa límite y el análisis de múltiple escala propuesta por Sánchez- Badorrey y Losada (2006), el flujo dentro de la capa límite se puede describir como la suma de : (1) contribuciones inducidas por un tren transportador de onda corta principal con sus armónicos de orden superior, (2) contribuciones que varían lentamente en el tiempo inducidas por el grupo y ondas largas asociadas (libre y vinculada) y (3) contribuciones turbulentas que durante el experimento han demostrado ser despreciables.

Así para definir la distribución de energía en el dominio de frecuencia se aplica una transformada rápida de Fourier de los datos instantáneos de velocidad horizontal medidas con LDV fuera y dentro de la capa límite de fondo. Los armónicos principales en cada

ubicación son relacionados con  $\omega^+ = 1/T^+ = 0.95 Hz y\omega^- = 1/T^- = 0.83Hz$  que se corresponden con las frecuencias angulares de las dos ondas monocromáticas que constituyen el grupo regular y la oscilaciones que varían lentamente en el tiempo, de baja frecuencia  $\Delta \omega = \omega^+ - \omega^-$ .



Figura 11.9: Perfil de la deriva estacionaria euleriana asociada a un grupo de ola regular (a) Deriva horizontal,  $U_{SR}$ ; (b) Deriva vertical ,  $W_{SR}$  e incertidumbre del 95%.

En la Figura 11.10 (a-b-c) se muestra respectivamente, la distribución en función de la distancia al lecho de las contribuciones representativas de baja frecuencia ( $\Delta \omega$ ), armónicos de segundo orden  $(2\omega^+, 2\omega^-)$  y armónicos de tercer orden $(3\omega^+, 3\omega^-)$ . Las contribuciones de las oscilaciones de baja frecuencia se incrementan en magnitud con la distancia al lecho. En particular, en correspondencia de P2 se observa una contribución significante de frecuencias correspondientes a los armónicos de orden superiores  $(2\omega^+, 2\omega^-)$  con una pequeña contribución de los armónicos de tercer orden  $(3\omega^+, 3\omega^-)$ . Sin embargo, estas contribuciones de los armónicos de segundo orden no se encuentra en los puntos antes y después de P2. Este resultado induce a considerar que las modulaciones observadas en Figura 11.9 en correspondencia de P2 (en el espesor de la capa límite) se pueden explicar cómo contribuciones de segundo orden de los armónicos principales. Aunque existe una cierta contribución de baja frecuencia las inyecciones horizontales de momento observadas en correspondencia de P2 y P1 resultan prevalentemente inducidas por la contribución de segundo orden de los armónicos principales que resultan a su vez responsables de las modulaciones de pequeña amplitud observadas en la parte interna de la capa límite. Este resultado es consistente además con la longitud de la escala de modulación que es inferior a  $\delta$  (escala de la onda corta). La Figura 11.10 muestra que el contenido energético de los armónicos de orden superior se reduce cuando el valor de  $Z/\delta > 1$  mientras que las contribuciones de bajas frecuencia se incrementan a medida

que nos alejamos del fondo sugiriendo que puedan tener un papel clave en la generación de las modulaciones de  $U_{SR}$  fuera de la región de la capa límite . La escala de longitud entre P<sub>4</sub> y P<sub>5</sub> es de  $O(\delta_a)$  (escala del grupo) confirma la conclusión obtenida.



Figura 11.10: Distribución del contenido energético de la componente horizontal de velocidad en función de la distancia del lecho representativa (a) de la banda de baja frecuencia, de los armónicos de segundo orden (b) y de los armónicos de tercer orden (c).

En conclusión, existen dos diferentes mecanismos: (1) dentro de la capa límite se ha encontrado que las oscilaciones se deben principalmente a la influencia del tren de onda corta principal con sus armónicos de orden superiores mientras que(2) fuera de la capa límite se deben a las contribuciones oscilatorias que varían lentamente en el tiempo inducidas por el grupo y ondas largas, y por esto, en ausencia de turbulencia, se pueden individualizar diferentes zonas en la vertical relacionadas con las diferentes escalas de modulación que caracterizan el grupo. Gracias a estos resultados experimentales ha sido posible formular un modelo teórico que describe estos procesos que se puede encontrar en Sanchez-Badorrey et al. (2008).

#### 11.2.3 Variación en el tiempo del gradiente de velocidad

Para definir el esfuerzo de corte en el fondo se emplean indirectamente las medidas obtenidas con LDV. En particular se emplean los perfiles instantáneos de velocidad horizontal dentro de la capa límite . El gradiente vertical de velocidad cerca del fondo se obtienen a partir de una interpolación lineal de 3 puntos situados inmediatamente fuera de la subcapa laminar, que ha sido estimada experimentalmente en  $\delta^*=0.2$ -0.3mm. El gradiente de velocidad en el fondo se calcula como  $(\partial U/\partial Z)_{Z=0}$  y se representa en la Figura 11.11 (en negro) multiplicado por el valor de  $\delta/\epsilon^2$ . Se obtiene así en figura una cantidad que varia con la fase y que se indica como  $U^*$  porque dimensionalmente representa una velocidad en el fondo (Z=0).



Figura 11.11: Gradiente de velocidad horizontal en el fondo U\*( en negro) y de la velocidad calculada a 100 mm  $U_{inf}$  (en gris) y gradiente de velocidad horizontal residual asociada a cada ondas del paquete.

De la Figura 11.11 se puede observar que  $U^*$ , para cada componente monocromática del grupo (W1-W7) es una contribución armónica que respeta la hipótesis de régimen turbulento liso. Si se compara  $U^*$  con la velocidad calculada a 100 mm desde el fondo  $U_{inf}$  (en gris) existe un desfase entre los dos valores. Este desfase es siempre menor que  $\pi/4$ . Empleando la misma metodología aplicada para definir el régimen estacionario y débilmente estacionario de la deriva euleriana la variación del gradiente de velocidad cerca del fondo se puede representar como valor promedio asociado a cada onda del grupo que se representa en Figura 11.12; este valor se multiplica por  $\delta/\varepsilon^2$  y se representa como una velocidad promedio  $U^*_T$  cerca del lecho. En la Figura 11.12 cada onda se representa con W1-W7. Se observa que la contribución asociada a W1, W6 y W7 es negativa, mientras que la contribución asociada a W2, W3, W4, W5 es positiva. Finalmente promediando sobre el período del paquete se puede obtener un valor asociado al paquete que resulta en este caso igual aproximadamente a -0.022 m/s (contribución negativa a la dirección de propagación en E).



Figura 11.12: Gradiente de velocidad horizontal residual asociada a cada onda (W1-W7).

#### 11.3 Resultados: Caso GT1.03

Aplicando la misma metodología de análisis a dos grupos regulares (GE y GA) es posible individualizar dos tipologías distintas de flujos. En el caso GE, los paquetes son perfectamente repetitivos y es posible identificar las escalas del movimiento y las periodicidades en el período de la onda corta principal y en el período del grupo. En el caso GA el grupo no es completamente repetitivo y las características de múltiple escala del flujo no hacen posible identificar con claridad la periodicidad del movimiento. En la ubicación A, siendo el numero de paquetes analizados n=6 el intervalo de confianza asociado resulta igual al 90%. El error asociado al análisis es consecuentemente mayor. En la Figura 11.13 se muestran a la izquierda los datos de superficie libre y a la derecha los datos de velocidad en el caso GHA0.6.



Figura 11.13: Representación simultanea de registros de superficie libre y velocidad (Caso GHA0.6).

#### 11.3.1 Representación de la velocidad instantánea

En este caso el análisis se aplica a n=6 paquetes. Para las 25 fases de cada onda se pueden entonces promediar datos para los 6 paquetes y representar su evolución temporal. En la

Figura 11.14 se representa la evolución temporal del perfil de velocidad horizontal en A para ocho fases. En la Figura Z es la distancia al fondo,  $\delta$  es la longitud de Stokes igual a 0.611mm y  $\varepsilon$  es el parámetro de modulación igual a 0.075. El perfil para la onda 4 del grupo (onda central) se compara con el caso monocromático correspondiente para la misma fase, como en el caso GE, indicando cómo la dinámica de la capa límite en el caso del grupo es mucho más compleja que el caso monocromático correspondiente.



Figura 11.14: Evolución en el tiempo del perfil de velocidad horizontal (Caso GHA), cada línea representa una onda del paquete, cada columna una fase. El caso monocromático correspondiente se representa como línea continua en gris.



En la Figura 11.15 se representa la evolución temporal del perfil de velocidad vertical en A y para ocho fases.

Figura 11.15: Evolución en el tiempo del perfil de velocidad vertical (Caso GVA), cada línea representa una onda del paquete cada columna una fase. El caso monocromático correspondiente se representa como línea continua en gris.

Análogamente al caso precedente, en la Figura 11.16 se representa una comparación entre la componente horizontal de velocidad de la onda máxima del grupo y el caso monocromático correspondiente. La figura representa con puntos aislados en gris la incertidumbre asociada a la medida, que es en este caso del 90 % para el grupo y 95% para el oleaje monocromático, en función del valor de n. Análogamente se representa en la Figura 11.17 una comparación entre la componente vertical de velocidad de la onda máxima del grupo y el caso monocromático correspondiente con las respectivas incertidumbres asociadas.



Figura 11.16: Evolución en el tiempo del perfil de velocidad horizontal de onda max. de GHA e incertidumbre del 90% (gráfica superior) con MHA e incertidumbre del 95% (gráfica inferior).



Figura 11.17: Evolución en el tiempo del perfil de velocidad vertical de onda max. de GHA e incertidumbre del 90% (gráfica superior) con MHA e incertidumbre del 95% (gráfica inferior).

#### 11.3.2 Deriva Euleriana

#### 11.3.2.1 Régimen débilmente estacionario de la deriva

En el caso MA, las componentes horizontal y vertical no han sido obtenidas simultáneamente pero los dos perfiles muestran una correspondencia evidente entre las modulaciones verticales del régimen débilmente estacionario y estacionario de deriva Euleriana.

Los resultados del régimen débilmente estacionario se presentan en la Figura 11.18 (W1-W6)











Figura 11.18: Evolución del régimen estacionario de la deriva Euleriana para las 6 ondas (W1-W6) horizontal (gráfica izquierda) y vertical (gráfica derecha) con incertidumbre del 90% (en gris).

#### 11.3.2.2 Régimen estacionario de la deriva

Finalmente los resultados del régimen estacionario se representan en Figura 11.19.



Figura 11.19: Evolución del régimen estacionario de la deriva Euleriana e incertidumbre del 90%.

Los resultados experimentales muestran entonces como en el caso ME, la existencia de inversión de flujo en la capa límite y células de circulación débilmente estacionarias y

estacionarias con las escalas de la onda corta y del grupo. Los resultados para las ubicaciones A B C y D han sido comparados con las predicciones teoréticas adoptando un modelo de viscosidad de remolino compleja, independiente de la profundidad y dependiente de la fase propuesto por Sánchez-Badorrey y Losada, 2006. La comparación con el modelo se encuentra en Sanchez- Badorrey et al. (2007) y es buena en la parte inferior de la capa límite  $Z \leq O(5\delta)$ , sin embargo, la solución teórica no es capaz de reproducir las modulaciones observadas, posiblemente porque la solución se basa sobre un modelo de viscosidad de remolino independiente con la profundidad; esto implica la necesidad de incluir una mejor descripción de la estructura de la viscosidad anisótropa turbulenta inducida por grupos de onda regulares y condiciones estacionarias y de aplicar diferentes modelos de viscosidad de remolino a cada componente del flujo como previamente evidenciado por Coffey y Nielsen (1986) en el caso de interacción entre oleaje y corriente.

# Capítulo 12

# Conclusiones y futuras líneas de investigación

## 12.1 Conclusiones

En la segunda parte de la tesis doctoral se ha analizado experimentalmente la hidrodinámica de la capa límite de fondo por un grupo de ondas regular estacionario y las ondas largas inducidas por el mismo sobre un fondo fijo, impermeable y de profundidad constante en el régimen turbulento liso y en el marco de la teoría lineal de ondas (Stokes de primer orden). Para el análisis y discusión de los datos experimentales se ha proporcionado un fundamento teórico de la hidrodinámica de la región no viscosa y de la capa límite con solución analítica. Los fundamentos teóricos se han descrito tanto para el caso de oleaje monocromático como para grupos regulares.

Las conclusiones de los resultados experimentales resultan:

- Se ha desarrollado una metodología de análisis de datos LDV para flujos oscilatorios de múltiple escala.
- La metodología se ha aplicado a oleaje monocromático y grupos regulares.
- En el caso monocromático, los resultados experimentales se ajustan a la predicción teórica (modelo lineal, laminar); esto prueba la calidad de los ensayos y la validez del método de análisis de datos.
- En el caso de un grupo regular (Régimen turbulento liso, fondo rígido) la dinámica de capa límite es muy distinta a la del oleaje monocromático; Además se han calculado corrientes de deriva y analizado su posible influencia en el transporte de sedimentos y en la evolución morfológica del fondo.

En la tesis se presentan la evolución temporal de los perfiles de velocidad horizontal y vertical de capa límite en distintos puntos de medida. A partir de estas velocidades instantáneas se ha estimado la corriente residual Euleriana inducida por un grupo regular de ondas en los regímenes débilmente estacionario y estacionario propuestos por Sánchez-Badorrey y Losada (2006). La comparación con el modelo se encuentra en Sanchez- Badorrey et al. (2007) y es buena en la parte inferior de la capa límite  $Z \leq O(5\delta)$ , sin embargo, la solución teórica no es capaz de reproducir las modulaciones observadas, posiblemente porque la solución se basa sobre un modelo de viscosidad de remolino independiente con la profundidad; esto implica la necesidad de incluir una mejor descripción de la estructura de la viscosidad anisótropa turbulenta inducida por grupos de onda regulares y condiciones estacionarias y de aplicar diferentes modelos de viscosidad de remolino a cada componente del flujo.

Los resultados experimentales confirman:

- La existencia de inversión de flujo en la capa límite en presencia de grupos regulares estacionarios.
- La existencia de células de circulación débilmente estacionarias y estacionarias con las escalas de la onda corta y del grupo.
- Dentro de la capa límite la células de circulación estacionaria se deben a las contribuciones oscilatorias de corta escala y sus armónicos de orden superiores mientras que fuera de la capa límite el mecanismo de generación se debe a las contribuciones oscilatorias que varían lentamente en el tiempo y ondas largas asociadas.
- En ausencia de turbulencia, se pueden individualizar así en la vertical diferentes zonas relacionadas con las diferentes escalas de modulación.

# 12.2 Futuras líneas de investigación

El estudio de la dinámica de capa límite es un campo de investigación apasionante y abierto a una gran numero de posibles líneas de trabajo. A continuación se describen algunas de las líneas que se pretenden desarrollar:

- Estudio teórico y experimental de la estructura espacial y temporal de la tensión tangencial y la viscosidad en la capa límite inducida por grupos de ondas estacionarios y aplicación de diferentes modelos de viscosidad de remolino a cada componente del flujo.
- (2) Extensión del estudio experimental con PIV, en particular en la zona se verifican las modulaciones en los perfiles de velocidad horizontal y vertical.

(3) Extensión del estudio de capa límite a régimen turbulento rugoso en presencia de formas de lecho rítmicas y fondo móvil y validación de modelo analítico y numérico que consideran el efecto de la turbulencia generada por la rugosidad del fondo (p.ej. Quevedo et al., 2008).

# Capítulo 13

# Bibliografía

- Aagaard, T. and Greenwood, B. (1994), Suspended sediment transport and the role of infragravity waves in a barred surf zone, *Marine Geology* 118, 23-48.
- Aarninkhof, S.G.J. and Holman, R.A. (1999), Argus vídeo-based monitoring of the nearshore zone: a tool for both nearshore science and coastal zone management, *Backscatter* 10 (2), 8-11.
- Apotsos, A., Raubenheimer, B., Elgar, S. and R.T. Guza (2008), Wave-driven setup and alongshore flows observed onshore of a submarine canyon, *J. Geophys. Res.* 113, C07025, doi:10.1029/2007JC004514.
- Ashton, A., Murray, A.B. and O. Arnault (2001), Formation of coastline features by large-scale instabilities induced by high-angle waves, *Nature* 414, 296-300.
- Ashton, A. and Murray, A.B. (2004), Comment on "On the development of large-scale cuspate features on a semi-reflective beach: Carchuna beach, Southern Spain" by Ortega-Sánchez, M., Losada, M.A., Baquerizo, A., *Marine Geology* 206, 283-284.
- Ashton, A.D. and Murray A.B. (2006a), High-angle wave instability and emergent shoreline shapes: 1. Modeling of sand waves, flying spits, and capes, *J. Geophys. Res.* 111, F04011, doi:10.1029/2005JF000422.
- Ashton, A.D. and Murray A.B. (2006b), High-angle wave instability and emergent shoreline shapes: 2. Wave climate analysis and comparisons to nature, *J. Geophys. Res.* 111, F04012, doi:10.1029/2005JF000423.
- Ashton, A. and Murray, A.B. (2008), Reply to comment by M. Ortega-Sánchez et al. on "High-angle wave instability and emergent shoreline shapes: 1. Modeling of sand waves, flying spits, and capes", J. Geophys. Res 113, F01006, doi: 10.1029/2007JF000885.
- Austin, M.J. and Masselink, G. (2006), Observations of morphological change and sediment transport on a steep gravel beach, *Marine Geology* 229, 59-77.

- Austin, M.J. and Buscombe, D. (2008), Morphological change and sediment dynamics of the beach step on a macrotidal gravel beach, *Marine Geology* 249, 167-183.
- Avila, A. A. (2007), Procesos de Múltiple Escala en la Evolución de la Línea de Costa, Ph.D. Thesis, *University. of Granada (in Spanish)*, 184p, ISBN: 978-84-338-4692-1.
- Baquerizo, A. and Losada M.A.(2008), Human interaction with large scale coastal morphological evolution. An assessment of the uncertainty, *Coastal Engineering* 55(7-8), 569-580.
- Baquerizo, A.A., Losada, M.A. and M.L. Rodríguez (2004), Fundamentos del movimiento oscilatorio, *Universidad de Granada*.
- Baquerizo, A., Losada M.A and I.J Losada (2002), Edge wave scattering by a coastal structure, *Fluid Dynamic Research* 31 (4), 275-287.
- Baquerizo, A.A. and Losada, M.A. (1998a), Longitudinal current induced by oblique waves along coastal structures, *Coastal Eng.* 35, 211-230.

Baquerizo, A.A. and Losada, M.A. (1998b), Sediment transport around a mound breakwater: the toe erosion problem, *Proc. Coastal Eng.*, 1720-1729.

- Baquerizo, A. (1995), Reflexión del oleaje en playas. Métodos de evaluación y predicción, Ph.D. Thesis, *University of Cantabria (in Spanish)*.
- Bramato, S., Ortega-Sánchez, M., Navidad, D. and M.A. Losada (2008a), Atmospheric and hydrodynamic interaction outside a natural coastal embayment, *Continental Shelf Research*, CSR-S1257, *Submitted*.
- Bramato, S., Ortega-Sánchez, M., Mans, C., and M.A. Losada (2008b), Natural recovery of a mixed sand and gravel beach after a sequence of a short duration storm and moderate sea states, *Marine Geology*, MARGO-3921, *Submitted*.
- Bramato, S., Mans, C., Sánchez Badorrey, E. and M.A. Losada (2007a), High resolution LDV measurements of BBL velocities under standing oscillatory flows: Uncertainty analysis, *Proc. Hydraulic Measurements & Experimental Methods Conference*, 437-442.
- Bramato, S., Sánchez Badorrey, E., Mans, C. and M.A. Losada (2007b), Medidas de alta resolución con LDV en la capa límite de fondo inducida por flujos oscilatorios, *IX Jornadas Españolas de Ingeniería de Costas y Puertos, San Sebastián*, 26-31.
- Bramato, S. (2007), Medidas de alta resolución de la capa límite de fondo inducidas por oleaje estacionario y análisis de resultados, *Serie monográfica, trabajos de investigación tutelada, Universidad de Granada,* ISBN: 978-84-691-2205-1,158pp.
- Buscombe, D. and Masselink, G. (2006), Concepts in gravel beach dynamics, *Earth-Science Reviews* 79, 33-52.
- Carter, T.J., Liu, P.L-F. and C.C. Mei (1973), Mass transport by waves and offshore sand bedforms, *J. Waterways, Harbours Coastal Eng. Div. ASCE* 99,165-184.

- Cartwright, D.E. and Longuet-Higgins M.S. (1956), The statistical distribution of the maxima of a random function, *Proc. Roy. Soc. Lond. Ser. A.* 237, 212-232.
- Coates, T.T. and Hawkes P.J. (1998), Beach Recharge Design and Bi-Modal Wave Spectra, *Proceedings 28th International Conference on Coastal Engineering*, 3036-3045.
- Coco, G. and Murray, A.B. (2007), Pattern in sand: from forcing templates to selforganisation, *Geomorphology* 91, 271-290.
- Coco, G., Murray, A.B.; Green, M.O. and E.R Thieler (2007), The role of hydrodynamic forcing in the development of sorted bedforms, *Proceedings 30th International Conference on Coastal Engineering*, 2404–2414.
- Coco, G., Bryan, K., Ruessink, B., and I. Turner (2004), Observations of shoreline and sandbar dynamics on a pocket beach, *12th Ocean Sciences Meeting*
- Coco, G., Burnet, T.K., Werner, B.T. and S. Elgar (2003), Test of self organization in beach cusp formation, *J. Geophys. Res.* 108(C3), 3101, 46.1–46.11.
- Coco, G., O'Hare, T.J. and D.A Huntley (1999), Beach cusps: a comparison of data and theories for their formation, *Journal of Coastal Research* 15, 741-749.
- Coffey, F.C. and Nielsen P. (1986), The Influence of Waves on Current Profiles, *Proc. Coastal Eng*,82-96.
- Dean R.G and Dalrymple, R.A. (2002), Coastal processes with engineering applications, *Cambridge University Press*.
- Dean R.G and Dalrymple, R.A. (1994), Water wave mechanics for engineers and scientist, Advanced Series on Ocean Engineering, *World Scientific*.

Deigaard, R., Jakobsen, J.B. and J. Fredsoe (1999), Net sediment transport under wave groups and bound long waves, *J Geophys. Res.* 104, 13559-13575.

- Dolan, R., Hayden, B. and W. Felder (1979a), Shoreline periodicities and edge waves, *Journal of Geology* 87, 175-185.
- Dolan, R., Hayden, B. and W. Felder (1979b), Shoreline periodicities and lineal offshore shoals, *Journal of Geology* 87, 393-402.
- Dohmen-Janssen, C.M. and Hanes, D.M. (2004), Sheet flow and suspended sediment due to wave groups in a large wave flume, *Cont. Shelf Res.* 25, 333-347.
- Emery W.J. and Thomson, R.E.(1997), Data analysis methods in physical oceanography, *Elsevier*.
- Falqués, A. (2006), Wave driven longshore sediment transport and stability of the Dutch coastline, *Coastal Engineering* 53, 243-254.
- Falqués, A., Dodd, N., Garnier, R., Ribas, F., MacHardy, L.C., Larroudé, P., Calvete, D., and F. Sancho (2008), Rhythmic surf zone bars and morphodynamic self-organization, *Coast. Eng.* 55, 622-641.
- Fredsoe, J. and Deigaard, R. (1992), Advanced series on Ocean Engineering, *Mechanics* of Coastal Sediment Transport. Word Scientific.
- Goda, Y. (2000), Random seas and design of maritime structures, Advanced Series on Ocean Engineering, *World Scientific*.
- Goda, Y. (1997), Recurring evolution of water waves through nonresonant interactions, *Proc. Conf. Ocean Wave measurement and Analysis* 1,1-23
- Goda, Y. and Abe, R. (1968), Apparent coefficient of partial reflection of finite boundary layer, *Research report, Port and Harbour Research institute, Japan* 7 (3),3.
- Good, M.C. and Joubert, P. N. (1968), The form drag of two-dimensional bluff plates immersed in turbulent boundary layer, *J. Fluid Mech.* 31, 547–582.
- Guza, R.T. and Inman, D.L. (1975), Edge waves and beach cusps, *J. Geophys. Res.* 80 (21), 2997–3012.
- Günther, H., Hasselmann, S. and P.A.E.M. Janssen (1992), The WAM model Cycle 4 (revised version), Deutsch. Klim. Rechenzentrum, *Technical Report 4, Hamburg, Germany*.
- Hay, A. E. and Sheng, J. (1992), Vertical profiles of suspended sand concentration and size from multifrequency acoustic backscatter, *J. Geophys. Res.* 97, 92JC01240.
- Hallermeier, R.J. (1981), A profile zonation for seasonal sand beaches from wave climate, *Coastal Engineering* 4, 253-277.
- Harris R.I., (2003), The macrometeorological spectrum-a preliminary study, *Journal of wind Engineering and industrial Aerodynamics*, doi: 10.106/j.iweia.2008.03.008.
- Hasselmann, K. (1962), On the non-lineal energy transfer in a gravity-wave spectrum. 1. General theory, *Journal of Fluid Mechanics* 12, 481-500.
- Holland, K.T. and Holman, R.A. (1996), Field observations of beach cusps and swash motions, *Marine Geology* 134 (1-2), 77–93.
- Holman, R.A., Lippmann, T.C., O' Neill, P.V. and K. Hathaway (1991), Video Estimation of subaereal beach profiles, *Marine Geology* 97, 225-231.
- Holman, R.A. and Bowen, A.J. (1982), Bars, bumps and holes: models for the generation of complex beach topography, *J. Geophys. Res.* 87, 457-469.
- Hubertz, J.M. (1986), Observations of local wind effects on longshore currents, *Coastal Engineering* 10, 275-288.
- Hunt, J. N. and Johns, B. (1963), Current induced by tides and gravity waves, *Tellus*, 15,343-351.
- Huntley, D.A. and Bowen, A.J. (1973), Field observations of edge waves, *Nature*, 243, 160–162.

- Hwung, H.H. and Lin, C. (1990), The characteristics of internal flow field and bottom boundary layer of waves propagating on sloping bottoms, *Report of Tainan Hydraulics Laboratory*, *Dissertation* 16, 34-37.
- Inman, D.L. and Guza, R.T. (1982), The origin of swash cusps on beaches, *Marine*. *Geology* 49, 133-148.
- Iribarren, R.. and Nogales, C., 1954. Other verifications of the formula calculating breakwater embankment. *Permannet International Assolition of navigation congresses*, *PIANC*, *B.N.* 39 (1954): 119-139.
- Irie, I. and Nadaoka, K. (1984), Laboratory reproduction of seabed scour in front of breakwaters, Proc. 19th Int. Conf. of Coastal Eng., New York, Reston, 2 (116), 1715-1731
- Ivamy, M.C. and Kench, P.S.(2006), Hydrodynamics and morphological adjustment of a mixed sand and gravel beach, Torere, Bay of Plenty, New Zealand, *Marine Geology* 228, 137-152.
- Jennings, R. and Shulmeister, J. (2002), A field based classification scheme for gravel beaches, *Marine Geology* 186, 211-228.
- Jensen, B.L. (1989), Experimental investigation of turbulent oscillatory boundary layer, PhD thesis, *Technical University of Denmark, Denmark*.
- Jorgensen, B. and Revsbech, N. (1985), Diffusive boundary layers and the oxygen uptake of sediments and detritus, *Limnol. Oceanogr.* 30(1), 111-122.
- Jonson and Carlsen, (1976), Experimental and theoretical investigations in an oscillatory turbulent boundary layer, *Journal of Hydraulic Research* 14 (1), 45.
- Kirby, J.T. and Dalrymple, R.A. (1983), A parabolic equation for the combined refraction-diffraction of stokes waves by mildly varying topography, *J. Fluid Mech.* 136, 543-566.
- Kirk, R.M. (1991), Experimental beach reconstruction-renourishment on mixed sand and gravel beaches, Washdyke Lagoon, South Canterbury. New Zelan, *Coastal Engineering* 17, 253-277.
- Klein, R.J.T., Nicholls, R.J. and F. Thomalla (2003), Resilience to natural hazards: how useful is this concept? Global Environmental Change Part B, *Environmental Hazards* 5(1-2), 35-45.

Komar, P.D. (1998), Beach processes and sedimentation, Second edition, *Prentice Hall Inc., New Jersey*, 544p.

- Kostense, J.K. (1984), Measurement of surf beat and set-down beneath wave groups, *Proc. 19th Int. Conf. Coastal Eng.* 121, 317-325.
- Kulkarni, C., Levoy, F., Monfort, O. and J. Miles (2004), Morphological variations of a mixed sediment beachface (Teignmouth, UK), *Continental Shelf Research* 24, 1203-1218.

- Lin, C,D., Jeng, S. And C.N. Jeng (2002), An experimental study on the flow characteristics of a standing wave: application of FLDV measurements. Technical Note, *Ocean Engineering* 29, 1265-1282.
- List, J.H. (1992), A model for the generation of two dimensional surf beat, J. Geophys. Res. 97, 5623-5635.
- Liu, P.L-F, Park, Y.S and E.A. Cowen (2007), Boundary Layer flow and bed shear stress under a solitary wave, *J. Fluid Mech*.574,449-463.
- Longuet Higgins, M.S. and Stewart, R.W. (1962), Radiation stress and mass transport in gravity waves, with application to 'surf beats', *J. Fluid Mech.* 13, 481-504.
- Longuet-Higgins, M.S. (1953), Mass transport in water waves. Phil, *Trans. Royal Society* London 245,535-547.
- Longuet-Higgins, M.S. (1952), On the Statistical Distribution of the Wave Heights of Sea Waves, *Jour.Marine Res.*11, 245-266.
- López de San Román-Blanco, Coates, B., Holmes, T.T., Chadwick, P., Bradbury, A.J., Baldock, A., Pedrozo-Acuña, T.E., Lawrence, A. and J. Grüne (2006), Large scale experiments on gravel and mixed beaches: experimental procedure, data documentation and initial results, *Coastal Engineering* 53, 349-362.
- Lorang, M.S. (2002), Predicting the crest height of a gravel beach, *Geomorphology* 48, 87-101.
- Losada, M.A., Losada, I.J. and A.J Roldan, A.J. (1993), Propagation of oblique incident modulated waves past rigid vertical thin barriers, *Appl.Ocean Res.*,15,159-310.
- Losada M.A.(1988), Estabilidad de playas: Morfodinamica de los procesos litorales, *Univiversity of Cantabria, Santander (in Spanish)*, 230pp.
- Losada, M.A., Desiré, J.M and J. Merino (1987), An energy approach to non-breaking wave-induced motion of bottom sediment particles, *Coastal Eng.* 11, 159-173.
- Losada, M.A. and Desiré, J.M. (1985), Incipient motion on a horizontal granular bed in non-breaking water waves, *Coastal Eng.* 9 (4), 357-370.
- Mans, C. (2006), Estudio del campo del viento local en el embalse de Rules, Granada. *Investigación Tutelada, Universidad de Granada*.
- Mason, T. and Coates, T.T.(2001), Sediment transport processes on mixed beaches: a review for shoreline management, *Journal of Coastal Research* 17(3), 645-657.
- Massel, S.R.(1996), Ocean surface waves: their physics and predictions, *Advanced Series* on Ocean Engineering World Scientific.
- Masselink, G. and Pattiaratchi, C.B.,(1998), Morphological evolution of beach cusps and associated swash circulation patterns, *Marine Geology* 146, 93-113.
- Masselink, G. and Hughes, M.G.(2003), Introduction to coastal processes and geomorphology, *Hodder Arnold, London*.

- Masselink, G., Russell, P., Coco, G., and D.A. Huntley (2004), Test of edge wave forcing during formation of rhythmic beach morphology, *J. Geophys. Res.*109, C06003. doi:10.1029/2004JC002339.
- Masselink, G., Kroon, A. and R.G.D. Davidson-Arnott (2006), Morphodynamics of intertidal bars in wave-dominated coastal settings-a review, *Geomorphology* 73, 33-49.
- Masselink, G. and Puleo, J.A.(2006), Swash-zone morphodynamics, *Continental Shelf Research* 26, 661-680.
- Mei, C.C. and Benmoussa, C. (1984), Long waves induced by short-wave groups over an uneven bottom, *J. Fluid Mech.* 130, 219-235.
- Mei, C.C. (1989), The applied dynamics of ocean surface waves, Advances series on Ocean Engineering .World Scientific.
- Miche, M. (1944), Mouvements ondulatories de la mer on profondeur constante on Decroissante, *Annales des Ponts et Chaussees*, 25-78,131-164,270-292,369-406.
- Moñino, A., Ramos V., Clavero M., Scarcella D. and M. Miranda (2003), Ensayos de calibración del canal de generación de oleaje, Clave: CEAMA/WM1203
- Munk, W.H., (1949), Surf beats, Trans. Am. Geophys. Union 30, 849-854.
- Nadaoka, K., Hino, M. and Y. Koyano (1989), Structure of the turbulent flow celd under breaking waves in the surf zone, *J. Fluid Mech* 204, 359-387.
- Nezu, I., and Nakagawa, H. (1989), Turbulent structure of backward-facing step flow and coherent vortex shedding from reattachment in open channel flows, *Turbulent shear flows 6; 6th International Symposium, Toulouse, France, Sept. 7-9, 1987. Berlin and New York, Springer-Verlag,* 313-337.
- Nicholls, R.J., Birkemeier, W.A. and L. Guan-hong (1998), Evaluation of depth of closure using data from Duck, NC, USA, *Marine Geology* 148, 179-201.
- Nielsen, P. (1992), Coastal Bottom Boundary Layers and Sediment Transport, *Advanced* Series on Ocean Engineering . World Scientific.
- Nielsen, P. And You, Z.J. (1996), Eulerian mean velocities under non breaking waves on horizontal bottoms, *Poc. 25th Int. Conf. Coastal Eng., ASCE, Orlando (USA)*, 3, 4066-4078.
- Noda, H. (1968), A study on mass transport in boundary layer in standing waves, *Proc.* 11th Int. Conf. Coastal Eng., ASCE, London, 227-247.
- Nolan, T.J., Kirk, R.M. and J. Shulmeister (1999), Beach cusp morphology on sand and mixed sand and gravel beaches, South Island, New Zealand, *Marine Geology* 157, 185-198.
- O'Donoghue, T., (2001), N-Type sediment bed response under standing waves, J. Waterways, Harbours and Coastal Eng. Div., ASCE, 245-248.

- O'Hare, T.J. and Huntley, D.A. (1994), Bar formation due to wave groups and associated long waves, *Marine Geology* 116, 313-325.
- Ortega-Sánchez, M., Quevedo, E., Losada, M.A. and A. Baquerizo (2008a), Comment on "High-angle wave instability and emergent shoreline shapes: 1. Modeling of sand waves, flying spits, and capes" by Ashton, A. Murray, A.B, *Journal of Geophysical Research* 113, F01005, doi: 10.1029/2007JF000860128.
- Ortega-Sánchez, M., Fachin, S., Sancho, F. and M.A. Losada (2008b), Relation between beachface morphology and wave climate at Trafalgar beach (Cádiz, Spain), *Geomorphology* 99 (171-185).
- Ortega-Sánchez, M., Bramato, S., Quevedo, E., Mans C., and M.A. Losada (2008c), Atmospheric-hydrodynamic coupling in the nearshore, *Geophysical Research Letters*, 2008GL036043, doi:10.1029.*In press*.
- Ortega-Sánchez, M., Losada, M.A. and A. Baquerizo (2004), Reply to comment on the development of large scale features on a semi-reflective beach: Carchuna beach, southern Spain, by Ashton, A. Murray, A.B, *Marine Geology* 206, 285-288.
- Ortega-Sánchez, M., Losada, M.A. and A. Baquerizo (2003), On the development of large-scale features on a semi-reflective beach: Carchuna beach, southern Spain, *Marine Geology* 198, 209-223.
- Pedrozo-Acuña, A., Simmonds, D.J., Otta, A.K. and A.J. Chadwick (2006), On the crossshore profile change of gravel beaches, *Coastal Engineering* 53, 335-347.
- Quevedo, E., Baquerizo, A., Losada, M.A. and M. Ortega-Sánchez (2008), Large-scale coastal features generated by atmospheric pulses and associated edge waves, *Marine Geology* 247, 226-236.
- Quevedo, E. (2007), Efectos en la dinámica marina de las pulsaciones atmosféricas y la fricción en el fondo, *PhD thesis Universidad de Granada*.
- Quevedo, E. (2005), Modelización de capa límite atmosférica y evolución sobre tipografía compleja, *Series monográficas trabajos de investigación tutelada Universidad de Granada*, ISBN: 84-689-4754-7, pp107.
- Reeve D, Chadwick A. and C Fleming C.(2004), Coastal Eng. processes, theory and design practice. *Spon press*.
- Riley, N. (2001), Steady streaming, Ann. Rev. Fluid Mech. 33, 43-65.
- Roldan A.J. (1992), Sobre la transformación de un tren de ondas lineal, no lineal y modulado por un medio discontinuo, *PhDTesis. Universidad de Santander*.
- Sánchez-Badorrey, E., M.A. Losada and J. Rodero (2008), Sediment transport patterns in front of reflective structures under wind wave-dominated conditions, *Coastal Eng.* 55 (7-8),685-700.

- Sánchez -Badorrey, E., Mans, C.Bramato, S. and M.A Losada (2008), About wavegroup-induced oscillatory contributions to shear stress: theory and experimental evidence, *Journal of Geophysical Research, Submitted*
- Sánchez-Badorrey, E., Bramato, S., Mans, C., Losada, M.A and E.A. Cowen (2007), Bottom Boundary Layer under standing wave group: Eulerian Drift, *Proc. Int. Conf. Coastal Eng.*3, 2233-2245.
- Sánchez-Badorrey, E. and M.A. Losada, (2006), Standing regular wave groups with oblique incidence: Phase averaging and bottom boundary layer in constant depth, *J. Geoph. Res.* 111, C09011.
- Sánchez-Badorrey, E. (2004), Procesos morfodinámicos en la proximidad de diques de abrigo y su influencia en la operatividad portuaria, *PhDTesis, Universidad de Granada*.
- Sánchez-Badorrey, E. and Losada, M.A. (2002), Influence of wave reflection on the navigation conditions as a factor of breakwater design, *Proceedings of 28th Int. Conf. Coastal Eng., Cardiff, Wales.* 2, 2312-2323.
- Scandura, P. (2007), Steady streaming in a turbulent oscillating boundary layer, J. Fluid Mech.571, 265-280.
- Schäffer, H.A. (1992), Infragravity waves induced by short-wave groups, Series Paper 50, Institute of hydrodynamics and hydraulic engineering. Technical University of Denmark.
- Schäffer, HA and Jonsson, I.G (1992), Edge waves revisited, *Coastal Engineering* 16 (4), 349-368.
- Shi, N.C. and L.H. Larsen, (1984), Reverse sediment transport induced by amplitudemodulated waves, *Marine Geology*. 54, 181-200.
- Short, A.D. (1999), Handbook of beach and shoreface morphodynamics, *Wiley, ChichEster*.
- Simm, J.D., Brampton, A.H., Beech, N.W. and J.S. Brooke (1996), Beach management manual, CIRIA *Technical Report 153, CIRIA, UK*.
- Sleath, J.F.A. (1970), Velocity measurements close to the bed in a wave tank, J. Fluid Mech. 42,111.
- Sleath, J.F.A. (1984), Measurements of mass transport over a rough bed, *Proc. 19th Int. Conf. Coastal Eng., ASCE*, 1149-1160.
- Sleath, J.F.A. (1987), Turbulent oscillatory flow over rough beds, J. Fluid Mech.182 (46),369-409
- Soulsby, R.L.,(1997), Dynamics of Marine Sands, *Technical Report SR 351*, *HR Wallingford*.
- Soulsby, R.L. and Whitehouse, R.J.S.W. (1997), Threshold of sediment motion in coastal environments, *Proc. Pacific Coasts and Ports '97 Conference, Christchurch*, 149-154.

- Sumer, B.M. and Fredsoe, J. (1989), Turbulent oscillatory boundary layer at high Reynolds numbers, *J. Fluid Mech* 206, 265.
- Sumer, B.M., Laureen, T.S. and J. Fredsoe (1993), Wave Boundary layer in a convergent tunnel, *Coastal engineering*, *ASCE*, 1149-1160.
- Sunamura, T. and Horikawa, K. (1974), Two-dimensional Beach Transformation Due to Waves, *Proceedings of the 14th Conference on Coastal Engineering*,920-938.
- Sunamura, T and Takeda, I. (1984). Landward migration of inner bars. Hydrodinamics and sedimentation in wave-dominated costal environments. *Marine Geology* 60, 63-78.
- Svendsen, I.A. and Jonsson, I.G. (1980), Hydrodynamics of Coastal Regions, *University* of Denmark.
- Swart, D.H. (1974), A schematization of onshore-offshore transport, *Proc. 14th International Conference on Coastal Engineering*, 884-900.
- Symonds, G., Huntley, D.A. and A.J. Bowen (1982), Two-dimensional surf beat: long wave generation by a time-varying breakpoint, *J. Geophys. Res.* 87, 492-498.
- Trowbridge, J. and Madsen, O.S. (1984), Turbulent wave boundary layers. 1. Model formulation and First-order solution, *J. Geoph. Res.* 89, 7989-7997.
- Trowbridge, J. and Madsen, O.S. (1984), Turbulent wave boundary layers. 1. Second order theory and mass transport, *J. Geoph. Res.* 89, 7999-8007.
- Tucker, M.J. (1950), Surf Beat: sea wave of 1 to 5 min. Period, *Proc. R. Soc. London*, Ser. A 202, 565-573.
- Umeyema, M. (2005), Reynolds stresses and velocity distributions in a wave-current coexisting environment, J. Waterw, Port, Coast., and Oc. Eng. 131 (5), 203-212.
- Van Doorn, T. (1981), Experimental investigation of near-bottom velocities in water waves without and with a current, report M1423, *Part 1, Delft Hydraulics Lab., Delft, the Netherlands.*
- Van Doorn T. and Godefroy H.W.H.E.(1978), Experimental investigation of the bottom boundary layer under periodic progressive water waves, *M1362 part I, Delft Hydraul., Delft, Netherlands*
- Van Rijn, L.C. (1990), Handbook Sediment Transport by Currents and Waves, *Delft Hydraulics, Technical Report* H461.
- Vardeman, S.B. (1994), Statistics for engineering problem solving, *PWS Publishing Company, Boston.*
- Vincent, C.E., and Hanes D.M.(2002), The accumulation and decay of near-bed suspended sand concentration due to waves and wave groups, *Cont. Shelf Res.* 22 (14),1987-2000.
- Werner, B.T., and Fink, T.M. (1993), Beach cusps as self-organised patterns, *Science* 260, 968–971.

- Whiteman, C. D. (2000), Mountain Meteorology: Fundamentals and Applications, *Oxford University Press*, New York, 355pp.
- Wright, L.D. and Short, A.D. (1984), Morphodynamic variability of surf zones and beaches: a synthesis, *Marine Geology* 56, 93-118.
- Woodroffe, C.D. (2007), The Natural Resilience of Coastal System: Primary Concepts, http://ro.ouw.edu.au/scipapers/53

#### Anejo A

# Resolución del problema matemático: método WJKB

El problema matemático de un onda se resume como:

$$\Phi_{xx} + \Phi_{yy} + \Phi_{zz} = 0, -h \le z \le \eta$$
(A1)

$$\Phi_z = 0, z = -h \tag{A2}$$

. .

$$\Phi_{tt} + \left(\vec{\mathcal{U}}\right)^2_{\ t} + \frac{1}{2}\vec{\mathcal{U}}\nabla\left(\left(\vec{\mathcal{U}}\right)^2\right) + g\Phi_z - C_t = 0, \ z = \eta$$
(A3)

$$-\Phi_{t} - \frac{1}{2} (\vec{\mathcal{U}})^{2} + C(t) = g\eta, \ z = \eta$$
(A4)

La técnica empleada para resolver el problema matemático tiene que considerar que la superficie libre se desconoce a priori y que el problema no es lineal.

Se aplica un desarrollo en serie de Taylor hasta el segundo orden a las ecuaciones (A3) y (A4) empleando la siguiente fórmula:

$$( )_{z=\eta} = ( )_{z=0} + \eta \frac{\partial}{\partial z} ( )_{z=0} + \frac{\eta^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} ( )_{z=0} + \cdots$$
(A5)  
$$(\Phi_{tt} + g\Phi_z)|_{z=0} + \eta [(\Phi_{tt} + g\Phi_z)_z]|_{z=0} + \frac{\eta^2}{2} [(\Phi_{tt} + g\Phi_z)_{zz}]|_{z=0} + (\vec{u})^2_{t}|_{z=0} + \eta (\vec{u})^2_{tz}|_{z=0} + \frac{1}{2} \vec{u} \nabla ((\vec{u})^2)|_{z=0} - C_t = 0, \ z = 0$$
(A6)

$$g\eta = -\Phi_{t}|_{z=0} - \eta \Phi_{tz}|_{z=0} - \frac{\eta^{2}}{2} \Phi_{tzz}|_{z=0} - \frac{1}{2} \left(\vec{\mathcal{U}}\right)^{2}|_{z=0} - \frac{1}{2} \eta \left(\vec{\mathcal{U}}\right)^{2}|_{z=0} + C, z = 0$$
(A7)

Las condiciones cinemáticas y dinámicas en z=0 se completan con la ecuación de Laplace:

$$\Phi_{xx} + \Phi_{yy} + \Phi_{zz} = 0, -h \le z \le 0$$
(A8)

Y con la condición cinemática en el fondo:

$$\Phi_z = 0, z = -h \tag{A9}$$

Un flujo oscilatorio de múltiple escala se estudia adoptando el método WJKB o WKB. El método de resolución se basa en lo siguiente:

El potencial total se obtiene como desarrollo de potenciales parciales en función de un parámetro pequeño  $\varepsilon$ :

$$\Phi = \varepsilon \Phi_1 + \varepsilon^2 \Phi_2 + \cdots$$
 (A10)

Se supone que el tren modulado de ondas está formado por un tren trasportador con frecuencia  $\omega$  y numero de onda *k* y una modulación con escalas de longitud y tiempo que, al menos , son de orden  $0(\varepsilon)x$ ,  $0(\varepsilon)y$ ,  $0(\varepsilon)t$ .

Para esto las variables x, y, t se pueden escribir como:

$$x = x + \varepsilon x + \varepsilon^2 x + \dots = x + X_1 + X_2 + \dots$$
(A11)  

$$y = y + \varepsilon y + \varepsilon^2 y + \dots = y + Y_1 + Y_2 + \dots$$

$$(A12)$$

$$t = t + \varepsilon t + \varepsilon^2 t + \dots = t + T_1 + T_2 + \dots$$
(A13)

Para esto la ecuación de Laplace se puede escribir con las derivadas parciales algebraicamente desarrollada según las ecuaciones:

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial X_1} \frac{\partial X_1}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial X_2} \frac{\partial X_2}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial X_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial X_2}$$
(A14)

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial x} = \left(\frac{\partial}{\partial x} + \varepsilon\frac{\partial}{\partial X_1} + \varepsilon^2\frac{\partial}{\partial X_2}\right)\left(\frac{\partial}{\partial x} + \varepsilon\frac{\partial}{\partial X_1} + \varepsilon^2\frac{\partial}{\partial X_2}\right)$$
$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \varepsilon\frac{\partial}{\partial X_1}\frac{\partial}{\partial x} + \varepsilon^2\frac{\partial}{\partial X_2}\frac{\partial}{\partial x} + \varepsilon\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial X_1} + \varepsilon^2\frac{\partial^2}{\partial X_1^2} + \varepsilon^3\frac{\partial}{\partial X_2}\frac{\partial}{\partial X_1} + \varepsilon^2\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial X_2} + \varepsilon^3\frac{\partial}{\partial X_2}\frac{\partial}{\partial X_1} + \varepsilon^2\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial X_2} + \varepsilon^3\frac{\partial}{\partial X_2}\frac{\partial}{\partial X_1} + \varepsilon^4\frac{\partial^2}{\partial X_2^2}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial X_1} \frac{\partial}{\partial x} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial X_2} \frac{\partial}{\partial x} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial X_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2}{\partial X_1^2} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial X_2} + O(\varepsilon^3)$$
(A15)

La ecuación de Laplace se queda en:

$$\Phi_{xx} + \varepsilon \Phi_{X_1x} + \varepsilon^2 \Phi_{X_2x} + \varepsilon \Phi_{xX_1} + \varepsilon^2 \Phi_{X_1X_1} + \varepsilon^2 \Phi_{xX_2} + \Phi_{yy} + \varepsilon \Phi_{Y_1y} + \varepsilon^2 \Phi_{Y_2y} + \varepsilon \Phi_{yY_1} + \varepsilon^2 \Phi_{Y_1Y_1} + \varepsilon^2 \Phi_{Y_2y} + \Phi_{zz} + O(\varepsilon^3) = 0, -h \le z \le 0$$
(A16)

Sustituyendo en la ecuación (A16) el desarrollo de potenciales parciales de la ecuación (A20) se obtiene:

$$\varepsilon \Phi_{1xx} + \varepsilon^{2} \Phi_{2xx} + \varepsilon^{3} \Phi_{3xx} + \varepsilon^{2} \Phi_{1X_{1}x} + \varepsilon^{3} \Phi_{2X_{1}x} + \varepsilon^{3} \Phi_{1X_{2}x} + \varepsilon^{2} \Phi_{1xX_{1}} + \varepsilon^{3} \Phi_{2xX_{1}} + \varepsilon^{3} \Phi_{1xX_{2}x} + \varepsilon^{3} \Phi_{1xX_{2}x} + \varepsilon^{3} \Phi_{1xX_{2}x} + \varepsilon^{3} \Phi_{2xX_{1}} + \varepsilon^{3} \Phi_{1xX_{2}x} + \varepsilon^{3} \Phi_{1xX_{2}x} + \varepsilon^{3} \Phi_{1xX_{2}x} + \varepsilon^{3} \Phi_{2xX_{1}} + \varepsilon^{3} \Phi_{1xX_{2}x} + \varepsilon^{3} \Phi_{1xX_{2}x} + \varepsilon^{3} \Phi_{2xX_{1}} + \varepsilon^{3} \Phi_{1xX_{2}x} + \varepsilon^{3} \Phi_{1xX_{2}x} + \varepsilon^{3} \Phi_{2xX_{1}} + \varepsilon^{3} \Phi_{1xX_{2}x} + \varepsilon^{3} \Phi_{1xX_{2}x} + \varepsilon^{3} \Phi_{2xX_{1}} + \varepsilon^{3} \Phi_{2xX_{1}} + \varepsilon^{3} \Phi_{1xX_{2}x} + \varepsilon^{3} \Phi_{2xX_{1}} + \varepsilon^{3} \Phi_{2xX_{1}} + \varepsilon^{3} \Phi_{1xX_{2}x} + \varepsilon^{3} \Phi_{2xX_{1}} + \varepsilon^{3} \Phi_{2xX_{1}} + \varepsilon^{3} \Phi_{1xX_{2}} + \varepsilon^{3} \Phi_{2xX_{1}} + \varepsilon^{3}$$

Valen las relaciones:

$$\Phi_{xX_i} = \Phi_{X_ix} , i = 1, 2, 3, \dots$$
(A18)

$$\Phi_{yY_i} = \Phi_{Y_iy} , i = 1, 2, 3, \dots$$
(A19)

Agrupando los términos se obtiene:

$$\varepsilon (\Phi_{1xx} + \Phi_{1yy} + \Phi_{1zz}) + \varepsilon^{2} (\Phi_{2xx} + 2\Phi_{1xX_{1}} + \Phi_{2yy} + 2\Phi_{1yY_{1}} + \Phi_{2zz}) +$$

$$+ \varepsilon^{3} (\Phi_{3xx} + 2\Phi_{2xX_{1}} + \Phi_{1X_{1}X_{1}} + 2\Phi_{1xX_{2}} + \Phi_{3yy} + 2\Phi_{2xX_{1}} + \Phi_{1X_{1}X_{1}} + 2\Phi_{1xX_{2}} +$$

$$+ \Phi_{3zz}) +$$

$$+ O(\varepsilon^{4}) = 0, -h \le z \le 0$$
(A20)

La ecuación de Laplace se puede escribir en forma general como:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \Phi_n = F_n , n = 1,2,3, \dots, -h \le z \le 0$$
(A21)

Entonces:

$$\mathbf{n} = \mathbf{1} \leftrightarrow \mathbf{0}(\varepsilon) \rightarrow \Phi_{1xx} + \Phi_{1yy} + \Phi_{1zz} = F_1 , F_1 = \mathbf{0}$$
(A22)

$$n = 2 \leftrightarrow 0(\varepsilon^{2}) \rightarrow \Phi_{2xx} + \Phi_{2yy} + \Phi_{2zz} = F_{2}, F_{2} = -(2\Phi_{1xX_{1}} + 2\Phi_{1yY_{1}})$$
(A23)  

$$n = 3 \leftrightarrow 0(\varepsilon^{3}) \rightarrow \Phi_{3xx} + \Phi_{3yy} + \Phi_{3zz} = F_{3},$$

$$F_{3} = -(2\Phi_{2xX_{1}} + \Phi_{1X_{1}X_{1}} + 2\Phi_{1xX_{2}} + 2\Phi_{2xX_{1}} + \Phi_{1X_{1}X_{1}} + 2\Phi_{1xX_{2}})$$
(A24)

Análogamente sustituyendo en la ecuación (A9) el desarrollo de potenciales parciales de la ecuación (A10) se obtiene que la condición cinemática en el fondo queda como:

$$\varepsilon \Phi_{1z} + \varepsilon^2 \Phi_{2z} + \varepsilon^3 \Phi_{3z} = 0 , z = -h$$
 (A25)

Entonces la ecuación (49) se puede escribir de forma general como:

$$\Phi_{\rm nz} = 0$$
, n = 1,2,3, ..., z = -h (A26)

Entonces:

$$n = 1 \leftrightarrow 0(\varepsilon) \rightarrow \Phi_{1z} = 0$$
 (A27)

$$n = 2 \leftrightarrow 0(\varepsilon^2) \rightarrow \Phi_{2z} = 0$$
 (A28)

$$n = 3 \leftrightarrow 0(\varepsilon^3) \rightarrow \Phi_{3z} = 0 \tag{A29}$$

La condición de contorno combinada en la superficie libre se puede escribir según la ecuación (A6) donde conviene considerar cada termino de la ecuación por separado:

$$\underbrace{(\Phi_{tt} + g\Phi_{z})|_{z=0}}_{M1} + \underbrace{\eta[(\Phi_{tt} + g\Phi_{z})_{z}]|_{z=0}}_{M2} + \underbrace{\frac{\eta^{2}}{2}[(\Phi_{tt} + g\Phi_{z})_{zz}]|_{z=0}}_{M3} + \underbrace{(\vec{U})^{2}_{t}|_{z=0}}_{M4} + \underbrace{\eta(\vec{U})^{2}_{tz}|_{z=0}}_{M5} + \underbrace{\frac{1}{2}\vec{U}\nabla((\vec{U})^{2})|_{z=0}}_{M6} - \underbrace{C_{t}}_{M7} = 0, \ z = 0$$

$$0$$
(A30)

El término  $\Phi_{tt}$  tiene que ser escrito en función de la formula:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial T_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial T_2}\right) \left(\frac{\partial}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial T_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial T_2}\right) =$$
$$= \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} + 2\varepsilon \frac{\partial}{\partial T_1} \frac{\partial}{\partial t} + 2\varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial T_2} \frac{\partial}{\partial t} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial T_1} \frac{\partial}{\partial T_1} + 2\varepsilon^3 \frac{\partial}{\partial T_1} \frac{\partial}{\partial T_2} +$$
$$\varepsilon^4 \frac{\partial}{\partial T_2} \frac{\partial}{\partial T_2} \qquad (A31)$$

Entonces el término M1 resulta:

$$\begin{aligned} (\Phi_{tt} + g\Phi_z)|_{z=0} &= \Phi_{tt} + 2\varepsilon \,\Phi_{tT_1} + 2\varepsilon^2 \,\Phi_{tT_2} + \varepsilon^2 \,\Phi_{T_1T_1} + 2\varepsilon^3 \,\Phi_{T_1T_2} + \\ &+ \varepsilon^4 \,\Phi_{T_2T_2} + g\Phi_z \end{aligned} \tag{A32}$$

Si análogamente se sustituye en la ecuación (A32) el desarrollo de potenciales parciales de la ecuación (A10) se obtiene:

$$\varepsilon \Phi_{1tt} + \varepsilon^{2} \Phi_{2tt} + \varepsilon^{3} \Phi_{3tt} + 2\varepsilon^{2} \Phi_{1tT_{1}} + 2\varepsilon^{3} \Phi_{2tT_{1}} + 2\varepsilon^{3} \Phi_{1tT_{2}} + \varepsilon^{3} \Phi_{1T_{1}T_{1}} + \varepsilon g \Phi_{1z} + \varepsilon^{2} g \Phi_{2z} + \varepsilon^{3} g \Phi_{3z} = \varepsilon (\Phi_{1tt} + g \Phi_{1z}) + \varepsilon^{2} (\Phi_{2tt} + 2 \Phi_{1tT_{1}} + g \Phi_{2z}) + \varepsilon^{3} (\Phi_{3tt} + 2\Phi_{2tT_{1}} + 2 \Phi_{1tT_{2}} + \Phi_{1T_{1}T_{1}} + g \Phi_{3z})$$
(A33)

La condición combinada en la superficie libre se puede escribir como:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + g \frac{\partial}{\partial z}\right) \Phi_n = G_n, n = 1, 2, 3, \dots, z = 0$$
(A34)

Y por esto la contribución a la condición combinada (A34) que viene de M1 resulta:

$$\mathbf{n} = \mathbf{1} \leftrightarrow \mathbf{0}(\varepsilon) \rightarrow \Phi_{1\mathrm{tt}} + g\Phi_{1\mathrm{z}} = \mathbf{G}_{1}, (\mathbf{G}_{1})_{\mathrm{M1}} = \mathbf{0}$$
(A35)

$$n = 2 \leftrightarrow 0(\varepsilon^{2}) \rightarrow \Phi_{2tt} + g\Phi_{2z} = G_{2}, (G_{2})_{M1} = -2 \Phi_{1tT_{1}}$$
(A36)  

$$n = 3 \leftrightarrow 0(\varepsilon^{3}) \rightarrow \Phi_{3tt} + g\Phi_{3z} = G_{3},$$
  

$$(G_{3})_{M1} = -(2\Phi_{2tT_{1}} + 2 \Phi_{1tT_{2}} + \Phi_{1T_{1}T_{1}})$$

(A37)

el término M2 resulta:

$$\begin{split} \eta[(\Phi_{tt} + g\Phi_{z})_{z}]|_{z=0} &= \\ &= (\varepsilon\eta_{1} + \varepsilon^{2}\eta_{2})\varepsilon(\Phi_{1tt} + g\Phi_{1z})_{z} + (\varepsilon\eta_{1} + \varepsilon^{2}\eta_{2})\varepsilon^{2}(\Phi_{2tt} + 2\Phi_{1tT_{1}} + g\Phi_{2z})_{z} + \\ &+ (\varepsilon\eta_{1} + \varepsilon^{2}\eta_{2})\varepsilon^{3}(\Phi_{3tt} + 2\Phi_{2tT_{1}} + 2\Phi_{1tT_{2}} + \Phi_{1T_{1}T_{1}} + g\Phi_{3z})_{z} = \\ &\varepsilon^{2}(\eta_{1} + \varepsilon\eta_{2})(\Phi_{1tt} + g\Phi_{1z})_{z} + \varepsilon^{3}(\eta_{1} + \varepsilon\eta_{2})(\Phi_{2tt} + 2\Phi_{1tT_{1}} + g\Phi_{2z})_{z} = \\ &\varepsilon^{2}\eta_{1}(\Phi_{1tt} + g\Phi_{1z})_{z} + \varepsilon^{3}\left[\eta_{2}(\Phi_{1tt} + g\Phi_{1z})_{z} + \eta_{1}(\Phi_{2tt} + 2\Phi_{1tT_{1}} + g\Phi_{2z})_{z}\right] \end{split}$$
(A38)

Y por esto la contribución a la condición combinada (A34) que viene de M2 resulta:

$$\mathbf{n} = \mathbf{1} \leftrightarrow \mathbf{0}(\varepsilon) \rightarrow \Phi_{1\mathrm{tt}} + \mathbf{g}\Phi_{1\mathrm{z}} = \mathbf{G}_1, (\mathbf{G}_1)_{\mathrm{M2}} = \mathbf{0}$$
(A39)

$$n = 2 \leftrightarrow 0(\varepsilon^{2}) \rightarrow \Phi_{2tt} + g\Phi_{2z} = G_{2}, (G_{2})_{M2} = -\eta_{1}(\Phi_{1tt} + g\Phi_{1z})_{z}$$
(A40)  
$$n = 3 \leftrightarrow 0(\varepsilon^{3}) \rightarrow \Phi_{3tt} + g\Phi_{3z} = G_{3},$$
$$(G_{3})_{M2} = -\left[\eta_{2}(\Phi_{1tt} + g\Phi_{1z})_{z} + \eta_{1}(\Phi_{2tt} + 2\Phi_{1tT_{1}} + g\Phi_{2z})_{z}\right]$$
(A41)

el término M3 resulta:

$$\frac{\eta^2}{2} \left[ (\Phi_{\rm tt} + g \Phi_z)_{zz} \right] \Big|_{z=0} = \varepsilon^3 \frac{1}{2} \eta_1^2 (\Phi_{\rm 1tt} + g \Phi_{\rm 1z})_{zz}$$
(A42)

Y por esto la contribución a la condición combinada (A34) que viene de M3 resulta:

$$n = 1 \leftrightarrow 0(\varepsilon) \rightarrow \Phi_{1tt} + g\Phi_{1z} = G_1, (G_1)_{M3} = 0$$
(A43)
$$n = 2 \leftrightarrow 0(\varepsilon^2) \rightarrow \Phi_1 + g\Phi_2 = G_2, (G_2)_{M3} = 0$$

$$n = 2 \leftrightarrow 0(\varepsilon^2) \rightarrow \Phi_{2tt} + g\Phi_{2z} = G_2, (G_2)_{M3} = 0$$
(A44)
$$n = 2 \leftrightarrow 0(\varepsilon^3) \rightarrow \Phi_{2tt} + g\Phi_{2z} = C$$

$$n = 3 \leftrightarrow 0(\varepsilon^{2}) \rightarrow \Phi_{3tt} + g\Phi_{3z} = G_{3},$$

$$(G_{3})_{M3} = -\frac{1}{2}\eta_{1}^{2}(\Phi_{1tt} + g\Phi_{1z})_{zz}$$
(A45)

El término M4 resulta:

$$\left(\vec{\mathcal{U}}\right)_{t}^{2}\Big|_{z=0} = \left(\Phi_{x}^{2} + \Phi_{y}^{2} + \Phi_{z}^{2}\right)_{t} = 2\Phi_{x}\Phi_{xt} + 2\Phi_{y}\Phi_{yt} + 2\Phi_{z}\Phi_{zt}$$
(A46)

Donde aplicando la formulas:

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial X_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial X_2}$$
(A47)
$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial T_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial T_2}$$
(A48)

Y el producto de (A47) y (A48):

$$\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial t} = \left(\frac{\partial}{\partial x} + \varepsilon\frac{\partial}{\partial X_1} + \varepsilon^2\frac{\partial}{\partial X_2}\right)\left(\frac{\partial}{\partial t} + \varepsilon\frac{\partial}{\partial T_1} + \varepsilon^2\frac{\partial}{\partial T_2}\right) =$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial t} + \varepsilon\frac{\partial}{\partial T_1}\frac{\partial}{\partial x} + \varepsilon^2\frac{\partial}{\partial T_2}\frac{\partial}{\partial x} + \varepsilon\frac{\partial}{\partial X_1}\frac{\partial}{\partial t} + \varepsilon^2\frac{\partial}{\partial X_1}\frac{\partial}{\partial T_1} + \varepsilon^3\frac{\partial}{\partial X_1}\frac{\partial}{\partial T_2} + \varepsilon^2\frac{\partial}{\partial X_2}\frac{\partial}{\partial t} + \varepsilon^3\frac{\partial}{\partial X_2}\frac{\partial}{\partial T_1} + \varepsilon^4\frac{\partial}{\partial X_2}\frac{\partial}{\partial T_2}$$

$$(A49)$$

Se obtiene:

$$\left(\vec{\mathcal{U}}\right)_{t}^{2}\Big|_{z=0} =$$

$$= 2(\Phi_{x} + \varepsilon \Phi_{X_{1}})(\Phi_{xt} + \varepsilon \Phi_{xT_{1}} + \varepsilon \Phi_{tX_{1}}) +$$

$$2(\Phi_{y} + \varepsilon \Phi_{Y_{1}})(\Phi_{yt} + \varepsilon \Phi_{yT_{1}} + \varepsilon \Phi_{tY_{1}}) + 2\Phi_{z}(\Phi_{t} + \varepsilon \Phi_{T_{1}})_{z} =$$

$$= 2(\Phi_{x}\Phi_{xt} + \varepsilon \Phi_{x}\Phi_{xT_{1}} + \varepsilon \Phi_{tX_{1}}\Phi_{x} + \varepsilon \Phi_{X_{1}}\Phi_{xt}) +$$

$$+ 2(\Phi_{y}\Phi_{yt} + \varepsilon \Phi_{y}\Phi_{yT_{1}} + \varepsilon \Phi_{tY_{1}}\Phi_{y} + \varepsilon \Phi_{Y_{1}}\Phi_{yt}) + 2\Phi_{z}(\Phi_{t} + \varepsilon \Phi_{T_{1}})_{z}$$
(A50)

Si análogamente se sustituye en la ecuación (A50) el desarrollo de potenciales parciales de la ecuación (A10) se obtiene:

$$= 2\{ [(\varepsilon\Phi_{1x} + \varepsilon^{2}\Phi_{2x})(\varepsilon\Phi_{1xt} + \varepsilon^{2}\Phi_{2xt}) + \varepsilon(\varepsilon\Phi_{1x} + \varepsilon^{2}\Phi_{2x})(\varepsilon\Phi_{1xT_{1}} + \varepsilon^{2}\Phi_{2xT_{1}}) \\ + \varepsilon(\varepsilon\Phi_{1x} + \varepsilon^{2}\Phi_{2x})(\varepsilon\Phi_{1tX_{1}} + \varepsilon^{2}\Phi_{2tX_{1}}) \\ + \varepsilon(\varepsilon\Phi_{1x_{1}} + \varepsilon^{2}\Phi_{2x_{1}})(\varepsilon\Phi_{1xt} + \varepsilon^{2}\Phi_{2xt})] \} + \\ + 2\{ [(\varepsilon\Phi_{1y} + \varepsilon^{2}\Phi_{2y})(\varepsilon\Phi_{1yt} + \varepsilon^{2}\Phi_{2yt}) + \varepsilon(\varepsilon\Phi_{1y} + \varepsilon^{2}\Phi_{2y})(\varepsilon\Phi_{1yT_{1}} + \varepsilon^{2}\Phi_{2yT_{1}}) \\ + \varepsilon(\varepsilon\Phi_{1y} + \varepsilon^{2}\Phi_{2y})(\varepsilon\Phi_{1tY_{1}} + \varepsilon^{2}\Phi_{2tY_{1}}) \\ + \varepsilon(\varepsilon\Phi_{1y} + \varepsilon^{2}\Phi_{2y_{1}})(\varepsilon\Phi_{1yt} + \varepsilon^{2}\Phi_{2yt})] \} + \\ + 2(\varepsilon\Phi_{1z} + \varepsilon^{2}\Phi_{2z})(\varepsilon\Phi_{1t} + \varepsilon^{2}\Phi_{2t} + \varepsilon^{2}\Phi_{1T_{1}})_{z} = \\ = 2\varepsilon^{2}\Phi_{1x}\Phi_{1xt} + 2\varepsilon^{3}\Phi_{1x}\Phi_{2xt} + 2\varepsilon^{3}\Phi_{2x}\Phi_{1xt} + 2\varepsilon^{3}\Phi_{1x}\Phi_{1xT_{1}} + 2\varepsilon^{3}\Phi_{1x}\Phi_{1tX_{1}} \\ + 2\varepsilon^{3}\Phi_{1x}\Phi_{1xt} + 2\varepsilon^{2}\Phi_{1y}\Phi_{1yt} + 2\varepsilon^{3}\Phi_{1y}\Phi_{2yt} + 2\varepsilon^{3}\Phi_{2y}\Phi_{1yt} \\ + 2\varepsilon^{3}\Phi_{1y}\Phi_{1yT_{1}} + 2\varepsilon^{3}\Phi_{1z}\Phi_{1zT_{1}} + 2\varepsilon^{3}\Phi_{2z}\Phi_{1zt} = \\ = \varepsilon^{2}2(\Phi_{1x}\Phi_{1xt} + \Phi_{1y}\Phi_{1yt} + \Phi_{1z}\Phi_{1zt}) +$$

 $+\varepsilon^{3}2(\Phi_{1x}\Phi_{2xt} + \Phi_{2x}\Phi_{1xt} + \Phi_{1x}\Phi_{1xT_{1}} + \Phi_{1x}\Phi_{1tX_{1}} + \Phi_{1X_{1}}\Phi_{1xt} + \Phi_{1y}\Phi_{2yt} + \Phi_{2y}\Phi_{1yt} + \Phi_{1y}\Phi_{1yT_{1}} + \Phi_{1y}\Phi_{1tY_{1}} + \Phi_{1Y_{1}}\Phi_{1yt} + \Phi_{1z}\Phi_{2zt} + \Phi_{1z}\Phi_{1zT_{1}} + \Phi_{2z}\Phi_{1zt})$ (A51)

Y por esto la contribución a la condición combinada (A34) que viene de M4 resulta:

$$n = 1 \leftrightarrow 0(\varepsilon) \rightarrow \Phi_{1tt} + g\Phi_{1z} = G_1, (G_1)_{M4} = 0$$
(A52)

$$n = 2 \leftrightarrow 0(\varepsilon^{2}) \rightarrow \Phi_{2tt} + g\Phi_{2z} = G_{2}, (G_{2})_{M4} = -2(\Phi_{1x}\Phi_{1xt} + \Phi_{1y}\Phi_{1yt} + \Phi_{1z}\Phi_{1zt})$$

$$=$$

$$= -\left[(\Phi_{1x})^{2} + (\Phi_{1y})^{2} + (\Phi_{1z})^{2}\right]_{t}$$
(A53)

 $\mathbf{n} = \mathbf{3} \leftrightarrow \ \mathbf{0}(\varepsilon^3) \rightarrow \ \Phi_{3\mathrm{tt}} + \mathbf{g} \Phi_{3\mathrm{z}} = \mathbf{G}_3,$ 

 $(G_3)_{M4} = -2(\Phi_{1x}\Phi_{2xt} + \Phi_{2x}\Phi_{1xt} + \Phi_{1x}\Phi_{1xT_1} + \Phi_{1x}\Phi_{1tX_1} + \Phi_{1X_1}\Phi_{1xt} + \Phi_{1y}\Phi_{2yt} + \Phi_{2y}\Phi_{1yt} + \Phi_{1y}\Phi_{1yT_1} + \Phi_{1y}\Phi_{1tY_1} + \Phi_{1Y_1}\Phi_{1yt} + \Phi_{1z}\Phi_{2zt} + \Phi_{1z}\Phi_{1zT_1} + \Phi_{2z}\Phi_{1zt})$ (A54)

El término M5 resulta una vez aplicado el desarrollo de potenciales parciales:

$$\eta\left(\vec{\mathcal{U}}\right)^{2}_{tz}\Big|_{z=0} = 2\eta_{1}\varepsilon^{3}\left(\Phi_{1x}\Phi_{1xt} + \Phi_{1y}\Phi_{1yt} + \Phi_{1z}\Phi_{1zt}\right)_{z}$$

Y por esto la contribución a la condición combinada (A34) que viene de M5 resulta:

$$n = 1 \leftrightarrow 0(\varepsilon) \rightarrow \Phi_{1tt} + g\Phi_{1z} = G_1, (G_1)_{M5} = 0$$
(A55)

$$n = 2 \leftrightarrow 0(\varepsilon^2) \rightarrow \Phi_{2tt} + g\Phi_{2z} = G_2, (G_2)_{M5} = 0$$
(A56)

$$n = 3 \leftrightarrow 0(\varepsilon^{3}) \rightarrow \Phi_{3tt} + g\Phi_{3z} = G_{3},$$

$$(G_{3})_{M5} = -2\eta_{1} (\Phi_{1x}\Phi_{1xt} + \Phi_{1y}\Phi_{1yt} + \Phi_{1z}\Phi_{1zt})_{z} =$$

$$= -\eta_{1} \left[ (\Phi_{1x})^{2} + (\Phi_{1y})^{2} + (\Phi_{1z})^{2} \right]_{zt}$$
(A57)

El término M6 se puede escribir como:

$$\frac{1}{2}\vec{\mathcal{U}}\nabla\left(\left(\vec{\mathcal{U}}\right)^{2}\right)\Big|_{z=0} = \frac{1}{2}\left(\Phi_{x}\frac{\partial}{\partial x} + \Phi_{y}\frac{\partial}{\partial y} + \Phi_{z}\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(\Phi_{x}^{2} + \Phi_{y}^{2} + \Phi_{z}^{2}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\Phi_{x}\left(\frac{\partial}{\partial x} + \varepsilon\frac{\partial}{\partial X_{1}} + \varepsilon^{2}\frac{\partial}{\partial X_{2}}\right) + \varepsilon\Phi_{X_{1}}\left(\frac{\partial}{\partial x} + \varepsilon\frac{\partial}{\partial X_{1}} + \varepsilon^{2}\frac{\partial}{\partial X_{2}}\right) + \Phi_{y}\left(\frac{\partial}{\partial y} + \varepsilon\frac{\partial}{\partial Y_{1}} + \varepsilon^{2}\frac{\partial}{\partial Y_{2}}\right) + \varepsilon\Phi_{Y_{1}}\left(\frac{\partial}{\partial y} + \varepsilon\frac{\partial}{\partial Y_{1}} + \varepsilon^{2}\frac{\partial}{\partial Y_{2}}\right) + \Phi_{z}\frac{\partial}{\partial z}\right) *$$

$$*\left[\left(\Phi_{x} + \varepsilon\Phi_{X_{1}} + \varepsilon^{2}\Phi_{X_{2}}\right)^{2} + \left(\Phi_{y} + \varepsilon\Phi_{Y_{1}} + \varepsilon^{2}\Phi_{Y_{2}}\right)^{2} + \Phi_{zz}^{2}\right]$$
(A58)

Si análogamente se sustituye en la ecuación (A58) el desarrollo de potenciales parciales de la ecuación (A10) se obtiene:

$$\frac{1}{2}\vec{\mathcal{U}}\nabla\left(\left(\vec{\mathcal{U}}\right)^{2}\right)\Big|_{z=0} = \frac{1}{2}\varepsilon^{3}\left(\Phi_{1x}\frac{\partial}{\partial x} + \Phi_{1y}\frac{\partial}{\partial y} + \Phi_{1z}\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(\Phi_{1x}^{2} + \Phi_{1y}^{2} + \Phi_{1z}^{2}\right)$$

Y por esto la contribución a la condición combinada (A34) que viene de M6 resulta:

$$n = 1 \leftrightarrow 0(\varepsilon) \rightarrow \Phi_{1tt} + g\Phi_{1z} = G_1, (G_1)_{M6} = 0$$
(A59)

$$n = 2 \leftrightarrow 0(\varepsilon^{2}) \rightarrow \Phi_{2tt} + g\Phi_{2z} = G_{2}, (G_{2})_{M6} = 0$$
(A60)
$$n = 3 \leftrightarrow 0(\varepsilon^{3}) \rightarrow \Phi_{3tt} + g\Phi_{3z} = G_{3},$$

$$(G_{3})_{M6} = -\frac{1}{2} \Big( \Phi_{1x} \frac{\partial}{\partial x} + \Phi_{1y} \frac{\partial}{\partial y} + \Phi_{1z} \frac{\partial}{\partial z} \Big) \Big( \Phi_{1x}^{2} + \Phi_{1y}^{2} + \Phi_{1z}^{2} \Big)$$
(A61)

El término M7 se puede escribir como:

$$C_t = C_t + \varepsilon C_{T_1} + \varepsilon^2 C_{T_2} \tag{A62}$$

Si se sustituye en la ecuación (A62) el desarrollo de potenciales parciales de la ecuación (A10) se obtiene:

$$C_t = \varepsilon C_{1t} + \varepsilon^2 C_{2t} + \varepsilon^2 C_{1T_1} + \varepsilon^3 C_{3t} + \varepsilon^3 C_{2T_1} + \varepsilon^3 C_{1T_2}$$
(A63)

Y por esto la contribución a la condición combinada (A34) que viene de M7 resulta:

$$n = 1 \leftrightarrow 0(\varepsilon) \rightarrow \Phi_{1tt} + g\Phi_{1z} = G_1, (G_1)_{M7} = C_{1t}$$
(A64)
$$n = 2 \leftrightarrow 0(\varepsilon^2) \rightarrow \Phi_{2tt} + g\Phi_{2z} = G_2, (G_2)_{M7} = C_{2t} + C_{1T_1}$$
(A65)
$$n = 3 \leftrightarrow 0(\varepsilon^3) \rightarrow \Phi_{3tt} + g\Phi_{3z} = G_3,$$
(G\_3)<sub>M7</sub> =  $C_{3t} + C_{2T_1} + C_{1T_2}$ 
(A66)

Entonces considerando las diferentes contribuciones (M1-M7) se obtiene que:

$$n = 1 \leftrightarrow 0(\varepsilon) \rightarrow \Phi_{1tt} + g\Phi_{1z} = G_1, G_1 = C_{1t}$$
(A67)

$$n = 2 \leftrightarrow 0(\varepsilon^{2}) \rightarrow \Phi_{2tt} + g\Phi_{2z} = G_{2}, G_{2} = -2 \Phi_{1tT_{1}} - \eta_{1}(\Phi_{1tt} + g\Phi_{1z})_{z} - \left[(\Phi_{1x})^{2} + (\Phi_{1y})^{2} + (\Phi_{1z})^{2}\right]_{t} + C_{2t} + C_{1T_{1}}$$
(A68)

$$n = 3 \leftrightarrow 0(\varepsilon^3) \rightarrow \Phi_{3tt} + g\Phi_{3z} = G_3,$$

$$G_{3} = -(2\Phi_{2tT_{1}} + 2\Phi_{1tT_{2}} + \Phi_{1T_{1}T_{1}}) - [\eta_{2}(\Phi_{1tt} + g\Phi_{1z})_{z} + \eta_{1}(\Phi_{2tt} + 2\Phi_{1tT_{1}} + g\Phi_{2z})_{z}] - \frac{1}{2}\eta_{1}^{2}(\Phi_{1tt} + g\Phi_{1z})_{zz} - 2(\Phi_{1x}\Phi_{2xt} + \Phi_{2x}\Phi_{1xt} + \Phi_{1x}\Phi_{1xT_{1}} + \Phi_{1x}\Phi_{1tX_{1}} + \Phi_{1x}\Phi_{1xt} + \Phi_{1y}\Phi_{2yt} + \Phi_{2y}\Phi_{1yt} + \Phi_{1y}\Phi_{1yT_{1}} + \Phi_{1y}\Phi_{1tY_{1}} + \Phi_{1Y_{1}}\Phi_{1yt} + \Phi_{1z}\Phi_{2zt} + \Phi_{1z}\Phi_{1zT_{1}} + \Phi_{2z}\Phi_{1zt}) - 2\eta_{1}(\Phi_{1x}\Phi_{1xt} + \Phi_{1y}\Phi_{1yt} + \Phi_{1z}\Phi_{1yt})_{z} - \frac{1}{2}(\Phi_{1x}\frac{\partial}{\partial x} + \Phi_{1y}\frac{\partial}{\partial y} + \Phi_{1z}\frac{\partial}{\partial z})(\Phi_{1x}^{2} + \Phi_{1y}^{2} + \Phi_{1z}^{2}) + C_{3t} + C_{2T_{1}} + C_{1T_{2}}$$
(A69)

Finalmente se puede considerar la ecuación cinemática de flujo nulo en la superficie libre, que análogamente a la condición combinada en la superficie libre se puede dividir en varios términos:

$$\overset{N1}{\widehat{g}\widehat{\eta}} = \overbrace{-\Phi_{t}|_{z=0}}^{N2} \overbrace{-\eta\Phi_{tz}|_{z=0}}^{N3} \overbrace{-\frac{\eta^{2}}{2}\Phi_{tzz}|_{z=0}}^{N4} \overbrace{-\frac{1}{2}(\vec{\mathcal{U}})^{2}|_{z=0}}^{N5} \overbrace{-\frac{1}{2}\eta(\vec{\mathcal{U}})^{2}_{z}|_{z=0}}^{N6} \overbrace{+C}^{N7}, z = (A70)$$

El término N1 se puede escribir como:

0

$$g\eta = g(\varepsilon\eta_1 + \varepsilon^2\eta_2 + \varepsilon^3\eta_3)$$

La condición cinemática de flujo cero en la superficie libre se puede escribir como:

$$-g\eta_{n} = H_{n}, n = 1, 2, 3, \dots, z = 0$$
(A71)

Y por esto la contribución a la condición cinemática en la superficie libre (A71) que viene de N1 resulta:

$$n = 1 \leftrightarrow 0(\varepsilon) \rightarrow -g\eta_1 = H_1, (H_1)_{N1} = 0$$
(A72)

$$n = 2 \leftrightarrow 0(\varepsilon^2) \rightarrow -g\eta_2 = H_2, (H_2)_{N1} = 0$$
(A73)

$$\mathbf{n} = \mathbf{3} \leftrightarrow \mathbf{0}(\varepsilon^3) \rightarrow -\mathbf{g}\eta_3 = \mathbf{H}_3, (\mathbf{H}_3)_{N1} = \mathbf{0}$$
(A74)

El término N2 se puede escribir como:

$$-\Phi_{t} = -(\Phi_{t} + \varepsilon \Phi_{T_{1}} + \varepsilon^{2} \Phi_{T_{2}})$$
(A75)

Y sustituyendo el desarrollo en potenciales parciales se obtiene:

$$-\Phi_{t} = -\left(\varepsilon\Phi_{1t} + \varepsilon^{2}\Phi_{2t} + \varepsilon^{2}\Phi_{1T_{1}} + \varepsilon^{3}\Phi_{3t} + \varepsilon^{3}\Phi_{2T_{1}} + \varepsilon^{3}\Phi_{1T_{2}}\right)$$
(A76)

Y por esto la contribución a la condición cinemática en la superficie libre (A71) que viene de N2 resulta:

$$n = 1 \leftrightarrow 0(\varepsilon) \rightarrow -g\eta_1 = H_1, (H_1)_{N2} = \Phi_{1t}$$
(A77)

$$\mathbf{n} = 2 \leftrightarrow \mathbf{0}(\varepsilon^2) \rightarrow -g\eta_2 = \mathbf{H}_2, (\mathbf{H}_2)_{\mathsf{N}2} = \Phi_{2\mathsf{t}} + \Phi_{1\mathsf{T}_1}$$
(A78)

$$n = 3 \leftrightarrow 0(\varepsilon^{3}) \rightarrow -g\eta_{3} = H_{3}, (H_{3})_{N2} = \Phi_{3t} + \Phi_{2T_{1}} + \Phi_{1T_{2}}$$
(A79)

El término N3 se puede escribir como:

$$-\eta \Phi_{tz} = -(\varepsilon \eta_1 + \varepsilon^2 \eta_2 + \varepsilon^3 \eta_3) (\varepsilon \Phi_{1t} + \varepsilon^2 \Phi_{2t} + \varepsilon^2 \Phi_{1T_1})_z =$$
$$= -(\varepsilon^2 \eta_1 \Phi_{1tz} + \varepsilon^3 \eta_1 \Phi_{2tz} + \varepsilon^3 \eta_1 \Phi_{1T_{1z}} + \varepsilon^3 \eta_2 \Phi_{1tz})$$
(A80)

Y por esto la contribución a la condición cinemática en la superficie libre (A71) que viene de N3 resulta:

$$n = 1 \leftrightarrow 0(\varepsilon) \rightarrow -g\eta_{1} = H_{1}, (H_{1})_{N3} = 0$$
(A81)
$$n = 2 \leftrightarrow 0(\varepsilon^{2}) \rightarrow -g\eta_{2} = H_{2}, (H_{2})_{N3} = \eta_{1}\Phi_{1tz}$$
(A82)
$$n = 3 \leftrightarrow 0(\varepsilon^{3}) \rightarrow -g\eta_{3} = H_{3}, (H_{3})_{N3} = \eta_{1}\Phi_{2tz} + \eta_{1}\Phi_{1T_{1z}} + \eta_{2}\Phi_{1tz}$$
(A83)

El término N4 se puede escribir como:

$$-\frac{\eta^2}{2}\Phi_{\text{tzz}} = -\frac{1}{2}\varepsilon^3\eta_1^2\Phi_{1\text{zzt}}$$
(A84)

Y por esto la contribución a la condición cinemática en la superficie libre (A71) que viene de N4 resulta:

$$n = 1 \leftrightarrow 0(\varepsilon) \rightarrow -g\eta_1 = H_1, (H_1)_{N4} = 0$$
(A85)

$$n = 2 \leftrightarrow 0(\epsilon^2) \rightarrow -g\eta_2 = H_2, (H_2)_{N4} = 0$$
 (A86)

$$n = 3 \leftrightarrow 0(\varepsilon^3) \rightarrow -g\eta_3 = H_3, (H_3)_{N4} = \frac{1}{2}\eta_1^2 \Phi_{1zzt}$$
 (A87)

El término N5 se puede escribir como:

$$-\frac{1}{2}(\vec{u})^{2} = -\frac{1}{2}(\Phi_{x}^{2} + \Phi_{y}^{2} + \Phi_{z}^{2}) =$$

$$= -\frac{1}{2}[(\epsilon\Phi_{1x} + \epsilon^{2}\Phi_{2x} + \epsilon^{2}\Phi_{1X_{1}})^{2} + (\epsilon\Phi_{1y} + \epsilon^{2}\Phi_{2y} + \epsilon^{2}\Phi_{1Y_{1}})^{2} + (\epsilon\Phi_{1z} + \epsilon^{2}\Phi_{2z})^{2}]$$

$$=$$

$$= -\frac{1}{2}(\epsilon^{2}\Phi_{1x}^{2} + 2\epsilon^{3}\Phi_{1x}\Phi_{2x} + 2\epsilon^{3}\Phi_{1x}\Phi_{1X_{1}} + \epsilon^{2}\Phi_{1y}^{2} + 2\epsilon^{3}\Phi_{1y}\Phi_{2y} + 2\epsilon^{3}\Phi_{1y}\Phi_{1Y_{1}} + \epsilon^{2}\Phi_{1z}^{2} + 2\epsilon^{3}\Phi_{1z}\Phi_{2z})$$

(A88)

Y por esto la contribución a la condición cinemática en la superficie libre (A71) que viene de N5 resulta:

$$n = 1 \leftrightarrow 0(\varepsilon) \rightarrow -g\eta_{1} = H_{1}, (H_{1})_{N5} = 0$$
(A89)
$$n = 2 \leftrightarrow 0(\varepsilon^{2}) \rightarrow -g\eta_{2} = H_{2}, (H_{2})_{N5} = \frac{1}{2} (\Phi_{1x}^{2} + \Phi_{1y}^{2} + \Phi_{1z}^{2})$$
(A90)
$$(A90)$$

 $n = 3 \leftrightarrow 0(\varepsilon^{3}) \rightarrow -g\eta_{3} = H_{3}, (H_{3})_{N5} = \Phi_{1x}\Phi_{2x} + \Phi_{1x}\Phi_{1X_{1}} + \Phi_{1y}\Phi_{2y} + \Phi_{1y}\Phi_{1Y_{1}} + \Phi_{1z}\Phi_{2z}$ (A91)

El término N6 se puede escribir como:

$$-\frac{1}{2}\eta(\vec{u})^{2}_{\ z} = -\frac{1}{2}\varepsilon^{3}(\eta_{1})(\Phi_{1x}^{2} + \Phi_{1y}^{2} + \Phi_{1z}^{2})_{z}$$
(A92)

Y por esto la contribución a la condición cinemática en la superficie libre (A71) que viene de N6 resulta:

$$n = 1 \leftrightarrow 0(\varepsilon) \rightarrow -g\eta_1 = H_1, (H_1)_{N6} = 0$$
(A93)
$$n = 2 \leftrightarrow 0(\varepsilon^2) \rightarrow -g\eta_2 = H_2, (H_2)_{N6} = 0$$
(A94)

$$n = 3 \leftrightarrow 0(\varepsilon^{3}) \rightarrow -g\eta_{3} = H_{3}, (H_{3})_{N6} = \frac{1}{2}(\eta_{1}) (\Phi_{1x}^{2} + \Phi_{1y}^{2} + \Phi_{1z}^{2})_{z}$$
(A95)

El término N7 se puede escribir como:

$$C = \varepsilon C_1 + \varepsilon^2 C_2 + \varepsilon^3 C_3 \tag{A96}$$

Y por esto la contribución a la condición cinemática en la superficie libre (A71) que viene de N7 resulta:

$$\mathbf{n} = \mathbf{1} \leftrightarrow \mathbf{0}(\varepsilon) \rightarrow -g\eta_1 = \mathbf{H}_1, (\mathbf{H}_1)_{N7} = -C_1$$
(A97)

$$n = 2 \leftrightarrow 0(\varepsilon^2) \rightarrow -g\eta_2 = H_2, (H_2)_{N7} = -C_2$$
(A98)
$$n = 2 \leftrightarrow 0(\varepsilon^3) \rightarrow -g\eta_2 = H_2, (H_2)_{N7} = -C_2$$

$$n = 3 \leftrightarrow 0(\varepsilon^3) \rightarrow -g\eta_3 = H_3, (H_3)_{N7} = -C_3$$
(A99)

Entonces considerando las diferentes contribuciones (N1-N7) se obtiene que:

$$n = 1 \leftrightarrow 0(\varepsilon) \rightarrow -g\eta_{1} = H_{1}, H_{1} = \Phi_{1t} - C_{1}$$
(A100)  

$$n = 2 \leftrightarrow 0(\varepsilon^{2}) \rightarrow -g\eta_{2} = H_{2}, H_{2} = \Phi_{2t} + \Phi_{1T_{1}} + \eta_{1}\Phi_{1tz} + \frac{1}{2}(\Phi_{1x}^{2} + \Phi_{1y}^{2} + \Phi_{1z}^{2}) - C_{2}$$
(A101)  

$$n = 3 \leftrightarrow 0(\varepsilon^{3}) \rightarrow -g\eta_{3} = H_{3}, H_{3} = \Phi_{2t} + \Phi_{1T_{1}} + \eta_{1}\Phi_{2tz} + \eta_{1}\Phi_{1T_{1z}} + \eta_{2}\Phi_{1tz} + \frac{1}{2}\eta_{1}^{2}\Phi_{1zzt} + \Phi_{1x}\Phi_{2x} + \Phi_{1x}\Phi_{1X_{1}} + \Phi_{1y}\Phi_{2y} + \Phi_{1y}\Phi_{1Y_{1}} + \Phi_{1z}\Phi_{2z} + \theta_{1z} + \theta_{1z}\Phi_{2z} + \theta_{1z}\Phi_{1z} + \theta_{1z}\Phi_{1z} + \theta_{1z}\Phi_{2z} + \theta_{1z}\Phi_{1z} + \theta_{1z}\Phi_{2z} + \theta_{1z}\Phi_{1z} + \theta_{1z}\Phi_{2z} + \theta_{1z}\Phi_{1z} + \theta_{1z}\Phi_{2z} + \theta_{1z}\Phi_{1z} + \theta_{1z}\Phi_{1z} + \theta_{1z}\Phi_{2z} + \theta_{1z}\Phi_{1z} + \theta_{1z}\Phi_$$

$$\eta_{2}\Phi_{1tz} + \frac{1}{2}\eta_{1}^{2}\Phi_{1zzt} + \Phi_{1x}\Phi_{2x} + \Phi_{1x}\Phi_{1X_{1}} + \Phi_{1y}\Phi_{2y} + \Phi_{1y}\Phi_{1Y_{1}} + \Phi_{1z}\Phi_{2z} + \frac{1}{2}(\eta_{1})(\Phi_{1x}^{2} + \Phi_{1y}^{2} + \Phi_{1z}^{2})_{z} - C_{3}$$
(A102)

Entonces ahora se puede sustituir en la ecuación (A21)  $\Phi_n$  y  $F_n$  por sus correspondientes componentes según el método WJKB:

$$\Phi_{\rm n} = \sum_{m=-n}^{n} \Phi_{\rm n,m} \, e^{im\varphi} \tag{A103}$$

Con:

$$\Phi_{n} = \Phi_{n}(x, y, z, t, X1, Y1, T1, ...)$$
(A104)

$$\Phi_{n,m} = \Phi_{n,m}(z, X1, Y1, T1, ...)$$
(A105)

٦

Análogamente:

$$\mathbf{F}_{\mathbf{n}} = \sum_{m=-n}^{n} \mathbf{F}_{\mathbf{n},\mathbf{m}} \, e^{im\varphi} \tag{A106}$$

Donde:

$$\varphi = k_x x + k_y y - \omega t \tag{A107}$$

Y por esto:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \sum_{m=-n}^n \Phi_{n,m} e^{im\varphi} = \sum_{m=-n}^n F_{n,m} e^{im\varphi} - h \le z \le 0$$
(A108)

Simplificando se obtiene la expresión general:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - m^2 k^2\right) \Phi_{n,m} = F_{n,m} - h \le z \le 0$$
(A109)

Se puede sustituir el valor de la formula (A103) en la ecuación (A26) obteniendo la condición de contorno en el fondo:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \sum_{m=-n}^{n} \Phi_{n,m} e^{im\varphi} \right) = 0, z = -h$$

$$\frac{\partial \Phi_{n,m}}{\partial z} = 0, z = -h$$
(A110)

(A111)

Se puede sustituir el valor de la formula (A103) y de  $G_n$  en la ecuación (A34):

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + g \frac{\partial}{\partial z}\right) \sum_{m=-n}^n \Phi_{n,m} e^{im\varphi} = \sum_{m=-n}^n G_{n,m} e^{im\varphi}, z = 0$$
(A112)

Con :

$$G_{n} = \sum_{m=-n}^{n} G_{n,m} e^{im\varphi}$$
(A113)

Simplificando se obtiene la expresión general:

$$\left(g\frac{\partial}{\partial z} - m^2\omega^2\right)\Phi_{n,m} = G_{n,m}, z = 0$$
(A114)

Finalmente considerando la ecuación (A71) y sustituyendo las expresiones por  $H_n$  y  $\eta_n$  definida como:

$$\eta_{n} = \sum_{m=-n}^{n} \eta_{n,m} e^{im\varphi}$$
(A115)

Y como:

$$\mathbf{H}_{n} = \sum_{m=-n}^{n} \mathbf{H}_{n,m} \, e^{im\varphi} \tag{A116}$$

se obtiene que :

$$-g \sum_{m=-n}^{n} \eta_{n,m} e^{im\varphi} = \sum_{m=-n}^{n} H_{n,m} e^{im\varphi}, z = 0$$
(A117)

Y simplificando la expresión general de:

$$-g\eta_{n,m} = \mathcal{H}_{n,m}, z = 0 \tag{A118}$$

Las ecuaciones (A109), (A111), (A114), (A118) constituyen un sistema de ecuaciones que se resuelve de manera secuencial empezando por n=1 y m=-1, 0, 1, con las soluciones del problemas que tienen que ser funciones reales y por tanto los pares m,-m tienen que ser complejos conjugados.

Ecuaciones para n=1:

(A122)

(A126)

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \mathbf{m}^2 \mathbf{k}^2\right) \Phi_{1,m} = \mathbf{F}_{1,m} - h \le z \le 0$$
(A119)

$$\frac{\partial \Phi_{1,m}}{\partial z} = 0, z = -h \tag{A120}$$

$$\left(g\frac{\partial}{\partial z} - m^2\omega^2\right)\Phi_{1,m} = G_{1,m}, z = 0$$
(A121)

$$-g\eta_{1,m} = H_{1,m}, z = 0$$

Con valores de m que resultan iguales a -1, 0, 1:

Caso m=0:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\Phi_{1,0} = \mathbf{F}_{1,0} - h \le z \le 0 \tag{A123}$$

$$\frac{\partial \Phi_{1,0}}{\partial z} = 0, z = -h \tag{A124}$$

$$\left(g\frac{\partial}{\partial z}\right)\Phi_{1,0} = G_{1,0}, z = 0$$
(A125)

$$-g\eta_{1,0} = H_{1,0}, z = 0$$

Si integramos la ecuación (A123) con respecto a z:

$$\frac{\partial}{\partial z} \Phi_{1,0} = \int_{-h}^{z} F_{1,0} \, dz \tag{A127}$$

Empleando la condición (A125) se obtiene la condición:

$$\int_{-h}^{0} F_{1,0} dz - \frac{1}{g} G_{1,0} = 0, z = 0$$
(A128)

La condición (A128) se puede generalizar por cada n.

Además se obtiene desde la ecuación (A22) que:

$$F_1 = F_{1,0} + F_{1,1}e^{i\varphi} + F_{1,-1}e^{-i\varphi} = 0$$
(A129)

y desde la ecuación (A67) que:

$$G_{1} = G_{1,0} + G_{1,1}e^{i\varphi} + G_{1,-1}e^{-i\varphi} = \frac{\partial}{\partial t}C_{1,0} + C_{1,1}(-i\omega)(e^{i\varphi}) + C_{1,-1}(i\omega)e^{-i\varphi}$$
(A130)

Entonces:  $F_{1,0} = 0$  y  $G_{1,0} = \frac{\partial}{\partial t}C_{1,0} = 0$  y por esto la ecuación (A123) integrada una vez en z lleva a establecer que  $\Phi_{1,0}$  no depende de z, es una función real y representa una variación con respecto a las variables lentas:

$$\frac{\partial}{\partial z} \Phi_{1,0} = 0 - h \le z \le 0 \to \Phi_{1,0} = \Phi_{1,0}(X1, Y1, T1, ...)$$
(A131)

Además considerando que:

$$H_{1} = H_{1,0} + H_{1,1}e^{i\varphi} + H_{1,-1}e^{-i\varphi} = \frac{\partial}{\partial t}\Phi_{1,0} + \Phi_{1,1}(-i\omega)(e^{i\varphi}) + \Phi_{1,-1}(i\omega)e^{-i\varphi} - C_{1,0} - C_{1,1}e^{i\varphi} - C_{1,-1}e^{-i\varphi}$$
(A132)

Se obtiene que:

$$H_{1,0} = \frac{\partial}{\partial t} \Phi_{1,0} - C_{1,0} = -C_{1,0}$$
(A133)  

$$-g\eta_{1,0} = H_{1,0} = -C_{1,0} \rightarrow \eta_{1,0} = \frac{-C_{1,0}}{g}$$

Con lo que 
$$\eta_{1,0}$$
 es una función real que representa una variación con respecto a las variables lentas.

Caso m=1:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2\right) \Phi_{1,1} = F_{1,1} - h \le z \le 0$$
(A135)
$$\frac{\partial \Phi_{1,1}}{\partial z} = 0, z = -h$$
(A136)

$$\left(g\frac{\partial}{\partial z} - \omega^2\right)\Phi_{1,1} = G_{1,1}, z = 0$$
(A137)

(A134)

$$-g\eta_{1,1} = \mathbf{H}_{1,1}, z = 0 \tag{A138}$$

Considerando las ecuaciones (A129) y (A130) se obtiene que:

$$F_{1,1} = 0 \to \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2\right) \Phi_{1,1} = 0 - h \le z \le 0$$
(A139)

$$G_{1,1} = (-i\omega)C_{1,1} \rightarrow \left(g\frac{\partial}{\partial z} - \omega^2\right)\Phi_{1,1} = (-i\omega)C_{1,1}, z = 0$$
(A140)

Con:

$$H_{1,1} = (-i\omega)\Phi_{1,1}$$
(A141)

Y desde la ecuación (162) se obtiene que:

$$\eta_{1,1} = \left(\frac{i\omega}{g}\right) \Phi_{1,1}, \ z = 0 \tag{A142}$$

Vamos a considerar la ecuación (A139) se trata de una ecuación diferencial ordinaria lineal de segundo orden y homogénea cuya solución se conoce y resulta del tipo:

$$\begin{split} \Phi_{1,1} &= L_1 \sinh\left(z\sqrt{|-k^2|}\right) + L_2 \cosh\left(z\sqrt{|-k^2|}\right), -k^2 < 0 \end{split} \tag{A143} \\ \Phi_{1,1} &= L_1 \sinh(z|k|) + L_2 \cosh(z|k|) \end{split}$$

(A144)

Para encontrar las dos constantes de integraciones se pueden emplear las dos condiciones de contornos (A136):

$$\frac{\partial \left( L_1 \sinh \left( z|k| \right) + L_2 \cosh \left( z|k| \right) \right)}{\partial z} = 0, z = -h$$
(A145)

Entonces:

$$-L_1\cosh(\mathbf{h}|\mathbf{k}|) + L_2\sinh(\mathbf{h}|\mathbf{k}|) = 0$$
(A146)

Y

$$L_1 = L_2 \frac{\sinh(h|\mathbf{k}|)}{\cosh(h|\mathbf{k}|)}$$
(A147)

Con: 
$$\Phi_{1,1} = L_2 \tanh(h|k|)\sinh(z|k|) + L_2 \cosh(z|k|)$$
 (A148)

Además se puede emplear la condición al contorno (A140):

$$\left(g\frac{\partial (L_2 \tanh(h|k|)\sinh(z|k|)+L_2 \cosh(z|k|))}{\partial z}\right) - \omega^2 (L_2 \tanh(h|k|)\sinh(z|k|) + L_2 \cosh(z|k|)) = (-i\omega) C_{1,1}$$
(A149)

$$L_2\left(\left(g|k|\tanh(h|k|)\right) - \omega^2\right) = (-i\omega) C_{1,1}$$
(A150)

La cantidad:  $(g|k|tanh(h|k|)) - \omega^2$  es igual a cero y representa la ecuación de dispersión con L<sub>2</sub> constante diferente de cero que implica que C<sub>1,1</sub> sea igual a cero.

Vamos a escribir entonces que:

$$\Phi_{1,1} = L_2(\tanh(h|k|)\sinh(z|k|) + \cosh(z|k|))$$
(A151)

Y empleamos finalmente la última condición de contorno (165) donde

$$\eta_{1,1} = \frac{A_{1,1}}{2}, A_{1,1} = A_{1,1}(X_1, Y_1, T_1, X_2, Y_2, T_2, ...)$$
(A152)

con  $A_{1,1}$  amplitud que varia con respecto a las variables lentas a diferencia del caso monocromático donde la amplitud es constante

$$H_{1,1} = \left(\frac{i\omega}{g}\right) \Phi_{1,1} = \frac{A_{1,1}}{2}, z = 0$$
(A153)
$$L_2 = -\frac{ig}{2\omega} A_{1,1}$$
(A154)

$$\Phi_{1,1} = -\frac{\mathrm{ig}}{2\omega} A_{1,1} \left( \frac{\sinh(|\mathbf{k}|)\sinh(|\mathbf{z}|\mathbf{k}|) + \cosh(|\mathbf{z}|\mathbf{k}|)\cosh(|\mathbf{k}|)}{\cosh(|\mathbf{k}|)} \right) = -\frac{\mathrm{ig}}{2\omega} A_{1,1} \frac{\cosh(|\mathbf{k}|(z+h))}{\cosh(|\mathbf{k}|)}$$
(A155)

Donde |k| representa el modulo del numero k que debe ser real y distinto de cero.

Caso m=-1:

$$\Phi_{1,-1} = \left(\Phi_{1,1}\right)^* = \frac{ig}{2\omega} A_{1,1}^* \frac{\cosh\left(|k|(z+h)\right)}{\cosh\left(h|k|\right)}, A_{1,1}^* = A_{1,1}^* (X_1, Y_1, T_1, X_2, Y_2, T_2, ...)$$
(A156)

Con:

$$\eta_{1,-1} = \frac{A1,1^*}{2} \tag{A157}$$

La función potencial incluye una modulación con las variables lentas, creada por ejemplo superponiendo trenes de ondas de período muy próximo y con una pequeña diferencia en la frecuencia angular como es un grupo regular de ondas.

## Anejo B

### Lista de Símbolos

#### Abreviaturas:

AD1-2:	Ubicación ADCP
AST:	Seguimiento acústico de la superficie
AW1-2:	Ubicación AWAC
Bar#1-4:	Barras
B1-2:	Perfiles dentro de la bahía de estudio
DOF:	Numero de grados de libertad
E:	Este
E1-4:	Ubicación Estación meteorológica
FFT:	Transformada Rápida de Fourier
G:	Grupo
H:	Horizontal
H1-6:	Puntas
HR:	Régimen homogéneo
i:	Numero imaginario
I:	Incidente
LDV:	Anemometría laser
M:	Monocromático
M <sub>E</sub> :	Condición energética moderada del este
M <sub>w</sub> :	Condición energética moderada del oeste

n.m.m:	Nivel medio del mar
N:	Norte
P:	Probabilidad
R:	Reflejado
S:	Sur
S <sub>E</sub> :	Tormenta del este
SR:	Régimen estacionario
S <sub>W</sub> :	Tormenta del oeste
T:	Total
T <sub>1-3</sub> :	Eventos
V:	Vertical
V1-2:	Ubicación VECTOR
W:	Oeste
WJKB:	Método matemático (oleaje modulado)
WNHR:	Régimen débilmente no homogéneo
WUR:	Régimen débilmente estacionario
$\vec{\nabla}$ :	Gradiente
*:	Complejo conjugado

#### Símbolos griegos:

α:	Parámetro de confianza espectral
$\alpha^{I}$ :	Coeficiente incidente
$\alpha^R$ :	Coeficiente reflejado
$\alpha_t$ :	Contribución de transporte por fondo
β:	Factor de corrección de la energía del espectro
$\bar{\beta}$ :	Pendiente de la playa a 20 m
$\beta_{lc}$ :	Pendiente de la playa cerca de la costa
δ:	Espesor de la capa límite monocromática
$\delta_c$ :	Dimensión de la celda

 $\delta_g$ : Espesor de la capa límite de un grupo  $\delta_s$ : Parámetro de Stokes  $\delta_0$ : Dimensión de blanqueo  $\Delta D_s$ : Distancia diaria relativa líneas de costa  $\Delta f$ : Intervalo de frecuencia  $\Delta T$ : Intervalo de muestreo  $\Delta T_c$ : Intervalo de tiempo entre cada medida de corriente  $\Delta T_{cm}$ : Intervalo de tiempo promedio de las medidas de corriente  $\Delta T_s$ : Intervalo de tiempo entre cada medida de oleaje  $\Delta x$ : Espaciado entre líneas Parámetro de modulación *E*: Anchura espectral  $\varepsilon_s$ : ζ: Parámetro de Iribarren Superficie libre η: Media aritmética de la superficie libre  $\overline{\eta}$ : θ: Dirección media de incidencia del oleaje  $\theta_{cr}$ : Parámetro de Shields critico  $\theta_s$ : Parámetro de Shields λ: Parámetro de amplificación Viscosidad molecular del agua  $\mu$  : Viscosidad cinemática del agua v : Viscosidad de remolino  $v_t$ :  $\rho$ : Densidad del agua Densidad del sedimento  $\rho_s$ : Desviación estándar de las medidas  $\sigma$ : Desviación estándar de la corriente transversal medida cerca del lecho  $\sigma_u$ : Tasa de transporte τ: Esfuerzo de corte en el fondo  $\tau_s$ : Variable de distribución chi-square χ: Fase de la onda corta principal  $\varphi$ :

$arphi_g$ :	Fase del grupo
$\Phi$ :	Potencial de velocidad
$\Phi_{1,0}{}^{b}$ :	Potencial de la onda larga vinculada
$\Phi_{1,0}{}^f$ :	Potencial de la onda larga libre
ω:	Frecuencia angular de una onda
$\omega_s$ :	Velocidad de caída de los sedimentos
$\omega^{+/-}$ :	Frecuencia angular de las dos ondas del grupo
$arOmega_g$ :	Frecuencia angular del grupo

Símbolos latinos:

a:	Amplitud de la onda corta principal
a <sup>+/-</sup> :	Amplitud de las dos ondas del grupo
<i>A</i> :	Amplitud de una onda.
$A_m$ :	Excursión semi-orbital máxima
$b_n$ :	Función de profundidad de peso
c:	Celeridad de un onda
<i>C</i> :	Constante de Bernoulli
$C_H$ :	Coeficiente de propagación de la altura significante espectral
$C_p$ :	Coeficiente de desarrollo en serie de Fourier de la presión
$C_\eta$ :	Coeficiente de desarrollo en serie de Fourier de la superficie libre
$C_R$ :	Coeficiente de reflexión
<i>Cs</i> :	Constante empírica de Sunamura
$\overrightarrow{C_g}$ :	Celeridad del grupo
$d_i$ :	Distancia entre sensores
dx:	Dimensión horizontal de un volumen de control infinitésimo
dz:	Dimensión vertical de un volumen de control infinitésimo
D:	Diámetro del sedimento
<i>D</i> <sub>*</sub> :	Diámetro adimensional del sedimento
$D_{50}$ :	Diámetro medio del sedimento

$D_c$ :	Dimensión transversal del cabo
$D_f$ :	Diámetro de pico de la fracción fina
$D_s$ :	Posición media diaria de la línea de costa
$E_{max}$ :	Energía máximo diario por unidad de area
$F_{max}$ :	Flujo de energía máximo diario por unidad de anchura
$F_m$ :	Frecuencia de muestreo
<i>F</i> :	Transformada rápida de Fourier
$f^{+/-}:$	Frecuencia de las dos ondas que componen el grupo
$f_j$ :	Vector de Frecuencia
$f_D$ :	Frecuencia registrada con la distancia entre las dos líneas,
fv:	Frecuencia de los vórtices
$f_w$ :	Coeficiente de fricción en el fondo (oleaje en régimen turbulento)
$f_{1/2}$ :	Frecuencias de los armónicos principales del espectro de oleaje
<i>g</i> :	Aceleración de gravedad
G:	Espectro real
$ ilde{G}$ :	Promedio de los espectros
h:	Profundidad del agua
$h_c$ :	Profundidad de cierre
<i>h</i> <sub>0</sub> :	Profundidad de agua mar adentro
<i>H</i> :	Altura de ola
<i>H</i> <sub>0</sub> :	Altura de ola significante espectral en profundidades indefinidas
$H_b$ :	Altura de ola significante espectral en la zona de rotura
$H_c$ :	Altura del cabo
$H_{max}$ :	Altura de la onda máxima del grupo
$H_{0max}$ :	Altura significante máxima diaria en profundidades indefinidas
$(H_b)_{max}$ :	Altura significante máxima diaria en rotura
$H_s$ :	Altura de ola significante
$H_e$ :	Altura de ola significante que se supera solo 12 h al año
<i>l</i> :	Anchura de la ventana cosenoidal
L:	longitud de la onda corta principal

Lv:	Distancia entre los vórtices
<i>L</i> <sub>0</sub> :	Longitud de onda en profundidades indefinidas
$L_g$ :	Longitud del grupo
$\overrightarrow{k^{+/-}}$ :	Numero de onda de las dos ondas del grupo
$k_x$ :	Numero de onda en la dirección de propagación del oleaje
<i>k</i> :	Numero de onda
$\kappa_g$ :	Numero de onda del grupo
$\kappa_g^{f}$ :	Numero de onda de la onda larga libre
$K_{gx}$ :	Numero de onda del grupo en la dirección de propagación
<i>ks</i> :	Rugosidad de Nikuradse
$K_p$ :	Función de transferencia
m0-4:	Momentos del espectro
$n_i$ :	Numero entero
$n_s$ :	Numero de segmentos
N :	Numero de muestra
<i>p</i> :	Presión total
<i>F</i> :	Transformada rápida de Fourier
$F_{visc}$ :	Fuerzas viscosas
<b>R</b> :	Parte real de una expresión
RE:	Numero de Reynolds
Re:	Numero de Reynolds de la capa límite de Stokes
s:	Cociente entre densidad del sedimento y agua
<i>S</i> :	Densidad espectral estimada
$S_t$ :	Numero de Strouhal
<i>t</i> :	Tiempo
<i>T</i> :	Período de onda
<i>T</i> <sub>0</sub> :	Período de pico espectral en profundidades indefinidas
$T_g$ :	Período del grupo
$T_S$ :	Período de ola significante
T <sup>+/-</sup> :	Período de las dos ondas del grupo

T <sub>1</sub> :	Escala de modulación en el tiempo
<i>u</i> <sub>*c</sub> :	Velocidad de corte inducida por la corriente
$u_{*w}$ :	Velocidad de fricción inducida por el oleaje
<i>u</i> :	Componente transversal de velocidad (cerca del fondo)
$\overline{u}$ :	Valor medio de la velocidad transversal medida cerca del lecho
$\bar{v}$ :	Valor medio de la velocidad longitudinal medida cerca del lecho
$\vec{u}$ :	Campo de velocidad
<i>U</i> :	Componente horizontal de la velocidad
$U_{SR}$ :	Deriva horizontal asociada al paquete
$U_{\infty/inf}$ :	Componente de velocidad fuera de la capa límite (free stream velocity)
<i>U</i> *:	Gradiente de velocidad instantáneo
$U^*{}_T$ :	Gradiente de velocidad asociado a una onda
$U_m$ :	Velocidad orbital máxima
$\overline{U}$ :	Velocidad media de la corriente
U <sub>10</sub> :	Modulo de la velocidad del viento
$U_r$ :	Numero de Ursell
<i>W</i> :	Componente vertical de la velocidad
$W_{SR}$ :	Deriva vertical asociada al paquete
<i>w</i> :	Componente vertical de la velocidad (cerca del fondo)
<i>x</i> :	Eje horizontal (coincidente con la dirección de propagación del oleaje)
X <sub>1</sub> :	Escala de modulación en el espacio
<i>z</i> :	Eje vertical (nulo en superficie y orientado hacia arriba)
<i>z</i> <sub>0</sub> :	Rugosidad del fondo (flujo hidráulicamente rugoso)
Z:	Eje vertical (nulo en el fondo y orientado hacia arriba)